UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Fakultet for naturvitenskap og teknologi

Institutt for matematikk og statistikk

Musikk og matematikk i Narvik

En analyse av elevers matematiske kompetanser i et undersøkende tverrfaglig prosjekt på en musikklinje.

—

Julia Harbrecht

MAT 3906 - Masteroppgave i matematikk – lektorutdanning, mai 2017

Sammendrag

Problemstillingen for denne masteravhandlingen er: «Hvilke matematiske kompetanser viser og utvikler elever på linjen for Musikk, dans og drama i et tverrfaglig undersøkende prosjekt innen musikk og matematikk?»

Jeg har i oktober 2016 gjennomført en kvalitativ studie med min egen klasse, som da gikk andre året på linjen for Musikk, dans og drama ved Narvik videregående skole. Studien bygger videre på et pilotprosjekt med den samme elevgruppen, som ble gjennomført i februar/mars 2016 under ledelse av forsker ved UiT - Norges arktiske universitet, Anne Fyhn. Prosjektet varte i en uke, og elevene skulle i grupper på to til fire undersøke tema fra musikken med tanke på matematisk innhold. Som avslutning på prosjektet hadde gruppene fremlegg om sine funn for hele klassen.

Jeg har analysert elevenes arbeid med tanke på hvilke matematiske kompetanser elevene viser og utvikler. Rammeverket for analysen har vært Niss åtte matematiske kompetanser (Niss & Jensen, 2002) og Schoenfelds (2007b) fire aspekter ved matematisk proficiency. I tillegg ser jeg i analysen på hvilke læreplanmål elevene dekker med sitt arbeid. Jeg har først og fremst brukt læreplanen for matematikk 2P (Kunnskapsdepartementet [KD], 2013b). Men siden det er et tverrfaglig prosjekt, og elevene skulle jobbe med tema som var relevante for musikkfagene, så trekker jeg også inn læreplanene for de forskjellige programfagene i musikk (KD, 2006a, 2006b, 2006c, 2006d, 2006e, 2006f).

Elevene brukte seks av Niss åtte matematiske kompetanser i sitt arbeid, og de fikk vist et annet spekter av kompetanser enn ved den vanlige undervisningen, som ofte blir vurdert gjennom skriftlige prøver. Arbeidet dekket flere av kompetansemålene i alle de fire hovedområdene i læreplanen for matematikk 2P. Det er særlig den grunnleggende ferdigheten *å uttrykke seg muntlig i matematikk*, som elevene fikk brukt mer enn i de vanlige timene. Jeg opplevde at elevene ble mer motiverte til å arbeide med matematikk når de opplevde et tema som relevant innenfor sin musikkultur.

Forord

I 1987 begynte jeg på et matematikkstudium i Tyskland. Når jeg hadde ett år igjen hoppet jeg av for heller å satse på musikken. Livet har ført meg rundt, både i Norge og i Tyskland, jeg har jobbet som kirkemusiker på Vestlandet, innen kulturadministrasjonen i Nordland og de siste årene som lærer ved Narvik videregående skole. Nå i 2017, 30 år etter starten, er det på tide å avslutte matematikkstudiet med en mastergrad i matematikkdidaktikk ved UiT – Norges arktiske universitetet.

I denne oppgaven får jeg lov til å bruke det meste av kunnskaper og erfaringer jeg har tilegnet meg på mange forskjellige felt i disse 30 årene. Den er blitt et tverrfaglig dypdykk i både min private historie, i matematikk- og musikkfaget og i skolepolitikken før og nå – og den ser videre mot matematikkundervisningen i fremtidens Norge.

Takk til administrasjonen ved UiT som har pløyd seg gjennom mine 30 år gamle vitnemål og klart å innpasse de dagens studieplaner, slik at jeg fikk fullført mastergraden min på ett år. Takk til hovedveilederen Anne Fyhn, som har vært til stor hjelp for at jeg kunne gå denne veien etter at vi møttes i Narvik i forbindelse med pilotprosjektet MuMaNa – Musikk og Matematikk i Narvik i 2016. Du har vært en stor inspirasjon og har kommet med mange gode tilbakemeldinger til alle døgnets tider! Takk til veileder Trygve Johnsen som har taklet nye utfordringer i forbindelse med denne oppgaven – som å ordne med et piano.

I oppgaven min beskriver jeg et prosjekt jeg har gjennomført med mine egne elever ved Narvik videregående skole. Jeg har jobbet ved skolen mens jeg har skrevet oppgaven. Det hadde ikke vært mulig uten den gode støtten og tilretteleggingen jeg har fått fra både ledelsen og kolleger. Takk til klasse MDD 2U som har stilt opp både på pilotprosjektet og på min egen studie. Takk til alle mine andre elever også. Mens jeg har sittet over oppgaven har dere nok måttet smøre dere med tålmodighet i perioder før dere fikk deres rettete prøver tilbake.

Alt i alt har det vært en spennende, tidkrevende og lærerik prosess å få denne masteroppgaven på plass. Så får vi se hvor veien fører hen når denne perioden er over.

Narvik, 17.mai 2017

Julia Harbrecht

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for prosjektet

Jeg vil i denne oppgaven beskrive et tverrfaglig prosjekt i matematikk og musikk som ble gjennomført med en klasse ved linjen for Musikk, dans og drama (MDD eller uformelt musikklinjen) ved Narvik videregående skole høsten 2016.

Høsten 2015 ble skolen kontaktet av forsker ved UiT – Norges arktiske universitet, Anne Fyhn, om å gjennomføre et forskningsprosjekt om undersøkende matematikk med en klasse på musikklinjen. Prosjektet fikk navnet *MuMaNa, Musikk og matematikk i Narvik.* Elevene skulle utforske selvvalgte tema fra musikk og finne frem til matematiske sammenhenger. Målet var at gruppene skulle presentere sine resultater for resten av klasen. Jeg var kontakt- og matematikklærer for Vg1-klassen og hadde i tillegg musikkfaglig bakgrunn. En perfekt matsj. Vi gjennomførte et pilotprosjekt vinteren 2016, og publiserte en artikkel om prosjektet i tidsskriftet *Tangenten-Tidsskrift for matematikk i skolen* i februar 2017 (Fyhn, Harbrecht, Kristiansen, 2017).

Høsten 2016 tok jeg fatt på masterstudiet i matematikkdidaktikk ved UiT med Anne Fyhn som veileder. Min masteroppgave skulle bygge videre på dette tverrfaglige arbeid. I oktober 2016 gjennomførte jeg et lignende prosjekt med de samme elevene, som nå gikk på Vg2. Dette skoleåret underviste jeg klassen i både *Musikk fordypning* (MFO), et 4-timers programfag i musikk, og i matematikk 2P, et obligatorisk 3-timersfag for de elevene som ikke velger fordypning i matematikk på Vg2. Jeg kunne dermed gjennomføre prosjektet i de timene jeg hadde klassen og bruke læreplanmål fra begge fag.

1.2 Motivasjon for prosjektet

1.2.1 Personlig motivasjon og bakgrunn

Jeg har helt siden skoletiden hatt to store lidenskaper i livet, matematikk og musikk, og jeg ser mange koblinger og sammenhenger mellom de to fagene. Strukturer og en logisk progresjon er sentrale i begge fag. Jeg kjenner meg igjen i definisjonen «Musikk = Matematikk + følelser» (Skorpen, 2004, s. 19). Eller som Bethge (2003) skriver:

> *In ihrem Kern ist Musik reine Mathematik - berechenbare Luftschwingungen, deren Frequenzen sich nach physikalischen Regeln überlagern. Und doch geschieht eine Art Wunder: Mathematik verwandelt sich in Gefühl (s. 130).*

Etter videregående skole begynte jeg på et matematikkstudium. Men etter fire år hoppet jeg av og begynte å studere kirkemusikk og samtidig å jobbe som kantor i Norge. Lidenskapen til blant annet Bach hadde tatt over, en komponist i hvis musikk man finner mye matematikk. Den er full av strukturer, symbolikk og en logikk i utviklingen, selv i det som bryter reglene. Og her snakker jeg ikke om tallmystikken som mange har skrevet om før. Det er heller ikke opplagt konstruert musikk som man finner senere hos serialistene. Men det er en fullkommen helhet som river meg som utøver og lytter med og løfter meg opp.

Etter noen års mellomspill i kulturadministrasjonen begynte jeg i 2012 som lærer ved Narvik videregående skole, som har en musikklinje. Nå kom mine fire års matematikkstudium igjen til sin rett. I dag underviser jeg i både musikkfag og matematikk. Særlig når jeg har musikkklasser i matematikk kommer det godt med å kunne kombinere de to fagene.

1.2.2 Faglig motivasjon

Når skolen fikk forespørsel om å delta i *MuMaNa*, hadde jeg i noen år undervist matematikk på musikklinjen. Jeg hadde opplevd at elevene viste et stort engasjement for musikkfagene, mens fellesfagene ofte kom i andre rekke. Særlig matematikk var et fag som mange elever slet med, både faglig og når det gjelder motivasjonen. Jeg har også tidligere brukt eksempler fra musikkteorien i matematikkundervisningen, men da mer som historier, som viste matematikkens praktiske anvendelse i musikk. I det planlagte prosjektet skulle vi se i mye større grad på hvordan arbeid med musikkfaglige spørsmål i matematikkundervisningen kunne bidra til økt forståelse og motivasjon hos elevene. Dårlig matematikkunnskap blant norske elever har vært et gjennomgående tema i mediene de siste årene (Aas, 2012; Ertesvåg, 2015; KD, 2015). Det har blitt satset på matematikkfaget på forskjellige måter, for eksempel gjennom FYR-prosjektet (Fellesfag, yrkesretting og relevans) på yrkesfaglige linjer (se avsnitt 2.4.5). Prosjektet mitt kan kanskje bidra til å utvikle en yrkesretting av matematikk på linjer med estetiske fag.

1.2.3 Samfunnsfaglig motivasjon

Samfunnet er i stadig endring, og dermed også skolen med sitt samfunnsoppdrag. Behovet for nye fag og kompetanser vurderes kontinuerlig. I avsnitt 2.4 går jeg inn på aktuelle utviklinger i skolepolitikken i Norge, blant annet på rapporten *Fremtidens skole* (NOU 2015:8, 2015) og FYR-prosjektet. Samtidig som jeg har skrevet denne oppgaven har Kunnskapsdepartementet satt i gang arbeidet med å fornye læreplanverket. Strategien for fagfornyelsen (KD, 2017a) ble lansert i mars i år og et utkast til ny overordnet del for læreplanverket (KD, 2017b) ble sendt ut på høring i april. I oppgaven min beskriver jeg hvordan prosjektet mitt samsvarer med visjonene som blir tegnet opp i disse dokumentene for skolen i fremtiden. Målet mitt er at mitt arbeid kan være et forbilde for andre som ønsker å kombinere fellesfag og programfag, ikke bare på yrkesfaglige linjer, på en kreativ måte.

1.3 Pilotprosjektet

Pilotprosjektet vinteren 2016 hadde fokus på elevenes motivasjon (Fyhn et.al., 2017). Vi skulle se, hva slags matematikk elevene kom frem til når de undersøkte temaer fra musikken. Prosjektleder formulerte to problemstillinger i informasjonsskrivet som elever og foresatte fikk i forkant (se Vedlegg IV):

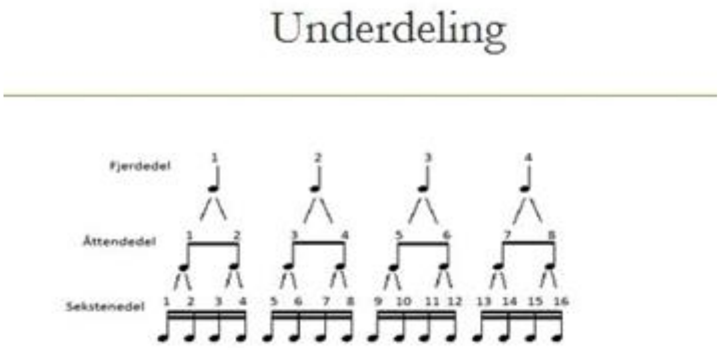
a) Hvordan manifesteres elevers motivasjon for å arbeide med matematikk når undervisningen fokuserer på utforsking av emner fra musikk?

b) Hvordan bidrar elevers utforsking av mønster i musikk til forståelse av matematikk?

Elevene ble delt inn i fire grupper etter hvilket hovedinstrument de hadde valgt: sang, piano, slagverk og strengeinstrumentene gitar og bass i en gruppe. Elevene skulle undersøke sitt instrument med tanke på matematiske sammenhenger. Som avslutning på prosjektet skulle alle gruppene presentere det de hadde funnet for hele klassen. Noen av instrumentallærerne engasjerte seg og kom med konkrete forslag om hva gruppen kunne jobbe med. Jeg vil her kort beskrive hva to av gruppene kom frem til.

Elevene i gitar- og bassgruppen jobbet med overtoner (se Vedlegg I for noen musikkfaglige uttrykk). De leste om overtoner og fikk hjelp av gitarlæreren til å spille dem på en gitar og en bass. De undersøkte frekvensområdene for sine instrumenter. I fremlegget demonstrerte de overtonene på en kontrabass. Den eleven som spilte, måtte strekke seg lenger og lenger ned på halsen for å trykke ned strengen på de høye overtonene. Den første overtonen, oktaven, får man ved å sette fingeren på midten, slik at man spiller på halve strengen. Den neste, kvinten over, ligger ⅔ ned på strengen, den tredje, som er to oktaver høyere enn grunntonen, er plassert ¾ ned på strengen. Elevene fant, med god hjelp av prosjektleder, at de kunne uttrykke plasseringen på strengen for den n-te overtonen med formelen $^{n}/_{n+1}$. De regnet ut overtone-frekvensene til tonen A i stor oktav på kontrabassen, en veldig dyp tone. Tonen selv har frekvensen 110 Hz, den første overtonen klinger en oktav høyere og har den doble frekvensen 110 Hz · 2 = 220 Hz. De følgende overtonene fikk de ved å multiplisere 110 Hz med henholdsvis 3, 4, 5 og så videre.

Slagverkgruppen jobbet med underdelinger av noter. De tok utgangspunkt i en 4/4-takt, en av de mest vanlige taktartene. Grunnenheten eller pulsen i en slik takt er fjerdedelsnoten ♩. Deles den i to, så får man to åttendedelsnoter, ♪ ♪, deles disse engang til i to, så får vi fire sekstendedelsnoter ♬♬. Gruppen viste underdelingen både med noteeksempler og ved å slå rytmen på bordet med en trommestikke.



Figur 1 - Oppdeling av en 4/4-takt - fra slagverkgruppens presentasjon (Fyhn et.al., 2017)

De fant at en formel for lengden av et slag ved underdeling er $1/2^n$, der n er et helt tall. Gruppen viste noen eksempler, som at man får en åttendedel når n = 3: $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{2\cdot2\cdot2} = \frac{1}{8}$. Eller en halvnote når n = 1: $\frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$. En logisk konsekvens av dette må da bli at en helnote, som varer en hel 4/4-takt, må kunne skrives som $\frac{1}{2^0} = \frac{1}{1} = 1$.

Skolen hadde satt av to uker, der elevene kunne jobbe med prosjektet i to til fire skoletimer hver dag. I etterkant så vi at det ikke var nødvendig med så mye tid. Å la et slikt prosjekt gå over omtrent en uke med 10-12 skoletimer ville vært tilstrekkelig.

1.4 Problemstilling og hypoteser

I min masteroppgave ønsker jeg å se på elevenes matematiske kompetanse slik den viste seg i arbeidet med prosjektet og i de avsluttende presentasjonene. Kompetansebegrepet er knyttet til det engelske begrepet mathematical literacy (OECD, 2003), som beskriver det å kunne bruke matematikk til å løse problemer man møter i dagliglivet. Som rammeverk bruker jeg to tilnærminger til matematisk kompetanse. Niss & Jensen (2002) skiller mellom åtte delkompetanser som til sammen dekker hele spekteret av matematisk kompetanse. En viktig del av oppgaven blir å analysere elevarbeidene med tanke på hvilke av disse åtte kompetansene som kommer frem. I oppgaven min bruker jeg egne norske oversettelser av begrep og sitater fra Niss' danske original.

For å belyse elevenes arbeid fra et annet perspektiv bruker jeg i tillegg fire aspekter ved matematisk kompetanse slik Schoenfeld (2007b) definerer den. I den engelske teksten blir den betegnet som *mathematical proficiency*, et begrep som jeg synes har vært vanskelig å oversette på en dekkende måte. Den direkte oversettelsen av proficiency, ferdighet, dekker bare et aspekt ved matematisk kompetanse, de tekniske ferdighetene, som når de står alene, er et tegn på bare instrumentell kunnskap – altså akkurat det som Schoenfeld poengterer at proficiency ikke er. Kompetanse ville vært en bedre oversettelse. For å skille mellom de to kompetansebegrepene har jeg valgt å bruke det engelske ordet *proficiency*, der jeg bruker Schoenfelds definisjon av matematisk kompetanse.

Problemstillingen for oppgaven min er:

Hvilke matematiske kompetanser viser og utvikler elever på linjen for Musikk, dans og drama i et tverrfaglig undersøkende prosjekt innen musikk og matematikk?

Jeg har satt opp følgende hypoteser som jeg i denne oppgaven ønsker å verifisere:

- Elevene får vist og utviklet andre matematiske kompetanser enn ved den vanlige undervisningen, der vurderingen skjer mest gjennom skriftlige prøver.
- Elevene får utvidet sine matematiske kompetanser.
- Elevene får gjennom prosjektet jobbe med matematikk som er relevant for dem.

1.5 Faglig bakgrunn

1.5.1 Tverrfaglig forskning i matematikk og musikk

I mine år som henholdsvis matematikk- og musikkstudent har jeg gjort den erfaringen at mange matematikere er veldig interesserte i musikk og driver med det på fritiden, noen på et høyt nivå. Det motsatte kan nok sjelden sies om musikere. Det har jeg nå fått bekreftet gjennom nyere forskning. Tossavainen & Juvonen (2015), en matematiker og en musiker, har undersøkt finske elevers interesse i disse to fagene og kommet frem til at «An intrinsic motivation in mathematics seems to indicate a positive relationship to music but the opposite effect is not equally evident» og konkluderer dermed at "investing in the teaching and learning of mathematics also supports music education" (s. 118).

Musikk og matematikk har i vår vestlige verden vært faglig forbundet helt siden Pytagoras' tid. Tverrfaglig forskning finnes ikke bare i den pedagogiske sektoren som det nevnte eksempel viser. Matematiske og fysiske sider ved musikken har vært tema for mange forskere og ivrige amatører. Når den veltempererte stemningen fikk gjennomslag i barokken og dominerer vår vestlige musikk den dag i dag, så var det som et matematisk kompromiss som favoriserte bruken av flere tonearter på bekostning av rene klanger. Joseph Fourier matematiserte i 1807 enhver musikalsk klang ved å si at hver periodisk lyd kan beskrives som summen av termer av formen a *sin* b*x*, der alle frekvenser til de forskjellige sinustermene er heltallige multipler av den laveste frekvensen (Kline, 1953). Bachs kontrapunkt og Schönbergs 12-tone-musikk har inspirert både musikere og matematikere til å finne matematiske sammenhenger i strukturene (Rumsey, 1996).

I dag finnes det tidsskrifter som *Journal of Mathematics and Music,* gitt ut av *Society for mathematics and Computation in Music* som tar opp tverrfaglige tema. American Mathematical Society (AMS) har gitt ut eller gjort tilgjengelig et rikholdig utvalg av artikler, filmer og features med matematisk-musikalske tema. Musikken er blitt mer og mer teknisk ved bruk av elektronikk, og både det å lage og det å fremføre musikk krever mer og mer teknisk innsikt. NTNU i Trondheim tilbyr det tverrfaglige studietilbudet Musikkteknologi. En av lærerne, Waadeland, både matematiker og musiker, forsker innenfor rytmer, der han kombinerer musikk – både i teori og praksis-, matematikk, akustikk og teknologi (Waadeland, 2000). Sammen med bl.a. forskere fra Universitetet i Oslo startet han høsten 2016 forskningsprosjektet *Timing and Sound in Musical Microrhythm (TIME).*

I Vedlegg I beskriver jeg noen musikkfaglige begrep som har vært viktige i prosjektet. Særlig *overtoner* er et begrep som går igjen i oppgaven. De elevene som jobbet med dette temaet beveget seg i spenningsfeltet musikk, akustikk, fysikk og matematikk. For de som er interessert i å jobbe tverrfaglig i skolen kan Ulins (2003) bok *Matematik & Musik* være til inspirasjon. Der finner vi bl.a. dette sitatet av Leibniz (min oversettelse) som kan være en ledetråd for denne oppgaven: «Musikk er den nytelsen mennesket erfarer av å regne uten å være seg bevisst å regne» (s. 8).

1.5.2 Matematikkfaglig bakgrunn

I pilotprosjektet var et fokus elevers utforsking av mønster i musikken. Flere av gruppene kunne presentere arbeid med tallfølger. Noe av dette har jeg beskrevet i avsnitt 1.3. Jeg tar med et av gruppearbeidene fra pilotprosjektet i min oppgave. I mitt eget prosjekt er det matematiske fokuset rettet mot læreplanen for matematikk 2P (KD, 2013b). Alle de fire hovedområdene kommer til anvendelse i prosjektet: *Tall og algebra, statistikk, modellering* og *funksjoner i praksis.*

Læreplanen definerer det matematiske begrepet *funksjon* slik: «Ein funksjon beskriv endring eller utvikling av ein storleik som er avhengig av ein annan, på ein eintydig måte» (s.3). I matematikk 1P ligger hovedvekten på lineære funksjoner av formen $f(x) = ax + b$. I tillegg skal elevene undersøke andregradsfunksjoner og finne nullpunkter og ekstremalpunkter. På Vg2 er det flere typer funksjoner som er del av læreplanen, polynomfunksjoner i sin generelle form, rot-, potens- og eksponentialfunksjoner og kombinasjoner av disse. P-matematikken legger mest vekt på den praktiske bruken av faget. Derfor blir det lagt større vekt på bruk av digitale verktøy som Geogebra i arbeidet med funksjoner. Et av kompetansemålene er for eksempel, å finne gjennomsnittlig og momentan vekstfart, men uten at begrepet derivert funksjon blir innført.

I prosjektet jobber en elevgruppe med sinusfunksjonen. Den er ikke del av læreplanen for P-matematikken, men inngår i hovedområdet *geometri* i matematikk 1T (KD, 2013a). I trigonometrien blir sinus innført som forholdet mellom motstående katet til hypotenusen i en rettvinklet trekant. Tilsvarende er cosinus forholdet mellom hosliggende katet til hypotenusen. De trigonometriske funksjonene blir brukt til å gjøre beregninger ved trekanter. Ved hjelp av areal-, sinus- og cosinussetningen kan man beregne vinkler og sidelengder i alle typer trekanter. Ved siden av denne geometriske betydningen egner sinusfunksjonen seg også til modellering av alle typer periodiske bevegelser, slik som for eksempel i musikken lydbølger, gitarstrenger og svingende luftsøyler. De elevene som jobbet med sinusfunksjonen har bare sett på denne praktiske bruken, og ikke på den teoretiske bakgrunnen fra geometrien.

Eksponentialfunksjonen har den generelle formen $f(x) = a \cdot k^x$. Elevene møter denne funksjonen allerede tidlig i skoleåret i forbindelse med prosentvis vekst under hovedområdet *tall og algebra,* men da bare med heltallige eksponenter. Der blir de kjent med regnereglene for potenser, både positive og negative eksponenter og at $a^0 = 1$ for alle positive tall a. Læreplanen omhandler prosentregning, og elevene skal kunne beregne prosentvis vekst eller nedgang etter *n* perioder med en vekstfaktor k ved å multipliserer startverdien med k^n. I avsnittet om funksjoner blir så denne formelen generalisert til å omfatte alle reelle tall som eksponenter.

Det hovedområdet som har spilt den viktigste rollen i prosjektet har vært modellering. Selv om lineær regresjon blir innført på Vg1, så møter elevene temaet modellering først på Vg2 i større grad. Læreplanen definerer det slik:

Modellering er ein fundamental prosess i faget, der utgangspunktet er noko som verkeleg finst. Dette blir beskrive matematisk med ein modell som blir bearbeidd, og resultata av det blir tolka i lys av den opphavlege situasjonen (KD, 2013b, s. 3).

I modellering bruker man altså matematiske metoder på områder utenfor matematikken. Det er en prosess som er viktig for matematikere i mange jobbsammenhenger, men også for eksempel innenfor andre tekniske fag og i kvantitativ forskning. Modellering, slik det blir beskrevet her, blir ofte betraktet som den grunnleggende matematiske prosessen og går også under betegnelsen matematisering (Freudenthal, 1991; OECD, 2015). Det betyr å ta et hverdagsproblem, overføre det til matematikkfeltet, formulere det i matematikkens språk, løse det matematiske problemet og tolke svaret i lys av det opprinnelige problemet. Det er en ganske omfattende prosess, og i skolesammenheng er det ikke ofte at elevene jobber med en fullstendig modelleringsprosess, men heller med enkelte deler.

Hovedområdet statistikk brukte elevene bare for å fremstille enkle søylediagrammer. Derfor går jeg ikke dypere inn i dette området her.

2 Perspektiver på matematikk og matematikkundervisning

2.1 Hva er matematikk?

2.1.1 Filosofiens syn på matematikk

Min erfaring er, at hvis jeg spør elever, hva matematikk er, så er svaret ofte at matematikk, det er å regne oppgaver og å kunne formler. Matematikkundervisningen er ofte lagt opp etter samme lest: vi går gjennom teorien, vi regner et eksempel, elevene jobber med oppgaver som løses på samme måte som eksemplet (Skovsmose, 2003; Mellin-Olsen, 2009). På prøvene kommer det så lignende oppgaver. Noen er kanskje formulert på en annen måte for å skille klinten fra hveten. Det eneste som blir vurdert på denne måten er ferdighetene elevene har tilegnet seg. For mange folk er derfor matematikk ensbetydende med å bruke ferdighetene til å løse algoritmer på en fastsatt måte (Freudenthal, 1991). Men for en profesjonell matematiker er den type oppgaveregning underordnet. Det som er viktig er å utvide gjeldende teorier, utvikle nye teorier, både deduktiv og induktiv, og å utvikle modeller for praktiske problemstillinger, for eksempel innen industri eller forsikring (Schoenfeld, 2007b).

Blant matematiske filosofer peker følgende tre syn på matematikk seg ut:

> *(...) et instrumentelt syn (matematikken utgjør en form for verktøykasse), et platonisk syn (matematikk utgjør første (sic!) og fremst et formelt system) og et konstruktivistisk syn, som går ut på at matematikk er en prosess (...)* (Pehkonen, 2003, s. 157)

Disse tre syn gjenspeiler Aristoteles klassifisering av fag i tre disipliner (Carr & Kemmis, 1986). Produktive disipliner legger vekt på håndverket og ferdigheter, *techne*, der målet er å lage en gjenstand. De teoretiske fagene ønsker å oppnå kunnskap gjennom tankevirksomhet, mens målet med de praktiske fagene er praktisk kunnskap. *Praxis* innebærer refleksiv tenkning. Handlingen skal være sann og rettferdig, og refleksjonen kan føre til en endring av kunnskapsgrunnlaget. I motsetning anvender *techne* den samme ferdigheten uten å måtte reflektere over den.

I antikken var matematikken en del av de frie kunstene, *Artes liberales* Disse var forbeholdt de høyere lagene i samfunnet og de hadde en høyere status enn de praktiske kunstene, *Artes mechanicæ*. Sammenstillingen av de fire disiplinene aritmetikk, geometri, musikk og astronomi, som i middelalderen gikk under navnet *quadrivium*, går tilbake til Pytagoras (Kline, 1953). De var ikke vanlige skolefag, men hørte til filosofiskolene. Over inngangen til Platons akademi skal det ha stått en innskrift om at den som ikke hadde kunnskap til geometrien ikke skulle få komme inn. Også i Norge var en doktorgrad i matematikk, frem til innføringen av tittelen dr. scient. i 1977, en dr.philos.

Overlegenheten av de frie kunstene over de praktiske har holdt seg i underbevisstheten helt til dagens samfunn. Matematikk ble lenge ansett som en akademisk disiplin der tenkingen og logikken er essensen. Det står i sterk motsetning til mange elevers opplevelse av skolefaget i dag. Som jeg skal gå inn senere i dette kapittel, så har praktisk bruk av matematikk og tverrfaglighet funnet sin vei inn i læreplanene for matematikk. Men i hvor stor grad vi finner det igjen i skolens praksis er et annet spørsmål. Ut fra min egen yrkeserfaring gjennom flere år og gjennom denne studien skal jeg komme med noen refleksjoner rundt dette temaet i oppgaven min.

Men hva er så matematikk i skolen i dag? Schoenfeld (2007b) fremhever at matematisk proficiency har flere aspekter, der ferdigheter bare er ett. I tillegg trenger elever å utvikle begrepsforståelse og problemløsningsevne. For å vise til en overordnet forståelse av faget, så må man også utvikle strategier, metakognisjon og holdninger. Schoenfelds syn på matematisk proficiency inngår i rammeverket for oppgaven min. Derfor skal jeg gå nærmere inn på det i avsnitt 2.3.3. Det å utvikle og vurdere alle disse aspektene hos elevene krever en annen tilnærming til undervisningen enn bare ferdighetstrening. Men ofte er begrenset tid, et stort pensumpress og lærernes egen utrygghet på ukjent grunn til hinder for en alternativ diskurs.

2.1.2 Matematikk i skolen

Når jeg gikk på gymnaset i Tyskland fra og med en alder av 10 år, så var det å sette opp matematiske bevis en integrert del av matematikkundervisningen. Fra og med mellomtrinnet møtte vi jevnlig konstruksjonen «Voraussetzung, Behauptung, Beweis». Jeg ble ganske forferdet når jeg hørte at kolleger, som underviser matematikk på videregående har gått gjennom hele skolesystemet, ja til og med lærerutdanningen, uten å høre om matematiske bevis. Den logiske fremgangsmåten i et bevis er for meg noe av det viktigste med faget. Sammenlignet med musikk så ville det være som bare å lære seg noter uten å utøve musikk. Jeg opplever, at det først er da skjønnheten i faget går opp, og at kreativiteten utfordres. En grunn for elevenes snevre syn på hva faget matematikk er ligger kanskje i manglende innsikt fra lærerne. De har aldri lært å heve seg over materien og å se på både seg selv og faget med ørneblikket.

Skolesystemet i Tyskland som jeg er vokst opp med sorterer elevene allerede etter 4.klassen. De som har en akademisk karriere foran seg går på Gymnasium, der de er i 8 eller 9 år. De som ser ut til å være bedre egnet for den yrkesfaglige veien går på Haupt- eller Realschule til de er

15 eller 16 år og begynner i lære i en bedrift etterpå. Matematikken på Gymnasium er preget av den akademiske tenkemåten. For meg har den indre estetikken, altså den platoniske siden av faget, vært utslagsgivende for valg av studieretning.

Når jeg nå jobber som matematikklærer på en videregående skole i Norge med både yrkesfaglige og studieforberedende klasser, ser jeg at skjønnheten av Pytagorassetningen ikke er like relevant for de fleste elever. Det er snekkerregelen (se avsnitt 2.1.3) de har bruk for i livet. Mange elever har mistet tråden i matematikkundervisningen allerede lenge før ungdomsskolen. Mange begynner på videregående med den faste overbevisningen om at matte, det er noe de ikke kan uansett. Når de da lar være å prøve av redsel for å mislykkes enda en gang, så blir denne holdningen til en «self-fulfilling prophecy». For meg som lærer så er den største utfordringen ikke det faglige, men det å skape motivasjon hos elevene og vise fagets relevans.

I følge Læreplanverkets generelle del (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1996) skal skolen forberede elevene til et voksenliv, både som privatpersoner, yrkesaktive og samfunnsborgere. Det gjelder også for faget matematikk, som skal utruste elevene til å kunne bruke matematiske redskaper i dagliglivet. Denne praktiske siden av matematikk har fått mye oppmerksomhet i matematikkdidaktisk forskning de siste tiårene. I engelskspråklig litteratur bruker man begrepene numeracy (Cockcroft, 1982) eller mathematical literacy (OECD, 2003). Cockcroft (1982) fremhever følgende basiskunnskaper som viktige i voksenlivet:

> *(...) we would include among the mathematical needs of adult life the ability to read numbers and to count, to tell the time, to pay for purchases and to give change, to weigh and measure, to understand straightforward timetables and simple graphs and charts, and to carry out any necessary calculations associated with these (s. 10).*

Det er vanskelig å oversette begrepene, og de blir ofte brukt på engelsk, også i norsk faglitteratur. Kjært barn har mange navn og noen av disse er folkematematikk (Mellin-Olsen, 1987), matematisk hverdagskompetanse (Wedege, 2005), gatematematikk (Nunes, Schliemann & Carraher, 1993) og etnomatematikk (D'Ambrosio, 1985). Jeg vil i de følgende avsnittene gå inn på noen av disse forskningsområdene og se på hva de har å si for matematikkundervisningen.

2.1.3 Kulturbasert matematikk

Når Kline (1953) for over 60 år siden kunne skrive at matematikken etter den greske kulturens nedgang falt i en 1000-årig søvn, så gjør han det utfra et navlebeskuende vestlig kulturperspektiv.

Men uten de indiske sifrene og algebraen fra den arabiske verdenen hadde den europeiske matematikken kanskje ikke våknet av sin tornerosesøvn. Som følge av interessen for matematikken i andre kulturer ble det på 70-tallet etablert et eget fagfelt, etnomatematikken (Greer, Mukhopadhyay, Powell & Nelson-Barber, 2009; D'Ambrosio, 1985 og 1997). Utgangspunktet var å undersøke matematikkulturen til innfødte og kolonialiserte folkeslag. Bevisstgjøringen av at matematikken ikke er et fast sett av urokkelige regler, men at mennesker utvikler den i sin kultur, har ført til en større anerkjennelse av at det finnes flere «matematikker».

