UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning

Elevposisjoner og matematisk kreativitet i problemløsning

En kvalitativ casestudie av elevers posisjonering og matematisk kreativitet i et Thinking Classroom

Maja Birkeland og Maja Stensvold

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn, lektor - master LRU-3903 matematikkdidaktikk mai 2020

Forord

Arbeidet med denne mastergradsavhandlingen markerer avslutningen på vår femårige lærerutdanning ved UiT Norges arktiske universitet. Det siste halve året har vært lærerikt og utfordrende. Det har gitt oss mulighet til fordypning og innsikt i matematikkdidaktiske temaer. Prosjektet tok en uventet vending i mars da Norge stengte grunnet pandemien som brøt ut. Vi har vært heldige med gode hjem å arbeide i og med støttende mennesker (ekstra tett på), både i Tromsø og på Kongsberg. Takk til Stensvolds supre samboer og Birkelands varme foreldre. Og takk til Microsoft for Teams og deres funksjon «skjermdeling».

Vi vil rette en stor takk til vår veileder og klippe Ove Gunnar Drageset for mye og god veiledning. Du har gitt oss tro på vårt eget prosjekt og vært til uvurderlig hjelp og støtte. Vi vil også takke elever og lærere for deltakelse i vårt prosjekt. Takk til alle medstudenter ved 2015-kullet, og en spesiell takk rettes til Mathias Fjørtoft og Aleksander Fallsen for assistanse under prosjektet og for godt samarbeid gjennom flere år i kollokviegruppa. Til slutt vil vi rette en takk til familie og venner for god støtte.

Tromsø, mai 2020

Maja Birkeland og Maja Stensvold

Sammendrag

I vårt mastergradsprosjekt har vi studert elevers posisjoner og matematiske kreativitet med utgangspunkt i deres utsagn og atferd i problemløsningssituasjoner. Dette gjorde vi innenfor rammene av undervisningsmetoden Thinking Classrooms. Teori og tidligere forskning som ligger til grunn for undersøkelsene er om problemløsning, undervisningsmetoden Thinking Classrooms, matematisk kreativitet og elevposisjoner. For å undersøke dette har vi gjennomført en kvalitativ casestudie. Metodene vi har brukt for å samle inn data har vært videoobservasjon av elever i gruppearbeid. Analysemetodene vi har brukt er to ulike varianter av tematisk analyse.

Våre funn viste at elevene inntok én av tre typer posisjoner: ledere, følgere eller oversette. Posisjonene er beskrivende for gjennomgående mønster i elevenes utsagn og atferd knyttet til posisjonering. Det så ut til at elevene tolket sine plikter og rettigheter i gruppearbeidet meget ulikt, og vi valgte å beskrive elevenes posisjonering også med underkategorier. Vi så at elevene både aktivt tok og fikk tildelt posisjoner av sine medelever. Gjennom undersøkelsen av elevenes matematiske kreativitet fant vi at de utviste ulik grad av målene flyt, fleksibilitet og originalitet. De utviste matematisk kreativitet ved å finne flere løsninger, ved å ta i bruk flere ulike matematiske kategorier og ved å komme med nye idéer til måter å løse problemet på. Dette gjorde de gjennom å komme med muntlige og skriftlige bidrag til den matematiske diskusjonen. Ved undersøkelse av datamateriale fant vi måter Thinking Classrooms preget tilgjengeligheten av posisjoner og elevenes matematiske kreativitet gjennom praktiske strukturer og mulighet til samarbeid.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

1 Innledning

I dette kapittelet vil vi gjøre rede for bakgrunnen for studien, vår problemstilling og avhandlingens oppbygging.

1.1 Bakgrunn for studien

Gjennom årene på lærerskolen har det ofte blitt trukket frem at kvaliteten på lærerens undervisning har stor betydning for elevenes læring. Dette er noe av bakgrunnen for vår motivasjon til å undersøke nettopp undervisningspraksis nærmere gjennom masterprosjektet. Det var derfor meget interessant for oss da vi høsten 2019 kom i kontakt med en gruppe matematikklærere på en ungdomsskole i Tromsø som gjennomførte et endringsarbeid knyttet til undervisningspraksis. Endringsarbeidet gikk ut på implementering av en undervisningsmetode kalt *Thinking Classrooms*. Undervisningsmetoden er et forskningsbasert rammeverk for matematikkundervisning som i korte trekk går ut på at elevene arbeider med problemløsningsoppgaver i små grupper på tavler langs klasseromsveggene. Denne formen for undervisningspraksis var ny for oss, og vi hadde ikke kjennskap til liknende undervisningsmetode fra studiet. Vi anså situasjonen som en spesiell case vi kunne tenke oss å undersøke nærmere.

En av årsakene til at vi fant denne undervisningsmetoden ekstra interessant, var fokuset på problemløsning og samarbeid. Gjennom vår utdanning har vi fått en økt forståelse for hvorfor problemløsning spiller en viktig rolle i matematikkundervisningen og denne holdningen møter vi på mange steder i litteraturen. Vi har både lært og fått erfare hvordan samarbeid skaper interesse og engasjement i faget. Dette er opplevelser vi har lyst til å gi våre fremtidige elever i jobb.

Gjennom masterforberedende fag på lærerutdanninga fikk vi øynene opp for at matematikk er en kreativ fagdisiplin, og at dette i større grad bør prege matematikkfaget i skolen. Vi opplevde at vi ikke hadde tilstrekkelig kunnskap om dette komplekse og litt uoversiktlige temaet. For at vi som lærere skal kunne bidra til å gjøre matematikkfaget i skolen mer kreativt, ønsket vi en dypere forståelse av matematisk kreativitet. Vi valgte å utforske dette innenfor rammene av Thinking Classrooms og gikk derfor fra å ha undervisningsmetoden som et undersøkelsesobjekt i seg selv til å la det bli en plattform for å undersøke andre tema.

I planleggingsfasen før datainnsamlingen fikk vi innsyn i at en gruppe studenter gjennomførte et aksjonsprosjekt der de gav spesifikke roller til elevene som elevene skulle bruke i matematisk diskusjon. Dette ble gjort i klassen vi skulle undersøke. Vi skulle ikke bygge videre på deres prosjekt, men ble mer oppmerksomme på det sosiale samspillets betydning i problemløsningsarbeid. Vi diskuterte om elevenes posisjoner kunne påvirke hvordan de utfoldet seg kreativt og hvordan de møtte hverandres kreative bidrag. Dette ble utgangspunkt for at posisjoner også var et tema vi ønsket å undersøke.

1.2 Formålet med studien og problemstilling

Bekjentskapet med skolen og vår interesse for temaene la grunnlaget for hele prosjektet. Prosessen med å snevre inn problemstillingen har vært lang og det har skjedd mange endringer underveis. Den mest markante endringen var at fokuset gikk fra å undersøke undervisningsmetoden til å bruke dette som en plattform for å undersøke elevenes posisjonering og matematiske kreativitet.

Formålet med studien var å skape en økt forståelse for hvilke posisjoner ungdomsskoleelever tar i samarbeid ved arbeid med problemløsningsoppgaver, og hvordan matematisk kreativitet kommer til uttrykk. Med dette som utgangspunkt kom vi frem til følgende problemstilling:

> *Hvilke posisjoner tar elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i små grupper i et Thinking Classroom, og hva kan vi si om elevenes matematiske kreativitet basert på deres bidrag i gruppediskusjonen?*

I denne oppgaven har vi valgt å forholde oss til det engelske begrepet Thinking Classrooms for å understreke at dette er en spesifikk type undervisningsmetode, og ikke et bredt syn på utrykket «tenkende klasserom».

1.3 Avhandlingens oppbygging

I kapittel 2 presenteres teorien vi har benyttet oss av for å undersøke vår problemstilling. Kapittel 3 består av redegjørelse og argumentasjon for våre metodiske valg, herunder: pålitelighet, gyldighet og begrensinger med studien, samt etiske betraktninger knyttet til prosjektet. I kapittel 4 og 5 beskrives og diskuteres funnene i lys av teori presentert i kapittel 2. I kapittel 6 blir konklusjon og avslutning lagt frem.

2 Teori

2.1 Matematikkdidaktisk bakgrunn

Matematikkdidaktikk er et relativt nytt forskningsfelt som omhandler alle spørsmål om læring og undervisning i matematikk. For å svare på forskningsfeltets hovedspørsmål brukes kunnskap, teorier, metoder og rammer fra ulike fagområder som blant annet utviklingspsykologi og kognitiv vitenskap (Lesh & Sriraman, 2005, s. 490). Dette gjør at matematikkdidaktikken i likhet med andre fagdidaktiske retninger blir omtalt som et tverrvitenskapelig forskningsfelt. Lesh og Sriraman (2005) omtaler matematikkdidaktikken som en design science. Dette innebærer en tilnærming lik ingeniører som jobber med systemer som kontinuerlig vurderes og endres hvor målet for forskningen er å designe for effektivitet og gjenbruk, ikke kun testing. Samtidig vil det ikke kunne utvikles altomfattende teorier, selv av større studier, da sosiale begrensninger og muligheter spiller en stor rolle for denne vitenskapen. Det er ikke kun om didaktiske design fungerer eller ikke som er interessant i forskningen, men også hvordan, for å kunne tolke og forstå resultatene i kontekst og gi det overføringsverdi (ibid., s. 490-492). Dette utgjør et skille mellom den rene matematikkvitenskapen og didaktikken. Mens matematiske publikasjoners mål er å være objektiv og å fjerne seg fra personlig påvirkning, er didaktikken et humanistisk fag som systematisk inkluderer den menneskelige siden av prosessen (Straesser, 2007, s. 165).

Som en design science er matematikkdidaktikkens hovedmål å utforske og finne ut hvordan det som er sentralt og vesentlig i faget best kan undervises for at elevene skal lære matematikk. Hvordan det best kan undervises avhenger av synet på hva som er kjernen i matematikkfaget.

Det finnes ulike oppfatninger om hva som er det sentrale i matematikkfaget (Schoenfeld, 1992, s. 334). På den ene enden av skalaen kan matematatikk sees på som en samling av fakta, teknikker, algoritmer og teoremer, men Schoenfeld (1992) argumenterer for at å mestre dette ikke er tilstrekkelig for lære seg å tenke matematisk. Likevel har disse delene av matematikken stått sentralt i det Alrø og Skovsmose (2006) omtaler som tradisjonell undervisning, en lærebokstyrt undervisning med hovedvekt på at elever skal komme frem til det ene riktige svaret på oppgaver og svare på spørsmål fra læreren. De ser i denne undervisningsmetoden en rekke mønster: kommunikasjonen foregår hovedsakelig mellom lærer og elev, elevene svarer på en måte som ikke nødvendigvis viser innsikt, den synlige elevaktiviteten er liten, og elevene tar i liten grad ansvar for læringsprosessen. Av slik undervisning kan elevene å få det Skemp (1976) kaller *instrumentell forståelse.* En slik forståelse er et resultat av pugging av regler og algoritmer. Matematikk kan da fremstå som «rules without reason», fordi selv om elevene vil kunne bruke ferdighetene senere vil de ikke nødvendigvis forstå de matematiske sammenhengene. Dette kan gi elevene vansker med å overføre kunnskapen til nye situasjoner.

