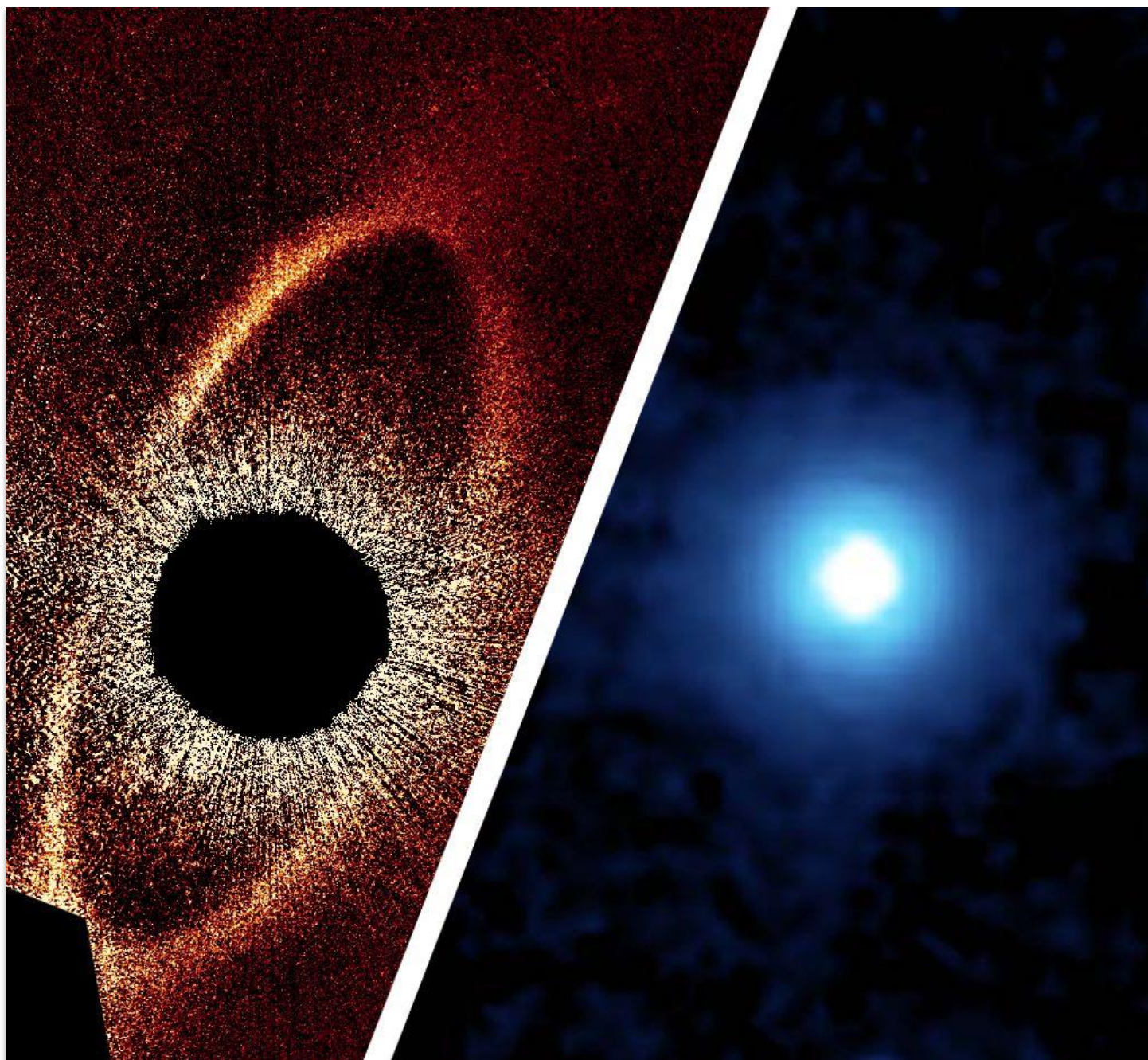


# Baneberegninger for støv rundt Sola, Vega og Fomalhaut

Johann Stamm

*FYS-3900 Masteroppgave i fysikk*

*Mai 2018*





Bilder på forsida:

Venstre: Bilde av støvsky og -ring rundt Fomalhaut tatt av Hubble-teleskopet i 2012. Selve Fomalhaut er dekket til. Kilde: NASA, [http://hubblesite.org/image/3130/news\\_release/2013-01](http://hubblesite.org/image/3130/news_release/2013-01).

Høyre: En støvsky rundt Vega er synlig ved bølgelengde 24  $\mu\text{m}$ . Bildet ble tatt av Spitzer-teleskopet i 2005. Kilde: NASA/JPL-Caltech/University of Arizona, <https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA07218>.

## Sammendrag

Kosmiske støvpartikler utgjør en stor del av det interplanetariske mediet mellom Sola og Jorda. Også andre stjerner kan ha store mengder støv rundt seg. Støvet oppdages ved å se på strålinga som kommer fra stjernesystemet og så trekke fra den delen man tror kommer fra selve stjerna. Det som da gjenstår, er strålingsoverskuddet. Ved å se på energien i strålingsoverskuddet fordelt på bølgelengde er det mulig å finne temperaturen til det som måtte befinne seg rundt stjerna. Det viste seg da blant anna at Vega og Fomalhaut ser ut til å ha et støvbelte tett inntil seg. Strålingsoverskuddet tyder på at disse støvbeltene befinner seg rundt 0,2 astronomiske enheter (AE) og at størrelsen til støvpartiklene varierer fra noen nanometer til noen mikrometer. Støv i denne størrelsesordenen kalles ofte for nanostøv. Støvet produseres blant anna i kollisjoner mellom planetesimaler, en fellesbetegnelse for kometer og asteroider, og når kometer sublimerer nært stjerna. For nanostøv er strålingskrafta større enn gravitasjonen. Det mistenkes derfor at støvet er elektrisk ladd og fanga av stjernas magnetfelt, siden støvpartiklene ellers hadde blitt kasta ut av stjernesystemet.

Denne oppgaven handler om å beregne banen til slike støvpartikler etter danning. En del av oppgaven var å utvikle et program som utførte baneberegningene. Programmet tar inn startposisjon og -hastighet som tilsvarer en ordinær keplerbane og gir ut partikkelposisjonen og -hastigheta ei tid fremover. Det antas at støvet påvirkes av tre krefter: gravitasjon, strålingstrykk og lorentzkraft. Magnetfeltet til stjernene ble tilnærma som en parkerspiral. Styrken av magnetfeltet til Sola og Vega er avleda fra observasjoner, mens magnetfeltstyrken til Fomalhaut er estimert.

Resultatene viser at når strålingskrafta er større enn gravitasjonskrafta, kastes partiklene ut av stjernesystemet. Dette skjer når partiklene er mindre enn  $\sim 300$  nm rundt Sola og  $\sim 3$   $\mu\text{m}$  for Vega og Fomalhaut. Partiklene kastes da ut uansett ladning. Selv når strålingskrafta er mindre enn gravitasjonskrafta akselereres ladde partikler opp til stjernevindhastigheta og kastes ut av stjernesystemene til Vega og Fomalhaut. Disse partiklene passerer 1 AE etter 2-10 døgn. I solsystemet kan ladde partikler likevel være fanga hvis startbanen oppfyller visse betingelser. Blant anna må partiklene starte nærmere enn omtrent 0,3 AE fra Sola, men grensa varierer med inklinasjonen og eksentrisiteten til startbanen. Dersom partiklene har stor ladning i forhold til massen (over  $10^{-6}$  elementærladninger per protonmasse, tilsvarer omtrent 100 C/kg), vil partiklene følge magnetfeltlinjene. Da kan bevegelsen forenkles med ledesentertilnærminga.

Resultatene kan ikke forklare observasjonene av Vega og Fomalhaut. Det kan derfor stilles spørsmål om denne magnetfeltmodellen er rimelig så tett innpå stjernene. Fremtidige beregninger bør også ta med stjernevindtrykket. Den høye farta til ladde partikler som kastes ut av stjernesystemene kan få betydning for hvordan det utvikler seg.

## Abstract

Cosmic dust particles constitute a large amount of the interplanetary medium between the Sun and the Earth. Other stars can also have large amounts of dust around themselves. The dust is detected by looking at the radiation from the stellar system and then subtracting the part that is believed to come from the star itself. What remains is the excess emission. When one looks onto the energy in the excess emission distributed over the wavelengths, one can find the temperature of that what may be around the star. Then it appeared that Vega and Fomalhaut could have a close dust belt. The excess emission indicates that these dust belts are located about 0.2 astronomical units (AU) from the star and that the size of the dust particles varies between some nanometers and some micrometers. Dust in this size range is often called nanodust. Among others, the dust is produced in collisions between planetesimals, a generic term for comets and asteroids, and when comets are close to the star. For nanodust, the radiation pressure of the star is larger than the gravitation. Therefore it is suspected that the dust is electrical charged and trapped by the magnetic field, Otherwise the dust particles would be ejected from the stellar system.

This thesis deals with trajectory simulations of such dust particles from they are made. A part of the thesis was to develop a program to carry out the simulations. The program takes in an initial position and velocity where the initial orbit is keplerian, and gives out later particle positions and velocities. It is assumed that the dust is influenced by three forces, gravitation, radiation pressure and Lorentz force. The magnetic field of the stars was approximated as a Parker spiral. The strength of the magnetic field of the Sun and Vega are deduced from observations, while the magnetic field strength of Fomalhaut is estimated.

The results show that when the radiation force exceeds the gravitation force, the particles are ejected of the stellar system. This happens when the particles are smaller than  $\sim 300$  nm around the Sun and  $\sim 3$   $\mu\text{m}$  around Vega and Fomalhaut. Then the particles are ejected regardless of charge. Even if the radiation force is weaker than the gravitation force, charges particles are accelerated up to stellar wind speed and thrown out of the stellar systems of Vega and Fomalhaut. These particles pass 1 AU after  $\sim 2$ -10 days. Charged particles can nevertheless be trapped in the solar system if the initial orbit fulfills some conditions. For example the particles must be released inside of about 0.3 AU from the Sun, but this border varies with inclination and eccentricity of the initial orbit. If the particles have large charge-to-mass ratio (over  $10^{-6}$  elemental charges per proton mass, corresponds to about 100 C/kg) they follow the magnetic field lines. Then the movement can be approximated by the guiding center approximation.

The results cannot explain the observations of Vega and Fomalhaut. Therefore one should inquire whether this magnetic field model is suitable this close to the stars. Future work should also include the stellar wind pressure. The high speed of charged escaping particles might be important for how young planetary systems evolve.



# Innholdsfortegnelse

Sammendrag .....	4
Abstract .....	5
Takksigelser.....	9
1 Innledning.....	11
2 Teori.....	13
2.1 Undersøkte stjerner.....	13
2.1.1 Sola.....	13
2.1.2 Vega.....	14
2.1.3 Fomalhaut.....	14
2.2 Støv.....	14
2.3 Krefter .....	16
2.4 Gravitasjon .....	16
2.4.1 Baneelementer .....	17
2.4.2 Unnslippsfart .....	20
2.5 Strålingstrykk .....	20
2.5.1 Poynting-Robertson-effekten .....	21
2.6 Solvind.....	22
2.7 Lorentzkraft .....	23
2.7.1 Parkermodellen.....	24
2.8 Bevegelsesligninga.....	25
2.9 Hovedpunkter i dette kapitlet .....	26
3 Metode .....	27
3.1 Magnetfelt til Vega og Fomalhaut.....	27
3.2 Analytisk baneberegning (for nøytrale partikler) .....	28
3.3 Ledesentertilnærminga (for ladde partikler).....	29
3.3.1 Leddene i ledesentertilnærminga.....	31
3.4 Numerisk banesimulering.....	33
3.4.1 Fremgangsmåte .....	34
3.4.2 Testing av programmet.....	37
3.5 Hva som skal simuleres .....	39
3.6 Hovedpunkter i dette kapitlet .....	41
4 Resultater og diskusjon.....	43
4.1 Eksempel på simulering med resultater.....	43
4.2 Simulering av støvpartikler rundt Sola.....	48
4.2.1 Ulike inklinaasjoner .....	49
4.2.2 Ulike eksentrisiteter.....	50
4.2.3 Slipp fra ulike steder i banen .....	53
4.2.4 Noe generelt om støvresultater for Sola .....	53

4.3	Sammenligning av ledesentertilnærminga og numerisk simulering.....	56
4.4	Simulering av støvpartikler rundt Vega og Fomalhaut .....	57
4.5	Feilkilder .....	58
4.6	Hovedpunkter i dette kapitlet .....	60
5	Konklusjon.....	61
5.1	Fremtidig arbeid .....	62
6	Kilder .....	63
	Vedlegg .....	67
A.	Beregning av unnslippsfart.....	67
B.	Beregning av Vegas magnetfelt og estimering av magnetfeltet til Fomalhaut.....	68
C.	Simulering av planetbaner .....	73
D.	Liste over startverdiene til foretatte partikkelsimuleringer .....	75
E.	Figurliste.....	79
F.	Tabelliste .....	79
G.	Forkortelser .....	79
H.	Programliste.....	80



## Takksigelser

Først og fremst vil jeg takke Ingrid Mann for å ha veileda meg gjennom oppgaven. Jeg takker henne også for å ha fått muligheta å delta på EGU-konferansen i Wien i 2018 for å vise frem en plakat om denne oppgaven. Videre vil jeg takke Carsten Baumann og Andrzej Czechowski for å ha hjulpet meg med å lage og teste simulasjonsprogrammet. Uten hjelpa hadde det ikke fungert like godt som det gjør nå. Takk til Margaretha for å ha kommet med  $\beta$ -verdier for støvpartikler rundt de tre stjernene. Jeg vil også takke Asgeir Brekke for å ha skrevet boka om jordas atmosfære. Den dukka opp hele tida med forklaringer eller løsninger på ulike problemstillinger.

Jeg er takknemlig overfor Åse Mari som har bidratt med støtte, hjulpet til med å få figurer mer forståelig og i tillegg har bidratt med en figur selv. Takk til alle dere som leste gjennom oppgaven.



## 1 Innledning

Kosmiske støvpartikler utgjør en stor bestanddel av det interplanetariske mediet mellom Sola og Jorda. Støvpartiklene er elektrisk ladd og bevegelsen til de minste støvpartiklene er påvirket av elektromagnetiske krefter, gravitasjon og strålingstrykk. De samme kreftene påvirker støv- og grusbelter<sup>1</sup> i unge planetsystemer. Støvet varmes opp av stjerna og stråler ut varmestråling, hovedsakelig i den infrarøde delen av spekteret (Wyatt 2009). Stjerna selv stråler også, mye sterkere enn støvet, men stjernestrålinga har større intensitet kortere bølgelengder. Det er vanskelig å måle de ulike strålingskildene hver for seg fra Jorda, man måler vanligvis en kombinasjon av både stjerne- og støvstråling. Ved å estimere stjernestrålinga og trekke den fra målinga gjenstår den delen av strålinga som har andre kilder enn selve stjerna. Med denne metoden har man klart å oppdage støvbelter rundt flere stjerner. Vega og Fomalhaut har to støvbelter hver (Su mfl. 2013). Slike støvbelter forsvinner etter hvert og det trengs støvkilder for å opprettholde støvmengden. Støv produseres blant annet i kollisjoner mellom *planetesimaler*, en fellesbetegnelse for kometer og asteroider, og når kometer sublimerer nært stjerna (Wyatt 2009). Derfor antas det at det er planetesimalbelter, eller grusbelter, rundt disse stjernene. I solsystemet er det to planetesimalbelter, asteroidebeltet og kuiperbeltet. Kuiperbeltet består av isete planetesimaler som hovedsakelig befinner seg utafor banen til Neptun. Temperaturen til støvet i de indre og ytre beltene er sammenlignbar med temperaturen i henholdsvis asteroide- og kuiperbeltet i solsystemet (Su mfl. 2013). I tillegg viser målingene ved enkelte bølgelengder også at det er noe varmt i stjernesystemene til Vega og Fomalhaut (Su mfl. 2013). Det antas at dette også er støv og det er dette støvet oppgaven skal handle om. Støvet mellom Sola og Jorda skal utforskes med to sonder i løpet av de nærmeste årene, ESAs Solar Orbiter (ESA 2015) og NASAs Parker Solar Probe (NASA 2016).

### Problemstilling

Målet med oppgaven er å se på hvilke betingelser som skal til for at kosmiske støvkorn fanges i lukka baner rundt Sola, Vega og Fomalhaut. Man kan tenke seg mange mulige påvirkninger, så man må først svare på hva som kan påvirke støvet. Disse kan være opprinnelsen til støvet, hvilke egenskaper det har, blant annet masse og ladning, og hvilke krefter som virker på støvet. Et annet delmål er å lage programmet som brukes til å finne ut hva som skjer med støvet. Videre er det en del av oppgaven å finne ut hva som skjer med støvpartiklene som ikke er fanga, det vil si kastes ut av stjernesystemene.

Et spørsmål om hvor mye støv som passerer jordbanen forblir ubesvart i denne oppgaven av tidsmessige årsaker. Likevel er det et mål å finne hvilken fart støvet har når det passerer jordbanen.

### Oppbygning av oppgaven

Kapittel 2 utdyper bakgrunnen for oppgaven, der stjernene beskrives først i delkapittel 2.1. Delkapittel 2.2 omhandler kosmisk støv. Kreftene på støvet diskuteres i delkapitlene 2.3-2.8, der hver kraft har fått et eget delkapittel. Deretter kommer kapittel 3 som beskriver metodene til oppgaveløsning. Først handler det om ulike tilnærminger til løsning av oppgaven. Den andre delen tar for seg programmet som ble brukt til banesimuleringene. Resultatene presenteres og diskuteres i kapittel 4. I kapittel 5 presenteres konklusjonene. Figurene, tabellene og ligningene nummereres fortløpende i oppgaven. Figurliste og tabelliste befinner seg i henholdsvis vedlegg E og F. Ei liste over brukte forkortelser finnes i vedlegg G. Filene med programkode beskrives i vedlegg H.

---

<sup>1</sup> Grusbeltet kalles debris belt på engelsk

## INNLEDNING

## 2 Teori

Hensikten med dette kapitlet er å forklare bakgrunnen bak observasjonene som ligger til grunn for denne oppgaven. Det skal også forklare bakgrunnen for løsninga av oppgaven. Kapitlet starter med å gi et overblikk over stjernene som undersøktes og hvorfor de valgte. Etterpå kommer en beskrivelse av. Deretter behandles kreftene som virker på dem. Et viktig uttrykk her vil være forholdet mellom gravitasjonskrafta og strålingskrafta som kalles for  $\beta$ -verdien. Magnetfeltet til stjernene vil også bli viktig.

I astronomien regner man med store avstander. Det er derfor upraktisk å bruke meter som enhet. For eksempel er den midlere avstanden mellom Jorda og Sola  $1,496 \cdot 10^{11}$  m (Karttunen mfl. 2007, s. 27). Denne avstanden tilsvarer én AE. AE står for *astronomisk enhet*<sup>2</sup>, og tilsvarer den midlere avstanden mellom Jorda og Sola. Større avstander måles i *parsec* (pc). Dersom man er 1 pc fra Sola vil avstanden mellom Sola og Jorda tilsvare ett buesekund. Ett buesekund er en 360-dels grad. 1 pc tilsvarer 206.265 AE (Karttunen mfl. 2007, s. 27).

### 2.1 Undersøkte stjerner

Denne oppgaven omhandler bare tre stjerner, deriblant Sola. Vega og Fomalhaut ble valgt fordi de ofte opptrer sammen i artikkelen til Su mfl. (2013) som har vært et grunnlag for denne oppgaven. De har noenlunde lik masse og overflatetemperatur, noe som fører til at begge stjernene havner i A-klassen i Harvards stjerneklassifiseringssystem. Sola tilhører en annen klasse, nemlig G. Alle de tre stjernene har to kjente grusbelter (Su mfl. 2013). Ei samling av ulike egenskaper ved stjernene vises i tabell 1.

Tabell 1: Stjerneparametre brukt i oppgaven.

Verdier i parentes er beregna. Unnslippsfarta er beregna basert på masse og radius. Kildene til rotasjonshastigheta oppgir bare projeksjonen av rotasjonen til Vega og Fomalhaut i retning solsystemet,  $v_{rot} \sin(i)$ , der  $i$  er vinkelen mellom rotasjonsaksen og retninga mot solsystemet. Rotasjonshastigheta  $\Omega$  er beregnet ut fra dette.

Stjerne	Sola	Vega	Fomalhaut
Avstand fra Jorda	1 AE	7,76 pc	7,70 pc
Radius	1 $R_{\odot}$ = $6,957 \times 10^8$ m (0,00465 AE)	2,818 $R_{\odot}$ ** (0,0131 AE **) 2,362 $R_{\odot}$ ***	1,842 $R_{\odot}$ (0,00857 AE)
Gravitasjonskonstant* Masse	1 $GM_{\odot}$ = $1,3271 \times 10^{20}$ 1/ms <sup>2</sup>	2,135 $GM_{\odot}$	1,92 $GM_{\odot}$
Rotasjonshastighet	$2,86 \times 10^{-6}$ rad/s*	$1,20 \times 10^{-4}$ rad/s **	$7,76 \times 10^{-5}$ rad/s
Unnslippsfart	$(6,1 \times 10^5$ m/s)**	$(5,4 \times 10^5$ m/s)**	$(6,3 \times 10^5$ m/s)**
Overflatetemperatur	5772 K	8152 K** 10.059 K ***	8590 K
Kilder	(IAU 2015, Hakamada og Kojima 1994)	(Köhler og Mann 2002, Yoon mfl. 2010)	(Mamajek 2012, Díaz mfl. 2011)

\* Ved 26° bredde

\*\* Ved ekvator

\*\*\* Ved polene

#### 2.1.1 Sola

Den nærmeste av de undersøkte stjernene er Sola. Sola er ei gul G-klassestjerne og har åtte kjente planeter rundt seg, deriblant Jorda. Siden Sola er den nærmeste stjerna sammenligner man ofte egenskaper til andre stjerner med Sola, for eksempel radius og masse, som i tabell 1. Symbolet  $\odot$

<sup>2</sup> På andre språk brukes andre betegnelser, for eksempel bruker engelskspråklige tekster *astronomical unit*, forkorta AU. Betydninga er likevel den samme.

brukes for å kjennetegne Sola, det vil si at  $R_{\odot}$  er en solradius. Solsystemet har to planetesimalbelter, asteroidebeltet og kuiperbeltet. Det er fire steinplaneter mellom Sola og asteroidebeltet og fire gasskjemper mellom asteroidebeltet og kuiperbeltet. Det interplanetariske mediet, altså området mellom planetene, inneholder en god del støv. Støvet viser seg i kollisjoner med satellitter og romstasjoner.

### 2.1.2 Vega

Vega er ei stor, blå A-klassestjerne som er 7,76 pc unna Jorda og ei av de mest lyssterke stjernene sett fra Jorda (Karttunen mfl. 2007, s. 456). I motsetning til Sola og Fomalhaut er Vega ikke sfærisk, men elliptisk på grunn av rotasjonen. Rotasjonshastigheta er så stor at det hender at den måles i andelen av rotasjonshastigheta stjerna måtte ha hatt for å fly fra hverandre Ved polene er stjernradiusen 2,36 solradier, mens den bare er 2,82 solradier ved ekvator (Yoon mfl. 2010). Også andre egenskaper er ulik for ekvator og polene, den viktigste av dem er temperaturen. I denne oppgaven brukes enten ekvatorverdiene eller polverdiene, avhengig av hva som er mest hensiktsmessig. Vega har to planetesimalbelter som er atskilt fra hverandre. Det mistenkes at tomrommet inneholder én eller flere planeter (Su mfl. 2013), men det er ikke oppdaga noen planeter rundt Vega når oppgaven ble skrevet. I tillegg til planetesimalbeltene er det også tegn til støv nært Vega godt innenfor det indre planetesimalbeltet, se kapittel 2.2. Vega er ei av få A-klassestjerner som er kjent for å ha et målt magnetfelt. Det midla magnetfeltet over den delen av overflata som peker mot Jorda har magnetfeltstyrke på  $0,6 \pm 0,3$  G (Lignières mfl. 2009). Det tilsvarer  $0,06 \pm 0,03$  mT. Vinkelen mellom jordretning og Vegas rotasjonsakse er på  $5^{\circ}$  (Yoon mfl. 2010).

### 2.1.3 Fomalhaut

Fomalhaut er ei anna A-klassestjerne. Stjerna er omtrent like langt unna Jorda som Vega, men i ei anna retning, slik at Vega er synlig på den nordlige halvkula mens Fomalhaut kan ses på den sørlige halvkula. Fomalhaut har to kjente planetesimalbelter og én planet. Planeten befinner seg like innafor det ytre planetesimalbeltet og det er mulig at den bidrar til å vedlikeholde den skarpe indre kanten til beltet (Su mfl. 2013, s. 10). Det er ukjent hvilken akse Fomalhaut roterer rundt, så det antas her at det ytre planetesimalbeltet ligger i rotasjonsplanet til stjerna, det vil si at støvet i beltet roterer rundt samme akse som stjerna. Denne rotasjonsaksen er noenlunde kjent, vinkelen mellom støvrotasjonsaksen og jordretning er på  $67^{\circ}$  (Su mfl. 2013, s. 6). Fomalhaut har også tegn til støv innafor det indre planetesimalbeltet. Magnetfeltet til Fomalhaut er ikke blitt målt ennå, slik at det kommer til å estimeres.

## 2.2 Støv

Det er støv overalt i universet. Stjernene dannes i støv- og gasskyer, og når stjernene eksploderer slenger de ut store mengder gass og støv. Siden gass og støv kan opptre sammen kan man lure på om det ikke er to sider av samme sak. Gass er i gassform, i motsetning til støvet som er i fast form. På grunn av at det er lavt trykk de fleste områdene i verdensrommet er det svært lite som er i væskeform. Derfor går overgangen mellom gass og fast form direkte. Overgangen fra fast stoff til gass heter sublimasjon, det omvendte kalles for deponisjon. Dessuten består en gasspartikkel bare av ett atom eller molekyl mens støv består av mange atomer eller molekyler som sammen blir et støvkorn.

Et støvkorn er mye mindre enn en planetesimal, men har mye større overflate per volum, for eksempel hvis en planetesimal har ei overflate på omtrent 10 kvadratkilometer, vil en støvsky bestående av like mye volum kunne ha overflate på omtrent  $10^{12}$  kvadratkilometer<sup>3</sup>. Strålinga som stråles ut av et legeme er proporsjonal med overflatearealet. Det betyr at det er mye lettere å oppdage støvskyer enn planetesimaler fordi støvskyen stråler mye sterkere.

---

<sup>3</sup> Antar at planetesimalen er ei kule med radius på 1 km og at støvkornene er kuler med radius på 10 nm.

Rundt stjerner kan det være masse støv. Støvet kan hope seg opp og bli til planetesimaler eller planeter (Takeuchi 2009) og når planetesimaler kolliderer med hverandre dannes det støv (Wyatt 2009). Gjennom gravitasjonen vil planeter trekke til seg støv fra nærområdet. Dermed kan de virke som en slags støvsuger som tømmer banen sin for støv. Når et stjernesystem dannes er støvet ganske jevnt fordelt og fraværet av støv i enkelte områder kan tyde på at det er planeter som har sugd til seg støvet i dette området. Også uten planeter vil støvet forsvinne over tid på grunn av strålingstrykket fra stjerna. Spesielt små støvkorn er veldig utsatt for det, men det varierer også med hvor lyssterk stjerna er (Wyatt 2009). For at støvmengden skal holde seg konstant må det derfor finnes kilder som produserer støv. I kollisjoner mellom planetesimaler dannes det mye støv. En annen kilde er kometer som varmes opp og sublimerer når de nærmer seg stjerna (Wyatt 2009).

Det er ikke kjent hva det kosmiske støvet rundt Vega og Fomalhaut består av. Støvet som oppholder seg veldig nært stjernene må være hardført. Karbon har et høyt sublimasjonspunkt ved standardtrykk, 101325 Pa eller 1 atm. Magnesium- og jernoksid har høye smelte- og kokepunkter, alle på over 3000 K (Su mfl. 2013). Observasjoner av kometer i solsystemet viser at de også kan bestå av silikater og organisk, det vil si karbonholdig, materiale (Kimura mfl. 2002). Silikater kan brytes ned til magnesium- og jernoksid (Su mfl. 2013).

Det er to viktige metoder for å oppdage støvskiver. Den ene er å ta høytoppløste bilder av stjernesystemet. Bildet bør da tas ved bølgelengder i den infrarøde delen av lysspekteret fordi støvet stråler mest ut der. Den andre metoden som kan brukes til å finne støv har ikke noe navn, i denne oppgaven kalles den for *energispektermetoden*. Man kan dele opp strålinga fra stjerna i de ulike bølgelengdene. Alle legemene som har en temperatur over det absolutte nullpunktet sender ut elektromagnetisk stråling. Den spektrale strålingsintensiteten, det vil si strålingsintensiteten fordelt over bølgelengder, til et *svartlegeme* oppfyller Plancks lov. Et svartlegeme er et tenkt legeme som verken reflekterer eller sprer strålinga som skinner på det, men absorberer all innkommende stråling og sender den ut igjen uten tap. Strålingsfordelinga er helt uavhengig av material og form. Det kreves i tillegg at svartlegemet er mye større enn den vanligste bølgelengden som sendes ut (Karttunen mfl. 2007, s. 103). Plancks lov er gitt ved:

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (1)$$

I ligninga er  $B_{\lambda}$  spekterradiansen, det vil si effekt [i Watt] per overflate [ $m^2$ ], bølgelengde [m] og romvinkel [sr], til sammen er enheten  $\left[\frac{W}{m^2 \cdot m \cdot sr}\right]$ , T er temperaturen til svartlegemet i Kelvin, h er Plancks konstant, c er lyshastigheta i vakuum, k er Boltzmanns konstant, og  $\lambda$  er bølgelengda i meter. Dersom man kjenner temperaturen og overflatearealet til stjerna kan man trekke dette bidraget fra målinga og står igjen med det som kommer fra stjernesystemet rundt. Denne delen kalles gjerne for *strålingsoverskuddet*<sup>4</sup>. Overskuddet kan komme fra legemer i alle størrelser, men det er lettest å se dem med størst overflate. Som nevnt ovenfor vil det helst bety ei stor samling med små støvkorn, selv om det strengt tatt ikke trenger være slik.

Ved bruk av energispektermetoden går den romlige oppløsninga tapt. Likevel kan man få en viss pekepinn for avstanden fra stjerna. Det kan vises at temperaturen er avhengig av avstand for store støvkorn. Ved mindre støvkorn begynner temperaturen i tillegg å variere med størrelse og material (Wyatt 2009, s. 40). De to støvbeltene rundt Vega og Fomalhaut ble oppdaget på denne måten. Det er imidlertid noe overskudd som står igjen uforklart. Mistanken er at det kommer av et tredje støvbelte eller støvkule nært stjerna (Su mfl. 2013).

---

<sup>4</sup> *Excess emission* eller bare *excess* på engelsk.

I solsystemet er støveksistensen mye sikrere siden det er mulig å måle støvet direkte. Her kolliderer støvet med ulike romsonder og den internasjonale romstasjonen ISS. Det ser ut til at støvet har en størrelse på noen få nanometer og hyperbolske hastigheter, det vil si hastigheter som er så høye at støvpartiklene hadde forsvunnet ut av solsystemet om de ikke hadde kollidert (Czechowski og Mann 2010).

Stjernevinden og fotoner lader støvpartiklene. Når støvpartiklene er små er ladninga så stor at elektromagnetiske krefter blir av betydning. Det vil vise seg at grensa ikke er veldig skarp, men overgangen går gradvis. Ladninga varierer også over tid. Oppgaven vil gå ut fra at ladningene er konstante. Ladninga og massen opptrer sammen i bevegelsesligninga (delkapittel 2.8) slik at det er mulig å se på forholdet mellom dem ( $q/m$ ) isteden. Tabell 2 inneholder ei oversikt over hvordan ladning-masse-forholdet er ved ulike støvkornradier. Modellen som var grunnlag for tabellen er blitt ekstrapolert fra større støvkorn. Det gjør at verdiene må ses på som veldig omtrentlige verdier (Czechowski og Mann 2012). Legg merke til at selv det minste støvkornet i tabellen har lavt ladning-masse-forhold. Det betyr at støvet er langt fra helt ionisert. For å være helt ionisert måtte ladning-masse-forholdet ha vært omtrent  $1 q_e/m_p$ , da hadde hvert atom i gjennomsnitt mangla like mange elektroner som det har protoner og nøytroner til sammen.

Tabell 2: Ladning-masse-forhold ved ulike størrelser.

Ladningene er omtrentlige og forutsetter at ladning-masse-forholdet er i likevekt. Noen tall er henta fra Czechowski og Mann (2012). Her er ladning-masse-forholdet proporsjonalt med støvkornradiusen  $i$  andre:  $\frac{Q}{m} \propto r^2$ . De andre verdiene er beregna ut fra dette.  $q_e$  er elementærladninga og  $m_p$  er protonmassen.  $1 q_e/m_p$  tilsvarer omtrent  $10^8$  C/kg.

Støvkornradius [nm]	Ladning-masse-forhold [ $q_e/m_p$ ]	Ladning-masse-forhold [C/kg]
1	$10^{-3}$	$10^5$
3	$10^{-4}$	$10^4$
10	$10^{-5}$	$10^3$
30	$10^{-6}$	$10^2$
100	$10^{-7}$	$10^1$

## 2.3 Krefter

Støvet påvirkes av tre krefter: Gravitasjon, strålingstrykk og lorentzkraft. Lorentzkrafta er bare tilstede dersom støvet er ladd og hvis elektriske eller magnetiske felt er sterke nok. Andre krefter ses bort ifra. Vi antar et treghetssystem. Det innebærer at all slags fiktive krefter ses bort fra og at Newtons lover gjelder. Det antas også at når støvkornene ikke kolliderer med andre støvkorn eller større legemer eller deler seg etter at de først er produsert. Ellers følges tidligere arbeid (Czechowski og Mann 2010; Czechowski og Kleimann 2017) om kreftene på støvpartiklene.

## 2.4 Gravitasjon

Gravitasjonskrafta  $F_g$  mellom to legemer, der det ene har masse  $M$  og det andre har masse  $m$ , er gitt ved:

$$\vec{F}_g = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} \quad (2)$$

$G$  er gravitasjonskonstanten og  $r$  er avstanden mellom legemene,  $\hat{r}$  er enhetsvektoren som peker fra legemet med masse  $m$  mot legemet med masse  $M$ . Krafta på legemet med masse  $m$  peker alltid mot legemet med masse  $M$  og omvendt. For å gjøre tankegangen lettere kan man si at legemet med masse  $M$  er Sola og legemet med masse  $m$  er Jorda. Dersom Sola befinner seg i origo i koordinatsystemet, vil krafta på Jorda alltid peke innover, uansett hvor Jorda er. Det betyr at gravitasjonen er ei *sentralkraft*. Gravitasjonen er også *konservativ*, det vil si at hvis man beveger seg fra et punkt til et anna, utøver gravitasjonen like mye arbeid uansett hvilken vei man tar. Ligning (2) forutsetter at legemene kan ses

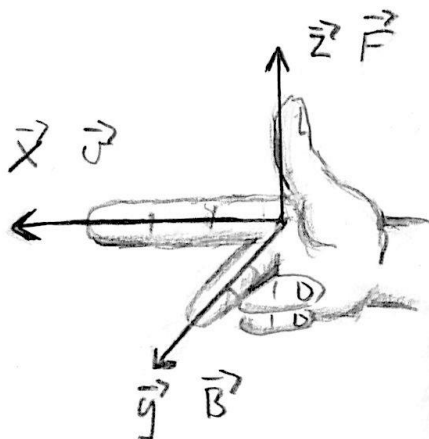


på som punktmasser. Det kan vises at ligninga også gjelder for sfærisk symmetriske kuler, det vil si at massetettheta kun er avhengig av avstanden til kulesentrum. Kulene kan heller ikke overlape hverandre. Jorda, Sola og ikke minst Vega er ikke helt kuleforma. Satellitter rundt Jorda må rette på kursen stadig vekk. Én av grunnene er at Jorda er litt flattrøkt (Stark mfl. 2011, s. 96). Man må anta at slike baneforstyrrelser kan skje for støvpartikler nært Sola og spesielt Vega. Også disse effektene kommer til å ses bort fra i denne oppgaven. Andre himmellegemer, som planeter og andre støvkorn trekker også til seg støvet. Disse påvirkningene er små og kan ses bort fra.