Etnomatematikken inneholder i dag ikke bare matematikkulturen til minoritetsgrupper, som for eksempel forskning på matematikk i den samiske befolkningens tradisjonelle kultur her på Nordkalotten (Fyhn et.al., 2015 og Fyhn, Dunfjeld, Aagård, Eggen & Larsen, 2015). Faget ser også på såkalt «gate matematikk» (Nunes et.al., 1993) i motsetning til skolematematikken. Altså matematikk i dagliglivet og i jobbsammenheng. Etnomatematikken har et kritisk blikk på hvordan den sosiale, kulturelle og politiske konteksten bidrar til definisjonen av matematikk. Den setter også fingeren på gapet mellom skolematematikken og den matematikken elevene trenger i sine liv.

Et viktig formål med etnomatematikken har vært å forbedre undervisningen av faget. Lærere skal bli bevisste at elevene har med sin egen kultur som også preger hvordan de håndterer matematikken. Et eksempel har jeg selv opplevd i en prøve i geometri i matematikk 1P for noen år siden. Spørsmålet var om en garasje som er 4m lang, 3 m bred og som har en diagonale på 5 m er rettvinklet. Istedenfor å bruke Pytagorassetningen på samme måten som vi hadde gjort det i timene, så svarte en elev: «Jo, den er rettvinklet, fordi snekkerregelen er 3-4-5». Jeg valgte å gi eleven full uttelling siden han brukte erfaringsbasert matematikk i en praktisk situasjon, og oppgaveteksten krevde ikke bruk av Pytagoras. Men det spørs hvordan en sensor på en eksamen hadde vurdert svaret.

D'Ambrosio (2001) fremhever den kulturelle betydningen av matematikken. Han påstår at kulturbasert matematikk bidrar i større grad til å ta vare på elevenes kulturelle verdighet og til å forberede dem til de kravene som samfunnet stiller når de skal ut i arbeidslivet. Som mange andre (Edvardsen, 1998; Artigue & Blomhøi, 2013; Skovsmose, 2003) kritiserer han at skolematematikken har lite med elevenes dagligliv å gjøre. Kunnskapen er instrumentell og den blir fort glemt igjen når den ikke er i bruk lenger. Han foreslår at «(s)tudents should be encouraged to construct personal mathematical understandings and be able to explain their work» (D'Ambrosio, 2001, s.

309). Dette er kjernen av prosjektet i denne oppgaven. Elevene på musikklinja skulle selv finne matematiske sammenhenger i faget musikk og legge frem for sine medelever.

2.1.4 Matematikk – det er noe jeg ikke kan

Wedege forsker på voksnes læring av matematikk, og hun er særlig interessert i hvorfor mange vegrer seg for å lære faget eller har så lite selvtillit til egen mestring av matematikk (Wedege, 2002; Evans & Wedege, 2006).

Folks forhold til matematikk har tre sider: en kognitiv som er opptatt av det rent faglige, en affektiv som innbefatter følelser, holdninger og motivasjon og en sosial eller sosiokulturell som ser på læringskonteksten. Matematikk kan være både vitenskap, et sosialt fenomen eller skolefaget. Hva folk ser på og tolker som matematikk trenger ikke være det samme. Motstand mot matematikk blir ofte forklart med mangel på motivasjon, og det har derfor en stor affektiv dimensjon. Evans & Wedege (2006) samler voksne studenters negative holdning til faget matematikk i tre typiske utsagn:

- *Jeg er ikke her for å lære matematikk*
- *Matematikk – det er det jeg ikke kan*
- *Nei, jeg bruker ikke matematikk i arbeidet mitt (s. 33-34)*

Til tross for utsagnene viser det seg ofte at de voksne bruker mye matematikk i arbeidet, og de klarer det som oftest veldig bra. Situasjonskonteksten i arbeidet er en annen for matematikk enn i et klasserom. Når man skal løse et matematisk problem i jobben, så er diskusjon og samarbeid viktig. Man bruker ikke nødvendigvis en fast bestemt algoritme, men må tilpasse fremgangsmåten til problemet fra gang til gang. Det er ikke selve den matematiske løsningen som er målet, men det praktiske som kommer ut av det, for eksempel en vare eller et prisforslag. Siden det er noe helt annet enn folk er vant til fra skolebenken, så definerer mange dette ikke som matematikk. Wedege (2002) kaller slikt for uoppdaget matematikk – hvis jeg kan noe og bruker det, så er det ikke lenger matematikk. Matematikk er bare det jeg ikke ennå kan.

2.2 Undervisningstradisjoner i matematikk

Både i pilotprosjektet og masterprosjektet mitt foregår undervisningen i det som Skovsmose (2003) kaller for undersøkelseslandskap. Ved denne type undervisning skal elevene selv finne frem til problemstillinger og løsningsstrategier. I motsetning står oppgaveparadigme, der elevene skal løse ferdig formulerte oppgaver. I undersøkelseslandskapet er læreboka lagt bort, med de fordelene og ulempene dette fører med seg, og læreren blir en mentor for elevene. I dette kapitlet vil jeg beskrive noen av de overordnede læringsteoriene og undervisningsteorier innenfor matematikk som prosjektet er bygget på. Jeg går inn på viktige utviklinger i dagens skolepolitikk og didaktisk forskning, som gjør dette prosjektet viktig for meg – og forhåpentligvis for flere.

2.2.1 Overordnete didaktiske teorier

Av didaktiske teorier er det Piagets konstruktivisme, men enda mer Vygotskys sosiokulturelle læringsteori som danner grunnlaget for prosjektet (Lyngsnes & Rismark, 2007; Strandberg, 2008). Piaget beskriver hvordan barn konstruerer sin egen kunnskap gjennom assimilasjon og akkomodasjon av sine kognitive skjema. Motivasjon for læring oppstår når det ikke lenger er likevekt mellom egne skjema og erfaringer. Vygotsky har sterkt fokus på den sosiale settingen læringen foregår i. Det sosiale fellesskapet, samarbeid, interaksjon og språklig aktivitet er viktige faktorer for læringen. Læreren bygger et stillas for elevene, slik at de selv kan videreutvikle seg. Strandberg (2008) sammenfatter Vygotskys teori om interaksjon med

> *«(…) at det menneskelige dialogiske møtet er en sjelden fruktbar kraftkilde, at meningsfull interaksjon er all lærings grunnlag, og at asymmetriske, men jevnbyrdige, relasjoner kan skape utviklingssoner». (s. 69)*

Forankringen i det sosiale fellesskapet gjør kunnskapen til en del av en felles kultur. Vygotsky påpeker at kulturelle verktøy bidrar til vår tenkning og læring.

> *«Kunnskap er utviklet i et sosialt fellesskap der den anvendes, og menneskene tilegner seg kunnskapen gjennom å delta i det sosiale fellesskapet. På denne måten er kunnskap skapt, forankret og distribuert i kulturen.» (Lyngsnes & Rismark, 2007, s. 70)*

Elevene på musikklinjen har en felleskultur i musikken. Musikken bruker symbolske verktøy som noter og fagspråk og elevene har en felles referanseramme i musikken. I prosjektet ønsker jeg å se på hvordan elevene kan bruke musikkulturen og dens verktøy innenfor matematikken.

Vygotsky står i en lignende tradisjon som Dewey. Dewey legger vekt på elevaktivitet og egne erfaringer, bygget på elevenes interesser. Men like viktig er refleksjon rundt handlingen. Dewey definerer det å tenke reflekterende som «active, persistent, and careful consideration of any belief or supposed form of knowledge in the light of the grounds that support it, and the further conclusions to which it tend" (1910, s. 6). Det som er i fokus er altså relasjonen mellom kunnskap og handling.

Dewey var samfunnsengasjert og så på skolen som den viktigste demokratiske institusjonen. Hovedoppgaven for skolen er å bidra til utviklingen av demokratiet. I sine tidlige tekster (Dewey, 1903) kritiserte han skolesystemet for å være udemokratisk. Vi trenger en utdanning som bidrar til å danne individer med kreativ intelligens som i felleskap tjener demokratiet. Han kritiserte også skille mellom kultur og arbeid i utdanningen. Yrkesutdanning og allmennutdanning er for langt fra hverandre. Han ivret for en mer moderne allmennutdanning for alle som bidrar til demokratiseringen (Dewey, 1906).

Mange undervisningsteorier innen matematikkdidaktikk bygger på problemløsning som læringsstrategi i motsetning til instrumentell læring. Det er viktig innen problemløsende matematikkundervisning at det er et samarbeid blant elevene og at de får stille spørsmål selv. Artigue & Blomhøi (2013) påpeker at det å koble aktiviteter som hører til utenfor skolen til læring i skolen kan bidra til økt motivasjon hos elevene. Jeg vil i det følgende beskrive to teoretiske tilnærminger, som er relevante for prosjektet: Realistic Mathematics Education (RME) og Anthropological Theory of Didactics (ADT). I tillegg går jeg inn på begrepet didaktisk kontrakt, som går tilbake til Brousseau (Warfield, 2006).

2.2.2. Realistic Mathematics Education

RME ble utviklet på 1970-tallet i Nederland av Freudenthal. Den bygger på synet på matematikk som en menneskelig aktivitet. Undervisningen skal kobles til det virkelige livet, og elevene skal «gjenoppfinne» matematikken ved å gjøre den selv. Freudenthal skiller mellom en horisontal og en vertikal matematisering. I den horisontale bruker man matematiske verktøy til å løse problemer fra det virkelige livet, i den vertikale går man dypere inn i den matematiske symbolverdenen (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000; Freudenthal, 1991). Freudenthal står dermed i tradisjonen til Deweys pedagogikk. Ved å knytte matematikken til virkeligheten skal faget oppleves som relevant. Modeller fra virkeligheten kan være med å bygge en bro fra den uformelle til den formelle matematikken. Samarbeid, sosial aktivitet og å dele kunnskap er viktige faktorer. Som hos Vygotsky spiller læreren en rolle som stillasbygger som følger elevenes læring med et kritisk blikk.

2.2.3 Anthropological Theory of Didactics

ADT er en nyere teori som bygger på lignende prinsipper. Den ble utviklet i Frankrike på 2000-tallet av Chevallard og bygger på tverrfaglige prosjekter på videregående skoler. Også ADT vektlegger matematikken som en menneskelig aktivitet, den skal undersøke verdenen vi lever i. Teorien skiller mellom åpne og lukkede aktiviteter. Mens de lukkede skal føre elevene frem til konkrete matematiske svar, så har de åpne hverken fasitsvar eller en nøyaktig plan. Veien blir til mens man går og elevene skal selv finne spørsmålene de vil undersøke. (Artigue & Blomhøi, 2013)

2.2.4 Didaktisk kontrakt

Det å være elev betyr å ha en spesiell rolle i skolehverdagen. Det er knyttet regler, forventninger og forpliktelser til denne rollen, både av eleven selv og av de rundt ham, medelever, lærere eller foreldre. Som ved mange slike roller vi alle spiller i livet, er reglene ikke nedskrevet, men de er ubevisste og blir videreført av samfunnet. Brousseau (Brousseau & Warfield, 1999; Warfield, 2006) definerte begrepet didaktisk kontrakt for forholdet mellom lærer og elev i en undervisningssituasjon. Den beskriver vekselvirkningene mellom de to og de forskjellige typer atferd som eleven forventer av en lærer og som læreren forventer av en elev. Kontrakten er ubevisst, og vi legger stort sett bare merke til den når den blir brutt. Det kan være læreren som synes at eleven ikke prøver hardt nok å løse et problem. Eller det kan være eleven som synes han har fått en uløselig eller irrelevant oppgave. Underforstått er det, at det er lærerens jobb å finne oppgaver med en passende vanskelighetsgrad som passer til pensumet eleven arbeider med.

En annen viktig faktor for matematikkundervisningen, som gjerne ligger skjult, er såkalte oppfatninger (Pehkonen, 2003). Vi har alle oppfatninger av hva matematikk er, hvordan den skal læres og undervises og om vårt personlige forhold til faget. Både elevers, læreres, lærebokforfatteres og foreldres oppfatninger av skolematematikken påvirker undervisningen. Frank (1988, sitert etter Pehkonen, 2003) har blant annet observert følgende oppfatninger som vanlige hos elever:

- *Matematikk er regning*
- *Matematiske problemer bør løses raskt i bare noen få trinn*
- *Målet med matematikkstudiet er å få det «riktige svaret» (s. 160)*

Oppfatningen og læringen av matematikk går hånd i hånd. Oppfatningen er som et filter som styrer elevens tanker og handlinger i faget. En negativ eller snever oppfatning kan hindre god læring i matematikk. Tidligere negative erfaringer kan her også spille en viktig rolle.

2.3 Teoretisk rammeverk

Jeg analyserer i denne oppgaven matematikken som mine elever presenterer i prosjektet. Rammeverket for det er to definisjoner av matematisk kompetanse. På den ene siden bruker jeg Niss underdeling av matematisk kompetanse i åtte delkompetanser (Niss & Jensen, 2002). Jeg vil se på hvilke deler av kompetansen hver gruppe får vist. For å få frem et alternativt perspektiv drøfter jeg så resultatene med tanke på Schoenfelds syn på matematisk kompetanse (2007b). Schoenfeld deler ikke kompetansen inn i faglige underkategorier som Niss, men han ser på fire generelle aspekter ved matematisk kompetanse.

2.3.1 Niss matematiske kompetanser

I 2000 ble det i Danmark nedsatt et utvalg av Naturvidenskabeligt Uddannelsesråd og Undervisningsministeriet for å se på den fremtidige matematikkundervisningen. Utvalget under ledelse av Mogens Niss, professor ved Roskilde Universitetscenter i matematikk og matematikkdidaktikk, leverte sin rapport i 2002 under tittelen *KOM – Kompetencer og matematikklæring* (Niss & Jensen, 2002). Den viktigste fornyelsen utvalget anbefaler, er å gå bort fra den tradisjonelle pensumtenkningen i læreplanene, og heller bruke matematiske kompetanser for å beskrive faget matematikk. Det er disse kompetansene som danner grunnlaget for min analyse av elevenes arbeid.

Et av utvalgets kritikkpunkt er at for stort fokus på pensumlistene, både i undervisningen og ikke minst i vurderingen av elevene, fører til at faglighet identifiseres med pensumbeherskelse. Men faglighet er mye mer enn bare det å kunne et bestemt pensum. Også sammenligningen av forskjellige læreplaner og forskjellige nivåer blir veldig snevert om det bare er selve pensumet som ligger til grunne.

I rapporten har utvalget videreutviklet kompetansebegrepet til å kunne bli et helt nytt fundament for fremtidige læreplaner i matematikkfaget på alle nivåer, fra grunnskolen til lærerutdanningen på universitetet. I følge rapporten består matematisk kompetanse «i at have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at inngå» (s. 43). Denne generelle kompetansen blir så delt i åtte knutepunktkompetanser, som overlapper hverandre og som deles inn i to hovedkategorier. Kategorien Å *spørre og svare i og med matematikk* består ifølge rapporten av følgende fire kompetanser: *Tankegangskompetanse, problembehandlingskompetanse, modelleringskompetanse* og *resonnementskompetanse*. Kategorien *Å omgås språk og redskaper i matematikk* inneholder *representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, kommunikasjonskompetanse* og *hjelpemiddelkompetanse*.

Alle de åtte kompetansene har en dual karakter, dvs. de har en *produktiv* side, der eleven bruker kompetansen aktiv, og en *undersøkende* side, som handler om å forstå og analysere. For eksempel så består *representasjonskompetansen* både av det å forstå forskjellige representasjoner av matematiske objekter (som for eksempel graf – tabell – funksjonsuttrykk) og å kunne bruke disse forskjellige formene. Kreativitet er ikke en egen kompetanse, men den inngår i de produktive sidene ved alle åtte kompetansene.

2.3.2 Vurdering av kompetansene

En persons kompetanse utviser tre dimensjoner, som Niss betegner som dekningsgrad, aksjonsradius og teknisk nivå. Dekningsgraden sier noe om hvilke aspekter av kompetansen som er dekket hos en person, aksjonsradius omfatter sammenhengene og situasjonene der man kan bruke kompetansen og det tekniske nivået til en kompetanse sier noe om det matematikkfaglige nivå man mestrer innenfor en kompetanse.

I forskjellige typer matematiske aktiviteter viser eleven forskjellige typer kompetanser. En slik aktivitet kan analyseres med tanke på hvilke kompetanser den inneholder. Skolens oppgave er å vurdere hele kompetansespekteret til en elev. Derfor er det viktig å ha aktiviteter og vurderinger i undervisningen, der eleven kan vise alle kompetansene samt progresjonen i kompetansene i alle de tre dimensjonene.

Tradisjonelt er det mest individuelle skriftlige og muntlige prøver som blir brukt til vurdering i den danske skolen. Det samme gjelder også om forholdene i den norske skolen i dag. Dette begrenser hvilke kompetanser og deres aspekter som samlet blir vurdert hos en elev. I skriftlige prøver kommer *tankegangs*- og *modelleringskompetansen* ofte for kort, i muntlige mangler ofte *modelleringskompetansen*. Elevene kan derimot vise alle kompetansene, og spesielt modelleringen i prosjektarbeid. Det er særlig de sidene av kompetansene som viser oppfinnsomhet og fordypning og som er tidskrevende, som kommer for kort. Utvalget ser et stort behov for å utvikle nye prøveformer, der det i tillegg til de vanlige spørsmål av typen «Vis at …», «Finn …» også kommer spørsmål av typen «Undersøk …», «Formuler en hypotese …» (s. 131).

2.3.3 Matematisk proficiency

Hovedtemaet innen matematikkdidaktisk forskning er i følge Wedege (2002) hvordan folk lærer matematikk. Og denne læringsprosessen har tre analytiske dimensjoner: en kognitiv, en følelsesmessig og en sosial dimensjon. Niss' åtte matematiske kompetanser dekker bare den kognitive dimensjonen av elevenes matematikklæring i min studie. Ved å dra inn Schoenfelds (2007b) forståelse av matematisk proficiency ønsker jeg å belyse også andre sider av elevenes kompetanser, enn de som bare handler om kunnskap.

I løpet av de siste par generasjonen har skolen skiftet fokus fra å være mest opptatt av pugging til å legge vekt på hvordan kunnskap anvendes (Schoenfeld, 2007b). For eksempel så er undervisning i fremmedspråk i dag ikke lenger bare gloseprøver, grammatikk og litteratur, men også samtaler og tekster fra dagliglivet. Noe lignende gjelder for matematikken. Faktabasert kunnskap som gangetabellen og formler i geometri er fortsatt viktige. Men idealet er at elevene også skal kunne vise hvordan de bruker denne kunnskapen i nye sammenhenger og om de kan koble den til problemstillinger i andre fag. En profesjonell matematiker blir ofte konfrontert med problemer som det kan ta lang tid å løse. For å klare det, må man ha utviklet gode strategier, være utholdende og kreativ ved å finne alternative tilnærminger. Og man må ha tro på at det er mulig å finne en løsning. Disse aspektene ved faget bør allerede introduseres tidlig i skolen, slik at elevene utvikler mer enn bare ferdigheter.

En annen siden av matematisk proficiency, ved siden av å ha grunnleggende kunnskaper er altså å utvikle strategier til å løse problemer. Schoenfeld viser til National Research Council sin definisjon av en slik strategisk kompetanse: «evnen til å formulere, representere og løse matematiske problemer» (s. 64, min oversettelse). Problemløsing som matematisk fagområde går tilbake til Pólya (1945), som beskriver flere strategier for å håndtere et matematisk problem. Eksempler på dette er å bruke analogier eller generaliseringer, omformulere et problem, utnytte løsninger på beslektete problemer eller å rulle opp et problem bakfra.

Et høyere nivå på proficiency representerer metakognisjonen. Det betyr, at man klarer å reflektere kritisk over det man gjør og kan spørre seg selv, om det man gjør er fornuftig og hensiktsmessig. Jeg opplever ofte at elever gir opp å løse en oppgave, fordi den måten de har valgt å angripe den fungerer ikke. Denne manglende refleksjonsevnen hindrer effektiv problemløsning. Elevene kan lære den ved å bevisstgjøre seg sine strategier og bli mer selvkritiske.

Det siste aspektet som Schoenfeld beskriver er elevers holdninger til og oppfatninger om faget. Slike holdninger oppstår stort sett av møtet med matematikken på skolen. Han viser til forskning som har dokumentert bl.a. følgende typiske oppfatninger av elever:

- *Matematiske problemer har nøyaktig et riktig svar.*
- *Det finnes en måte å komme frem til rett løsning – slik som læreren viste det i et eksempel*
- *Matematikk er noe man gjør alene.*
- *Når jeg har forstått matematikken vi holder på med i timen, da kan jeg løse alle oppgavene i løpet av maks fem minutter.*

- *Skolematematikken har lite eller ingenting med det virkelige livet å gjøre (Schoenfeld 2007b, s. 70-71)*

Som nevnt i avsnitt 2.2.4, så spiller slike holdninger en viktig rolle ikke bare for elevenes motivasjon for faget, men også for hvordan de angriper et matematisk problem.

2.4 Aktuelle utviklinger i dagens skole-Norge

Matematikkundervisningen på videregående skole har i dag ofte et stort fokus på eksamen. Målet med undervisningen er at elevene skal være best mulig forberedt til en eventuell eksamen. Derfor bruker man mye tid på innøving av spesielle typer oppgaver og algoritmer. Den instrumentelle matematikkunnskapen (Solvang, 1992; Skemp, 1976) står i forgrunnen, og man ser faget i liten grad i sammenheng med andre skolefag. Mellin-Olsen (2009) kaller en slik undervisning for oppgavediskurs med referanse til Foucaults diskursbegrep (Mellin-Olsen & Lindén, 1996). Kunnskap står her i sammenheng med maktforhold og maktutøvelse. Skolens institusjonelle ramme styrer ikke bare ytre fakta som klassestørrelse og timetall, men også læreres valg av undervisningsform, her oppgavediskursen (s. 95). Det står i sterk kontrast til mange skolepolitiske dokumenter og forskningsrapporter fra de siste årene.

2.4.1 Læreplanverkets syn på matematikk – før og nå

Læreplanverkets generelle del ble laget til Læreplanverket fra 1997, L97, (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996) og tatt med uforandret når det i forbindelse med Kunnskaps-løftet i 2005 ble innført nye læreplaner for fag. Et eget avsnitt er viet *Det skapende menneske*, der barns nysgjerrighet og deres kreative evner er i fokus. Læreplanen beskriver tre tradisjoner for opplæring, som det er viktig å bevare i alle fag: praktisk virke og læring gjennom erfaring, teoretisk utvikling, kulturell tradisjon.

> *Felles for de tre tradisjonene er at de føyer sammen menneskenes evner til å skape og oppleve. (…) Ved allsidig anskueliggjøring av alle tre tradisjoner fremmes en harmonisk personlighets-utvikling. Derfor må opplæringen trene blikket og øve sansen for de opplevelsesmessige sidene ved alle fag: (…)at innsikter kan gis en vakker form, enten det er ved språklig drakt eller ved oppstillingen av en formel. (s. 24)*

Kreative evner er ikke bare viktige innenfor estetiske fag, men også for vitenskapen. «Viten-skapelig arbeidsmåte utvikler både kreative og kritiske evner, og er innen rekkevidde for alle» (s. 24). I L97 kom i større grad den alternative diskursen istedenfor oppgavediskursen til uttrykk innenfor matematikkfaget.

Fra dagliglivets erfaringer, lek og eksperimentering bygges det opp og videreutvikles begreper og fagspråk. (...) Elevene konstruerer selv sine matematiske begreper. For denne begrepsdannelsen er det nødvendig å vektlegge samtale og ettertanke. Utgangspunktet bør være meningsfylte situasjoner, og oppgaver og problemer bør være realistiske slik at de virker motiverende på elevene. (s. 153-155)

Men i praksis har det vist seg ikke å fungere slik. Lærerne fortsatte å bruke for det meste oppgavediskursen i sin undervisning. (Haug, 2003; Skiple, 2005a). I den nye læreplanen for matematikk fellesfag fra 2005, revidert i 2013 (KD, 2013a) er begge diskursene tydelige. I formålet for faget heter det at «Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktivitetar og ferdigheitstrening» (s. 2). I oppgavediskursen holder elevene på med ferdighetstrening, mens det utforskende, lekende, kreative og problemløsende ligger innenfor den alternative diskursen.

Kunnskapsløftet lister ikke lenger opp mange konkrete hovedmomenter for hvert klassetrinn, men beskriver kompetansemål etter noen utvalgte trinn. Alle læreplanene begynner med en beskrivelse av fagets hovedområder og dets fem grunnleggende ferdigheter. Disse grunnleggende ferdigheter som skal gjennomsyre all undervisning er: muntlige ferdigheter, å kunne lese, å kunne skrive, å kunne regne og digitale ferdigheter. Jeg går mer detaljert inn i læreplanene for både musikk og matematikk på Vg1 og Vg2 i kapittel 2.5.

2.4.2 Fremtidens skole

Nå, i 2017, er vi enda en gang på vei mot nye læreplaner. I 2013 utnevnte Kunnskapsdepartementet et utvalg under ledelse av Sten Ludvigsen som skulle «vurdere grunnopplæringens fag opp mot krav om kompetanse i et fremtidig samfunns- og arbeidsliv» (Norges offentlige utredninger NOU 2015:8, 2015, s. 3). I 2015 publiserte Ludvigsenutvalget sin rapport *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser* (NOU 2015:8, 2015). Den bygger i stor grad på Niss' kompetansebegrep. Utvalget foreslår fire kompetanseområder for fremtidens skole:

- *Fagspesifikk kompetanse*
- *Kompetanse i å lære*
- *Kompetanse i å utforske og skape*
- *Kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta (s. 11)*

Rapporten legger vekt på at undervisning ikke bare skal være ferdighetstrening, men også bestå av utforskende, lekende, kreative og problemløsende aktiviteter. Altså de formuleringene som vi allerede møtte i Kunnskapsløftet, men som ennå ikke er forankret sterkt nok i praksisen. Nysgjerrighet er i følge rapporten en viktig egenskap for fremtidens samfunn, dvs. «å ha evne til undring og (…) evne til å utforske, undersøke og stille spørsmål ved etablerte sannheter» (s. 31).

Et annet viktig begrep i rapporten er dybdelæring. Det er ikke nødvendig at alle lærer alt. Minst like viktig for utviklingen av kompetansen er det at elevene får muligheten til å gå dypere inn i enkelte områder. Det vil bl.a. bidra til at de «lettere kan overføre læring fra ett fag til et annet» (s. 11). I sin omtale av fellesfagene foreslår utvalget

> *… at fellesfagene i større grad enn i dag kan åpnes mot de ulike utdanningsprogrammene og gjøres mer relevant, særlig for de yrkesfaglige retningene. Læreplanene i fellesfagene kan utvikles slik at de støtter bedre opp om kompetansemålene i programfagene enn slik det er i dag, og på den måten bidra til å motivere elevene for læring i alle fag. (s. 55)*

Koblingen mellom programfag og fellesfag er altså ikke bare forbeholdt yrkesfaglige retninger (se avsnitt 2.4.5 om FYR). Rapporten støtter også opp under at det kan skje i andre utdanningsprogram, som for eksempel MDD. Rapporten foreslår å gå bort fra begrepet *grunnleggende ferdigheter* og heller bruke kompetansene. Begrepet *matematisk kompetanse* eller *mathematical literacy* dekker mye bedre det allmenndannende og tverrfaglige aspektet enn *regning*.

Matematikk blir brukt som et eksempel på hvordan fagfornyelsen kan se ut. I følge rapporten har matematisk kompetanse fem komponenter: *Forståelse, Beregning, Anvendelse (strategisk tankegang), Resonnering* og *Engasjement* (s. 57), en definisjon som går tilbake til Kilpatrick, Swafford og Findell (2001). I avsnitt 5.3.1 i drøftingen går jeg nærmere inn på hvordan denne definisjonen samsvarer med kompetansedefinisjonen som danner rammeverket for min oppgave.

2.4.3 Fagfornyelse og dybdelæring

På grunnlag av Ludvigsenutvalgets rapport vedtok Stortinget i 2016 Meldingen til Stortinget 28 *Fag-Fordypning-Forståelse. En fornyelse av Kunnskapsløftet* (Meld. St. 28, 2015-16), (KD, 2016a). Den tegner et bilde av hvordan politikerne ser for seg skolen i fremtiden. Meldingen er positiv til mange av ideene i rapporten, blant annet trekker den frem kompetansene og dybdelæring. Den viser til nyere forskning, der dybdelæringens betydning for utvikling av kompetanse blir fremhevet. «For at elevene skal utvikle kompetanse som er relevant for dem på ulike arenaer, er det viktig at de kan anvende kunnskaper og ferdigheter fra ulike fag i sammenheng» (s. 28). Tverrfaglighet er altså en viktig bærebjelke for fremtidens læringsmiljø.

«Typiske tegn på dybdelæring er at elevene utvikler god og varig forståelse, og at de greier å bruke det de har lært fra én situasjon eller sammenheng til en annen, og greier å bruke kunnskap og ferdigheter til problemløsing i både kjente sammenhenger, og i nye og ukjente» (s. 33).

Tidligere læreplaner har ikke lagt tilstrekkelig til rette for dybdelæring. Ofte er det for mange læreplanmål, slik at det er overflatelæringen som er dominerende. Departementet anbefaler derfor en bedre balanse mellom bredde og dybde i fremtiden.

Meld. St. 28 (2015-2016) foreslår tre tema som skal gjennomsyre fornyelsen av fagene og invitere spesielt til tverrfaglig arbeid: *Demokrati og medborgerskap, Bærekraftig utvikling* og *Folkehelse og livsmestring.*

Som en oppfølging av Meld. St. 28 (2015-2016) presenterte Kunnskapsdepartementet (2017a) i februar 2017 et strategidokument som beskriver og tidfester de ulike fasene av fagfornyelsen. I innledningen blir det fremhevet at «fagfornyelsen skal gi skolefag med relevant innhold og sammenheng mellom fag» (s. 5). De nye læreplanene skal legge bedre til rette for dybdelæring. Grunnlaget for de nye læreplanene er følgende kompetansedefinisjon:

Kompetanse er å tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning. (s. 5)

Et utkast til ny overordnet del av læreplanverket ble sendt ut på høring i mars 2017 (Kunnskapsdepartementet, 2017b). I den første delen, *Opplæringens verdigrunnlag*, finner vi et avsnitt om skaperglede, tilsvarende *Det skapende menneske* i L97. Det fremhever også barns nysgjerrighet og skaperkraft, men er mye kortere og viser ikke lenger til de tre opplæringstradisjonene. Høringsutkastet bruker samme definisjon av kompetanse som strategidokumentet. Begrepet dybdelæring går igjen, særlig i avsnittet om *Prinsipper for læring og utvikling*.

Kompetanse utvikles gjennom refleksjon og faglig fordypning som skolen må gi rom for. Skolen skal tilrettelegge for dybdelæring slik at elevene over tid utvikler forståelse av sentrale ideer og sammenhenger innenfor et fag, og slik at de lærer å bruke faglige kunnskaper og ferdigheter på relevante, kreative og kyndige måter. (s. 10)

Det er altså skolen som har ansvar for at dybdelæring kan være en del av timeplanen. Dokumentet fremhever også viktigheten av at elevene lærer å lære. Derfor er utviklingen av gode holdninger, læringsstrategier og refleksjon viktige. Tverrfaglighet kan være en god vei for å oppnå dette.

Det bidrar til dybdelæring når elevene ser sammenhenger mellom kunnskapsområder, og behersker relevante kommunikasjonsformer for å tilegne seg, dele og forholde seg kritisk til ulike former for kunnskap.(s. 12)

De tre tverrfaglige temaene som ble foreslått i Stortingsmeldingen er også tatt med her. Dokumentet presiserer at «Arbeidet med temaene krever derfor at skolen legger til rette for faglig dybdelæring, og at kunnskap fra ulike fag forsterker hverandre. Målet er at elevene lærer å bli utforskende, innovative og i stand til å finne ansvarlige og bærekraftige løsninger» (s. 13).

2.4.4 Nasjonale og internasjonale matematikktester

I løpet av de siste 20 årene har det blitt innført flere tester, både på nasjonalt og på internasjonalt nivå, som norske elever på forskjellige alderstrinn må delta i. Jeg vil her beskrive hvordan noen av testene bruker de åtte kompetansene utviklet av Niss (2003) i sitt rammeverk.

PISA-testene (Programme for International Student Assessment) er blitt gjennomført hvert 3.år siden 2000. PISA tester 15-åringers kunnskap i lesing, matematikk og naturvitenskap. Det går på omgang hvilket av de tre fagene som har hovedfokus, og i 2003 var det for første gang matematikk. I motsetning til TIMSS-testene (Trends in International Mathematics and Science Study) blir eleven ikke testet i et konkret skolepensum, men i det som kalles «reading, mathematical and scientific literacy» (OECD, 2003, s. 11). Elevene skal vise at de har tilegnet seg kunnskaper og ferdigheter til å løse problemer de kan møte i voksenlivet. «Students cannot learn in school everything they will need to know in adult life. What they must acquire is the prerequisites for successful learning in the future" (s. 12). Mathematical literacy defineres i rammeverket fra 2003 slik:

Mathematical literacy is an individual capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgements and to use and engage with mathematics in ways that meet the need of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen. (s. 15)

For å teste denne mathematical literacy og hvor godt egnet elevene er til voksenlivets utfordringer, så ser PISA på elevenes evne til å matematisere. Matematisering, eller modellering, er en vanlig fremgangsmåte, både for matematikere, men også for veldig mange folk i jobber som på første blikk ikke har så mye med matematikk å gjøre. I en to-timers individuell prøve er det vanskelig å teste en prosess som i det virkelige livet ofte er langvarig og blir løst i et fellesskap. Derfor kan oppgavene i PISA bare teste enkelte deler av matematiseringsprosessen om gangen. De er ordnet i disse tre kategoriene, som til sammen utgjør matematiseringsprosessen:

- *formulating situations mathematically*
- *employing mathematical concepts, facts, procedures and reasoning*
- *interpreting, applying and evaluating mathematical outcomes (OECD, 2015, s. 66)*

For å klare å matematisere trenger elevene flere matematiske kompetanser, der PISA har valgt å bruke de åtte kompetansene utviklet av Niss (2002). Rammeverket legger vekt på at det alltid er bruk for flere kompetanser til å løse et problem, og at det ville føre til en unødvendig oppdeling å analysere hver enkel. Derfor har testen ikke som mål å vise nivået på hver av de åtte kompetansene for hver elev.