I motsetning til dette omtaler Skemp (1976) *relasjonell forståelse* som en dypere matematisk forståelse for både hva og hvorfor. Elevene får innsikt i de matematiske sammenhengene, og har større muligheter til å benytte sine kunnskaper i nye og mer utfordrende situasjoner. Dette kan knyttes til andre enden av Schoenfelds (1992) skala over syn på hva som er sentralt i matematikkfaget. Her trekker han frem vitenskapen av mønstre og systemer, undersøking av problemer og hypoteser, samt argumentasjon og resonnering som de sentrale delene av faget. Innsikt i dette er det han kaller å tenke matematisk. Schoenfeld (1989, s. 84) peker til forslag fra National Research Council om endringer som bør skje både i innholdet i matematikkfaget i skolen, og i undervisningsmetoder som blir brukt. Fokuset bør endres til

- Å lete etter løsninger, ikke bare huske prosedyrer
- Å utforske mønster, ikke bare huske formler
- Å utforme antagelser (conjectures), ikke bare løse oppgaver

Ved å undervise i henhold til disse tre punktene mener Schoenfeld (1992) at elever får mulighet til å bli kjent med matematikken som utforskende, dynamisk og utviklende i stedet for et rigid sett med regler. At det er denne opplevelsen med matematikk mange elever får gjennom skolegangen blir støttet av forskning. Et eksempel er Haylock (1987, s. 59) som sier at matematikk ser ut til å bli undervist og vurdert på en måte som gjør at elever får et lite utvidet syn på matematikk. Et annet er Powell et al. (2009, s. 133) som beskriver at elever i mange land opplever matematikken som kald, hard og utilgjengelig. De sier at mange elever oppfatter matematikk som en mystisk aktivitet langt fra hverdagslivet, og kun for mennesker med spesielle talenter

Elevers opplevelse av matematikk som Haylock (1987) og Powell et al. (2009) beskriver, omtaler de som en konsekvens av en tradisjonell og lærerstyrt undervisning, og det er denne type undervisning National Research Council anbefaler å redusere i skolen (Schoenfeld, 1992, s. 84). Det som er problematisk med tradisjonell undervisning, er når det fører til det Boaler kaller *passiv læring* som hovedsakelig dreier seg om å huske prosedyrer (ibid., s. 35). Denne passive læringen kjente Boaler (2015, s. 36) igjen i mange skoler, og dette er en tilnærming som er svært ineffektiv for elevenes læring og senere prestasjoner fordi det er svært utfordrende å huske hundrevis av prosedyrer. Elevene får reduserte evner til å benytte prosedyrene i nye situasjoner. Det er disse trekkene Skemp (1976) presenterer som problematiske ved instrumentell forståelse. Boaler (2015, s. 38) fant også at elever ikke bare får mindre fremgang i utvikling av problemløsningsferdigheter, men til og med får reduserte evner til å resonnere i møte med problemer etter å ha fått tradisjonell undervisning.

2.2 Problemløsning

Ifølge Thompson (1992, s. 127) finnes det ikke en universell enighet om hva som er «god» undervisning i matematikk. Likevel er det en generell holdning i forskningsmiljøet at god undervisning har oppmerksomhet på resonnering og problemløsning og at god undervisning skal være en prosess som fremmer analyse, tenkning og problemløsning (Wilson et al., 2005, s. 83). At problemløsning blir sett på som noe av det mest sentrale i matematikkfaget er det stor enighet om i forskningsfeltet (Boaler, 2015; Harel, 2013; Schoenfeld, 1992).

En av pionerene i arbeidet med å rette oppmerksomhet mot dette området var George Pólya. Mye av den senere forskningen og teorien om problemløsning har sitt utspring i hans arbeid (Lesh & Zawojewski, 2007; Schoenfeld, 1992). I boka identifiserer Pólya (1957, s. 5) fire faser i problemløsningsprosessen. Disse fasene foreslår han som en fremgangsmåte elever kan bruke i møte med matematiske problemer. Pólyas faser er 1) forstå problemet, 2) lage en plan for å løse problemet, 3) gjennomføre planen for å løse problemet, 4) se tilbake på den gjennomførte oppgaven. Disse fasene omtaler han som retningslinjer fremfor en fast fremgangsmåte, og påpeker at problemløseren beveger seg fritt mellom fasene. Pólya (1957) argumenterer for at det å arbeide med strukturert innlæring av problemløsningsteknikker forbereder elevene på å kunne løse matematiske problemer på egenhånd senere. Forskning viser riktignok varierende resultater når det kommer til denne ønskede effekten og det fremheves at andre faktorer, som for eksempel bakgrunnskunnskaper, spiller en større rolle (Schoenfeld, 1992, s. 352- 353).

Synet på hva problemløsning er og hvilken rolle problemløsning bør ha i undervisningen har med årene endret seg og tidvis vært motstridende. Denne bredden av syn kan ha utspring i matematikkdidaktikkens tverrvitenskapelighet (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 763). Schoenfeld (1992, s. 337) sier at synet på hva som er problemløsningsoppgaver tidligere favnet bredt, og selv lite krevende rutineoppgaver ble ansett som problemer. Dette er i kontrast til et mer moderne syn og han definerer et matematisk problem som “A question . . .

that is perplexing or difficult» (Schoenfeld, 1992, s. 337). I hans definisjon blir ikke lengre lite krevende rutineoppgaver ansett som problemer. Med det samme moderne synet definerer Lesh og Zawojewski (2007) problemløsning på følgende måte: «A task, or goal-directed activity, becomes a problem (or problematic) when the "problem solver" (which may be a collaborating group of specialists) needs to develop a more productive way of thinking about the given situation» (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Denne definisjonen fremmer et syn om at problemet må gi matematisk mening til problemløseren gjennom tolkning, beskrivelse og forklaring og at problemløseren i løpet av prosessen skal utfordre sine matematiske idéer og problemløsende evner. Derfor kan ikke løsningen være åpenbar for problemløseren fra begynnelsen.

I følge Schoenfeld (1992, s. 338) finnes det tre hovedretninger av syn på hvorfor elever skal arbeide med problemløsning. Det første er at problemløsning blir brukt som et verktøy eller metode for å nå andre mål i matematikkundervisningen. Eksempler på dette er for å motivere elevene ved å vise at de kan få bruk for ferdighetene de har lært seg, for å få trening eller for å introdusere et nytt tema. Det andre er at problemløsning er en ferdighet i seg selv, der det å mestre problemløsning er målet. Dette synet trekker frem nytten ved å kunne overføre disse ferdighetene også til nye situasjoner og andre fagområder. Det tredje er at problemløsning er i selve kjernen av matematikken og at matematikk derfor skal læres gjennom problemløsning.

Videre skal vi presentere et forskningsbasert didaktisk rammeverk for matematikkundervisning som legger til rette for problemløsning.

2.3 Thinking Classrooms

Den canadiske forskeren Peter Liljedahl (2018) trekker frem problemet med at elevene ikke tenker i matematikktimene i skolen. Dette mener han kommer som en konsekvens av at lærerne antar at elever hverken kan eller vil tenke selv for å løse problemer (Liljedahl, 2018, s. 310). Med bakgrunn i dette og med over ti år med ulike klasseromstudier har han utviklet et forskningsbasert didaktisk rammeverk for hvordan lærere kan legge til rette for problemløsning i matematikkundervisning. Det kommer her tydelig frem på hvilken måte matematikkdidaktikken er en design science. Liljedahl (2018) forsket på og kartla hva som var problemet med den eksisterende undervisningspraksisen, hva som kunne fungere som en bedre praksis og hvordan denne endringen kunne foregå. Det han fant ut at var hovedproblemet med eksisterende praksis var klasseromsnormene. Derfor består rammeverket, kalt *Thinking Classrooms,* av en rekke tiltak lærere kan gjøre for å endre disse normene (ibid.).

Liljedahl (2018, s. 309) oppdaget gjennom sine studier at allerede eksisterende normer i klasserommet kunne være krevende å endre. Forsøk på endring ble møtt med motstand og klager, og selv lærere med høy motivasjon for endring opplevde store utfordringer; elever gav svært fort opp i møte med problemløsningsoppgaver. Dette førte til et større fokus på hvilke elementer som kunne bidra til utvikling og opprettholdelse av ønskede normer. Liljedahl (2016) definerer et Thinking Classroom på følgende måte:

> « (…) a thinking classroom is a classroom that is not only conducive to thinking but also occasions thinking, a space that is inhabited by thinking individuals as well as individuals thinking collectively, learning together, and constructing knowledge and understanding through activity and discussion. It is a space wherein the teacher not only fosters thinking but also expects it, both implicitly and explicitly». (Liljedahl, 2016, s. 364)

Liljedahl (2016) argumenterer for at et Thinking Classroom skal være et sted som legger til rette for tenkning hos elevene, så vel som å føre til tenkning. Klasserommet skal være et sted hvor elever får mulighet til å tenke alene og sammen med andre, lære sammen og skape kunnskap og erfaringer gjennom aktivitet og diskusjon. Her kan det sees likhetstrekk til undersøkende undervisning som baserer seg på Deweys teori om at kunnskap skal ha utgangspunkt i elevenes egne erfaringer og refleksjon omkring erfaringene (Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 91-92). I siste setning av Liljedahls (2016) definisjon fremhever han at et Thinking Classroom ikke bare skal være et sted der lærere legger opp til at elevene skal tenke, men også forventer dette. Det kan her trekkes paralleller til Skemps (1976) teori om instrumentell og relasjonell forståelse. Det finnes også klare likhetstrekk mellom det Boaler (2015, s. 36) omtaler som passiv læring uten aktivitet og diskusjon, til det Liljedahl (2018, s. 362) kaller ikke-tenkende klasserom: et klasserom der det ikke er en norm som krever at elevene tenker.

I sin forskning på klasseromsnormer oppdaget Liljedahl (2018), gjennom eksperimenter og utprøving, elleve ulike elementer som kan si noe om hvorvidt et klasserom er tenkende eller ikke. Elementene ble utgangspunktet for videre undersøkelser. De elleve elementene er

1. The type of tasks used, and when and how they are used

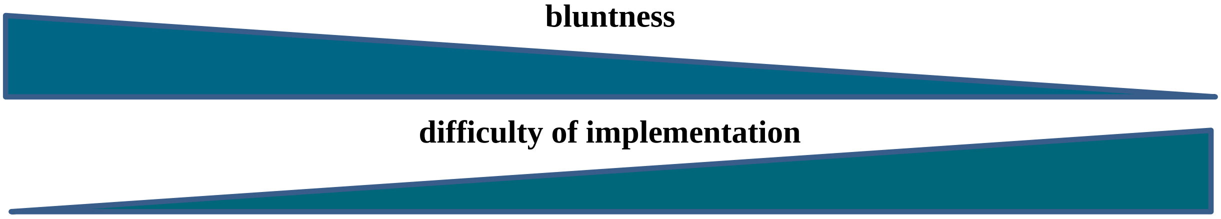
2. The way in which tasks are given to students
3. How groups are formed
4. Student workspace while they work on tasks
5. Room organization, both in general and when students work on tasks
6. How questions are answered when students are working on tasks
7. The ways in which hints and extensions are used while students work on tasks
8. The autonomy students have while working on tasks
9. When and how a teacher levels their classroom during or after tasks
10. The ways in which students record notes
11. And assessment, both in general and when students work on tasks
    (Liljedahl, 2018, s. 309)

Basert på hvert av de elleve elementene har Liljedahl utarbeidet tiltak lærere kan innføre for å endre klasseromsnormene. Effekten og omfanget av de ulike endringene varierer; noen endringer er store praktiske omveltninger i undervisningen, mens andre er finjusterte tiltak for å opprettholde og videreutvikle de ønskede normene (Liljedahl, 2018).

Tabell 1 under viser tiltakene som svarer til de elleve ulike elementene. I tillegg viser den Liljedahls anbefaling om i hvilken rekkefølge implementeringen kan skje (Liljedahl, 2018, s. 314). Tiltakene i steg 1 har vist seg å ha størst innvirkning på klasseromsnormene og samtidig er disse lettest å innføre. I steg 3 er det mer finjusterte tiltak som krever stor oppmerksomhet av læreren og disse anbefaler Liljedahl å innføre når læreren har tilegnet seg mer erfaring med undervisningsmetoden (2018, s. 314).

Tabell 1 De elleve elementene, kronologisk implementert (Liljedahl, 2018, s.314)

Stage 1	Stage 2	Stage 3
Begin lessons with problem solving tasks	Use oral instructions	Level to the bottom
Form visibly random groups	Defront the classroom	Use hints and extensions to manage flow
Use vertical non-permanent surfaces	Answer only keep thinking questions	Use assessment as Communication
	Build autonomy	Use mindful notes



Under kommer en beskrivelse av de grepene som kom til syne i klassen vi gjorde vår datainnsamling i. At ikke alle grepene var implementert i like stor grad, har sitt utspring i Liljedahls (2018, s. 314) anbefaling om at implementeringen skal skje gradvis, og gjerne over lang tid.

Steg 1 består av tre tiltak som kjennetegnes ved at det er store strukturelle grep for undervisningen og at dette er grep som kan innføres tidlig i implementeringen. Disse tiltakene er de mest inngripende på klasseromsnormene og har som mål å endre hvordan elevene skal være, opptre og oppleve matematikken. Det er et eksplisitt mål å gjøre store omveltninger i normene, både for å få normene til det bedre, men også fordi det å endre elevenes holdninger og handlingsmønstre innenfor gamle normer har vist seg å ikke ha ønsket effekt (Liljedahl, 2016, s. 364).

Liljedahl (2018) omtaler tiltakene i steg 1 som *blunt*; enkle, konkrete og praktiske grep i motsetning til fase 3 der grepene er mer detaljrike og finjusterte. I likhet med undersøkende undervisning, argumenterer Liljedahl (2018) for at det tidlig i undervisningsøkten bør foregå elevaktivitet i form av arbeid med et problem. Dette har bakgrunn i det som er hovedprinsippet for både undersøkende undervisning og Thinking Classrooms; at læring og kunnskap skal ta utgangspunkt i elevenes egne erfaringer.