### 2.4.1 Banelementer

Når man beskriver bevegelser i fysikken bruker man ofte det kartesiske koordinatsystemet. I himmelmeknikken blir det tungvint. Det er da lettere å beskrive banen til legemet og oppgi posisjonen i banen. Det gjøres med de såkalte *banelementene*. For å vise hvordan de er bygd opp, begynner vi med det kartesiske koordinatsystemet og orienterer det. Orienteringa er ulik for ulike stjernesystemer, hovedfokuset går derfor på solsystemet. Her er utgangspunktet jordbanen. Dersom man ser på ett omløp rundt Sola vil Jorda holde seg til et plan, *ekliptikken*. Ekliptikken varierer over årene og man må oppgi hvilken ekliptikk man bruker. I de fleste sammenhengene er endringene ubetydelige.

Både x- og y-aksen ligger i ekliptikken. X-aksen peker mot Jorda ved vårjevndøgn. Z-aksen er vinkelrett på dette planet. Det er to retninger som er vinkelrett, den vanligste retninga er den som gir et høyrehandssystem, dette er vist i figur 1.



Figur 1: Høyrehandsregelen

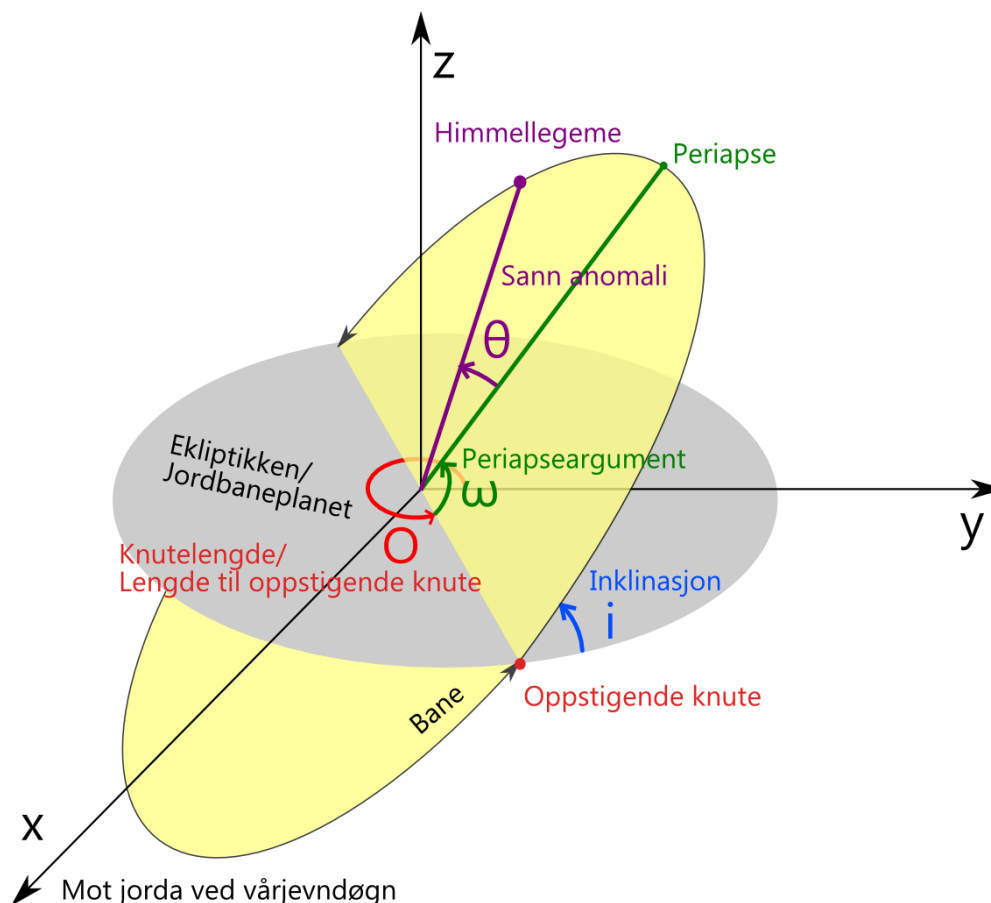
Det er oppgitt to notasjoner, det ene er kartesiske koordinater  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ , mens det andre er hastighetsretning  $\vec{v}$ , magnetfeltretning  $\vec{B}$  og kraftretning  $\vec{F}$ .

Ved å knytte neven, men samtidig la tommelen peke bort fra de andre fingrene vil tommelen peke i z-retning mens de andre fingrene peker i den retninga Jorda går. Y-retninga finnes ved å la tommelen og pekefingeren på høyrehanden peke vinkelrett på hverandre i hver si retning. Så snur man langfingeren slik at den peker vinkelrett på tommelen og pekefingeren, også her i ulike retninger. Nå vil x-aksen gå langs pekefingeren, z-aksen langs tommelen og y-aksen peke langs langfingeren.

Forfatter: Åse Mari Moe. Gjengitt med tillatelse

Et legeme som kun påvirkes av ei konservativ sentralkraft beveger seg bare i et plan (Morin 2007, s. 282). Det kan vises at dersom krafta er gravitasjonskrafta vil banen være elliptisk med ett brennpunkt i origo. For solsystemet tilsvare det massesenteret til solsystemet, som kan tilnærmes til sentrum av Sola. Først bestemmes planet banen går i. De færreste himmellegemene har baner som ligger i ekliptikken til solsystemet. Da har de en *inklinasjon* ulik null. Symbolet for inklinasjonen er  $i$ . Dersom inklinasjonen er liten ligger baneplanet ganske nært ekliptikken. En inklinasjon på  $90^\circ$  angir en polar bane. Noen himmellegemer går i motsatt retning av Jorda. De har da en inklinasjon på over  $90^\circ$ . Ekstremtilfellet ville vært  $180^\circ$ , da går legemet igjen i samme plan som Jorda, men motsatt retta.

Dersom banen har en inklinasjon over null, krysser banen ekliptikken to ganger. Én gang på veien oppover, med z-aksen, og én gang på vei nedover, mot z-aksen, se også figur 2. Krysningpunktene kalles for knuter og krysningpunktet på vei oppover kalles for oppstigende knute. Vi ønsker å finne vinkelen fra x-aksen til oppstigende knute i ekliptikken. Dette kan sammenlignes med å finne den geografiske lengden til et punkt på Jorda. Forskjellen er at man da begynner med nullmeridianen (som ville tilsvare x-aksen) og går østover helt frem til punktet. Derfor kalles vinkelen for *lengden til oppstigende knute*, forkorta kan man si *knutelengden*. Symbolet for knutelengden er vanligvis  $\Omega$ , men i denne oppgaven brukes  $O$  (stor o) for å hindre forveksling med stjerneverotasjonshastigheta.



Figur 2: Ekliptikken, orienteringa til x-, y- og z-retning i solsystemet og enkelte baneelementer..

Ekliptikkplanet er definert av jordbanen. Origo er i massesentret til solsystemet, ikke langt unna sentrum i Sola. X-aksen peker dit Jorda er ved vårjevndøgn. Z-aksen er vinkelrett på ekliptikkplanet. Y-aksen bestemmes slik at aksene utgjør et høyrehandssystem. Figuren viser også baneelementene sann anomali  $\theta$ , knutelengde  $O$  og periapseargument  $\omega$ .

Når man har både knutelengden og inklinasjonen kan man bestemme planet som himmellegemet går i. Banen er fortsatt ubestemt. Så lenge banen ikke er en sirkelbane har den et punkt der den er nærmest Sola og et punkt der den er lengst unna Sola. Banepunktet som er nærmest Sola kalles for *periapsen*  $r_p$ . Det som er fjernest kalles for *apoapsen*  $r_a$ . Navnet på punktene varierer med hva som er i sentrum av systemet. Dersom man ser på noe som går rundt Sola vil man ofte kalle punktene for henholdsvis perihel og aphel<sup>5</sup>, rundt Jorda kalles punktene for perigeum og apogeum. Denne oppgaven handler om ulike stjerne. For å slippe forskjellige uttrykk for de ulike banene, kalles de periapse og apoapse. Linja som går gjennom periapsen og apoapsen kalles for *apsidelinja*. Baneelementet som angir vinkelen fra oppstigende knute til periapsen i omløpsretning kalles *periapseargumentet* og har symbol  $\omega$ . Dersom man deler apsidelinja i to like store deler får man den *store halvaksen*  $a$ .

Eksentrisiteten  $\varepsilon$  forteller hvor elliptisk banen er. Dersom den er null er banen sirkulær. Dersom eksentrisiteten er under 1 er banen ei ellipse og lukka. En eksentrisitet på 1 eller større vil si at banen ikke er lukka og en partikkel på en slik bane vil etter hvert forsvinne ut av solsystemet. Banen *hyperbolsk* dersom  $\varepsilon > 1$  og *parabolsk* hvis  $\varepsilon = 1$ .

Til slutt kommer den *sanne anomalien*  $\theta$ . Den sier hvor i banen legemet befinner seg ved ei bestemt tid. Utgangspunktet er periapsen og vi går i baneretning, se figur 2. Den sanne anomalien bør ikke forveksles med den eksentriske anomalien. Den eksentriske anomalien er et annet mål på hvor i banen legemet befinner seg og vil ikke bli videre diskutert her.

### Omregning til kartesiske koordinater

Baner til himmellegemer på keplerbaner er lettere å beskrive med baneelementer, men når banene avviker fra keplerbaner blir det mer hensiktsmessig å bruke kartesiske koordinater. Startbanene til støvpartiklene antas å være keplerbaner, men i simulasjonene brukes heller kartesiske koordinater. Det blir derfor nødvendig å regne om til kartesiske koordinater.

Startbanene beskrives med baneelementene  $a$ ,  $\theta$ ,  $\varepsilon$ ,  $i$ ,  $O$  og  $\omega$ , men vi skal fortsette med de kartesiske koordinatene  $x$ ,  $y$  og  $z$  og tidsderivatene deres  $v_x$ ,  $v_y$  og  $v_z$ . For å utføre transformasjonen må gravitasjonskonstanten  $G$  og massen til stjerna  $M$  være kjent. For å forenkle uttrykkene litt foretas det noen mellomregninger, der vi først finner kjeglesnittets parameter<sup>6</sup>  $p$ , avstand fra stjerna  $r$  og spesifikk rotasjonsmengde<sup>7</sup>  $h$ . Disse er gitt ved henholdsvis:

$$p = a|1 - \varepsilon|(1 - \varepsilon^2),$$

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \theta}$$

og

$$h = \sqrt{GMp}$$

Posisjonen beregnes da med følgende ligningssett:

$$x = r(\cos O \cos(\omega + \theta) - \sin O \sin(\omega + \theta) \cos i) \quad (3a)$$

$$y = r(\sin O \cos(\omega + \theta) - \cos O \sin(\omega + \theta) \cos i) \quad (3b)$$

$$z = r \sin i \sin(\omega + \theta) \quad (3c)$$

<sup>5</sup> Det hender at betegnelsene har latinske eller greske endinger, i dette tilfellet perihelium og aphelium

<sup>6</sup> En annen betegnelse som brukes ofte er semilatus rectum.

<sup>7</sup> Andre betegnelser for rotasjonsmoment er blant anna dreieimpuls, spinn og bevegelsesmengdemoment (Fløttre 2011, s. 219).

Og hastighetene med følgende ligningssett:

$$v_x = \frac{xh\varepsilon \sin \theta}{rp} - \frac{h}{r} (\cos \theta \sin(\omega + \theta) + \sin \theta \cos(\omega + \theta) \cos i) \quad (4a)$$

$$v_y = \frac{yh\varepsilon \sin \theta}{rp} - \frac{h}{r} (\sin \theta \sin(\omega + \theta) - \cos \theta \cos(\omega + \theta) \cos i) \quad (4b)$$

$$v_z = \frac{zh\varepsilon \sin \theta}{rp} + \frac{h}{r} \sin i \cos(\omega + \theta) \quad (4c)$$

## 2.4.2 Unnslippsfart

Når man kaster en ball opp i lufta vil ballen fly opp, stoppe etter ei stund, og så komme ned igjen. Gravitasjonskrafta fra Jorda trekker ballen tilbake. For at ballen skal kunne unnslippe Jordas gravitasjonsfelt må den ha ei fart som er lik eller større enn *unnslippsfarta*. Ballen vil fortsatt bremses av Jordas gravitasjonskraft, men stopper ikke opp før den unnslipper gravitasjonsfeltet. Unnslippsfarta kalles også parabelfart, ofte også -hastighet<sup>8</sup> og man kan finne den ved energibevaring. Fremgangsmåten er beskrevet i vedlegg A. Unnslippsfarta  $v_p$  ved overflata til et legeme med masse  $M$  og radius  $R$  er:

$$v_p = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (5)$$

Ei startfart større enn unnslippsfarta fører til at ballen fortsatt er i bevegelse når den har unnsloppet gravitasjonsfeltet. Farta som ballen har da kalles for *hyperbolsk overskuddsfart*.

## 2.5 Strålingstrykk

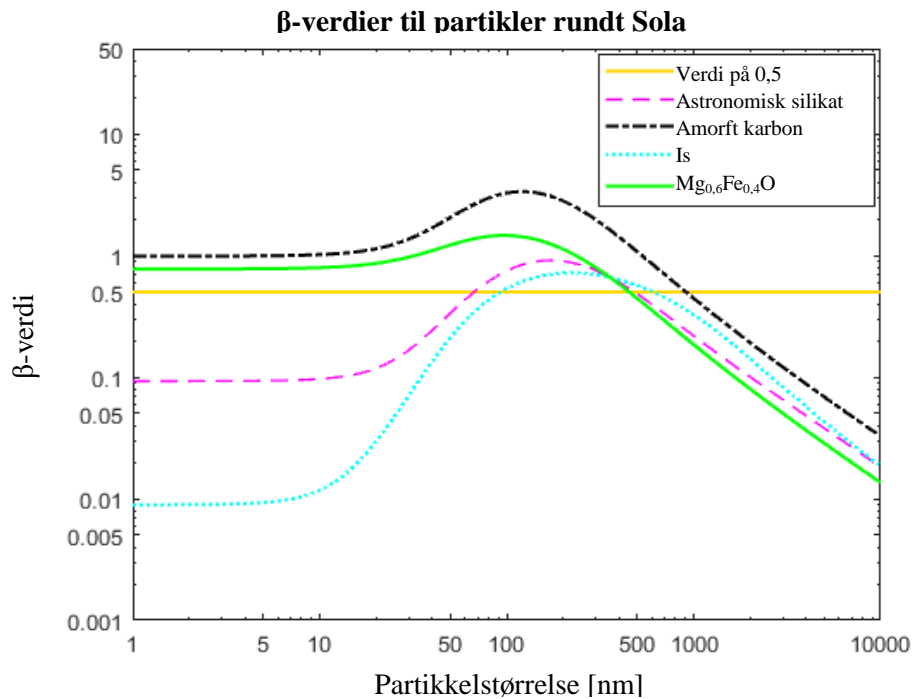
Som nevnt stråler alle varme legemene. Strålinga som sendes ut kan beskrives som partikler eller bølger. Strålingstrykket blir lettere å forklare dersom man ser på strålinga som partikler, eller fotoner. De sendes ut likt i alle retninger. Selv om fotoner ikke har (kvile)masse, har de bevegelsesmengde. Når de kolliderer med støvpartiklene overføres bevegelsesmengde mellom dem. Summen av kollisjonene utgjør strålingskrafta. Man kan sammenligne den med en regnbyge. Regndråpene er små og lette, men til sammen kan de gjøre mye. I likhet med gravitasjonen minker strålingskrafta med avstanden kvadrert, men strålingskrafta peker utover. Derfor ser man ofte på forholdet mellom dem:

$$\beta = \frac{F_{stråling}}{F_{gravitasjon}} = \frac{F_{rad}}{F_g} \quad (6)$$

Forholdet mellom strålingskrafta og gravitasjonskrafta betegnes ofte som betaverdien ( $\beta$ -verdien). Betaverdien er hovedsakelig avhengig av partikkelstørrelsen og energien stjerna utstråler (Wyatt 2009, s. 46). Store partikler merker ikke stort til strålingstrykket, men små partikler påvirkes sterkt. Dette vises i figur 3. Det man også kan legge merke til er at når partiklene er veldig små har materialet veldig mye å si for betaverdien, men når partiklene er store er ikke forskjellen mellom materialene så stor lenger. Det fins uttrykk for strålingskrafta, men det er ikke nødvendig å gå inn på dem her. I stedet kan man uttrykke strålingskrafta med gravitasjonskrafta og forholdet mellom dem.

---

<sup>8</sup> Fart er egentlig betegnelsen på *lengden* av hastighetsvektoren (Grøn 2017). Fart er dermed en positiv skalar mens hastighet også viser retninga. Dessverre er inkonsekvent bruk ganske vanlig.



Figur 3: Betaverdier for Sola for ulike partikkelstørrelser og materialer.

Figuren viser forholdet mellom strålingskraft og gravitasjonskraft for ulike materialer og størrelser. Det er antatt at partiklene er kuler. Størrelsen, langs x-aksen, angir radiusen til kula i nanometer. De tilsvarende betaverdiene leses av langs y-aksen. Alle beregningene er for Sola. Betaverdiene ble beregna for partikler bestående av astronomisk silikat som vises som rosa streka linje, amorft karbon som svart stipla-streka linje, is som blå stipla linje og ei blanding av jern(II)oksid og magnesiumoksid som grønn heltrukken linje. I tillegg viser ei vannrett gul heltrukken linje hvor  $\beta$ -verdien er lik 0,5.

Figur fra personlig kommunikasjon med Margaretha Myrvang. Gjengitt med tillatelse.

### 2.5.1 Poynting-Robertson-effekten

Støvparklenerne er ikke i ro i forhold til stjerna og omvendt. Siden stjerna ikke er i ro vil fotonene fra stjerna ikke bare komme radielt utover fra den, men støvet vil også få fotoner mot seg i baneretning. Man kan sammenligne dette med regnbygen. Når regnet faller rett ned på en bil som står i ro lander regndråpene bare på taket, men dersom bilen kjører ser det ut som om regnet kommer forfra. Regnet vil da sakte, men sikkert bremse ned bilen. Regnet virker altså som en slags luftmotstand. Denne effekten kalles *Poynting-Robertson-effekten* (PR-effekten) og denne delen av krafta kalles PR-draget. PR-effekten er veldig svak, men dersom støvet som påvirkes av den ellers får fly fritt kommer det til å bremses ned helt til det fordampes nær stjerna. For støvparklener i asteroidebeltet ville dette ta 1 million år (Karttunen mfl. 2007, s. 201). Tilstedeværelsen av denne effekten gjør uttrykket for strålingskrafta noe mer komplisert:

$$F_{rad} = \frac{GMm}{r^2} \beta \left( \left(1 - \frac{v_r}{c}\right) \hat{r} - \frac{\vec{v}}{c} \right) \quad (7)$$

Den første faktoren,  $GMm/r^2$ , kjennes igjen som gravitasjonskrafta, den andre er  $\beta$ -verdien,  $c$  er lyshastigheta i vakuum og  $v$  er partikkelhastigheta. Indeksen  $r$  sier at  $v_r$  bare er den radielle komponenten av hastigheta. For trege partikler med hastighet mye mindre enn lyshastigheta og over kortere tid kan de to siste leddene neglisjeres og man får da strålingskrafta uten PR-effekt.

Nøytrale, det vil si uladde, støvkorn kan deles inn i ulike kategorier (Wyatt 2009, s. 49):

### **Store støvpartikler**

De har  $\beta$ -verdier som er tilnærma null og er dermed helt upåvirka av strålingstrykket. Når disse partiklene dannes har de lignende baner som «morpartiklene», altså dem som kolliderte med hverandre eller som slengte ut støvpartikkelen.

### **PR-dominerte støvpartikler**

Disse har  $\beta$ -verdier som er store nok til at de påvirkes av strålingstrykket, men for små til at banen påvirkes for sterkt av det. Kategorien kan deles inn i to, avhengig av hvor sterkt de påvirkes av PR-effekten. Den ene delen består av støvpartikler som så vidt påvirkes av PR-effekten. De kolliderer med andre partikler før de når stjerna. Partikler med litt større betaverdi påvirkes sterkt nok til at banene blir mer sirkulære, samtidig som de nærmer seg stjerna og til slutt fordamper før har kollidert med andre støvpartikler.

### **$\beta$ -kritiske støvpartikler**

Betaverdiene deres er høye nok til at partiklene påvirkes av strålingstrykket, men så små at partiklene forblir i lukka baner. Den indre delen av banen følger banen til morpartiklen mens den ytterkanten av banen strekker seg langt bort fra stjerna. PR-effekten er kun viktig over større tidsrom.

### **$\beta$ -meteoroider**

Her er betaverdiene så høye at partiklene kastes ut av stjernesystemet med én gang. PR-effekten kan generelt neglisjeres. Grensa mellom  $\beta$ -meteoroider og  $\beta$ -kritiske partikler utforskes nærmere i kapittel 3.2.

Støvpartiklene som ses på i denne oppgaven er ladd. Disse vil da få andre baner enn de uladde partiklene.

## **2.6 Solvind**

Solvinden består av positive og negative ioner, mest elektroner, protoner og heliumkjerner, og kommer fra av Solas korona (Holtet 2012). Solvinden blåser ikke jevnt, den er heller bygete der både hastigheta og tettheta endrer seg. Temperaturen i solvinden varierer over tid og hvilken partikkeltype man ser på. Protontemperaturen er på  $10^4$ – $10^5$  K og elektrontemperaturen er enda høyere (Brekke 2013, s. 33–34).

Når veldig mange solvindpartikler treffer en støvpartikkel utøver de ei jevn kraft på den, akkurat som fotonene gjennom strålingstrykket. Regnestykket for solvindpartikler er litt mer komplisert enn strålingstrykket (Czechowski og Kleimann 2017), og partiklene i solvinden neglisjeres i beregningene. Solvinden er imidlertid viktig for magnetfeltmodellen. For Sola er solvinden relativt godt kjent. Solvindhastigheta varierer med breddegraden. Ved lave breddegrader er vinden tregere enn ved høye breddegrader. Grensa mellom rask og treg solvind antas å gå omtrent ved samme solbredde som *det heliosfæriske strømmesjiktet*<sup>9</sup>, det vil si vinkelen mellom Solas rotasjonsakse og dipolmoment  $\bar{\varphi}$ , se kapittel 0. I tilfelle det heliosfæriske strømmesjiktet ligger i ekvatorplanet settes grensa mellom treg og rask solvind til  $20^\circ$  solbredde. Ved jordbanen har solvinden ei fart på omtrent 400 km/s (Brekke 2013, s. 34). Solvinden har høy ledningsevne (konduktivitet) og bidrar til å lade partiklene.

---

<sup>9</sup> På engelsk er dette «heliospheric current sheet»

## 2.7 Lorentzkraft

Ladde partikler påvirkes også av lorentzkrafta. Krafta avhenger av hvor stor ladninga er, og på styrken til elektriske og magnetiske felt. Uttrykket for lorentzkrafta er

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

der  $q$  er ladninga og  $\vec{v}$  er hastigheta til partikkelen,  $\vec{E}$  er det elektriske feltet og  $\vec{B}$  det magnetiske feltet. Vektorproduktet innebærer at krafta peker vinkelrett på både partikkelhastigheta og magnetfeltet. For å finne retninga kan man bruke høyrehandsregelen som i Figur 1. Når man lar pekefingeren peke i hastighetsretninga og langfingeren i retninga av magnetfeltet vil krafta fra magnetfeltet peke langs tommelen. Sola og Vega har magnetfelt. Det er ukjent om Fomalhaut har et magnetfelt, hvis Fomalhaut skulle ha et er det ikke oppdaga ennå. Stjernevind består av ladninger i et magnetfelt som beveger seg. En partikkel som ikke er i samme bevegelse som stjernevinden opplever da et elektrisk felt. Utleddninga av uttrykket til det elektriske feltet følger i hovedtrekk Brekke (2013), s. 41–42.

Dersom man antar at plasmaet solvinden består av har høy ledningsevne kan strømtettheta i plasmaet skrives som  $\vec{J}_p = \sigma \vec{E}_p$ , der  $J_p$  er strømtettheta,  $E_p$  er det elektriske feltet i plasmaets referansesystem og  $\sigma$  er ledningsevnen. I solas referansesystem beveger plasmaet seg med solvindhastigheta  $\vec{u}$ . Det elektriske feltet i stjernas referansesystem blir da  $\vec{E} = \vec{E}_p - \vec{u} \times \vec{B}$ . Strømtettheta  $J$  og magnetfeltet  $B$  er likt i begge referansesystemene så lenge solvinden ikke oppnår relativistiske hastigheter. *Ohms generaliserte*, men forenkla, lov er gitt ved:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \sigma \vec{E}_p + \vec{u} \times \vec{B}$$

I ulik litteratur kan enten den ene (Brekke 2013, s.42) eller den andre formen (Inan og Gołkowski 2011, s. 125; Bittencourt 1995, s. 233) benyttes og begge er likeverdige. Vi kan så dele på ledningsevnen på begge sidene. Da vil venstre side bestå av strømtettheta over ledningsevnen. Siden solvindplasmaet har svært høy ledningsevne, vil uttrykket på venstre side gå mot null og bare høyre side gjenstår. Uttrykket for det elektriske feltet blir da:

$$\vec{E} = -\vec{u} \times \vec{B} \quad (8)$$

Den høye ledningsevnen fører også til at magnetfeltet følger med plasmaet. Magnetfeltlinjene er fryst inn i det. Denne såkalte *innfryseffekten*<sup>10</sup> fører til at solas magnetfelt har samme form som banen til partiklene i solvinden. Sammen med solrotasjonen gir dette opphavet til parkermodellen, som neste delkapittel handler om.

Vi kan nå sette ligning (8) inn i uttrykket for lorentzkrafta:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} - \vec{u}) \times \vec{B} \quad (9)$$

Legg merke til at selve elektriske feltet er forsvunnet fra uttrykket. Derfor kan man se på ligning (9) som at bare magnetfeltet virker på støvpartiklene med forskjellen at magnetfeltet beveger seg med hastighet  $\vec{u}$ . Uttrykket viser også at dersom en partikkel har lignende hastighet som solvinden vil lorentzkrafta ikke påvirke banen noe særlig.

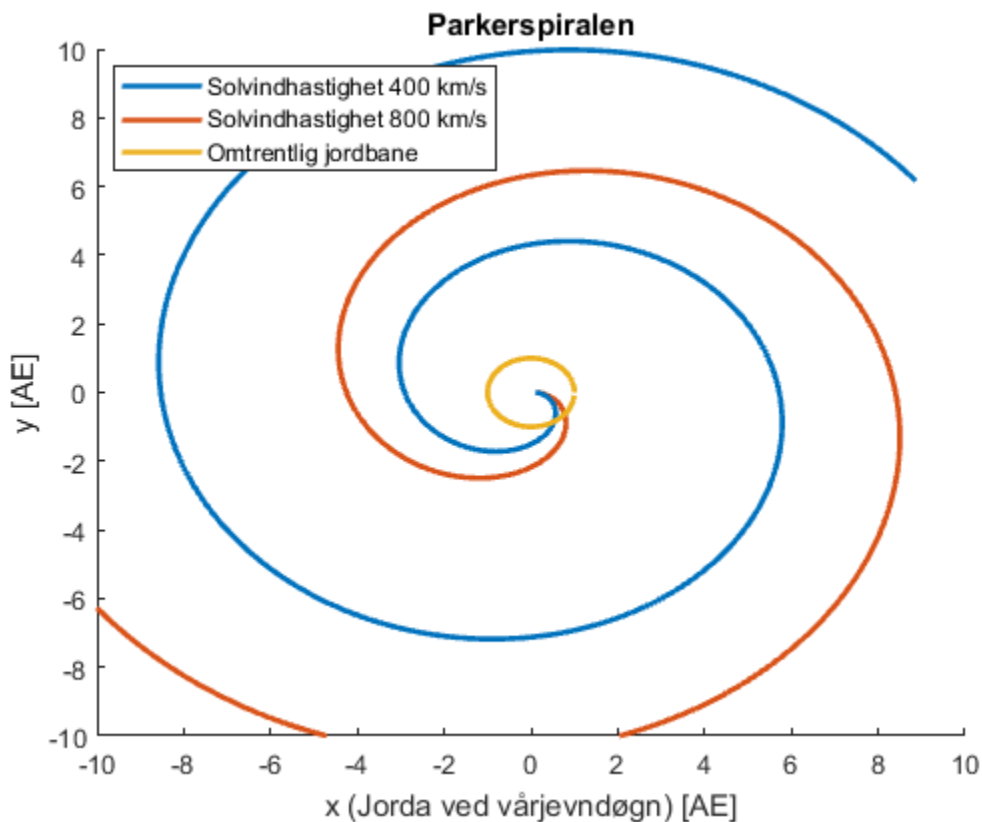
---

<sup>10</sup> På engelsk kan man si «frozen-in» field concept eller lignende.

### 2.7.1 Parkermodellen

Innfryseffekten for det høytledende plasmaet i solvinden fører til at magnetfeltlinjer ikke kan passere plasmaet. På samme måte kan ikke plasmaet passere magnetfeltlinjer. Isteden skyves de bortover med plasmaet. Det er det som skjer i solvinden. Plasmaet drar magnetfeltet med seg når det strømmer ut av Sola. Rotasjonen fører til at magnetfeltet ser ut som spiraler akkurat som vatn som strømmer ut av en roterende hageslange. Denne formen er kjent som *parkerspiralen* etter Eugene Parker som jobba med den. Parkerspiralen vises i Figur 4.

Magnetfeltet peker enten ut- eller innover. Grensa mellom disse retningene går ved det heliosfæriske strømmesjiktet. Ellers ligner magnetfeltet til Sola mer på en dipol. Dipolaksen peker ikke samme vei som rotasjonsaksen, så dipolaksen roterer rundt en annen akse enn seg selv. Det medfører at det heliosfæriske strømmesjiktet flagrer opp og ned som et ballerinaskjørt. Solas rotasjonsakse peker ikke helt normalt på ekliptikken, men den tilnærmes til å gjøre det for enkelhets skyld. På grunn av underliggende antakelser om at solvinden har konstant hastighet begrenser modellen til bare å gjelde utenfor omtrent 10–20 solradier (Czechowski og Mann 2010), det tilsvarer 0,04–0,09 AE.



Figur 4: Parkerspiralen

Figuren viser magnetfeltlinjene i områder der solvindhastigheta er 400 km/s (blå) og 800 km/s (rød). Den gule sirkelen viser posisjonen til jordbanen.



Magnetfeltet i en avstand  $r$  fra Sola er (Czechowski og Mann 2010)

$$\vec{B} = \tilde{B}_r \sqrt{1 + a^2 r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r}\right)^2 \hat{b},$$

der  $\tilde{B}_r$  er magnetfeltstyrken i radiell retning ved  $r = \bar{r} = 1\text{AE}$ ,  $\hat{b}$  er retninga til magnetfeltet og

$$a = \frac{\Omega \cos \varphi}{u},$$

der  $\Omega$  er solrotasjonshastigheta,  $u$  er solvindhastigheta ved solbredde  $\varphi$ . Retninga til magnetfeltet er

$$\hat{b} = \frac{\hat{r} - ar\hat{\theta}}{\sqrt{1 + a^2 r^2}}$$

Størrelsen til  $\tilde{B}_r$  er gitt ved

$$|\tilde{B}_r| = \frac{\tilde{B}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 1}} \quad (10)$$

der  $\tilde{B}$  er magnetfeltstyrken ved 1 AE, omtrent 0,5 nT (50  $\mu\text{G}$ ) og  $\bar{a} = \Omega\bar{r}/u$ . Fortegnet til  $\tilde{B}_r$  bestemmes av fortegnet til  $\vec{r} \cdot \vec{d}$ , der  $\vec{d}$  er retninga til Solas dipol ved tidspunktet  $t' = t - r/u$ . Tidspunktet ligger et stykke tilbake i tid og tilsvarer tida da denne magnetfeltlinja ble sendt ut med solvinden.

Uttrykkene kan kombineres for å få ett uttrykk for magnetfeltet:

$$\vec{B} = \tilde{B} \frac{\hat{r} - ar\hat{\theta}}{\sqrt{\bar{a}^2 + 1}} \left(\frac{\vec{r}}{r}\right)^2 \quad (11)$$

Nå er det fortegnet til  $\tilde{B}$  som bestemmes av Solas dipolretning. Oppsummert er det tre parametre parkermodellen henger av. Disse er magnetfeltstyrken ved 1 AE ( $\tilde{B}$ ), solrotasjonshastigheta  $\Omega$  og solvindhastigheta  $u$ . Sistnevnte kan være en funksjon av solbredde, men trenger ikke være det.

Selv om dipolen til Sola går langs en bestemt akse kan den peke i to retninger. Når magnetfeltlinjene peker innover på øvresida av det heliosfæriske strømmesjiktet er magnetfeltet *fokuserende*. Det motsatte kalles for et *antifokuserende* magnetfelt.

## 2.8 Bevegelsesligninga

Vi er nå kommet frem til tre ligninger for tre krefter: lign. (2) for gravitasjonen, lign. (7) for strålingskrafta og lign. (9) for lorentzkrafta. Da bruker vi Newtons 2. lov,  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ , der  $\vec{F}$  står for de ulike kreftene,  $m$  er massen og  $a$  er akselerasjonen til en støvpartikkel. Kraftene vi har er gravitasjonen  $F_g$ , strålingskrafta  $F_{\text{rad}}$  og lorentzkrafta  $F_L$ . Vi setter inn ligningene (2), (7) og (9):

$$m\vec{a} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r} + \frac{GMm}{r^2} \beta \left( \left(1 - \frac{v_r}{c}\right) \hat{r} - \frac{\vec{v}}{c} \right) + q(\vec{v} - \vec{u}) \times \vec{B}$$

Massen dukker opp i alle leddene unntatt i lorentzkrafta. Vi vil ha akselerasjonen alene på venstre side så vi deler på massen. Akselerasjonen kan skrives som andrederivert av posisjonen og vi ender opp med uttrykket

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r} + \frac{GM}{r^2}\beta\left(\left(1 - \frac{v_r}{c}\right)\hat{r} - \frac{\vec{v}}{c}\right) + \frac{q}{m}(\vec{v} - \vec{u}) \times \vec{B} \quad (12)$$

Ladninga og massen til partikkelen dukker opp i det samme leddet og bare der. Det betyr at man bare behøver å finne forholdet mellom ladninga og massen til partikkelen for å kunne beregne banen dens.