I rammeverket for PISA 2015 (OECD 2015) er kompetansene endret til sju evner. Disse stemmer for det meste overens med de åtte kompetansene. *Tankegangs- og resonnementskompetansene* er slått sammen til en evne, og Modelleringskompetansen går nå under navnet *Matematisering*, begrepet som i det tidligere rammeverket ble sett på som selve grunnlaget for mathematical literacy.

Niss' kompetanser ble også brukt til å lage vurderingsskjema for de nasjonale prøvene i matematikk, som har blitt gjennomført siden 2004. Høines & Rangnes (2004) stiller seg kritiske til at slike kompetanser skal kunne måles i tester. De mener at observasjon i den daglige undervisningen er en bedre måte å vurdere elevers kompetanser. De trekker spesielt frem viktigheten av å jobbe med matematikk i meningsfylte kontekster. «Kompetansen en trenger her kan ikke måles i tester. For å dokumentere kompetanser i slike kontekster må en observere. Observasjonene er lærerne de nærmeste til å gjøre» (s. 42). Det er derfor det passer godt å bruke observasjon som metode i det prosjektet jeg har gjennomført.

2.4.5 FYR-prosjektet

Arbeidsgruppen «Matematikk for alle!» ble i 2009 oppnevnt for å utrede matematikkfagets fremtid og for å se på fagets relevans for elevene. I sin rapport (KD, 2010) skriver de:

> *I flere sammenhenger har det kommet fram at elevene innenfor yrkesfagene ikke ser verdien av matematikkfaget i sammenheng med yrkesfaget. Det er derfor av avgjørende betydning at vi har matematikklærere som er i stand til å koble disse områdene sammen. For å få til dette, må de som har den teoretiske matematikkunnskapen og de som har yrkeskunnskapen samarbeide. De som underviser i matematikk på yrkesfag må ha tilstrekkelig kompetanse og kunnskaper om yrkesfagene til at de kan motivere elevene og vise at det er sammenhenger som er relevante og viktige. (s. 18)*

Et prosjekt som har satt ut slike ideer i praksis er FYR, *Fellesfag, Yrkesretting og Relevans*, som har vært gjennomført i perioden 2014-2016 på nasjonalt nivå. FYR er et tiltak i Kunnskapsdepartementets *Program for bedre gjennomføring i videregående opplæring*. Norge trenger mange flere ungdommer som vil satse på yrkesfag, men det har vært både for liten søkning til og et høyt frafall på de yrkesfaglige linjene. Prosjektet skal bidra til en styrking av yrkesfagene ved at undervisningen i fellesfagene i mye større grad er rettet mot programfagene på de enkelte linjene. Det skal bidra til at elevene opplever fagene som mer relevante og dermed øke deres motivasjon for å gjennomføre skoleløpet. Selve prosjektet ble avsluttet høsten 2016, men FYR skal i fremtiden forankres i de enkelte skolene etter en omfattende skolering av både yrkesfag- og fellesfaglærere samt skoleledere (KD, 2016c). Når arbeidet mot nye læreplaner nå er i gang, inspirert av Ludvigsenutvalgets rapport *Fremtidens skole* og Meld. St. 28 *Fag – Fordypning – Forståelse* (se avsnitt 2.4.2) blir det interessant å se om dette ønske om mer yrkesretting og relevans blir tatt på alvor.

FYR er utviklet med tanke på yrkesfaglige linjer. Men i mitt prosjekt ønsker jeg å bruke ideene til FYR på en studieforberedende linje. Yrkesrettingen skal her være en retting mot et av elevenes store interessefelt, nemlig musikken. Jeg håper å kunne vise at de kan oppleve matematikken som relevant på et område som er viktig for dem. Jeg har også tidligere brukt eksempler fra musikken i matematikkundervisningen på musikklinja. Nå skal elevene i et større prosjekt jobbe selvstendig med tema fra musikken.

2.5 Tverrfaglighet, matematikk og musikk

Prosjektet mitt er tverrfaglig og involverer både matematikk på Vg1 og Vg2 og flere av programfagene på Musikk, dans og drama. I dette delkapitlet gjør jeg rede for læreplanene i de aktuelle fagene og sier noe om sammenhengen mellom matematikk og musikk. På Vg1 kan elevene velge mellom praktisk og teoretisk matematikk, 1P og 1T. På Vg2 kan de velge mellom 2P, eller fordypning i matematikk. Siden alle elever i min klasse hadde matematikk 1P og fortsatte med 2P på Vg2, går jeg bare inn på læreplanene for disse to fag. I analysen og i avsnitt 5.2 går jeg mer detaljert inn i de enkelte kompetansemålene som elevene viste i sine fremlegg. I dette avsnitt gir jeg en kort oversikt over de forskjellige programfagene i musikk på Vg1 og Vg2, hva som ligger i «å kunne regne» i musikkfagene, og jeg beskriver noe av innholdet i fagene og generelle trekk ved denne utdanningen.

Utdrag fra læreplanene i programfagene står i Vedlegg II. Der har jeg samlet de grunnleggende ferdighetene og kompetansemålene som man kan relatere til prosjektet. Enten kan de direkte eller indirekte knyttes til matematisk tenkning eller så har de spilt en stor rolle i det arbeidet elevene har holdt på med.

2.5.1 Læreplanene i Matematikk 1P og 2P

Matematikk 1P er del av læreplanene for matematikk fellesfag (KD, 2013a), som dekker all matematikkundervisning fra 1.trinn på barneskolen til 1.trinn på videregående. Matematikk 2P har en egen læreplan (KD, 2013b). Formålet er likt i begge læreplanene. Det beskriver fagets betydning for både individet og samfunnet.

> *«Matematikk er ein del av den globale kulturarven vår. Mennesket har til alle tider brukt og utvikla matematikk for å systematisere erfaringar, for å beskrive og forstå samanhengar i naturen og i samfunnet og for å utforske universet.»* (KD, 2013a, s. 2)

Videre nevner det samfunnsområder der matematikk er viktig, og betydningen av faget for et fungerende demokrati. Niss' matematiske kompetansene går igjen mange plasser i læreplanen. «Matematisk kompetanse inneber å bruke problemløysing og modellering til å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er» (s.2). Det språklige aspektet, bruk av hjelpemidler og teknologi er lagt vekt på. Også allmenndanningen og det helhetlige mennesket er tatt med:

> *«Matematikk ligg til grunn for store delar av kulturhistoria vår og utviklinga av logisk tenking. På den måten spelar faget ei sentral rolle i den allmenne danninga ved å påverke identitet, tenkjemåte og sjølvforståing.»* (s.2)

Undervisningen i matematikk skal være variert. «Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktivitetar og ferdigheitstrening» (s. 2). Som beskrevet tidligere så opplever jeg at det i undervisningen på videregående er en stor overvekt på ferdighetstrening, det som Mellin-Olsen kaller for *Oppgavediskursen* (Mellin-Olsen, 2009; Mellin-Olsen & Lindén, 1996; Skiple, 2005). I prosjektet mitt er det de utforskende og kreative aktivitetene som er i fokus.

Hovedområdene i matematikk 1P er *tall og algebra, geometri, sannsynlighet, funksjoner* og *økonomi*. Hovedområdene i matematikk 2P er t*all og algebra i praksis, statistikk, modellering* og *funksjoner i praksis*. Siden vi jobbet med et tverrfaglig prosjekt, der elevene skulle se på matematiske sammenhenger i et annet fagområde, er det nærliggende å se spesielt på modellering. Jeg har allerede beskrevet dette området i avsnitt 1.5.2. Noen av kompetansemålene er:

- *analysere praktiske problemstillingar knytte til daglegliv, økonomi, statistikk og geometri, finne mønster og struktur i ulike situasjonar og beskrive samanhengar mellom storleikar ved hjelp av matematiske modellar*
- *utforske matematiske modellar, (...) og vurdere kva for informasjon modellane kan gje, og kva for gyldigheitsområde og avgrensingar dei har (s. 5)*

I tillegg er et av kompetansemålene i hovedområdet *funksjoner* å «bruke funksjonar til å modellere, drøfte og analysere praktiske samanhengar» (s. 5).

Også hovedområdet *tall og algebra* var relevant for elevene, siden flere av gruppene jobbet bl.a. med brøk. Området handler ifølge begge læreplanene om å

> *(...) utvikle talforståing og innsikt i korleis tal og talbehandling inngår i system og mønster. (...) Algebra i skolen generaliserer talrekning ved at bokstavar eller andre symbol representerer tal. Det gjev høve til å beskrive og analysere mønster og samanhengar. (s.)*

2.5.2 Læreplanene i programfag musikk på Vg1 på MDD

Elevene på første året (Vg1) på musikklinjen, har tre programfag: *Musikk - Musikk, Dans, Drama - Lytting*. I mange av hovedområdene i de tre fagene er det praktisk musisering og kunstnerisk arbeid som står i fokus, slik som hoved- og biinstrumenter, samspill og kor. Hovedområdene *Anvendt musikklære* og *Lytting* er mer musikkteoretisk, men læreplanen fremhever at «(p)rogramfaget skal bidra til å sikre tilegnelsen av denne kunnskapen gjennom praktisk arbeid» (KD, 2006c, s.2). Elevene kommer med vidt forskjellig bakgrunn når de begynner på musikklinja, fra de som har fått opplæring i kulturskole og korps i mange år, de som har lært seg enkelt gitarspill på egenhånd og de som er totale nybegynnere, både praktisk og teoretisk. Det som er viktig i det første året på MDD er at alle elevene lærer seg det grunnleggende språket i musikk: noter, tegn, symboler og fagbegrep, for å kunne bruke det til innstudering, fremføring og kommunikasjon. De får opplæring i flere instrumenter, slik at de i samspill kan bytte mellom vekslende besetninger.

Læreplanverket for Kunnskapsløftet, LK06, inneholder de *fem grunnleggende ferdighetene* «muntlige ferdigheter, å kunne lese, å kunne skrive, å kunne regne og digitale ferdigheter» for alle fagene (KD, 2012). Ferdigheten «å kunne regne» i musikkfagene tar frem form, rytme, tid og rom, puls- og periodefølelsen (KD, 2006a, 2006c). Lærerplanene legger også vekt på det helhetlige mennesket når formålet for programfagene er bl.a. «å utvikle egenskaper som er viktige for personlig mestring, både i musikklivet og i andre sammenhenger (…) (og å) stimulere den enkeltes selvdisiplin, tålmodighet og kreativitet i arbeidet med å utvikle et personlig musikalsk uttrykk» (KD, 2006a, s. 2) og at «(k)jennskap til musikkens kunstneriske uttrykksformer skal bidra til å utvikle fantasi og kreativitet» (KD, 2006c, s. 2).

2.5.3 Læreplanene i programfag Musikk på Vg2 på MDD

På Vg2 har elevene tre programfag, *Musikk fordypning 1* med blant annet komponering, *Musikk i perspektiv 1* og *Instrument, kor, samspill*. Fagene *Musikk fordypning* og *Musikk i perspektiv* har en mer omfattende teoretisk del, og den viser at MDD-linjens hovedmål, når den ble dannet, var å forberede elever til å søke seg videre til den klassiske høyere musikkutdanningen. Den utøvende delen er for det meste lagt til faget *Instrument, kor, samspill*. Men som på Vg1 er tanken at teori og praksis skal utfylle hverandre i alle fagene.

I komponering lærer elevene bl.a. å bruke akkorder til å lage enkle arrangementer og å analysere flerstemte musikkverk. De blir kjent med de forskjellige instrumentenes egenskaper og skal kunne skrive arrangementer tilpasset instrumentene. Dette får de også bruk for når de utøver hoved- og biinstrument. *Musikk i perspektiv 1* handler om musikkhistorien fra middelalderen til slutten av 1900-tallet. Når vi gjennomførte prosjektet etter høstferien hadde klassen startet på barokken. I denne perioden ble det utviklet musikalske former som følger strenge regler i oppbyggingen, som kanon og fuge (se Vedlegg I). Vi brukte en del musikk fra barokken i prosjektet.

«Å kunne regne» i programfagene på Vg2 betyr bl.a. «å beregne tidsforløp i en formidlingssituasjon og å tilpasse formidlingsinnslag til romstørrelse» (KD, 2006e, s. 3), «å forholde seg til aritmetiske grunnforhold, som todeling og tredeling (…) (og) «å forstå komponeringsteknikker, harmoniske strukturer og transponering» (KD, 2006f, s. 3).

Også på Vg2 kommer et helhetlig menneskesyn til uttrykk i læreplanverket: «Kjennskap til musikkens kunstneriske uttrykksformer skal bidra til å utvikle fantasi og kreativitet» (KD, 2006f, s. 2). «Felles programfag instrument, kor, samspill skal i tillegg bidra til at den enkelte kan utvikle evne til samarbeid og kommunikasjon. (…) Programfaget skal bidra til å fremme selvdisiplin, tålmodighet og kreativitet som grunnlag for å realisere den enkeltes muligheter som musikkutøver, og som grunnlag for livslang læring» (KD, 2006d, s. 2).

2.5.4 Matematikk i musikkulturen

I avsnitt 2.1.3 beskrev jeg hvordan forskjellige kulturer kan ha sin egen matematikk. Musikkkulturen kan være et eksempel på en slik kultur. Jeg har helt fra oppveksten min hatt et hjerte i begge fagene, og har vært interessert i matematiske sammenhenger i musikken. På videregående skrev jeg en særoppgave om Pytagoras og Fourieranalysen– i faget musikk. I andre året i mitt matematikkstudium ved Universitetet i Mainz deltok jeg på et proseminar om matematisk musikkteori. Der undersøkte vi blant annet mikrotoner – en halvtone deles inn i 100 cent – og spesielle typer svingninger, som trekant- og firkantbølger. Som kirkemusikkstudent og senere organist ble jeg daglig møtt av navnene for registrene på et orgel, altså de forskjellige typer av piper med hver sin klangfarge og tonehøyde: Principal 8', Rohrflöte 4', Quint 2 $^2/_3$', Terz 1 $^3/_5$', Posaune 16'. Og skimter man ikke eksponentialfunksjonen på pipeoppstillingen på en orgelfasade og formen på et flygel?

Min erfaring både som student og yrkesaktiv i mange forskjellige settinger er at det er mer vanlig at en matematiker er interesserte i musikk enn omvendt. Men en profesjonell musiker eller en ungdom som elsker å spille musikk i et band har behov for å kommunisere med sine venner eller kolleger når de øver inn musikk. Og denne kommunikasjonen inneholder matematiske elementer. Det kan begynne med en enkel opptelling til å få alle i gang: 1, 2, 3 og 4 og. Det handler om å finne seg til rette i et partitur: «Vi starter side 5, tredje system på det 3. slaget». Det gjelder å kunne fagspråket: «Vi spiller de notes inégales her som trioler, mens de i siste avsnitt blir punkteringer» - som i dette tilfellet betyr å dele opp en note i henholdsvis 3 eller 4 deler. En fiolinist må kunne høre svevinger når hun stemmer fiolinen og skjønne hvilken vei hun må skru stemmeskruen, og en sanger må kunne kommunisere med lydmannen for å formidle sitt ønske om lydkvaliteten.

Denne matematiske bakgrunnen i musikkulturen ønsker jeg å få frem i prosjektet. Tverrfaglighet kan være en utfordring, siden lærerne må bevege seg ut av den komfortsonen, som tryggheten i sitt eget fag gir dem. Jeg er så heldig å ha bakgrunn og utdanning fra to forskjellige fag, slik at jeg uten problemer kan krysse grensene. Men jeg merket skepsisen hos kollegene mine, både matematikk- og musikklærere, når vi planla prosjektet. «Spennende – men det andre faget er kan jeg jo ikke noe om!» hørte jeg ofte. På videregående skole, og da særlig i studieforberedende linjer, er vi lærere mye mer fanget i våre egne fag enn kolleger i grunnskolen. D'Ambrosio bruker buret som en metafor for slike atskilte fag (Greer et.al., 2009, forord). Kunnskapen er buret inn, begrenset av gitrene og sin egen fagspesifikke kultur. Tverrfaglighet som river ned veggene mellom to eller flere slike bur er fortsatt fanget, om enn i et større rom. Idealet for D'Ambrosio er å rive ned alle burene og begrensningene for å slippe kreativiteten løs.

FYR-prosjektet oppfordrer til å gå denne veien når det gjelder yrkesfag og fellesfag. I prosjektet har jeg prøvd å gjøre noe lignende med mine to fag, matematikk og musikk. D'Ambrosios ideal høres ut som et hårete mål for mitt lille forskningsprosjekt. Men det kan være oppløftende å tenke på at vi alle kan bidra til å bevege oss mot idealene av en bedre skole der i fremtiden!

3 Metode

3.1 Valg av design og metodologi

Utgangspunktet for min studie er en av mine matematikklasser ved Narvik videregående skole (Narvik vgs). Mange elever sliter med faget og har lite motivasjon. Målet med prosjektet er å bedre læringsmiljøet i klassen og elevenes forhold til matematikk, slik at de kan oppleve større mestring. Jeg har valgt å bruke et undervisningsopplegg, der elever på en musikklinje skal drive med undersøkende matematikk i en tverrfaglig sammenheng. Resultatene fra dette opplegget skal jeg så analysere med tanke på hvilke matematiske kompetanser elevene bruker og utvikler. Slike utprøvinger av nye undervisningsformer av lærere i egen praksis med en bedre læring for elevene som et formål, faller inn i kategorien aksjonsforskning innenfor didaktisk forskning (Cohen, Manion & Morrison, 2007). Et lignende forskningsdesign er Design Research (DR), der forskere utvikler i en syklisk prosess et nytt undervisningsverktøy for å bedre læringen. Det kan være nye undervisningsmetoder, materiale eller nye tester (Swan, 2014). I dette avsnitt begrunner jeg valget mitt og går nærmere inn på noen viktige punkter i oppgavens design.

3.1.1 Kvantitativt og kvalitativt forskningsdesign

Studien min er rotfestet innenfor et kvalitativt forskningsdesign. Kleven (2002) hevder at «Mens kvantitative metoder har forsøkt å «objektivisere» prosessene ved å holde en viss distanse mellom forskeren og forsøkspersonene, prioriterer kvalitative metoder nærhet» (s. 23). Kvantitativ forskning behandler vanligvis store datamengder fra mange personer gjennom for eksempel spørreskjema eller tester. Målet er en sammenligning mellom individene eller en sammenligning av resultatene når noen variabler endres kontrollert. I motsetning til dette er jeg i mitt prosjekt mer interessert i samspillet mellom elevene. Kvalitativt orientert forskning har en mer relasjonell tilnærming.

Prosjektet hører inn under det som samfunnsvitenskapelig forskning kaller feltarbeid. Forskeren er sammen med dem hun vil studere, hun observerer i de naturlige omgivelsene og deltar selv (Wadel, 2014). Forskningsprosessen er mer fleksibel, og både teori, metode og data kan endres underveis. Jeg bygger min oppgave ikke på en konkret kvalitativ metodologi, men bruker en pragmatisk tilnærming, med utgangspunkt i min rolle som lærer for klassen. I de følgende delkapitlene beskriver jeg de forskningsmetodene som har vært viktige for den.

3.1.2 Deltakende observasjon

Som beskrevet i avsnitt 2.4.4 anbefaler Høines & Rangnes (2004) observasjon i den vanlige undervisningssituasjonen til å studere elevenes matematiske kompetanser. Derfor ønsker jeg å plassere mitt forskningsprosjekt i en slik setting, istedenfor å gjennomføre tester for å måle kompetansene. Siden jeg selv er lærer har jeg muligheten til å observere mine egne elever i en for dem naturlig situasjon. Jeg er både forsker og lærer, og er i stor grad involvert i prosessen i klasserommet. Kleven (2002) skriver at

> *Ved datainnsamlingsmetoder som deltakende observasjon og ustrukturert intervju blir forskeren selv et svært viktig instrument i datainnsamlingen. Han kan utnytte seg selv og sin fagkunnskap også i selve datainnsamlingssituasjonen. (s. 23)*

I antropologiens barndom fant slikt feltarbeid ofte sted i fremmede egner. I dag foregår samfunnsfaglig forskning ofte i vår egen del av verden. Forskeren holder til i sitt eget felt, sin egen kultur, og det fører med seg utfordringer som er motsatte – men egentlig de samme. Istedenfor å prøve å bli kjent med det fremmede for å kunne forstå observasjonene sine, må forskeren nå prøve å gjøre seg fremmed ovenfor det kjente. Noe som for naboen, vennen eller kollegaen er så selvfølgelig at man ikke tenker over det, kan for forskeren være av stor betydning. Paulgaard (1997) fremhever at

> *dette arbeidet forutsetter at forskeren både går inn og deltar innenfor de sammenhenger som studeres, og er i stand til å stille seg selv utenfor for å velge ut, kategorisere og analysere de erfaringer som gjøres, på en mer systematisk måte enn vi gjør i dagliglivet (s. 70).*

I den tradisjonelle metodehermeneutikken var idealet en avpersonifisert kunnskap slik som i naturvitenskapen. Forskeren skulle være helt objektiv og stå utenfor, han skal «tape seg selv gjennom innlevelse i andre» (Schleiermacher (1959) sitert etter Paulgaard, 1997, s. 72). Dette er gjerne lettere i fremmede kulturer enn i egen, der fortroligheten kan føre til kulturblindhet. I dag har man innsett at denne idealtilstanden egentlig er uoppnåelig og legger derfor mye mer vekt på forskerens bakgrunn. Det er både forskningsobjektenes og forskerens kontekst som spiller inn i forskningsprosessen. Gadamer bidro sterkt til denne nyhermeneutikken, og han kaller de forutsetningene som forskeren har med seg som forforståelse. «Min personlige, sosiale, kulturelle og historiske bakgrunn vil legge vesentlige premisser for hvordan jeg forstår det som sies til meg. Jeg kan ikke løpe fra min forforståelse (…)» (Kleven, 2002, s. 43). I følge dette synet ville det være lettere for en forsker på eget området å få innpass og god tilgang til data (Paulgaard, 1997).

I min situasjon, der jeg er både forsker og lærer, er det viktig å være bevisst mine skiftende roller og konteksten jeg har med i bagasjen, sammenlignet med konteksten jeg undersøker. Wadel (2014) kaller dette «å være sosiolog på seg selv». I tillegg til bevisstgjøringen av rollerepertoir nevner Wadel to forhold som er viktige når man driver med deltagende observasjon: det å kunne være sin egen informant utfra rollene man får tildelt i feltet. Og det å være var sine egne kulturelle kategorier, siden det ofte er disse som ubevisst kan styre det man observerer.

3.1.3 Intervju

I studien min ønsker jeg ikke bare å observere, altså å se. Jeg vil også snakke med elevene for å finne ut hvordan de jobber, hva de tenker og hvilke holdninger de har. Dermed må jeg også ta i bruk en annen metode å samle inn data, ved å spørre (Kleven, 2002).

Mens elevene jobbet, pratet jeg jevnlig med alle gruppene for å se på fremgangen og høre om deres tanker. Disse samtalene var uformelle. Etter gjennomført prosjekt hadde jeg et kort, ustrukturert intervju med hele klassen. I forbindelse med at jeg meldte studien til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS, laget jeg en kort intervjuguide til denne samtalen (se Vedlegg VI).

Pilotprosjektet ble innledet med et gruppeintervju, der elevene blant annet ble spurt om sine holdninger til matematikk og om deres forventninger til prosjektet. Det ville vært unaturlig å gjennomføre et intervju til med de samme elevene med liknende spørsmål. Selv om elevene har som beskrevet et tryggere forhold til meg som lærer, så kan en intervjusituasjon med en for dem ukjent forsker allikevel har sine fordeler. Jeg som lærer er den elevene må forholde seg til, også etter prosjektet, og det er jeg som skal vurdere dem og sette karakter. Det kan prege deres svar. Det kan være lettere for elevene å svare ærlig til en person som kommer utenfra. Jeg valgte derfor å ikke ha et lignende intervju denne gang. Når jeg i analysen viser til elevenes holdninger så er det begrunnet enten i data fra prosjektet eller min kjennskap til elevene fra før.

3.1.4 Beskrivende forskning

Jeg vil i prosjektet teste nye undervisningsideer i en tverrfaglig sammenheng. Jeg er særlig interessert i hvordan læringen skjer i klassemiljøet, i samarbeidet i gruppene og i en spesiell kulturell setting, nemlig musikkulturen. Dermed beveger jeg meg innenfor et beskrivende forskningsdesign med et sosiokulturelt perspektiv (Lyngsnes & Rismark, 2007; Battista et.al., 2009). I motsetning til eksperimentell forskning som stort sett er hypotesetestende, så kan den beskrivende forskningen være hypotesedannende og bidra til nye problemstillinger (Kleven, 2002). Man har ikke full kontroll over utfallet av forskningen, og resultatene kaster kanskje lys på et helt annet fenomen enn det man hadde i tankene når man startet. Derfor synes jeg det har vært vanskelig å formulere tydelige hypoteser og jeg har revidert dem kontinuerlig i arbeidet med oppgaven.

3.1.5 Aksjonsforskning

Jeg har undervist musikkelever i matematikk i flere år, og har opplevd at mange sliter med faget og har lite motivasjon. Mitt ønske er at elevene skal lykkes. Ved å få dem til a se en større relevans for matematikken er det kanskje mulig å endre holdningen deres. Ved å jobbe på en annen måte opplever de kanskje større mestring og får mer motivasjon. Det er altså først og fremst mitt ønske om endring hos mine elever som driver meg til å gjennomføre dette prosjektet. Slike utprøvinger av alternative undervisningsopplegg som lærere har i sin vanlige skolehverdag faller i kategorien aksjonsforskning.

Navnet gjenspeiler innholdet: forskning står for den teoretiske tilnærmingen, mens aksjon er i høyeste grad en praktisk handling. Aksjonsforskning skaper en dialektisk forbindelse mellom tanke og handling, slik som i den aristoteliske *praxis* (Carr & Kemmis, 1986). Målet er både å få til en forandring og problemløsning, men også å utvikle teori for å øke forståelsen av et problem. Prosessen er ofte syklisk. Slik som jeg kunne dra nytte av pilotprosjektet et halvt år tidligere, går aksjonsforskningen gjerne flere runder med mulighet for endringer og forbedringer. Samarbeidet mellom forskere og lærere og aktiv deltakelse er viktige (Furu, 2013).

Det er ikke bare elevene som skal få bedre læring gjennom aksjonsforskning. Også lærerne skal få forbedre sin undervisningspraksis gjennom å reflektere over det de gjør, analysere egen praksis og bruke erfaringene i fremtiden. Postholm (2013) kaller det for metakognitive strategier. Furu (2013) viser til Carr & Kemmis (1986) som skiller mellom teknisk, praktisk og frigjørende aksjonsforskning. Det er flytende overganger mellom de tre kategoriene der den tekniske blir styrt av forskerne. I den praktiske er det et tettere samarbeid mellom forskere og lærere, der forskere fungerer som veiledere for lærerne, mens det i den frigjørende aksjonsforskningen er en enda større felles forståelse for å utvikle en praksis og se på det som foregår på skolen i et samfunnsperspektiv.

Mens pilotprosjektet mest faller inn i den tekniske kategorien, der forskeren utenfra kom med et opplegg, som vi lærere var med på, så har min egen studie utviklet seg videre til praktisk aksjonsforskning. Vi lærere på skolen har jobbet mer selvstendig med utformingen av prosjektet og oppgavene. Med den erfaringen vi nå har samlet vil det kunne være mulig, med støtte fra ledelsen, å utvikle prosjektet videre, til for eksempel å omfatte flere kolleger og linjer, og slik få en frigjørende aksjonsforskning.

Det blir ofte skapt en kunstig konflikt mellom den akademiske forskningen innen pedagogikk og den praktiske forskningen og erfaringene som lærere gjør, når de prøver ut nye former for læring og undervisning (Battista et.al., 2009; Krainer, 2014). Tiller (1999) bruker derfor begrepet aksjonslæring for utviklingsarbeidet som lærerne selv gjør på skolen og forbeholder aksjonsforskning til studier der forskere samarbeider med lærere på en skole. Aksjonsforskning bidrar i stor grad til større kunnskap innen lærerhåndverket. «(…) aksjonsforskning tar utgangspunkt i en praktisk situasjon, henter inn og bearbeider data, for så til slutt å bringe forskningsresultatene tilbake til det miljøet man hentet data fra» (Kleven 2002, s. 49).

3.1.6 Design Research

Selv om studien min faller inn under kategorien aksjonsforskning, så har den noen elementer som er typiske for Design Research (DR). Derfor vil jeg her kort beskrive denne formen for forskningsdesign. I DR utvikler forskere i en syklisk prosess et nytt undervisningsverktøy for å bedre læringen. Det kan være nye undervisningsmetoder, materiale eller nye tester (Swan, 2014). Jeg ønsker at elevene skal jobbe fritt innenfor et tema fra musikken. Forbilder for studien min er Skovsmoses (2003) undersøkelseslandskap og Realistic Mathematics Education (Freudenthal, 1991). DR er en relativ ung forskningsdisiplin, som kom i bruk tidlig på 1990-tallet. Men både Brousseaus Didactique (Warfield, 2006) og Freudenthals RME kan betraktes som forløpere til DR (Swan, 2014). I begge disse undervisningstradisjonene blir det utviklet helt konkrete undervisningsopplegg til bedre matematikklæring.

Som DR-studier så er også min studie åpen, dvs. forskeren har mindre grad av kontroll enn for eksempel ved spørreundersøkelser eller eksperimenter, der man ønsker å sammenligne to grupper. Studien min er intervenerende ved at. jeg som lærer har lagt grunnlaget for undervisningen. Jeg er med mens elevene jobber, og jeg ønsker aktivt å bistå dem. Til en viss grad er studien min del av en syklisk prosess, siden jeg kan bygge på erfaringene fra et pilotprosjekt og videreutvikle det. Dette er egenskaper som også kjennetegner DR.

Men i motsetning til DR har jeg ikke utviklet et veldig konkret undervisningsopplegg. Utfordringene til elevene er veldig åpne og gir dem mulighet til utforskning på egne premisser. Siden resultatene er såpass åpne er det heller ikke relevant å snakke om hypotetiske læringskurver, som er en viktig del i DR. Det som er viktig for meg er å se om de matematiske kompetansene elevene viser i et slikt åpent, tverrfaglig prosjekt er annerledes enn de som brukes og testes i den lærerstyrte, instrumentelle undervisningen. Elevenes handlinger i sin kulturelle kontekst er i sentrum.

3.2 Bakgrunn for prosjektet

Jeg bruker i min oppgave et prosjekt som kom i gang før jeg ble masterstudent ved UiT. Jeg ble engasjert i det som lærer ved Narvik vgs, og har tatt det videre i forbindelse med arbeidet med denne oppgaven

3.2.1 Samarbeid med skolen

Samarbeidet med skolen har gjennom hele prosjektet vært veldig bra, og skolens ledelse har fra starten av vært positivt innstilt overfor prosjektet. Særlig avdelingslederen for musikk ivret for å fortsette med et oppfølgingsprosjekt høsten 2016. Flere av musikklærerne var veldig engasjerte i arbeidet med sine elever under pilotprosjektet og kunne veilede dem på det musikkfaglige som gjaldt elevenes instrumenter. Dessverre besluttet Nordland fylkeskommune høsten 2015 å legge ned MDD-linjen ved Narvik vgs. Takket være iherdig innsats fra avdelingslederen fikk skolen istedenfor tilby Studiespesialisering med musikk, et tilbud med færre uketimer i programfag i musikk. Siden det ble mindre behov for musikklærer fra og med skoleåret 2016-2017, så sluttet to av dem sommeren 2016, noen fikk redusert sin stilling og en begynte på et tidkrevende studium. Dermed var det færre musikklærere på skolen og ikke alle hadde tid til å være med på mitt prosjekt i oktober. Noen av gruppene hadde derfor ikke faglærere tilgjengelige for å hjelpe dem i løpet av arbeidet med oppgavene.

3.2.2 Utvalg av gruppen

Utvalget av gruppen man vil forske på, er noe man bør tenke godt gjennom. Hvis forskningsresultatet skal kunne si noe generelt, så bør utvalget være representativt. I vårt tilfelle var det praktiske grunner for å velge akkurat denne klassen. Jeg er dens lærer, og har gruppen til og med i begge de to fagene som var aktuelle for prosjektet. Min motivasjon for prosjektet var, å gjøre noe som kan bidra til høyere motivasjon og større mestring i matematikk for mine elever. Jeg ønsker at de skal lykkes på skolen i et godt arbeidsmiljø og kunne ta med seg kunnskap og gode opplevelser videre i livet. Jeg tror allikevel at studien min kan gi resultater som kan være av allmenn verdi for det å jobbe tverrfaglig med matematikk, om det er på andre musikklinjer, andre estetiske linjer eller også yrkesfag. Jeg går nærmere inn på det i avsnitt 3.6.2.

Pilotprosjektet ble gjennomført med en Vg1-klasse på en musikklinje i februar/mars 2016. Det var 15 elever i klassen, 3 gutter og 12 jenter i alderen 16-17 år. Elevene kom fra hele regionen, og det var bare noen som kjente hverandre fra før. På prosjektets tidspunkt hadde klassen vært sammen i et halvt år. Jeg som klassens matematikk- og kontaktlærer kjente dem like lenge.

Min studie i oktober 2016 ble gjennomført med den samme elevgruppen, som nå gikk på Vg2. En jente hadde sluttet, til gjengjeld var det kommet en ny til klassen, slik at vi hadde samme antall elever og samme fordeling av jenter og gutter. Den nye eleven var en utvekslingselev som ikke snakket norsk når hun begynte. Derfor foregikk noe av kommunikasjonen på engelsk. Tre av elevene skulle ta en matematikkeksamen i november. De skulle derfor ikke delta i gruppearbeidet i prosjektet, men jobbe med eksamensforberedelse. De deltok i forberedelses-dagen og i gruppesamtalene. Av praktiske grunner var de sammen med resten av klassen i klasserommet mens de jobbet med sine oppgaver, og de fikk også veiledning av meg.