Begin lessons with problem solving tasks handler om typen oppgaver som skal bli brukt. Det finnes to type problemløsningsoppgaver som blir løftet frem i rammeverket. Den ene er problemer som er sterkt engasjerende, som i høy grad legger opp diskusjon og som ikke nødvendigvis er direkte rettet mot å oppnå mål i læreplanen. Disse oppgavene kan brukes tidlig i implementeringen og har som hovedmål å etablere nye normer og gjøre elevene kjent med arbeidsformen. Arbeid med slike oppgaver er i tråd med Schoenfelds (1992) første syn på grunner til å arbeide med problemløsning (for å nå andre mål i matematikkundervisningen). Den andre typen problemløsningsoppgaver som blir nevnt, er oppgaver som har som mål å lære elevene faglig innhold i matematikken. Problemene skal være oppgaver som preger resten av undervisningsøkta og som gir elevene mulighet til å gjøre faglige dypdykk i innholdet de skal lære (Liljedahl, 2018, s. 311). Det er en slik bruk av problemløsningsoppgaver som kommer frem i Schoenfelds (1992) tredje grunn til å arbeide med problemløsning (lære matematikk gjennom problemløsning).

Form visibly random groups handler om at gruppene bør settes sammen tilfeldig og denne tilfeldigheten bør være synlig for elevene (Liljedahl, 2018, s. 311). Basert på sin forskning mener han at dette kan være med å endre det sosiale samspillet til mer ønskede sosiale normer i løpet av kort tid.

Use vertical non-permanent surfaces betyr at elever skal arbeide på tavler eller vinduer stående og i grupper med kun ett skriveredskap. Liljedahls studier viser en rekke positive funn knyttet til denne strukturen: større mobilitet av kunnskap i klassen, elevene setter raskere i gang med oppgavene, de er mer ivrige til å begynne, det er høyere grad av diskusjon og deltakelse i gruppa, elevene viser større utholdenhet og terskelen for å teste løsninger de ikke er sikre på er lavere (Liljedahl, 2019, s. 301-302). At lav terskel for å teste sine idéer er viktig støttes av Mann (2006, s. 243-245) som skriver om risikotagning i problemløsning. Han poengterer at for å bli gode, kreative problemløsere må elever overkomme frykten for å gjøre feil.

I steg 2 finnes grep som handler om lærerens utsagn og atferd i undervisningstimene. *Use oral instruction* handler om at problemløsningsoppgaven bør formidles muntlig til elevene. Dersom det er behov for mer informasjon, diagrammer eller lange algebraiske uttrykk kan disse gis på papir eller vises på en smartboard/tavle. Dette er basert på at ved muntlige beskjeder har elevene en større tendens til å raskt gå i gang med å diskutere hva oppgaven spør etter, elevene begynner fort å tenke matematisk og det reduserer den individuelle bearbeiding av oppgaven hos enkeltelever (Liljedahl, 2018).

De neste tiltakene i steg 2 og 3 går vi ikke nærmere inn på, da disse ikke var implementert i like stor grad i klasserommet vi undersøkte.

I dette kapittelet har vi presentert undervisningsmetoden Thinking Classrooms som legger til rette for problemløsning. Vi har sett at den har likhetstrekk med undersøkende undervisning og at den er et alternativ til tradisjonell, lærerstyrt undervisning. Thinking Classrooms har fokus på aktive og tenkende elever som skal få mulighet til å arbeide med problemløsning, diskutere og teste sine idéer og oppleve autonomi. Liljedahl (2016) argumenterer for at for å få til dette må de normene endres.

Et begrep som ofte dukker opp i definisjoner og knyttes til formålet med problemløsning, er kreativitet. Også i læreplanen LK20 for matematikk blir kreativitet omtalt. Blant annet står det i matematikkfagets *Fagrelevans og sentrale verdier* at «Når elevane får tid til å tenkje, reflektere, resonnere matematisk, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant, legg faget til rette for kreativitet og skapartrong» (Utdanningsdirektoratet, 2020a). Dette støttes av teori, for eksempel Silver (1997, s. 75) som argumenterer for at undervisning som inkluderer problemløsingsoppgaver og -aktiviteter kan bidra til at elevene utvikler mer kreative tilnærminger til matematikken. I neste kapittel skal vi presentere noe av forskningen på kreativitet knyttet til matematikk.

2.4 Kreativitet

I litteraturen omtales kreativitet som et upresist, tvetydig begrep. Begrepet ble opprinnelig assosiert med kunst, men favner i dag et bredere spekter, både i dagligtalen og i forskningen (Lithner, 2008, s. 267). I følge Silver (1997, s. 75) finnes det i psykologilitteraturen svært mange definisjoner og studier på kreativitet. Dette mangfoldet av tilnærminger til begrepet har ført til forvirring. Forvirringen omtales blant annet av Carruthers og MacLean (2019, s. 207): «Everyone has an idea of what creativity is, yet when attempting to define it, it is one of those notoriously difficult psychological concepts that words can never seem to accurately represent». Slik tvetydig forståelse av begrepet finnes også innen utdanningsforskning, der lærere for eksempel har sett på kreativitet som noe som foregår utover skolefagene og ikke som en integrert del av dem (Sriraman & Haavold, 2017). Liknende eksempler på varierende idéer om begrepet finner man flere steder i litteraturen, og det finnes ikke en ensidig og tydelig definisjon. Enkelte forskere unnlater til og med å definere begrepet i det hele tatt (Plucker & Makel, 2010, s. 48-49). Mangelen på en ensidig forståelse kan være noe av forklaringen på motstridende resultater i kreativitetsforskningen (ibid).

Synet på kreativitet har utviklet seg gjennom tidene og ifølge Kaufman (2009) kan forskning på kreativitet deles inn i to tydeligere epoker: pre og post-1950. Guilfords forskning på 1950-tallet blir ansett som den formelle begynnelsen på en vitenskapelig tilnærming til kreativitetsforskning (Smith & Smith, 2010, s. 252). Han oppfordret på denne tiden forskningsfellesskapet til å prioritere videre forskning på kreativitet (ibid.). Guilford forsket i utgangspunktet på intellektets struktur og han fant et stort antall potensielle intellektuelle evner mennesker kan ha, der han knyttet noen av dem til kreativitet (Kaufman, 2009, s. 11). Eksempler på evner han fant var ulike typer tankeflyt, fleksibilitet, divergent produksjon og originalitet

En annen av pionerene i arbeidet med utviklingen av et moderne kreativitetsbegrep var psykologen P. Torrance (Smith & Smith, 2010, s. 252). I motsetning til Guilford som hadde sitt hovedfokus på det generelle intellektet, fokuserte Torrance mer på kreativ undervisning og kreativ tenkning hos skolebarn. Dette speiles i hans syn på kreativitet. Torrance (1966, s. 6) omtaler kreativitet som det å være oppmerksom på problemer, forstå manglene og vanskene med et problem, lete etter løsninger og utforme hypoteser som kan testes og endres og å kommunisere sine resultater. Med dette løfter han frem forholdet mellom kreativitet og problemer.

Leikin og Pitta-Pantazi (2013, s. 160) argumenterer for at Torrances største bidrag til feltet er hans utvikling *The Torrance test of creative thinking*. Testen har som formål å kartlegge potensiale til kreativitet i et individ. Dette gjøres ved å måle flyt (antall passende svar), fleksibilitet (hvor mange kategorier av svar), originalitet (nytenkning) og fordypning (mengden detaljer i svarene) (Torrance, 1966).

Selv om det i ettertid har blitt diskutert hvorvidt denne testen fanger opp essensen av kreativitet, baserer store deler av moderne kreativitetsforskning seg på Guildford og Torrence arbeid (Runco & Acar, 2012, s. 67). Eksempler på dette er Haylock (1987) og Leikin og Lev (2013) som har utviklet rammeverk for å evaluere matematisk kreativitet der de baserer seg på idéene om at kreativitet kan vurderes med utgangspunkt i *flyt, fleksibilitet og originalitet*.

I senere tid har det blitt rettet oppmerksomhet mot at kreativitet kan sees på i en sosial kontekst. For eksempel vektlegger Plucker og Beghetto (2004, s. 156) at en idé kan bli ansett som ny og nyttig, gitt den sosiale konteksten, og at slike idéer kan produseres av et individ eller av en gruppe. Dette kan sees i lys av begrepene absolutt og relativ kreativitet (Leikin, 2013, s. 387). Absolutt kreativitet sees på som ekstraordinær kreativ utfoldelse innenfor et spesielt felt, som kan endre vår oppfatning av verden. På en annen side er relativ kreativitet den hverdagslige kreative utfoldelsen som skjer i møte med store og små problemer i ulike sosiale kontekster (Sriraman & Haavold, 2017, s. 31).

2.4.1 De fire p-ene

Da kreativitet er et fenomen som forskes på fra flere ulike disipliner og har ulikt fokus, er det vanlig å ordne forskningen som har blitt gjort inn i de fire p-ene; *person, prosess, produkt* og *press* (Haavold, 2013; Leikin & Pitta-Pantazi, 2013; Runco & Kim, 2013).

Personperspektivet fokuserer på personlighetstrekk som fremmer eller hemmer kreativ tenkning og atferd (Leikin & Pitta-Pantazi, 2013, s. 162). Flere personlighetstrekk viser seg å korrelere med kreativitet, og noen av dem som blir trukket frem er åpenhet for erfaringer, nysgjerrighet og autonomi. Likevel vil ikke et personlighetstrekk garantere en spesifikk atferd eller oppførsel, men heller si noe om sannsynligheten for ulike reaksjoner eller atferd (Runco & Kim, 2013).

Prosessperspektivet tar for seg de mentale prosessene som oppstår i en kreativ aktivitet eller i kreativ tenkning (Leikin & Pitta-Pantazi, 2013, s. 163). Eksempler på forskning med et prosessperspektiv er deler av Liljedahls (2013) forskning. Han undersøker aha-opplevelsen elever møter på i problemløsningsprosessen. Leikin og Pitta-Pantazi (2013, s. 163) trekker frem Torrances kategorier flyt, fleksibilitet og originalitet som eksempler på deler av elevers kreative prosess.

Produktperspektivet har et hovedfokus på kreative produkter. Eksempler på dette kan være idéer, men også mer ferdige produkter som for eksempel bilder eller musikk (Runco & Kim, 2013, s. 757). Dette fokuset gir mulighet til en viss objektivitet i møte med kreativitet, ved at en kan se på omfanget til produktet. Likevel kan det kreative produktet ofte si svært lite om den kreative prosessen som ligger bak, og også om det kreative potensiale til individene som står bak produktet.

Den siste p-en står for *press*, og dette kommer fra idéen om at omgivelsene legger en form for press på individet (Runco & Kim, 2013). Innenfor inndelingen «de fire p-ene» representerer press møtet mellom individ og omgivelsene. Omgivelsenes påvirkning på individets kreative utfoldelse kan deles inn i to ulike typer. Påvirkning som påvirker alle likt kalles «alpha-press». Eksempel på slik påvirkning er den som påvirker vårt sansesystem direkte, for eksempel høy, ubehagelig lyd. På den andre siden finnes påvirkning som funger ulikt på ulike individer, «beta-press». Et eksempel på dette er musikk, der dette hos noen vil gi rammer som fører til økt kreativ utfoldelse, mens samme musikk for andre vil fungere som støy. De fleste type påvirkninger, kan plasseres under «beta-press»-kategorien (ibid.). Et eksempel på press-perspektivet kommer frem i en undersøkelse av forholdet mellom kreativitet og ulike pedagogiske praksiser (Kozlowski et al., 2019, s. 518). De tar utgangspunkt i tidligere teori som forklarer at læreren er en kritisk komponent i elevenes utvikling av matematisk kreativ tenkning. Det trekkes frem at arbeid med problemløsningsoppgaver er en spesifikk undervisningstilnærming som støtter elevenes kreative tenkning, og at læreren på denne måten kan fungere som en pressfaktor.

Selv om de fire p-ene viser til ulike fokusområder forskning kan ha, har fokusområdene sterke sammenhenger. For eksempel er det den kreative personen som blir påvirket av press, prosessen og produktet blir utført av personen, og produktet er et resultat av blant annet press.