Man kan nå beregne den spesifikke energien til en partikkel. Siden den bør være bevart, blir det mulig å se hvor gode partikkelbaneberegningene er. De variable leddene i uttrykket for den spesifikke energien er ifølge Czechowski og Mann (2010, s. 90):

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GM_{\odot}}{r}(1 - \beta) - \frac{q\tilde{B}_r}{m}\Omega\bar{r}^2 \sin\varphi = \frac{E}{m} = \text{konstant} \quad (13)$$

Ligninga gjelder bare i områder med konstant  $\tilde{B}_r$ . Det tilsvarer her områder med magnetfelt i éi retning og konstant solvindhastighet. I denne ligninga står E for energien. Ligninga består av tre ledd, det første leddet kjennes igjen som spesifikk kinetisk energi, det andre er spesifikk gravitasjonsenergi, redusert for å ta hensyn til strålingstrykket. Det siste leddet er en type elektrisk potensiell energi som kommer av at partiklene er ladd og befinner seg i et elektromagnetisk felt.

## 2.9 Hovedpunkter i dette kapitlet

Sola, Vega og Fomalhaut har to planetesimalbelter. Beltene rundt Vega og Fomalhaut ble oppdaga ved at støv som dannes i beltene varmes opp av stjerna og varmen stråles ut igjen. I tillegg er det grunnlag for å anta at Vega og Fomalhaut har et støvbelte tett på stjerna. Det befinner seg støv også i solsystemet. Støvet påvirkes av tre krefter: Gravitasjon, strålingstrykk og lorentzkraft.

Banen til en partikkel som bare påvirkes av gravitasjon kan bestemmes av seks baneelementer. Strålingstrykket motvirker gravitasjonen og er mest effektivt på små partikler ( $< 10 \mu\text{m}$ ). En del av strålingstrykket bremser partiklene. Dette kalles for Poynting-Robertson-effekten. Støv lades av solvind og forholdet mellom ladning og masse er proporsjonalt med partikkelstørrelsen i andre. Ladde partikler påvirkes av stjernas magnetfelt gjennom lorentzkrafta. Den ytre delen av Solas magnetfelt kan beskrives med parkermodellen.

### 3 Metode

Dette kapitlet beskriver metoder for å finne ut hvordan ladde og nøytrale støvpartikler påvirkes av stjernemagnetfeltet. Da trengs først en modell for magnetfeltet. Styrken til Vegas magnetfelt er målt (Lignières mfl. 2009), men den kan ikke brukes direkte. Fomalhauts magnetfelt er helt ukjent og vil dermed estimeres. Etterpå vil det handle om en metode som beskriver hva som skjer med nøytrale, det vil si uladde, partikler. Disse påvirkes bare av gravitasjon og strålingskraft, noe som gjør at banene deres kan beregnes analytisk. Slike beregninger kan også gjøres for ladde partikler, men er mer kompliserte. En annen metode for baneberegningene blir numerisk simulering. Det er denne metoden det fokuseres på. Samtidig forklares det hvordan simuleringens programmet er bygd opp. Når det er gjort testes det mot programmet som ble brukt av Czechowski og Mann (2010). Kapitlet avsluttes med å gi et overblikk hvordan simuleringene skal gjennomføres.

#### Analytisk/numerisk

Dersom man har ei ligning har man vanligvis to grunnleggende måter å løse den på. Den ene måten er analytisk, det vil si at uttrykket omformes til et ønska resultat. For eksempel kan andregradsligninger alltid løses analytisk med abc-formelen. Etter at man har fått et uttrykk for det man ønsker kan man sette inn tall. Hvis man har differensialligninger kan man sette inn startverdier, men det er ikke alltid nødvendig for resultatet. Den andre måten å løse ei ligning på er numerisk. Da setter man først inn verdier for alle konstantene og startverdier for variablene. Disse varieres litt frem til man har fått et svar. Når man har variabler som bare avhenger av tida vil man starte ved ett tidspunkt og gå trinn for trinn fremover til slutt punktet. Numeriske metoder brukes vanligvis bare når det ikke er mulig å få svaret analytisk. Et eksempel er bevegelsesligninger som inneholder lorentzkrafta.

#### 3.1 Magnetfelt til Vega og Fomalhaut

Det er bare begrensa kunnskap om Vegas magnetfelt, men man kjenner til hvordan det ser ut på den delen av overflata som peker mot Jorda. Samtidig peker Vegas rotasjonsakse nesten rett på Jorda. Denne retninga vil bli nord og halvkula er da Vegas nordlige halvkule. Målinga av Vegas magnetfelt ble utført av Lignières mfl. i 2009. De regna også ut en middelvei for den samme delen av overflata som ble på  $60 \pm 30 \mu\text{T}$ . Magnetfeltet til Fomalhaut er fullstendig ukjent. Vi har derimot en modell for Solas magnetfelt, parkermodellen. Den gjelder bare lenger ute enn 10–20 solradier, men det er bra nok så lenge partiklene er utenfor dette. Denne modellen antas for de andre stjernene, men skaleres for dem. Målingene for Vegas magnetfelt ble gjort for overflata, der parkermodellen ikke gjelder. Vi kommer likevel til å bruke den på overflata siden det er den eneste målinga som er tilgjengelig. For å gjøre det enda enklere brukes gjennomsnittet for hele nordlige halvkule. Uttrykket for det midla magnetfeltet i polar retning i parkermodellen over nordlige halvkule,  $\langle B_z \rangle$ , er

$$\tilde{B} = \langle B_z \rangle \frac{4R^2 \sqrt{\tilde{a}^2 + 1}}{\tilde{r}^2 \pi} \quad (14)$$

Ligninga forutsetter konstant radiell stjernevind for alle stjernebreddene, og ikke minst sfæriske stjerner med radius R. Videre forutsettes det at stjernerotasjonshastigheta er konstant for alle breddene. Utleidinga av dette uttrykket beskrives nærmere i vedlegg B. Da kan verdiene for Vega settes inn. Som radius tar vi ekvatorradiusen siden støvpartiklene trulig befinner seg i ekvatorplanet. Som stjernevindhastighet brukes unnslippsfarta for alle stjernebreddene. Vi setter inn i ligning (14) og får at Vegas magnetfeltstyrke ved 1 AE blir  $\tilde{B}_V = 435 \text{ nT}$ . Det er 87 ganger så sterkt som Solas magnetfelt er ved denne avstanden. Ved hjelp av ligning (10) blir den radielle komponenten  $\tilde{B}_{Vr}$  på 13 nT eller  $3,7 \tilde{B}_{\odot r}$ . Den største delen av magnetfeltet ved 1 AE må altså peke i asimutal retning. Dette kommer av at Vega roterer så fort samtidig som unnslippsfarta er lavere enn Solas unnslippsfart.

Ettersom magnetfeltet til Fomalhaut er uoppdaga, estimeres det på en helt annen måte. Dessverre er det veldig få andre stjerner som har et kjent magnetfelt i det hele tatt. Det fins en del såkalte magnetiske stjerner, men de har ei anna oppbygning (Lignières mfl. 2009). Det lykkes heller ikke å

finne modeller for magnetfeltstyrken til «vanlige» stjerner. Med bare to punkter blir det nokså håpløst å bruke regresjonsanalyse til å estimere ulike linjer mellom dem, men det er det som gjenstår. Analysen innebar å se på magnetfeltet som en funksjon av overflateareal, det vil si radien i andre  $R^2$ , stjernemasse  $M$  og overflatetemperatur  $T$ . Detaljerte beregninger står i vedlegg B. Resultatet står i tabell 3.

Tabell 3: Styrken til Fomalhauts magnetfelt ved 1 AE estimert ved regresjon mot ulike variabler.

Legg merke til at de fleste verdiene er veldig ulik, fra 31 til  $103 \tilde{B}_\odot$ .

Uavhengig variabel	Styrken til Fomalhauts magnetfelt
Ekvatorradius <sup>2</sup>	$31 \tilde{B}_\odot$
Polradius <sup>2</sup>	$36 \tilde{B}_\odot$
Masse	$71 \tilde{B}_\odot$
Ekvortemperatur	$103 \tilde{B}_\odot$
Poltemperatur	$58 \tilde{B}_\odot$

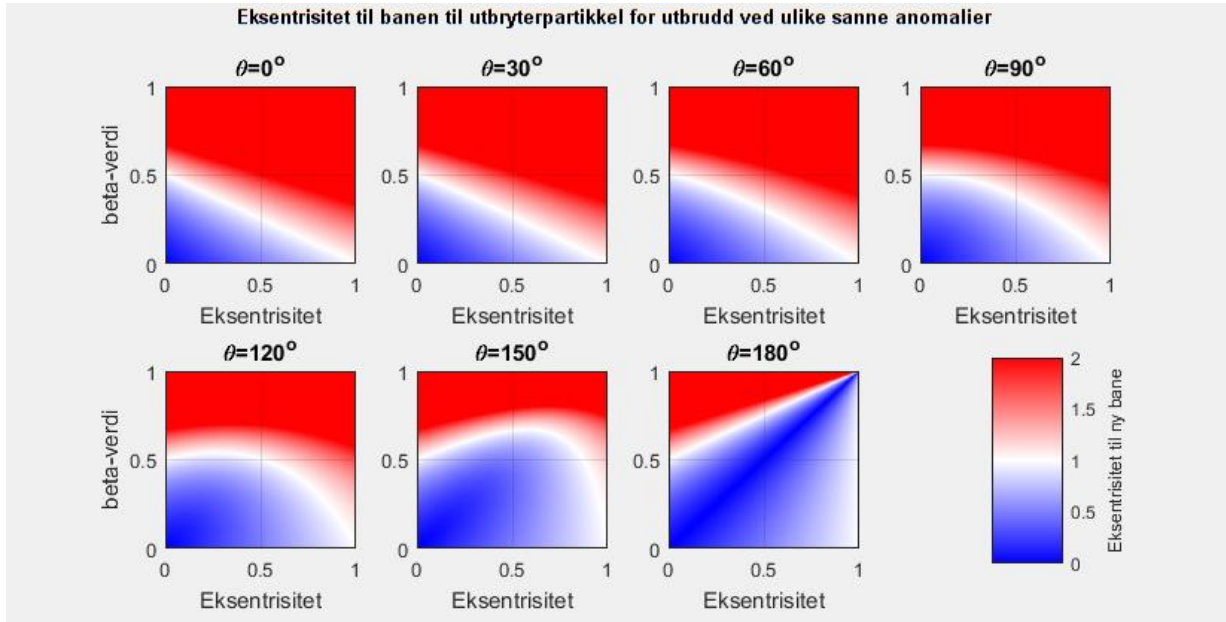
Tabellen viser at den estimerte styrken til Fomalhauts magnetfelt varierer betydelig med valg av uavhengig variabel. Dersom man ser på temperaturen varierer magnetfeltstyrken veldig om man velger pol- eller ekvortemperaturen. Grunnen til dette er at temperaturen til Vega varierer veldig over overflata. Ved bruk av massen som uavhengig variabel blir magnetfeltet omtrent like sterkt som Vegas. Både Vega og Fomalhaut er A-klassestjerner, noe som kan tale for at magnetfeltet til disse stjernene ikke burde være så ulik. Derfor vil magnetfeltstyrken til Fomalhaut antas til å være  $\tilde{B}_F = 71 \tilde{B}_\odot$ . Slik trenger man heller ikke se på om man burde bruke pol- eller ekvatorverdiene.

### 3.2 Analytisk baneberegning (for nøytrale partikler)

Dersom det ikke virker noen elektromagnetiske krefter på partiklene, fins det enanalytisk metode for å finne ut om partiklene er fanga. Da er det bare gravitasjonen og strålingstrykket som virker på partiklene. PR-effekten ses også bort fra. Man har en stor «morpartikkel» i en keplerbane med en gitt eksentrisitet. Beta-verdien til morpartiklen antas å være null, det vil si at strålingstrykket ikke har påvirkning på partikkelen. Et punkt i banen skjer det noe som gjør at en liten bit av partikkelen ramler av/bryter ut, for eksempel på grunn av en kollisjon. Dette skjer ved sann anomali  $\theta$ . Det antas også at bare stjerna utøver krefter på utbryteren og at systemet bare har éi stjerne. Videre antas det at utbryteren nå får samme hastighet og retning som morpartiklen. Eksentrisiteten til den nye partikkelen,  $\varepsilon_{ny}$ , er da gitt ved (Wyatt 2009 s. 47):

$$\varepsilon_{ny} = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + 2\beta\varepsilon \cos(\theta) + \beta^2}}{1 - \beta} \quad (15)$$

Eksentrisiteten til en utbryterpartikkel for ulike  $\varepsilon$ ,  $\beta$  og  $\theta$  er vist i figur 5. I tilfellet at den opprinnelige banen var en sirkelbane går grensa mellom bunden og ubunden bane ved  $\beta = 0,5$ . Vi kan først se på partikler som bryter ut ved sanne anomalier mellom  $-90^\circ$  og  $+90^\circ$ . Dette området tilsvarer banehalvdelen som er nærmest stjerna. Jo større eksentrisitet den opprinnelige banen hadde, desto lavere må  $\beta$ -verdien være for at banen skal være bunden. Dersom partikkelen bryter ut i den stjerneferne halvdelen av banen kan den også oppnå bundne baner ved  $\beta$ -verdier mellom 0,5 og 1. Strålingstrykket gjør da ikke banene mer elliptiske, men tvert imot mer sirkulære.



Figur 5: Eksentrisitet til utbryterbanen for ulike eksentrisiteter til morpartikkelbanen og  $\beta$ -verdier til utbryteren.

Eksentrisiteten vises for utbrudd ved ulike steder i banen til morpartikkelen. Dersom en partikkel bryter ut ved sann anomali  $\theta$  har banen samme eksentrisitet som om partikkelen hadde brutt ut ved sann anomali  $360^\circ - \theta$ . Eksentrisitet under 1 betyr at partikkelen er bunden til stjerna. Utenfor det viste området er ingen baner bundne. På plottet står en eksentrisitet på 2 (rød farge) også for eksentrisiteter over 2.

### 3.3 Ledesentertilnærminga (for ladde partikler)

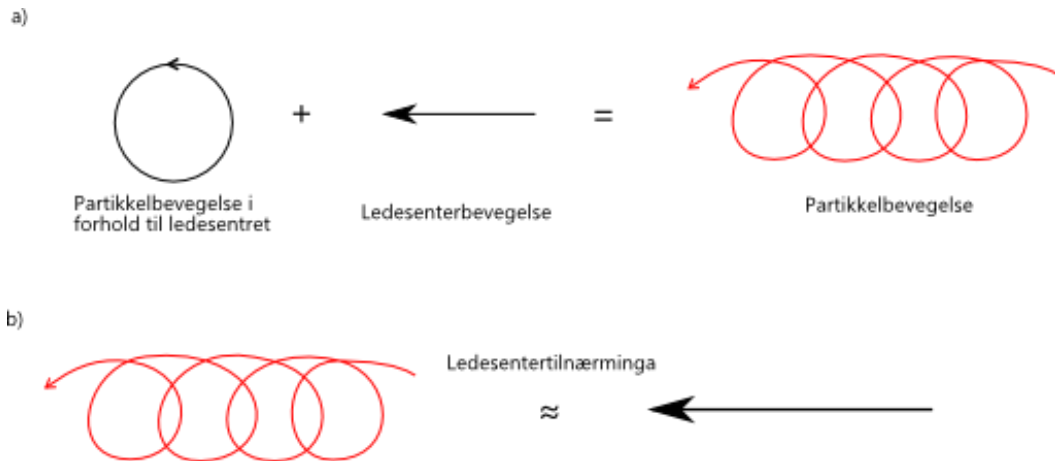
Når ladde partikler kun påvirkes av et magnetfelt begynner de å svinge rundt magnetfeltlinjene i sirkelbaner. Dett kan utledes ved å la en ladd partikkel kun påvirkes av magnetfeltet. Partikkelen må ha starthastighet som er ulik null og vinkelrett på magnetfeltet. Radien til sirkelen kalles for gyroradius og tida ett omløp tar er én gyroperiode. Det kan vises at gyroradien er gitt ved

$$r_g = -\frac{mv_\perp}{qB} \quad (16)$$

$B$  er magnetfeltstyrken,  $q$  er ladninga,  $m$  er massen til partikkelen og  $v_\perp$  er hastigheta til partikkelen vinkelrett på magnetfeltet. Uttrykket for gyroperioden blir

$$T_g = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (17)$$

Hvis partikkelen i tillegg har en hastighetskomponent langs magnetfeltet vil partikkelen bevege seg langs magnetfeltet i tillegg til sirkelbevegelsen. Når vi i tillegg til magnetfeltet får et konstant elektrisk felt som peker ei anna retning vil partiklene akselereres i den ene halvdel av sirkelen og bremses i den andre halvdel. Til sammen ser det ut som om sirkelbanen beveger seg bortover. Bevegelsen kan også beskrives som at den består av to deler. Den ene delen er sirkelbevegelsen som går rundt i planet vinkelrett på magnetfeltet, se figur 6. Sirkelbevegelsen går rundt ett punkt, *ledesentret*. Den andre delen av bevegelsen kalles for *drifter*. De flytter rundt på ledesentret, men endrer ikke på sirkelbevegelsen i seg selv. Denne beskrivelsen kalles for *ledesentertilnærminga*. Tilnærminga består i at sirkelbevegelsen er uavhengig av driftene slik at partikkelbevegelsen kan tilnærmes til bare å bestå av driftene.



Figur 6: Ledesentertilnærminga

Øvre figur viser at partikkelbevegelsen kan beskrives som en bevegelse i forhold til ledesentret pluss bevegelsen til ledesentret. Prinsippet er det samme som ved vektordekomposisjon.

Nedre figur: Når gyroradien er liten kan man tilnærme partikkelbevegelsen som ledesenterbevegelsen.

Ledesentertilnærminga kan også brukes når andre krefter påvirker enn lorentzkrafta. Forutsetninga for at tilnærminga skal være gyldig er at kreftene som virker på partikkelen er mye større enn endringene over én gyroperiode. Dersom kreftene endrer seg betydelig over dette tidsrommet gjelder den ikke. Det samme skjer hvis kreftene på partikkelen har ulik styrke i den ene enden av sirkelen som i den andre enden. Anvendt på støvet rundt stjerner kan man si at dersom gyroradien er større enn avstanden til stjerna er ledesentertilnærminga i hvert fall ikke gyldig fordi blant anna gravitasjonen er mye sterkere ved stjerneoverflata enn noen titalls stjerneadier unna.

For å anvende ledesentertilnærminga tar man bevegelsesligninga og deler opp posisjonsvektoren i ledesenterposisjon og partikkelposisjon i forhold til ledesentret. Deretter foretar man ei taylorutvikling om ledesentret og integrerer så over én gyroperiode. Det som gjenstår da forenkles for å være anvendelig. Ei mer fullstendig utledning er å finne i Northrop (1963, s. 1-9). Vi er bare interessert i den delen av akselerasjonen som peker i radiell retning fordi det er den som sier om støvpartiklene vil kastes ut av stjernesystemet eller ikke. Man kan da først se på akselerasjonen i magnetfeltretning og så bytte til sfæriske koordinater. Da blir akselerasjonen i radiell retning (Czechowski og Mann 2012, s.58)<sup>11</sup>:

<sup>11</sup> Denne ligninga er den samme som ligning (12) der, men med ulik notasjon. En  $h$  i notasjonen til denne oppgaven tilsvarer  $h^2$  i Czechowski og Mann (2012). Ellers tilsvarer en  $k$  der en  $a$  her i tråd med notasjonen i Czechowski og Mann (2010).

Det er dessverre en trykkfeil i Czechowski og Mann (2012) i andre del av tredje ledd på høyre side. Der skal det stå  $h$  i nevneren, ikke  $h^{3/2}$ . Man kan vise dette ved å gå fra ligning 11 til 12. I Czechowski og Mann (2010) er dette leddet av ligninga, som står på side 92, gjengitt rett, jamfør rettelsen (Czechowski og Mann 2011). Praktisk har ikke feilen noen betydning.

## METODE

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{GM_{\odot}(1-\beta)}{r^2h^2} + \frac{2\mu\tilde{B}_r\bar{r}^2}{r^3h} \left(1 - \frac{a^2r^2}{2h^2}\right) + \frac{u^2a^2r}{2h^2} - \frac{v^2a^2r}{2h^2} \quad (18)$$

Her er  $v$  hastigheta til partikkelen i radiell retning,  $u$  er solvindhastigheta,  $G$  er gravitasjonskonstanten,  $M_{\odot}$  er solmassen,  $\beta$  er forholdet mellom gravitasjonskraft og strålingskraft,  $r$  er avstanden fra Sola,  $B$  er magnetfeltet ved avstand  $r$ ,  $\tilde{B}_r$  er magnetfeltstyrken ved 1 AE i radiell retning,  $h$  er gitt ved

$$h = \sqrt{1 + a^2r^2},$$

der  $a$  er gitt ved

$$a = \frac{\Omega}{u} \cos \varphi,$$

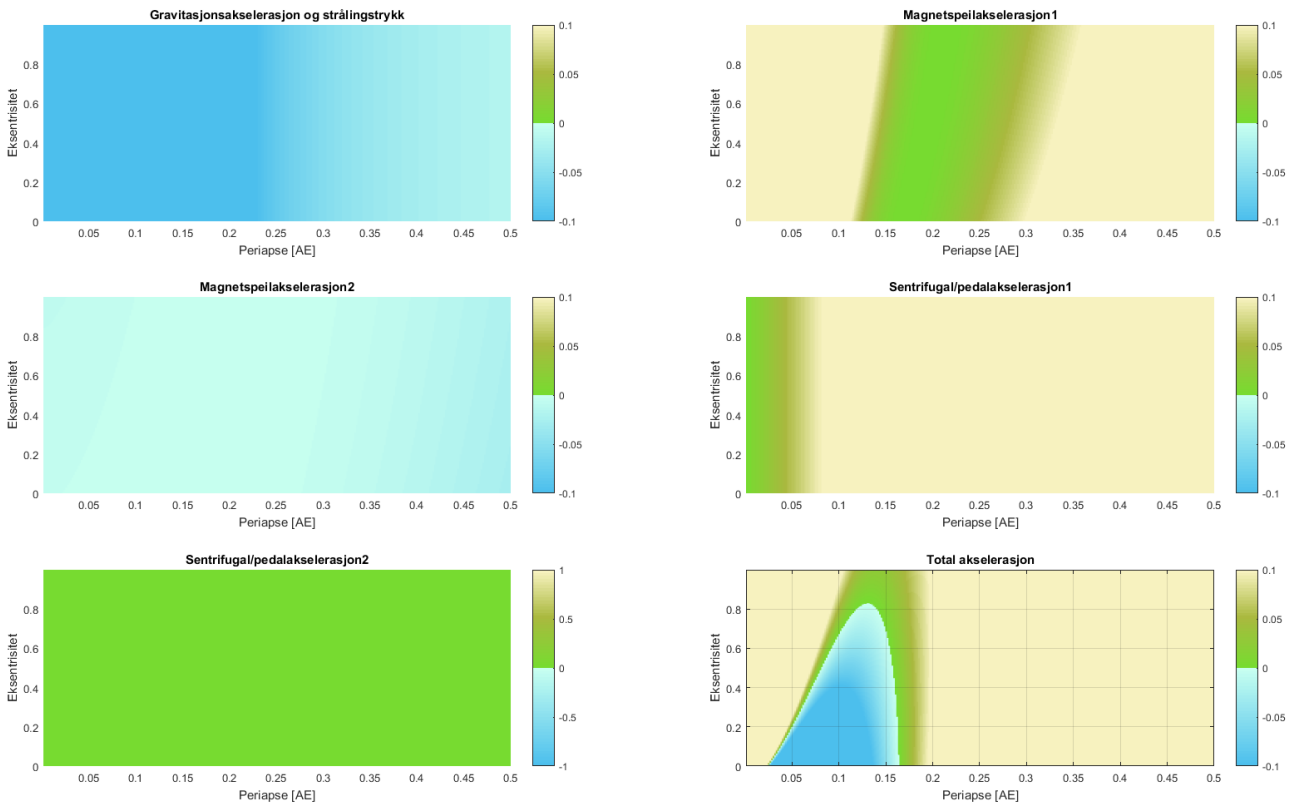
der  $\Omega$  er solrotasjonshastigheta og  $\varphi$  er solbredden,  $\mu$  er *magnetisk moment* eller den adiabatisk invarianten. Det magnetiske momentet er gitt ved

$$\mu = \frac{(\vec{v}_{\perp} - \vec{u}_{\perp})^2}{2B},$$

vinkelrett-på-tegnet  $\perp$  viser at det er komponenten vinkelrett på magnetfeltet som brukes.

### 3.3.1 Leddene i ledesentertilnærminga

Et plott av de ulike leddene i ligning (18) er vist i figur 7 og figur 8 for henholdsvis Sola og Vega.



Figur 7: Komponenter av akselerasjonen ved bruk av ledesentertilnærminga for Sola.

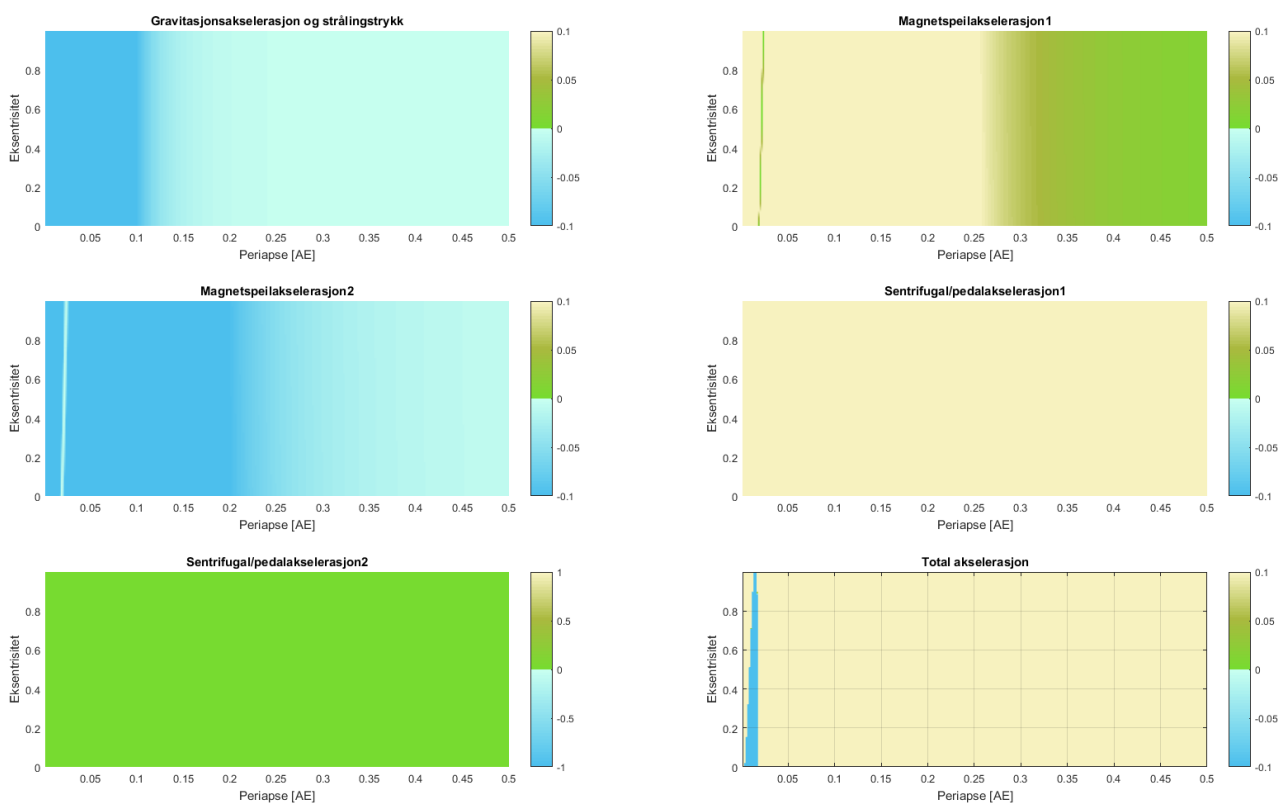
$\beta = 0,1$ . Akselerasjonen måles i  $m/s^2$  og er vist for ulike baner. Startpunktet er i periapsen og inklinasjonen er på  $5^\circ$ . Rekkefølgen på plottene er den samme som leddene i ligning (18).

## METODE

Det første leddet i ligning (18) kan kjennes igjen som den reduserte gravitasjonskrafta, det vil si gravitasjon sammen med strålingstrykk. PR-draget ble neglisjert for å forenkle utregningene. Den reduserte gravitasjonskrafta vil peke innover så lenge gravitasjonen er sterkere enn stålingskrafta. I figur 7 og figur 8 peker den innover. Her er  $\beta$ -verdien satt til 0,1, slik at gravitasjonen er betydelig sterkere enn strålingskrafta. Også for Vega er  $\beta$ -verdien satt til 0,1 for å kunne sammenligne plottet med Sola. I simuleringene senere er  $\beta$ -verdien høyere for partikler rundt Vega og Fomalhaut. Dersom man sammenligner den reduserte gravitasjonskrafta for Sola med den samme for Vega ser man at den er lavere for Vega enn for Sola, selv om Vega har over dobbelt så mye masse som Sola. Matematisk kommer dette av at vi i tillegg deler på  $h^2$  i ledesentertilnærminga og  $h$  er mye større for Vega på grunn av den raske rotasjonen.

Ledd nummer to er den magnetiske speilkrafta. Den kommer av at magnetfeltlinjene blir tettere og tettere jo nærmere man kommer Sola. Krafta peker da utover. Det magnetiske momentet sier oss at magnetspeilkrafta blir svakere desto likere støvpartiklene beveger seg solvinden. Skulle de bevege seg like raskt og i samme retning som solvinden vil denne krafta forsvinne. Magnetspeilkrafta består av to ledd, men det kan vises at  $a^2 r^2 / 2h^2$  alltid er mellom 0 og  $1/2$  og dermed mindre enn det første leddet. Derfor må krafta alltid peke utover. I figurene er disse leddene vist hver for seg.

Det viser seg at det første leddet av magnetspeilkrafta har et område der akselerasjonen utover ikke er like sterk. Både for Sola og Vega er dette området lengre ute enn området der partiklene er fanga, men de overlapper hverandre. Magnetfeltstyrken til stjerna dukker opp både i teller og nevner (innbakt i  $\mu$ ) i andre ledd. Akselerasjonen blir da uavhengig av hvor sterkt magnetfeltet til stjerna ( $\tilde{B}$ ) er.



Figur 8: Komponenter av akselerasjonen ved bruk av ledesentertilnærminga for Vega.

$\beta = 0,1$  (for sammenligning med Sola) Akselerasjonen måles i  $m/s^2$  og er vist for ulike baner. Startpunktet er i periapsen og inklinasjonen er på  $5^\circ$ . Rekkefølgen på plottene er den samme som leddene i ligning (18).



For å vise uavhengigheta av magnetfeltstyrken kan uttrykkene for magnetisk moment  $\mu$  og magnetfelt  $B$  settes inn i ligning (18):

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{GM_{\odot}(1-\beta)}{r^2h^2} + \frac{2(\overline{v}_{\perp} - \overline{u}_{\perp})^2}{rh^3} \left(1 - \frac{a^2r^2}{2h^2}\right) + \frac{u^2a^2r}{2h^2} - \frac{v^2a^2r}{2h^2} \quad (19)$$

Da forsvinner avhengigheta av magnetfeltstyrken samtidig som betydninga av *retninga* til magnetfeltet og solvindhastigheta blir tydeligere.

De to siste leddene kan sammenlignes med sentrifugalkrafta. Det første av disse kommer fra stjernevinden og at partikkelen er bunden til roterende magnetfeltlinjer (Czechowski og Mann 2010). Krafta peker alltid utover og blir sterkere med avstanden. Sentrifugalkrafta er spesielt sterk for Vega, igjen på grunn av rotasjonen som gjenspeiles i  $h$ . Det andre leddet er uten betydning når partikkelen befinner seg i periapsen og den radielle hastigheta er null der. Derfor blir denne delen også null, noe som også vises i figur 7 og figur 8, der er de helt grønne. Selv om partiklene slippes utenfor periapsen blir ikke dette leddet noe sterkere enn det andre. Grunnen er at den radielle hastigheta vil være mindre enn stjernevindhastigheta fordi stjernevindhastigheta er i samme størrelsesorden som unnslippsfarta ved overflata.

Når alle leddene summeres sammen gir de den totale radielle (start-)akselerasjonen. For startverdiene som ble brukt her,  $i = 5^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$  og  $\beta = 0,1$ , har begge stjernene et område der ladde partikler har en startakselerasjon som peker innover. Det kan bety at de da er fanga i magnetfeltet. For Vega er dette området innafor 2 vegaradier (ved ekvator), det er så tett på stjerna at parkermodellen er en svært tvilsom antakelse for magnetfeltet. Ellers kan man også stille spørsmål om støvet er fullstendig sublimert der. Det ser ut som om de viktigste bidragene til den totale akselerasjonen er den reduserte gravitasjonen, den første delen av magnetspeilkrafta og sentrifugalakselerasjonen fra stjernevinden. Av disse er det bare den reduserte gravitasjonen som peker innover, og det gjør den kun dersom  $\beta$ -verdien er mindre enn 1.

Ligningene (18) og (19) viser bare akselerasjonen i radiell retning. Man kan likevel finne akselerasjonen vinkelrett på magnetfeltet. Den viser seg å være liten i de fleste tilfellene og kan da ses bort fra (Czechowski og Mann 2012, s. 51). Dermed kan man se på partiklene som festa til éi magnetfeltlinje og bare kan bevege seg langs den, i hvert fall dersom betingelsene for ledesentertilnærminga er oppfylt. Det medfører at inklinasjonen til den nye partikkelbanen er konstant.

Selv under bruk av ledesentertilnærminga, varierer den radielle akselerasjonen langs banen. I ligning (18) ser det ut til akselerasjonen bare er avhengig av avstanden fra stjerna og den radielle hastigheta. Ligninga ville da fortsatt vært noenlunde enkel å løse, men inni det magnetiske momentet skjuler seg både partikkelhastigheta og stjernevindhastigheta, begge vinkelrett på magnetfeltet. Dette gjør at bevegelsesligninga ikke blir lettere å løse om man bruker ledesentertilnærminga. Derfor foretas det ei ytterligere forenkling. Man ser bare på den første verdien for akselerasjonen, det vil si startverdien. Man kan spørre seg hvor mye man får ut av bare den ene verdien, men basert på den kunne man få en tanke om hvordan partikkelen vil bevege seg, derav mest om partikkelen vil kastes ut av stjernesystemet eller forbli fanga i det.

### 3.4 Numerisk banesimulering

Bevegelsesligninga, lign. (12), kan generelt ikke løses analytisk. Likevel gjelder ledesentertilnærminga bare dersom kreftene, altså gravitasjon, strålingskraft og lorentzkraft, varierer lite over én gyroperiode. Dette er imidlertid ikke alltid tilfelle. Derfor vil banene til partiklene simuleres numerisk. Samtidig kan simuleringene brukes til å vurdere hvor god ledesentertilnærminga er i ulike tilfeller.