3.3 Gjennomføringen av prosjektet og oppgavene til gruppene

I pilotprosjektet var gruppene delt inn etter hovedinstrumentet de hadde valgt. Bortsett fra noen små endringer var elevene i de samme gruppene i prosjektet. Jeg hadde diskutert gruppeinndelingen og oppgavene sammen med musikklærerne på forhånd, slik at de kunne hjelpe elevene i gang med arbeidet. Temaene elevene skulle jobbe med tok utgangspunkt i læreplanene både i matematikk 2P, *Musikk fordypning 1* og *Musikk i perspektiv 1*. Jeg går nærmere inn på læreplanmålene i de følgende avsnittene. Jeg hadde formulert spørsmål i forkant og hadde tanker om hva slags matematikk elevene kunne komme frem til. Men siden oppgavene skulle være åpne for elevene og de skulle utforske temaene på sine egne premisser, så fikk elevene ikke utdelt spørsmålene skriftlig. Jeg ville i prosjektet ha fokus på det som læreplanen (KD, 2013a) omtaler som utforskende, lekende og kreative aktiviteter, i tråd med avsnittet om *Det skapende menneske* i læreplanens generelle del (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996).

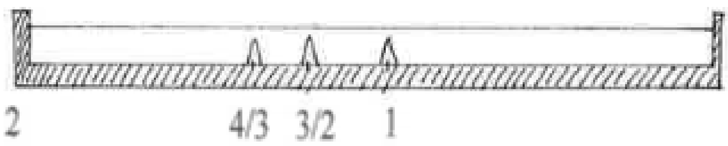
Vi skulle bruke en fredag formiddag som en innledning til prosjektet. Uka etterpå skulle elevene få to timer fra mandag til onsdag til å jobbe med prosjektet. Torsdag ville jeg avslutte prosjektet med at elevene skulle ha fremlegg om sitt arbeid foran klassen.

3.3.1 Innledningsdagen

Som en innledning til prosjektarbeidet ville jeg ta klassen med til to kirker i Narvik, Sjømannskirken og Narvik kirke, der vi skulle være i fire skoletimer. Egentlig hadde jeg planlagt bare å være i Narvik kirke. Der finnes det både et stort orgel, som er godt egnet til å vise noe av teorien jeg ville snakke om, et lite kororgel, et piano og en cembalo. Men siden det var en pianostemmer som jobbet der, så måtte vi ta den første delen i Sjømannskirken i Narvik. Starten skulle være en lærerstyrt undervisning der vi satt rundt flygelet i Sjømannskirken. I begynnelsen ville jeg ta opp bruk av akkorder og musikkformer i barokken. Det var tema som elevene akkurat jobbet med i fagene *Musikk i perspektiv* og *Musikk fordypning* og som de kunne bruke i sine oppgaver. Vi skulle blant annet synge en kanon - det som skulle bli tema for sanggruppen – og jeg ville si noe om utviklingen av funksjonsharmonikken i den perioden, med dur- og mollakkorder.

Et av de musikkstykkene jeg ville gå mer i dybden på var preludium og fuge i d-moll fra *Das Wohltemperierte Klavier*[11] av Johann Sebastian Bach, en samling av preludier og fuger i alle tonearter, som hører til standardrepertoaret for pianister. Denne fugen skulle bli tema for pianogruppen. Elevene fikk kopier av notene og skulle følge med mens jeg spilte. I preludiet finner man mange typer akkorder, både dur, moll og dim-akkorder og modulasjoner til andre tonearter. De kunne være aktuelle å bruke for slagverkgruppen. I fugen skulle elevene se etter temainnsatser i de tre stemmene. Temaet blir brukt på forskjellige måter: I sin helhet, bare en del av temaet, en stemme som begynner med temaet før en annen stemme er ferdig med det (trangføring) eller omvendingen av temaet.

Et annet tema var overtoner i forskjellige typer instrumenter. De elevene som spiller i korps kjenner godt til at man får frem overtoner i messingblåseinstrumenter ved å endre spenningen i leppene. På et piano halveres strengelengden for hver oktav man går opp. Det betyr at det er en eksponentiell sammenheng mellom posisjonen på klaviaturet og strengelengden. Jeg kunne gjøre elevene oppmerksomme på at flygelets fasong ligner en eksponentialkurve. Denne kjente de igjen fra da vi hadde jobbet med prosentvis nedgang i matematikk noen uker tidligere. Eksponentialfunksjonen er også et av kompetansemålene i de to hovedområdene *Funksjoner i praksis* og *Modellering*.



Figur 2: monokord (Holme, 2001, s. 193) NB! Plasseringen av tallene 4/3 og 3/2 bør være omvendt.

Jeg ville bruke Pytag strengeinstrument, der Pytagoras fant ut at i de intervallene som vi oppfatter som velklingende – konsonerende – har strengelengdene et forhold som består av enkle heltall. Oktaven 1:2, kvinten 2:3, kvarten 3:4.

Skalaen som vi bruker i dag har sin opprinnelse i overtonene. Der har den store tersen forholdet 4:5 til grunntonen. Men i en slik skala er ikke de tolv halvtonene jevnt fordelt. Intervallene

11 https://www.youtube.com/watch?v=QNMYHy8B7KU

klinger bra i C-dur, men når man spiller i tonearter som i kvintsirkelen ligger langt fra C-dur, så stemmer det ikke lenger. Det kjente de elevene som spiller i korps igjen. Det er vanskelig for dem å spille rene toner i tonearter med mange kryss, for eksempel H-dur. Jeg ville fortelle at det ble utviklet mange forskjellige måter å stemme et tangentinstrument på, der man måtte velge mellom å kunne spille i mange tonearter eller å ha mange rene intervaller. Det kompromisset som etter hvert dominerte er skalaen, der alle halvtonetrinnene er like. Det er den som kalles for veltemperert stemning. Når Bach skrev sitt *Wohltemperierte Klavier* så kunne han altså skrive musikk i alle tonearter, 12 i dur og 12 i moll.

På orgelet skulle jeg vise frem de forskjellige typer av pipene, registrene. Pipene i et register er overtoner av grunntonen. Pipenes lengde er halvparten, en tredjedel, en fjerdedel, og så videre av lengden av grunntonen. Ved å velge forskjellige registre, smelter tonene fra de enkelte pipene sammen til en tone med en bestemt klangfarge og styrke. Orgelet i Sjømannskirken er ganske lite. Derfor skulle vi ikke bruke så mye tid der, men flytte oss til Narvik kirke etter en pause. Der ville jeg først vise cembaloen i et siderom, et instrument som var viktig i barokktiden. Så skulle vi få lov til å forstyrre pianostemmeren en stund for å se på det store orgelet. Dette instrument har et tersregister, noe som bare finnes ved store orgel. Disse pipene har en femtedels lengde og frembringer den 4.overtonen, som klinger to oktaver og en ters over grunntonen. Ved hjelp av disse pipene ville jeg vise forskjellen mellom den rene tersen som overtonen gir og den vanlige i vår veltempererte skala. Den er tydelig å høre, også for et utrent øre.

Etter denne undervisningsøkten skulle elevene selv få undersøke de forskjellige instrumentene i kirken. De skulle både få spille på dem og se det store orgelet fra innsiden.

3.3.2 Oppgaven til gitar- og bassgruppen

Gitar- og bassgruppen bestod av tre elever, to med gitar som hovedinstrument, og en med bass. De skulle fordype seg videre i temaet fra pilotprosjektet, frekvenser og overtoner. Målsettingen var at de kunne jobbe med å finne funksjoner og formler for å beskrive sammenhenger mellom frekvensen, strenge- eller pipelengden og tonene. Siden frekvensen dobles når strengen halveres har vi en omvendt proporsjonalitet her. En dobling av frekvensen betyr også at man får en tone som klinger en oktav høyere. På et piano er sammenhengen mellom tangentavstanden og frekvensen eksponentiell. Ser man på det den motsatte veien får man en logaritmisk sammenheng. Men siden elevene aldri hadde jobbet med logaritmer og det ikke er del av læreplanen i

2P, så jeg ikke på dette som aktuelt. Eksponentiell vekst, eksponentialfunksjoner og eksponentiell regresjon er derimot tema i flere av hovedområdene i matematikk 2P, og noe av det hadde vi allerede jobbet med før høstferien.

En ekstra utfordring kunne være å regne ut forskjellen mellom en ren stor ters og tersen på et piano eller en gitar. Frekvensen til den rene tersen, som ligger i en tones overtonerekke, har forholdet 5/4 = 1,25 til grunntonens frekvens. På et moderne piano har alle de 12 halvtonetrinn innenfor en oktav samme forhold. Siden oktaven har den doble frekvensen, så har tersen, som består av fire halvtonetrinn en frekvens som er 2 ^ (4/12) = $\sqrt[3]{2} \approx$ 1,26. Når jeg demonstrerte de to forskjellige tersene for elevene ved orgelet i Narvik kirke gikk jeg ikke i dybden i matematikken. For å finne ut av det måtte gruppen jobbe med modellering og bruke Geogebra.

3.3.3 Oppgaven til slagverkgruppen

Det var bare to elever med slagverk som hovedinstrument i klassen, så dette ble en liten gruppe. Men siden de hadde jobbet godt sammen under pilotprosjektet endret vi ikke på gruppen. Elevene skulle ta utgangspunkt i dim-akkorden, som de kjente fra *Musikk fordypning*. En dim-akkord består av tre små terser over hverandre og er veldig mye brukt i musikk fra barokktiden og frem til i dag. Legger man en liten ters til på toppen, så kommer man tilbake til grunntonen, en oktav lenger opp. Gruppen skulle se på hvorfor det blir slik, og om man kan lage lignende symmetriske akkorder med andre intervaller. Målet var at de skulle oppdage, at antall halvtonetrinn i en liten ters er tre, et tall som går opp i antall trinn i oktaven, tolv. Når man bruker et intervall der antall trinn er prim i forhold til tolv, som for eksempel kvinten med sju trinn, så må man gjennom hele skalaen før man er tilbake til utgangspunktet. I dette tilfellet får man kvintsirkelen, som elevene er godt kjent med.

Dim-akkorden er viktig både i *Musikk i perspektiv* og *Musikk fordypning.* Ved å se etter symmetrier i akkorder ville elevene kunne jobbe innen hovedområdet Tall og algebra, som «handler om å utvikle talforståing og innsikt i korleis tal og talbehandling inngår i system og mønster» (KD 2013b, s.2).

3.3.4 Oppgaven til pianogruppen

Det var to elever i klassen med piano hovedinstrument. En elev hadde tuba som sitt instrument. Siden det ikke var flere elever med blåseinstrumenter og denne eleven også var dyktig på piano, så ble hun med i pianogruppen, slik at de var tre elever. Gruppen skulle undersøke fugen i d-moll fra *Das Wohltemperierte Klavier I*. Musikkformen fuge spiller en sentral rolle i *Musikk i* *perspektiv*. Elevene skulle analysere musikkstykket, følge fugens tre separate stemmer, se på innsatsene og variasjonene i temaet, blant annet omvendinger der et tema blir speilvendt, og forskjellige tonearter. I *Musikk fordypning* hadde vi jobbet med hovedtreklanger, noe som de fint kunne bruke her. Elevene ble utfordret til å lage en grafisk fremstilling av det som skjer i fugen, de skulle altså finne en annen type representasjon som kunne vise noe annet enn representasjonen med notene. Arbeidet deres ville falle inn under følgende kompetansemål i *Modellering*: «analysere praktiske problemstillingar knytte til daglegliv, økonomi, statistikk og geometri, finne mønster og struktur i ulike situasjonar og beskrive samanhengar mellom storleikar ved hjelp av matematiske modellar» (KD, 2013b, s. 5).

3.3.5 Oppgaven til sanggruppen

Sanggruppen bestod av fire elever og fikk *kanon* som tema. Elevene skulle ta utgangspunkt i enkle kanonsanger. De skulle få et ark med forskjellige sanger som de skulle undersøke. Noen av spørsmålene jeg utfordret gruppen på, var: Hvorfor klinger en kanon bra når flere grupper begynner å synge samme melodi til forskjellige tidspunkter? Hvilke samklanger og mønstre oppstår? Også denne gruppen skulle lage en grafisk fremstilling. Den strenge strukturen i en kanon inviterer spesielt til det. Phillips (1999 og 2016) har for eksempel illustrert noen av Bach sine kanon-komposisjoner grafisk gjennom en sylinder eller et Möbius-bånd eller ved hjelp av matematiske funksjoner. For sanggruppen ville de samme kompetansemålene fra læreplanen i matematikk være aktuelle som for pianogruppen. Jeg oppfordret gruppen til å fremføre en av sangene og til å prøve å lage en kanon selv, siden *Komponering* er et av hovedområdene i faget *Musikk fordypning* (KD, 2006e).

3.4 Datainnsamling

Det er en fordel for den som forsker i en skoleklasse at man har kjennskap til elevene fra før (Steffe & Thompson, 2000). Siden jeg i mitt prosjekt jobber med elever som jeg har kjent i over et år, håper jeg at det blir lettere å få en god kontakt enn om jeg hadde kommet til en ukjent klasse. Elevene kan føle seg tryggere når de er i sine vante omgivelser og jobber med de lærerne de kjenner fra før. Men samtidig må jeg være obs på følgende:

> *Being immersed in interaction, the teacher-researcher may not be able to step out of it, reflect on it, and take action on that basis. This is very difficult because the teacher-researcher would have to "be" in two places in a very short time frame--in the interaction and outside it. (s. 283)*

Det er en fordel å kunne være flere personer samtidig i observasjonssituasjonen. I pilotprosjektet var jeg mye sammen med veileder Anne Fyhn og kunne observere både elevene og henne i rollen som forsker. Når jeg skulle gjennomføre mitt eget prosjekt i oktober var jeg stort sett alene med klassen. Noen av instrumentallærerne var til stede i noen timer, men de var da opptatt med sine elever. Jeg hadde altså ingen som kunne gi meg tilbakemelding på min egen oppførsel i samarbeidet med elevene.

Som observatør må man nødvendigvis velge ut noe av det man observerer – både bevisst og ubevisst. Man kan ikke ha øyne overalt hele tiden, og ubevisst ser man på noen ting som viktigere enn andre. Min tolkning av det jeg observerte i klasserommet er preget av min rolle som lærer. Jeg kan ikke bare tre ut av lærerrollen for å innta den objektive forskerrollen. Denne problemstillingen drøfter jeg nærmere i avsnittene 3.5.2 og 3.7.2.

3.4.1 Lyd-, bilde- og videoopptak under prosjektet

For å kompensere dette gjorde jeg lydopptak underveis i prosessen, mens jeg snakket med gruppene om hva de jobbet med og hvordan de tenkte. Etter prosjektet hadde jeg en samtale med klassen i form av et ustrukturert intervju. Der tok jeg opp spørsmål om fremleggene de hadde og om deres opplevelser av prosjektet, som også ble tatt opp. Fremleggene til elevene som avsluttet prosjektet ble filmet. De som brukte skriftlig materiale i sine fremlegg sendte dette til meg etter prosjektet. Slik ville jeg ha datamateriale som jeg kan se og høre på i etterkant. Jeg valgte ikke å satse på videoopptak mens elevene jobbet med prosjektet. Siden de ikke bare var på klasserommet, men rundt om på skolen, ville det være vanskelig å gjennomføre uten hjelp fra mange andre. Et kamera som går hele tiden kunne også hemme noen av de mer beskjedne elevene i sine handlinger. Jeg vurderte det slik at elevene ville oppføre seg friere om jeg istedenfor satset på bare lydopptak.

Det som jeg har av slikt datamateriale til bruk i analysen er følgende:

- Et lydopptak på 12 minutter fra mandag 24.10.2016, der jeg har en introduksjon til gruppearbeidet. Jeg sier noe om arbeidet med prosjektet, ta en gjennomgang av oppgavene for hver enkel gruppe, og elevene kommer med noen spørsmål
- 7 lydopptak på cirka 1 minutt hvert fra mandag 24.10.2016 til onsdag 26.10.2016 med tre av gruppene. Elevene snakker om hva de har gjort så langt og hva de har tenkt å jobbe med videre. På noen opptak stiller elevene spørsmål som jeg svarer på.
- Et lydopptak på 2,5 minutter fra tirsdag 1.11.2016, der jeg hadde en samtale med klassen i etterkant av prosjektet.
- Et videoopptak på 30 minutter fra elevenes fremlegg torsdag 27.10.2016

Jeg så i etterkant at jeg ikke hadde gjort noe opptak av slagverkgruppen. Begge elevene var borte en av dagene, slik at det ble lite progresjon i arbeidet til gruppen. Jeg snakket med elevene, men følte det unaturlig å ta opp samtalen når bare en var tilstede. I analysen har jeg valgt heller å bruke arbeidet fra pilotprosjektet til slagverkgruppen, se avsnittene 4.1 og 4.4. Siden godkjennelsen fra Personvernombudet for forskning for pilotprosjektet ikke gjaldt for mitt prosjekt, så bruker jeg i denne oppgaven bare det materialet som ble publisert i artikkelen i *Tangenten* i etterkant av pilotprosjektet (Fyhn et.al., 2017).

På samtalen med hele klassen tirsdag 1.11.2016 satt elevene for langt fra lydopptakeren, slik at mye av det de sa ble veldig utydelig og vanskelig å transkribere. Det jeg selv sier er tydelig å høre. Når jeg refererer til dette opptaket, så gjengir jeg elevenes uttalelser ikke i transkripsjon, men utfra det jeg husker og sammenhengen det ble sagt i.

Jeg tok også bilder under prosjektet, både for å dokumentere settingen som arbeidet foregikk i og for å fange øyeblikkene. På den innledende dagen i de to kirkene i Narvik var jeg selv opptatt med undervisning. Derfor fikk en av elevene kameraet og ble bedt om å ta noen bilder i løpet av seansen.

3.4.2 Loggføring

I tillegg gjorde jeg notater etter hver økt i prosjektet. Å gjøre notater etter en undervisningsøkt på to til fire timer er utfordrende. Man må nødvendigvis gjøre et utvalg, fordi det er umulig å huske alt. Jeg noterte episoder som kunne bety noe for resultatene eller som jeg la spesielt merke til, ting som forstyrret prosessen og sitater fra enkelte elever, som jeg ikke hadde tatt opp med lydopptakeren, men som jeg anså som viktige. Disse sitater ble ikke ordrette, men de fanget innholdet i det som ble sagt.

Fra introduksjonsdagen og de tre første dagene har jeg en logg hver på en til to A4-sider. Jeg skrev ikke noe logg den siste dagen, siden jeg følte at jeg hadde nok data med videoopptaket av fremleggene. I arbeidet med analysen viste det seg at loggnotatene ble for korte og overflatiske. Gjennom videoopptaket hadde jeg gode data for elevpresentasjonene, men det ble vanskelig å dokumentere tilstrekkelig elevenes arbeid og det de snakket om i løpet av de tre dage-ne de jobbet med prosjektet.

3.4.3 Bruk av data i analysen

Jeg vil analysere datamateriale med tanke på hvilke matematiske kompetansene elevene viste i prosjektet. Jeg skal se både på Niss' åtte matematiske delkompetanser, hans tre dimensjoner av kompetansene og Schoenfelds fire aspekter av matematisk proficiency. Hovedvekten ligger på de åtte delkompetansene og hvordan elevene brukte de under fremleggene sine. Som beskrevet i 3.4.1 valgte jeg av praktiske hensyn ikke å gjøre videoopptak mens elevene jobbet. Jeg kunne ikke følge opp alle gruppene hele tiden. Derfor har jeg ikke hatt mulighet til å analysere alt arbeid som elevene gjorde under hele prosjektet. Det ville da også ha sprengt oppgavens ramme. Mens jeg pratet med gruppene underveis i prosessen fikk jeg noen innblikk i elevenes tanker, som jeg fikk notert i loggen og kan ta med i analysen. Ellers bygger analysen for det meste på videoopptaket fra fremleggene, og de skriftlige presentasjonene jeg hadde fått fra elevene i etterkant av prosjektet.

Det ville vært for omfattende å redegjøre for alle dimensjonene ved alle kompetansene hos alle gruppene. For å kunne uttale meg om i hvilken grad kompetansene har økt, så bør jeg ha kunnskap om på hvilket nivå elevene lå på før prosjektet. Jeg har ikke data for å dokumentere dette, slik som for eksempel en pretest. Men jeg kjenner elevene fra før, og jeg vet hvilke læreplanmål de tidligere har jobbet med. Ut ifra denne kunnskapen kan jeg trekke frem noen eksempler på hvordan elevene fikk utvidet sine kompetanser i prosjektet.

Av samme grunn er det vanskelig for meg å gå i dybden i alle de fire aspektene av Schoenfelds proficiency. I denne studien er jeg observatør og veileder mens elevene jobber, men jeg har ikke fulgt dem tett gjennom hele prosessen. Det kunne man ha gjort gjennom for eksempel oppgavebaserte intervjuer. Det er lettest for meg å beskrive elevenes kunnskapsbasis. Det som elevene viste av strategisk tenkning, metakognisjon og holdninger til faget kan jeg bare registrere i bruddstykker. Når disse aspektene viser seg i mine samtaler med elevene, deres skriftlige notater og den muntlige presentasjonen, så kan jeg ta det med i analysen.

Å undersøke hvordan for eksempel elevers holdninger konkret virker inn på deres arbeid med matematikk kunne vært veldig interessant. Men det er omfattende nok til en ny studie med et annet forskningsdesign.

3.5 Kritisk blikk på metoden

3.5.1 Forskning i klasserommet

Edvardsen (1998) påpeker med henvisning til Spradley & McCurdy (1972) at den som forsker i et klasserom må skille mellom kulturell scene og sosial situasjon. Den sosiale situasjonen er klasserommet slik det viser seg for forskeren med objekter og personer. Den kulturelle scenen kan derimot være veldig forskjellig for læreren og hver enkel elev, og den kan forstyrre den sosiale situasjonen i høy grad. I enhver skoleklasse ligger det en kime til opprør mot de herskende strukturene, personifisert i læreren som representant for makten. Opprøret kan være så uskyldig som å koble ut mentalt i undervisningen til en åpenbar boikott av alt regelverk og alle plikter. Edvardsens kategoriserer elevene i 4 grupper: *Vinnerne,* som jobber på lag med systemet og klarer seg bra, *de fortapte*, som gjerne til tross for å prøve ikke får det til og *overvinnerne*, egentlig også i kategorien taperne, men som kompenserer mislykketheten ved bevisst å bryte reglene. Og i midten er den store gruppen av *medløperne*, som kan helle i begge retninger, vekslende fra dag til dag eller år til år. Det er dem som kan være avgjørende for hvordan klassemiljøet og arbeidsmiljøet er.

Alle disse små og store opprør, samhandlinger og kamper mellom gruppene ligger gjerne og ulmer under overflaten. Læreren sanser mye av det i det daglige møtet med klassen. Men for en forsker som kommer utenfra og observerer er mye av det som skjer i disse kulturelle scenene skjult.

3.5.2 Personlige praktiske utfordringer i forskerrollen

Selv om jeg deltok i pilotprosjektet et halvt år før min egen studie som observatør, så er jeg langt fra en rutinert forsker. Samtidig kunne det å ha dobbeltrollen som lærer for mine egne elever og forsker by på utfordringer. Jeg hadde med en lydopptaker i klasserommet mens elevene jobbet i grupper og jeg veiledet dem i arbeidet. Planen var å gjøre opptak når det var noen interessante diskusjoner og når jeg hadde uformelle samtaler med gruppene om deres fremdrift. Men ofte ble opptakeren liggende på pulten, når jeg beveget meg rundt i klasserommet, istedenfor at jeg hadde den alltid beredt i en jakkelomme eller rundt halsen. Og det var først når samtalen var i full gang, at jeg tenkte, at dette burde jeg har tatt opp. Jeg har prøvd å gjengi noen av disse samtalene i notatene jeg gjorde etterpå, men da ble det bare en kortversjon.

Noen av elevene i klassen skulle ta om igjen en matematikkeksamen i slutten av november. De skulle derfor jobbe med eksamensforberedelser istedenfor med en gruppeoppgave. Men de var i lag med resten av klassen hele tiden. Egentlig var det tolæreren i matematikk som skulle jobbe med gruppen. Men hun hadde permisjon den uken, og det ble ikke satt inn vikar, slik at jeg også måtte ta meg av disse elevene. For forskeren inni meg var elevene ikke interessante, fordi de ikke bidro til datamaterialet til prosjektet. Men som lærer ble jeg veldig glad når de var ivrige og spurte om hjelp med eksamensoppgaver. Jeg var veldig interessert i at de skulle stå på eksamen og komme seg videre. Og når de da faktisk tok initiativ selv, så syntes pedagogen i meg, at jeg måtte støtte dem på alle måter. Derfor ble jeg ofte sittende med disse elevene for å hjelpe dem videre med oppgavene.

Da hendte det gjerne at timene plutselig var over uten at jeg hadde fått tid til å se etter for eksempel gitar- og bassgruppen. De hadde gått ned til øvingsrommene, i motsatt ende av skolen, for å kunne jobbe i fred med sitt tema. Gruppen fikk gjort ganske mye, men blant annet en formel, som de presenterte på slutten, var feil. Og det kunne sikkert vært unngått om jeg hadde vært mer obs på disse elevene. Her var det altså en situasjon der læreren i meg stod i veien for forskeren.

3.6 Validitet og reliabilitet

3.6.1 Validiteten til prosjektet

Validiteten spør om jeg måler det jeg hadde tenkt å måle. Man kan skille mellom begrepsvaliditet, indre og ytre validitet. Innenfor design science undersøker man sammensatte systemer som tar utgangspunkt i menneskelig aktivitet. Undervisning er både kontekst- og personavhengig – et opplegg som fungerer bra den ene dagen med en klasse kan bli en fiasko neste dag med en annen klasse. Allikevel kan et undervisningsopplegg som brukes i forskningen gi noen generelle svar på hvordan undervisning og læring skjer. Schoenfeld (2007a) beskriver tre dimensjoner som man kan bruke til å karakterisere slik forskning: troverdighet, allmenngyldighet og viktighet.

3.6.2 Ytre validitet

Hvor allmenngyldig er egentlig en studie av bare en klasse på 15 elever fra en musikklinje? Det er et spørsmål om ytre validitet. Kleven (2002) formulerer det slik: «Hvilken kontekst er resultatene gyldige i?» (s. 12). De konkrete oppgavene som elevene fikk ville bare fungere med elever på musikklinjer, altså en liten gruppe i Norge. I utgangspunktet er utvalget mitt ikke representativt for alle elever på videregående skoler i landet. Men ideen bak prosjektet kan overføres til andre elevgrupper. I avsnitt 2.4.5 har jeg beskrevet prosjektets slektskap med FYR-prosjektet på yrkesfaglige studieretninger. Det vil være fullt mulig å lage et lignende tverrfaglig prosjekt der matematikk og programfag på en yrkesfaglig linje kombineres. Det finnes andre studieforberedende linjer, der elever har mange timer med programfag, slik som idrett, medier og det nye KDA – kunst, design og arkitektur. Slik som på en musikklinje har også elevene på disse linjene felles interesser og en felles kultur, som kan være grunnlag for lignende prosjekter.

Schoenfeld (2007a) påpeker at mange studier i matematikkdidaktikk ofte er eksistensbevis for et fenomen. Han skiller mellom fire typer allmenngyldighet: den påståtte, som forskeren omtaler eksplisitt, den antydete, som ligger implisitt i en artikkel, den potensielle, som åpner for muligheter, og den garanterte, som forskeren kan bevise med troverdighet. Om ikke den garanterte allmenngyldigheten i en slik studie er så stor, så kan den gjennom å være fremtidsrettet ha både en stor potensiell allmenngyldighet og også en generell viktighet. Det tror jeg å kunne si om min studie også. Jeg kan ikke garantere at den skal gjelde for mange andre elevgrupper. Men jeg er overbevist om at den har potensiale også for andre.

3.6.3 Indre validitet

Den indre validiteten spør etter hvilke alternative forklaringer som er mulige. Hvordan tolker jeg de resultatene jeg får? Kan jeg tolke relasjonene mellom variablene som en årsakssammenheng? Problemstillingen i min oppgave er å analysere elevenes arbeid med tanke på hvilke matematiske kompetanser de viser. Det kan i utgangspunkt se ut som en oppgave som ikke trenger så mye tolkning. Kompetansene er klart definerte og jeg gjør rede for dem i analysen. Men det ligger i den pedagogiske forskningens natur å ville vite noe om sammenhengene (Kleven, 2002). Derfor ønsker jeg å si noe om den settingen jeg har valgt – et undersøkende prosjektarbeid med kulturbasert matematikk – har hatt betydning for de resultatene jeg får frem. Tolkningene mine bygger på teorien jeg har beskrevet og på min kjennskap til elevene. De inneholder altså et subjektivt element. Den indre validiteten ville kunne styrkes hvis lignende prosjekter blir gjennomført med andre elever og andre lærere eller forskere.

3.6.4 Begrepsvaliditeten

Begrepsvaliditeten ser på hvordan begrepene som blir undersøkt er operasjonaliserte. Hos Kleven (2002) er reliabiliteten et delaspekt ved begrepsvaliditeten. Mens systematiske målefeil har innflytelse på validiteten, så er reliabiliteten knyttet til tilfeldige målefeil. Noe som kan ha en systematisk påvirkning er situasjonen elevene befant seg i. De fulgte den vanlige undervisningen med sin lærer som skal vurdere dem. Det kan ha bidratt at de prøvde å få med noe matematikk i sine fremlegg, bare for å ha med matematikk. Og ikke fordi det var noe som de ønsket å gå dypere inn i. Det å bli observert har en innflytelse på deltakeres oppførsel i en forskningsstudie, uansett hvor diskret man prøver å gjøre observasjonen, den såkalte Hawthorne-effekten (Berg, 1987). Lyd- og filmopptak kan ha virket hemmende på mer beskjedne elever.

3.6.5 Reliabiliteten til prosjektet

Studiens reliabilitet er et spørsmål om den er konsistent og pålitelig. Kan andre forskere gjenta den til et annet tidspunkt? Kleven (2002) skiller mellom tre aspekter av reliabiliteten: stabiliteten, ekvivalensen og observatørreliabiliteten. Stabiliteten spør om resultatene er avhengige av tidspunktet. Klassen vår var i en spesiell situasjon. Rett i forkant av pilotprosjektet vedtok

Nordland fylkeskommune å legge ned musikklinjen ved deres skole. Da hadde både elevene, hele skolen og mange av innbyggerne kjempet i flere uker for å bevare linjen. Denne kampen hadde tatt mye energi, og frustrasjonen og usikkerheten over fremtiden preget elevene. Denne situasjonen kan ha virket inn på elevenes innsats i sitt arbeid.

Ekvivalensen er mest relevant i studier som bruker mer konkrete oppgaver eller spørsmål. Her var oppgavene holdt åpne, slik at elevene selv kunne velge hvilken vei de ville gå. Pianogruppen jobbet for eksempel med et tema, der jeg hadde sett for meg at de kunne jobbe med en grafisk fremstilling. Men elevene begynte med statistiske undersøkelser, som jeg ikke hadde tenkt på. Dette var dog ikke noe problem for analysen av gruppearbeidet. Det var like godt grunnlag for å se på de matematiske kompetansene.

Men ekvivalensen spiller også en rolle i hva jeg som observatør legger vekt på. Som beskrevet i kapittel 3.4 var jeg for det meste alene med klassen under prosjektet. Jeg hadde derfor ingen som kunne korrigere og supplere mine observasjoner. Min rolle som elevenes lærer spilte nok en rolle for hva jeg opplevde som viktig. Det var godt å kunne se tilbake til pilotprosjektet, der det var en forsker utenifra som var observatør. Gjennom diskusjon med henne fikk jeg innblikk i hvordan en mer objektiv forsker opplevde klassen.

Noe lignende gjelder også for reliabilitetens tredje aspekt, hvordan jeg som observatør tolker det jeg ser. Jeg gikk inn i observatørrollen med en forforståelse av situasjonen og deltakerne, og det preger selvsagt min tolkning. Jeg diskuterer denne problematikken mer grundig i avsnitt 3.7.2 under etiske utfordringer.

3.7 Forskningsetikk

3.7.1 Generelt om etikken i prosjektet

Ved forskning med mennesker er det viktig å vise nødvendig respekt og bevare deltakernes integritet. Både pilotprosjektet og min studie ble meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS, og godkjent, se Vedlegg V. Elevene, og siden de er under 18 også foresatte, fikk et informasjonsskriv med en samtykkeerklæring i forkant, der de ble gjort oppmerksomme på hva studien innebærer og hvordan det innsamlete datamateriale vil bli behandlet i fremtiden (se Vedlegg III). Deltakelsen i studien er frivillig. Siden både pilotprosjektet og min studie inngikk i skolens undervisning, måtte alle elevene delta i undervisningen og forberede og gjennomføre fremleggene. Men av de som ikke ville gi sitt samtykke, skulle ikke bilder og opptak bli brukt.

Deltakerne i studien er anonymiserte, og i publiseringer vil bare bilder av deltakere, som har gitt sitt samtykke, bli brukt. Når jeg bruker navn i oppgaven, så er de fiktive. I og med at gruppen bare er på 15 elever med 3 gutter er jeg også påpasselig at elevenes kjønn ikke er identifiserbar i oppgaven. Når jeg omtaler en elev med han og et guttenavn, så kan det altså likeså godt være ei jente. Jeg har ikke lagt vekt på elevenes kjønn i mine analyser heller.

3.7.2 Personlige etiske utfordringer i dobbeltrollen som forsker og lærer

Som lærer har jeg blitt godt kjent med elevene før studien. Jeg kjenner deres faglige ståsted og deres personlighet. Det kan ha stor innvirkning på hvordan jeg oppfører meg ovenfor elevene under prosjektet. Lærere er også bare mennesker og klarer neppe å ha et likt, nøytralt og objektivt syn på alle elevene. Noen blir favoritter, kanskje fordi de gjennom faglig styrke bidrar aktivt i undervisningen, kanskje fordi de alltid er smilende og lett å komme i prat med. Andre er anonyme, både faglig og sosialt, og er vanskelige å legge merke til. Enda andre har jeg kanskje et anspent forhold til fordi de ofte er urokråker i undervisningen. Edvardsens (1998) *overvinnere* og *tapere* kan ta mye av energien i hverdagen.