2.4.2 Matematisk kreativitet

Gir det mening å snakke om matematikk som et kreativt fag? Den allmenne oppfatningen ser ut til å være at matematikkfaget ikke assosieres med kreativitet. Silver (1997, s. 75) skriver at de fleste elever i verden anser matematikk som det minst kreative faget i skolen. Dette kan være fordi skolen ikke legger til rette for at elever får erfaring med den kreative delen av matematikken.

Det er nærmest umulig å gi en presis og bredt akseptert definisjon av hva matematisk kreativitet er (Leikin & Lev, 2013, s. 184). Haylock (1987, s. 62) sier at en definisjon må vise til både matematikk og kreativitet, og at mange av definisjonene vektlegger den ene tyngre enn den andre. Et annet skille er et vi kjenner igjen fra definisjonen av generell kreativitet som går ut på at noen vektlegger produktet mensandre vektlegger prosessen. Chamberlin og Moon (2005) definerer matematisk kreativitet som «an unusual ability to generate novel and useful solutions to simulated or real applied problems using mathematical modeling» (s. 38). I deres definisjon vektlegges et produkt om er nytenkende og nyttig. En som vektlegger prosessen i sin definisjon er Ervynck (1991, s. 42-43) som definerer matematisk kreativitet som innsiktsfulle tankeevner som involverer flyt, fleksibilitet, originalitet, i tillegg til evnen til å frigjøre seg fra algoritmiske fremgangsmåter i beslutningstaking.

I likhet med Plucker og Beghetto (2004) argumenterer Sriraman (2005, s. 20) for at det i definisjonen av matematisk kreativitet må tas hensyn til den sosiale konteksten. Han mener at vi må anerkjenne at elever også er kapable til å generere kreative produkter på sitt nivå. Et eksempel på dette er at en løsning på et matematisk problem kan være svært nytenkende dersom det blir presentert av en skoleelev, men samme løsning ville i et miljø av matematikere ikke bli ansett som original. Han viser til Pólya (1954) som argumenterte for at den eneste forskjellen mellom en matematikers arbeid og elevs arbeid er vanskelighetsgraden.

Felles for definisjonene av matematisk kreativitet er at de handler om evnen til å generere ulike og nye løsninger på matematiske problemer. Men hvorfor retter både forskning og læreplaner fokus på dette?

I kapittel 2.2 har vi presentert tre ulike syn på hvorfor det bør arbeides med problemløsning i skolen. Synet som dominerer dagens forskning, og også læreplanene, er det Schoenfelt (1992) argumenterer for; at problemløsning er selve matematikken og at matematikk læres gjennom problemløsning. Årsaken til at matematisk kreativitet også bør vies oppmerksomhet, bygger på dette synet. Kreativitetens rolle i problemløsning handler i stor grad om å ikke bli fastlåst i tankemønster og evnen til å finne ulike og nytenkende løsninger (Haylock, 1987, s. 59-60). Mange problemer kan løses ved systematiske fremgangsmåter som elevene lærer seg, men slike innlærte problemløsningsstrategier vil ikke automatisk kunne anvendes i møte med nye problemer (ibid., s. 63-64).

Problemløsning omtales som en spesifikk læringstilnærming som støtter autentisk og kreativ tenking i matematikk (Kozlowski et al., 2019, s. 518). Kwon et al. (2006, s. 52) argumenterer for at problemløsning og matematisk kreativitet påvirker hverandre gjensidig: problemløsning både fremmer og krever matematisk kreativitet. Silver (1997, s. 75) mener at alle elever har potensiale til å utvikle matematisk kreativitet, og han argumenterer for at matematikkundervisning som inkluderer problemløsning kan bidra til at alle elever utvikler mer kreative tilnærminger til matematikk.

Betydningen av kreativitet i skolematematikk blir ofte neglisjert fordi det ikke vurderes på standardiserte tester som er designet for å måle kunnskap (Chamberlin & Moon, 2005, s. 42). Vi har ikke klart å finne spesifikke anbefalinger eller retningslinjer som kan hjelpe lærere å vurdere elevers matematiske kreativitet i norsk skole. Høsten 2020 kommer en ny læreplan, og med denne kommer det en støtte til vurdering. I *Kjennetegn på måloppnåelse - matematikk 10. trinn* fremkommer det at elever blant annet viser kreativitet i å utforske, gjenkjenne og beskrive eller når de generaliserer matematiske strukturer og sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Vi ser ikke klare likhetstrekk mellom denne måten å omtale matematisk kreativitet og det vi har presentert av tidligere forskning. Forskningen ser ut til å i større grad vektlegge sammenhengen mellom kreativitet og problemløsning.

På bakgrunn av dette så vi det nødvendig å finne forskning som kunne være utgangspunkt for vår operasjonalisering av matematisk kreativitet. Store deler av forskningen tar utgangspunkt i målene flyt, fleksibilitet og originalitet og de ulike modellene viser store likhetstrekk. Vi tok utgangspunkt i modellen utviklet av Leikin og Lev (2013, s. 185-188). De har designet et verktøy som både ser på prosessen og produktet, og som baserer seg på synene til blant annet Pólya (1957), Torrance (1966), Ervynck (1991) og Silver (1997). Disse deler et syn om at å løse matematiske problemer på flere ulike måter er tett knyttet til kreativitet. Derfor foreslår Leikin og Lev (2013) å vurdere matematisk kreativitet ved å bruke problemløsningsoppgaver av typen *multiple solution tasks*. Leikin og Lev (2013, s. 185) skriver at multiple solution tasks er oppgaver som krever at elever må løse et problem på flere måter og der dette er eksplisitt uttalt. Forskjellene mellom løsningen kan være basert på:

1. Ulike representasjoner av matematiske begreper
2. Ulike egenskaper av matematiske begreper fra en bestemt del av matematikken
3. Ulike matematiske verktøy og teoremer fra forskjellige grener av matematikken
4. Ulike verktøy og teoremer fra andre fag (ikke nødvendigvis matematikk)

Modellen baserer på tre indikasjoner på kreativitet: flyt, fleksibilitet og originalitet. For å vurdere disse tar Leikin og Lev (2013) utgangspunkt i løsningsrom (*solution space).*

- *Ekspertens løsningsrom* er den mest komplette samling av mulige løsninger på et problem. Det inneholder løsninger som normalt blir undervist i og som finnes i lærebøkene (det konvensjonelle løsningsrommet) og løsninger som befinner seg utenfor denne normalen (det ukonvensjonelle løsningsrommet).
- *Det individuelle løsningsrommet* er samlingen av løsningene produsert av et individ på et problem. Dette deles inn i løsninger som kan produseres på egenhånd (det tilgjengelige løsningsrommet) og løsninger som kan produseres ved hjelp fra andre (det potensielle løsningsrommet).
- Når elever arbeider sammen i en gruppe, har de sammen mulighet til å produsere en spesiell mengde svar, og denne mengden kalles *det kollektive løsningsrommet*. Leikin og Lev (2013) bruker løsningsrom både til å undersøke elevenes kreativitet, men også til å vurdere oppgavens potensiale til å måle elevenes kreativitet (s. 187).

Når Leikin og Lev (2013) vurderer elevers matematiske kreativitet er flyt antall passende måter som er produsert. Som i mye annen forskning på matematisk kreativitet, blir flyt oppgitt med et tall på antall passende svar på en oppgave. Fleksibilitet knyttes til variasjon i idéproduksjon og baserer seg på antallet av ulike kategorier eller typer løsninger elevene bruker (ibid., s. 184). To løsninger er ulike dersom de innehar løsningsstrategier som baserer seg ulike representasjoner, egenskaper eller grener av matematikken. Originalitet er evaluert ved å sammenligne elevenes individuelle løsningsrom med det kollektive løsningsrommet for hele referansegruppa. Det sier noe om elevenes nytenkning og hvor sjelden en løsning er.

Carruthers og MacLean (2019) bidrar med et dynamisk syn på vurdering av kreativitet. Dette dynamiske synet innebærer at også ufullstendige løsninger bør tas med i betraktning i vurdering av kreativitet. Årsaken til dette er at ufullstendige løsninger er deler av den kreative prosessen som bidrar med fremdrift. I en sosial kontekst vil ufullstendige forslag også bidra med idéer som andre kan bygge videre på eller fullføre.

Leikin og Lev (2013, s. 187) argumenterer for at når elever arbeider sammen får de utviklet sin kreativitet. Dette skjer ved at elevene blir kjent med et større kollektivt løsningsrom enn sitt eget individuelle løsningsrom. Med dette kan det se ut til at Thinking Classrooms, gjennom sin tilrettelegging for samarbeid og samhandling, skaper en arena der elevene får utviklet sin kreativitet.

2.5 Samarbeid i matematikk

Tidligere har det vært et forskningsfokus på hvorvidt samarbeid er effektivt for elevers læring i matematikk. En hovedvekt av både eldre og nyere studier peker i samme retning; at samarbeidslæring kan ha positiv effekt på elevers læring og prestasjoner i matematikk. Uenigheten i forskningsfeltet ligger i hva som skal til for å skape læringsfremmende samarbeid (Slavin, 1990, s. 52).

Et av Liljedahls (2016) mål med undervisningsmetoden Thinking Classrooms er at elevene skal være aktive i sin egen læring og dette mener han at elevene kan oppnå gjennom blant annet samarbeid. Denne tilnærmingen argumenterer Boaler (2015, s. 66-77) for at også kan bidra til at elevene må ha en bredere og mer fleksibel tilnærming til faget, til bruk av metoder og til kommunikasjon. Hun mener at å forklare og uttrykke seg muntlig i arbeid med problemløsning er en god vei til matematisk forståelse. Å uttrykke seg muntlig sier Traavik et al. (2009) «.. er en forutsetning for å kunne snakke seg til innsikt i ulike fag, slik at elevene lærer betydningen av fagspesifikke ord og begreper de ikke forstår, og blir i stand til å vurdere om de har forstått eller ikke» (s. 24). Likevel fører ikke samarbeid og samtale automatisk til læring og forståelse. I en studie gjennomført av Sfard og Kieran (2001) ble matematikksamtaler mellom to elever med økende prestasjoner undersøkt. Funnene i studien viste at i motsetning til forskernes antagelse, bar ikke matematikksamtalene preg av en samarbeidende måte å samtale på, men bestod heller av individuelle utsagn lite påvirket av medelevens innspill. I dette tilfellet så det ut som at elevene fikk økte prestasjoner mer på tross av enn på grunn av samtale og samarbeid.

Det er mange faktorer som er med å påvirke kvaliteten på matematiske samtaler. En av disse kan være at elever tar ulike posisjoner og at denne posisjonering påvirker hva elever får ut av matematikksamtalene. Eksempler på at hvordan posisjoner kan påvirke elever i samtaler er at noen elever kan føle seg underlegne og derfor holde tilbake sine matematiske bidrag (Sfard & Kieran, 2001, s. 62).

2.5.1 Positioning Theory

En teori som kan brukes for å belyse menneskers sosiale posisjonering, er *Positioning Theory*. Teorien er et bidrag til kognitiv psykologi, og baserer seg på at i sosiale interaksjoner lager deltakere en story-line sammen, der deltakerne tar eller blir gitt ulike posisjoner og spiller ulik rolle i historien som skapes (Harré et al., 2009, s. 5-6). Med de ulike posisjonene følger forventninger, plikter og begrensninger om hva en kan si og gjøre og ikke alle har samme tilgangen til å gjøre meningsfulle handlinger. Harré (2012, s. 10) omtaler forholdet mellom rettigheter og plikter. Forholdet går ut på at én deltakers plikter er en annens rettigheter, og motsatt. Eksempler på dette er at rettigheten til å delta i en samtale blir ivaretatt av plikten andre har til å lytte. I tillegg følger det plikter med den enkeltes rettigheter, for eksempel blir rettigheten til å bli tatt på alvor fulgt av plikten til å komme med saklige bidrag. Teorien tar utgangspunkt i at deltakere aktivt søker å ta en spesiell posisjon, eller at de får den tildelt av andre deltakere. I møte med en slik tildelt posisjon kan deltakerne akseptere denne tildelingen, forsøke å konkurrere for å få en annen posisjon eller avslå den tildelte posisjonen (Harré et al., 2009). Eksempler på dette er at det i en gruppesammensetning kan være uenighet og konkurranse om hvem som kan ta avgjørelser på vegne av gruppa.

Hvordan mennesker posisjonerer seg i samarbeid avhenger både av konteksten og de tilhørende normene. I tillegg avhenger det av egenskaper, bakgrunn, preferanser og evner til de som deltar i samarbeidet (Harré, 2012, s. 5).