Banene simuleres ved å integrere differensialligninga (12) over tid to ganger. Resultatet blir posisjonen til støvpartikkelen og hvordan den forandrer seg over tid. Valget av integrasjonsmetode falt

på Runge-Kutta-Fehlbergmetoden, et medlem av Runge-Kutta-familien for metoder for å løse differensialligninger. Den har en lav orden (både fjerde og femte orden<sup>12</sup>), noe som krever forholdsvis få evalueringer av differensialligninga, seks per tidstrinn. Hver evaluering krever stor regnekapasitet. Samtidig er nøyaktigheta vesentlig større enn metoder av lavere orden, som for eksempel eulermetoden. Integreringa, eller løsinga, av ligninga gjøres slik at man begynner med startverdiene. Så foretas det noen, i dette tilfellet seks, evalueringer av differensialligninga i ulike punkter rundt startverdiene. Evalueringene brukes til å beregne to stigningstall, ett fjerdeordens og ett femteordens stigningstall. Stigningstallene brukes så til å estimere hvor partikkelen vil befinne seg ved neste tidstrinn. Avviket mellom dem brukes til å estimere hvor stort avviket fra den virkelige løsinga er. Hvis avviket er for stort forkastes verdiene for dette trinnet og de beregnes på nytt, men trinnlengden er da blitt kortere.

Runge-Kutta-Fehlbergmetoden bruker variabelt tidstrinn. Dette er en fordel hvis det kreves stor tidsoppløsning enkelte, men få, steder. Stigningstallet varierer og variasjonen er høyere enkelte steder. Tidsoppløsninga må da bli en del høyere for å ivareta ei viss nøyaktighet til svaret. Tidstrinnet er satt til at det halveres hvis svaret blir for unøyaktig. Bruken av variabelt tidstrinn gir også større kontroll over nøyaktigheta til den numeriske løsinga fordi man kan sette at avviket mellom fjerdeordens og femteordens stigningstall må være mindre enn en bestemt verdi. I denne oppgaven er den relative toleransen, altså differansen mellom stigningstallene delt på fjerdeordens stigningstall, satt til å måtte være mindre enn  $10^{-4}$ .

En fare med metoder med variabelt tidstrinn er at tidstrinnet kan bli så lavt at løsinga av ligninga kan gå svært sakte og til og med stoppe opp. Derfor er det satt ei nedre grense for tidstrinnet. Når det laveste trinnet er nådd vil det ikke kunne minke lenger. I slike tilfeller vil nøyaktigheta kunne være lavere enn ønska.

### 3.4.1 Fremgangsmåte

For å løse differensialligninga ble det tatt i bruk numeriske metoder. Valget av metode falt på Runge-Kutta-Fehlberg-metoden med variable tidstrinn som beskrevet ovenfor. Når tidstrinnet når det laveste tillatte tidstrinnet, vil det komme opp ei melding om dette. Det fins også ei øvre grense for tidstrinnet. Den kan få betydning når man simulerer banene over lang tid, noe som ble gjort i testinga av programmet lenger nede.

Fremgangsmåten for baneberegningene starter med å sette opp konstanter for partikkelen. Blant disse er hvilken av stjernene banene går rundt, forholdet mellom ladning og masse og innstillingene for løsinga av differensialligninga. Deretter bestemmes startverdibetingelsene. Det antas at alle partiklene starter i en eller annen keplerbane med gitte baneelementer. Ved tidspunkt  $t = 0$  bryter de løs fra «morpartikkelen». Banen til morpartiklen beskrives med baneelementer (se kapittel 2.4.1). Siden banesimuleringene gjøres i kartesiske koordinater må posisjon og hastighet til partikkelen regnes ut av baneelementene for tidspunktet partikkelen bryter løs.

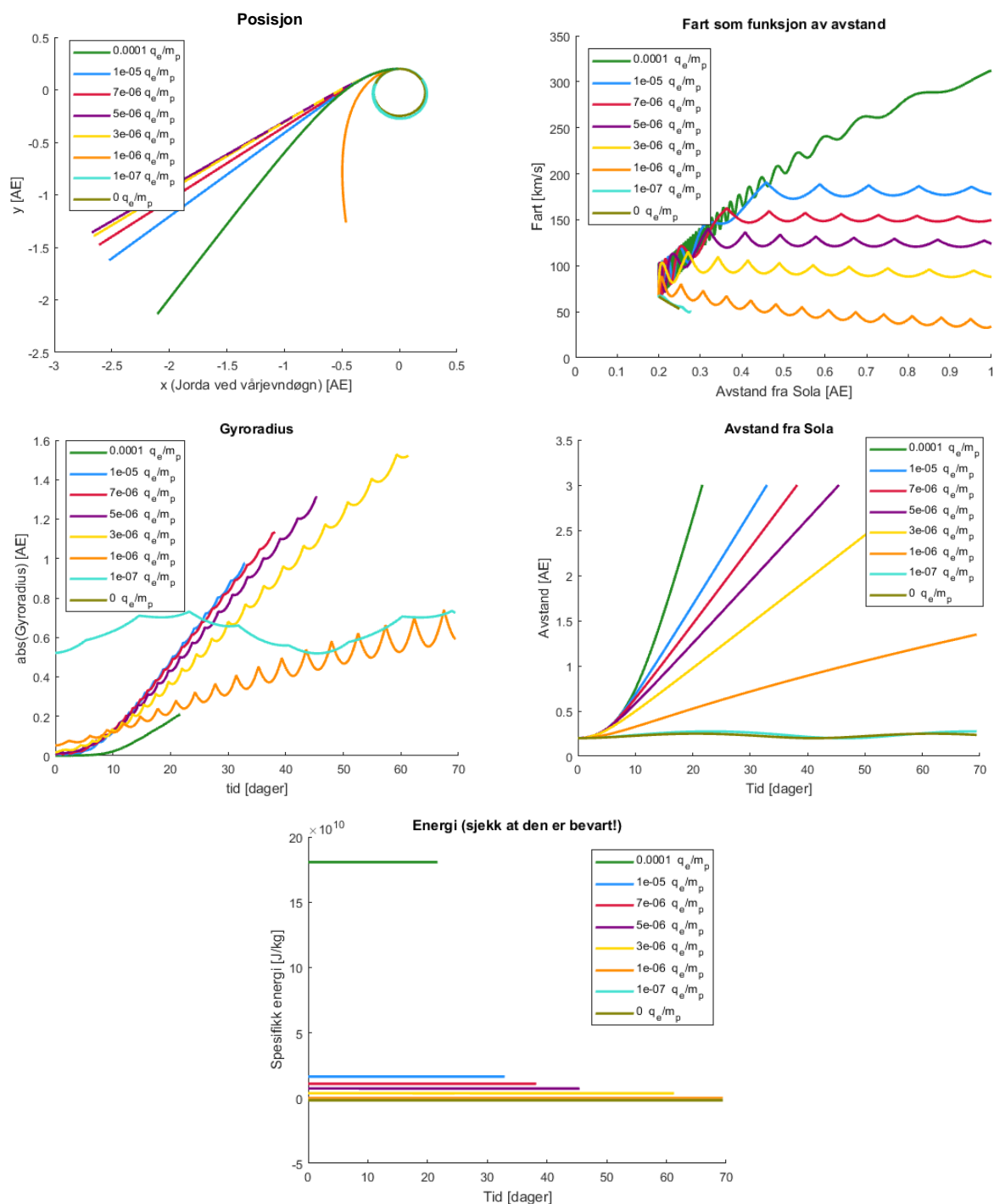
Etter å ha satt opp startverdiene løses bevegelsesligninga som beskrevet ovenfor. Lengden på simuleringstidsrommet er som oftest mellom ei uke og ett år. Underveis i oppgaven ble det lagt til en funksjon som gjør at simulasjonen avbrytes dersom partikkelen faller inn i stjerna eller befinner seg utenfor 3 AE. Oppgaven undersøker den innerste støvringen/-skyen rundt Sola og eventuelle støvskyer rundt Vega og Fomalhaut. Støvpartikler som kommer utenfor 3 AE er uinteressante i denne sammenhengen fordi de da ikke lengre befinner seg i støvbeltet nærmest stjerna, med mindre de kommer tilbake dit. Slike tilfeller kan likevel oppdages ved å se på hvordan posisjonen og hastigheta til partikkelen forandrer seg. Når støvpartikler faller inn i stjerna regnes de ikke lenger som støvpartikler siden det er høye temperaturer og høyt trykk der.

---

<sup>12</sup> Metoden beregner stigningstallet både for fjerde og femte orden. Disse sammenlignes. Verdien som brukes for stigningstallet er av femte orden, siden den anses som mer nøyaktig.

## METODE

Etter å ha simulert partikkelbanen ut tidsrommet eller simulasjonen ble avbrutt, plottes en del egenskaper ved den simulerte banen. Resultatene av simulasjonen inneholder bare tid, posisjon og hastighet. Andre egenskaper ved banen er beregna ut av resultatene. Figur 9 inneholder eksempler av slike plott.



Figur 9: Figurer med eksempelresultater fra ei simulering (1)

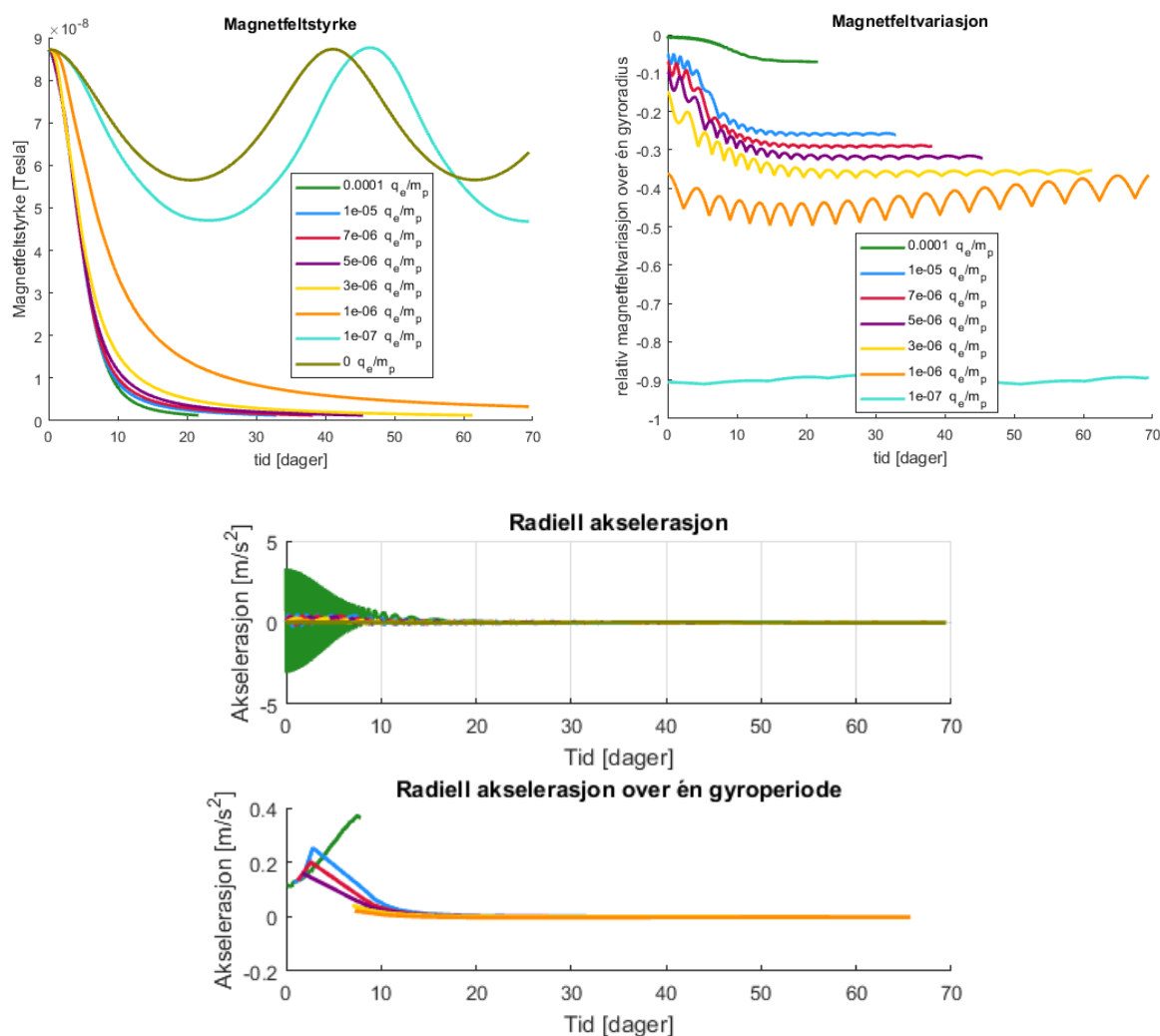
Figuren viser plott av posisjon (a, øverst til venstre), fart (b, øverst til høyre), gyroradius (c, midten til venstre), avstand (d, midten til høyre) og spesifikk energi (e, nede). Startverdiene var  $\epsilon = 0$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\omega = 90^\circ$ ,  $a = 0,2$  AE. Det gjør at plott b kan sammenlignes med figur 1 i Czechowski og Mann (2010) som har lignende startverdier. Kommentaren over energiplotet skal minne brukeren på å se om energien er bevart. I noen av plottene stopper grafen plutselig. Det kommer av at banesimuleringa avsluttes under visse betingelser. I alle tilfellene her skjedde det når partikkelen kommer utenfor 3 AE

## METODE

Det første plottet som vises i Figur 9 er posisjonen til partikkelen projisert på ekliptikken. Selve plottet er tredimensjonalt og etter plotting kan det skaleres og vris i alle retningene. Etterpå vises partikkelfarta mot avstanden til stjerna. Bakgrunnen bak dette plottet var å kunne sammenligne plottet med figur 1 i Czechowski og Mann (2010), som viser det samme. Ellers plottes gyroradien til partikkelen, avstanden til stjerna og den spesifikke energien til partikkelen over tid. Selve innholdet på plottene beskrives nærmere i kapittel 4.1.

Energien og gyroradien beregnes med henholdsvis ligningene (13) og (16). Magnetfeltet beregnes som for parkermodellen, ligning (11). Grunninnstillinga i matlabkoden er fokuserende magnetfelt, magnetfeltet snus for hver partikkel ved å endre fortegnet til ladninga. For simuleringene som gjordes først vist bare absoluttverdien til energien vist, men etter hvert ble programmet endra til å vise både positiv og negativ energi. På denne måten kan man se om partikkelen vil forlate stjernesystemet. Partikler med energi under null forlater ikke stjernesystemet, men er fanga i det. Bilder av de nevnte plottene lagres automatisk i ei spesifikk mappe for denne simulasjonen. Mappenavnet består av eksentrisiteten, inklinajonen (i grader) og store halvakse (i AE) til banen til morpartikkelen.

Etter hvert ble det lagt til flere plott. De lagres ikke, men kan bidra til å bedre forståelsen om hva som skjer med de ulike partiklene. Figur 10 viser eksempler på hvordan plottene ser ut.



Figur 10: Figurer med eksempelresultater fra ei simulering (2)

Figuren viser plott av magnetfeltstyrke (a, øverst til venstre), den relative forskjellen mellom magnetfeltstyrken der partikkelen befinner seg og magnetfeltstyrken i et punkt som er én gyroradius lenger borte fra stjerna (b, øverst til høyre) og estimert radiell akselerasjon (c, nede). Startverdiene var  $\varepsilon = 0$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\omega = 90^\circ$ ,  $a = 0,2$  AE.

Disse plottene viser magnetfeltstyrken, den relative forskjellen mellom den og magnetfeltstyrken i et punkt som er én gyroradius lenger borte fra stjerna enn partikkelen, estimert akselerasjon i radiell retning og akselerasjonen midla over én gyroperiode. De siste plottene kan være nyttig for å se hvor godt betingelsene for ledesentertilnærminga er oppfylt.

Akselerasjonen i radiell retning beregnes ved å ta numerisk derivasjon av hastigheta i radiell retning, det vil si  $a_r = \Delta v_r / \Delta t$ . Gyroperioden bestemmes ved å se på skjæringspunktene til akselerasjonen med x-aksen. Starten på gyroperioden er satt til å være når akselerasjonen blir positiv etter skjæringspunktet<sup>13</sup>. Deretter beregnes gjennomsnittet av akselerasjonen over hver gyroperiode. Denne måten for å finne den radielle akselerasjonen midla over én gyroperiode på er nok dårlig, men gir et grovt anslag på størrelsesordenen.

### 3.4.2 Testing av programmet

Når programmet for baneberegning/simulering er implementert, trengs en bekreftelse på at det fungerer som det skal. Dette ble gjort på tre måter. Den første er å simulere banene til planeter og andre objekter i solsystemet. Da vil gravitasjonen være den eneste påvirkende krafta og man kan finne ut hvor nøyaktig Runge-Kutta-funksjonen er. Etterpå vil programmet sammenlignes med resultater fra programmet som ble brukt av Czechowski og Mann (2010). Det er lagd i fortran, men har ellers lignende oppbygning. Som en tredje test kan man se på energien til partiklene. I områder med likt retta magnetfelt og konstant solvindhastighet burde energien være ganske konstant. Den tredje testen inngår i de to første og vil utføres hele tida for å se på hvor riktig svaret er.

#### Simulering av planetbaner

En mer detaljert beskrivelse finnes i vedlegg C. En enkel måte å prøvekjøre et program for simulering av baner til himmellegemer på er ved å la det simulere banene til planeter, asteroider eller kometer som har en kjent bane. På grunn av størrelsen har alle disse en betaverdi på null og heller inga ladning. De valgte himmellegemene var Jorda, Jupiter, Sedna, Halley-kometen og asteroiden (434620) 2005 VD. Jorda og Jupiter valgte fordi banene er godt kjent, og banene til Sedna og Halley-kometen har stor eksentrisitet. Halley-kometen har også vært kjent i lang tid. 2005 VD er en asteroide som går i retrograd bane, det vil si motsatt retning som Jorda og de andre planetene.

Banene ble simulert over omtrent ti omløp. Resultatet fra undersøkelsen var at periapsen og apoapsen holdt seg konstant og stemte overens med forutsigelser av teorien. Energien til himmellegemene var konstant. Det ser derfor ut til at programmet kunne simulere banene til himmellegemene med tilstrekkelig nøyaktighet.

#### Sammenligning med resultater fra Czechowski og Mann (2010)

Etter å ha undersøkt om løsinga av differensialligninger er rimelig med bare gravitasjon, kan strålingskrafta og lorentzkrafta legges til. Resultatene sammenlignes med figurer i artikkelen Czechowski og Mann (2010) og simuleringer med fortrankoden som ble brukt til å lage dem.

Den første sammenligninga vi gjør er for startbetingelser som ligner på dem som ble brukt for figur 4 i Czechowski og Mann (2010). Startbetingelsene er ikke lik dem for figuren, men lik både for fortran- og matlabkoden. Avstanden fra Sola er litt over 0,12 AE og partiklene starter en liten bit over ekliptikken. Strømmesjikhelninga, det vil si vinkelen mellom Solas dipol- og rotasjonsakse, settes til null grader. Da ligger strømmesjiktet i ekliptikken. Partikkelen har ei ladning på  $10^{-5} q_e/m_p$ . Magnetfeltet er antifokuserende. Det vil si at magnetfeltet peker bort fra Sola over strømmesjiktet mens det peker mot Sola under det. I matlabkoden settes den relative toleransen til  $10^{-4}$  og tidstrinnet får variere mellom 0,025 og  $10^5$  s. Resultater vises i figur 11.

---

<sup>13</sup> Skjæringspunktene ble funnet med programmeringskode fra internettet på sida [https://se.mathworks.com/matlabcentral/answers/267222-easy-way-of-finding-zero-crossing-of-a-function?requestedDomain=true#answer\\_209072](https://se.mathworks.com/matlabcentral/answers/267222-easy-way-of-finding-zero-crossing-of-a-function?requestedDomain=true#answer_209072)

## METODE

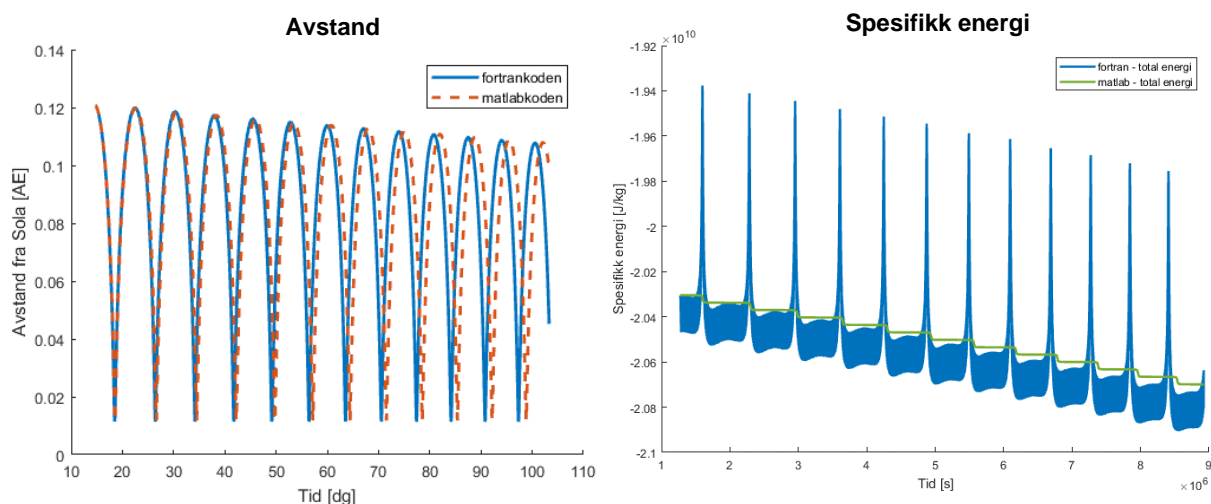
Resultatene viser at simuleringene er ganske like. Det største avviket ser ut til å være at tidspunktet når partikkelen passerer periapsen varierer over tid, i matlab-simuleringa passerer periapsen litt senere enn i fortran-simuleringa. Hvis man tar en nærmere titt på plottet kan man se at periapsen i matlab-simuleringa også er litt lengre ute. Selve partikkelbanen er ikke vist her, men ser i hovedsak ut som figur 4 i Czechowski og Mann (2010) og figur 14 her i oppgaven.

Den spesifikke energien (energi delt på masse) avtar med tida i begge tilfellene. Samtidig som partikkelen er i periapsen «hopper» energien nedover. Dette *kan* komme av at strålingskrafta, og dermed PR-draget, er mye sterkere der. Ei anna mulighet er noe lignende som skjedde med banen til Jorda, Sedna og Halley-kometen tidligere, der årsaken kunne være variasjonen i kreftene som virker på partikkelen. Effekten her er likevel mye større. Den opptrer i simuleringa gjort med matlabkoden og i den med fortrankoden. Det tyder på at årsaken kan være den samme og begge har implementert PR-draget. Man kan likevel ikke utelukke muligheta for at årsaken er en annen. I fortrankoden varierer den spesifikke energien mye mer enn i matlabkoden. Tidsopløsninga er også vesentlig høyere i matlabkoden. De beskrevne forskjellene i avstand fra Sola og den varierende spesifikke energien kan komme herfra.

### Energibevaring

Energibevaring er allerede brukt for å vurdere implementasjonen. Som vist ovenfor er den ikke alltid like bevart. Stadige kollisjoner med fotoner (PR-draget) minker energien til partiklene. Ellers kan partikler krysse det heliosfæriske strømmesjiktet, der magnetfeltretninga snur. De kan også gå fra området med treg til rask solvind, eller omvendt. Ved slike overganger vil energien ikke være konstant, men diskontinuerlig. Det trenger ikke være slik i virkeligheta fordi den skarpe grensa mellom treg og rask kommer av modellen for magnetfeltet som brukes.

I partikkelsimuleringene senere vil også energibevaring brukes som kriterium for om simuleringa er troverdig eller ikke. Etter hvert utvikla denne kontrollen seg slik at når energien varierer med mer enn 5 % anses energien ikke som bevart. Testen ble gjort automatisk, men tilfellene der testen ga utslag, når energien ikke var bevart, ble undersøkt manuelt.



Figur 11: Sammenligning av banesimuleringer gjort med fortran og matlab.

Ladninga i tittelen er negativ, det betyr at magnetfeltet er antifokuserende. Banesimuleringa gir samme resultat for ei negativ ladning i et fokuserende felt, se også delkapittel 2.7.1 om parkermodellen.

Til venstre: Avstand fra Sola over tid. Resultatet fra simuleringa med fortrankoden vises som blå heltrukken linje mens resultatet fra matlabkoden vises som rød stipla linje. Linjene avviker fra hverandre etter hvert, likevel viser begge samme utvikling. Periapsen er omtrent konstant mens apoapsen avtar over tid.

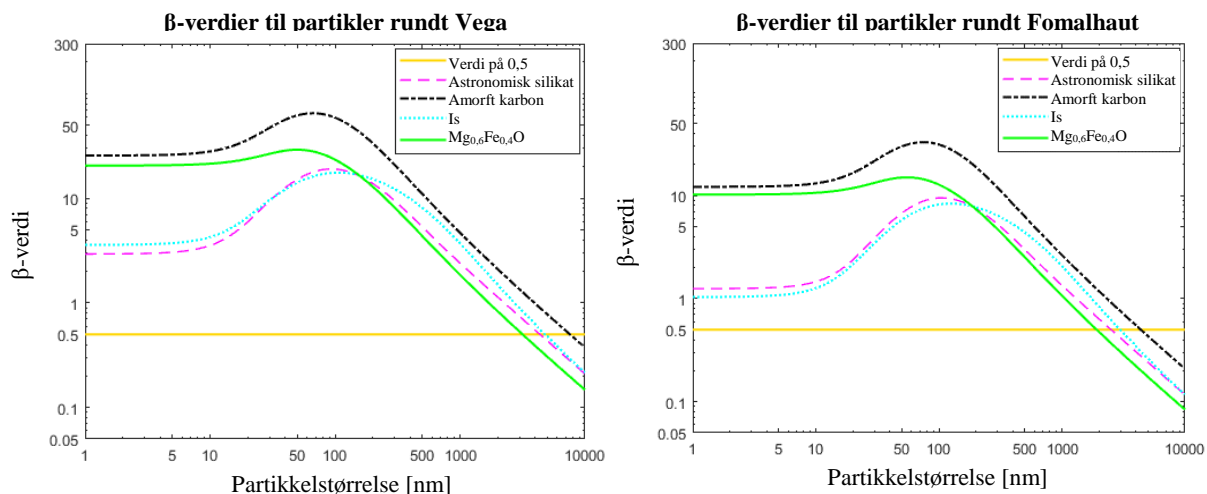
Til høyre: Spesifikk energi over tid. Fortrankoden vises i blått mens matlabkoden vises i grønt. Den totale energien ble beregna med ligning (13). Energien minker i begge simuleringene, men matlabkoden har mindre variasjon mellom hoppene. Energihoppene skjer samtidig som partikkelen snur og beveger seg utover igjen.

### 3.5 Hva som skal simuleres

Etter å ha gått gjennom teorien bak bevegelsen til støvpartiklene og implementert modellene kan fokuset nå gå over til å se nærmere på hvordan partikkelbanene simuleres. Det er mange faktorer som kan påvirke svaret og ikke alle blir undersøkt. Alle faktorene som ses på er med å bestemme startbanen, de har altså ikke betydning ellers. Faktorene som undersøkes er inklinasjon, eksentrisitet og startavstand fra stjerna, det vil si også store halvakse og sann anomali. Ellers velges startpunktet slik at partikkelen starter i punktet i banen som er høyest over ekliptikken. Det betyr at periapseargumentet er fast bestemt. Av baneelementene til startbanen er det bare knutelengden som ikke varieres. Alle kreftene virker radielt på partikkelen, unntatt lorentzkrafta. Strømmesjiktet legges i ekliptikken, da vil parkermodellen være sfærisk symmetrisk og da vil lorentzkrafta også være det. På denne måten vil ikke knutelengden ha noe særlig å si for banesimuleringene. Ellers settes magnetfeltet til å være fokuserende.

Innstillingene til løsninga av differensialligninga er alltid at den relative toleransen er  $10^{-4}$  og at tidstrinnet må være større enn 0,025 s, dersom ikke anna er oppgitt. Det øvre taket for tidstrinnet varierer, men taket er på minst 1000 s. Alle simulasjonene ble gjort for ladning-masse-forholdene  $10^{-4}$ ,  $10^{-5}$ ,  $7 \cdot 10^{-6}$ ,  $5 \cdot 10^{-6}$ ,  $3 \cdot 10^{-6}$ ,  $10^{-6}$  og  $10^{-7} q_e/m_p$ . Det er de samme verdiene som brukes i Czechowski og Mann (2010). De fleste simuleringene ble også gjort for en uladd partikkel til sammenligning. Simulasjonstida varierer, men er som oftest  $3 \cdot 10^6$  eller  $30 \cdot 10^6$  og oppgis i lista nedenfor.

Betaverdien settes til 0,1 dersom ikke anna oppgitt. I alle simuleringene for partikler rundt Sola ble det antatt en betaverdi på 0,1. Dette er den samme som ble brukt, i hvert fall i enkelte figurer, i Czechowski og Mann (2010). Betaverdien til partikler rundt Vega og Fomalhaut er vist i figur 12. Vi ser mest på partikler i størrelsesområdet 3–10 nm, som tilsvarer ladning-masse-forhold på  $10^{-4}$ – $10^{-5} q_e/m_p$ . Siden vi vet at sannsynlighetene for at partikler kastes ut av stjernesystemet øker med betaverdien for nøytrale partikler velger vi den laveste forsvarlige betaverdien, som er på rundt 2. Dette valget gjelder kun for is og astronomisk silikat, Magnesium-/jernoksid og amorf karbon har mye høyere betaverdier.



Figur 12: Betaverdier for partikler rundt Vega og Fomalhaut

Figuren viser forholdet mellom strålingskraft og gravitasjonskraft for ulike materialer og størrelser. Det er antatt at partiklene er kuler. Størrelsen, langs x-aksen, angir radiusen til kula i nanometer. De tilsvarende betaverdiene leses av langs y-aksen. Alle beregningene er for Sola. Betaverdiene ble beregna for partikler bestående av astronomisk silikat som vises som rosa streka linje, amorf karbon som svart stiplastreka linje, is som blå stipla linje og ei blanding av jern(II)oksid og magnesiumoksid som grønn heltrukken linje. I tillegg viser ei vannrett gul heltrukken linje hvor  $\beta$ -verdien er lik 0,5.

Figur fra personlig kommunikasjon med Margaretha Myrvang. Gjengitt med tillatelse.

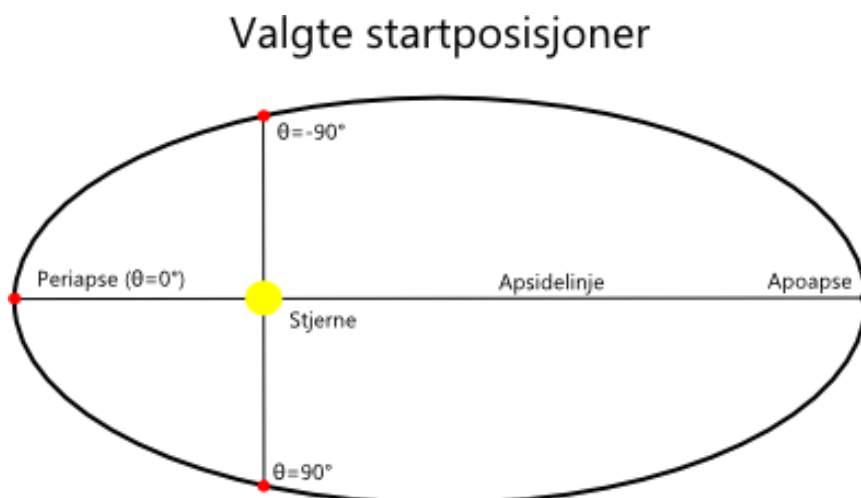
## METODE

Vi skal nå bestemme hvordan vi skal undersøke påvirkninga av faktorene inklinasjon, eksentrisitet, store halvakse og sann anomali på banen til partiklene. Siden partiklene har en betaverdi over null og ladning vil de ikke fortsette på keplerbanen de begynte med. Det viktigste resultatet vil være om partiklene forblir i solsystemet eller kastes ut av det. Påvirkninga undersøkes ved å prøve ut ulike verdier for faktorene. For eksempel kan man se på eksentrisitetene 0, 0,6 og 0,8 for å se på betydninga til eksentrisiteten for om partiklene vil kastes ut av solsystemet eller ikke. Valget av disse verdiene bør gjøres slik at de representerer så mange tilfeller som mulig. Det bør heller ikke bli så mange tilfeller at man mister oversikta eller at det tar evigheter å beregne partikkelbanene. I utgangspunktet ble det derfor valgt tre til fem verdier for eksentrisiteten, inklinasjonen og den sanne anomalien. Eksentrisiteten tar verdiene 0, 0,2 og 0,6. Verdiene representerer henholdsvis planeter, asteroider og kometer. Inklinasjonen tar verdiene  $5^\circ$ ,  $60^\circ$  og  $80^\circ$ . Startbaner med inklinasjon null grader, det vil si i ekliptikken, unngås fordi strømmesjiktet befinner seg der. Siden magnetfeltet skifter retning i strømmesjiktet ville baneberegningene blitt utført sakte i det området og resultatene kunne blitt tilfeldige.

Etter å ha gått gjennom alle kombinasjonene settes inklinasjonen fast, mens eksentrisiteten og den store halvaksen varieres. Etterpå er eksentrisiteten konstant, mens inklinasjon og store halvakse varieres. Denne fremgangsmåten gjør det enklere å sammenligne med ledesentertilnærminga.

Før de undersøkte partiklene bryter løs fra morpartiklen følger de med den på banen dens som antas å være en keplerbane. Partikkelen kan egentlig bryte løs i hvilken som helst del av banen. Hovedfokuset er på det som skjer ved punktet som er nærmest stjerna, periapsen, men skal også se på tilfeller der partikler bryter løs ved sann anomali  $\theta = \pm 90^\circ$ . Hvis man ser for seg banen til morpartikkelen som en ellipse der Sola er i det ene brennpunktet og tegner opp apsidelinja og tegner ei linje som er vinkelrett på apsidelinja og går gjennom Sola vil denne linja skjære gjennom ellipsen ved  $\theta = \pm 90^\circ$ , se også figur 13. I disse tilfellene er inklinasjonen fastsatt til  $5^\circ$ . Verdiene for store halvakse fikk høyere oppløsning siden variasjonen var forventa å bli større her og fordi store halvakse er et relativt konkret begrep å forholde seg til. Resultatene fra ledesentertilnærminga ga også hint om hvor det ville være grensetilfeller mellom utkasting og bundethet.

Startverdiene til partikkelsimuleringene som ble foretatt er lista opp i vedlegg D.



Figur 13: Valgte startposisjoner i banen.

Figuren viser posisjonen til periapse og apoapse i en keplerbane og hvor i banen den sanne anomalien  $\theta$  er lik  $\pm 90^\circ$ . De valgte startposisjonene for simuleringene er markert i rødt.



### 3.6 Hovedpunkter i dette kapitlet

Ved å anvende parkermodellen på Vega og kombinere den med ei måling av Vegas magnetfelt estimerte vi Vegas magnetfeltstyrke. Magnetfeltet ble 87 ganger så sterkt som Solas magnetfelt. For å finne Fomalhauts magnetfeltstyrke antok vi at magnetfeltstyrken til ei stjerne er lineært avhengig av stjernemassen. Da ble det 71 ganger så sterkt som Solas magnetfelt.