Denne forutinntattheten kan styre hvor mye tid jeg tilbringer med de forskjellige gruppene i løpet av prosjektet. Elever i en gruppe ivrer veldig etter tilbakemelding og støtte og vil gjerne diskutere det de holder på med. En annen gruppe vil helst ikke la seg se i kortene. For å få et godt forskningsresultat, så burde jeg hatt et nøytralt observatørblikk på alle elevene og vist den samme nysgjerrigheten og interessen. Wadel (2014) betegner begreper som «bråkete» eller «rolig» som egenskapsbegreper. Som forsker i egen skoleklasse er faren ekstra stor for at jeg bruker en elevs egenskap til å forklare vedkommendes atferd. Men da kan jeg fort overse det relasjonelle i en handling, og samhandlingen i gruppene bør være det jeg har mest fokus på.

Det som gjelder for enkeltelever gjelder også for klassen som helhet. Med noen klasser har man en god kjemi og gleder seg til å være sammen med. Andre har utviklet en negativ gruppedynamikk som tapper for energi, slik at man er glad når timen er over. Denne kjemien mellom lærer og klasse og min kanskje ubevisste holdning preger selvfølgelig også min oppførsel under en slik studie. En i utgangspunkt positiv holdning kan bidra til at jeg tolker elevenes resultater mer positivt enn om jeg møter dem med en anspent holdning. Tolkningen som jeg kommer frem til i løpet av arbeidet med masteroppgaven er nok ikke bare preget av det rent faglige resultatet og den teoretiske bakgrunnen for selve oppgaven, men også av min forutinntatthet mot klassen. En forsker som kommer utenfra kunne lettere unngått denne problematikken. Vedkommende ville nok fått et inntrykk av klassen og dens miljø i løpet av den uken prosjektet varte. Samtidig var prosjektet noe annet enn den vanlige undervisningssituasjonen, slik at også klassemiljøet ikke var det vanlige. Men for forskeren ville det vært lettere å beholde det objektive blikket.

Klassemiljøet og enkeltelevers holdninger kan bidra både positivt og negativt til utfallet av resultatene og til min tolkning. Det finnes personlig informasjon som jeg som elevenes lærer har, men som ikke angår forskeren. Det er noe jeg ikke burde legge vekt på det i mitt forskningsarbeid. Jeg ønsker ikke å henge ut noen av elevene, men innser også at det er vanskelig å innta et helt verdinøytralt perspektiv. Wadel (2014) beskriver konflikten på følgende måte:

> *Balansegangen mellom nærhet og distanse er et vedvarende problem for de fleste feltforskere. I mange tilfeller må en feltarbeider etablere nærhet til sine informanter for overhodet å oppnå innsikt. Men den nærheten en etablerer under feltarbeidet, kan en erstatte med distanse under utskrivingen ved valg av genre, disponering og språk.. (s. 183)*

Gjennom bevisstgjøring av denne konflikten, klarer jeg om ikke å løse den, så i det minste å håndtere den.

4 Analyse

I min analyse gir jeg først en beskrivelse av hvordan arbeidet med prosjektet foregikk, både innledningsdagen i kirken og arbeidet på skolen de neste dagene. I avsnitt 4.2 analyserer jeg trekk ved noen av de åtte delkompetansene (Niss & Jensen, 2002) som er felles for gruppene. Så kommer en analyse av hver av de fire gruppene. Der ser jeg på både hvilke av de åtte delkompetansene elevene fikk vist, om de fikk utvidet noen av kompetansenes dimensjoner og hvilke av Schoenfelds aspekter av matematisk proficiency elevene brukte. For hver gruppe skal jeg også gi en oversikt over hvilke av læreplanmålene for matematikk 2P som ble dekket av elevenes arbeid.

4.1 Gjennomføring av prosjektet

Prosjektet ble gjennomført i perioden 21.-27. oktober 2016. På innledningsdagen i de to kirkene i Narvik hadde jeg for det meste lærerstyrt undervisning. I tillegg fikk elevene prøve de forskjellige instrumentene selv.

Når jeg spilte musikkeksempler prøvde jeg å få i gang en samtale om hva som skjedde i musikken. I preludiet fra Bachs *Wohltemperiertes Klavier* så vi etter hvilke akkorder som ble brukt. Elevene trengte mye hjelp fra meg for å identifisere flere av akkordene, loggnotatene viser «Lite respons» (21.10.2016, linje 11). Også etter at jeg hadde spilt fugen var det vanskelig å få elevene med i samtalen. De bekreftet at de hørte temaet når jeg spilte noen temainnsatser i starten på fugen i alle tre stemmer. Så spilte jeg temaet der det kommer noe senere i en omvending. «Elevene er enige at her er temaet. Men ved sammenligning med starten viser det seg at det står på hodet» (linje 33-34). Elevene hørte altså at det var et tema, men det var først når jeg gjorde dem oppmerksomme på notene, at de la merke til at det var annerledes enn i starten.

Når vi snakket om overtoner og skalaen ble noen elever mer engasjerte. De som hadde hatt det som tema under pilotprosjektet kom blant annet med innspill. Jeg nevnte at tonene giss og ass er samme tangent på pianoet, men på en fiolin er det en ørliten forskjell på hvor man setter fingeren på strengen. Da kommenterte Knut: «selv om det er bånd på gitaren kan man variere i noen grad» (linje 18). Jeg tegnet opp en monokord og fortalte at man får en oktav ved å dele strengen i to. Kari foreslo at man jo også kunne dele den i fire. Jeg markerte det på skissen og forklarte at «Da deler man 2 ganger på rad på 2 og får 2 oktaver opp» (linje 22). Også når elevene fikk prøve instrumentene selv ble de ivrige. «Mye aktivitet, flere som prøver seg og drar i registrene» (linje 38).

Pianostemmeren i Narvik kirke ble interessert i det vi holdt på med og ble med oss opp til orgelet. På slutten, når de fleste elevene hadde gått, var det tre elever som kom i prat med ham.

Da viste han oss hvordan man også på et piano kan lage en ren ters. Han skrudde på strengen på tonen e på pianoet, til den dannet en ren ters sammen med c'en. I loggnotatene skrev jeg at «De er veldig ivrige» (linje 59). De tre elevene viste at de hørte hvordan den ene tersen gikk over i den andre, og hvordan samklangen endret seg.

Fra mandag til onsdag uka etterpå hadde klassen to timer hver dag for å jobbe med sine tema. Mandag startet jeg med en kort samtale med klassen om oppgavene de hadde fått og om deres forventning til prosjektet. Elevene var litt skeptiske til om de ville få ut så mye matematikk av det. Men de var fornøyde med at oppgavene var knyttet nært til det de holdt på med i musikkfagene. Slagverkgruppen var skuffet over at deres tema, dim-akkorden, hadde lite med deres hovedinstrument å gjøre.

Slagverkgruppen fungerte dårlig under prosjektet. En av de to elevene var borte på tirsdag, den andre på onsdag. De fikk heller ikke noe hjelp av hovedinstrumentlæreren til å komme i gang. Elevene innledet fremlegget sitt med «Vi har da hatt om dim-akkorden, som ikke har noe med hovedinstrumentet vårres å gjøre» - «i det hele tatt.» (Per og Steffen, transkript fra videoopptak, 25.10.2016, 00:27:30). Det eneste de fikk vist på fremlegget, var et noteeksempel av en Beethovensonate, der det var mange dim-akkorder. De hadde ikke fulgt opp mine forslag om hva de ellers kunne undersøke. I analysen av gruppen har jeg derfor valgt å bruke det temaet slagverkgruppen jobbet med under pilotprosjektet, underdelinger av noteverdier. Siden ingen andre brukte dette tema under prosjektet, vurderte jeg det slik at det ville tilføre oppgaven mer enn det lille gruppen fikk gjort på høsten.

4.2 Elevenes matematiske kompetanser

4.2.1 Kommunikasjonskompetansen

Felles for alle gruppene var at de viste *kommunikasjonskompetanse*. Kompetansen kom til uttrykk både i diskusjonene og samtalene i gruppen og med meg som lærer i forberedelsene, men også i selve fremlegget der elevene forklarte sine funn for resten av klassen. Sigrid fra gitar- og bassgruppen sa at målet med å ta med Geogebra i presentasjonen var «en visuell presentasjon som faktisk kan hjelpe med å forstå» (26.10.2016, transkript fra lydopptak nr. 8). Sanggruppen ville inkludere de andre elevene. «Og på slutten så tenkte vi at kunne synge alle sammen» (Tine, 26.10.2016, transkript fra lydopptak nr. 6). De valgte en av sangene de hadde fått utdelt og jeg hjalp til med innstuderingen.

Under fremleggene kom elevene ikke med noen tilbakemeldinger og spørsmål til hverandre. Det var bare jeg som lærer som stilte noen utdypende spørsmål. Det var altså ikke noe toveis-kommunikasjon i fremleggene. Men i det senere arbeidet med klassen så jeg at noen av elevene hadde lært noe av de andre, se avsnitt 5.3.3. I den vanlige undervisningen jobber vi lite med slike muntlige fremlegg. Muntlig deltakelse i timene er stort sett begrenset til å svare på direkte spørsmål, stille spørsmål selv og løse oppgaver fra læreboken på tavlen. Ved å finne frem til problemstillinger selv, jobbe med dem og formidle resultatene til klassen, fikk elevene utvidet dekningsgraden i sin *kommunikasjonkompetanse*. Når de brukte fagspesifikke begrep fra både musikk og matematikk i sine fremlegg, som for eksempel overtoner og sinussvingninger, utvidet de også aksjonsradiusen.

4.2.2 Modellerings- og problembehandlingsompetansen

Jeg hadde forvente at elevene ville vise *modelleringskompetanse*. Denne kompetansen handler spesielt om å «bringe matematikk i spill og anvendelse til behandling av anliggender utenfor matematikken selv» (Niss & Jensen, 2003, s. 52). I prosjektet skulle elevene uttrykke sammenhenger i musikken med et matematisk språk. Men det var ikke alle gruppene som brukte den. Matematisk modellering inneholder mange elementer, fra å strukturere og matematisere et område, via å behandle og validere en modell, til å analysere den og formidle den til andre. De gruppene som viste *modelleringskompetanse* jobbet ikke gjennom en hel modelleringsprosess, men brukte bare noen av elementene.

Problembehandlingskompetansen kommer mest tydelig til uttrykk når elever får et matematisk problem, som de skal finne strategier for å løse. I og med at undervisningsopplegget beveget seg innenfor et undersøkelseslandskap, så ville elevene bare vise denne kompetansen hvis de selv formulerte et matematisk problem, for så å prøve å løse det. Det skjedde i veldig liten grad. Det er flytende overganger mellom *modelleringskompetansen* og problembehandling. I den grad elevene formulerte problemer og jobbet frem løsninger vurderte jeg det mer som en del av *modelleringskompetansen* og ikke som en egen delkompetanse. Jeg går nærmere inn i dette i analysene av de enkelte gruppene.

4.2.3 Resonnementskompetansen

Resonnementskompetansen er spesielt knyttet til matematiske bevis. En elev som kan følge og bedømme, men også selv gjennomføre et resonnement eller avgjøre om et resonnement utgjør en bevis, viser denne kompetansen. Rutineoperasjoner som utregninger faller ikke i denne kategorien. Elevene jobbet i prosjektet med praktiske problemstillinger, der slike resonnementer ikke var nødvendige. Siden ingen av gruppene fikk vist denne kompetansen, så omtaler jeg den ikke videre i de følgende avsnitt om de enkelte gruppene.

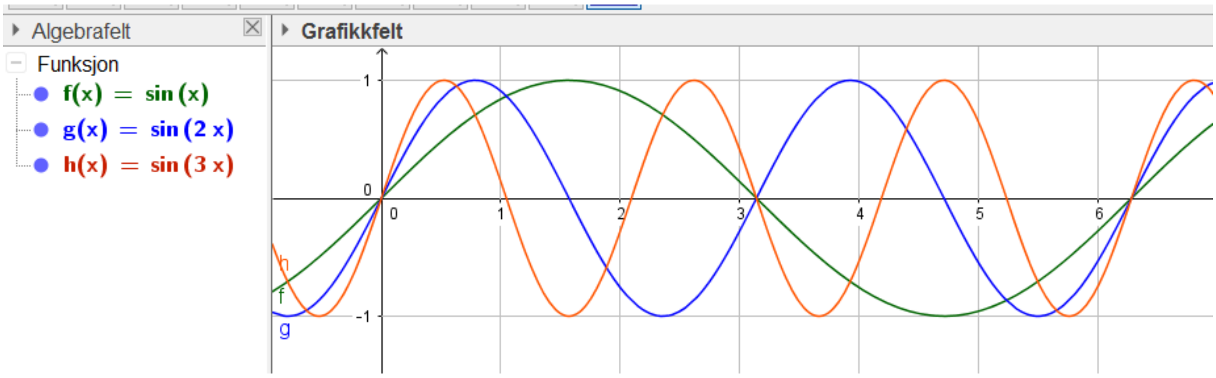
4.3 Gitar- og bassgruppens arbeid

Gruppen skulle fortsette med det temaet de hadde under pilotprosjektet, overtoner og frekvenser. Jeg foreslo at de nå kunne jobbe med funksjoner for å beskrive sammenhengen mellom strengelengden eller frekvensen og tonene i skalaen. «Kanskje dere får laget noe funksjon. Her kan man faktisk bruke Geogebra» (lærer, 24.10.2016, transkript fra lydopptak nr. 1). Ved å bruke eksponentialfunksjonen ville de for eksempel kunne regne ut forskjellen mellom en ren overtoneters, og den vanlige tersen på et moderne piano eller en gitar.

Elevene valgte å jobbe videre med overtoner, spesielt på gitaren. «Vi har repetert om de her overtonan» (Knut, 25.10.2016, transkript fra lydopptak nr. 5). Istedenfor å jobbe med eksponentialfunksjonen ville de heller undersøke sinusfunksjonen. Gitarlæreren hadde gjort dem oppmerksomme på begrepet sinussvingninger under pilotprosjektet, og dette ville de gjerne fordype seg i. I løpet av uka spurte de om hjelp for å fremstille sinuskurver på Geogebra. Til fremlegget sitt laget de en PowerPoint-presentasjon, der de viste informasjon om overtoner og frekvenser og illustrasjoner til temaet sitt.

4.3.1 Matematiske kompetanser i gitar- og bassgruppens arbeid

Elevene viste alle de fire kompetansene som faller inn under kategorien *Å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper*. De viste *representasjonskompetansen* ved å fremstille svingninger som sinusfunksjoner og ved å representere overtonene både musikalsk, i illustrasjoner og med matematiske uttrykk. Elevene ville skrive sinusfunksjoner på Geogebra. «Og så tenkte vi å starte å lage i Geogebra de her funksjonan» (Knut, 25.10.2016, transkript fra lydopptak nr. 5). Trigonometri og sinusfunksjoner er ikke del av kompetansemålene, verken på matematikk 1P eller 2P. Men gitarlæreren elevene hadde året før, hadde introdusert begrepet for dem under pilotprosjektet. Jeg brukte god tid med gruppen til dette arbeidet på onsdag, 26.10.2016. Først viste jeg dem den vanlige sinusfunksjonen $f(x) = \sin x$. Jeg forklarte at man får en svingning med dobbel frekvens ved å erstatte x med $2x$ og med tredobbel frekvens ved å bruke $3x$. Disse svingningene tilsvarer den 2. og 3. overtonen. Elevene skrev funksjonene $\sin x$, $\sin(2x)$ og $\sin(3x)$ i samme koordinatsystemet. Elevene la merke til at de på denne måten fikk henholdsvis dobbelt så mange eller tredobbelt så mange svingninger, og at nullpunktene til den første tonen alltid var nullpunkter til overtonene. Det er derfor en tone og dens overtoner smelter sammen når de klinger i lag.



Figur 3: sinusfunksjoner i Geogebra

Vi snakket om at en tone klinger sterkere når amplituden til kurven er høyere. Jeg viste elevene at man grafisk kan fremstille toner som klinger sterkere ved å sette en faktor foran sin x som for eksempel 2 sin x. 2 sin x tilsvarer samme tone som sin x, men den klinger sterkere. Jeg forklarte at man får en sammensatt tone ved å addere sinusfunksjonene til flere av overtonene.

Når jeg kom tilbake til gruppen senere samme dagen, så hadde de skrevet sinusfunksjonen for en enstrøken a, den såkalte kammertonen, en tone med en frekvens på 440 Hz, og funksjonene for noen av dens overtonene. For de av oss som er så gamle at vi er vokst opp med fasttelefon kan jeg nevne at det er den summetonen som klinger når man løfter av røret. Elevene hadde tegnet funksjonene sin 440x, sin 880x, sin 1320x og sin 1760x i samme koordinatsystem i Geogebra. Verdiene for frekvensene hadde de funnet på nettet. Grafene gir et lignende bilde som illustrasjonen i Figur nr.3. De hadde ikke gjort noe mer med toner med varierende amplituder eller sammensatte toner. De forklarte meg hva de ville vise på fremlegget. «Og så er det også ka tid de møtes» (det vil si de fire sinusfunksjonene) «en visuell presentasjon som faktisk kan hjelpe med å forstå» (Knut og Sigrid, 26.10.2016, transkript fra lydopptak nr. 8).

Ved å bruke Geogebra viste elevene i gruppen *hjelpemiddelkompetansen*. Geogebra er et viktig redskap både i matematikk 1P og 2P. Mange av elevene i klassen hadde et anspent forhold til Geogebra når vi begynte å jobbe med det på Vg1. De var lite motiverte til å sette seg inn i det og mange mestret det dårlig. Derfor var det ekstra gledelig for meg som lærer at elevene i denne gruppen selv tok initiativ til å bruke Geogebra til å undersøke funksjoner videre. De avsluttet presentasjonen sin med å vise de grafene de selv hadde laget med Geogebra og forklare det for klassen.

> *Sigrid: «Det her er da kossen bølgene ser ut på Geogebra. Det her blir da tatt utgangspunkt i a, fordi det er 4.oktavs a, 440 Hz. Det vi gjorde for å få denne kurven, å skrive inn sin og så parentes og så x.»*

Knut: «De møtes jo da på enkelte…» Elevene peker på de felles nullpunktene for de fire sinusfunksjonene og viser det med musepekeren på datamaskinen. (transkript fra videoopptak, 27.10.16, 00:09:10)

Elevene fikk utvidet aksjonsradiusen i begge disse kompetansene ved å representere en sammenheng fra musikken – lydbølger – med matematiske funksjoner og med hjelp av Geogebra. Som vi ser fikk gruppen også utvidet sitt tekniske nivå på disse to kompetansene, siden de brukte de på et felt, sinusfunksjoner, som var helt nytt for dem. Det var noe jeg hadde forventet mindre av i prosjektet. Jeg så for meg at elevene ville bruke ferdigheter de hadde fra før på nye områder fra musikken.

Elevene viste *symbol- og formalismekompetanse* ved å prøve å sette opp en formel for den n-te overtonen. Elevene diskuterte ikke en slik formel med meg mens de jobbet med temaet, så jeg fikk først se det ferdige resultatet når de hadde fremlegget sitt. Jeg antar at de trodde at en slik formel ville bli forventet av dem, siden de under pilotprosjektet ble oppfordret til å finne en formel og de da fikk hjelp av prosjektleder. Elevene skrev riktig at «Overtoner er grunntonens frekvens multiplisert med 2, 3, 4 osv.» men i neste linje skrev de «Formelen for å finne frekvensen til en overtone er $\frac{n}{4}$ der n er grunntonen.» (Sigrid, personlig kommunikasjon, 1.11.2017), noe som ble feil.

Hvis jeg hadde observert det tidligere kunne vi sikkert ha rettet opp formelen før fremlegget. Jeg valgte ikke å gå nærmere inn på formelen deres under fremlegget. Til tross for feilen så viste elevene at de kunne bruke matematisk fagspråk og at de forstod betydningen av å generalisere et uttrykk. De husket fra pilotprosjektet at det er vanlig å bruke bokstaven *n* når variabelen representerer naturlige tall. Formelen de prøvde seg på skulle være et uttrykk for frekvensen i den 1., 2., 3. og så videre overtonen, altså en tallfølge.

Sigrid: «I den formlen her så er n grunntonen. Så tar og multipliserer den. (En av de andre elevene spiller to toner på gitaren.) Så blir det her grunntonen og det overtonen. Da bytter vi ut n med 2, da blir det (hun mener gitarstrengen) delt i 2, (pause, en ny tone blir spilt på gitaren), delt i 3, så tar vi 3 her. Det skulle egentlig vært en sånn lambda-ting her, men vi skjønte ikke hva den var til.»

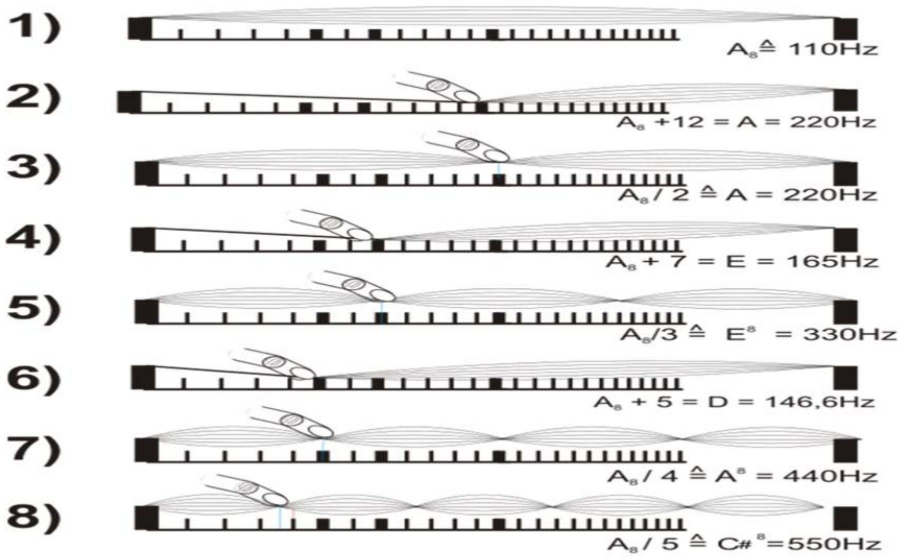
Julia: «Noe som betyr bølgelengde?».

Sigrid: «Ja, sikkert» (27.10.2016, transkript fra videoopptak, 00:01:15).

Gruppen viste k*ommunikasjonskompetanse* når de diskuterte sinusfunksjoner med meg. De laget en innholdsrik presentasjon og alle var med på det muntlige fremlegget, noe som viser at de må ha jobbet godt i lag. Jeg kunne ikke følge gruppen hele tiden, men hadde inntrykk av at alle tre elevene bidro til arbeidet. Det kom ingen tilbakemeldinger fra de andre elevene under fremlegget. Men når vi jobbet med modellering i matematikk noen uker senere, viste flere av elevene at de hadde skjønt noe av prinsippet av sinusfunksjonen, se avsnitt 5.3.3.

Kompetansene i kategorien *Å kunne spørre og svare i og med matematikk* ble noe mindre tydelig. *Tankegangskompetansen* kom til uttrykk ved at elevene valgte sinusfunksjonen som det temaet de ville fordype seg i. De husket fra pilotprosjektet at det er en funksjon som beskriver svingninger, og nå ville de undersøke mer konkret hvordan denne funksjonen ser ut. Også abstraksjon og generalisering, som de brukte for å lage en formel, er sider av denne kompetansen. Jeg hadde håpet at elevene ville vise *problemløsningskompetansen*, hvis de hadde fulgt opp forslaget med å bruke eksponentialfunksjonen. Men siden de valgte et annet tema, der de ikke behøvde å løse et matematisk problem ved regning, så fikk de ikke bruk for den.

Modelleringskompetansen fikk de bruk for i mindre grad. De jobbet ikke med en modelleringsprosess, men de kunne bruke sinusfunksjonen som en modell for svingninger. Elevene hadde funnet en illustrasjon på internett som viser hvordan gitarstrengen beveger seg ved de forskjellige overtonene, og de bevegelsene var helt like sinusfunksjonene de hadde funnet frem på Geogebra. Den viser hvor man må trykke gitarstrengen for å få frem grunntonen (1) og de enkelte overtonene (3, 5, 7 og 8).



Figur 4: overtoner på gitaren - fra elevpresentasjonen

Man kan blant annet se forskjellen på en ren og en veltemperert ters på gitaren. På den veltempererte tersen setter man fingeren på det 4.båndet, på den rene tersen (8) mellom 3. og 4. bånd. «Det her er da 12. bånd, (…) det her er på 7. bånd og 5. bånd og 4. bånd (liten pause, samtaler svakt med Kari), 3. bånd, ja, mellom de, mellom 3. og 4.» (Sigrid, transkript fra videoopptak, 25.10.16, 00:03:30).

Bruken av sinusfunksjonen til å modellere bevegelsen av gitarstrengen viser at elevene fikk både en større aksjonsradius og et høyere teknisk nivå på sin *modelleringskompetanse*. De skjønte også den praktiske betydningen av sinusfunksjoner for andre periodiske bevegelser i naturen, slik som flo og fjære og klarte å formidle den til klassen.

4.3.2 Matematisk proficiency hos gitar- og bassgruppen

Gitar- og bassgruppen fikk vist grunnleggende matematisk kunnskap ved å jobbe med funksjoner, både funksjonsuttrykkene og grafiske fremstillinger, og med tallfølger. De viste strategisk tenkning i forsøket med å finne et generalisert uttrykk for en tallfølge. Når de ikke lyktes med det, kan det være på grunn av manglende metakognisjon.

Elevene reflekterte ikke over den formelen de hadde satt opp. Dersom de hadde prøvd å validere den ved for eksempel å sette inn noen verdier for *n*, så ville de antagelig ha oppdaget at den ikke kunne stemme. Gruppen lot være å reflektere kritisk over det resultatet de hadde fått. Hvis jeg hadde fulgt opp gruppen mer og gitt dem et hint, så hadde de kanskje klart på egenhånd å rette opp formelen. Elevene hadde tjent på å ha læreren som stillasbygger rundt seg i større grad. De ville gjerne klare seg selv, men det viste seg at nivået på deres proficiency ikke var høyt nok til å løfte blikket og vurdere eget arbeid utenfra.

Elevene viste en positiv holdning med å ville lære mer om bruken av Geogebra. Men i noen av deres valg ser jeg at de unngikk å utsette seg selv for problemer. Når de valgte å ikke jobbe med eksponentialfunksjonen slik jeg hadde foreslått, så slapp de å møte et konkret problem, som de der og da ikke hadde en løsning på. Ved å undersøke sinusfunksjoner trengte de ikke komme frem til et konkret svar. De valgte heller ikke å vise de sinusfunksjonene de hadde tegnet selv i Geogebra, men viste bare illustrasjoner de hadde funnet på nettet. Det kan virke som elevene ikke hadde nok tillitt til sine egne matematiske ferdigheter til å sette i gang med problemløsning. Her kunne jeg som lærer sikkert vært mer pågående for å få dem med på det temaet som jeg hadde tenkt på. Men elevene valgt en retning som de oppfattet som relevant for dem. Sinusfunksjoner er noe mange som driver med musikk, og særlig musikkteknologi, møter til daglig. Dermed samsvarer elevenes valg med FYR-tenkningen, nemlig å jobbe med tema som er relevante for det yrket man utdanner seg til.

4.3.3 Læreplanens kompetansemål i gitar- og bassgruppens arbeid

Elevene viste kompetanse i de tre hovedområdene *tall og algebra, modellering* og *funksjoner i praksis.* Det er ingen kompetansemål i *tall og algebra* som dekker gruppens arbeid, men den generelle beskrivelsen av hovedområdet passer til det:

> *Algebra i skolen generaliserer talrekning ved at bokstavar eller andre symbol representerer tal. Det gjev høve til å beskrive og analysere mønster og samanhengar (KD, 2013b, s.2).*

Hovedområdene *funksjoner* og *modellering* er knyttet tett sammen ved at man bruker funksjoner til modellering i undervisningen.

> *Funksjonar kan nyttast til å lage matematiske modellar av praktiske samanhengar. Hovudområdet funksjonar i praksis handlar om å bruke funksjonar til å beskrive og analysere situasjonar frå daglegliv og arbeidsliv. (s.3)*

Under disse to hovedområdene er det følgende kompetansemål som elevene brukte:

- *analysere praktiske problemstillingar knytte til daglegliv, økonomi, statistikk og geometri, finne mønster og struktur i ulike situasjonar og beskrive samanhengar mellom storleikar ved hjelp av matematiske modellar*
- *bruke digitale verktøy til å undersøkje kombinasjonar av polynomfunksjonar, rotfunksjonar, potensfunksjonar og eksponentialfunksjonar som beskriv praktiske situasjonar, (...)*
- *bruke funksjonar til å modellere, drøfte og analysere praktiske samanhengar (s.5)*

Som det fremgår så er altså ikke sinusfunksjoner del av kompetansemålene, siden trigonometri ikke er en del av P-matematikken. Derfor er det bare det faktum at elevene brukte Geogebra – altså et digitalt verktøy – som kan kobles til det andre kompetansemålet.

Modellering er i utgangspunkt et stort område i matematikken, der det er mange matematiske ferdigheter som kan komme til anvendelse og som ofte blir kombinert. Men slik temaet er lagt opp i mange lærebøker i 2P i dag, så trenger elevene bare instrumentell kunnskap om hvordan å utføre en regresjonsanalyse på Geogebra (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Svorstøl & Hals, 2014). I teorien kan vi altså koble mye av det gitar- og bassgruppen jobbet med til kompetanseområder i 2P. Men i praksis, slik lærebøker og eksamener legger opp til, er det ikke mye av det de kan bruke konkret.

4.4 Slagverkgruppens arbeid

Siden gruppen under prosjektet i oktober ikke fikk gjort mye, skal jeg her analysere de resultatene som elevene kom frem til under pilotprosjektet vinteren 2016 (se avsnitt 1.4 og Fyhn et.al., 2017).

4.4.1 Matematiske kompetanser i slagverkgruppens arbeid

Representasjonskompetansen kom tydelig frem i elevenes arbeid. I fremlegget sitt viste de forskjellige rytmer først ved hjelp av notetegnene på et lysbilde og så i praksis, ved å slå rytmen på bordet med en trommestikke. De oversatte så de musikalske uttrykkene til et matematikkspråk ved å representere noteverdiene med brøk. Med god hjelp av prosjektlederen klarte de å generalisere tallfølgen ½, ¼, $^1/_8$ og så videre, til uttrykket $1/2^n$. Det å kunne generalisere faller inn under *tankegangskompetansen*, slik som også det å kunne abstrahere et begrep. Når de klarte å oppsummere tallfølgen i en formel, viste de at de kunne gjenkjenne brøkene i det abstrakte uttrykket. Tallfølger er ikke noe elevene hadde jobbet med tidligere. Derfor fikk elevene utvidet dekningsgraden til sin *tankegangskompetanse*. De brukte den på et område som var nytt for dem.

Formelen er samtidig et uttrykk for *symbol- og formalismekompetansen*, som bl.a. innebærer å «oversette frem og tilbake mellom symbolholdig matematisk språk og naturlig språk» (Niss & Jensen, 2003, s. 58). Denne kompetansen viste elevene også ved å bruke brøk og potenser i store deler av sitt arbeid. I arbeidet med toerpotensene ble elevene gjort oppmerksomme på av prosjektleder at uttrykket 2^0 må være lik 1, for at formelen skal gjelde også for en helnote. Der fikk de muligheten til å utvide denne kompetansens tekniske nivå. Men presentasjonen viste at elevene ikke helt hadde forstått denne symbolbruken. Når de skulle forklare 2^0 til klassen ble det ikke rett.

Når elevene brukte brøk og potenser både som konkrete tall og en abstrakt formel for å beskrive musikken, så fikk de utvidet aksjonsradiusen til både *representasjons-*, *tankegangs-* og *symbol- og formalismekompetansen.* Alle elever på musikklinjen lærer tidlig på Vg1 at noteverdiene har navnene *en fjerdedel, en åttendedel* og så videre, og at de vanligvis deles i to. Elevene i slagverkgruppen viste at de ikke bare hadde lært navnene og kunne spille notene, men at de også skjønte symbolbruken, bakgrunnen og den teoretiske betydningen. De viste at de hadde kommet på et høyere abstraksjonsnivå.

Det å strukturere og matematisere de forskjellige notene viser elevenes *modelleringskompetanse.* Når elevene satte $2^0 = 1$, var det et ledd i å validere modellen. Hvorvidt prosessen med å lage modellen også inneholdt *problemløsningskompetansen* er vanskelig å svare på, siden de to kompetansene her overlapper hverandre. Jeg velger ikke å ta med problemløsningen i elevenes refleksjoner, siden de ikke brukte denne kompetansen til noe annet enn det de viste i *modelleringskompetansen*.

4.4.2 Matematisk proficiency hos slagverkgruppen

Gruppens ferdigheter viste seg i arbeidet med brøk og potenser og med tallfølger. Slik som gitar- og bassgruppen kom de frem til et generalisert uttrykk og viste med dette en viss grad av strategisk tenkning. Under fremlegget virket elevene noe usikre når de skulle presentere det matematiske innholdet. I motsetning så de ut til å føle seg trygge når de kunne vise frem musikken og rytmene ved hjelp av sitt hovedinstrument, tromme. Det var tydelig for meg at de hadde fått hjelp med formelen de hadde funnet, og når de skulle snakke om potensen 2^0 ble de usikre. De hadde ikke jobbet så mye med dette nye matematiske tema at de kunne vurdere sitt eget arbeid selvkritisk, var altså ikke kommet så langt at de kunne bruke metakognisjon. De var fortsatt innenfor oppgavediskursen, der de viste en matematisk fremgangsmåte på den måten som den var blitt vist til dem tidligere.