Positioning theory kan brukes som et rammeverk for å undersøke elevers samhandling, som Barnes (2004) har gjort i matematikkundervisning i australske klasserom. I hennes studie ønsket hun å undersøke faktorer som fremmer og hemmer samarbeid og hun tok utgangspunkt i positioning theory for undersøkelsene. Gjennom klasseromsstudier og intervjuer identifiserte hun 14 ulike posisjoner elever kan ta eller få når de samarbeider om å løse problemer i matematikk. Hun poengterer at for å identifisere posisjoner er det nødvendig å se etter detaljer i hver interaksjon mellom elevene. Dette innebærer å se på hva som blir sagt og gjort og hvordan medelever reagerer og tolker rettighetene og pliktene som kommer til syne. Barnes (2004) 14 posisjoner blir her fremstilt i en tabell med tilhørende indikatorer.

Tabell 2 Liste over identifiserte posisjoner med beskrivende indikatorer (Barnes, 2004, s. 6)

Position	**Indicators**
Manager	Initiates work, invites ideas, interprets instructions, gives orders or makes suggestions about who should do what, or how to tackle the task.
Helper	Carries out routine tasks when asked to do so by another group member. Acts in a subordinate position, under the other person's direction.
Facilitator	Acts to keep the group functioning smoothly, gives social support, ensures that nobody is ignored, tries to avoid or resolve conflict.
Humorist	Makes an amusing comment, gesture or facial expression—but it is brief, is related to the group's activity, and does not distract significantly from it.
Spokesperson	Speaks to the teacher on behalf of the group, to explain what they have done, to clarify what is wanted, or to ask if they are "right".
Expert	Makes authoritative mathematical statements, and decides what is correct, *or* is asked for help by others who accept the answers as authoritative.
Outside Expert	Introduces specialized expertise, from outside the classroom, and uses it to give examples, contextualise the task. Expertise acknowledged by others.
Critic	Seeks explanations, looks for alternative methods, disputes other people's assertions. May point out flaws in reasoning or errors in calculations.
Collaborator	Works closely with others, uses collaborative forms of talk (speaking in chorus or completing another's sentences), engages actively in discussion
In Need of Help	*Either* claims not to understand, and explicitly or implicitly asks for help, or accepts an offer of help from another and attends to the explanation.
Entertainer	Initiates and sustains off-task activity—talk, gossip, banter, singing, or play, causing a significant distraction from the group's work.
Audience	Is willing to be amused by an Entertainer. May contribute to the conversation initiated by the Entertainer or join in activities.
Networker	Monitors events in other parts of the room, or listens to the talk in other groups. Joins with other groups in off-task activity, or mathematical talk.
Outsider	*Either* tries to join in the discussion, but is interrupted or ignored; *or* says nothing for long periods, and gives no sign of seeking to participate.

Barnes (2004, s. 5-12) sorterte posisjonene i følgende grupper:

Tabell 3 Barnes (2004) gruppering av posisjoner

Grupper	**Posisjoner**
Komme i gang med arbeid	Manager, helper
Opprettholde gruppesamarbeid	Faciliator, humorist
Snakke for gruppa	Spokesperson
Tenke på matematikk	Expert, outside expert, critic, collaborator, in need of help
Være distrahert	Entertainer, audience
Ikke høre til	Networker, outsider

Med utgangspunkt i sine funn, argumenterer Barnes (2004) for at dersom en gruppes samarbeid skal fungere optimalt, bør elevene bevege seg fritt mellom følgende posisjoner knyttet til å tenke på matematikk: *expert, critic, collaborator* og *in need of help.* Dersom en elev kun tar én posisjon gjennom hele samarbeidet vil dette ha negative konsekvenser både for gruppas og den enkelte elevs læring. Dette er fordi læringseffekten av samarbeidslæring kommer ved at elevene beveger seg mellom ulike faser: de får engasjere seg i oppgaven, prøve å forstå andres idéer, forklare og argumentere for egne idéer, ha et kritisk blikk og motta støtte i utførelsen av utfordrende oppgaver (Barnes, 2004, s. 14). Derfor mener hun at alle gruppemedlemmene bør oppfordres til å bidra med sine idéer, kritisere, bygge videre på idéer og delta aktivt i å utforme løsninger.

Barnes (2004) bruker positioning theory til å se på øyeblikkets interaksjon mellom elever, og tar i betraktning at posisjoneringen endres ofte og hurtig i samarbeidet. Denne bruken av teorien gir et detaljert bilde av historien som utspiller seg i samhandlingen mellom elevene. En annen bruk av rammeverket kan vi se i mastergradsavhandlingene til Holter (2017) og Lorentzen og Reinsnes (2018). I begge avhandlingene brukes rammeverket, og spesielt Barnes (2004) funn om indikatorer, som utgangspunkt for analyseprosessen. I motsetning til Barnes (2004) letes det i begge avhandlingene mer etter tendenser i elevenes posisjonering og de finner mer overordnede roller eller posisjoner basert disse mønstrene. Dette betyr at de roller/posisjoner de fant baserer seg på flere av posisjonene og indikatorene til Barnes (2004) og de velger å plassere elevene under én posisjon/rolle. For eksempel fant Lorentzen og Reinsnes (2018) en posisjon de valgte å kalle pådriver (s. 49). Elever som tar denne posisjonen viser indikasjoner fra både *manager* og *collaborator.* De andre posisjonene som ble funnet i denne masteren var veileder, hjelper og outsider. Outsider og hjelper var direkte inspirert av Barnes (2004) posisjoner, pådriver har de utarbeidet selv og veileder var inspirert av masterprosjektet til Holter (Holter), men viser også likhetstrekk med Barnes (2004) posisjon *expert.* Holter (2017) har også latt seg inspirere av Barnes (2004) funn og brukte posisjonene som sammenlikningsgrunnlag for sine roller; den høyttenkende eleven, den veiledende eleven, den undrende eleven, den formelavhengige eleven og den stille eleven. Et eksempel på hennes sammenlikning og bruk av positioning theory er at rollen den stille eleven viser likhetstrekk med Barnes (2004) *outsider* ved å velge å ikke delta i diskusjonen. På bakgrunn av dette bidrar Barnes (2004) til Holters diskusjon med mulige forklaringer på hvorfor elever opptrer som de gjør. Dette bidraget kan komme fordi Barnes (2004) har et langt mer omfattende datamateriale enn Holter.

3 Metode

3.1 Ustrukturerte observasjoner og feltsamtaler

Å formulere problemstillingen vår for å velge fokus og retning i studien har vært en lang og dynamisk prosess. Valgene vi har gjort har vært med utgangspunkt i ustrukturerte observasjoner og feltsamtaler skole, lærere og elever. På denne måten har ikke de ustrukturerte observasjonene og feltsamtaler bidratt direkte med data til studien, men heller bidratt til å forme vår studie og våre metodiske valg.

Feltsamtalene begynte med et uformelt møte med en lærer fra skolen vi hadde kontakt med. På dette møtet fikk vi vite at flere matematikklærere hold på med et prosjekt knyttet til innføring av undervisningsmetoden Thinking Classrooms. Han tipset konkret om andre lærere vi kunne kontakte. Ved å gi en slik tilgang til nye informanter, var vår første lærer det Thagaard (2018, s. 66) kaller en døråpner. Senere fikk vi delta på et planlagt møte om Thinking Classrooms med flere matematikklærere. Møtet gav oss en idé om hvilke lærere vi kunne følge videre, da vi på dette stadiet var interesserte i å gjøre en komparativ studie; vi valgte oss ut to lærere der den ene hadde kommet lengre enn den andre i implementeringen av undervisningsmetoden. Ustrukturerte observasjoner av klassene til disse to lærerne, samt flere feltsamtaler, gjorde at vi valgte å samarbeide videre med den læreren som hadde kommet lengst. Vi fant ut at en komparativ studie antageligvis ville vise oss det åpenbare, nemlig at implementeringen tar lang tid og at lærerne er på ulike stadier. Etter dette hadde vi hovedsakelig feltsamtaler med vår utvalgte lærer. Disse samtalene var i form av forberedte møter på universitetet og ute på skolen, og mer spontane samtaler i klasserommet og på pauserommet.

Vi hadde også feltsamtaler med elevene i de ustrukturerte observasjonene. Disse samtalene gav oss innsikt i elevenes erfaringer med Thinking Classrooms og elevenes faglige nivå. I tillegg til å få kunnskap som kunne hjelpe oss å velge fokus, var noe av hensikten med samtalene å bli kjent med forskningsfeltet gjennom å bygge tillit med elever og lærere. Dette viste seg å være nyttig for å kunne gjennomføre prosjektet. Vår tilstedeværelse i klasserommet før datainnsamlinga reduserte oss som fremmedelement.

Vår nærhet til feltet hjalp oss å velge fokus og avgrensing. I tillegg hjalp det oss å velge ut problemløsningsoppgaver som egnet seg for både undervisningsmetoden og elevgruppa og som kunne gi oss data for å besvare vår problemstilling.

3.2 Forskningsmetode

Problemstillingen som danner grunnlaget for vår studie er:

> *Hvilke posisjoner tar elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i små grupper i et Thinking Classroom, og hva kan vi si om elevenes matematiske kreativitet basert på deres bidrag i gruppediskusjonen?*

Det finnes ulike tilnærminger til forskningsfeltet; kvalitativ, kvantitativ og mixed methods (Creswell, 2014, s. 25). Problemstillingen vår la føringer for at vår studie er kvalitativ. Dette fordi vårt mål var å forstå det sosiale fenomenet posisjoner og å undersøke elevenes kreativitet som mer enn kun målbare prestasjoner. For å gjøre dette trengte vi å undersøke feltet nært og i et samarbeid med informantene våre. I tillegg måtte dette skje i deres naturlige hverdagssituasjon, da vi spurte oss hvordan posisjoneringen og kreativiteten er i rammene av Thinking Classrooms. Studiet av sosiale fenomener, ikke-målbare data, nærhet til feltet og naturlige omgivelser er karakteristikker på en kvalitativ studie (Ringdal, 2018, s. 110).

Postholm (2010, s. 23) argumenterer for at nesten all kvalitativ forskning utføres innenfor et konstruktivistisk paradigme, som innebærer at kunnskap og forståelse blir skapt i sosial interaksjon. Det gjelder også for vårt prosjekt; vi har hatt et sosialkonstruktivistisk syn på virkelighet og sannhet og dette har gitt retning i vårt forskningsprosjekt. For oss innebar det at kunnskapen vi opparbeidet oss gjennom arbeidet ikke lå ferdig og klart til å «bli funnet», men at det heller er noe som ble skapt i møtet mellom teori, felt og oss som forskere.

Designet for dette prosjektet er casestudiet, og årsaken til dette er sammensatt. Både interessen, selve prosessen og problemstillingen peker i retning av dette designet. Casestudie som metodisk tilnærming gav oss mulighet til å studere et avgrenset miljø, noe som var nødvendig for å få den inngående og dype innsikten i feltet som vi trengte. Postholm (2010, s. 50) beskriver avgrenset miljø som avgrenset i tid og sted. Ifølge Creswell (2014, s. 14) er casestudie et undersøkende design hvor forskeren går i dybden for å analysere et tilfelle, som kan være et program, en hendelse, en aktivitet, en prosess eller et individ. I vår problemstilling var fokuset på de sosiale enhetene små grupper, og aktiviteten problemløsning. I Cohen et al. (2011, s. 290-291) kan vi se at det finnes flere måter å dele inn casestudier på. Vår studie kan beskrives som en deskriptiv casestudie, med et single-case design. Deskriptivt fordi vi ønsket å beskrive elevenes posisjoner og kreativitet, og single-case fordi vi ikke sammenlignet caser. Vi så det hensiktsmessig å bruke dette designet da omfanget og varigheten til en slik metodisk tilnærming kunne gjennomføres innenfor tidsrammen.

3.3 Valg av informanter

Kvalitative studier baserer seg på strategiske utvalg, noe som innebærer at forskeren velger informanter som har egenskaper eller kvalifikasjoner som er strategiske med tanke på problemstillingen (Thagaard, 2018, s. 60). Basert på tidligere studenters erfaringer, har vi fått innsikt i at det kan være utfordrende å få tilgang til et slikt strategisk utvalg. Utfordringen ligger i å få tak i lærere som er villige til å sette av tid til et samarbeid. Derfor var vårt første kriterium at informantene måtte være interesserte og villige til å delta i studien. Det var da svært gunstig for oss at en skole vi kjente til gjennom praksisperioder og vikararbeid hadde lærere som var villige til å samarbeide med oss og i tillegg holdt på med et prosjekt som kunne være interessant å undersøke nærmere. Vi satte flere kriterier med utgangspunkt i problemstillingen vår.