Vi går nå over til partikkelbaneberegningene. Utgangspunktet for alle beregningene er en såkalt morpartikkel som går i en keplerbane rundt ei stjerne. Ved tidspunkt  $t = 0$  slipper den en mindre (støv-)partikkel som har samme hastighet, en  $\beta$ -verdi over null og eventuelt lades av solvinden umiddelbart. Det antas at ladninga til alle partiklene er konstant etter danning. Dersom partikler ikke er ladd kan man finne eksentrisiteten til den nye banen analytisk. Det fins da lukka baner for partikler med  $\beta$ -verdi under 1.

Den viktigste måten for å finne partikkelbanen som brukes her er numerisk banesimulering. For å utføre beregningene ble det lagd et program. Banen beregnes ved å løse bevegelsesligninga med Runge-Kutta-Fehlberg-metoden med varierende tidstrinn. Da beregnes krafta på partikkelen ved hvert tidspunkt og partikkelen flyttes etter det. Programmet ble testa gjennom simuleringer av baner til ulike himmellegemer i solsystemet og sammenligning med simuleringer til et lignende program. Resultatene fra testinga er tilfredsstillende.

Alle banesimuleringene innebar at støvpartiklene begynte på et visst punkt i gitte startbaner. Startbanene var definert ved ulike banelementer. Startbanene som var valgt hadde varierende eksentrisitet, inklinasjon og store halvakse. Det ble også sett på ulike startposisjoner i banen. Periapseargumentet var enten  $0^\circ$  eller  $90^\circ$ , avhengig av den sanne anomalien, og knutelengden var null hele tida. Magnetfeltretninga var fokuserende og det heliosfæriske strømmesjiktet ble lagt i ekliptikken.

Det ble utført mange simuleringer av partikler rundt Sola, men betydelig færre rundt Vega og Fomalhaut. For partikkelsimuleringene rundt Sola var  $\beta$ -verdien alltid 0,1, rundt Vega og Fomalhaut var den som oftest på 2.

I tillegg til den numeriske løsinga ble det også vurdert en annen metode for å bestemme om partikkelbanen er lukka. Det ble gjort flere tilnærminger for å kunne gjøre dette analytisk. Den første tilnærminga er ledesentertilnærminga. Ladde partikler i et ikke-konstant magnetfelt vil rotere rundt et ledesenter som beveger seg. Dersom kreftene på partikkelen ikke endrer seg betydelig over én gyroperiode, kan man tilnærme partikkelbevegelsen som bevegelsen til ledesenteret. Da kan man også beregne akselerasjonen midla over én gyroperiode. Ved å se om den midla akselerasjonen i slippetidspunktet peker inn- eller utover kan man kanskje forutsi om banen til partikkelen vil være lukka eller om den forsvinner ut av stjernesystemet. Et viktig resultat fra ledesentertilnærminga er at forholdet mellom ladning og masse ikke har betydning for banen.

## METODE

## 4 Resultater og diskusjon

Etter å ha sett på hvordan simuleringa foregår, presenteres nå resultatene. Det ble gjort mange flere simuleringer av støvpartikler nært Sola enn de andre stjernene. Simuleringene kan deles opp i flere grupper der hensikten var å utforske ulike innflytelser på partikkelbanene. Forventningene til fanging av ladde partikler rundt Vega og Fomalhaut var små på grunn av forutsigelsene til de analytiske beregningene med ledesentertilnærminga. I slutten av kapitlet sammenlignes ledesentertilnærminga med simuleringene av partikkelbanene.

Etter hver simulering ble resultatet av den gjennomgått. Hovedresultatet er partikkelbanen til hver partikkel. Selve banen ble hverken lagra eller inpsisert. Isteden ble det lagd en serie figurer som skulle hjelpe til med å tolke resultatet. Figurene viser:

1. Partikkelposisjonen projisert på ekliptikken (3D-plott som kan roteres)
2. Partikkelfart som funksjon av avstand fra stjerna
3. Gyroradius som funksjon av tid
4. Avstand fra stjerna som funksjon av tid
5. Spesifikk energi som funksjon av tid

Hovedformålet med simuleringene var å finne ut om partiklene ble kasta ut av stjernesystemet eller ikke. Da var den viktigste figuren den som viser avstanden fra stjerna. Dersom partikkelen fullfører minst ett omløp har partikkelen en lukka bane og det vises ved at avstanden varierer mellom to punkter som er noenlunde konstante. Den er da fanga i stjernesystemet. Et anna kjennetegn på en lukka bane er at partikkelfarta avtar med avstanden fra stjerna, men konklusjoner basert på dette er tvilsomme fordi farta generelt minker med avstanden på grunn av gravitasjonen.

Gyroradien kan brukes til å vurdere hvor god ledesentertilnærminga er for denne partikkelen. Hvis gyroradien er omtrent like stor som, eller større enn, avstanden til stjerna vil tilnærminga være uegna. Ellers kan tilnærminga være hensiktsmessig.

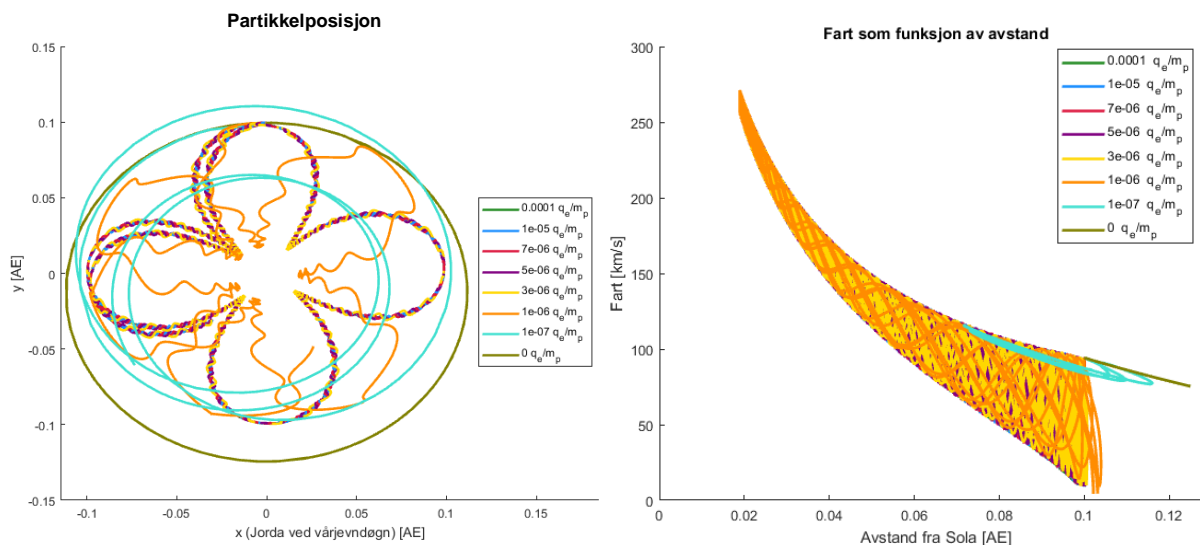
Den spesifikke energien kan brukes som en kontroll over hvor god/realistisk simuleringa er. En beskrivelse på dette ble allerede gitt i delkapittel 3.4.2

Partikkelposisjonen kan regnes som erstatning for tallverdier for partikkelbanen.

Hver figur viser utviklinga til alle partiklene, der hver partikkel har sin egen farge og fargebruken er konsekvent. Alle plottene inneholder dessuten ei tegnforklaring som sier hvilken partikkel med gitt ladning-masse-forhold (qmf) som har hvilken farge.

### 4.1 Eksempel på simulering med resultater

Vi kan nå se på et eksempel. Som eksempel tar vi simuleringa som er øverst i tabell 6. Startverdiene her var sirkelbane med inklinasjon på  $5^\circ$ . Store halvakse var satt til 0,1 AE og betaverdien var satt til 0,1 for alle partiklene. Ikke minst kan man da også sammenligne banen med den nøytrale partikkelen. De fem figurene behandles hver for seg sammen med en diskusjon hva man får ut av dem.



Figur 14: Resultater av partikkelsimulasjon for Sola: (1) posisjon og (2) fart

Figur a) til venstre viser bevegelsen til partiklene etter at de ble dannet. Den tredimensjonale bevegelsen er projisert på ekliptikken. Banen til partiklene med ladning-masse-forhold på minst  $3 \cdot 10^{-6}$  ligger oppå hverandre. Alle banene begynner i samme sted.

Figur b) til høyre viser farta til partikkelen over avstanden fra Sola. Siden partiklene beveger seg frem og tilbake er det flere linjer som overlapper. Det betyr at farta deres varierer likt.

### Posisjon

Vi ser først på posisjonen til partiklene som er vist i figur 14a. Legg merke til at partiklene med ladning-masse-forhold på minst  $3 \cdot 10^{-6}$   $q_e/m_p$  har omtrent samme bane. Denne banen er ikke en keplerbane, men har heller en blomsterform. Banen kan også sammenlignes med banene i figur 4 i Czechowski og Mann (2010). Simulasjonen der har litt andre startverdier, men hovedtrekkene i banen er de samme. Partiklene roterer rundt Sola, samtidig nærmer de seg og fjerner seg fra Sola uten at disse to bevegelsene ser ut som at de har noe med hverandre å gjøre. Stedet hvor periapsen og apoapsen befinner seg i banen varierer over tid. Hadde banen vært en keplerbane hadde de to bevegelsene vært kobla og periapsen og apoapsen hadde vært på samme sted hver gang, og vi hadde fått en ellipsebane, som for den nøytrale partikkelen. Partiklene med lavere qmf enn  $3 \cdot 10^{-6}$   $q_e/m_p$  har baner som en kan se på som en mellomting mellom banene til sterkt ladde og uladde partikler.

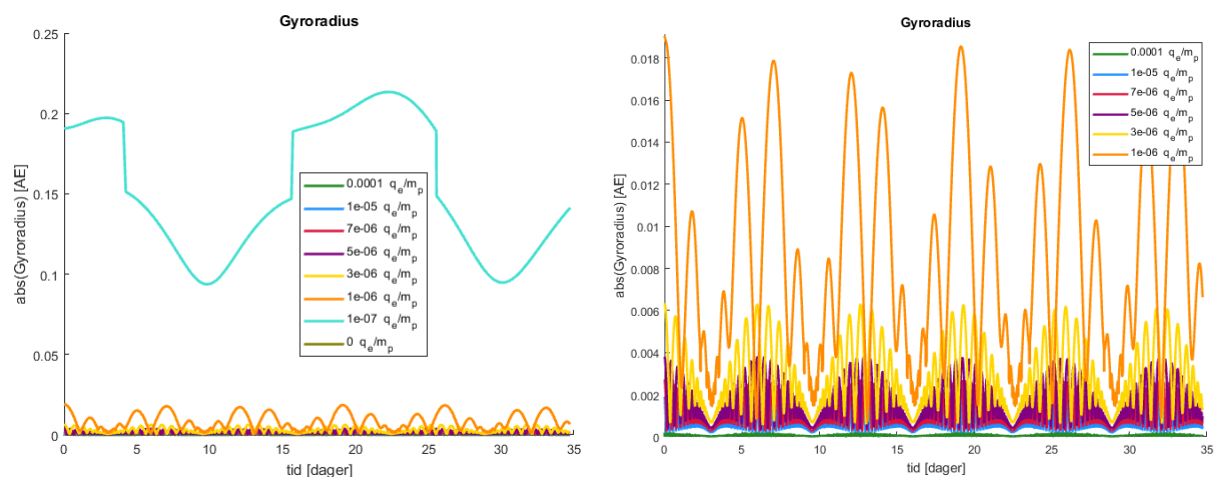
I dette tilfellet kan vi lett se at alle partiklene har lukka baner. Ledesentertilnærminga ville ha ført til at partikkelbevegelsen ble uavhengig av qmf og banene til de ladde partiklene hadde blitt svært like. Noe slikt ser vi for de mest ladde partiklene her. Det tyder på at tilnærminga er gyldig for de mest ladde partiklene, men ikke de andre.

### Fart

Det neste plottet som kommer opp viser farta til partiklene mot avstanden fra Sola og er vist i Figur 14b. Farta minker med avstanden fra Sola for alle partiklene uansett ladning. Farta til de ladde partiklene varierer mer desto lengre de er unna Sola mens de lite ladde og nøytrale partiklene har bestemt fart ved bestemte avstander. Dette kan komme av at partiklene roterer rundt magnetfeltlinjene, det vises tydeligere når partikkelhastigheta er vinkelrett på magnetfeltet. Partiklene med mye ladning ( $qmf \geq 10^{-6}$   $q_e/m_p$ ) overlapper hverandre i figur 14b. Det betyr at farta varierer likt med avstanden fra Sola.

### Gyroradius

Utviklinga av gyroradien til de ladde partiklene over tid er vist i figur 15. Gyroradiusen er beregna med ligning (16). Siden den nøytrale partikkelen ikke er ladd vises den ikke i plottene. Vi ser tydelig hvordan gyroradien endrer seg med ladning-masse-forholdet, fra  $2 \cdot 10^{-4}$  AE til 0,2 AE. Det kan forklares med at gyroradien er direkte proporsjonalt med ladning-masse-forholdet. Der det største forholdet 1000 ganger så stor som det minste. Gyroradien er ikke konstant for noen partikler, men varierer for alle.



Figur 15: Resultat av partikkelsimulasjon for Sola (3): Gyroradius

Figurene viser gyroradien til partikkelen over tid. I figuren til høyre er ikke de største partiklene vist for å gi et tydeligere bilde av gyroradien til de andre partiklene. Gyroradien til partikkelen med ladning-masse-forhold på  $10^{-7} q_e/m_p$  har enkelte hopp.

Partikkelen med minst  $q/m$  ( $10^{-7} q_e/m_p$ ) har flere diskontinuiteter i plottet. Den eneste diskontinuerlige faktoren i ligning (16) er magnetfeltet som er diskontinuerlig i overgangen mellom treg og rask solvind og i det heliosfæriske strømmesjiktet. Ved en passasje gjennom det heliosfæriske strømmesjiktet er det bare fortegnet til magnetfeltet som endrer seg. Det ville ikke gitt utslag på gyroradien. Selve størrelsen endrer seg bare i overgangen mellom treg og rask solvind. Slike gyroradie-hopp tyder derfor på at partikkelen passerer denne grensa.

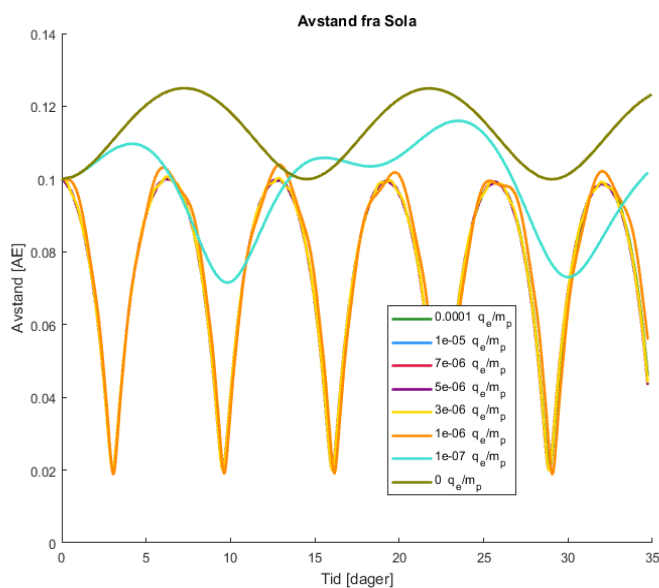
Gyroradien til de mindre partiklene varierer helt likt. Det er bare størrelsen som er ulik mellom dem. Når partiklene er nært Sola er variasjonen mindre enn når de er lengre unna Sola. Når variasjonen er størst har partiklene ganske konstant avstand fra Sola. Derfor kan ikke denne variasjonen komme fra magnetfeltstyrken siden den hovedsakelig avhenger av avstanden. Den eneste faktoren som er igjen da er hastigheta vinkelrett på magnetfeltet.

I kombinasjon med plottet som viser avstanden fra Sola kan man vurdere hvor god ledesentertilnærminga er. Gyroradien til partikkelen med  $q/m = 10^{-7} q_e/m_p$ , i lyseblått, er klart over 0,1 AE, omtrent like mye som avstanden fra Sola. En av betingelsene for ledesentertilnærminga er derfor ikke oppfylt. For de andre partiklene ser det ut som om betingelsen er oppfylt siden gyroradien er mindre enn avstanden fra Sola.

### Avstand

Etter at det ble innført automatiske tester på om partikkelen kolliderer med Sola eller flyr utenfor 3 AE har plottet av avstanden over tid mista størstedelen av funksjonen sin. Plottet, vist i figur 16, kan likevel brukes til å vurdere tilfeller om partikkelen er fanga i solsystemet. Avstanden fra Sola varierer periodisk for alle partiklene. Det eneste er partikkelen med  $q/m = 10^{-7} q_e/m_p$  der avstanden tilsynelatende ikke følger noen periodisk bevegelse. Også den litt mer ladde partikkelen med  $q/m = 10^{-6} q_e/m_p$  skiller seg ut ved at apoapsen er litt lengre unna Sola enn for de andre partiklene.

Det kan også nevnes at de (sterkt) ladde partiklene beveger seg innover mens den nøytrale partikkelen beveger seg utover etter danning. Utoverbevegelsen til den nøytrale partikkelen kommer av at den ikke lenger kjenner solgravitasjonen like sterkt som før fordi solstrålinga blåser den utover. Apoapsen som nærmer seg Sola over tid for ladde partikler, som beskrevet i Czechowski og Mann (2010), vises ikke klart i plottet, men det kan være fordi simulasjonsperioden er for kort. Denne effekten vises likevel i figur 11 med andre startverdier og lengre simulasjonstid.



Figur 16: Resultat av partikkelsimulasjon for Sola (4): Avstand fra Sola

Figurene viser partikkelens avstand fra Sola over tid. Slik som i det første plottet ligger banen til partiklene med ladning-masse-forhold på minst  $3 \cdot 10^{-6}$  oppå hverandre.

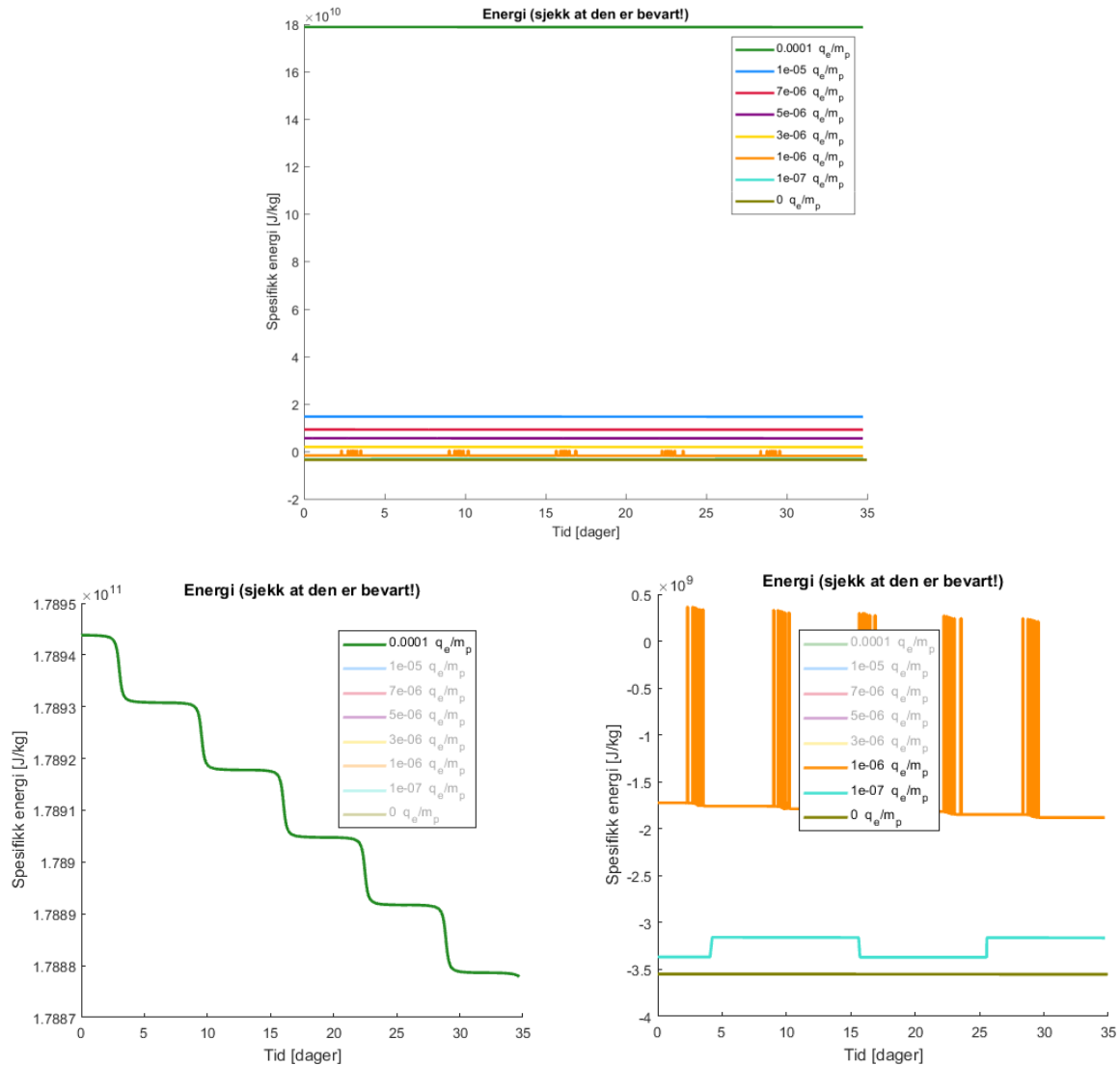
### Energi

Plottet som viser den spesifikke energien er ikke lett å vurdere når alle partiklene plottes samtidig fordi den varierer sterkt fra partikkel til partikkel. Når energien beregnes gir programmet en advarsel dersom den relative avstanden mellom den laveste og den høyeste spesifikke energien er større enn 5 %. Med andre ord hvis  $\frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max}} > 0,05$  gis det en advarsel om at energien eventuelt ikke er bevart.

Den spesifikke energien vises i figur 17. De fleste linjene ser flate ut, det betyr at energien er bevart. Advarslene sier likevel ingenting om årsaken til at energien ikke er bevart. Derfor må alle advarslene overprøves. I eksemplet her kom det advarsler om at energien ikke var bevart for partiklene med  $q/m = 10^{-6}$  og  $10^{-7} q_e/m_p$ .

Vi skal også se på den spesifikke energien til partikkelen med  $q/m = 10^{-4} q_e/m_p$  og det er den som undersøkes først. Figur 17c viser at energien ikke er konstant, men faller lett. Det var lignende tilfeller ved simulering av planetbaner i delkapittel 3.4.2. Også her faller tidspunktene med mest energitap sammen med når partikkelen er nærmest Sola. Energivariasjonen er langt mindre enn 5 % og det kan derfor konkluderes med at energien er bevart.

## RESULTATER OG DISKUSJON



Figur 17: Resultat av partikkelsimulasjon for Sola (5): Spesifikk energi

Figurene viser partikkelens spesifikke energi over tid. Legg merke til at y-aksene på plottene er ulike. Kommentaren i overskrifta skal minne brukeren på å se om energien er bevart.

- (Øverst) Spesifikk energi til alle partiklene.
- (Nederst til venstre) Spesifikk energi for partikkelen med  $q/m = 10^{-4} q_e/m_p$ .
- (Nederst til høyre) Spesifikk energi for partiklene med  $q/m = 10^{-6}$ ,  $10^{-7}$  og  $0 q_e/m_p$ .

Figur 17c viser at den spesifikke energien til partikkelen med  $q/m = 10^{-6} q_e/m_p$  har store hopp. Likevel er energien etter hoppet omtrent like stor som før. Dersom man ser bort fra hoppene er energivariasjonen på ca. 8 %. Energien regnes likevel som bevart fordi den varierer på samme mønster som de andre partiklene hvis man ser bort fra hoppene. Likevel bør man være forsiktig med konklusjoner for denne partikkelen så lenge man ikke er sikker på hvorfor energien hopper slik.

Den andre advarselen om manglende energibevaring gjaldt partikkelen med  $q/m = 10^{-7} q_e/m_p$ . Energihoppene skjer på samme tidspunkt som hoppene i gyroradien. Hoppene der ble forklart med at partikkelen gikk over grensa mellom treg og rask solvind. En slik overgang medfører også at den spesifikke energien endrer seg. Energivariasjonen i de to områdene kan betraktes hver for seg. Energivariasjonen i begge tilfellene er også under 2 % slik at energien kan regnes som bevart også her.

### Samla vurdering

Energien ble regna som bevart i alle tilfellene, de fleste uten tvil. Resultatene trekkes derfor ikke i tvil av den grunnen. Alle partiklene hadde tilsynelatende lukka baner og ingen av «kolliderte» med Sola. Videre så det ut til at ingen ladde partikler passerte det heliosfæriske strømmesjiktet og bare den minst ladde partikkelen passerte området mellom treg og rask solvind. Det tyder på at partiklene er festa til magnetfeltlinjene mens de beveger seg frem og tilbake langs dem.

## 4.2 Simulering av støvpartikler rundt Sola

Etter å ha sett på resultater fra enkeltsimulasjoner kan vi nå se på hvordan resultatet fra enkeltsimulasjonene varierer med startverdiene. Vurderingene som ble beskrevet i forrige delkapittel ble foretatt for alle simulasjonene, men konsentrerte seg veldig om energien var bevart og om partiklene var fanga i solsystemet, ble kasta ut av det eller traff Sola.

Først presenteres resultatene som omhandler støvpartikler rundt Sola. Det var fire faktorer som ble sett på som variabler: Store halvakse, eksentrisitet, inklinasjon og sann anomali. Simuleringene kan deles opp i flere sett der én eller flere variabler holdes konstant, mens man ser på hva variasjonen i de andre fører til. I de to første tilfellene slippes partiklene i periapsen. I det første tilfellet er eksentrisiteten konstant mens inklinasjonen varierer, deretter blir det omvendt, inklinasjonen holdes konstant, mens eksentrisiteten varierer. Etterpå undersøkes det siste tilfellet, nærmere bestemt hvordan resultatet forandrer seg når partiklene slippes i andre punkter enn i periapsen.

Alle plottene for Sola, Figur 19–Figur 22, består av en farga bakgrunn og prikker i forgrunnen. Bakgrunnen viser den radielle akselerasjonen til partikkelen ved slipp, det vil si når den bryter ut eller dannes. Akselerasjonen er midla over én gyroperiode ved bruk av ledesentertilnærminga og beregna med ligning (18). Fargene er valgt slik at fargene lyse- til mørkeblå viser at akselerasjonen peker innover, mens fargene grønn til sand viser at akselerasjonen går utover, på samme måte som et kart viser høyden over havet.

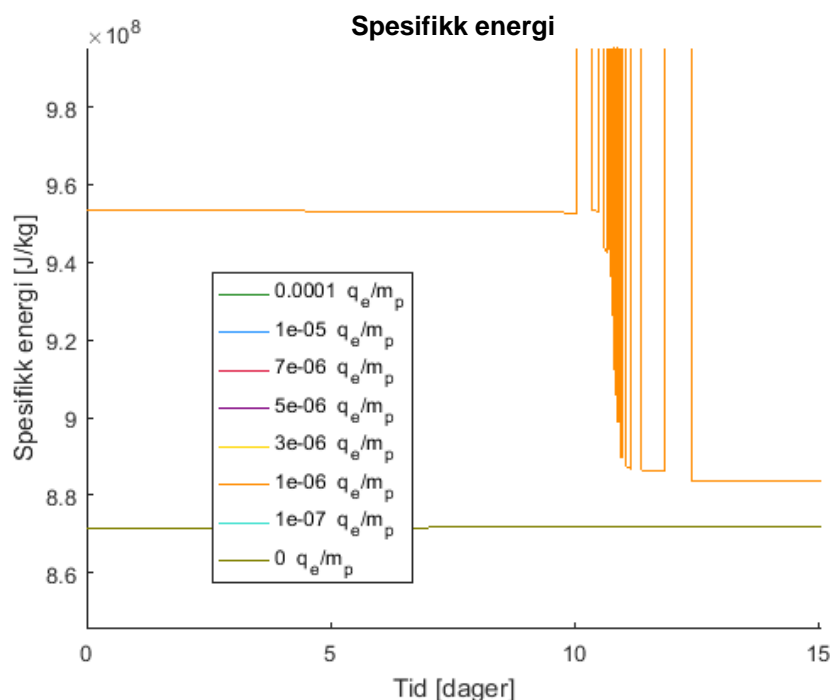
I forgrunnen vises resultatet av simuleringene som prikker. Det er én prikk for hver simulering. Prikkene er plassert utfra startverdiene. Fargen på prikkene sier hva som skjedde med partikkelen. En rød prikk betyr at partikkelen ble kasta ut av solsystemet. En oransje prikk betyr at partikkelen traff Sola. Blå prikk betyr at partikkelen er fanga i solsystemet, men sier ikke mer om banen dens. Grå prikk betyr at resultatet var for usikkert til å settes i noen av de tre kategoriene. Det er to grunner til dette. Den ene er at energien ikke var bevart i det hele tatt og den andre er at det ikke var noe som tilsa om partikkelen var fanga eller ikke fordi plottene ovenfor ikke inneholdt entydig informasjon. Som oftest er det de to minst ladde partiklene som har usikre resultater.

Partikkelen med  $q/m = 10^{-6} q_e/m_p$  har en del simuleringer der det ikke er mulig å se hva slags type bane den har. Det er fordi energien i disse tilfellene ikke kan regnes som bevart, men har mange hopp som ikke kan forklares. Blant anna er det slike hopp som kan ses i figur 17 med forskjellen at partikkelen har en helt annen spesifikk energi etter hoppet. Ett eksempel på dette er vist i figur 18. Energihoppene skjer samtidig som at partikkelen er svært nært Sola (i dette tilfellet  $\sim 0,01$  AE) og holder på å snu. Da er PR-draget mye større, men det forklarer ikke de mange, store hoppene. Energien anses derfor ikke å være bevart og resultatet blir usikkert.

Partikkelen med minst ladning og den nøytrale partikkelen hadde klart lukka baner for alle startverdiene, flere enn i de andre simuleringene, mens de andre var fanga i mange færre tilfeller enn i de andre simuleringene. En mulig årsak kan være at det denne gangen ble prøvd å unngå å foreta simuleringer på steder der parkermodellen er tvilsom.

Simulasjonene for Sola deles i tre der hver del har én parameter som er konstant. Først kommer startbaner der eksentrisiteten er konstant og null, slik at startbanene er sirkelbaner. I de andre delene er inklinasjonen konstant og de tre startposisjonene i banen gjennomgås.





Figur 18: Eksempel på energihopp som ikke er lett å forklare.

Startverdiene var  $\varepsilon = 0,6$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $\theta = -90^\circ$ ,  $\omega = 0^\circ$ . Omtrent etter 10 dager var partikkelen nærmest Sola med en avstand på  $\sim 0,01 \text{ AE}$ .

#### 4.2.1 Ulike inklinaasjoner

Det første settet med simuleringer viser hvordan partikkelbanene blir når man lar eksentrisiteten være konstant og inklinaasjonen varieres. Eksentrisiteten ble satt til null slik at alle startbanene er sirkelbaner. Startpunktet i banen ble satt til å være det punktet som har størst solbredde, det vil si at det er høyest over ekliptikken. Resultatet vises i figur 19.

Bakgrunnen viser at startakselerasjonen under ledesentertilnærminga peker innover bare i et bestemt område. Ved lave inklinaasjoner er området nært Sola, men det flytter seg utover når inklinaasjonen øker. Størrelsen på akselerasjonen innover minker med inklinaasjonen. Resultatet av simuleringene viser variasjoner mellom de ulike ladning-masse-forholdene. For startavstander under  $0,2 \text{ AE}$  er resultatene ganske like for alle, spesielt ved lave inklinaasjoner. Også for større startavstander er det ikke stor forskjell mellom partikler med stor eller lita ladning. Den minst ladde partikkelen skiller seg ut her ved at den er fanga i solsystemet mens de andre kastes ut. Videre ser det ut til å være en tendens til at det er et område mellom fanging og utkastning der partiklene treffer Sola. Partikkelen med  $q_{mf} = 10^{-7} q_e/m_p$  har enkelte områder der det er vanskelig å se hva som skjer med den.

Området der den radielle startakselerasjonen peker innover ser delvis ut til å stemme overens med simuleringene. I området med startakselerasjon utover nærmest Sola ser partiklene ut til å være fanga til tross for dette. Dette området er også innfor  $0,05 \text{ AE}$ , et område parkermodellen ikke nødvendigvis gjelder for.

Resultatet fra dette settet med simuleringer kan også sammenlignes med figur 6 i Czechowski og Mann (2010). Figuren der viser grensa til fangeområdet for støvpartikler med ulikt ladning-masse-forhold. Startverdiene for simuleringa er omtrent de samme. De tjukke strekene viser grensa når partiklene slippes fra største solbredde. Formen på grensa har store likheter med Figur 19. For partikler med stor ladning øker grensa monotont med inklinaasjonen. For større partikler (med mindre ladning) øker grensa med inklinaasjonen frem til et punkt og nærmer seg så Sola igjen. Grensa går altså likt for begge programmene. Til sammenligning er nøytrale partikler fanga i alle tilfellene.

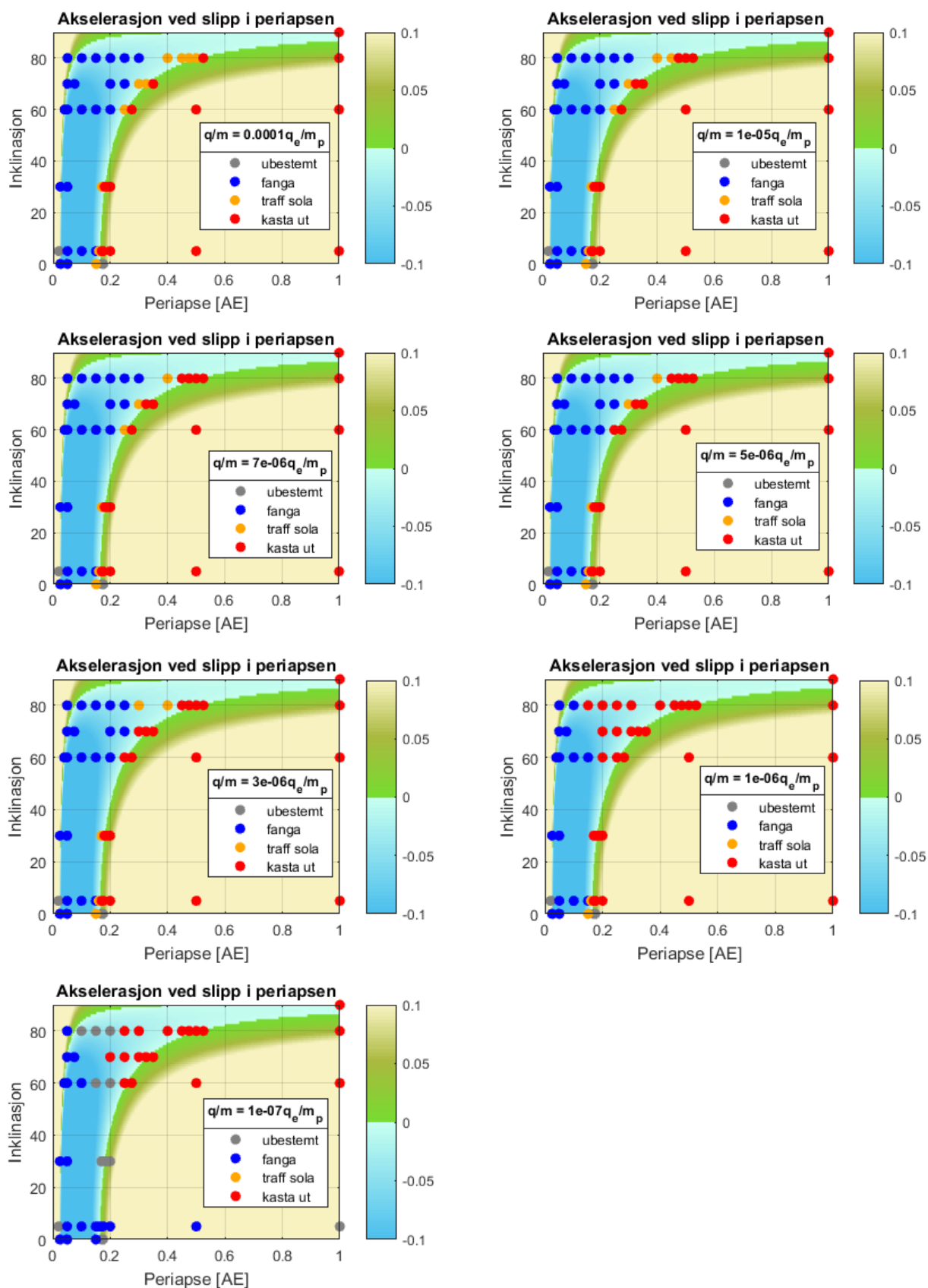
### 4.2.2 Ulike eksentrisiteter

Vi skal nå se på hvordan partiklene oppfører seg når startbanene har ulike eksentrisiteter. Her er inklinasjonen satt til å være konstant på  $5^\circ$ . Igjen slippes alle partiklene ved høyeste inklinasjon i banen. Dette punktet er satt slik at det skjer på samme sted som periapsen. Resultatene vises i figur 20.