Det at elevene følte seg trygge med det musikalske temaet de hadde fått under pilotprosjektet, kan ha bidratt til en mer positiv holdning ovenfor matematikken de jobbet med. Under prosjektet i oktober kom gruppen aldri skikkelig i gang, og på grunn av fravær fikk de ikke gått inn i matematikken i det hele tatt. En medvirkende årsak kan også være at det var denne gruppen som var minst fornøyd med temaet de hadde fått, dim-akkorden. Akkorder er en viktig del av læreplanene både i *Musikk fordypning*, piano biinstrument og besifringsspill på Vg2 på musikklinja. Men de er lite relevante for trommiser, så lenge de spiller på det vanlige trommesettet. I motsetning til de andre tre gruppene kunne de ikke bruke sitt hovedinstrument til å sette seg inn i temaet. Dermed ble det også mindre motiverende å utforske matematikken til dim-akkorden.

4.4.3 Læreplanens kompetansemål i slagverkgruppens arbeid

Slagverkgruppens arbeid med brøk og potenser ligger under hovedområdet *tall og algebra*. I tillegg fant de et generelt uttrykk for noteverdier, noe som er en modelleringsprosess. Selv om elevene gikk på Vg1 når pilotprosjektet ble gjennomført, så er det i læreplanen for Matematikk 2P vi finner kompetansemål som dekker deres arbeid. På Vg1 er ikke regning med potenser et kompetansemål, selv om det er noe elevene kjenner til fra ungdomsskolen. Læreplanene for både matematikk fellesfag og matematikk 2P har den veldig generelle formuleringen at «hovedområdet *tal og algebra* handlar om å utvikle talforståing og innsikt i korleis tal og talbehandling inngår i system og mønster» (KD 2013b, s. 2). Mens det er ingen av kompetansemålene for 1P som kan knyttes til elevenes arbeid, så har vi følgende kompetansemål for 2P: «rekne med potensar og tal på standardform med positive og negative eksponentar, og bruke dette i praktiske samanhengar» (s.4). I hovedområdet *Modellering* har elevene jobbet med et av kompetansemålene: «analysere praktiske problemstillingar knytte til daglegliv, økonomi, statistikk og geometri, finne mønster og struktur i ulike situasjonar og beskrive samanhengar mellom storleikar ved hjelp av matematiske modellar» (s. 5).

4.5 Pianogruppens arbeid

Pianogruppen fikk hjelp av pianolæreren på mandag til å lese i notene og finne alle de plassene der de tre stemmene har temainnsatser. Elevene jobbet med to forskjellige problemstillinger. To av elevene fortsatte med analysen av notene til fugen. De markerte med forskjellige farger hvor de tre stemmene beveget seg, og når hver stemme hadde en temainnsats (Sylvi, personlig kommunikasjon, 27.10.2016). På tirsdag observerte jeg at den tredje eleven hadde begynt å gjøre statistiske beregninger.

> *På slutten sitter hun alene og tegner søylediagram. Hun har talt fortegn i de 3 stemmene: 2. og 3. har ganske lik tall, 1.stemme har flere. Jeg spiller inn at det kan være fordi 1.stemmen spiller mer. Vi ser over stykket: 1.stemmen har ingen pause, spiller hele tida; 2.og 3.stemme har flere takter med pauser (loggnotater, 25.10.2016, linjer 24-27).*

Gruppen hadde selv bestemt at de ville bruke statistikk til å undersøke noen av egenskapene til fugen. De hadde lagt merke til at det var usedvanlig mange løse fortegn i fugen, dvs. fortegn som står foran en note i musikkstykket, i motsetning til de faste fortegn som står i starten på en notelinje. Det ville de undersøke nærmere. «Ja, så skal vi se på løse fortegn» (Sylvi, 26.10.2016, transkript fra lydopptak nr. 7). I tillegg talte de temainnsatser i hver av de tre stemmene og regnet ut i hvor mange prosent av taktene man finner utdrag fra temaet. Jeg hadde notert at elevene «ønsker at jeg spiller fugen mens de viser den. Skal scanne Tines kulørte versjon slik at de kan vise den på skjerm og peke på hva jeg spiller» (loggnotater, 26.10.2016, linjer 13-14).

4.5.1 Matematiske kompetanser i pianogruppens arbeid

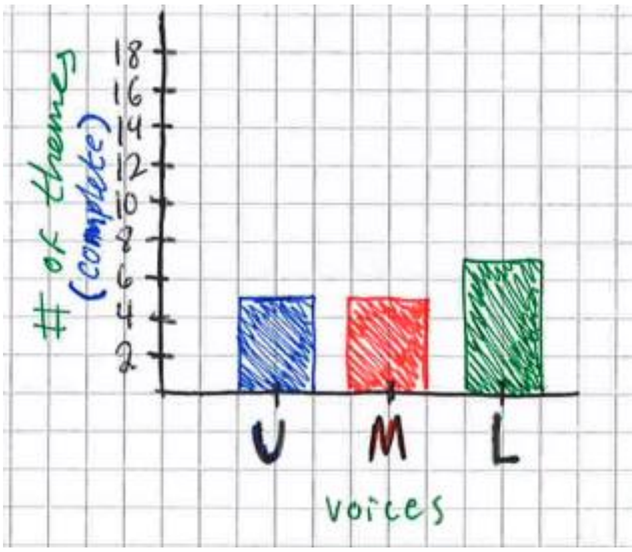
Elevene brukte *representasjonskompetansen* ved å vise musikkstykket på tre måter. Under presentasjonen skulle jeg spille den på piano, altså en klingende versjon, samtidig som de viste de tradisjonelle notene på skjermen, sammen med en enkel grafisk fremstilling som de hadde laget.

Så har dem tre stemmer som vi har merka med forskjellige faga. Og de her da, det er hver gang et tema starter. (Jeg spiller temaet en gang igjennom på pianoet). Og det går igjen i hele sangen. Og så blir det litt annerledes, fordi da blir det så at det spiller halve tema eller spiller i en annen toneart eller ... og helt på slutten så er det seks stemmer. (Marcus, 27.10.2016, transkript fra videoopptak, 00:23:25)

De viste også at de kunne gjøre om tall fra brøk til desimaltall og fra desimaltall til prosent, altså at de kunne bruke tre representasjoner av tall. «Then I calculated measures per theme with this, 2 point 3 3» (Mari, 25.10., transkript fra videoopptak, 00:25:10). Så viste eleven kladdearket på skjermen, der det stod $2{,}3\overline{3}$ og 2⅓. Dette tallet var de kommet frem til siden temaet varer i to hele takter og et slag i en ¾-takt, altså 1/3-takt i tillegg. «And then basically we calculated the percents of themes of the whole song which was 92,11%» (Mari, 25.10., transkript fra videoopptak, 00:25:10). I det å bruke brøk og prosent viste elevene *symbol- og formalismekompetansen*, selv om det ikke er på et veldig høyt nivå.

Elevene satte tallene de hadde regnet ut opp i søylediagrammer med søyler i forskjellige farger for de tre stemmene. Det å bruke diagrammer som illustrasjoner inngår i *hjelpemiddelkompetansen*. Den viste de også ved å bruke kalkulator til utregningene beskrevet lenger oppe.

This is a graph. Basically I counted accidentals for each voice and voice 1 had most accidentals. And there was 17 themes. And another graph with the number of themes per voice and the lowest voice actually had most themes. (Mari, 25.10., transkript fra videoopptak, 00:24:10)



Figur 5: søylediagram over antall gjennomføringer av fugetemaet i hver stemme - fra pianogruppens presentasjon

Ved å spørre seg hvordan de kunne uttrykke fugens spesielle egenskap - mange løse fortegn - i et matematisk språk, viste elevene *tankegangskompetansen*. Vi hadde på forhånd ikke snakket om at de kunne bruke hovedområdet Statistikk i sitt arbeid med fugen. De valgte selv å telle fortegn i de tre stemmene og sette opp resultatet i et diagram. Ved å jobbe med statistikk måtte pianogruppen ta stilling til, hvilke spørsmål de ville stille og hvilke svar de kunne forvente og som ville være meningsfulle. Det er en del av *tankegangskompetansen*, som elevene sjeldent blir konfrontert med når de jobber med de vanlige oppgavene i læreboken. Derfor fikk de utvidet dekningsgraden av denne kompetansen.

Man kan diskutere om denne aktiviteten også faller inn under *problembehandlings-* og *modelleringskompetansen.* Niss (2003) gjør det klart at det å bruke rene rutineoperasjoner ikke faller inn under problembehandling. Hva som er rutine kan være forskjellig fra person til person. De utregningene elevene gjennomførte er ganske enkle og standard på Vg2. Derfor velger jeg ikke å ta med *problembehandlingskompetansen* i pianogruppens fremlegg.

En egenskap ved *modelleringskompetansen* er å «bringe matematikk i spill og anvendelse til behandling av anliggender utenfor matematikken selv» (s. 52). Det har gruppen gjort om enn ikke i særlig stor utstrekning. Analysen deres er langt fra en fullstendig modelleringsprosess og inneholder bare noen enkle beregninger uten å komme til en generalisert formel. Niss avgrenser *modelleringskompetansen* til de tilfeller, « hvor det skjer en ikke-selvfølgelig tilpasning av den modellerende situasjon, som innebærer beslutninger, antagelser, innsamling av opplysninger og data» (s. 53). Gruppen har samlet inn data ved å telle objekter de syntes var viktige eller utmerket seg på et bestemt vis. Tallene de kom frem til har de så behandlet for å komme frem til utsagn om det musikkstykket som de undersøkte.

4.5.2 Matematisk proficiency hos pianogruppen

Pianogruppen viste matematiske ferdigheter innen hovedområdet *statistikk*, ved å bruke tabeller og diagrammer for å vise sine resultater, og innen *tall og algebra*. Når de jobbet med å strukturere musikk viste de strategisk tenkning. De undersøkte den skrevne musikken med tanke på mønster, gjentagelser og brudd i mønstrene.

På pianogruppens notatark (Sylvi, personlig kommunikasjon, 27.10.2016) var det tatt med to utregninger i tillegg til de elevene snakket om i fremlegget: antall takter i hele fugen (43) delt på antall fullstendige gjennomføringer av temaet (17) og antall takter totalt delt på antall ufullstendige temagjennomføringer (7). Disse utregningene gir ikke noe mening i praksis. På den ene siden finnes det takter som ikke har noen del av temaet i seg, på den andre siden kan flere stemmer spille temaet samtidig. Elevene sa ikke noe mer om utregningene i fremlegget sitt. Det kan tyde på at de forstod at de var kommet inn på et blindspor. Dermed viste elevene en viss grad av metakognisjon ved å la være å bruke en utregning som ikke ga noe mening.

På den andre siden hadde de gjort en liten feil når de beregnet hvor mange prosent av taktene som inneholdt temaet. De hadde ikke vist utregningen i fremlegget, men jeg skjønte hva de hadde gjort utfra notatene på kladdearket. De hadde funnet antall takter med tema ved å gange lengden av temaet, 2 1/3 takt, med antall hele gjennomføringer, 17, og sammenlignet dette med det totale antall takter i fugen. Resten måtte da være takter uten tema. Det de ikke tok med i beregningen var, at temaet noen ganger kommer i en trangføring, dvs. en stemme begynner med temaet før en annen stemme er ferdig med det. Derfor fikk de for mange takter med tema i sine utregninger. De kunne ha verifisert sin utregning ved å telle antall takter uten tema.

4.5.3 Læreplanens kompetansemål i pianogruppens arbeid

Pianogruppen kombinerte hovedområdene *Tall og algebra* og *Statistikk* i arbeidet sitt. De analyserte pianostykket ved å telle temainnsatser, temagjennomføringer og fortegn, for så å presentere tallmaterialet som brøk, prosent og i søylediagrammer. Hovedområdet *Tall og algebra* «omfatter både heile tall, brøk, desimaltall og prosent» (KD, 2013b, s. 2).

> *Statistikk omfattar å planleggje, samle inn, organisere, analysere og presentere data. I analysen av data høyrer det med å beskrive generelle trekk ved datamaterialet. Å vurdere og sjå kritisk på konklusjonar og framstilling av data er sentralt i statistikk. (s. 3)*

Elevene jobbet med alle de punktene som er beskrevet her, bortsett fra det å beskrive generelle trekk ved datamaterialet. På kladdearket som de laget kunne jeg se at de hadde prøvd forskjellige beregninger med de tallene de hadde funnet. Til presentasjonen sin forkastet de noen utregninger som viste seg å være lite hensiktsmessig, som for eksempel å dele det totale antall takter på antall temagjennomføringer. Her klarte de å vurdere sitt eget arbeid kritisk. Gruppens arbeid dekket følgende kompetansemål:

- *rekne med prosent og vekstfaktor (...)*
- *planleggje, gjennomføre og vurdere statistiske undersøkingar*
- *(...)representere data i tabellar og diagram og drøfte ulike dataframstillingar og kva inntrykk dei kan gje (s. 4)*

Også dette kompetansemål fra *Modellering* passer til elevenes arbeid, men ikke i like stor grad:

- *analysere praktiske problemstillingar knytte til daglegliv, økonomi, statistikk og geometri, finne mønster og struktur i ulike situasjonar og beskrive samanhengar mellom storleikar ved hjelp av matematiske modellar (s. 5)*

De har analysert en praktisk problemstilling og undersøkt fugen med hensyn til mønster og struktur. Men det å utvikle eller bruke en matematisk modell var ikke del av deres arbeid.

4.6 Sanggruppens arbeid

Gruppen fikk ikke vist like mye matematisk kompetanse som de andre gruppene. Derfor vier jeg dem bare et kort avsnitt. En av grunnene er nok at formuleringen av oppgaven ikke innbydde like mye til å finne matematiske sammenhenger som hos de andre. Sangelevene hadde snakket med faglæreren i *Musikk i perspektiv* i forkant, og fått innspill om hva de kunne fortelle om historien og utviklingen av kanon. Det var et tema som passet til det klassen jobbet med i faget for tiden. Elevene hadde funnet seg et grupperom, og jeg var innom flere ganger i løpet av dagene for å følge opp gruppen. Jeg spilte de forskjellige kanonsangene de hadde fått for dem. Elevene skulle velge en av sangene til fremlegget, men syntes det var vanskelig å bestemme seg. Til slutt endte de opp med den mest kjente, *Fader Jakob*.

På slutten av timene på tirsdag, når gruppen er tilbake på klasserommet, blir Sigurd og Hilde sinte: «Det er dumt at dere to (Tine og Margit) bare er på facebook når vi jobber. Det skal være gruppearbeid, da skal vi være sammen» (Sigurd, loggnotater 25.10.2017, linjer 11-13). Etter en del diskusjon blir vi tre igjen for at jeg skal hjelpe dem med det de har jobbet med.

> *Jeg sitter sammen med Hilde og Sigurd, ser på det Hilde har notert; Sigurd har skrevet noe om terser. Er det bare store? Vi ser gjennom hvilke toner som klinger i lag: Da er det både store og små, men mest små. Vi ser sammen på Fader Jakob, hvordan blir det når den 3. stemmen også begynner? Da er det 3 toner D, Fiss og A. Hilde: «Da er det en akkord» Hun blir ivrig og ser på flere samklanger (loggnotater 25.10.2017, linjer13-18).*

Under fremlegget begynte to av elevene med å fortelle om utviklingen av kanon og bakgrunnen til *Fader Jakob*, mens den tredje skrev notene til den første delen av sangen på tavlen. Under den skrev hun notene der den andre stemmen startet. Siden en av elevene var syk, var jeg med når gruppen sang *Fader Jakob* flerstemt. Margit forklarte så:

> *Ja, og som dere sikkert hørte når vi, eg og Tine, var her (peker på notene på tavlen) da kom ho Julia og Sigurd inn på Fader Jakob, og det hørtes fint ut. Og så er spørsmålet: Koffor? Ja, fordi eg har fin sangstemme, men det er ikke bare det. Det er fordi at det er en D og en Fiss, det blir da en stor ters, som høres fint ut. (transkript fra videoopptak, 25.10.2016, 00:15:20)*

Tine spilte intervallet på pianoet. Så prøvde elevene å flette inn matematikken.

> *Og kossen finner vi ut at det er en ters? Ja, fordi at man teller. Det er da det kommer litt matte. Sånn ett og ett halvt, nei, eh, ett halvt trinn og ett halvt trinn og ett halvt trinn (viser trinnene med armene), så fra Fiss til D (Margit, transkript fra videoopptak, 25.10.2016, 00:16:05).*

Gruppen sa ikke noe mer om det jeg hadde snakket med to av dem om på tirsdag, antagelig fordi den ene eleven, Hilde, som da var mest ivrig, nå var borte. Margit blandet liten og stor ters. Det virket som hun var veldig usikker på det musikkfaglige, og prøvde kanskje derfor å dekke over ved å være morsom.

Elevene tok ikke opp andre matematiske problemstillinger eller utregninger i sitt arbeid. Men når de demonstrerte en kanon på flere måter – musikalsk, i noter og grafisk – viste de *representasjonskompetanse*. Hvis man ser på notebildet av kanonen som en grafisk representasjon, så er andre stemmen en parallellforskyvning av første stemmen. Det ble tydelig i skissen elevene tegnet. Elevene tok også i bruk hjelpemidler ved å skrive og illustrere på tavlen. *Kommunikasjonskompetansen* innad i gruppen fungerte tydeligvis ikke så bra, som kranglingen viste. Ikke alle var med i gruppearbeidet, og når en elev var borte på torsdag, så fikk gruppen ikke vist alt de hadde jobbet med. Men elevene var opptatt å formidle temaet til resten av klassen ved å inkludere dem i en sang.

Siden denne gruppen jobbet mest med musikkfaglige aspekter av temaet *kanon*, så er det ingen konkrete kompetansemål fra læreplanen i matematikk 2P som dekker elevenes arbeid. Det nærmeste man kommer er beskrivelsen av hovedområdet *tall og algebra* «å beskrive og analysere mønster og samanhengar» (KD, 2013b, s. 2). Gruppen jobbet derimot med kompetansemål fra flere av programfagene i musikk. Men siden denne oppgaven er skrevet i matematikkdidaktikk skal jeg ikke gå nærmere inn på det.

5 Drøfting

5.1 Slektskap mellom matematikk og musikk

«Samtidig skal den enkeltes analytiske kompetanse utvikles og styrkes ved at opplæringen legger vekt på symbolforståelse og evne til å se strukturer og former.» (KD, 2006f, s. 2)

Sitatet er hentet fra læreplanen for *Musikk i perspektiv 1* og handler om at elevene skal lære å analysere musikkverk, forstå oppbyggingen og kjenne til komposisjonsformer fra middelalderen til 1900-tallet. Men det kunne likeså godt vært hentet fra en læreplan i matematikk. I matematikken må vi analysere problemer før vi kan løse de, vi må kunne forstå de matematiske symbolene, og vi har utviklet en matematisk forståelse når vi kan se de overordnete strukturene og formene istedenfor å være opphengt i konkrete algoritmer til å løse en type problemer. Tossavainen & Juvonen (2015) konkluderer med at det å bruke tid på matematikkundervisning også støtter opp under elevenes læring i musikk. En grunn for dette kan være den slektskapen mellom de to fag som kommer frem i sitatet fra læreplanen. Når elevene lærer å forstå overordnete strukturer i matematikk og å skille mellom nødvendig og unødvendig informasjon for å løse problemer, så har de tilegnet seg kunnskap som de også kan anvende innenfor musikken. Derfor håper jeg at dette prosjektet kan ha bidratt både til økt kompetanse i matematikk og langsiktig også i musikkfagene.

De ordene som går igjen i læreplanverket i programfagene i musikk under den grunnleggende ferdigheten «å kunne regne» er form, rytme, strukturer, forhold, tid og rom, puls- og periodefølelse (KD, 2006a, 2006c, 2006e, 2006f). Musikk setter struktur på et tidsforløp. Store musikkverk kan deles i forskjellige satser, avsnitt som repeteres eller varieres. Satser kan deles i takter, ofte med samme antall slag, ofte med et tempo som tar utgangspunkt i menneskets hjerteslag. Og noter møter vi som halvnoter, fjerdedeler, åttendedeler - eller trioler for de viderekomne. Forholdene mellom frekvensene er avgjørende om vi oppfatter et intervall som konsonerende eller dissonerende.

Denne sammenhengen mellom matematikk og musikk er ikke en tilfeldighet av det norske læreplanverket fra 2005. Den har vært kjent i over 2500 år. I katedralen i Ulm i Sørtyskland står det en treskulptur fra middelalderen, en menneskebyste, som avslutter munkenes korbenker. Den bærer innskriften: «Pythagoras, musice inventor» - Pytagoras, musikkens oppfinner. Pytagoras brukte sin tids enkle strengeinstrument, monokorden, til å finne ut, at om man deler en streng i enkle tallforhold, så får man vakre, konsonerende intervaller (Holme, 2001). Derfor er i følge Pytagoreerne matematikk grunnlaget for all vakker samklang, og fagene musikk, aritmetikk, geometri og astronomi hører sammen.

Figur 6: Skulptur av Pytagoras i katedralen i Ulm

5.2 Prosjektets relevans for læreplanmålene i matematikk

Elevenes musikkultur var utgangspunktet i denne studien. I denne kulturen skulle elevene oppdage matematikken. Gruppene jobbet med flere forskjellige temaer fra musikken. I analysekapittelet så vi at elevene fikk brukt mange av kompetansemålene fra matematikk 2P. Med utgangspunkt i dette beskriver jeg her hvor relevant prosjektarbeidet var for elevene i forhold til læreplanen i 2P. Et eget avsnitt er viet den grunnleggende ferdigheten *«å uttrykke seg muntlig i matematikk»*. Til slutt kommer en oppsummering av hvilke av Niss sine åtte delkompetanser som elevene fikk vist og hva et slikt prosjektarbeid har å tilføye den tradisjonelle matematikkundervisningen.

5.2.1 Kompetansemål i teori og praksis

Mens vi ikke fant noen konkrete kompetansemål i matematikk 1P som passet til elevenes arbeid under pilotprosjektet (Fyhn et.al., 2017), så viste elevene kompetansemål fra matematikk 2P både i pilotprosjektet og prosjektet mitt i oktober. Matematikk 2P er mindre omfattende enn 1P, med tre uketimer istedenfor fem, og fire hovedområder i læreplanen mot fem på Vg1. Som analysen viser så dekket elevenes arbeid flere kompetansemål fra alle de fire hovedområdene.

Det viser seg at hovedområdene i 2P passer godt til slikt tverrfaglig arbeid som vi holdt på med. I læreplanen for 2P (KD, 2013b) heter hovedområdet *funksjoner* ***i praksis*** (min uthevelse) i motsetning til bare *funksjoner* i 1P. Læreplanen i 2P fremhever at det er et mål «å bruke funksjonar til å beskrive og analysere situasjonar frå daglegliv og arbeidsliv» (s.3), en formulering som ikke finnes i læreplanen for 1P.

Også kompetansemålene i *modellering* gjør dette hovedområdet godt egnet til bruk i tverrfaglig arbeid. Det er blant annet snakk om målinger i praktiske forsøk, observerte data, praktiske problemstillinger knyttet til dagliglivet og mønster og strukturer i ulike situasjoner. Modellering er et vidtfavnende område som kommer til anvendelse på mange felt i arbeidslivet. Formålet med modellering er akkurat det å anvende matematikk på andre områder, å beskrive sammenhenger med et matematisk språk. Og dette andre området kan godt være en kultur som elevene er fortrolig med, slik som musikken.

Hovedområdet *tall og algebra* brukte elevene når de regnet med potenser og prosent. Det var bare pianogruppen som var innom området *statistikk*. Som *modellering* er også *statistikk* godt egnet til å beskrive andre fagområder med et matematisk språk siden «Statistikk omfattar å planleggje, samle inn, organisere, analysere og presentere data» (s. 3). Jeg har også tidligere gitt elevene praktiske oppgaver fra musikkulturen når vi jobbet med statistikk. I forbindelse med oppsetningen av en musikal i 2015 laget klassen for eksempel en spørreundersøkelse til publikummet, som de i etterkant analyserte og presenterte.

Selv om formuleringene i læreplanene kan være ganske generelle, så er ofte den praktiske anvendelsen slik den kommer til uttrykk i læreverkene og eksamensoppgaver, mer snevert. Beskrivelsen av hovedområdet *tall og algebra* inneholder begrepene «system og mønster» og det «å beskrive og analysere mønster og samanhengar» (s. 2). Et av kompetansemålene i *modellering* er å «finne mønster og struktur i ulike situasjonar» (s. 3). Det gjorde de gruppene som jobbet med overtoner og med underdelinger av noter. De fant frem til tallfølger som beskriver mønster i musikken. Også gruppen som analyserte Bach-fugen så etter mønster og illustrerte funnene sine grafisk. Men den eneste konkrete anvendelsen av å jobbe med mønster i lærebøkene for 2P (Oldervoll et.al., 2014) er figurtall – et ganske begrenset område, som kanskje er interessant sett fra et matematikkhistorisk perspektiv, men har liten praktisk betydning for elevene.

Også hovedområdet *modellering* fungerer i praksis ikke like vidtfavnende som læreplanene kan gi inntrykk av. Det er tett koblet sammen med *funksjoner i praksis* ved at de samme typer funksjoner er tema i begge hovedområdene: lineære, polynom-, rot-, potens- og eksponentialfunksjoner. Mange av oppgavene i lærebøkene og eksamener går ut på å ta tall fra en tabell, kjøre de gjennom en regresjonsanalyse i Geogebra og komme frem til en av de nevnte funksjonene. Siden det ikke var det vi gjorde i prosjektet, så var det vanskelig for elevene å se at de faktisk drev med modellering.

5.2.2 Å uttrykke seg muntlig i matematikk

> *Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysingar og strategiar med andre. Utvikling i munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å delta i samtalar om matematikk til å presentere og drøfte komplekse faglege emne. Vidare går utviklinga frå å bruke eit enkelt matematisk språk til å bruke presis fagterminologi og uttrykksmåte og presise omgrep. (KD 2013b, s. 3)*

Slik beskriver læreplanene hva det betyr å uttrykke seg muntlig i matematikk. I prosjektet har den muntlige siden av arbeidet med faget stått mye mer i forgrunnen enn i den vanlige undervisningen. Elevene har diskutert matematiske tema i gruppene. De har måttet formulere problemstillinger selv, og de har kommunisert sine ideer til resten av klassen. Gruppene begynte med et tema der de brukte fagterminologien fra musikken og oversatte det til et matematisk språk med dets faguttrykk. De muntlige ferdighetene i faget har utviklet seg, særlig hos de gruppene som har gått mer inn i matematiske problemstillinger. Det er ferdigheter som kommer godt med i en eventuell muntlig eksamen. Der får elevene ofte delt ut et tema fra dagliglivet som de må sette inn i en matematisk sammenheng, utfra kompetansemålene i faget. De temaene elevene jobbet med i prosjektet ville ha egnet seg godt til bruk i en muntlig eksamen.

5.2.3 Niss' matematiske kompetanser i prosjektarbeidet og i vanlig undervisning

Elevene fikk vist mange av Niss sine åtte matematiske kompetansene. Som vist i analysen i kapittel 4 så var det stor forskjell på hvor dypt elevene gikk inn i matematikken. Derfor var det noen elever som brukte nesten alle delkompetansene i større eller mindre grad, mens andre bare brukte noen få, og de bare på overflaten. Hvis vi ser på slagverkgruppens arbeid fra pilotprosjektet våren 2016 (siden gruppen ikke fungerte bra nok under prosjektet) og de tre andre gruppene høsten 2016, så kan vi oppsummere analysen slik i tabell 1:

Kompetanse	Gitar/bass	Slagverk (pilotprosjektet)	Piano	Sang
Tankegang	Refleksjon rundt sinusfunksjon, generalisere et uttrykk	Generalisere et uttrykk	Vurdere hvordan statistikk kan brukes	
Problembehandling				
Modellering	Sinusfunksjon	Finne en formel	Søylediagram	
Resonnement				
Representasjon	Graf; overtoner representert på bilder, med formler og ved å spille	Representere underdelinger ved å spille, skrive noter, bruke en formel	Diagram; grafikk i notene; brøk-desimal-prosent	Grafisk fremstilling på tavla
Kommunikasjon	Fremlegg, diskutere i gruppen	Fremlegg, diskutere i gruppen	Fremlegg, diskutere i gruppen	Fremlegg, diskutere i gruppen (i mindre grad)
Symbol- og formalisme	Formel, funksjoner	Brøk, 2er-potenser, formel $1/2^n$	Prosentregning brøk	
Hjelpemidler	Geogebra, kalkulator		Kalkulator, søylediagram	Illustrere på tavla

Tabell 1: Oversikt over kompetansene

På grunn av prosjektets art fikk alle gruppene vist *kommunikasjonskompetansen*. Alle gruppene tok også i bruk *representasjonskompetansen* ved å uttrykke elementer både fra matematikken og fra musikken på forskjellige måter. Følgende kompetanser ble brukt av tre av gruppene: *Tankegangskompetanse, modelleringskompetanse, symbol- og formalismekompetanse* og *hjelpemiddelkompetanse*. *Resonnementskompetansen* ble ikke brukt av gruppene og *problembehandlingskompetansen* bare i liten grad som ledd i *modelleringskompetansen*.

I følge Niss & Jensen (2002) er det *tankegangs-* og *modelleringskompetansen* som ofte kommer for kort når elever skal vurderes i skriftlige og muntlige prøver. Som vi ser av analysen ble begge disse delkompetansene brukt av tre av de fire gruppene. Det er i tråd med Niss' påstand at prosjektarbeid er godt egnet til å vise og vurdere alle de åtte delkompetansene. Elevene hadde anledning til å fordype seg i et emne over en ukes tid. Modellering er en omfattende prosess som krever tid. I en vanlig to timers skriftlig prøve kan derfor elevene bare få vist enkelte deler av *modelleringskompetansen*. I et slikt prosjekt har de muligheten til å jobbe med en hel modelleringsprosess. Selv om elevene ikke gikk gjennom alle fasene i en slik prosess, så fikk de vist flere aspekter av denne kompetansen enn ved en vanlig prøve.

I den vanlige oppgavediskursen er det sjelden behov for *tankegangskompetansen*. Når elevene jobber med oppgaver fra læreboka så vet de stort sett hvilke algoritmer de må bruke for å komme frem til løsningen. Her måtte elevene konstruere problemstillingene sine selv, og de hadde ingen fasit å slå opp. Derfor måtte de i mye større grad selv vurdere hva de ønsket å finne ut og hvilke matematiske metoder som var mest fornuftige å bruke.

Selv om elevene ikke fikk brukt alle matematiske delkompetansene i sitt arbeid, så fikk de vist et annet spekter enn i de vanlige vurderingssituasjonene. Resultatene var veldig varierende når det gjelder kompetansenes nivå og utvalg i de fire gruppene. Det er forskjellige årsaker til det. Noe ligger i gruppesammensetningen, noe i oppgavene gruppene fikk. Men jeg ser at vi kunne ha fått til bedre resultater for alle grupper med en tettere oppfølging av elevene med flere lærere. Det var bare noen få musikklærere til stede den første dagen og det ble ikke satt inn vikar for tolæreren i matematikk, slik at jeg var alene med hele klassen det meste av tiden. For at elevene skulle kunne løftes til et høyere utviklingsnivå hadde de trengt mer veiledning og oppmuntring underveis. Da ville kanskje noen av elevene også våget å ta større matematiske utfordringer. Vi så i pilotprosjektet at engasjement fra instrumentallærerne bidro til å tydeliggjøre det tverrfaglige aspektet i større grad.

5.3 Prosjektets relevans for matematikkfaget i fremtiden

I dette avsnittet beskriver jeg hvordan de definisjonene av matematisk kompetanse, som danner rammeverket for oppgaven, står i forhold til kompetansedefinisjonen slik den fremstår i de offentlige dokumentene som skal bygge vei til de nye læreplanene. Jeg ser på om de matematiske kompetansene som elevene viste og utviklet i studien er kompatible med den matematiske kompetansen som kommer til å danne grunnlaget for det fremtidige matematikkfaget. Hvis det er tilfellet, så kan det prosjektet vi gjennomførte være et eksempel på matematikkundervisningen i fremtidens skole. Jeg drar også inn utviklingen av FYR-prosjektet i denne delen av drøftingen. Prosjektet mitt bygger på de samme ideene som FYR. Målet var at elevene skulle oppleve matematikken som relevant for sin musikkultur, på samme måten som yrkesfagelever skal oppleve fellesfagene relevante for de yrkene de utdanner seg til.

5.3.1 Kompetansebegrepet i *Fremtidens skole*

I avsnitt 2.4.2 nevnte jeg fem komponenter til matematisk kompetanse, slik den er beskrevet i NOU 2015:8 Fremtidens skole (2015): *Forståelse, Beregning, Anvendelse (strategisk tankegang), Resonnering* og *Engasjement* (s. 57).

I beskrivelsen av de fem komponentene blir de fleste av Niss' matematiske kompetanser tydelige:

- *Tankegangskompetanse* - «å kunne utføre ulike matematiske prosedyrer (…) og velge de(n) prosedyren(e) som er mest hensiktsmessig(e) i en gitt situasjon»
- *Problembehandlingskompetanse* - «å kunne gjenkjenne og formulere matematiske problemer, (…), utvikle en løsningsstrategi»
- *Modelleringskompetanse* – «Med matematiske problemer menes både problemer fra hverdagen/samfunnet (…)»
- *Resonneringskompetanse* - «å kunne forklare hvordan man tenker, å kunne følge med i et logisk resonnement»
- *Representasjonskompetanse* – «å tolke, forstå og benytte ulike representasjoner»
- *Kommunikasjonskompetanse* – «å kunne argumentere for gyldigheten av en hypotese» (s. 57)

Det er bare to kompetanser som jeg synes ikke kommer direkte frem av rapportens beskrivelse, *symbol- og formalismekompetansen* og *hjelpemiddelkompetansen*. Formuleringene «å bygge opp begrepsmessige strukturer» og «å tolke, forstå og benytte ulike representasjoner» kan med litt godvilje betraktes som uttrykk for *symbol- og formalismekompetansen*. Å forstå matematiske symboler betyr at man har bygget opp en begrepsmessig struktur. Og for å kunne forstå og benytte ulike representasjoner, så må man være fortrolig med de nødvendige symbolene og kjenne matematikkens formalistiske språk. Man kan si at *symbol- og formalismekompetansen* er det språket man må beherske for å kunne nyttiggjøre seg sin matematiske kompetanse. På en lignende måte beskriver *hjelpemiddelkompetansen* ikke et faglig innhold i matematikken, men det verktøyet man bruker for å løse et matematisk problem. Den er et hjelpemiddel ikke bare i faget, men også for de andre kompetansene.