I løpet av våre ustrukturerte observasjoner fant vi ut at et annet kriterium for utvalget måtte være at klassen vi valgte var kommet lengst mulig i implementeringen av Thinking Classrooms. Dette fordi vi her hyppigere observerte diskusjoner med matematisk innhold. På dette stadiet var det elevenes matematiske kreativitet som var hovedfokus, og for å få tilgang til elevenes kreative utfoldelse var vi avhengige av slike matematiske diskusjoner. En klasse som passet dette kriteriet hadde en lærer som viste interesse for vårt forskningsprosjekt, og vi ble enige om å samarbeide videre med denne læreren.

Utvalgsprosessen vår var todelt. Etter å ha valgt en lærer måtte vi avgjøre hvor mange og hvilke elever vi skulle studere nærmere. Størrelsen på utvalget avhenger av hvilken metodisk tilnærming forskeren har (Cohen et al., 2011, s. 144). Fordi vi gjennomførte en kvalitativ casestudie valgte vi å studere et lite utvalg nærmere. Dette er i tråd med det Cohen et al. (2011) sier om kvalitative studier. De beskriver at størrelsen kan variere fra noen få til flere hundre. Ønsket vårt var å se nærmere på 9-12 elever. Bakgrunnen for denne størrelsen var i stor grad av praktisk karakter. Denne mengden kunne vi få til å filme samtidig. I tillegg spilte faktorer som tid og studiens omfang en rolle. Vi antok, basert på tidligere masteroppgaver med datainnsamling i ungdomskolen, at det kunne bli utfordrende å få hele klassen til å levere samtykkeskjemaer. Antagelsen ble tidlig bekreftet, da flere elever viste seg skeptiske til å bli filmet. Vi endte opp med ti elever fordelt på tre grupper fra en klasse på 8. trinn. Disse ti oppfylte kriteriet om skriftlig samtykke fra foreldre samt eget samtykke. Læreren kunne informere oss om at disse elevene representerte klassen godt ved at de var på ulikt faglig nivå i matematikk.

3.4 Valg av metode for datainnsamling

Problemstillingen og vårt kvalitative forskningsdesign la rammene for hvilke datainnsamlingsmetoder vi valgte å benytte oss av. Innenfor casestudier er det ikke noen bestemt måte å gå frem ved datainnsamling, men pragmatiske valg avgjør datainnsamlingsstrategier og eventuelle kombinasjoner (Postholm, 2010, s. 53). Som i andre kvalitative casestudier er intervju, observasjon og ulike dokumentanalyser de vanligste metodene (Thagaard, 2018). For å besvare problemstillingen måtte vi velge en metode som gav oss tilgang til elever som arbeider med problemløsningsoppgaver i Thinking Classrooms. I problemløsningssituasjonen måtte vi få tilgang til elevenes samtale og samhandling for å kunne si noe om deres posisjonering og kreativitet. Vi kom frem til at det var hensiktsmessig å velge observasjon. Årsaken til at vi valgte denne metoden var fordi den egner seg godt til å studere hvordan elevene forholder seg til hverandre i sosiale situasjoner. Observasjon kunne gi oss riktige og autentiske data.

Vi kunne gjennomført oppgavebaserte intervjuer, men da hadde vi kunstig konstruert gruppesamarbeidet, og dermed ikke hatt mulighet til å kunne si noe om hvordan elevene jobber innenfor rammene av Thinking Classrooms. Vi kunne også intervjuet elevene for å høre deres tanker om hvordan de posisjonerer seg og viser matematisk kreativitet, men da hadde vi fått svar på elevenes oppfatning av dette og ikke hvordan de faktisk handler. I tillegg skjer posisjonering både bevisst og ubevisst, og dette er noe elevene ikke har full innsikt i selv. Cohen et al. (2011, s. 456) skriver at hva en person sier og hvordan en person handler ofte avviker. Årsaken til det kan være at personene bevisst svarer usant, eller at de har en misoppfatning av sin egen opptreden. En annen tilnærming kunne vært å utarbeide en spørreundersøkelse hvor elevene kunne svart på spørsmål knyttet til problemstillingen. Dette kunne gitt oss en annen type innsikt da elevene ville vært anonyme, men da ville vi møtt samme utfordring som ved intervju. Grunnen til at vi valgte observasjon baserer seg på at vi ønsket å studere direkte hva elevene gjorde og sa.

En kombinasjon av flere datainnsamlingsmetoder ble vurdert, og dette kunne gitt flere dimensjoner i datasettet. På en annen side ville vi da ikke fått tid til å gå like mye i dybden på de dataene vi hadde tilgang til, og en konsekvens av dette hadde blitt en mindre dyptgående og grundig analyse.

3.4.1 Observasjon som metode

Etter valget av observasjon som metode, måtte vi avgjøre hvilken type observasjon som kunne sikre autentiske data for å svare på problemstillingen. Hvilken type forskeren velger avhenger av undersøkelsesobjektet, som for eksempel det fysiske miljøet, menneskelige omgivelser, interaksjon eller pedagogiske rammer (Cohen et al., 2011, s. 457).

Cohen et al. (2011) sier at observasjoner kan deles inn i *strukturerte, semistrukturerte* og *ustrukturerte*. Strukturerte observasjoner kjennetegnes av at forskeren allerede før datainnsamling har laget observasjonskategorier. I semistrukturerte observasjoner har forskeren ofte en bestemt agenda, men ikke nødvendigvis forutbestemte observasjonskategorier, og kjennetegnes ved at de ikke er like systematiske som strukturerte observasjoner. I ustrukturerte observasjoner er det mindre klart hva forskeren ser etter og derfor kan det være nødvendig å tre inn i forskningsfeltet for å se hva som utspiller seg før en bestemmer seg for retning.

Lydopptaker og videokamera brukes ofte som tekniske hjelpemidler i observasjon. Det vil være til god hjelp dersom man ønsker å få med seg hva som blir sagt i samtaler mellom informantene og for å registrere ikke-verbal atferd (Cohen et al., 2011). Kameraets plassering vil begrense hva som blir registrert og vil kun gi en representasjon av realiteten, men det samme er tilfelle ved direkte observasjon eller lydopptak (Cohen et al., 2011, s. 530). På grunn av dette, må filmene og lydopptakene også analyseres som nettopp dette; en begrenset fremstilling av virkeligheten. Et videokamera kunne virke forstyrrende på informantene, men hvis informantene er engasjert i en aktivitet vil de ikke nødvendigvis bry seg like mye om at de filmes (Thagaard, 2018, s. 90). Fordelen med både lydopptaker og videokamera er at man vil ha muligheten til å se på en situasjon ved flere anledninger senere. En av styrkene ved å ta i bruk lyd- og videoopptak i observasjon er at dataene fortsatt er tilgjengelige dersom fokuset i studien endrer seg underveis.

Tidlig i prosessen gjorde vi flere ustrukturerte observasjoner i forskningsfeltet for å lære mer om hvordan undervisningen i Thinking Classrooms foregikk. Basert på våre erfaringer fra disse observasjonene så vi det nødvendig å ta i bruk lyd- og videoopptakere som verktøy. Måten vi brukte verktøyene på gjør at vi klassifiserer observasjonene våre som semistrukturerte. Dette er fordi vi gjorde en avgrensning i elevene vi observerte, tiden vi observerte dem i og hvilke aktiviteter vi observerte. Disse strukturelle valgene gjorde vi for å sikre oss mest mulig relevant datamateriale: observasjon av elevene i en problemløsningssituasjon i grupper. Det kan argumenteres for at direkte observasjon kunne vært et alternativ, men vi mener likevel at det ville begrense vår tilgang til data ved at vår hukommelse og evne til å registrere detaljerte beskrivelse kunne ført til flere feilkilder og uriktige observasjoner. Ved å filme undervisningen reduserte vi feilkilder ved vi hadde bedre forutsetninger til å systematisk registrere og utforske større mengder materiale.

Thagaard (2018, s. 87) skriver at forskeren i forkant av en observasjon må overveie sin rolle i feltet. Forskerens rolle i observasjon inndeler Gold (1958, s. 219-222) på følgende måte; *fullstendig deltaker, observerende deltaker, deltakende observatør* og *fullstendig observatør*. Ytterpunktene i denne inndelingen er fullstendig deltaker og fullstendig observatør. En fullstendig deltaker deltar i miljøet på lik linje med deltakerne i feltet, mens en fullstendig observatør ikke deltar blant de som observeres i det hele tatt. Den mest vanlige formen er deltakende observasjon og utgjør en mellomting mellom de to ytterpunktene. En deltakende observatør oppholder seg i feltet og deltar i aktiviteter sammen med informantene. Forskerens nærvær i feltet har selvsagt en betydning og kan være utfordrende. Thagaard (2018, s. 87) skriver at det er viktig at forskeren reflekterer over hvordan en oppfattes av informantene og hvilken betydning dette kan ha. Et av hovedpoengene hennes er at de tankene forskere gjør seg om hvordan en påvirker informantene inngår som en del av studiens resultater.

I vårt feltarbeid var vi deltakende observatører, noe som innebar at vi var til stede i den sosiale situasjonen og studert hvordan våre informanter handler. Deltakelsen er bare delvis, fordi vi ikke deltok i aktiviteten som elevene gjorde, men samhandlet med elevene når de arbeidet. På denne måten befant vi oss midt mellom de to ytterpunktene; fullstendig observasjon og fullstendig deltakelse. Det at vi var deltakende observatører i vår studie innebar at vi ikke gjennomførte undervisningen, men var til stede på en slik måte at vi kunne bidra med kommentarer og spørsmål til elevene. Ved å la læreren ha undervisningen skapte vi en mest mulig autentisk undervisningssituasjon. Rammene var kjent for elevene, og læreren hadde mye erfaring med undervisningsmetoden. En mest mulig autentisk undervisningssituasjon var nødvendig for å svare på problemstillingen.

3.4.2 Gjennomføring av observasjon

Gjennomføringen av våre observasjoner ble gjort over to påfølgende skoletimer i én klasse. I begge timene filmet vi omkring 20 minutter hvor elevene arbeidet i små grupper. Som nevnt i kapittel 3.3 filmet vi ti elever, og disse var fordelt på tre grupper. Ønsket var 4 grupper, men grunnet fravær blant elevene ble det tre. For å betjene kameraene og lydopptakere hadde vi med oss to assistenter. Disse var medstudenter som hadde erfaring med filming fra eget masterprosjekt. Kameraene ble plassert omkring to meter fra gruppene, og utsnittet dekket tavla elevene arbeidet på, i tillegg til et område rundt tavla. Dette gav oss mulighet til å fange opp tilstrekkelig med subtile hint, ikke-verbal kommunikasjon, små bevegelser og fakter blant elevene. På denne måten fikk vi filmet det meste av aktiviteten til elevene, uten å få med elever fra andre grupper.

Før datainnsamlingen gjorde vi oss erfaringer som tilsa at lydkvaliteten på videokameraene kunne bli for dårlig, da det var en del støy i klasserommet. Dette løste vi ved å plassere ut lydopptakere til hver gruppe på tavlene der de jobbet. Det ble fortsatt en del støy på opptakene, men lydkvaliteten var bedre på lydopptakerne og vi kunne høre samtalene bedre. I tillegg hadde vi en lydopptaker festet på læreren, slik at vi fikk mulighet til å fange opp lyd dersom elevene forlot gruppa for å oppsøke læreren. Til sammen gav dette oss 160 minutter med datamateriale.

Læreren gjennomførte undervisningen, og vi bistod med kommentarer eller svar på spørsmål der dette var hensiktsmessig. Hvilke kommentarer og svar vi kunne bidra med, hadde vi gått gjennom med læreren og assistentene på forhånd. For det første tok vi hensyn til at vi ikke skulle prege datamateriale ved å for eksempel komme med matematiske bidrag. For det andre hadde vi fått tydelige indikatorer om hva slags spørsmål som kunne komme ved at vi hadde introdusert liknende oppgaver for klassen tidligere, under ustrukturerte observasjoner. Vi gjorde også en test av oppgavene på studenter på vårt eget kull, og fikk innsikt i typiske misforståelser og hindringer for problemløsningen. Blant annet var spørsmål som «hva som er lov» vanlige.

Som tidligere nevnt i dette kapittelet, kan kameraet fungere som et fremmedelement og prege elevenes atferd. Vi erfarte under gjennomføringen at noen elever ble opptatt av videokameraet i korte perioder. Dette var spesielt i forkant og etterkant av at de hadde jobbet med problemløsningsoppgavene. Til tross for at de ved noen anledninger ble opptatt av kameraet, var vårt inntrykk at de klarte å legge denne interessen bort og fortsette med oppgaven. Også vår tilstedeværelse kan fungere som fremmedelement for elevene. Vi merket derimot raskt at dette var noe elevene hadde erfaringer med fra tidligere og ikke lot seg prege ytterligere av. Dette fikk vi også bekreftet i samtaler med læreren.