Startakselerasjonen i radiell retning peker innover i et bestemt område. Formen på dette «bassenget» er likevel annerledes enn for varierende inklinasjon. Området med akselerasjon innover minker med økende eksentrisitet helt til det forsvinner omtrent ved  $\varepsilon = 0,8$ . I radiell retning går den ytre grensa ved rundt  $0,15$  AE. Den indre grensa øker nesten lineært med eksentrisiteten, fra  $\sim 0,02$  AE når  $\varepsilon = 0$  til  $\sim 0,12$  AE ved  $\varepsilon = 0,8$ .

Som tidligere følger de numerisk beregna partikkelbanene stort sett forutsigelsene fra ledesentertilnærminga. På utsida av grensene kastes partiklene ut av solsystemet mens de er som er innafor grensene er fanga. I det ytre grenseområdet hender det at partiklene treffer Sola. I området innafor bassenget, der startakselerasjonen peker utover igjen, hender det at partiklene er fanga, men også at de kastes ut. Når eksentrisiteten til startbanen var på  $0,8$  ble nesten alle partiklene kasta ut. For nøytrale partikler ville alle startbanene gi lukka baner, unntatt for eksentrisiteten lik  $0,8$ . Banen ville da vært en parabel. I ledesentertilnærminga, se ligning (18), peker hovedsakelig alle kreftene utover, med unntak av gravitasjonen. Den radielle hastigheta er null i periapsen slik at det eneste andre leddet,  $-u^2 a^2 r / 2h^2$ , som kunne peke innover blir uten betydning. Ladde partikler forventes derfor å kastes fortere ut av solsystemet enn nøytrale partikler.

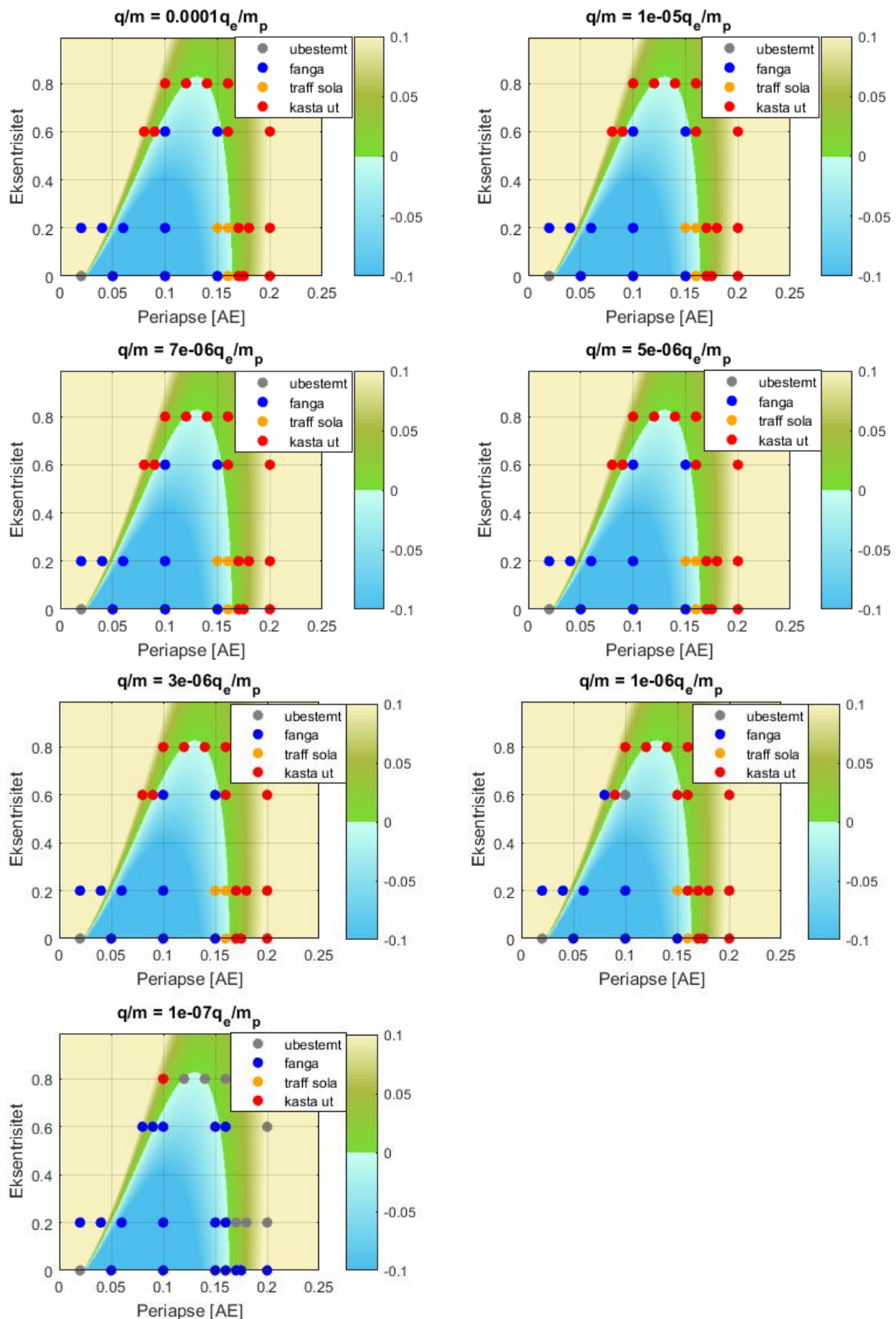
Oppførselen til partikkelen med  $q/m = 10^{-7} q_e/m_p$  skiller seg ut fra de andres. Den er fanga i solsystemet i flere tilfeller der de andre kastes ut eller treffer Sola. Også her var det ofte vanskelig å bestemme om banen dens er lukka eller ei.



Figur 19: Resultater for støv rundt Sola med startbaner der inklinasjonen varierer.

Bakgrunnen viser startakselerasjonen i radiell retning midla over én gyroperiode ved bruk av ledesentertilhærminga. Akselerasjonen måles i  $m/s^2$ . Både x- og y-aksen viser verdier til startbanen. Prikkene viser resultatet av den numeriske simuleringa. Blått angir at partikkelen har en lukka bane, rød prikk betyr at partikkelen ble kasta ut av solsystemet, oransje betyr at partikkelen traff Sola og grå prikk betyr at det ikke var noe entydig svar. Siden eksentrisiteten er null i alle tilfellene er periapsen lik startavstanden fra Sola. Tegnforklaringa er plassert slik at den ikke dekker til noen punkter.

## RESULTATER OG DISKUSJON



Figur 20: Resultater for støv rundt Sola med startbaner der eksentrisiteten varierer.

Bakgrunnen viser startakselerasjonen i radiell retning midla over én gyroperiode ved bruk av ledesentertilnærminga. Akselerasjonen måles i  $m/s^2$ . Både x- og y-aksen viser verdier til startbanen. Prikkene viser resultatet av den numeriske simuleringa. Blått angir at partikkelen har en lukka bane, rød prikk betyr at partikkelen ble kasta ut av solsystemet, oransje betyr at partikkelen traff Sola og grå prikk betyr at det ikke var noe entydig svar. Startverdiene er valgt slik at partiklene starter i periapsen. Tegnforklaringa er plassert slik at den ikke dekker til noen punkter.

### 4.2.3 Slipp fra ulike steder i banen

Vi har gått gjennom startbaner med ulik eksentrisitet der startpunktet i banen var i periapsen og skal nå se på hvordan partikkelbanene blir når startpunktet er et annet sted i banen. Startpunktet er valgt til å være ved sann anomali  $\theta = \pm 90^\circ$ . Startbanene er rotert slik at når  $\theta = 90^\circ$  er partikkelen i punktet med høyest solbredde, det vil si at  $\omega = 0^\circ$ . Inklinasjonen var fast på  $5^\circ$ . Resultatene vises i figur 21 ( $\theta = 90^\circ$ ) og figur 22 ( $\theta = -90^\circ$ ).

Her har startakselerasjonen i radiell retning igjen en annen form enn i de to forrige tilfellene. Likevel ser den ganske lik ut for  $\theta = 90^\circ$  og  $-90^\circ$ . Forskjellen er størst for høye eksentrisiteter og nært Sola der fangeområdet går nærmere Sola for  $\theta = -90^\circ$  enn  $\theta = 90^\circ$ . Grensene mellom fanging og utkastning deler plottet i tre. Både den indre og den ytre grensa følger samme mønster som den svarte streken som viser hvor startavstanden fra Sola er 0,1 AE. Det kan bety at grensene avhenger av startavstanden.

Når eksentrisiteten til startbanen er 0,2 eller mindre følger partikkelsimuleringene for partiklene med  $q/m > 10^{-7} q_e/m_p$  omtrent forutsigelsene til ledesentertilnærminga, men for større eksentrisiteter gjør de det ikke lenger. Bare i grenseområdet kan man fortsatt se at partiklene treffer Sola, og da bare dersom partikkelen starta ved  $\theta = -90^\circ$ . En kan også si at for  $\varepsilon \leq 0,2$  og periapse  $< 0,13$  AE er partiklene fanga, mens de ellers ikke er det og da som oftest kastes ut av solsystemet.

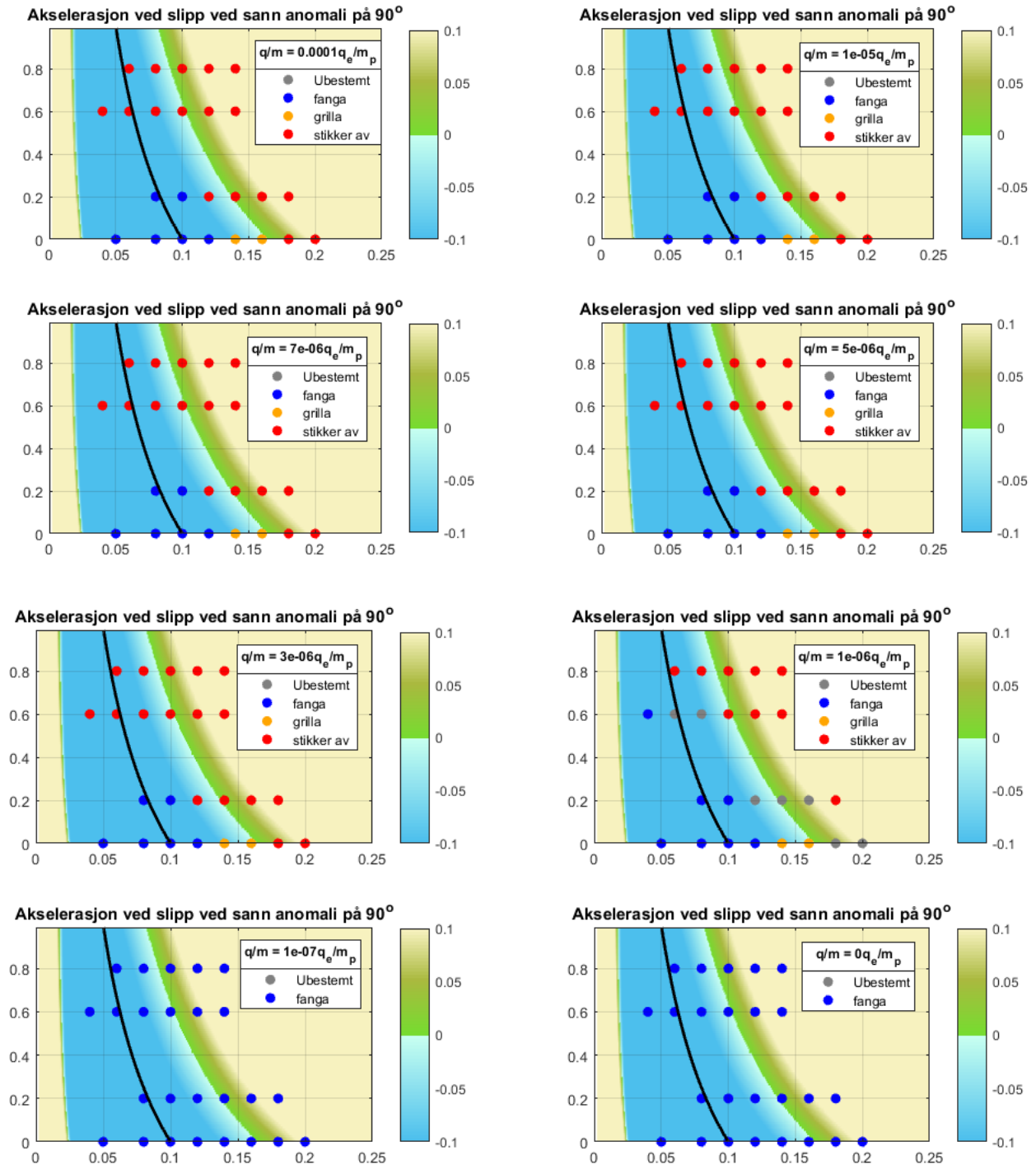
### 4.2.4 Noe generelt om støvresultater for Sola

De gangene partiklene traff Sola skjedde det umiddelbart. Det hendte ikke at partikkelen nærma seg Sola over flere omløp. Når partiklene ble kasta ut av solsystemet skjedde det også vanligvis umiddelbart. Partiklene bevegde seg da utover. Noen ganger hendte det at partikler nærma seg Sola, snudde, og ble kasta ut. Disse tilfellene var som oftest når  $\theta$  var  $-90^\circ$ , det vil si når de hadde ei radiell hastighet mot Sola. Det betyr at både når partiklene traff Sola og når de ble kasta ut av solsystemet tilbrakte de kort tid i nærheta av Sola.

Resultatene av simulasjonene viste også at når partiklene ikke kastes ut av solsystemet vil partiklene begynne å nærme seg Sola. Den korteste avstanden til Sola blir kortere jo lenger ute partikkelen slippes når startbetingelsene ellers er de samme. Dette var samme resultat som i Czechowski og Mann (2012).

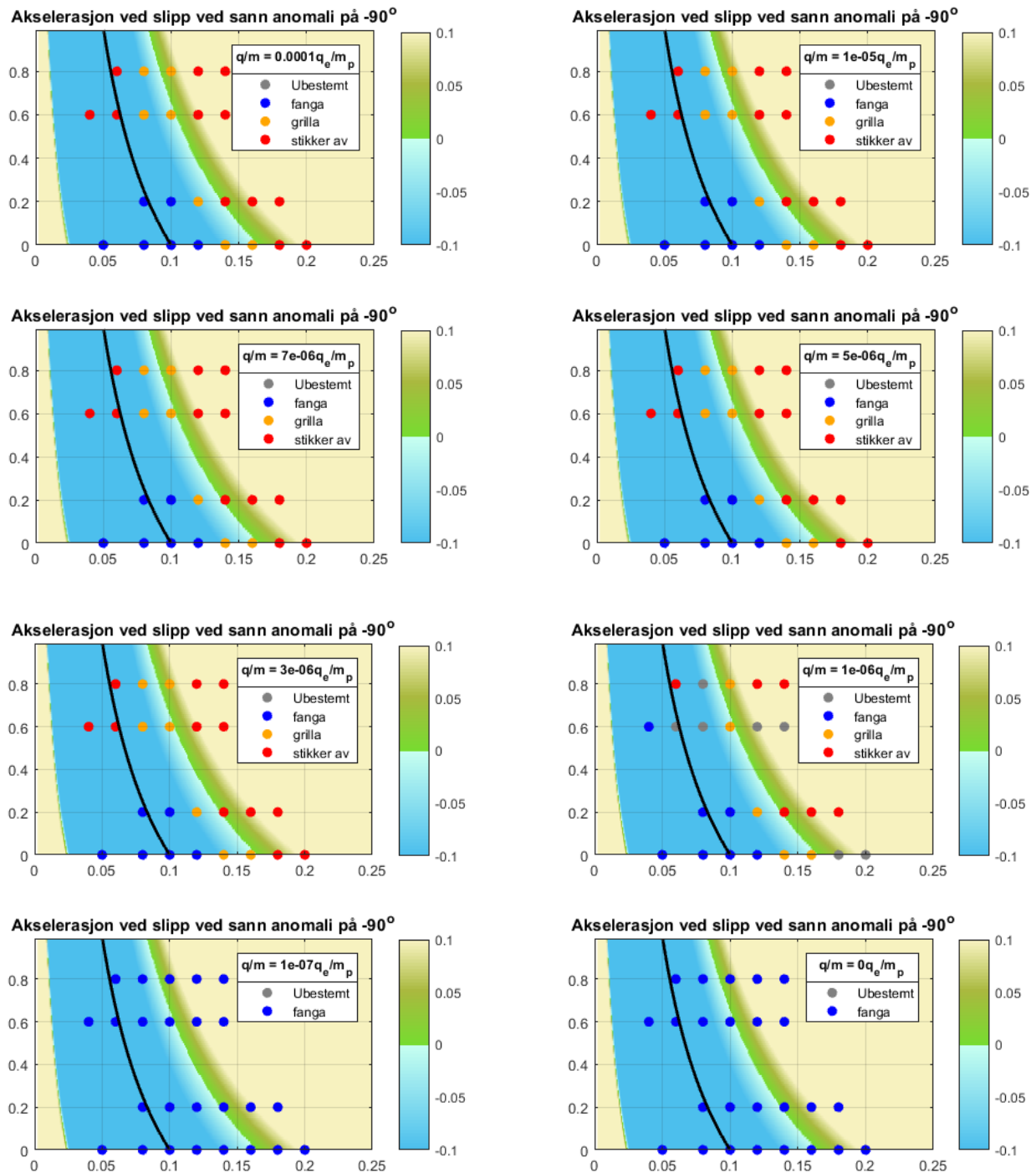
Partikler med ladning-masse-forhold på  $10^{-7} q_e/m_p$  har andre baner enn de andre partiklene i de fleste tilfellene. Nøytrale partikler fortsetter på en elliptisk bane og partikler med større ladninger har baner som ligner på blomster og passerer aldri det heliosfæriske strømmesjiktet. Banene til partiklene med  $qmf$  på  $10^{-7} q_e/m_p$  kan ses på som en mellomting, se også figur 14a. Banene er i hovedsak runde, men de har tydelige baneforstyrrelser på grunn av lorentzkrafta. Når man ser på gyroradien er den vanligvis større enn avstanden fra Sola. Det fører til at banen er veldig ujevn. Likevel er ladninga noen ganger så svak at partikkelen ikke kastes ut av solsystemet selv om de sterkere ladde partiklene gjør det.

Når de ladde partiklene ikke er fanga, øker farta deres til omtrentlig solvindhastighet, se også figur 23 eller Figur 9b. Ofte er det bare den mest ladde partikkelen som virkelig nærmer seg solvindhastigheta, for de andre slutter akselerasjonen på et eller annet tidspunkt. Siden banen deres er spiralforma ser det ut som om partiklene er blitt tatt opp av solvinden og fraktes ut av solsystemet med den.



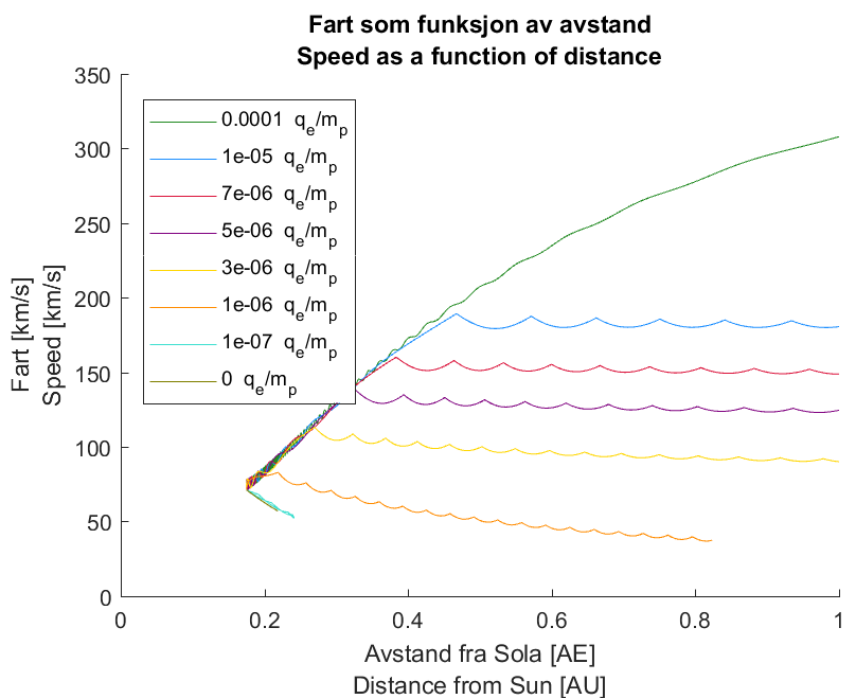
Figur 21: Resultater for støv rundt Sola med varierende  $\epsilon$  og  $\theta = 90^\circ$ .

Bakgrunnen viser startakselerasjonen i radiell retning midla over én gyroperiode ved bruk av ledesentertilnærminga. Akselerasjonen måles i  $m/s^2$ . Periapsen til startbanen er langs x-aksen og eksentrisiteten langs y-aksen. Prikkene viser resultatet av den numeriske simuleringa. Blått angir at partikkelen har en lukka bane, rød prikk betyr at partikkelen ble kasta ut av solsystemet, oransje betyr at partikkelen traff Sola og grå prikk betyr at det ikke var noe entydig svar. Den svarte streken viser stedet der startpunktet er 0,1 AE fra Sola. Innafor denne streken kan parkermodellen anses som tvilsom.



Figur 22: Resultater for støv rundt Sola med varierende  $\epsilon$  og  $\theta = -90^\circ$ .

Bakgrunnen viser startakselerasjonen i radiell retning midla over én gyroperiode ved bruk av ledesentertilnærminga. Akselerasjonen måles i  $m/s^2$ . Periapsen til startbanen er langs x-aksen og eksentrisiteten langs y-aksen. Prikkene viser resultatet av den numeriske simuleringa. Blått angir at partikkelen har en lukka bane, rød prikk betyr at partikkelen ble kasta ut av solsystemet, oransje betyr at partikkelen traff Sola og grå prikk betyr at det ikke var noe entydig svar. Den svarte streken viser hvor stedet der startpunktet er 0,1 AE fra Sola. Innafor denne streken kan parkermodellen anses som tvilsom.



Figur 23: *Fart til partikler som kastes ut av solsystemet.*

Startverdiene var  $\varepsilon = 0$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\omega = 90^\circ$ ,  $a = 0,175$  AE. Det kan nevnes at solvindhastigheta ved lave solbredder er satt til 400 km/s.

### 4.3 Sammenligning av ledesentertilnærminga og numerisk simulering

I alle simuleringene ble ledesentertilnærminga brukt for å gi forutsigelser av simulasjonsresultatene. Selve simulasjonene foregikk uten bruk av ledesentertilnærminga. Ved å se på om og når forutsigelsene stemte overens med resultatene kan man vurdere hvor god tilnærminga er. I figur 19, for varierende inklinaasjon, ser vi at forutsigelsene stemte svært godt overens med simuleringensresultatene, spesielt når ladning-masse-forholdet er stort. Dette gjelder også figur 20 for varierende eksentrisitet.

Det er også ei anna likhet mellom figurene, til tross for at startakselerasjonen peker utover i området nærmest Sola, er partiklene med disse startverdiene fanga i solsystemet likevel. I tilfellene der startpunktet i banen ikke er i periapsen ser det ikke ut som om ledesentertilnærminga forutsier banen til partiklene. Selv om akselerasjonen ifølge ledesentertilnærminga peker innover i starten kastes støvpartiklene ut av solsystemet. Noen ganger var gyroradien større enn avstanden til Sola, men som oftest var den mindre, og spesielt de mest ladde partiklene hadde mye mindre gyroradius enn avstand til Sola. Ledesentertilnærminga burde derfor som oftest være god.

Det som gjenstår er å vurdere hvor mye man får ut av at man bare bruker startakselerasjonen i radiell retning til å finne ut hvordan banene blir. Selv om akselerasjonen bare peker innover betyr det ikke at partikkelen har en lukka bane. Et fint eksempel på dette er at selv om bare gravitasjonen påvirker, kan banene være hyperbolske. Selv om krafta peker innover har partikkelen en åpen bane. Akselerasjonen til støvpartiklene er også avhengig av retninga til hastigheta i forhold til magnetfeltet. Dermed vil den endre seg etter hvordan partiklene beveger seg. Likevel viste det seg at startakselerasjonen kan gi en viss indikasjon på om banen vil være lukka eller ikke, men det begrenser seg til tilfellene der startposisjonen er i periapsen.



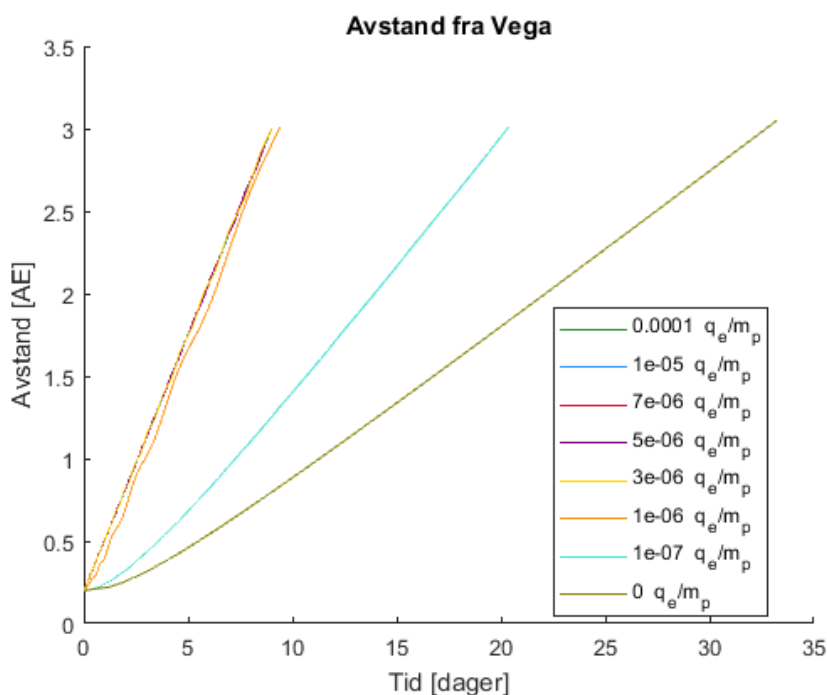
#### 4.4 Simulering av støvpartikler rundt Vega og Fomalhaut

Forutsigelsene fra ledesentertilnærminga, se også figur 8, viser at det ikke er noen støvpartikler som er fanga rundt Vega for  $\beta$ -verdier på 0,1. Området der startakselerasjonen peker innover er så tett innpå Vega, nemlig 2 vegaradier, at støvpartiklene mest sannsynlig er sublimert. Dessuten kan ikke parkermodellen anvendes på magnetfeltet ved slike avstander. Tilsvarende gjelder Fomalhaut. I tillegg er  $\beta$ -verdiene for små partikler 2 eller større rundt Vega og større enn 1 rundt Fomalhaut. Dette gjelder alle materialene som er gjengitt i figur 12. For at gravitasjonen, som viste seg å være den eneste krafta som pekte innover, skal være større enn de andre kreftene må  $\beta$ -verdien være *mindre* enn 1. Forutsigelsen fra ledesentertilnærminga blir da at ingen ladde partikler er fanga, ikke engang når  $\beta < 1$ .

For Sola viste det seg at forutsigelsene med ledesentertilnærminga viste seg å stemme, i hvert fall så lenge partiklene ble sluppen i periapsen. Det ble derfor bare gjort et lite utvalg av simulasjoner rundt Vega og Fomalhaut, mest stikkprøver for å se om forutsigelsene stemmer. I nesten alle simulasjonene var  $\beta = 2$ , bare én gang ble  $\beta$  satt til 0,2 rundt Vega for å studere forskjellen.

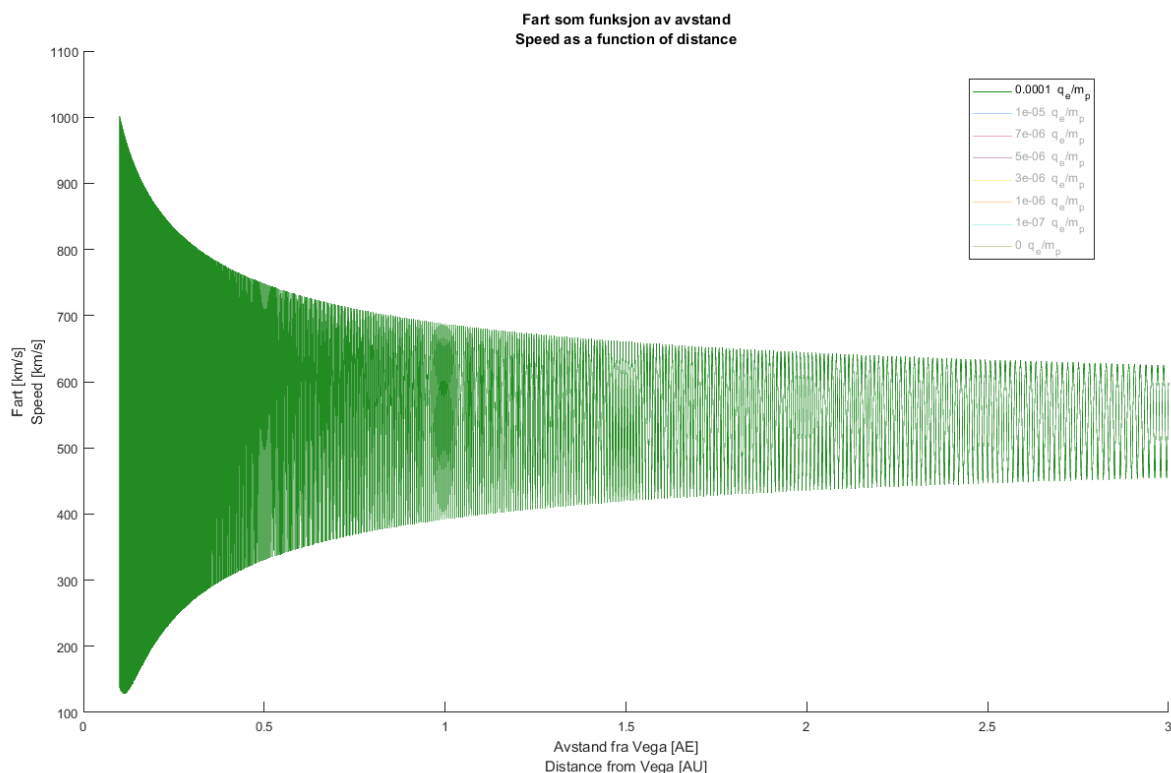
Energien var bevart i alle simulasjonene. De mest ladde partiklene ( $q/m > 10^{-6} q_e/m_p$ ) befant seg utenfor 3 AE etter 7 jorddøgn (Fomalhaut) eller 10 jorddøgn (Vega). Disse partiklene hadde også veldig like baner, se figur 24. De samme partiklene hadde også like baner rundt Sola, se Figur 16. Alle partiklene ser ut til å akselereres utover med én gang. Under terskelen på  $10^{-6} q_e/m_p$  fjerner partiklene seg saktere og saktere med ladninga. Uladde partikler bruker altså lengst tid på å kastes ut av stjernesystemet. Tida det tar til uladde partikler er utenfor 3 AE er mellom 20 og 60 dager, noe som er vesentlig lenger enn for de ladde partiklene. Jo nærmere stjerna partiklene starta desto fortere ble de kasta ut. Inklinasjonen hadde ingenting å si for utkasttida, men med lav startinklinsjon kryssa de to minst ladde partiklene ( $q/m = 10^{-6}$  og  $10^{-7} q_e/m_p$ ) strømmesjiktet minst én gang. Derimot minka utkasttida med stigende eksentrisitet, uladde partikler med stor eksentrisitet på 0,6 ble kasta ut fortere enn dem som starta med sirkelbaner.

I simulasjonen med  $\beta$ -verdi på 0,2 ble ikke resultatene generelt annerledes. Det var bare én forskjell, nemlig at den uladde partikkelen var fanga.



Figur 24: Resultat av partikkelsimulering rundt Vega: Avstand

Startverdiene var  $\varepsilon = 0$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $a = 0,2$  AE og  $\theta = 0^\circ$ . Figuren viser avstanden til partiklene fra Vega over tid.



Figur 25: Resultat av partikkelsimulering rundt Vega: Fart

Startverdiene var  $\varepsilon = 0$ ,  $i = 5^\circ$ ,  $a = 0,1$  AE og  $\theta = 0^\circ$ . Figuren viser bare farta til partikkelen med  $q/m = 10^{-4} q_e/m_p$ . Farta til de andre ladde partiklene er ganske lik, men frekvensen er lavere. Farta til den uladde partikkelen stiger opp til 200 km/s og holder seg noenlunde konstant der. Partikkelen med  $q/m = 10^{-7} q_e/m_p$  befinner seg et sted imellom dem.

Når partiklene kastes ut fra stjernesystemene til Vega og Fomalhaut øker farta deres betraktelig, se figur 25. Farta blir omtrent like stor for alle simuleringene, uansett om vi ser på Vega eller Fomalhaut. I tillegg til at farta er så høy, svinger den også rundt en verdi, som viser seg å være stjernevindhastigheta. Hvis man sammenligner Figur 24 og Figur 25 kan man se at de tyder på at den radielle hastigheta er ganske konstant, samtidig som en hastighetskomponent varierer. Siden ladde partikler som oftest roterer rundt magnetfeltlinjer, kan det være tilfellet her også. Denne rotasjonen minker med tida og dermed også avstanden. Minkinga kan forklares med energibevaringsligninga (13). Det siste leddet er konstant, bare de to første varierer. Når gravitasjonsenergien øker fordi partikkelen fjerner seg fra stjerna, må energien minke i et annet ledd om den skal være bevart. Det eneste leddet som gjenstår er den kinetiske energien. figur 25 viser at den minker med avstanden.