De fem komponentene beskrevet i rapporten sammenfaller i stor grad med Schoenfelds fire aspekter av matematisk kompetanse. *Forståelse og Beregning* danner selve kunnskapsgrunnlaget. *Anvendelsen og Resonneringen* er måter å utvikle og bruke strategier. *Metakognisjonen* kommer til uttrykk i både *Beregning* («velge den prosedyren som er mest hensiktsmessig i en gitt situasjon») og *Anvendelse* («vurdere hvor rimelig løsningen er») og Schoenfelds *Holdninger* tilsvarer NOU-rapportens *Engasjement* («å kunne se matematikk som fornuftig, nyttig og verdifullt (…) å ha tro på at det er mulig å bli kompetent i matematikk»).

Elevenes matematiske kompetanse slik den kommer til uttrykk i prosjektet og i analysen i denne oppgaven passer dermed godt sammen med matematisk kompetanse slik den er definert av Ludvigsenutvalget.

5.3.2 Kompetansebegrepet og dybdelæring i høringsutkastet

I høringsutkastet til den nye overordnete delen til læreplanverket (KD 2017b) er kompetanse definert slik:

> *Kompetanse er å tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning. (s. 11)*

Også denne definisjonen kan sammenlignes med Schoenfelds (2007b) fire aspekter av matematisk proficiency. Definisjonen viser tydelig at kunnskap og ferdigheter, Schoenfelds første aspekt, er grunnlaget for kompetanse, men kompetanse selv er en mer vidtfavnende egenskap. Det «å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner» tilsvarer Schoenfelds utvikling av strategier, mens «evne til refleksjon og kritisk tenkning» er synonymer med metakognisjon. Schoenfelds fjerde aspekt, holdninger til faget, kommer ikke frem av definisjonen, men den er tydelig i avsnittet om «Å lære å lære»: «Skolen skal utruste den enkelte med motivasjon for, holdninger til og strategier for livslang læring» (KD, 2017b, s. 12). Dermed samsvarer Schoenfelds syn på matematisk kompetanse klart med kompetansebegrepet som er lagt til grunne for fremtidens læreplaner.

Kompetansedefinisjonen bruker noen av de samme formuleringene som Meld. St. 28 (KD, 2016a) bruker for å beskrive dybdelæring.

> *«Typiske tegn på dybdelæring er at elevene utvikler god og varig forståelse, og at de greier å bruke det de har lært fra én situasjon eller sammenheng til en annen, og greier å bruke kunnskap og ferdigheter til problemløsing i både kjente sammenhenger, og i nye og ukjente» (s. 33).*

Dybdelæring er altså tett knyttet til utviklingen av kompetanse. Beskrivelsen viser at tverrfaglighet kan fremme dybdelæringen på en god måte, siden elevene da blir spesielt utfordret til «å bruke det de har lært fra én situasjon eller sammenheng til en annen». I høringsutkastet blir innføringen av de tre tverrfaglige temaene blant annet begrunnet med «at kunnskap fra ulike fag forsterker hverandre» (KD, 2017b, s. 13).

Tverrfagligheten i vårt prosjekt hadde ingenting med de tre temaene i høringsutkastet å gjøre, *Demokrati og medborgerskap, Bærekraftig utvikling* og *Folkehelse og livsmestring*. Men jeg kunne observere at det å jobbe tverrfaglig ble et godt grunnlag for dybdelæring hos elevene. De klarte å anvende det de hadde lært om blant annet noteverdier og dannelsen av toner i en matematisk sammenheng. De ble nysgjerrige på sinusfunksjoner og de brukte statistikk til å undersøke strukturen i en fuge. Slik så de på musikkunnskapen sin fra et nytt perspektiv. Elevenes kunnskaper i matematikk og i musikk forsterket hverandre.

5.3.3 Eksempel dybdelæring med sinusfunksjoner

Modellering er et av hovedområdene i matematikk 2P, og det er i dag vanlig å bruke Geogebra til regresjonsanalyse. Da kan man velge mellom forskjellige typer funksjoner, men det er bare lineære, polynom-, rot-, potens- og eksponentialfunksjoner som er en del av kompetansemålene. I en oppgave, som stod under kapitlet eksponentialregresjon, var det oppgitt vanndybden i et havnebasseng i løpet av et halvt døgn. Mange elever skjønte at eksponentialfunksjonen bare passet med de oppgitte data i et snevert intervall, men at de ikke kunne bruke den til å beregne vannstanden lenger frem i tid. Ved å bruke på sinusregresjon istedenfor eksponentialregresjon fikk de en modell som passet like bra til dataene, men som også samsvarte med deres erfaringer med vannstanden som veksler med flo og fjære.

Dette eksemplet kan være en idé til dybdelæring som Ludvigsenutvalget anbefaler (NOU 2015:8, 2015). For elever på en musikklinje kan kunnskap om sinusfunksjoner være relevant i et fremtidig yrke, enten det er som musiker eller i en jobb knyttet til musikkteknikk. Dybdelæring for dem kan være å undersøke sinusfunksjoner i praksis, kanskje uten å måtte gå i dybden på trigonometrien som ligger til grunne for begrepene sinus og cosinus. Elevene hadde fått med seg hvordan en sinusfunksjon ser ut i praksis etter at den ene gruppen hadde snakket om den i fremlegget. Noen klarte å gjenkjenne funksjonen i en annen sammenheng, og de så at den fungerte som en modell for en periodisk bevegelse, slik som vannstanden.

I dag setter de sentralgitte skriftlige eksamenene i matematikk en sterk begrensning til bruken av dybdelæring i faget. I mange av matematikkfagene på videregående skole er det et omfattende pensum som elevene må jobbe med og som bør være på plass før en eventuell skriftlig eksamen i slutten av mai. Det er bare dette pensumet som blir testet i den skriftlige eksamen. Elever eller klasser som har fordypet seg i et annet emne vil ikke få uttelling for det i den skriftlige eksamen. Men en muntlig eksamen, der det er faglærer som velger tema, kan man lettere tilpasse, slik at eleven også kan få vist noe fra et fordypningstema.

Ludvigsenutvalgets rapport (NOU 2015:8, 2015) peker på det dilemmaet at pensummengden i mange fag allerede er stor, samtidig som det stadig er nye tema som man ønsker å legge til læreplanene. For at elevene ikke bare skal lære overflatisk om alt, skal skolene i fremtiden satse mye mer systematisk på dybdelæring. Det blir interessant å se om det blir noe endring i måten eksamener legges opp til i fremtiden, når både denne rapporten og Meld. St. 28 (2015-2016) (KD, 2016a) legger opp til mer bruk av dybdelæring i undervisningen. Hvis det skal bli en større frihet med å kunne velge fordypningsemner i et fag som matematikk, så bør det også gjenspeiles i det som man vil teste i en eksamen.

Fase 1 av fornyelsen av læreplanene er nå, våren 2017, satt i gang. Frem til 2018 skal blant annet kjerneelementer for fagene utvikles. I fase 2, som er planlagt i 2018-19 skal så arbeidet med de nye læreplanene sluttføres (KD, 2017a). En læreplan i matematikk som gir rom for dybdelæring og utforskning av tverrfaglige tema bør være bygget opp på en annen måte enn dagens læreplaner. Mulighetene som dybdelæringen gir må få plass i en slik læreplan, slik at dybdelæring ikke bare kommer på toppen av et berg av kompetansemål.

5.3.4 FYR i fremtiden

FYR har vært i fokus på yrkesfaglige linjer siden oppstarten i 2014. Gjennom kursing av lærere og ledere skal FYR bli forankret på hver enkelt skole, og målet er at yrkesrettingen blir en naturlig del av undervisningen i fellesfagene. Programfag- og fellesfaglærere er nødt til å samarbeide for å få til yrkesrettingen og et godt grunnlag for tverrfaglig arbeid. Yrkesrettingen vil derfor gi gode muligheter for dybdelæring. Vi kan si at FYR-prosjektet er i tråd med idealene i de fremtidige læreplanene. Meld. St. 28 legger da også opp til å

> *(…) innføre en utdanningsprogramspesifikk del i de yrkesfaglige fellesfaglæreplanene. I første omgang skal dette gjøres i fellesfagene matematikk og naturfag. (…) i utgangspunkt kan om lag 20-30 prosent gjøres programspesifikk. (KD, 2016a, s. 53)*

Men for å få til dybdelæring i praksis, så må også eksamensordningen og lærebøkene gjenspeile ideene til FYR. Nordland fylkeskommune bestemte i februar 2017 (E. L. Ryan, personlig kommunikasjon, 8.2.2017) å endre den skriftlige eksamen i matematikk 1 P-Y. Fra å bruke det oppgavesettet som er likt for alle elever over hele landet skal fylkeskommunen nå bruke et oppgavesett der cirka 25 % av oppgavene på del 2 er rettet mot de enkelte yrkesfaglige programområdene. Målet er at oppgavene skal være mer relevante for elevene. Men det er fortsatt de samme kompetansemålene som gjelder for alle linjene. Den eneste forskjellen med dagens læreplaner ville da for eksempel være at en oppgave om forholdsregning kan inneholde de samme tallene. Men teksten på Design og håndverk handler om blanding av hårfarge, den på Helse og oppvekst om dosering av medisin og den på Teknikk og industriell produksjon om å blande inn olje i bensin til totaktsmotoren.

Det å ha en tekst som elevene kjenner seg igjen i er selvfølgelig til stor hjelp. Jeg opplever ofte at elever, som blir konfrontert med en tekstoppgave, tar frem tallene i teksten og begynner å utføre en operasjon uten å tenke så mye over hva som er rett. Resultatet blir ikke sjekket på om det er fornuftig, elevene viser ikke nok metakognisjon. Når teksten handler om en kultur elevene er fortrolige med kan det være lettere for dem å vurdere om svaret er rimelig. Men dybdelæring betyr mer enn bare å endre på teksten. For å kunne drive med dybdelæring og virkelig tverrfaglighet må det være mulig å kunne velge noen hovedområder som er mer relevante på en yrkeslinje, men også å velge bort noen kompetansemål. Matematikksenteret, som har vært sterkt involvert i arbeidet med FYR, uttaler seg positivt: «Læreplanene som skal utarbeides de kommende årene skal tilpasses hvert enkelt yrkesfag (…). Ulik undervisning skal ende opp med likeverdig kompetanse» (Matematikksenteret, 2016, 31.10.).

Yrkesrettingen er en god tanke, men det er litt sent at elevene opplever matematikkoppgaver som relevante først når de kommer til eksamen. Yrkesrettingen må bli forankret i den vanlige undervisningen, og for matematikkfaget ville det vært til stor hjelp for både elever og lærere om lærebøkene kunne bruke yrkesretting i eksempler og oppgaver. Ved vår skole bruker vi Cappelen Damm sin lærebok for matematikk 1 P-Y. Tidligere ble det gitt ut differensierte utgaver for forskjellige yrkeslinjer, men siden 2014 finnes 1P-Y-boka i bare en felles versjon. I 2017 kommer det en ny utgave av denne læreboka, med fortsatt bare en versjon (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Svorstøl & Hals, 2017). Forlaget beskriver forskjellen til den forrige utgaven:

> *Denne boka er bedre tilpasset elevgruppene på yrkesfag og fokuserer på praktisk, enkel regning. Antallet formler er redusert og erstattet av intuitive metoder og av trekanter der elevene kan finne formler og sammenhenger selv (Cappellen Damm, 2017, 28.5.).*

Det tyder på at forfatterne tar hensyn til praktisk regning, men yrkesrettingen og relevansen er ikke nevnt i det hele tatt.

Lærere som vil bruke relevante oppgaver i sin undervisning, må selv finne ut hvilken type matematikk man trenger i de yrkene som de enkelte linjene utdanner til. Her har altså lærebokforfattere en stor jobb å gjøre i fremtiden.

5.3.5 Den praktiske kunnskapen i læreplanverket

Selv om matematikksenteret har tro på at vi får «læreplaner som viderefører tankegangen fra prosjektet» (2016, 31.10.), dvs. fra FYR, så hører man også kritiske røster. Et leserinnlegg angående høringsutkastet til ny overordnet del (KD, 2017b) i Klassekampen tyder ikke på at andre veier til kunnskap enn den teoretiske vil finne tilstrekkelig plass i fremtidens læreplaner:

> *Høringsutkastet (...) mangler refleksjon over den praktiske kunnskapens plass og status (den tause kunnskapen) i opplæringa, som igjen har sammenheng med manglende refleksjon over hvordan kroppen, leiken og bevegelsen finner sin plass i skolen (Liland, 2017).*

Jeg har tidligere nevnt at høringsutkastet vier mindre plass til betydningen av kreativitet og alternative læringsmetoder enn den generelle delen fra L97 (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996), se avsnitt 2.4.1 og 2.4.3. L97 nevner betydningen av den tause kunnskapen i forbindelse med de tre opplæringstradisjonene:

> *I de fleste virksomheter, også innenfor opplæringen, har slike erfaringer dels avsatt seg som taus kunnskap, som sitter i hendene og formidles ved bruk. Det er viktig å bevisstgjøre og sette ord på denne kunnskapen, slik at den ikke blir et alibi for å gjøre dårlig arbeid, men gjenstand for refleksjon og debatt. (s. 22)*

Men i høringsutkastet er de skapende områdene blitt en del av den teoretiske kunnskapen, noe man skal lære om og ikke nødvendigvis være deltagende selv:

> *Elever som lærer om skapende områder som forskning, kultur, kunst og entreprenørskap, utvikler evnen til å bruke kunnskaper og ferdigheter for å gi stemme til erfaringer, finne svar på spørsmål og løse problemer (KD 2017b, s. 7).*

5.4 Prosjektets relevans for elevene

Når jeg skal si noe om prosjektets relevans for elevene, så kan jeg beskrive to forskjellige perspektiver. Opplevde elevene selv prosjektet som relevant? Eller opplevde jeg som lærer at prosjektet var relevant for elevene?

Det ble tydelig at elevene følte seg på trygg grunn når de kunne bruke sine hovedinstrumenter i arbeidet med prosjektet. Da økte også motivasjonen til å bruke tid til å sette seg inn i matematisk fagstoff. Slagverkgruppen fikk gjort mye mer under pilotprosjektet, der de kunne bruke trommen til å vise sine funn, enn under prosjektet i oktober, der temaet dim-akkorder var mer fremmed for dem. Gitar- og bassgruppen valgte heller å jobbe med sinusfunksjoner enn med eksponentialfunksjoner. Sinussvingninger ser de helt konkret hver gang de får en streng på gitaren til å vibrere. Begge gruppene jobbet best når de hadde et tema som var relevant for dem i deres musikkultur.

FYR-prosjektets målsetting er at elever på yrkesfaglige linjer skal få oppleve mer relevans for fellesfagene ved at de skal være rettet mer mot de yrkene elevene utdanner seg til. Prosjektet viser at dette også er aktuelt for elever på en musikklinje. Det er ikke gitt at elevene skal velge musikk som yrke senere. Men for alle er musikk et viktig interessefelt og en stor del av hverdagen, både på skolen og for mange også privat. Når de fikk utforske sin egen kultur, så møtte de der en matematikk som de opplevde som relevant.

Elevene utvidet ikke bare aksjonsradius og dekningsgrad til noen av sine matematiske kompetanser, ved at de brukte matematikk på nye områder og fikk brukt flere aspekter av kompetansene. Noen av gruppene økte også sitt tekniske nivå, noe som jeg hadde forventet i mindre grad. Slagverkgruppen hadde lært noe nytt om potensregning. Den prosessen var i stor grad lærerstyrt, og det kan være en grunn for at kunnskapen ikke satt dypt hos elevene. Gitar- og bassgruppen jobbet på eget initiativ med sinusfunksjoner og brukte en god del tid til å finne ut hvordan funksjonen a sin b*x* ser ut når variablene a og b varierer.

Allikevel ga elevene i samtale etter prosjektet uttrykk for at de ikke hadde lært noe (Petter, 1.11.2016, lydopptak nr. 9) og at de ville heller brukt tiden til oppgaver som er relevante for eksamen (Siri, 1.11.2016, lydopptak nr. 9). Det å jobbe med matematikk i et undersøkelseslandskap (Skovsmose, 2013) istedenfor den vanlige oppgavediskursen (Mellin-Olsen, 2009) var nytt for elevene. Det passet ikke til deres oppfatning av hva matematikk er. Elevene ble usikre når de ikke hadde konkrete oppgaver å forholde seg til, med fremgangsmåter som er gitt på forhånd og en rett løsning, som man kan få bekreftet etterpå. Elevenes reaksjoner viser at de følte at jeg som lærer brøt den didaktiske kontrakten (Warfield, 2006)

Elevenes oppfatninger gjenspeiler det som Wedege (2002) kaller for uoppdaget matematikk. Slik som voksne ikke ser at det er matematikk de driver med i sin arbeidshverdag, siden den sosiokulturelle konteksten er en annen enn i skolen, så er det ikke matematikk for elevene når de utforsker sin musikkultur. Matematikk skal være noe som er vanskelig og som man i utgangspunkt ikke kan. Med det samme man bruker det til daglig, så er det ikke lenger definert som matematikk. Eleven som sa at de ikke hadde lært noe selv var faktisk med i gruppen som jobbet med noe som var nytt for dem. Men siden konteksten var en annen, så betraktet de ikke det som «vanskelig matematikk».

Når elevene uttrykte bekymring over at prosjektarbeidet ikke var eksamensrelevant, så har jeg til en viss grad forståelse for det. Til en muntlig eksamen passer den type arbeid, som vi holdt på med, veldig bra. Hvis noen av elevene hadde kommet opp til en muntlig matematikkeksamen, så kunne jeg som faglærer valgt et tema, der de kunne ha brukt resultatene fra prosjektet. *Musikk* kunne vært overskrift for en slik eksamen.

Men min erfaring fra mitt studiested er, at elever med matematikk 1P-Y, 1P eller 2P bare unntaksvis blir trukket opp til muntlig eksamen. Til gjengjeld er det hvert år noen grupper som kommer opp til skriftlig eksamen. I 2014 var det i Nordland fylkeskommune for eksempel henholdsvis 250, 161 og 253 elever som ble trukket til skriftlig eksamen i fagene matematikk 1P-Y, 1P og 2P. Tallene for de som kom opp til en muntlig eksamen i de samme fagene var 28, 6 og 0 (Aas, 2015). De skriftlige eksamener i 1P og 2P er sentralgitte, den i 1P-Y såkalt lokalgitt, men heller ikke der har faglærer innflytelse på eksamensoppgaven. Det betyr at det er ingen mulighet å vurdere et fordypningsemne slik som *Musikk og matematikk i Narvik* i disse fagene ved en skriftlig eksamen.

Selv om elevene var skeptiske om at de hadde lært noe, så vil jeg som lærer og forsker allikevel konkludere med at analysene mine viser at prosjektet har vært relevant for elevene. De fikk vist mange av kompetansemålene i læreplanen og de brukte et vidt spekter av Niss' åtte delkompetanser. Når elevene ikke uttaler seg mer positivt, så kan en grunn være deres forventning til den didaktiske kontrakten. En annen grunn kan være selve intervjusituasjonen, der jeg som lærer sitter ovenfor hele klassen. Mellin-Olsen & Lindén (1996) skriver at «Alle sier ikke alt til alle i alle situasjoner (…) Maktutfoldelsen i en kommunikasjon er et problem både på avsender- og mottakersiden» (s. 44). Når elevene blir spurt om hva de synes og føler, spiller gruppedynamikken i klassen inn. Det er ikke alt man skal si til læreren – den som representerer makten - foran hele klassen.

6 Oppsummering

Som avslutning vil jeg først oppsummere hva analysene mine gir av svar til problemstillingen og hypotesene. Så vender jeg blikket fremover og ser på hvilke erfaringer jeg kan ta med videre fra prosjektet.

6.1 Resultater av analysene

Hvilke matematiske kompetanser viser og utvikler elever på linjen for Musikk, dans og drama i et tverrfaglig undersøkende prosjekt innen musikk og matematikk?

For å svare på denne problemstillingen har jeg som rammeverk for oppgaven valgt både de åtte matematiske delkompetansene av Niss og Schoenfelds fire aspekter av matematisk proficiency. Jeg har valgt en metode som var best egnet til å undersøke matematisk kompetanse hos elevene, slik Niss definerer den. Derfor har disse kompetansene fått den største plassen i mine analyser. Der datamaterialet har gjort det mulig har jeg i tillegg gjort rede for elevenes aspekter av matematisk proficiency.

I avsnitt 5.2.3 illustrerer jeg i en tabell hvilke av Niss' sine åtte kompetansene hver av de fire gruppene fikk vist i sine fremlegg. Den viser at elevene brukte seks av de åtte kompetansene. Kompetansespekteret som prosjektet dekker er et annet enn det elevene får vist gjennom skriftlige prøver (Niss & Jensen, 2003), siden *tankegangs- og modelleringskompetansen* kom frem i flere av fremleggene, se avsnitt 4.3.1, 4.4.1 og 4.5.1. Dermed får jeg bekreftet den første hypotesen, at elevene får vist og utviklet andre matematiske kompetanser enn ved den vanlige undervisningen.

Niss' åtte kompetanser har tre dimensjoner hver som elevene kan få utvidet i arbeidet med faget: dekningsgrad, aksjonsradius og også teknisk nivå. I avsnitt 3.4.3 redegjør jeg hvorfor datamaterialet mitt ikke er egnet til å analysere utvidelsen i alle kompetanser hos alle gruppene, men at det bare er mulig å vise til enkelte eksempler. I avsnittene 4.3.1, 4.4.1 og 4.5.1 kan jeg vise noen tilfeller, der elevene hadde utvidet noen av sine matematiske kompetanser. Vi kan finne utvidelser i alle de tre dimensjonene, både dekningsgrad, aksjonsradius og også teknisk nivå.

I analysen, i avsnittene 4.3.3, 4.4.3 og 4.5.3 trekker jeg frem de kompetansemålene fra læreplanene for matematikk 2P som elevene har jobbet med. I avsnitt 5.2.1 oppsummer jeg at elevene viste kompetansemål fra alle de fire hovedområdene i faget. Det viser at flere av gruppene hadde funnet problemstillinger som var relevante for matematikkfaget, selv om det var stor variasjon i hvor mye elevene gikk i dybden i matematikken. Hovedområdene i matematikk 2P har et sterkt fokus på den praktiske bruken av matematikk, og er derfor godt egnet til slikt tverrfaglig arbeid. Men jeg nevner også at noen av kompetansemålene er formulert mer generelle i læreplanen enn det vi møter i lærebøker og i oppgavesett fra skriftlige eksamener. Derfor konkluderer jeg med at prosjektet er mest relevant for en muntlig matematikkeksamen.

Jeg har opplevd tydelig at elevene ble mer motiverte til å arbeide med matematikk når de opplevde et tema som relevant innenfor sin musikkultur. Flere av elevene valgte bort tema som jeg hadde foreslått for heller å fordype seg i noe de var interesserte i. De gruppene som hadde fått hjelp fra sine musikklærere til å finne tema i tilknytning til sitt instrument, enten under pilotprosjektet eller nå, fikk vist og utvidet flere av sine matematiske kompetanser enn de som jobbet mest alene. Arbeidsmåten i prosjektet viser seg altså å være i tråd med ideene bak FYR. Fellesfaget matematikk ble rettet mot programfagene i musikk med den målsettingen å gjøre matematikk mer relevant for elevene. Selv om elevene i samtalen etter prosjektet har ytret noe annet, vil jeg allikevel utfra analysene mine konkludere med at prosjektet har vært relevant for dem, både innenfor matematikken og musikkfagene.

6.2 Muligheter for å fremtiden

Målet med aksjonsforskning er både å forbedre elevenes læring og lærernes undervisningspraksis (Postholm, 2013). Hvis et prosjekt, slik som jeg har gjennomført det, skal ha en langsiktig effekt, så er det en fordel at flere lærere kan delta. I pilotprosjektet opplevde vi at de gruppene som fikk aktiv støtte fra sine musikklærere kom best i gang. I min egen studie savnet jeg å ha flere kolleger med for å kunne støtte meg til dem og for å bruke deres kompetanse. Flere av gruppene hadde større behov for oppfølging enn jeg alene kunne gi. Med å være flere lærere ville vi kunne observere hverandre, gi gjensidig tilbakemelding, diskutere progresjonen i prosjektet sammen og bidra til at kunnskapen om den type undervisningsopplegg blir ført videre. Det tverrfaglige aspektet i prosjektet har vært avgjørende, og derfor er det viktig at både matematikk- og programfaglærerne planlegger og bidrar. Jeg kunne sikkert ha gjort mer i forkant for å engasjere kollegene mine. Samtidig ser jeg at jeg ikke kan pålegge dem hvordan de skal bruke sin arbeidstid. For å få til lignende tverrfaglige prosjekter i fremtiden er det viktig at skolens ledelse både støtter og koordinerer dem og slik forankrer dem i de lokale læreplanene.

Vi har på vårt studiested en Helse- og oppvekstlinje (HO), der jeg har undervist matematikk 1 P-Y i flere år. Som på mange yrkesfaglige linjer ser vi også her at mange elever oppnår dårlige resultater i matematikk. I helsesektoren kan manglende matematikkunnskap ha fatale følger som for eksempel dette oppslag på NRK viser: «Judith (82) døde av morfinoverdose etter at vikaren regnet feil» (Mehren, 2016). Det kunne være interessant, i samarbeid med programfaglærerne på HO, å utvikle et lignende prosjekt med matematiske tema hentet fra helsesektoren. Innenfor medikamentregning er for eksempel områder som prosent- og forholdsregning og enheter for mengde og volum spesielt viktige (Olsen, 2014).

Elever på studieforberedende linjer med estetiske fag slik som Musikk, dans og drama (MDD) og Kunst, design og arkitektur (KDA) følger i større grad den undervisningstradisjonen som læreplanens generelle del beskriver som «praktisk virke og læring gjennom erfaring» (Kirke-utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 22) enn elever på Studiespesialisering. De har større mulighet til å bruke og utvikle sine kreative evner i for eksempel fag som *Instrument, kor, samspill*. «De utøvende, skapende og reflekterende dimensjonene i programfaget skal ivaretas» (KD, 2013d, s. 2). Læreplanen for *Kunst og visuelle virkemidler* (KD, 2016b) sier at det i hovedområdet *materiale, uttrykk og teknikker*

> *(...) inngår eksperimentering med ulike uttrykksformer knytte til fargar, mønster, ornament og skrift i to- og tredimensjonalt arbeid. Utvikling av eige kunstnarisk uttrykk gjennom val av ulike teknikkar og materiale står sentralt. (s. 3)*

Tverrfaglige prosjekter på disse linjene kan ikke bare bidra til å kombinere fellesfag og programfag, men også til å lage en syntese av erfaringslæringen og den teoretiske læringen, altså en kombinasjon av Aristoteles' Artes liberales og Artes mechanicæ. Noe som i følge L97 fremmer «en harmonisk personlighetsutvikling» (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 24).

Men det manglende fokuset på praktisk kunnskap og elevenes kreativitet som vi ser i utkastet til ny overordnet del til Læreplanverket sår tvil, om de gode tankene om dybdelæring, alternativer til oppgavediskursen og yrkesrettingen av fellesfag kan bli realisert i undervisningspraksisen i fremtiden. De estetiske fag har lenge hatt en utsatt posisjon i de videregående skolene, presset som de er mellom de teoretiske fagene som stadig vokser i omfang og yrkesfagene som næringslivet etterlyser. Ved vår skole har vi opplevd at Nordland fylkeskommune har rasert tilbudet av estetiske linjer de siste årene. Etter at MDD-linjen, som har hatt fulle klasser i flere år, ble vedtatt nedlagt av fylkestinget i 2015, fulgte vedtaket om nedleggelse av KDA-linjen året etter. I min nåværende stilling blir det dessverre ikke mulig for meg å fortsette videreutviklingen av dette tverrfaglige prosjektet, der jeg har kunnet bruke min samlete kompetanse i de to fagene musikk og matematikk.

Det blir interessant å følge med, hvordan arbeidet med de nye læreplanene utvikler seg de neste årene. Som det lille prosjektet mitt har vist, kan tverrfaglighet, dybdelæring og kulturbasert matematikkundervisning bidra til å gi elevene en annen innfallsvinkel til et fag, som mange har et dårlig forhold til. Det å verdsette den praktiske læringen, ikke bare i yrkesfag og estetiske fag, men også i et fellesfag som matematikk, det å la elevene utforske matematikken i sin egen kultur og det å utfordre oss lærere til å se utover våre egne faglige grenser kan gi mange elever større motivasjon og mestring.

I innledningen siterte jeg den store matematikeren og filosofen Gottfried Wilhelm Leibniz' tanker om forbindelsen mellom musikk og matematikk. Han er selv et eksempel på hvor viktig kreativiteten er for den akademiske matematikken. Jeg vil avslutte med et annet sitat som viser at Leibniz også var klar over og verdsatte den tause matematikkunnskapen:

> *Musikken er en skjult aritmetisk øvelse for sjelen, som dermed ikke vet at den omgås med tall. Sjelen fullgjør nemlig mange ting i uklar og ubemerket kunnskapsvirksomhet, som den ei kan legge merke til gjennom tydelig varsling. For de tar feil, som mener at ingenting skulle kunne skje i sjelen, som vi selv ikke er bevisst over. Om derfor sjelen ikke legger merke til at den regner, så kjenner den dog effekten av denne ubevisste regningen, som glede ved samklang og nedstemthet ved misklang (Ulin, 2003, s. 66, min oversettelse).*

Litteraturliste

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education 45*, 797-810.

Battista, M., Boerst, T., Confrey, J., Knuth, E., Smith, M.S., Sutton, J., White, D. & Quander, J. (2009). Research in Mathematics Education: Multiple Methods for Multiple Uses. *Journal for Research in Mathematics Education 40 (3)*, 216-240.

Berg, M.E. (1987). *Ledelse – en utfordring!* NKS-Forlaget.

Bethge, P. (2003). Die Musik-Formel. *Der Spiegel 31/2003*, s. 130-140. Lastet ned fra http://magazin.spiegel.de/EpubDelivery/spiegel/pdf/27970590 .

Brousseau, G. & Warfield, V. (1999). The Case of Gaël. *Journal of Mathematical Behavior 18(1).*

Cappellen Damm (2017, 28.5.). *Sinus Vg1 yrkesfag 1 P-Y*. Lastet ned fra https://www.cappelendammundervisning.no/verk/sinus-vg1-yrkesfag-1p-y-124097

Carr, W. & Kemmis, S. (1986). *Becoming critical. Education, knowledge and action research*. London. Falmer Press.

Cockcroft, W.H. (1982). *Mathematics counts: report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools.* H.M.S.O., London.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. Routledge, London and New York.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics, 5(1),* 44-48.

D'Ambrosio, U. (1997). Where does ethnomathematics stand nowadays? *For the Learning of Mathematics, 17(2),* 13-17.

D'Ambrosio, U. (2001). What is ethnomathematics and how can it help children in school? *Teaching children mathematics, 7(6),* 308-311.

Dewey, J. (1903). Demokrati i utdanning. I S. Vaage (Red.) (2000). *Utdanning til demokrati. Barnet, skolen og den nye pedagogikk. John Dewey i utvalg* (s. 85-96). Abstrakt forlag as, Oslo.

Dewey, J. (1906). Kultur og industri i utdanning. I S. Vaage (Red.) (2000). *Utdanning til demokrati. Barnet, skolen og den nye pedagogikk. John Dewey i utvalg* (s. 97-106). Abstrakt forlag as, Oslo.

Dewey, J. (1910). *How we think.* Lexington, MA, U.S. Lastet ned fra http://psycnet.apa.org/books/2006-03523-001/001

Edvardsen, E. (1998). Fraværet som er til stede. I K. Klette (Red.), *Klasseromsforskning på norsk* (s. 77-97), Ad Notam Gyldendal.

Ertesvåg, F. (2015, 02.07.) Svakeste matte-eksamen noensinne. *Verdens Gang.* Lastet ned fra http://www.vg.no/nyheter/innenriks/skole-og-utdanning/svakeste-matte-eksamen-noensinne/a/23481063/

Evans, J. & Wedege, T. (2006). Adults' Resistance to Learning in School versus Adults' Competences in Work: The Case of Mathematics. *Adults Learning Mathematics: An International Journal, 1(2),* 28-44

Frank, M.L. (1988). Problem solving and mathematical beliefs. *Arithmetic Teacher 35(5),* 32-34.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education, China Lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Furu, E.M. (2013). Lærerstudenten som aksjonslærer i klasserommet. I M. Brekke & T. Tiller *Læreren som forsker. Innføring i forskingsarbeid i skolen* (s. 45-61). Universitetsforlaget, Oslo.

Fyhn, A.B., Dunfjeld, M., Aagård, A.D., Eggen, P. & Larsen, T.M. (2015). Utforsking av tradisjonell sørsamisk ornamentikk. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 26(3),* 9-14.

Fyhn, A.B., Harbrecht, J. & Kristiansen, J. (2017). Underdeling og overtoner. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 28(1),* 19-24.

Fyhn, A.B., Nutti, Y. J., Eira, E.J.S., Børresen, T., Sandvik, S.O. & Hætta, O.E. (2015). Ruvden as a basis for the teaching of mathematics: A Sámi mathematics teacher's experiences. I E.S. Huaman & B. Sriraman (Red.), *Indigenous Universalities and Peculiarities of Innovation Education* (s.169-186). Sense Publishers.