3.5 Valg av problemløsningsoppgaver

Oppgavene er valgt ut med hensikt å bidra til å svare på problemstillingen vår. Ved valget av oppgavene, var prosjektet på et stadium der vi hadde fokus på matematisk kreativitet og ikke enda hadde endret vår problemstilling til å også omhandle posisjoner. Derfor er det dette som ligger bak valg av oppgavene. Vi anså det som hensiktsmessig å filme gruppearbeid med to ulike oppgaver. Dette ville gi oss et større datamateriale enn med bare én oppgave, men likevel ikke for stort.

Som vi har sett over i kapittel 2.4 er det å løse matematiske problemer på ulike måter nært knyttet til kreativitet, og flere forskere foreslår at problemløsningsoppgaver av typen *multiple solution tasks* benyttes for å vurdere matematisk kreativitet (Torrance, 1966; Leikin & Lev, 2013). Idéen bak å bruke slike oppgaver er at de krever at elevene må løse problemer på flere måter og derfor egner seg for å vurdere matematisk kreativitet. Videre måtte oppgavene egne seg til prosjektet på flere plan. Vi valgte to oppgaver som er brukt i tidligere forskning og da det allerede fantes oppgaver konstruert til formålet så vi det ikke hensiktsmessig å utforme våre egne.

Oppgavene skulle også passe til rammene av Thinking Classrooms (Liljedahl, 2018); de skulle være engasjerende og legge opp til diskusjon. Måten de skal være engasjerende på, er at de skulle være lette å forstå og alle skulle ha mulighet til å komme i gang med oppgaven, men samtidig skal oppgaven gi rom for matematisk fordypning. De skulle imidlertid ikke ha en umiddelbar løsning. Oppgavene måtte også være mulig å gi muntlig eller med illustrerende bilder.

Oppgavene ble i tillegg valgt med utgangspunkt i klassens nivå. Vi valgte ut seks ulike oppgaver fra litteraturen og tok en gjennomgang med klassens lærer og fant to egnede.

Oppgave 1 er hentet fra Haylock (1987, s. 71) og blir trukket frem som et eksempel på en problemløsningsoppgave med mange løsninger. Denne oppgaven ble valgt for å ha spesielt lav inngangsterskel, og vi antok at dette ville gi oss ulike matematiske bidrag hurtig. Det var også ønskelig at flest mulig elever skulle delta i diskusjonen, slik at vi fikk datamateriale som kunne si noe om deres kreativitet. I tillegg ville en enkel, abstrakt oppgave gjøre elevenes kreative bidrag tydelige og identifiserbare. Det skulle eksplisitt oppfordres til å komme med så mange løsninger som mulig. Oppgaven lyder:

Hvis $(p+q)(r+s)=36$, hvilke verdier kan p, q, r og s ha?

Oppgave 2 er hentet fra Guberman og Leikin (2013, s. 37) og er et annet eksempel på en oppgave med mange mulige løsningsstrategier. Denne ble valgt ut for å gi elevene mulighet til å komme med rikere og mer originale løsninger. Oppgaven er laget for å kunne løses gjennom å bruke en mengde ulike matematiske områder: minste felles multiplum, likninger, forhold, brøk, tabell, tegning og tallinje. Denne oppgaven ble presentert med en illustrasjon av to tannhjul (se vedlegg 3). Til forskjell fra første oppgave er det her kun ett riktig svar, men med mulighet til flere ulike fremgangsmåter. Oppgaven er:

> *To tannhjul står inntil hverandre. Det ene tannhjulet har 15 tenner, og det andre har 20 tenner. Hvert av tannhjulene har en sort tann. Hvor mange rotasjoner må til for at de sorte tennene møtes igjen på samme måte de stod til å begynne med?*

3.6 Analyse

Cohen et al. (2011, s. 537) skriver at det ikke finnes et fasitsvar på hvordan kvalitative data skal analyseres og presenteres. Det handler om å finne den måten som egner seg best til formålet. Dette utdypes av Ringdal (2018, s. 252) som skriver at det ikke finnes standardiserte teknikker for å analysere kvalitative data slik som det gjør til analyse av talldata. Som Postholm (2010, s. 86) trekker frem, kan et eget kapittel om den kvalitative analysen være misvisende og kan gi inntrykk av analyseprosessen som en lineær og avgrenset prosess, mens i realiteten begynner forskeren sin kvalitative analyse allerede ved første intervju, observasjon eller første blikk på dokumentet. Også i vårt prosjekt har det pågått ulik grad av analyse gjennom store deler av prosessen, noe som fremkommer tydelig i kapittel 3.1. Der forteller vi at observasjoner vi gjorde tidlig i prosessen påvirket våre metodiske valg senere. Likevel skiller Postholm (2010) mellom analysen av materiale underveis i forskningsarbeidet og den mer systematiske analysen som skjer av det innsamlede materiale. Det er den sistnevnte som vil bli beskrevet i dette kapittelet.

3.6.1 Tematisk analyse

Ettersom vi hadde to ulike fokusområder i vår studie gjorde vi en todelt analyse av vårt datamateriale; en del handlet om elevenes posisjonering og den andre delen om elevenes matematiske kreativitet. Ettersom hensikten med prosjektet var å undersøke disse to temaene valgte vi en tematisk analysetilnærming. Braun og Clarke (2006, s. 6) omtaler tematisk analyse som en metode for å identifisere, analysere og rapportere tema eller mønster i et datasett og på tvers av datasett. De omtaler det som en teoretisk fleksibel metode. Fordi forskningsfokuset vårt hadde endret seg mye i prosessen og fordi vi undersøkte to i utgangspunktet uavhengige temaer var det nyttig for oss med denne fleksible analysetilnærmingen.

Braun og Clarke (2006) beskriver at den tematiske analyseprosessen består av seks faser: gjøre seg kjent med datamaterialet, lage tidlige koder, søke etter temaer, revurdere temaer, definere og navngi temaer og produsere rapport (s. 16-23). De beskriver at prosessen ikke nødvendigvis er lineær, men at forskeren står fritt til å bevege seg mellom fasene. I begge analysene brukte vi tematisk analyse; i delen om elevenes posisjonering brukte vi en *induktiv tematisk analyse*, og i delen om elevenes kreativitet en *teoretisk tematisk analyse*.

Induktiv tematisk analyse beskrives som en «bottom up» tilnærming, der temaene er tett knyttet til datamaterialet (Braun & Clarke, 2006, s. 12). Dette innebærer at forskeren ikke skal forsøke å få temaet til å passe inn i et allerede eksisterende rammeverk fra begynnelsen av analyseprosessen. Likevel vil forskeren aldri kunne distansere seg totalt fra sitt teoretiske og epistemologiske ståsted fordi «data are not coded in an epistemological vacuum» (ibid., s. 12).

I motsetning til induktiv tematisk analyse, omtaler Braun og Clarke (2006) en teoretisk tematisk analyse en deduktiv tilnærming der søken etter tema baserer seg på allerede eksisterende teorier eller rammeverk. En slik tilnærming vil gjerne gi en mindre rik beskrivelse av hele datamateriale, men gir en mer detaljert analyse av en liten del av det.

I tillegg til et valg mellom teoretisk eller induktiv tematisk analyse, må det gjøres en vurdering på hvilket nivå temaene eller mønstrene skal identifiseres fra (Braun & Clarke, 2006, s. 13). Tema identifisert på et eksplisitt nivå er hentet direkte fra datamateriale og det gjøres ingen tolkning på hva som ligger bak utsagn. Analyseprosessen går ideelt sett fra en beskrivelse (en organisering av data for å vise mønstre) over til en tolkning, der det gjøres et forsøk på å teoretisere mønstrene man har funnet, og denne prosessen er gjerne knyttet til tidligere forskning.

I motsetning til dette finnes tema som er identifisert på et latent nivå. Dette innebærer å undersøke de underliggende ideene eller antagelsene som er med på å utforme det eksplisitte som fremkommer i datamaterialet. Her skriver Braun og Clarke (2006, s. 13) at det ikke er overflaten som beskrives, og at det derfor allerede er gjort en viss grad av tolking eller teoretisering når temaene eller mønstrene utformes. De ser likhetstegn mellom undersøkelse av det latente nivå med noen former av diskursanalyse.

Braun og Clarkes (2006) omtale av tematisk analyse viser klare likhetstrekk beskrivelsene Ringdal (2018, s. 259-272) gir av kvalitativ og kvantitativ innholdsanalyse. Ringdal beskriver dem som analysemetoder for kvalitative tekstdata. Kvantitativ innholdsanalyse har en deduktiv tilnærming og baserer seg på forhåndsdefinerte kategorier (i likhet med teoretisk tematisk analyse). I motsetning er en kvalitativ innholdsanalyse induktiv og kategorier og begreper dannes på grunnlag av data (som i induktiv tematisk analyse). Også inndelingen mellom eksplisitt nivå og latent nivå likner på Ringdals inndeling, der Ringdal skriver at koding kan være basert på manifest eller latent innhold, og definerer disse to gruppene svært likt som Braun og Clarke. To begrepssett med så store likhetstrekk mener vi kan være et eksempel på det Ringdal (2018) sier om at det ikke finnes standardiserte teknikker i kvalitativ forskning og er et eksempel på at like deler av forskningen kan beskrives på ulike måter.

Videre vil det komme tre deler med beskrivelser av vår gjennomføring av analysen. Først gjør vi en beskrivelse av transkripsjonen, denne fasen er felles for begge analysene, da har brukt samme datamaterialet i begge analysene. Derfor var det bare nødvendig å gjøre transkripsjonen, som er en del av det Braun og Clarkes (2006) omtaler som første fase, én gang. Deretter beskrives de to analyseprosessene og det argumenteres for metodiske valg.

Transkripsjon

Det er flere grunner til å gjøre en transkripsjon av lydfiler og filmer; for å kunne gjøre systematiske analyserer av datamaterialet, for å bli bedre kjent med materialet, for å kunne gjøre søk og for å kunne sortere ut relevante og mindre relevante utsagn. Braun og Clarke (2006, s. 17) omtaler transkripsjon som nødvendig for å kunne gjøre tematiske analyser. De fremhever at transkripsjon burde sees på som en nøkkelfase i tolkende kvalitativ forskning og en fase der tolkning begynner og mening skapes. Derfor er transkripsjon mer enn bare den mekaniske prosessen å få lyder ned på papir.

I tematisk analyse finnes det ingen fast fremgangsmåte på hvordan transkripsjonen skal foregå (Braun & Clarke, 2006, s. 17). Vi måtte gjøre noen pragmatiske valg for å få et bearbeidet materiale til å være hensiktsmessig for våre videre undersøkelser og som samtidig bevarte tilstrekkelig med mening og detaljer fra datamaterialet. Vi holdt oss til et enkelt språk vi hadde avtalt på forhånd: normert i stedet for dialekt, sentrale observasjoner fra filmene i kursivtekst og pseudonymer for elevene (anbefalt av Cohen et al. (2011)). I tillegg anonymiserte vi ved å endre kjønnene på noen av elevene. Anonymiseringen gjorde vi for å ivareta personvernet og det normerte språket brukte vi for å gjøre transkripsjonen mer forståelig og teksten mer søkbar. En søkbar tekst ville gi oss mulighet til å søke etter nøkkelord. Observasjoner i kursiv gjorde materialet oversiktlig og kunne bidra til å forstå situasjoner nedskrevet i tekst. Vi utelot lengre sekvenser der elevene snakket om ikke-faglig innhold, etter at vi hadde notert hvem som initierte denne samtalen. Dette fordi innholdet i ikke-faglig snakk ikke ville bidra til å besvare vår problemstilling. Når elevenes samspill er av interesse, anbefaler både Kvale og Brinkmann (2015, s. 206) og Cohen (2011, s. 537) å notere ned pauser og avbrytelser, da dette er typiske eksempler på slikt sosialt samspill. Elevenes bruk av pauser, og spesielt avbrytelser, antok vi at kom til å bidra med å berike analysen av elevenes posisjoner.