Svingningene til farta blir lengre med avstanden. Samtidig blir magnetfeltet blir svakere med avstanden. Ligning (17) viser at gyroperioden blir lengre når magnetfeltet blir svakere. Det ser altså ut til at svingningene kan forklares med at partiklene roterer rundt magnetfeltlinjene.

## 4.5 Feilkilder

Både forutsigelsene til ledesentertilnærminga og simuleringene viste at alle de små støvpartiklene kastes ut av stjernesystemene til Vega og Fomalhaut. Likevel må strålingsoverskuddet komme fra noe. Man kan da lure på om det er større støv eller andre himmellegemer som forårsaker dette. Ei lita stjerne som årsak kan utelukkes og større legemer er usannsynlige, selv om de ikke kan utelukkes helt (Absil mfl. 2006). Strålingsoverskuddet ser dessuten til å passe godt til små støvpartikler med størrelse 0,01-10  $\mu\text{m}$  (Defrère mfl. 2011; Rieke mfl. 2016).

Det ser altså ut til at det befinner seg støv nært Vega og Fomalhaut. Støvet er da også så lite at  $\beta$ -verdiene blir for høye til at støvet kan oppholde seg i området over lengre tid. Det har vært teorier om

at mange planetesimaler flyker inn mot det indre stjernesystemet og genererer støv der, men siden støvet unnslipper så fort krever det så mye masse at det er usannsynlig at slike støvmengder vil holde seg over lengre tid (Su mfl. 2013). Det kreves altså noe mer for at støvmengden holder seg. Dette kan føre til en antakelse om at støvet er ladd og det da fanges i magnetfeltet til stjerna.

Dersom magnetfeltet til selve stjernene var reine dipoler kunne ladde partikler som er tvungne til å følge magnetfeltlinjene også fanges i magnetfeltet til stjernene. Parkermodellen innebærer derimot at magnetfeltlinjene ikke er lukka. Hvis ingenting holder dem tilbake vil de forsvinne ut av stjernesystemet. Når man ser på leddene i ledesentertilnærminga er det hovedsakelig bare ett som peker innover, og holder støvet tilbake, gravitasjonen. Når gravitasjonen overgås av strålingstrykket er det ikke lenger noen krefter som holder det ladde støvet tilbake og det kastes ut av solsystemet. For Vega og Fomalhaut er magnetspeilkrafta større enn gravitasjonen og derfor kastes de ladde partiklene ut uansett hvilken  $\beta$ -verdi de har.

I parkermodellen bruker man at retninga (bare inn/ut) til magnetfeltet tas fra orienteringa av Solas magnetiske dipol. Det betyr at parkermodellen antar at magnetfeltet til Sola, i området der solvinden kommer fra, er en dipol. Lengre ute har solvinden dratt med seg magnetfeltet så mye at bare parkerspiralen blir igjen. Området der magnetfeltet kan beskrives som en parkerspiral er utenfor 0,05-0,1 AE (Czechowski og Mann 2010). Ei slik grense, her kalt parkergrensa, må da også finnes når parkermodellen brukes på Vega og Fomalhaut. Rieke mfl. (2016) regna ut at parkergrensa måtte være omtrent ved 0,19 AE for ei ung A-klassestjerne. Dette er akkurat i området der man mistenker at dette støvet befinner seg. Banesimuleringene ble gjort både for områder innen- og utenfor parkergrensa (henholdsvis 0,1 og 0,2 AE). Resultatet var at ladde støvpartikler kastes ut av stjernesystemet uansett  $\beta$ -verdi og uladde partikler kastes ut hvis  $\beta$ -verdien blir for stor. Parkermodellen var antatt i begge simuleringene. Derfor ser det ut som om at støvet befinner seg innafor parkergrensa og det da blir feil å bruke parkermodellen. Også partikler rundt Sola havna innafor denne grensa noen ganger. Det kan trekke resultatene litt i tvil, men mange ganger oppholder partiklene seg der bare i kort tid og dersom magnetfeltet ikke er stort annerledes der vil forskjellen ikke ha så mye å si.

Magnetfeltet til Vega var estimert ved å anta at magnetfeltet ble målt for områder der det kunne beskrives med parkermodellen. Samtidig ble det antatt at målinga var for magnetfeltet på overflata, slik det også sto i artikkelen som omhandla oppdagelsen av magnetfeltet (Lignières mfl. 2009). Magnetfeltstyrken  $\tilde{B}$  ble altså bestemt ved å ekstrapolere parkermodellen inn mot Vegas overflate. Man må være forsiktig med ekstrapolering og dessuten er parkermodellen ikke egentlig egna for områder nært stjerna. På den andre sida ble beregninga bare brukt til å bestemme styrken til magnetfeltet. Partikkelsimuleringene for Vega ble også gjort med et magnetfelt som bare var halvparten så sterkt som det skulle blitt, men det hadde ikke noe å si for resultatene. Man kan diskutere kvaliteten til antakelsene for magnetfeltberegninga, men det er ikke sikkert at det ville få store konsekvenser.

I en artikkel beskriver Rieke mfl. (2016) at de også simulerte ladde støvpartikler. De brukte en referansemodell for A-klassestjerner der massen til stjerna er noe høyere enn Vega og Fomalhaut, mens stjerneradiusen er mellom dem. Kreftene de antok var de samme som her: Gravitasjon, strålingstrykk og lorentzkraft. Betaverdien var så høy som 6,0. Uttrykket til de to første kreftene er like. Derimot er lorentzkrafta ulik, i denne oppgaven brukes solvindhastigheta  $u$ , slik som Czechowski og Mann (2010), mens Rieke mfl. (2016) bruker vektorproduktet mellom stjernerotasjonen og posisjonsvektoren til partikkelen. Retninga av vektorproduktet peker i asimutal retning i motsetning til stjernevindhastigheta som peker radielt utover. Magnetfeltet er antatt slik at det peker normalt på ekliptikken og styrken avtar med avstanden i tredje.

Resultatene er helt forskjellige. Mens denne oppgaven kommer frem til at alle de ladde partiklene kastes ut, kommer Rieke mfl. (2016) frem til at de er fanga. Banen til partikler som er fanga er også ulik, de ser mer ut som utbretta kroner, mens banene til fanga partikler her (da rundt Sola) har baner som ser ut som blomster. Dessverre står det lite om begrunnelsene for antakelsene om det elektromagnetiske feltet. Det blir derfor vanskelig å vurdere resultatene.

Man kan lure på om partiklene rundt Vega og Fomalhaut kanskje ikke er eller blir ladd. I så fall måtte de være store nok til at de ikke kastes ut av strålingstrykket. Figur 12 viser at de da må være større enn  $\sim 3 \mu\text{m}$ . Konsekvenser, muligheter og problemer med dette er utenfor rammene av denne oppgaven.

Basert på resultatene i denne oppgaven kan man si at ladd støv som når jordbanen kommer fra områder der støvet ikke er fanga, altså hovedsakelig utenfor 0,15 AE.

### Utelatte krefter/effekter

Ei anna innvending er om det i tillegg virker andre krefter og effekter som ikke har blitt tatt i betraktning. I kapitlene om krefter ble det nevnt noen krefter som ble utelatt.

Stjernevinden tar ikke bare med seg magnetfeltet, men partiklene i stjernevinden utøver også ei kraft på støvpartiklene. Denne krafta ble neglisjert her, men Czechowski og Kleimann (2017) tok den med i lignende simuleringer og konkluderte med at «ionedragkrafta spiller en viktig rolle innen nanostøvdynamikk». Fremtidige beregninger kan ta med effekten av denne krafta og vise hvor mye resultatene endres.

Flattryktheta til stjernene var neglisjert. Spesielt Vega er veldig flattrykt på grunn av den raske rotasjonen og Fomalhauts (vinkel-)rotasjonshastighet er omtrent halvparten så stor som Vegas. Flattryktheta viser seg hovedsakelig bare som endringer i periapseargumentet og knutelengden (Stark mfl. 2011, s. 96). Det vil si at banene roterer rundt stjerna, men partiklene er like bundne til stjerna som når man ser bort fra flattryktheta. Strevet for å ta med effekten fra flattryktheta virker derfor større enn forbedringene det hadde medført.

## 4.6 Hovedpunkter i dette kapitlet

Alle partikkelsimuleringene innebar at de begynte på et visst punkt i gitte startbaner. I de fleste av dem var energien bevart. Partikkelsimuleringene rundt Sola ga lignende resultater som i Czechowski og Mann (2010).

Uladde partikler er oftere fanga i solsystemet enn ladde partikler. Startbanen har betydning for om ladde partikler er fanga i solsystemet. Med høy inklinasjon i startbanen var det større områder der partiklene var fanga. Når eksentrisiteten i startbanen øker, minker området der partiklene er fanga. Med startpunkt andre steder enn i periapsen minka fangeområdet enda mer. Det viste seg jo lengre ute en fanga ladd partikkel starter desto nærmere kommer den Sola.

Når partiklene begynner i periapsen til startbanen kan man til en viss grad bruke ledesentertilnærminga for å forutsi om partikkelen er fanga eller ikke.

Rundt Vega og Fomalhaut er støvpartiklene bare fanga dersom de ikke er ladd og i tillegg har en  $\beta$ -verdi under 1. Ladde partikler som kastes ut av stjernesystemene til Vega og Fomalhaut akselereres raskt opp til stjernevindhastigheta og når denne nesten med én gang. I solsystemet akselereres de også opp mot solvindhastigheta, men når den ikke nødvendigvis.

Det kan stilles spørsmål om parkermodellen kan brukes for simuleringene av støv rundt Vega og Fomalhaut fordi støvbeltene trulig er så nært stjerna.

## 5 Konklusjon

I forbindelse med denne oppgaven ble det lagd et program som simulerer partikkelbanen til ladde og uladde støvkorn. Det ble gjort flere tester for å vise at programmet fungerer som det skal. Blant testene var simuleringer av baner til himmellegemer med kjent bane og sammenligning med et tilsvarende program som bruktes av Czechowski og Mann (2010). Begge testene var positive med bare små avvik som kan skyldes PR-draget og unøyaktige målinger av banene til himmellegemene, spesielt Sedna.

Programmet ble så brukt til å foreta en stor mengde partikkelsimuleringer for partikler rundt Sola. Vega og Fomalhaut var ikke like sterkt representert. Kreftene som virka på partiklene var gravitasjon, strålingstrykk og lorentzkraft. Det viste seg at ladde partikler ikke generelt er fanga i stjernesystemer, men heller kastes ut av det. Den sterkeste utdriveren er lorentzkrafta sammen med magnetfeltet. Magnetfeltet var modellert som en parkerspiral. Rundt Sola er det likevel et område med startbaner der de ladde partiklene var fanga i solsystemet. Parameterne av startbanen som ble undersøkt var store halvakse, eksentrisitet, inklinaison og sann anomali. Alle disse hadde betydning for utfallet.

Det viste seg også at det var ei grense for når ladninga til partikkelen begynte å bli av betydning. Grensa er ikke smal, men ganske brei. Partikler med et forhold mellom ladninga og masse et godt stykke under  $10^{-7}$  elementærladninger per protonmasse ( $q_e/m_p$ ) påvirkes lite av lorentzkrafta og kan tilnærmes som uladde partikler. Nøyaktig hvor grensa mellom ladde og uladde partikler går ble ikke utforska. Når ladning-masse-forholdet overstiger  $10^{-6} q_e/m_p$  begynner partiklene å bevege seg på like baner uansett hvor stort ladning-masse-forholdet er. Grenseområdet tilsvarer partikkelstørrelser på 30–100 nm for partikler rundt Sola. De minste partiklene er mest ladd.

For uladde partikler er  $\beta$ -verdien den viktigste faktoren for banen. Uladde partikler kan være fanga når  $\beta < 1$ , men det bestemmes også av eksentrisiteten til startbanen og startposisjonen i den. Når partikkelstørrelsen minker, øker  $\beta$ -verdien frem til et visst punkt, ved rundt 100 nm, der faller  $\beta$ -verdien igjen og nærmer seg en konstant verdi for svært små størrelser ( $r < 10$  nm). For Vega og Fomalhaut er  $\beta$ -verdien mindre enn 1 for partikkelstørrelser over  $\sim 3 \mu\text{m}$ . For Sola går grensa ved 300 nm, men for noen materialer kan  $\beta$ -verdien være under 1 også for mindre partikler.

Formen av magnetfeltet bestemmes av stjerneverotasjonshastigheta og stjernevindhastigheta. Vega og Fomalhaut roterer mye fortere enn Sola. Ladde partikler unnslipper saktere med raskere rotasjon, tregere stjernevind og svakere magnetfelt. Når ladde partikler kastes ut av stjernesystemet til Vega eller Fomalhaut akselereres de veldig fort opp til stjernevindhastigheta, som er mye høyere enn hastigheta til partikler i keplerbaner. Partikkelfarta svinger rundt stjernevindhastigheta. Svingningsfrekvensen ser ut til å være avhengig av styrken på lorentzkrafta og  $\beta$ -verdien. I solsystemet akselereres de ladde partiklene også opp mot solvindhastigheta, men når den ikke nødvendigvis.

Hvis de unnslippende partiklene kolliderer lenger ute i planetsystemet kan det få konsekvenser for oppbygninga av det.

Når man bruker ledesentertilnærminga, kan man se på startakselerasjonen for å bestemme om partikkelen er fanga i solsystemet eller ikke, men det forutsetter at startpunktet i banen er i periapsen. Ledesentertilnærminga er best når ladning-masse-forholdet til partiklene er større enn  $10^{-6} q_e/m_p$ . Da er partiklene «festa» til ei magnetfeltlinje og kan bare bevege seg frem og tilbake langs den.

Siden ingen partikler var tett på (innafor 1 AE) Vega eller Fomalhaut over lengre tid enn  $\sim 2$  dager for ladde og  $\sim 8$  dager for uladde partikler kan ikke teorien om ladde partikler hjelpe med å forklare tilstedeværelsen av støv rundt Vega og Fomalhaut. Antakelsen om at magnetfeltet til Vega og Fomalhaut kan beskrives med parkermodellen er sannsynligvis dårlig eller feil for avstander mindre enn  $\sim 0,2$  AE fra stjerna. Målinger viser at støvet trulig er akkurat der. Videre forskning bør derfor undersøke magnetfeltmodeller som kan anvendes på områder som er nærmere stjerna.

## 5.1 Fremtidig arbeid

I starten nevntes partikkelsimuleringer med svært mange partikler. Slike simuleringer ble gjort i Czechowski og Mann (2010) og man kunne da igjen sammenligne resultatene. Simuleringene ville begrense seg til Sola fordi det kun er her at man kan bruke målinger til å bekrefte resultatene. Man kunne likevel gjøre noe slikt for Vega eller Fomalhaut for å se om det kanskje likevel var noen partikler som var fanga. Det er heller ikke helt utelukka at slike målinger kunne gjøres for Vega eller Fomalhaut i fremtida.

For å gjenspeile partiklene som befinner seg nært Sola måtte man også gjøre ulike ladninger og startbaner mer eller mindre sannsynlige. Startverdibetingelsene kunne ha fulgt beskrivelsen i den nevnte artikkelen. Der var en god del parametre uniformt fordelt som for eksempel periapseargumentet, knutelengden og inklinasjonen. Også funksjonen for støvproduksjonen kunne overføres derfra, men det kunne vurderes om det virkelig er nødvendig å bruke ulike fordelinger for støvskiva og støvhaloen. Forfatterne stiller imidlertid spørsmål om kvaliteten på støvproduksjonsmodellen slik at det kunne blitt nødvendig å finne en annen modell. Siden sammenhengen mellom qmf og partikkelstørrelse er noe usikker kan det være hensiktsmessig å simulere partiklene med fast qmf og så gjenta simuleringene for andre qmf. Resultatene hadde da vært ganske lett å sammenligne med Czechowski og Mann (2010).

Et anna tillegg hadde vært å inkludere ionedraget som i Czechowski og Kleimann (2017). Det kan da bli flere partikler som kastes ut av stjernesystemet. Siden dette draget, som PR-draget, har en liten komponent mot partikkelretning, kunne det også bli noen partikler som ikke lenger kastes ut, men bremses såpass ned at de eventuelt tilbringer mer tid nært stjerna. En kunne også undersøke viktigheta av helninga til det heliosfæriske strømmesjiktet. Dersom strømmesjiktet ikke er i ekliptikken, vil ladde partikler eventuelt påvirkes av det og kanskje passere det.

Siden det ser ut som om at parkermodellen bare gjelder lengre ute enn  $\sim 0,1$  AE for Sola og  $\sim 0,2$  AE for Vega og Fomalhaut kan man se på modeller for stjerners magnetfelt som gjelder lengre inne. For eksempel kunne man se hva som skjer når magnetfeltet kan beskrives som en dipol. Det som da blir viktig er å finne ut for hvilke områder ei slik tilnærming gjelder for. Romsonden Parker Solar Probe som skal skytes opp i juli 2018 er tett nok på Sola for å kunne måle magnetfeltet i dette området (NASA 2016).

Det viste seg senere at Sirius også hadde et kjent magnetfelt (Rieke mfl. 2016). Man kan kanskje bruke dette til å gi et bedre estimat for Fomalhauts magnetfeltstyrke.

## 6 Kilder

- Absil, Olivier, Emmanuel di Folco, Antoine Mérand, Jean-Charles Augereau, Vincent Coudé du Foresto, Jason P. Aufdenberg, Pierre Kervella mfl. (2006): «Circumstellar material in the Vega inner system revealed by CHARA/FLUOR». *Astronomy & Astrophysics*, volum 452, nummer 1, side 237-244. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20054522>
- Bittencourt, José A. (1995): *Fundamentals of Plasma Physics*, 2. Utgave. S.n., São José dos Campos.
- Brekke, Asgeir (2013): *Physics of the Upper Polar Atmosphere*, 2. Utgave. Springer, Heidelberg.
- Czechowski, Andrzej og Jens Kleimann (2017): «Nanodust dynamics during a coronal mass ejection». *Annales Geophysicae*, årgang 35, side 1033-1049. <https://doi.org/10.5194/angeo-35-1033-2017>
- Czechowski, Andrzej og Ingrid Mann (2010): «Formation and acceleration of nano dust in the inner heliosphere». *The Astrophysical Journal*, volum 714, nummer 1, side 89-99. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/714/1/89>
- Czechowski, Andrzej og Ingrid Mann (2011): «Erratum: 'Formation and acceleration of nano dust in the inner heliosphere'». *The Astrophysical Journal*, volum 732, nummer 2, side 127. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/732/2/127>
- Czechowski, Andrzej og Ingrid Mann (2012): «Nanodust dynamics in interplanetary space». I Mann, Ingrid, Nicole Meyer-Vernet, og Andrzej Czechowski [red.]: *Nanodust in the Solar System: Discoveries and Interpretations*. Astrophysics and Space Science Library 385. Springer, Heidelberg.
- Defrère, Denis, Olivier Absil, Jean-Charles Augereau, Emmanuel di Folco, Jean-Philippe Berger, Vincent Coudé du Foresto, Pierre Kervella mfl. (2011): «Hot exozodiacal dust resolved around Vega with IOTA/IONIC». *Astronomy & Astrophysics*, volum 534. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201117017>
- Díaz, Carlos Gonzalo, Jorgé Federico González, Hugo Levato og Mónica Grosso (2011): «Accurate stellar rotational velocities using the Fourier transform of the cross correlation maximum». *Astronomy & Astrophysics*, volum 531 nummer 143. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201016386>
- ESA (2015): *Solar Orbiter launch moved to 2018*. <http://sci.esa.int/Solar-orbiter/55772-Solar-orbiter-launch-moved-to-2018/> [lesedato 22.02.2018].
- Fløttre, Nils H. (2011): *Bevegelse i rommet: Celest mekanikk og sfærisk astronomi*. Kolofon forlag, Oslo.
- Hakamada, Kazuyuki og Masayoshi Kojima (1994): «Solar wind speed and its acceleration inferred using the interplanetary scintillation method in carrington rotation 1753». *Solar Physics*, årgang 153 nummer 1-2, side 419-435. <https://doi.org/10.1007/BF00712514>
- Grøn, Øyvind (2017): «Fart – Fysikk». *Store norske leksikon*, snl.no. [https://snl.no/fart\\_-\\_fysikk](https://snl.no/fart_-_fysikk) [lesedato 09.02.18].
- Holtet, Jan A. (2012): «Solvinden». *Store norske leksikon*, snl.no. <https://snl.no/solvinden> [lesedato 23.03.2018].
- Holtet, Jan A. (2015): «Strålingsbelter». *Store norske leksikon*, snl.no. <https://snl.no/str%C3%A5lingsbelter> [lesedato 21.03.18].
- IAU Inter-Division A-G Working Group on Nominal Units for Stellar & Planetary Astronomy (2015): *IAU 2015 Resolution B3 on Recommended Nominal Conversion Constants for Selected Solar and Planetary Properties*. <https://arxiv.org/abs/1510.07674>
- Inan, Umran og Marek Gołkowski (2011): *Principles of Plasma Physics for Engineers and Scientists*. Cambridge University Press, Cambridge

- Johnstone, Colin P., Manuel Güdel, Theresa Lüftinger, Gabor Toth, Ines Brott (2015): «Stellar winds on the Mail sequence: I. Wind model». *Astronomy & Astrophysics*, volum 577, artikkel A27. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201425300>
- Karttunen, Hannu, Pekka Kröger, Heikki Oja, Markku Poutanen og Karl Johan Donner [red.] (2007): *Fundamental Astronomy*. 5. utgave, Springer, Berlin.
- Kimura, Hiroshi, Ingrid Mann, Douglas A. Biesecker og Elmar K. Jessberger (2002): «Dust Grains in the Comae and Tails of Sungrazing Comets: Modeling of Their Mineralogical and Morphological Properties». *Icarus*, årgang 159, nummer 2, side 529-541. <https://doi.org/10.1006/icar.2002.6940>
- Köhler, Melanie, og Ingrid Mann (2002): «Model calculations of dynamical forces and effects on dust in circumstellar debris disks». I Warmbein, Barbara [red.]: *Proceedings of Asteroids, Comets, Meteors - ACM 2002*, side 771-774. ESA Publications Division, Noordwijk. <http://adsabs.harvard.edu/abs/2002ESASP.500..771K>
- Li, Aigen (2009): «Optical Properties of Dust». I Mann, Ingrid, Akiko M. Nakamura og Tadashi Mukai: *Small Bodies in Planetay Systems*. Springer, Berlin.
- Lignières, François, Pascal Petit, Torsten Böhm og Michel Aurière (2009): «First evidence of a magnetic field on Vega». *Astronomy & Astrophysics*, volum 500, nummer 3, side L41–44. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/200911996>
- Mamajek, Erik E. (2012): «On the age and binarity of Fomalhaut». *The Astrophysical Journal Letters*, volum 754, nummer 2. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/754/2/L20>
- Morin, David (2007): *Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions*. Cambridge University Press, Cambridge.
- NASA (2016): *Parker Solar Probe*. <https://science.nasa.gov/missions/Solar-probe> [lesedato 22.02.2018].
- NASA (2017a): «434620 (2005 VD) ». *JPL Small-Body Database Browser*. <https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?sstr=434620;old=0;orb=0;cov=0;log=0;cad=0> [Lesedato 5.3.2018].
- NASA (2017b): «90377 Sedna (2003 VB12) ». *JPL Small-Body Database Browser*. <https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi#top> [Lesedato 5.3.2018].
- Northrop, Theodore G. (1963): «The Adiabatic Motion of Charged Particles». I bokserien *Interscience tracts on physics and astronomy*, bind 21. John Wiley & Sons, New York.
- Petit, Pascal, François Lignières, Gregg A. Wade, Michel Aurière, Torsten Böhm, Stefano Bagnulo, Boris Dintrans mfl. (2010): «The rapid rotation and complex magnetic field geometry of Vega». *Astronomy & Astrophysics* volum 523, nummer 41. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201015307>
- Rieke, George H., Andrés Gáspár og Nicholas P. Ballering (2016): «Magnetic grain trapping and the hot excesses around early-type stars». *The Astrophysical Journal*, bind 816, nummer 2. <https://doi.org/10.3847/0004-637X/816/2/50>
- Stark, John P. W., Graham G. Swinerd og Peter W. Fortescue (2011): «Celestial Mechanics». I Fortescue, Peter, Graham Swinerd, John Stark [red.]: *Spacecraft Systems Engineering*, 4. Utgave, side 79-110. John Wiley & Sons, West Sussex.
- Su, Kate Y. L., George H. Rieke, Renu Malhotra, Karl R. Stapelfeldt, A. Meredith Hughes, Amy Bonsor, David J. Wilner, mfl. (2013): «Asteroid belts in debris disk twins: Vega and Fomalhaut». *The Astrophysical Journal* bind 763, nummer 2. <https://doi.org/10.1088/0004-637X/763/2/118>



- Takeuchi, Taku (2009): «From Protoplanetary Disks to Planetary Disks: Gas Dispersal and Dust Growth». I Mann, Ingrid, Akiko M. Nakamura og Tadashi Mukai: *Small Bodies in Planetary Systems*. Springer, Berlin.
- Walder, Rolf, Doris Folini og George Meynet (2012): «Magnetic Fields in Massive Stars, Their Winds, and Their Nebulae». *Space Science Reviews* årgang 166, nummer 1-4, side 145-185. <https://doi.org/10.1007/s11214-011-9771-2>
- Wyatt, Mark C. (2009): «Dynamics of Small Bodies in Planetary Systems». I Mann, Ingrid, Akiko M. Nakamura og Tadashi Mukai: *Small Bodies in Planetary Systems*. Springer, Berlin.
- Yoon, Jinmi, Deane M. Peterson, Robert L. Kurucz, og Robert J. Zaregello (2010): «A New View of Vega's Composition, Mass and age». *The Astrophysical Journal*, bind 708, nummer 1: Side 71-79. <http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/708/1/71>



## Vedlegg

### A. Beregning av unnslippsfart

Denne utledninga tar for seg hvordan man kommer frem til uttrykket for unnslippsfarta til et himmellegeme, for eksempel Jorda. Unnslippsfarta er den farta et annet legeme, for eksempel et romfartøy, trenger for å unnslippe gravitasjonsfeltet til Jorda. Det fins flere måter å finne den. Utledninga her skjer ved hjelp av energibevaring. Det antas at kun gravitasjonen utøver arbeid på romfartøyet. I praksis betyr dette at alle former for friksjon, deriblant luftmotstand neglisjeres. Energibevareingslikninga er gitt ved  $E_{,0} + E_{pot,0} = E_{kin,1} + E_{pot,1}$ , der  $E_{kin}$  er kinetisk energi og  $E_{pot}$  er potensiell energi. Tallet 0 angir verdien for når romfartøyet er en avstand  $r$  fra Jorda, mens tallet 1 står for verdien i det øyeblikket romfartøyet forlater Jordas gravitasjonsfelt. Der settes den potensielle energien til å være null. Ettersom romfartøyet er i ro der, er også den kinetiske energien null. Uttrykket for den potensielle energien ved avstand  $r$  fra jordsentrum er  $E_{pot} = -\frac{GMm}{r}$ , der  $G$  er gravitasjonskonstanten,  $M$  er jordmassen og  $m$  er massen til romfartøyet. Uttrykket for kinetisk energi er  $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$ , der  $m$  er massen og  $v$  er farta til romfartøyet. Dette settes inn i energibevareingslikninga og får:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = 0$$

Unnslippsfarta fås da ved å omforme ligninga til et uttrykk for farta:

$$v_p = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Uttrykket er avhengig av massen til himmellegemet og startavstanden fra det, men uavhengig av massen til romfartøyet. Når unnslippsfarta til et himmellegeme oppgis er det som oftest unnslippsfarta på overflata og ved ekvator:

$$v_p = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (5)$$

## B. Beregning av Vegas magnetfelt og estimering av magnetfeltet til Fomalhaut

Dette er en detaljert beskrivelse for utledninga av magnetfeltet til Vega og estimering av magnetfeltet til Fomalhaut. En forenkla beskrivelse finnes i kapittel 3.1.

Magnetfeltet gjennom parkermodellen er gitt ved ligning (11). Vi setter inn for  $a$  og  $\bar{a}$ :

$$\vec{B} = \tilde{B} \frac{\hat{r} - \frac{\Omega \cos(\varphi)}{u(\varphi)} r \hat{\theta}}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u(\varphi)}\right)^2 + 1}} \left(\frac{\bar{r}}{r}\right)^2 \quad (20)$$

$\tilde{B}$  er magnetfeltstyrken ved 1 AE,  $\hat{r}$  er enhetsvektor i radiell retning,  $\Omega$  er stjerneverotasjonshastigheta,  $\varphi$  er vinkel i polar retning (stjernebredde),  $u$  er stjernevindhastigheta ved stjernebredde  $\varphi$ ,  $r$  er avstanden fra stjerna,  $\hat{\theta}$  er enhetsvektor i asimutal retning og  $\bar{r}$  er avstanden der magnetfeltet har styrke  $\tilde{B}$ , det vil si 1 AE. Videre antas stjernevindhastigheta  $u$  enten lik for alle stjernebreddene, eller todelt slik at dersom bredden er høyere enn  $\bar{\varphi}$ , er hastigheta  $u_1$ , og  $u_0$  ellers. Dette er polart symmetrisk slik at sørlige bredder behandles likt som nordlige bredder. For å få magnetfeltet i polar retning tas skalarproduktet med  $\hat{z}$ :

$$B_z = \vec{B} \hat{z}$$

Med bruk av at  $\hat{r} \hat{z} = \cos \varphi$  og  $\hat{\theta} \hat{z} = 0$  forenkles ligninga til:

$$B_z = \tilde{B} \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u(\varphi)}\right)^2 + 1}} \left(\frac{\bar{r}}{r}\right)^2$$

Vi ønsker et uttrykk for magnetfeltet midla over overflata til ei halvkule som skal tilsvare den delen av Vega som peker mot solsystemet fordi det er dette som er målt. Derfor tas overflateintegralet over denne halvkula. Siden kun magnetfeltet på overflata til stjernene er relevant, kan  $r$  (avstand) erstattes med  $R$  (radius). Arealelementet  $dA$  i kulekoordinater er<sup>14</sup>  $dA = R^2 \cos \varphi d\theta d\varphi$ .

$$\langle B_z \rangle = \frac{\iint B_z dA}{\iint dA} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_z R^2 \cos \varphi d\varphi d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} R^2 \cos \varphi d\varphi d\theta}$$

Siden uttrykket ikke integreres over  $r$  eller  $R$  og kan  $R$ -ene strykes mot hverandre. Det er heller ingen faktorer som er både avhengige av  $\theta$  og  $\varphi$ , så integralene kan deles opp i ett over  $\theta$  og ett over  $\varphi$ .

$$\langle B_z \rangle = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} B_z \cos \varphi d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta}$$

Det dukker da opp en faktor på  $2\pi$  i både teller og nevner som kan strykes mot hverandre. I telleren gjenstår bare et forholdsvis enkelt integral. Det kan vises at verdien for dette er 1.

<sup>14</sup> Vel å merke dersom bredde/elevasjon brukes istedenfor kobredde. Kobredde brukes i de fleste matematikkbøkene og tilsvarer  $\pi/2$  - bredde, det vil si at den måles fra (nord-)polen og ikke ekvator. Under bruk av kobredde vil arealelementet  $dA$  bli  $dA = R^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ .

$$\langle B_z \rangle = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} B_z \cos \varphi \, d\varphi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \, d\varphi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} B_z \cos \varphi \, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tilde{B} \frac{\cos^2 \varphi}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u(\varphi)}\right)^2 + 1}} \left(\frac{\bar{r}}{R}\right)^2 d\varphi$$

Det er to tilfeller løsinga av integralet brukes til. Det ene er tilfellet med todelt stjernevind der vinden har ei hastighet ved lave bredder ( $\varphi < \bar{\varphi}$ ) og ei anna ved høye bredder. Dette er nødvendig for å kunne sammenligne med modellen for Sola. Det andre tilfellet er konstant stjernevind som ble antatt for Vega og Fomalhaut. Uttrykkene kan til sammen brukes for å finne ut hvor stor solvindhastigheta hadde vært dersom den var lik for alle breddene. Det første tilfellet beskrives først:

$$u(\varphi) = \begin{cases} u_0, & |\varphi| < \bar{\varphi} \\ u_1, & |\varphi| \geq \bar{\varphi} \end{cases}$$

Integralet er nå nødt til å splittes.

$$\langle B_z \rangle = \int_0^{\bar{\varphi}} \tilde{B} \frac{\cos^2 \varphi}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_0}\right)^2 + 1}} \left(\frac{\bar{r}}{R}\right)^2 d\varphi + \int_{\bar{\varphi}}^{\frac{\pi}{2}} \tilde{B} \frac{\cos^2 \varphi}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_1}\right)^2 + 1}} \left(\frac{\bar{r}}{R}\right)^2 d\varphi$$

De fleste faktorene er nå uavhengig av  $\varphi$  og de kan da flyttes ut av integralet. Stjernerotasjonshastigheta er strengt tatt avhengig av bredden, men dette neglisjeres.

$$\langle B_z \rangle = \frac{\tilde{B} \bar{r}^2}{R^2} \left( \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_0}\right)^2 + 1}} \int_0^{\bar{\varphi}} \cos^2 \varphi \, d\varphi + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_1}\right)^2 + 1}} \int_{\bar{\varphi}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \, d\varphi \right)$$

Nå kan integralene løses

$$\langle B_z \rangle = \frac{\tilde{B} \bar{r}^2}{R^2} \left( \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_0}\right)^2 + 1}} \left[ \frac{\sin \varphi \cos \varphi + \varphi}{2} \right]_0^{\bar{\varphi}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_1}\right)^2 + 1}} \left[ \frac{\sin \varphi \cos \varphi + \varphi}{2} \right]_{\bar{\varphi}}^{\frac{\pi}{2}} \right)$$

Og grensene settes inn:

$$\langle B_z \rangle = \frac{\tilde{B} \bar{r}^2}{2R^2} \left( \frac{\sin \bar{\varphi} \cos \bar{\varphi} + \bar{\varphi}}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_0}\right)^2 + 1}} + \frac{\frac{\pi}{2} - \sin \bar{\varphi} \cos \bar{\varphi} - \bar{\varphi}}{\sqrt{\left(\frac{\Omega \bar{r}}{u_1}\right)^2 + 1}} \right) \quad (21)$$

Det andre tilfellet, som var med stjernevind med samme hastighet for alle breddene ( $u(\varphi) = u$ ), blir lettere å vise fordi integralet ikke trenger å deles opp. Dermed kan alt som er uavhengig av  $\varphi$  flyttes ut av integralet.

$$\langle B_z \rangle = \frac{\tilde{B}\bar{r}^2}{R^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Omega\bar{r}}{u}\right)^2 + 1}} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \, d\varphi$$

Deretter løses integralet:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \, d\varphi = \left[ \frac{\cos \varphi \sin \varphi + \varphi}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$$

Resultatet blir da:

$$\langle B_z \rangle = \frac{\tilde{B}\bar{r}^2\pi}{4R^2\sqrt{\left(\frac{\Omega\bar{r}}{u}\right)^2 + 1}} \quad (22)$$

### Målbare verdier og midla solvindhastighet/anvendelser på Sola

Før modellen anvendes på Vega skal den testes på Sola. Først vil den brukes til å finne ut hvor stort magnetfeltet midla over ei solhalvkule vil være. Ei slik måling vil kunne bekrefte om ligningene er utleda rett og ikke minst om antakelsene er rimelige. Tallene som settes inn er henta fra Tabell 1 og parkermodellen beskrevet i Czechowski og Mann (2010).  $\tilde{B}_\odot = 5 \text{ nT}$ ,  $\bar{r} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ,  $R = R_\odot = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ ,  $u_0 = 4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ,  $u_1 = 8 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ,  $\bar{\varphi} = 20^\circ$  og  $\Omega_\odot = 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$ . Det gjentas at stjerneverotasjonshastigheta er antatt lik for alle solbreddene. Etter en del beregninger blir resultatet at  $\langle B_z \rangle = 145 \text{ } \mu\text{T}$  eller 1,45 G. Magnetfeltstyrken ved soloverflata er omtrent  $100 \text{ } \mu\text{T}$  ifølge parkermodellen. Dette svaret er ikke i samme størrelsesorden og anses derfor som rimelig nok. Det midla magnetfeltet over Solas nordlige halvkule er også en verdi som kan måles med romsonder. Dersom NASAs romsonde Parker Solar Probe eller ESAs romsonde Solar Orbiter passerer solpolen vil de kunne gjøre slike målinger. Disse skal sendes opp i 2018 (NASA 2016; ESA 2015) og er forventa til å ta de første målingene noen år senere.