Greer, B., Mukhopadhyay, S., Powell, A,B. & Nelson-Barber, S. (Red.) (2009). *Culturally responsive mathematics education*. Routledge, New York

Haug, P. (2003). *Evaluering av Reform 97. Sluttrapport frå styret for Program for evaluering av Reform 97.* Norges forskningsråd. Lastet ned fra http://www.forskningsradet.no/CSStorage/Flex_attachment/Sluttrapport_evaluering_av_Reform_97-_Ve_reform97.pdf

Holme A. (2001). *Matematikkens historie 1 – Fra Babylon til mordet på Hypatia* (2.utgave). Fagbokforlaget, Bergen.

Høines, M.J. & Rangnes, T.E. (2004). Kompetanser i matematikk, kan det måles*? Tangenten – Tidsskrift for matematikkundervisning 15(4),* 39-42.

Kleven, T. A. (red) (2002). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode,* Unipub forlag, Oslo.

Lyngsnes, K. & Rismark, M. (2011). *Didaktisk arbeid*, Gyldendal Akademisk, Oslo.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (red) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* National Research Council. Washington, D.C.: National Academy Press.

Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen* (L97). Lastet ned fra http://www.nb.no/nbsok/nb/f4ce6bf9eadeb389172d939275c038bb?lang=no#0

Krainer, K. (2014). Teachers as Stakeholders in mathematics education research. *The Mathematics Enthusiast* 11(1), 49-60. Lastet ned fra http://scholarworks.umt.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1291&context=tme

Kunnskapsdepartementet (2006a). *Læreplan i musikk – programfag i utdanningsprogram musikk, dans, drama, programområde for musikk*. Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MDD5-01.pdf

Kunnskapsdepartementet (2006b). *Læreplan i musikk, dans og drama - programfag i utdanningsprogram for musikk, dans, drama.* Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MDD1-01.pdf

Kunnskapsdepartementet (2006c). *Læreplan i lytting - programfag i utdanningsprogram for musikk, dans, drama, programområde for musikk.* Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MDD3-01.pdf

Kunnskapsdepartementet (2006d). *Læreplan i instrument, kor, samspill, programfag i utdanningsprogram for musikk, dans, drama, programområde for musikk*. Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MUS5-01.pdf

Kunnskapsdepartementet (2006e). *Læreplan i musikk fordypning, programfag i utdanningsprogram for musikk, dans, drama, programområde for musikk*. Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MUS8-01.pdf

Kunnskapsdepartementet (2006f). *Læreplan i musikk i perspektiv, programfag i utdanningsprogram for musikk, dans, drama, programområde for musikk*. Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MUS6-01.pdf

Kunnskapsdepartementet (2010). *Matematikk for alle. Idédokument for Kunnskapsdepartementet.* Lastet ned fra https://www.udir.no/Upload/Rapporter/2010/5/Matematikk_for_alle_2.pdf, lesedato 15.02.2017

Kunnskapsdepartementet (2012). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Lastet ned fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/ , lesedato 13.3.2017

Kunnskapsdepartementet (2013a). *Læreplan for matematikk fellesfag*. Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf

Kunnskapsdepartementet (2013b). *Læreplan for matematikk 2P*. Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/MAT5-03.pdf

Kunnskapsdepartementet (2015). *Erfaringer og vurdering av eksamen 2014 og 2015*. Lastet ned fra https://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/Erfaringer-og-vurdering-av-eksamen-2014-og-2015/ .

Kunnskapsdepartementet (2016a). *Fag-fordyping-forståelse. En fornyelse av Kunnskapsløftet*. (Meld. St. 28 2015-2016). Oslo: Kunnskapsdepartementet. Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf

Kunnskapsdepartementet (2016b). *Læreplan for kunst og visuelle verkemedler – felles programfag i utdanningsprogram for kunst, design og arkitektur.* Lastet ned fra http://data.udir.no/kl06/KDA1-01.pdf

Kunnskapsdepartementet (2016c, 25.4.). *Program for bedre gjennomføring i videregående opplæring*. Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/no/tema/utdanning/grunnopplaring/innsiktsartikler/Bedre-gjennomforing-i-videregaende-/id2005356/, lesedato 9.2.2017

Kunnskapsdepartementet (2017a). *Strategi for fagfornyelsen*. Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/contentassets/72e1d92379a24a458f91d8afcc6813ca/strategi-for-fagfornyelsen2.pdf

Kunnskapsdepartementet (2017b). *Overordnet del – verdier og prinsipper. Høringsutkast fra Kunnskapsdepartementet 10.03.2017*. Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/contentassets/ac9720408d464a83a7926f33dbcb7616/horingsutkast-fra-kunnskapsdepartementet-10.03.17--overordnet-del---verdier-og-prinsipper.pdf

Liland, S. (2017, 20.04.). Hernes og sagen [Leserbrev]. *Klassekampen* s. 25.

Matematikksenteret (2016, 31.10.). Bedre matematikk for yrkesfagene. Lastet ned fra http://matematikksenteret.no/content/6262/Bedre-matematikk-for-yrkesfagene

Mehren, E. (2016, 23.08.). *Judith (82) døde av morfinoverdose etter at vikaren regnet feil.* Lastet ned fra https://www.nrk.no/troms/judith-_82_-dode-av-morfinoverdose-etter-at-sykepleiervikaren-regnet-feil-1.13102063. Lesedato 21.5.2017.

Mellin-Olsen, S. (1987). *The Politics of Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Mellin-Olsen, S. (2009). Oppgavediskursen i matematikk. *Tangenten – tidsskrift for matematikkdidaktikk 20(2),* 2-7 (originalartikkel publisert i1996).

Mellin-Olsen, S. & Lindén, N. (Red.) (1996). *Samtalen som forskningsmetode. Tekster om kvalitativ forskningsmetode som del av pedagogisk virksomhet.* Caspar Forlag, Landås.

Niss, M & Jensen, T H (red) (2002). *Kompetencer og matematiklæring*, Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18 – 2002

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser.* Oslo: Kunnskapsdepartementet. Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/

Nunes, T., Schliemann, A.D. & Carraher, D.W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework.* Organisation for Economic Co-Operation and Development. Lastet ned fra https://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternational studentassessmentpisa/33694881.pdf

OECD (2015). *PISA 2015 Assessment and analytic Framework*. Organisation for Economic Co-Operation and Development. Lastet ned fra http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa-2015-frameworks.pdf?documentId=0901e72b820fee48

Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, A., Svorstøl, O. & Hals, S. (2014). *Sinus 2 P, lærebok i matematikk for Vg2. Studieforberedende program*. Cappelen Damm, Oslo.

Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, A., Svorstøl, O. & Hals, S. (2017). *Sinus 1 P-Y, lærebok i matematikk for yrkesfaglige programmer*. Cappelen Damm, Oslo.

Olsen, L.A. (2014). *Praktisk medikamentregning – Dose, styrke, mengde.* Cappelen akademisk.

Paulgaard, G. (1997). Feltarbeid i egen kultur – innenfra, utenfra eller begge deler? I E. Fossåskaret, O.L. Fuglesang og T.H. Aase (red), *Metodisk feltarbeid. Produksjon og tolkning av kvalitative data,* Universitetsforlaget.

Pehkonen, E. (2006). Lærere og elevers oppfatninger som en skjult faktor i matematikkundervisningen. I B. Grevholm: *Matematikk for skolen*. Fagbokforlaget.

Phillips, T. (1999). *Math and the Musical Offering.* Lastet ned fra http://www.ams.org/samplings/feature-column/fcarc-canons, lesedato 20.03.2017

Phillips, T. (2016). *Surface Topology in Bach Canons I: The Möbius Strip*. http://www.ams.org/samplings/feature-column/fc-2016-10, lesedato 20.03.2017

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Princeton University Press.

Postholm, M.B. (2013). Den nærværende og forskende lærer. I M. Brekke & T. Tiller (Red.), *Læreren som forsker. Innføring i forskingsarbeid i skolen* (s.45-61). Universitetsforlaget, Oslo.

Rumsey, D. (1996). *Bach and the Holy Trinity*. Foredrag holdt ved University of Sydney 1.11.1996. Lastet ned fra http://www.davidrumsey.ch/TRINITY.pdf

Schleiermacher, F. (1959). *Hermeneutik.* Heidelberg: Carl Winter.

Schoenfeld, A. H. (2007a). Method. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 69-107). NCTM.

Schoenfeld, A.H. (2007b). What is mathematical proficiency and how it can be assessed? I A.H. Schoenfeld (Red.) *Assessing Mathematical Proficiency* (s. 59-73). Berkeley, CA: Mathematical Sciences Research Institute Publications, Cambridge University Press.

Skemb, R. (1976): Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching 77*, 22-26.

Skiple, N.K. (2005a). *Matematikkdidaktikk i ei reformtid – intervju med åtte matematikklærarar i ungdomsskulen* (Mastergradsavhandling, Universitetet i Bergen). Lastet ned fra http://bora.uib.no/bitstream/handle/1956/1253/Masteroppgave-skiple.pdf?sequence=1

Skiple, N.K. (2005b). Stieg Mellin-Olsen og komplementaritetsprinsippet. *Tangenten – tidsskrift for matematikkdidaktikk 16(3)*, 30-35.

Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? – om matematiklæring*, (s. 143-157). København: L&R Uddannelse: Tjørneserien.

Solvang, R. (1992). *Matematikkdidaktikk*. NKI-Forlaget

Spradley, J.P. & McCurdy, D.W. (1972). *The Cultural Experience. Ethnography in complex society.* Chicago: SRA

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. I R. Lesh & A. E. Kelly (Red.), *Research design in mathematics and science education* (s. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Strandberg, L. (2008). *Vygotsky i praksis. Blant pugghester og fusklapper.* Gyldendal Akademisk

Swan, M. (2014). Design Research in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.) *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 148-152). Springer Science + Business Media. Lastet ned fra DOI 10.1007/ 978-94-007-4978-8

Tiller, T. (1999). *Aksjonslæring. Forskende partnerskap i skolen*. Kristiansand. Høyskoleforlaget.

Ulin, B (2003). *Matematik & Musik*. Ekelunds förlag.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics Education in the Netherlands: A guided tour.* Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9. Utrecht: Utrecht University.

Wadel, C. (2014). *Feltarbeid i egen kultur*, Cappelen Damm Akademisk.

Warfield, V.M. (2006). *Invitation to Didactique.* Lastet ned fra https://www.math.washington.edu/~warfield/Inv%20to%20Did66%207-22-06.pdf

Wedege, T. (2005). *Matematik eller ej? I Stieg Mellin-Olsens fodspor*. Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 16(3), 24-28

Wedege, T. (2002). «Mathematics – that's what I can't do» - People's affective and social relationship with mathematics. *Literacy and Numeracy Studies: An International Journal of Education and Training for Adults*, 11(2), 23-28

Wedege, T. (1999). To know or not to know – mathematics, that's a question of context. *Educational Studies in Mathematics* (1999) 39: 205. doi:10.1023/A:1003871930181

Waadeland, C.H. (2000). *Rhythmic movements and moveable rhythms – syntheses of expressing timing by means of rhythmic frequency modulation* (Doktorgradsavhandling). Det historisk-filosofiske fakultetet, NTNU, Trondheim. Lastet ned fra http://hdl.handle.net/11250/243570

Aas, K.M. (2012, 13.08.). Hva skjer med matematikkeksamen på videregående? *Utdanningsnytt*. Lastet ned fra https://www.utdanningsnytt.no/debatt/2012/august/hva-skjer-med-matematikkeksamen-pa-videregaende/

Aas, K. M. (2015). *Muntlig eksamen i matematikk*. PowerPoint lagt frem ved nettverkssamling for matematikklærere i Bodø 12.3.2015. Lastet ned fra www.nfk.korfu1.no/kursdata/kurs1292/1133.pptx.

Illustrasjoner:

Figur 1: Oppdeling av en 4/4-takt - fra slagverkgruppens presentasjon (Fyhn et.al., 2017)

Figur 2: monokord (Holme, 2001, s. 193)

Figur 3: sinusfunksjoner i Geogebra

Figur 4: overtoner på gitaren - fra gitar- og bassgruppens presentasjon

Figur 5: søylediagram over antall gjennomføringer av fugetemaet i hver stemme - fra pianogruppens presentasjon

Figur 6: Pytagoras i katedralen i Ulm. Lastet ned fra http://www.fomrhi.org/vanilla/fomrhi/uploads/bulletins/Fomrhi-116/Comm%201911.pdf (lesedato 17.5.2017).

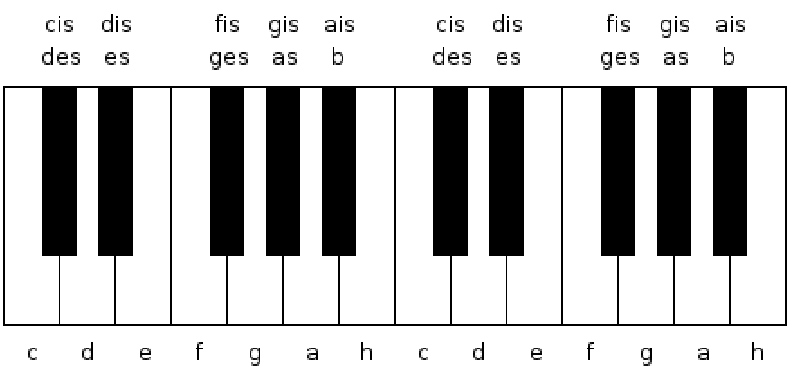
Figur 7: Klaviatur. Lastet ned fra https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7b/Klaviatur.svg (lesedato 24.5.2017)

Figur 8: C-dur-skalaen ("de hvite tangentene på klaviaturet"). https://musikkrom.wikispaces.com/file/view/c-dur-hele.png/460232574/c-dur-hele.png (lesedato 24.5.2017)

Vedlegg I: Faguttrykk fra musikken

1 Intervaller og akkorder

Et intervall betegner avstanden mellom to toner som enten blir spilt sammen eller etter hverandre. Som navn for intervallene bruker man de italienske tallene, som betegner antall skritt i skalaen fra den ene tonen til den neste. Man teller med den første tonen. Prim (=1) er altså to like toner, sekund (=2) er to nabotoner, tilsvarende fortsetter det med ters, kvart, kvint, sekst, septim og oktav. Toner i oktavavstand har samme navn, for eksempel enstrøken og tostrøken c. Man skiller mellom dissonerende (sekund og septim) og konsonerende intervaller. Blant de konsonerende intervallene danner de rene intervallene – prim, kvart, kvint og oktav – en egen gruppe. Pytagoras viste at svingningsforhold mellom tonene i rene intervaller danner enkle tallforhold, henholdsvis 1:1; 3:4; 2:3 og 1:2.



Figur 7: Klaviatur med notenavn

Figur 8: C-dur-skalaen ("de hvite tangentene på klaviaturet")

De andre intervallene finnes både som liten og som stor. En liten sekund kalles også for halvtonetrinn. På et piano er det to tangenter rett ved siden av hverandre, for eksempel en svart tangent og den hvite rett ved siden. På en gitar får man en liten sekund ved å flytte fingeren til neste bånd. En stor sekund kalles for heltonetrinn, på et piano kan det være to hvite tangenter, der man har en svart imellom. En liten ters består da av en heltone + en halvtone, en stor ters av to heltoner. De mest vanlige akkordene vi bruker er bygget opp av terser. For å få en durakkord, så tar man først en stor ters og oppå den en liten ters, mollakkorden er omvendt, først en liten ters, så en stor. Stabler man tre små terser oppå hverandre, så ender man opp på grunntonen en oktav høyere opp. Denne kalles for dim-akkord (diminuert eller forminsket).

2 Noteverdier og underdelinger

Noter har ikke absolutte lengdeverdier, de varierer med tempoet eller pulsen man velger for et musikkstykke. Men de forskjellige noteverdiene står i forhold til hverandre. Den mest vanlige noteverdien i dagens musikk for å oppgi pulsen er fjerdedelsnoten ♩. I for eksempel en trefjerdedelstakt, ¾, er pulsen tre slag per takt, som hver utgjør en fjerdedelsnote. Fjerdedelsnoten kan underdeles i to like åttendedelsnoter, ♪+♪ eller ♫ . En åttendedelsnote kan igjen underdeles i to sekstendedelsnoter, ♬, og slik kan man fortsette. På samme måte kan to fjerdedelsnoter slås sammen til en halvnote og to halvnoter til en helnote. Det er også mulig å underdele i andre verdier enn toerpotenser. Deler man en fjerdedelsnote i tre, så kaller man det for åttendedelstrioler. Man bruker samme symbol som for åttendedelsnoten, men markere med et 3-tall, at det er 3 av disse som hører sammen.

3 Kanon

En type sanger som synges flerstemt ved at flere stemmer synger den samme melodien, men begynner etter en viss, vanligvis fast avstand etter hverandre. *Kanon* er en av de strengeste musikalske formene. Ved siden av enkle barnesanger som man kan synge som kanon – en av de mest kjente er *Fader Jakob* -, har komponister også brukt prinsippet *kanon* til å lage innfløkte verk. Stemmene imiterer hverandre ikke bare rett frem, men for eksempel også opp-ned, altså et kvintsprang opp blir til en kvint ned. Dette kalles for omvending. Stemmene kan også være forskjøvet om et fast intervall, augmentert (med større noteverdier, langsommere), diminuert (med mindre noteverdier, fortere) eller bli spilt baklengs (krebs).

4 Fuge

Den danske komponisten Carl nielsen beskriver en fuge slik: ”(…) till en fuga måste man så att säga använda en passare på samma sätt som när en skicklig arkitekt drar upp grundplanen till en byggnad med ett bestämt mål för ögonen” (Ulin, 2003, s. 55).

Den er en videreutvikling av kanon i barokktiden, et musikkstykke med flere stemmer – mest vanlig er tre eller fire, men det kan være opp mot sju – der et eller flere musikalske tema på noen takter går igjen i alle stemmene. I fugens typiske, strenge form begynner en stemme alene med temaet. Når den første stemmen er ferdig med temaet, begynner den neste stemmen, gjerne i en annen toneart, mens den første fortsetter slik at den akkompagnerer temaet. Da spiller de to stemmene note mot note, eller punkt mot punkt eller på latin punktus kontra punktum. *Kontrapunkt* er derfor blitt en annen betegnelse for musikk som bygger på fugens formprinsipper. Når alle stemmene har spilt temaet har vi hørt en første gjennomføring. Formen kan nå bli friere med mellomspill, men temaet kommer jevnlig tilbake i alle stemmene. Slik som en kanon kan også en fuge ha temaet i omvending, augmentert, diminuert eller baklengs. Når en stemme begynner med temaet før en annen er ferdig, snakker man om en trangføring. Johann Sebastian Bach var den komponisten som utviklet fugeformen til fullkommenhet. Han ble et forbilde for komponister helt til vår tid. For å vise at man mestret komponistyrket måtte man kunne skrive en fuge i streng Bachstil.

5 Overtoner

Hver periodisk svingning eller tone med en gitt frekvens er satt sammen av enkle sinussvingninger med frekvenser som er heltallige multipler av grunnfrekvensen. Tonen er satt sammen av grunntonen og overtonene. Disse smelter så godt sammen at øret ikke oppfatter de som flere toner, men som en tone med en spesiell klang. Forskjellige instrumenter som spiller toner med den samme frekvensen høres forskjellig ut, fordi sammensetningen av overtonene varierer. Den første overtonen svinger dobbelt så fort som grunntonen og klinger en oktav høyere. Den neste, tre ganger så fort, ligger en kvint over denne. Så kommer neste oktav og etter det en stor ters over den andre oktaven. Denne svinger fem ganger så fort som grunntonen. Tonene i skalaen som vi bruker til vår vestlige musikk bygget opprinnelig på disse overtonene.

Vi snakker også om overtoner på musikkinstrumenter når vi mener sammensatte toner med frekvenser som er heltallige multipler av grunntonen. På blåseinstrumenter frembringer man overtoner ved å endre leppespenningen og slik får luftsøylen i instrumentet til å svinge n ganger så fort som grunntonen. På et strengeinstrument som bass eller fiolin får man frem overtonene ved å ta halvparten, en tredjedel, en fjerdedel, osv. av strengen. Trykker man strengen ikke helt ned, så svinger hele strengen, men med et knutepunkt der man setter fingeren. Man undertrykker altså grunntonen og får bare frem den andre, tredje, fjerde overtonen. Den spesielle klangen som oppstår slik kalles for flageolett. Orgelet består av forskjellige typer piper, registrene, som er overtoner. Pipelengdene i et slikt register er da halvparten, en tredjedel, en fjerdedel, osv. av pipelengdene til originaltonene. Piper av forskjellige registre smelter sammen til en ny tone med en ny klangfarge.

Vedlegg II: Utdrag fra læreplanene for programfagene på Musikk, dans og drama

1 Musikk (KD, 2006a)

Fra Formål:

- *Ved å legge vekt på individuelle og kollektive musikalske ferdigheter skal opplæringen bidra til å utvikle egenskaper som er viktige for personlig mestring, både i musikklivet og i andre sammenhenger. Programfaget skal stimulere den enkeltes selvdisiplin, tålmodighet og kreativitet i arbeidet med å utvikle et personlig musikalsk uttrykk. (...)*
- *Kunnskap i grunnleggende musikklære er en viktig forutsetning for musikkutøvelsen. Programfaget skal bidra til å sikre tilegnelsen av denne kunnskapen gjennom praktisk arbeid. (s. 2)*

Fra Grunnleggende ferdigheter:

- *Å kunne lese i musikk innebærer å knytte noteskrift, tekst, tegn og symboler til musikkutøvelsen. Det innebærer også utvikling av notelesingstrategier for innstudering og formidling av musikk.*
- *Å kunne regne i musikk innebærer å arbeide med form og rytme som gjennom utøving og gehørtrening styrker puls- og periodefølelse.(s. 3)*

Fra Kompetansemålene i Anvendt Musikklære:

- *beherske noteskrift, besifringsnotasjon og vanlige musikkuttrykk*
- *gjenkjenne og bruke skalaer og tonearter og spille/synge innenfor dem*
- *høre, skrive og synge enkle melodier og rytmer (s. 4)*

2 Musikk, dans og drama (KD, 2006b)

Fra Grunnleggende ferdigheter:

- *Å kunne uttrykke seg skriftlig i musikk, dans og drama innebærer å bruke skrift eller annen egnet notasjon for å dokumentere eller formidle kunnskaper, erfaringer og refleksjoner.*
- *Å kunne regne i musikk, dans og drama innebærer å bli kjent med de utøvende kunstfagenes grunnelementer, som form, rytme, tid og rom gjennom praktisk og utøvende tilnærming. (s. 3)*

3 Lytting (KD, 2006c)

Fra Formål:

- *Programfaget lytting skal bidra til å fremme forståelse av musikkens oppbygning og funksjoner. Kjennskap til musikkens kunstneriske uttrykksformer skal bidra til å utvikle fantasi og kreativitet. (s. 2)*

Fra Grunnleggende ferdigheter:

- *Å kunne lese i lytting innebærer å tilegne seg musikkfagets grunnleggende symboler og begreper som grunnlag for forståelse og opplevelse. Lesing av tekst, noteskrift, tegn og symboler er utgangspunkt for refleksjon over musikk.*

- *Å kunne regne i lytting innebærer å arbeide med form og rytme som gjennom lytting styrker gehørtrening og puls- og periodefølelse. (s. 3)*

Fra Kompetansemålene i Lytting:

- *gjenkjenne og beskrive musikkens grunnleggende elementer med utgangspunkt i klingende musikk og enkle notebilder (s. 3)*

4 Instrument, kor, samspill (KD, 2006d)

Fra Formål:

- *(...) Felles programfag instrument, kor, samspill skal i tillegg bidra til at den enkelte kan utvikle evne til samarbeid og kommunikasjon.*
- *(...) Programfaget skal bidra til å fremme selvdisiplin, tålmodighet og kreativitet som grunnlag for å realisere den enkeltes muligheter som musikkutøver, og som grunnlag for livslang læring. (s. 2)*

Fra Grunnleggende Ferdigheter:

- *Å kunne lese i instrument, kor, samspill innebærer å nyttiggjøre seg noteskrift, tekst, tegn og symboler knyttet til musikkutøvelsen.*
- *Å kunne regne i instrument, kor, samspill innebærer å bruke musikkens grunnelementer gjennom praktisk utøvelse av musikk. (s. 4)*

Fra Kompetansemålene i Hovedinstrument:

- *knytte praktisk musisering til relevant teori (s. 4)*

Fra Kompetansemålene i Kor og samspill:

- *skape musikalsk uttrykk ut fra instruksjon og informasjon som notebildet gir*
- *ta imot og gi konstruktiv kritikk (s. 5)*

5 Musikk Fordypning 1 (KD, 2006e)

Fra Formål:

- *Programfaget skal bidra til å skape forståelse av hvordan musikk som klingende materiale er grunnleggende i musikalsk kunnskapstilegnelse. Gjennom å veksle mellom klingende, skapende og formidlingsmessige utgangspunkt skal arbeidet i programfaget gi helhetlig innsikt. (s. 2)*

Fra Grunnleggende ferdigheter:

- *Å kunne lese i musikk fordypning innebærer å forstå notasjon i kombinasjon med gehørtrening. Det innebærer å forstå strukturer og prinsipper i egen og andres skapende virksomhet. Ulike tekster er kilde til kunnskap og opplevelse.*
- *Å kunne regne i musikk fordypning innebærer å beregne tidsforløp i en formidlingssituasjon og å tilpasse formidlingsinnslag til romstørrelse, akustiske forhold og antall tilhørere. (s. 3)*

Fra Kompetansemålene i Gehørtrening:

- *lese og gjengi et sammensatt notebilde i sang og spill (s. 3)*

Fra Kompetansemålene i Formidling:

- *presentere og vurdere eget utøvende og skapende arbeid (s. 4)*

6 Musikk i perspektiv 1 (KD, 2006f)

Fra Formål:

- *Musikk i perspektiv skal bidra til å fremme forståelse av musikkens utvikling og ulike funksjoner. Kjennskap til musikkens kunstneriske uttrykksformer skal bidra til å utvikle fantasi og kreativitet. Samtidig skal den enkeltes analytiske kompetanse utvikles og styrkes ved at opplæringen legger vekt på symbolforståelse og evne til å se strukturer og former. (s. 2)*

Fra Grunnleggende ferdigheter:

- *Å kunne lese i musikk i perspektiv innebærer tilegnelse av musikkfagets sentrale historiske utviklingslinjer som grunnlag for stilforståelse og utøvelse. Lesing av tekst, noteskrift, tegn og symboler er utgangspunkt for refleksjon over musikk som klingende fenomen og sentralt for avkodingsferdigheter og konsentrasjonsevne.*
- *Å kunne regne i musikk i perspektiv innebærer å forholde seg til aritmetiske grunnforhold, som todeling og tredeling. Det inngår også som grunnlag for å forstå komponeringsteknikker, harmoniske strukturer og transponering. (s. 3)*

Fra Kompetansemålene i Lyttetrening:

- *identifisere og beskrive musikkens elementer med utgangspunkt i eksempler fra musikkhistorien, auditivt og ved hjelp av notebilde (s. 4)*

Fra Kompetansemålene i Musikkhistorie:

- *gjenkjenne og beskrive sentrale komposisjonstyper, former og besetninger i musikk fra middelalderen og fram til 1900 (s. 4)*

Vedlegg III: Informasjonsskriv til elever og foresatte

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet *«Musikk og matematikk i Narvik (MuMaNa)»Del 2*

Bakgrunn og formål

I fjor deltok elevene i klasse (den gang) MDD 1U i et forskningsprosjekt der fokus var hvordan elevenes motivasjon kommer til uttrykk og hvordan de lærer matematikk når de får utforske selvvalgte emner fra musikk. Følgende problemstillinger ble belyst:

a) Hvordan manifesteres elevers motivasjon for å arbeide med matematikk når undervisningen fokuserer på utforsking av emner fra musikk?
b) Hvordan bidrar elevers utforsking av mønster i musikk til forståelse av matematikk?

En artikkel om prosjektet publiseres i neste utgave av tidsskriftet «Tangenten. Tidsskrift for matematikkundervisning».
I år planlegges det et oppfølgingsprosjekt som inngår i en masteroppgave i matematikkdidaktikk som prosjektlederen tar ved Universitetet i Tromsø i år.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Klassen gjennomfører et prosjekt som totalt omfatter fem skoledager. I løpet av prosjektet gjøres det lydopptak av elevene og det tas stillbilder. Prosjektet avsluttes med at elevene presenterer sitt arbeid. Disse presentasjonene blir også videofilmet. I etterkant blir elevene med på et avsluttende gruppeintervju. Prosjektet er en del av undervisningen og elevene blir vurdert både i faget matematikk og i Musikk i fordypning.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Veileder og klassens musikk- og matematikklærere vil ha tilgang til det innsamlete datamaterialet. Lyd- og videoopptak vil bli lagret på ekstern harddisk hos veileder.
Prosjektleder vil bruke prosjektet i sin masteroppgave i matematikkdidaktikk. Prosjektet kan også resultere i vitenskapelige artikler. Enkeltelever vil ikke bli gjenkjent i disse tekstene. Det kan være aktuelt å illustrere tekstene med stillbilder som viser enkeltelever. Det vil kun bli brukt bilder der identifiserbare personer har gitt samtykke.
Datainnsamling vil foregå i perioden 21.-27.10. 2016. Prosjektet skal etter planen avsluttes når masteroppgaven og eventuelle artikler er ferdig skrevet og publisert, innen 31.12.2017. Ved prosjektslutt vil datamaterialet bli lagret på separat harddisk hos veileder, for å kunne brukes som grunnlag for utvikling av en større undersøkelse som bygger videre på erfaringer fra dette prosjektet.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Det får ingen konsekvenser for deg som elev dersom du velger å trekke deg fra studien. Elever som ikke vil delta i studien, deltar i undervisningen, men ikke i intervju. Lyd-, bilde- og videoopptak av elever som velger å ikke delta i studien vil ikke bli brukt. Dersom du trekker deg underveis, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med veileder Anne Birgitte Fyhn anne.fyhn@uit.no telefon 776 46120 eller 9974 9357 eller prosjektleder Julia Harbrecht julhar@vgs.nfk.no tel 98065443.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Jeg/vi har mottatt informasjon om studien, og samtykker i at eleven deltar

----
(Signert av foreldre/foresatte, dato)

Vedlegg IV: Informasjonsskriv i forbindelse med pilotprosjektet

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet *«Musikk og matematikk i Narvik (MuMaNa)»*

Bakgrunn og formål

Elever som går på musikklinje ved videregående skole, har spesiell interesse for musikk. Formål med prosjektet er å undersøke elevers motivasjon og deres læring av matematikk, når undervisningen bygger på elevenes erfaringer fra utforsking av selvvalgte emner fra musikk. Fokus vil være hvordan elevenes motivasjon kommer til uttrykk og hvordan de lærer matematikk.

Følgende problemstillinger vil bli belyst:

a) Hvordan manifesteres elevers motivasjon for å arbeide med matematikk når undervisningen fokuserer på utforsking av emner fra musikk?
b) Hvordan bidrar elevers utforsking av mønster i musikk til forståelse av matematikk?

Elevene ved musikklinja, første år, blir forespurt om å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Klassen gjennomfører et prosjekt som totalt omfatter om lag åtte skoledager. I forkant av prosjektet er prosjektdeltakerne med på et gruppeintervju med spørsmål knyttet til fagene musikk og matematikk. I løpet av prosjektet gjøres det lydopptak av elevene og det blir tatt stillbilder. Etter en innledende fase, presenterer elevene sine fokusområder for hverandre. Disse presentasjonene blir videofilmet. Prosjektet avsluttes med at elevene presenterer sitt arbeid. Disse presentasjonene blir også videofilmet. I etterkant blir elevene med på et avsluttende gruppeintervju. Lærerne deltar i begge gruppeintervjuene.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Prosjektleder og klassens musikk- og matematikklærere vil ha tilgang til det innsamlete datamaterialet. Lyd og videoopptak vil bli lagret på ekstern harddisk hos prosjektleder.
Prosjektleder og lærere vil sammen utarbeide en faglig artikkel som beskriver gjennomføringen av opplegget. Denne artikkelen vil bli publisert i tidsskriftet «Tangenten. Tidsskrift for matematikkundervisning». Prosjektleder vil også skrive en vitenskapelig artikkel om opplegget. Enkeltelever vil ikke bli gjenkjent i disse tekstene. Det kan være aktuelt å illustrere tekstene med stillbilder som viser enkeltelever. Det vil kun bli brukt bilder der identifiserbare personer har gitt samtykke.
Datainnsamling vil foregå i løpet av februar og mars 2015. Prosjektet skal etter planen avsluttes når artikler er ferdig skrevet og publisert, innen 31.12 2017. Ved prosjektslutt vil

datamaterialet bli lagret på separat harddisk hos prosjektleder, for å kunne brukes som grunnlag for utvikling av en større undersøkelse som bygger videre på erfaringer fra dette prosjektet.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Det får ingen konsekvenser for deg som elev dersom du velger å trekke deg fra studien. Elever som ikke vil delta i studien, deltar i undervisningen, men ikke i intervju. Det blir ikke gjort lyd- og videoopptak av elever som velger å ikke delta i studien. Dersom du trekker deg underveis, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med Anne Birgitte Fyhn anne.fyhn@uit.no telefon 776 46120 eller 9974 9357

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Jeg/vi har mottatt informasjon om studien, og samtykker i at eleven deltar

----

(Signert av foreldre/foresatte, dato)

Vedlegg V: Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger, NSD

NSD

Anne Birgitte Fyhn
Institutt for matematikk og statistikk UiT Norges arktiske universitet

9019 TROMSØ

Vår dato: 03.11.2016 Vår ref: 50426 / 3 / HIT Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 06.10.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

50426	*MuMaNa Del 2* *Musikk og Matematikk ved Narvik vgs*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Anne Birgitte Fyhn*
Student	*Julia Harbrecht*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Hildur Thorarensen

Kontaktperson: Hildur Thorarensen tlf: 55 58 26 54

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Vedlegg VI: Intervjuguide

Intervjuguide/temaliste (skisse)

- Har prosjektet vært interessant?
- Har prosjektet vært relevant for fagene matematikk, Musikk i fordypning og Musikk i perspektiv?
- Har du fått faglig utbytte av prosjektet?
- Har motivasjonen din for fagene økt?