En annen test som kan gjøres med ligningene (21) og (22) er at de kan brukes til å finne ut hvilken hastighet solvinden hadde hatt dersom den var lik for alle solbreddene, men gi samme  $\langle B_z \rangle$ . Et uttrykk for den midla solvindhastigheta  $\langle u \rangle$  kan finnes ved å omforme ligning (22).

$$\langle u \rangle = \frac{\Omega_\odot \bar{r}}{\sqrt{\left(\frac{\pi \tilde{B} \bar{r}^2}{4 \langle B_z \rangle R_\odot^2}\right)^2 - 1}}$$

Ved å sette inn de samme verdiene som i stad, i tillegg til verdien for  $\langle B_z \rangle$ , blir  $\langle u \rangle = 5,62 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . Dette tilsvarer omtrent unnslippsfarta for Sola, som er på  $6,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . Siden stjernevindhastigheta til Vega og Fomalhaut ikke er kjent, brukes unnslippshastigheta isteden. Denne beregninga viser at antakelsen er tilstrekkelig.

### Vegas magnetfelt

Nå skal modellen anvendes på Vega for å finne ut magnetfeltstyrken ved 1 AE,  $\tilde{B}_V$ . For å kunne bruke ligningene ovenfor på Vega kreves noen antakelser. Vega tilnærmes som ei kule som har radius lik ekvatorradiusen til Vega. I dette tilfellet brukes ekvatorradiusen, siden Vega tilsynelatende ser slik ut ovenfra. Vinkelen mellom Vegas polare retning og retninga mot solsystemet er liten, omtrent  $5^\circ$ . Derfor vil den ses bort fra. Videre antas det at stjernevindhastigheta er lik unnslippsfarta.

Beregningene ovenfor viste at denne antakelsen ikke er urimelig for Sola. Først omformes ligning (22) slik at den ettertrakta verdien står alene på venstre side:

$$\tilde{B}_V = \frac{4R_V^2 \sqrt{\left(\frac{\Omega_V \bar{r}}{u_V}\right)^2 + 1}}{\bar{r}^2 \pi} \langle B_z \rangle$$

Da kan verdiene settes inn,  $\bar{r}$  er fortsatt 1 AE  $\approx 1,5 \cdot 10^{11}$  m, rotasjonshastighet, unnslippsfart og radius er henholdsvis  $\Omega_V = 1,20 \cdot 10^{-4}$  rad/s,  $u_V = 5,4$  m/s og  $R_V = 1,960 \cdot 10^9$  m der tallene er tatt fra Tabell 1. Ellers er  $\langle B_z \rangle = 0,6$  G = 60  $\mu$ T. Da blir  $\tilde{B}_V = 435$  nT = 4,35 mG. For Sola var magnetfeltstyrken ved 1 AE  $\tilde{B}_\odot = 5$  nT = 50  $\mu$ G. Magnetfeltet til Vega er altså 87 ganger så sterkt som Solas magnetfelt.

Man kan lure på hvordan det henger sammen med at magnetfeltet midla over nordlige halvkule ble sterkere for Sola enn Vega. Det er to grunner til dette. Den ene er at stjernevinden til Vega er tregere enn den midla solvinden. Samtidig er rotasjonshastighetene mye større. Den andre grunnen er at overflata til Vega er en god del større enn Solas overflate og det midla magnetfeltet er proporsjonalt med overflata.

Ved å se på magnetfeltet ved 1 AE i radiell retning er det mulig å finne ut hva som har mest betydning. Uttrykket er da bare avhengig av overflata:

$$\tilde{B}_{Vr} = \frac{4R_V^2}{\bar{r}^2 \pi} \langle B_z \rangle$$

Etter å ha satt inn verdiene er resultatet at komponenten i radiell retning er på 13 nT. Dette er 3,7 ganger samme komponent for Sola. Det betyr at den asimutale delen er mye sterkere for Vega enn for Sola. Den høye rotasjonshastighetene og den lave unnslippsfarta er nok årsaken til det store spriket mellom måling og magnetfelt.

### Fomalhauts magnetfelt

I motsetning til Solas og Vegas magnetfelt er magnetfeltet til Fomalhaut fullstendig ukjent. Det lyktes dessverre ikke å finne noen modeller for stjerners magnetfelt og det er fortsatt omdiskutert hva som er årsaken til at stjerner har magnetfelt (Walder mfl. 2012, s. 158). Man kunne tenke seg at man da tar noen stjerner, ser på enkelte parametre, som størrelse, masse og temperatur, og foreta en regresjonsanalyse. Det lyktes dessverre ikke å finne noe om magnetfelter til andre «normale» stjerner enn Sola og Vega. Det fins egne stjerneklasser for sterkt magnetiske stjerner, men dette går utover rammene for denne oppgaven. Den interesserte leseren henvises til Lignières mfl. (2009), Walder mfl. (2012) og annen litteratur.

Styrken til Fomalhauts magnetfelt må altså estimeres med grunnlag på Solas og Vegas magnetfeltstyrke. Det er fortsatt mulig med regresjon, men regresjonslinja vil da passe fullstendig til punktene. Eventuelle usikkerheter i modellen vil da ikke komme så lett frem. Undersøkelsen ser på den normaliserte magnetfeltstyrken  $\tilde{B}/\tilde{B}_\odot$  som funksjon av masse, stjerne radius kvadrert og overflatetemperatur. Siden Vega har ulik radius og temperatur ved ekvator enn ved polene behandles begge tilfellene. Den generelle regresjonslinja for to punkter er gitt ved

$$y = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x - x_0) + y_0.$$

Som variabel langs y-aksen velges alltid magnetfeltstyrken normalisert med Solas magnetfeltstyrke ( $\tilde{B}/\tilde{B}_\odot$ ). X-aksen normaliseres, slik at enhetene langs den blir solmasser, -temperaturer og -radier. Dette er for å gjøre beregningene litt enklere. Langs x-aksen vil Fomalhaut alltid ligge mellom Sola og Vega. Det betyr at magnetfeltstyrken til Fomalhaut interpoleres istedenfor å ekstrapoleres, noe som gir mer troverdige resultater. Resultatene vises i tabell 4.

Tabell 4: Resultatene av regresjonsanalyse av stjernemagnetfeltstyrker.

Tabellen viser resultatene av analysen av magnetfeltstyrken til stjernene mot stjernradius i andre, -masse og overflatetemperatur. Målet er å finne Fomalhauts magnetfeltstyrke ved 1 AE.  $\tilde{B}$  er magnetfeltstyrken til ei stjerne ved 1 AE.  $\odot$  opplyser om at dette er en verdi for Sola. Legg merke til variasjonen ved bruk av enten pol- eller ekvatortemperatur.

Uavhengig variabel (langs x-aksen)	Enhet	Ligning	Fomalhauts magnetfeltstyrke [ $\tilde{B}_{\odot}$ ]
Ekvatorradius kvadrert	Solradier	$\frac{\tilde{B}}{\tilde{B}_{\odot}} = 12 \frac{R}{R_{\odot}} - 11$	31
Polradius kvadrert	Solradier	$\frac{\tilde{B}}{\tilde{B}_{\odot}} = 15 \frac{R}{R_{\odot}} - 14$	36
Masse	Solmasser	$\frac{\tilde{B}}{\tilde{B}_{\odot}} = 76 \frac{M}{M_{\odot}} - 75$	71
Ekvatortemperatur	Kelvin	$\frac{\tilde{B}}{\tilde{B}_{\odot}} = 0,0361 \frac{T}{T_{\odot}} - 207,6$	103
Poltemperatur	Kelvin	$\frac{\tilde{B}}{\tilde{B}_{\odot}} = 0,0201 \frac{T}{T_{\odot}} - 114,8$	57,6

Resultatene av regresjonsanalysen viser at estimatene for Fomalhauts magnetfeltstyrke varierer veldig med valget av uavhengig variabel. Verdiene varierer mellom 31 og 103  $\tilde{B}_{\odot}$ . Dersom man bare ser på temperaturen viser det seg at magnetfeltstyrken varierer veldig med hvilken overflatetemperatur man velger for Vega. Den ene fører dessuten til at Fomalhauts magnetfelt blir sterkere enn Vegas. Derfor utelukkes disse to estimatene. Begge stjernene er A-klassestjerner. Ut av det kunne man forvente at magnetfeltene er noenlunde like. Det likeste estimatet er da det som ble funnet ved å se på stjernemassen. Da blir  $\tilde{B}_F = 71 \tilde{B}_{\odot}$  og  $\tilde{B}_V = 87 \tilde{B}_{\odot}$ . Valget av denne parameteren fører også til at man slipper å bestemme seg for om man skal se på ekvatoren eller polene til Vega. Derfor brukes estimatet som ble funnet med bruk av stjernemassen.  $\tilde{B}_F$  blir da på 355 nT.



### C. Simulering av planetbaner

En enkel måte å prøvekjøre et program for simulering av baner til himmellegemer på er ved å la det simulere banene til planeter, asteroider eller kometer som har en kjent bane, der bare gravitasjonskrafta får virke på dem. På grunn av størrelsen har alle disse en betaverdi på null og heller inga ladning. De valgte himmellegemene var Jorda, Jupiter, Sedna, Halley-kometen og asteroiden (434620) 2005 VD. Jorda og Jupiter valges fordi banene er godt kjent, banene til Sedna og Halley-kometen har stor eksentrisitet. Halley-kometen har også vært kjent i lang tid. 2005 VD er en asteroide med retrograd bane, det vil si at den går i motsatt retning av Jorda og de andre planetene. Baneelementene til legemene står i tabell 5.

Tabell 5: Baneelementer til himmellegemene som ble brukt som kontroll.

Tabellen oppgir antallet gjeldende sifre til kilden, men ikke flere enn 5 sifre.

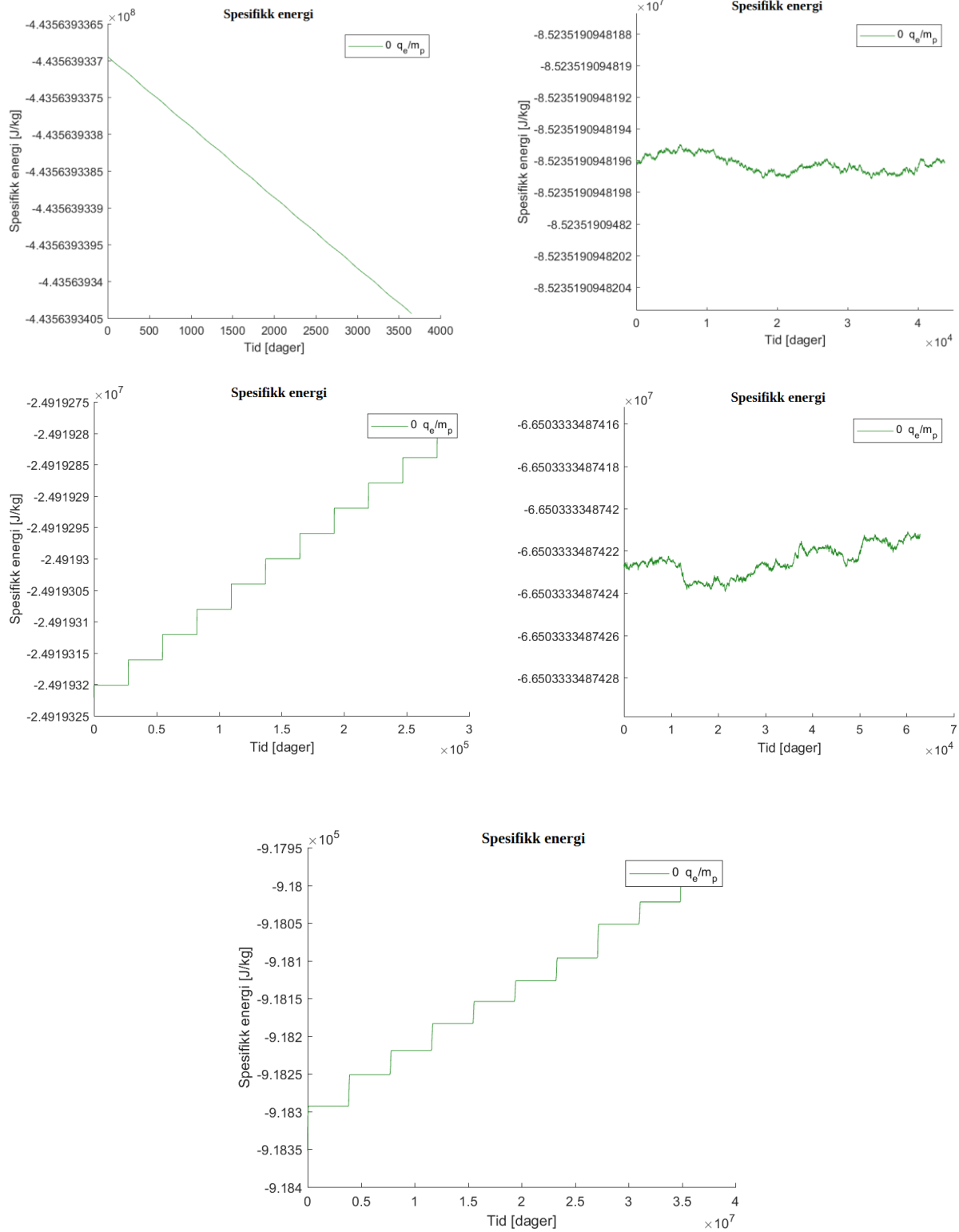
	Jorda	Jupiter	Sedna	Halley-kometen	(434620) 2005 VD
Store halvakse $a$ [AE]	1,000	5,204	483	17,8*	6,6698
Periapse $r_p$ [AE]	0,9833*	4,950*	76,07	0,587	4,9884
Apoapse $r_a$ [AE]	1,0167*	5,458*	890	35,0*	8,3513
Eksentrisitet $\epsilon$	0,0167	0,0488	0,843	0,967	0,2521
Inklinaasjon $i$ [°]	0,00	1,30	11,929	162,2	172,87
Knutelengde $O$ [°]	143,9	100,5	144,42	58,1	173,28
Periapseargument $\omega$ [°]	102,9	15,5	311,6	11,8	178,05
Omløpstid [år]	1,0000	11,8565	10600	76,0	17,23
Kilde	Karttunen mfl. 2007	Karttunen mfl. 2007	NASA 2017b	Karttunen mfl. 2007	NASA 2017a

\*Egne beregninger basert på data fra kilden.

Banene ble simulert over omtrent ti omløp. Tidstrinnet fikk variere mellom 0,025 s og  $10^5$  s, unntatt for Sedna, der det fikk variere mellom  $10^5$  s og  $10^9$  s. Den relative toleransen var alltid satt til  $10^{-4}$  og startpunktet i banen ble satt til periapsen. Resultatet fra undersøkelsen ble at periapsen og apoapsen etter ti omløp ble som forutsagt av de tilsvarende verdiene i tabellen ovenfor med unntak av banen til Sedna. Der ble det mindre avvik, periapsen ble 75,83 AE istedenfor 76,07 AE. Avviket kan forklares ved at måledataene for Sedna er unøyaktige. Dersom periapsen beregnes med store halvakse og eksentrisiteten blir resultatet 75,83 AE. Likevel var tidsoppløsninga lavere enn for de andre himmellegemene. I tillegg varierte periapsen litt i størrelsesordenen 0,03 AE.

Den spesifikke energien til legemene varierte lite, se også figur 26. I teorien skulle energien være konstant siden bare konservative krefter (gravitasjonskrafta) virker på legemene. Sednas energi varierte mest, trulig på grunn av at simulasjonen var mindre nøyaktig enn for de andre legemene. Energivariasjonen til Jupiter og 2005 VD ser ut som avrundingsfeil. Sedna og Halley-kometen har veldig høy eksentrisitet, variasjonen i gravitasjonskrafta langs banen er derfor ganske betydelig. Energien minker mest når legemet er i periapsen. Jorda har liten eksentrisitet, er forholdsvis nært sola, men energien varierer også her. Likevel er variasjonen veldig liten.

# VEDLEGG



Figur 26: Spesifikk energi ved simulering av himmellegemebaner

Øverste rad: Jorda (venstre) og Jupiter (høyre). Midterste rad: Halley (venstre) og 2005 VD (høyre). Nederst: Sedna. Alle energiene er negative, det vil si at legemene er bundne til Sola. Ser man på verdiene langs y-aksen er alle endringene minimale. Årsakene til endringene i energien til Jupiter og 2005 VD ser ut til å være utelukkende tilfeldige/avrundingsfeil. Legg merke til forskjellig skalering langs y-aksen.

## D. Liste over startverdiene til foretatte partikkelsimuleringer

Startverdiene til de foretatte partikkelsimuleringene er sammenfatta i tabellene nedenfor. Tabellene er delt opp i tre deler. De to første er for partikler rundt Sola, den siste er for Vega og Fomalhaut. Den første tabellen for Sola inneholder startverdier med sann anomali på  $0^\circ$ , det vil si at partikkelen bryter løs eller slippes i periapsen av morpartikkelbanen. Den andre tabellen er for startverdier der den sanne anomalien er  $\pm 90^\circ$ .  $\theta = -90^\circ$  betyr at partikkelen nærmer seg periapsen, mens  $\theta = 90^\circ$  betyr at partikkelen nettopp har forlatt periapsen.

Tabell 6: Liste over simuleringer for Sola og startpunkt i periapsen.

Når eksentrisiteten er null er store halvakse og periapse lik. Da er bare store halvakse oppgitt, periapsen er da erstatta med likhetstegn (=). Periapseargumentet er på  $90^\circ$ .

Eksentrisitet	Inklinasjon [ $^\circ$ ]	Store halvakse [AE]	Periapse [AE]	Simulasjonstid [s]	Merknader
0	5	0,1	=	$3 \cdot 10^6$	
0	5	0,15	=	$3 \cdot 10^6$	
0	5	0,2	=	$3 \cdot 10^6$	
0	5	0,5	=	$3 \cdot 10^6$	
0	5	1	=	$3 \cdot 10^6$	
0	60	0,1	=	$3 \cdot 10^6$	
0	60	0,15	=	$3 \cdot 10^6$	
0	60	0,2	=	$3 \cdot 10^6$	
0	60	0,5	=	$30 \cdot 10^6$	
0	60	1	=	$30 \cdot 10^6$	
0	80	0,1	=	$3 \cdot 10^6$	
0	80	0,15	=	$3 \cdot 10^6$	
0	80	0,2	=	$3 \cdot 10^6$	
0	80	0,5	=	$30 \cdot 10^6$	
0	80	1	=	$30 \cdot 10^6$	
0,2	5	0,125	0,1	$3 \cdot 10^6$	
0,2	5	0,1875	0,15	$3 \cdot 10^6$	
0,2	5	0,25	0,2	$3 \cdot 10^6$	
0,2	5	0,625	0,5	$30 \cdot 10^6$	
0,2	5	1,25	1	$30 \cdot 10^6$	
0,2	60	0,125	0,1	$3 \cdot 10^6$	
0,2	60	0,1875	0,15	$3 \cdot 10^6$	
0,2	60	0,25	0,2	$3 \cdot 10^6$	
0,2	60	0,625	0,5	$30 \cdot 10^6$	
0,2	60	1,25	1	$30 \cdot 10^6$	
0,2	80	0,125	0,1	$3 \cdot 10^6$	
0,2	80	0,1875	0,15	$3 \cdot 10^6$	
0,2	80	0,25	0,2	$3 \cdot 10^6$	
0,2	80	0,625	0,5	$30 \cdot 10^6$	
0,2	80	1,25	1	$30 \cdot 10^6$	
0,6	5	0,25	0,1	$3 \cdot 10^6$	
0,6	5	0,375	0,15	$3 \cdot 10^6$	
0,6	5	0,5	0,2	$3 \cdot 10^6$	
0,6	5	1,25	0,5	$30 \cdot 10^6$	
0,6	5	2,5	1	$30 \cdot 10^6$	
0,6	60	0,25	0,1	$3 \cdot 10^6$	
0,6	60	0,375	0,15	$3 \cdot 10^6$	
0,6	60	0,5	0,2	$3 \cdot 10^6$	
0,6	60	1,25	0,5	$30 \cdot 10^6$	
0,6	60	2,5	1	$30 \cdot 10^6$	
0,6	80	0,25	0,1	$3 \cdot 10^6$	
0,6	80	0,375	0,15	$3 \cdot 10^6$	
0,6	80	0,5	0,2	$3 \cdot 10^6$	

VEDLEGG

Eksentrisitet	Inklinasjon [°]	Store halvakse [AE]	Periapse [AE]	Simulasjonstid [s]	Merknader
0,6	80	1,25	0,5	30·10 <sup>6</sup>	
0,6	80	2,5	1	30·10 <sup>6</sup>	
0	0	0,025	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	0	0,05	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	0	0,15	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	0	0,17	=	3·10 <sup>6</sup>	Avbrutt
0	0	0,175	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	5	0,02	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	5	0,05	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	5	0,16	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	5	0,17	=	30·10 <sup>6</sup>	
0	5	0,175	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	30	0,025	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	30	0,05	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	30	0,17	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	30	0,18	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	30	0,19	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	30	0,2	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	60	0,04	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	60	0,05	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	60	0,25	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	60	0,275	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	70	0,05	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	70	0,075	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	70	0,2	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	70	0,25	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	70	0,3	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	70	0,325	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	70	0,35	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,05	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,1	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,25	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,3	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,4	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,45	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,475	=	3·10 <sup>6</sup>	
0	80	0,525	=	30·10 <sup>6</sup>	
0	90	1	=	3·10 <sup>6</sup>	
0,2	5	0,025	0,02	3·10 <sup>6</sup>	
0,2	5	0,05	0,04	3·10 <sup>6</sup>	
0,2	5	0,075	0,06	3·10 <sup>6</sup>	
0,2	5	0,2	0,16	3·10 <sup>6</sup>	
0,2	5	0,2125	0,17	3·10 <sup>6</sup>	
0,2	5	0,225	0,18	3·10 <sup>6</sup>	
0,6	5	0,2	0,08	3·10 <sup>6</sup>	
0,6	5	0,225	0,09	30·10 <sup>6</sup>	
0,6	5	0,25	0,1	30·10 <sup>6</sup>	
0,6	5	0,375	0,15	30·10 <sup>6</sup>	
0,6	5	0,4	0,16	30·10 <sup>6</sup>	
0,6	5	0,425	0,17	30·10 <sup>6</sup>	
0,6	5	2,5	1	30·10 <sup>6</sup>	
0,8	5	0,5	0,1	30·10 <sup>6</sup>	
0,8	5	0,6	0,12	30·10 <sup>6</sup>	
0,8	5	0,7	0,14	30·10 <sup>6</sup>	
0,8	5	0,8	0,16	30·10 <sup>6</sup>	

VEDLEGG

Tabell 7: Liste over simuleringer for Sola og startpunkt utenfor periapsen.

Inklinasjonen er konstant på 5°. Periapseargumentet er konstant på 90°. Det betyr at når  $\theta = -90^\circ$  starter partikkelen på det laveste punktet i banen. En annen forskjell fra forrige tabell er at det nå sjekkes automatisk om energien er bevart. I tillegg avbrytes simuleringa automatisk dersom partikkelen treffer Sola eller flyr utenfor 3 AE. (se kapittel **Feil! Fant ikke referanseilden.**). Når eksentrisiteten er null er store halvakse og periapse lik. Da er bare store halvakse oppgitt, periapsen er da erstatta med likhetstegn (=).

Eksentrisitet	Sann anomali [°]	Store halvakse [AE]	Periapse [AE]	Simulasjonstid [s]
0	+90	0,05	=	$6 \cdot 10^6$
0	+90	0,08	=	$6 \cdot 10^6$
0	+90	0,1	=	$6 \cdot 10^6$
0	+90	0,12	=	$6 \cdot 10^6$
0	+90	0,14	=	$6 \cdot 10^6$
0	+90	0,16	=	$6 \cdot 10^6$
0	+90	0,18	=	$6 \cdot 10^6$
0	+90	0,2	=	$6 \cdot 10^6$
0,2	+90	0,1	0,08	$6 \cdot 10^6$
0,2	+90	0,125	0,1	$6 \cdot 10^6$
0,2	+90	0,15	0,12	$6 \cdot 10^6$
0,2	+90	0,175	0,14	$6 \cdot 10^6$
0,2	+90	0,2	0,16	$6 \cdot 10^6$
0,2	+90	0,225	0,18	$6 \cdot 10^6$
0,6	+90	0,1	0,04	$6 \cdot 10^6$
0,6	+90	0,15	0,06	$6 \cdot 10^6$
0,6	+90	0,2	0,08	$6 \cdot 10^6$
0,6	+90	0,25	0,1	$30 \cdot 10^6$
0,6	+90	0,3	0,12	$30 \cdot 10^6$
0,6	+90	0,35	0,14	$30 \cdot 10^6$
0,8	+90	0,3	0,06	$30 \cdot 10^6$
0,8	+90	0,4	0,08	$30 \cdot 10^6$
0,8	+90	0,5	0,1	$60 \cdot 10^6$
0,8	+90	0,6	0,12	$200 \cdot 10^6$
0,8	+90	0,7	0,14	$200 \cdot 10^6$
0,2	-90	0,1	0,08	$6 \cdot 10^6$
0,2	-90	0,125	0,1	$6 \cdot 10^6$
0,2	-90	0,15	0,12	$6 \cdot 10^6$
0,2	-90	0,175	0,14	$6 \cdot 10^6$
0,2	-90	0,2	0,16	$6 \cdot 10^6$
0,2	-90	0,225	0,18	$6 \cdot 10^6$
0,6	-90	0,1	0,04	$6 \cdot 10^6$
0,6	-90	0,15	0,06	$6 \cdot 10^6$
0,6	-90	0,2	0,08	$6 \cdot 10^6$
0,6	-90	0,25	0,1	$6 \cdot 10^6$
0,6	-90	0,3	0,12	$30 \cdot 10^6$
0,6	-90	0,35	0,14	$30 \cdot 10^6$
0,8	-90	0,3	0,06	$30 \cdot 10^6$
0,8	-90	0,4	0,08	$30 \cdot 10^6$
0,8	-90	0,5	0,1	$60 \cdot 10^6$
0,8	-90	0,6	0,12	$200 \cdot 10^6$
0,8	-90	0,7	0,14	$200 \cdot 10^6$

## VEDLEGG

Tabell 8: Liste over simuleringer for partikler rundt Vega og Fomalhaut.

De fleste symbolene er banelementer, for ei nærmere forklaring se kapittel 2.4.1. Simulasjonstida er begrensa til  $30 \cdot 10^6$  s. Når eksentrisiteten er null er store halvakse og periapse lik. Da er bare store halvakse oppgitt, periapsen er da erstatta med likhetstegn (=). Magnetfeltet var alltid fokuserende. Energien i figurene vises ikke lenger som absoluttverdi.

Stjerne	$\varepsilon$	$i$ [°]	$\omega$ [°]	$\theta$ [°]	$a$ [AE]	$r_p$ [AE]	$\beta$ -verdi
Vega	0	5	90	0	0,1	=	2
Vega	0	5	90	0	0,2	=	2
Vega	0	5	90	0	0,6	=	2
Vega	0	85	90	0	0,6	=	2
Vega	0	85	90	0	0,6	=	0,2
Vega	0,6	85	90	0	0,5	0,2	2
Vega	0,6	85	0	90	0,5	0,2	2
Vega	0,6	85	180	90	0,5	0,2	2
Fomalhaut	0	5	90	0	0,1	=	2
Fomalhaut	0	5	90	0	0,2	=	2
Fomalhaut	0	5	90	0	0,6	=	2
Fomalhaut	0	85	90	0	0,6	=	2
Fomalhaut	0,6	85	90	0	0,5	0,2	2

## E. Figurliste

Figurene er lagd selv med mindre det er oppgitt kilde under figuren.

Figur 1: Høyrehandsregelen .....	17
Figur 2: Ekliptikken, orienteringa til x-, y- og z-retning i solsystemet og enkelte baneelementer.....	18
Figur 3: Betaverdier for Sola for ulike partikkelstørrelser og materialer. ....	21
Figur 4: Parkerspiralen .....	24
Figur 5: Eksentrisitet til utbryterbanen for ulike eksentrisiteter til morpartikkelbanen og $\beta$ -verdier til utbryteren. ....	29
Figur 6: Ledesentertilnærminga .....	30
Figur 7: Komponenter av akselerasjonen ved bruk av ledesentertilnærminga for Sola. ....	31
Figur 8: Komponenter av akselerasjonen ved bruk av ledesentertilnærminga for Vega.....	32
Figur 9: Figurer med eksempelresultater fra ei simulering (1).....	35
Figur 10: Figurer med eksempelresultater fra ei simulering (2).....	36
Figur 11: Sammenligning av banesimuleringer gjort med fortran og matlab. ....	38
Figur 12: Betaverdier for partikler rundt Vega og Fomalhaut.....	39
Figur 13: Valgte startposisjoner i banen.....	40
Figur 14: Resultater av partikkelsimulasjon for Sola: (1) posisjon og (2) fart.....	44
Figur 15: Resultat av partikkelsimulasjon for Sola (3): Gyroradius .....	45
Figur 16: Resultat av partikkelsimulasjon for Sola (4): Avstand fra Sola.....	46
Figur 17: Resultat av partikkelsimulasjon for Sola (5): Spesifikk energi .....	47
Figur 18: Eksempel på energihopp som ikke er lett å forklare.....	49
Figur 19: Resultater for støv rundt Sola med startbaner der inklinasjonen varierer.....	51
Figur 20: Resultater for støv rundt Sola med startbaner der eksentrisiteten varierer. ....	52
Figur 21: Resultater for støv rundt Sola med varierende $\varepsilon$ og $\theta = 90^\circ$ . ....	54
Figur 22: Resultater for støv rundt Sola med varierende $\varepsilon$ og $\theta = -90^\circ$ .....	55
Figur 23: Fart til partikler som kastes ut av solsystemet. ....	56
Figur 24: Resultat av partikkelsimulering rundt Vega: Avstand.....	57
Figur 25: Resultat av partikkelsimulering rundt Vega: Fart.....	58
Figur 26: Spesifikk energi ved simulering av himmellegemebaner .....	74

## F. Tabelliste

Tabell 1: Stjerneparametre brukt i oppgaven. ....	13
Tabell 2: Ladning-masse-forhold ved ulike størrelser.....	16
Tabell 3: Styrken til Fomalhauts magnetfelt ved 1 AE estimert ved regresjon mot ulike variabler. ....	28
Tabell 4: Resultatene av regresjonsanalyse av stjernemagnetfeltstyrker. ....	72
Tabell 5: Baneelementer til himmellegemene som ble brukt som kontroll.....	73
Tabell 6: Liste over simuleringer for Sola og startpunkt i periapsen. ....	75
Tabell 7: Liste over simuleringer for Sola og startpunkt utenfor periapsen. ....	77
Tabell 8: Liste over simuleringer for partikler rundt Vega og Fomalhaut. ....	78
Tabell 9: Innhold i vedlagt ZIP-fil. Det beklages at enkelte navn er misvisende.....	80

## G. Forkortelser

Forkortelse	Betydning
AE	Astronomisk enhet
EM	Elektromagnetisk(e)
ESA	European Space Agency (Den europeiske romfartsorganisasjonen)
NASA	National Aeronautics and Space Administration (Den amerikanske romfartsorganisasjonen)
PR(-effekten)	Poynting-Robertson(-effekten)
qmf	Ladning-masse-forhold

## H. Programliste

Programmet for banesimuleringene er lagt ved i ei ZIP-fil. Programmet startes ved å kjøre fila partikkel\_i\_EMF.m. I programkoden er strålingskrafta kalt Poynting-Robertson(PR)-kraft. Ei liste over filene i ZIP-fila står i Tabell 9. Alle filene er fri programvare som står under GNU General Public License (GPL). Programkoden kan videreføres og/eller endres fritt under versjon 3 eller senere.

Tabell 9: Innhold i vedlagt ZIP-fil. Det beklages at enkelte navn er misvisende.

Fil	Beskrivelse
Partikkel_i_EMF.m	Hovedfil
beregn_magnetfelt.m	Beregner magnetfelt for gitt punkt (i kartesiske koordinater).
gyroradius.m	Beregner gyroradius.
Last_konstanter.m	Laster inn noen fysiske konstanter.
LFarge.m	Gir ut rgb-verdier til ønska farge.
numvec2strcells.m	Konverterer en vektor med tall til en cellevektor med tallene som strenger.
ode_funksjon.m	Beregner akselerasjon og hastighet for hvert tidstrinn.
retn.m	Finner retninga til en vektor, det vil si normaliserer den.
RuKu_variabel.m	Løser differensialligninga med Runge-Kutta-Fehlberg-metoden.
Solrotasjon.m	Utgir vinkelhastigheta til Sola/Vega/Fomalhaut ved ekvator.
Startverdier.m	Omregning fra baneelementer til kartesiske koordinater.
tester.m	Avslutter integreringa under visse betingelser, for eksempel når partikkelen er utenfor 3 AE.
vnorm.m	Finner lengden (normen) av vektorer.



## Rettelser i oppgaven «Baneberegninger for støv rundt Sola, Vega og Fomalhaut»

I oppgaven ble ligningene 18 og 19 vist feil. Ligningene beskriver den radielle akselerasjonen ved bruk av ledesentertilnærminga. Rett form av ligningene er som følger:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{GM_{\odot}(1-\beta)}{r^2h^2} + \frac{2\mu\tilde{B}_r\bar{r}^2}{r^3h} \left(1 - \frac{a^2r^2}{2h^2}\right) + \frac{u^2a^2r}{h^2} - \frac{v^2a^2r}{h^2} \quad (18)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{GM_{\odot}(1-\beta)}{r^2h^2} + \frac{(\vec{v}_{\perp} - \vec{u}_{\perp})^2}{rh^2} \left(1 - \frac{a^2r^2}{2h^2}\right) + \frac{u^2a^2r}{h^2} - \frac{v^2a^2r}{h^2} \quad (19)$$

Beregningene i oppgaven ble foretatt med de riktige ligningene, som vist i dette rettelsesbladet. Resultatene i oppgaven forblir derfor uforandra.

Takk til Andrzej Czechowski som oppdaga feilen.