Kvale og Brinkmann (2015, s. 205) omtaler transkripsjon som kun «svekkede, dekontekstualiserte gjengivelser» av den virkeligheten vi forsøker å gjengi. Vi gjorde grep for å redusere svekkelsen så mye som mulig. Noen av grepene vi gjorde var å bruke både lydfiler og filmer ved transkripsjonen. Dette gav oss et mer helhetlig bilde. I tillegg la vi enkelte steder ved utklipp av bilder der elever pekte på tavla eller på annen måte utviser et tydelig kroppsspråk som bidro til mening i transkripsjonen.

Av praktiske hensyn delte vi filmene og lydfilene mellom oss. Etter å ha gjennomført transkripsjonene leste vi gjennom hverandres arbeid. Dette gav oss noe av den samme innsikten i materiale som det vi fikk når vi transkriberer selv og det gjorde at i kunne gå videre i analyseprosessen. Som Braun og Clarke (2006) poengterer begynner det tolkende arbeidet allerede i transkripsjonen og dette fikk vi tidlig erfaring med. Under transkripsjonene gjorde vi tidlige notater og fikk idéer til temaer basert på enkeltutsagn elevene kom med og mer gjennomgående trekk i diskusjonen. Noen tidlige idéer var elevenes reaksjoner på hverandres bidrag. En annen var samhandling vi ikke hadde lagt merke til under datainnsamlingen, for eksempel aktiv ignorering av medelever. Det var også en fordel for oss i denne prosessen å kunne se tilbake på filmene og lydfilene samtidig som vi leste hverandres transkripsjoner.

I de neste kapitlene beskriver vi steg 2-5 (lage tidlige koder, søke etter temaer, revurdere temaer, definere og navngi temaer) i den tematiske analysen omtalt av Braun og Clarke (2006, s. 18-24), knyttet til henholdsvis elevposisjoner og matematisk kreativitet.

Analyse av elevposisjoner

Vi valgte å gjøre en induktiv tematisk analyse av elevposisjonene for å unngå å gjøre oss begrenset av et allerede eksisterende rammeverk. En slik induktiv tilnærming ville gi oss best mulighet til å identifisere, analysere og rapportere posisjoner på en måte som var tettest mulig knyttet til datamaterialet. I tillegg ville vi i minst mulig grad gå glipp av meningsbærende sammenhenger og forskjeller i posisjonering. Disse sammenhengene og forskjellene kunne bidra til å belyse vår problemstilling ved å vise nyanser og kompleksiteten i elevgruppa. Også i en induktiv tilnærming vil der være nødvendig å knytte sin forskning til tidligere forskning. For oss var det verdifullt for å bruke Barnes (2004) funn som støtte til våre funn.

Etter å ha gått gjennom Braun og Clarkes (2004) første fase og gjort transkripsjon, var neste steg å lage tidlige koder. Til dette brukte vi programmet NVivo 12 for å få oversikt og identifisere tema. Vi hadde her mulighet til å samle alle uttalelser fra én elev på en effektiv måte for å få en bedre oversikt over den enkeltes bidrag. Kodingen ble uttømmende i den grad at alle elevutsagn ble knyttet til en elev. Neste steg var at hvert utsagn ble åpent kodet med latente koder som forklarte innholdet. Vi gjorde en åpen koding, noe som er hensiktsmessig når det ikke enda er bestemt hva en ser etter (Merriam & Tisdell, 2015, s. 229). Eksempler her er «avbryter», «bekrefter», «ignorerer», «tar initiativ», «stiller spørsmål», «kommer med forslag». I denne prosessen lagde vi et eget dokument per elev. Selv om vi hadde kodene å arbeide med videre, gikk vi stadig tilbake både i transkripsjoner, filmer og lydfiler. Slik unngikk vi å miste konteksten ved kodingen, noe Braun og Clarke (2006) advarer mot at kan skje. I tillegg anbefaler de å være åpne for at deler av datamaterialet kan kodes en eller flere ganger og i vårt datamateriale forekom det at ett enkelt utsagn kunne få kodene «omformulerer», «delegerer» og «initierer arbeid».

Etter å ha gjennomført de første rundene med åpen koding, fulgte en prosess med leting etter tema og mønster og revurdering av disse, slik Braun og Clarke (2004) beskriver som fase tre og fire: søke etter temaer, revurdere temaer. Dette gjorde vi ved å gå gjennom kodene og lete etter temaer eller mønster hos hver elev og på tvers av elevene. I denne fasen ble det viktig for oss å diskutere oss frem til en felles forståelse av kodene, og spesielt da vi kodet på et latent nivå (i motsetning til et eksplisitt, der det ikke foregår tolkning). Mer overordnede og generelle koder ble generert for å tydeligere vise tendenser i materialet. Dette ble gjort ved at noen koder ble slått sammen, andre ble telt opp og enkelte ble fjernet. På dette stadiet begynte det også å vise seg mønster på tvers av elevene, ved at vi så klare likhetstrekk og forskjeller. Et eksempel på dette var at eleven som hadde tusjen på gruppa oftest var den som snakket med læreren. Disse mønstrene på tvers av elevene og gruppene ble utgangspunkt for neste steg.

I neste steg av den tematiske analysen kartla vi hva som var fellestrekk og hva som skilte temaer fra hverandre. Dette kan kjennes igjen fra Braun og Clarkes (2004) beskrivelse av fase fem, definere og navngi temaer. I denne delen av analysen handlet dette om å finne navn på posisjonene elevene inntok. For å kunne navngi posisjonene var vi nødt til å finne det mest sentrale i utsagn og atferd og hva dette sa om deres posisjon. I denne prosessen så vi til hva Barnes (2004) hadde ansett som indikatorer på de 14 ulike posisjonene hun hadde funnet og brukte dette som en veiledning og utgangspunkt for å utvikle profiler til elevene i vårt materiale. Denne koblingen til allerede eksisterende teori gjorde vi fordi vi anså Barnes (2004) rammeverk som relevant for å belyse vår problemstilling. Hun, som oss, hadde som hensikt å undersøke elevenes posisjonering under gruppearbeid i matematikkundervisning.

Måten vi tok utgangspunkt i Barnes (2004) rammeverk var å se til tabellen med indikatorer på ulike posisjoner (se tabell 2). For hver elev sammenliknet vi vårt kodede materiale med Barnes (2004) indikatorer, på tvers av posisjonene. Hvilke av indikatorene elevene i vårt materiale utviste, gav oss en pekepinn på hvordan vi kunne beskrive deres posisjon. På denne måten fant vi støtte i, men gjorde oss ikke avhengige av, rammeverket. Dette viste seg å være nyttig da vi også fant indikatorer som ikke var i rammeverket, for eksempel elevenes tilbøyelighet til å avbryte hverandre.

Analyse av matematisk kreativitet

I analysen av matematisk kreativitet hadde transkripsjonene en annen hensikt enn i analysen av elevposisjoner. Dersom analysen hadde tatt utgangspunkt i løsningsforslagene elevene kom med på tavlene sine, hadde det vært tilstrekkelig med bilder av hvordan tavlene så ut etter gruppearbeidet. For å få en mer helhetlig forståelse av hvordan elevene er kreative, og dermed gjøre en bedre undersøkelse av problemstillingen, tok vi heller utgangspunkt i transkripsjonene. Dette gav oss tilgang på løsningsforslag som ikke ble nedskrevet. Vi mener at denne tilnærmingen gav oss mulighet til å ha en bredere tilnærming til matematisk kreativitet i gruppearbeid, samt at vi fikk innsikt i gruppas kollektive løsningsrom. Denne tilnærmingen mener vi også i større grad kan besvare vår problemstilling ved at vi får innsikt i hvilke elever som kommer med ulike løsningsforslag, noe vi ikke hadde fått innsyn i hvis vi kun hadde sett på gruppas løsninger.

Vi gjorde en teoretisk tematisk analyse av matematisk kreativitet og hadde dermed en mer deduktiv tilnærming til materialet fra start. På forskningsfeltet om matematisk kreativitet er det relativt stor enighet om hvordan dette kan undersøkes. I vår forskning kunne derfor allerede eksisterende teori bidra med temaer vi kunne søke etter. Disse temaene gav oss mulighet til å undersøkelse datamaterialet på en måte som kunne gi oss svar på vår problemstilling.

Analysen av matematisk kreativitet gjorde vi etter analysen av elevposisjoner, og vi var derfor allerede godt kjent med materialet. I den foregående fasen oppdaget vi at oppgave 2 (tannhjuloppgaven) genererte korte besvarelser og få forslag til løsninger. Derfor ble denne delen av datamaterialet mindre interessant og egnet for å gi oss svar på problemstillingen og vi analyserte ikke denne delen knyttet til matematisk kreativitet. En slik type avgjørelse støttes av (Cohen et al., 2011, s. 539-540) som skriver at en selektering og smalere fokus kan gi interessante funn og resultater. Derfor er det oppgave 1 denne delen bases på.

Neste del av denne analysen var en prosess der vi gikk frem og tilbake mellom de ulike fasene Braun og Clarke (2006) beskriver; lage tidlige koder, søke etter temaer, revurdere temaer. Starten av denne prosessen var å identifisere og gi tidlige koder til alle løsningsforslag elevene kom med. Disse fikk koder som «fullstendig løsningsforslag med heltall» og «foreslår å bruke brøk». Vi tok utgangspunkt i teori og genererte deretter temaer som var hensiktsmessige for å analysere vårt materiale. Temaene bestod av en operasjonalisering av matematisk kreativitet som baserer seg på et rammeverk brukt av Leikin og Lev (2013). Operasjonaliseringene vi gjorde måtte revurderes flere ganger i møte med datamaterialet. Som omtalt i kapittel 2.4 baserer modellen seg hovedsakelig på tre områder som indikasjoner på matematisk kreativitet: *flyt*, *fleksibilitet* og *originalitet*.

Flyt målte vi ved antall passende måter elevene i gruppa foreslo for å løse problemet. En gjennomgang av materialet viste at elever både kom med fullstendige og ufullstendige forslag til løsninger. I tråd med det dynamiske synet til Carruthers og MacLean (2019, s. 207-209) anså vi også ufullstendige bidrag som verdifulle fordi disse gjerne bidrar til at andre i gruppa kommer frem til et fullstendig løsningsforslag. I vårt materiale er ufullstendige svar enten kun én faktor, for eksempel (2+4), eller to faktorer uten to ledd, for eksempel 6×6. Slike ufullstendige svar gav ett poeng. Fullstendige svar inneholdt to faktorer med to ledd, for eksempel (2+4)(1+5), og gav to poeng. Løsninger som vi anså som uoriginale eller som viste store likhetstrekk med andre løsningsforslag ble også telt som flyt. Forslag som ikke var nye, altså allerede var nevnt av medelever, gav ikke uttelling.

Fleksibilitet målte vi ved å se på hvor mange ulike matematiske kategorier elevene anvendte da de løste problemet. Omfanget og variasjonen i kategorier avhenger av oppgavetypen. I Leikin og Levs (2013) forskning var kategoriene for eksempel likning, brøk og tallinje, mens vi måtte finne tilpassede områder til denne oppgaven. For å kunne vurdere fleksibilitet måtte vi først søke etter og systematisere de ulike områder som ble brukt. Vi fant ut at elevene anvendte seg av følgende områder: heltall mellom 1-20, heltall over 20, negative heltall mellom -1 til -20, negative heltall under -20, desimaltall med én desimal, desimaltall med flere desimaler, brøk, bruk av 0 som ett ledd. Elevene utviste fleksibilitet ved å anvende disse ulike områdene.

Originalitet innebar å se på hvor originalt eller nytenkende et løsningsforslag var sammenliknet med resten av løsningsforslagene til klassen (klassens kollektive løsningsrom). Ved undersøkelse av originalitet velger Leikin og Lev (2013) å måle originalitet ved å se på hvor mange prosent av referansegruppa som kommer med tilsvarende løsninger. I vår analyse tilpasset vi denne typen målinger til vårt mindre materiale og vurderte et forslag som originalt dersom eleven foreslo bruk av en ny matematisk kategori som ikke befant seg innenfor den mest brukte typen av løsninger (heltall 1-20). I likhet med flyt valgte vi å ha et dynamisk perspektiv på originalitet for å også få med ufullstendige, nye idéer. Det innebar at vi registrerte et forslag som originalt også dersom elevene ikke anvendte idéen sin til en konkret løsning. Dette fordi vi så at elevenes idéer fikk gruppas diskusjon fremover ved at medelever brukte idéen. Her skiller originalitet seg fra fleksibilitet; fleksibilitet handler om å kunne anvende ulike type idéer som kan være foreslått av andre, mens originalitet er å komme opp med disse typene.

Som Braun og Clarke (2004) anbefaler, var vi åpne for at deler av datamaterialet kunne kodes flere ganger. I denne sammenheng innebar dette at et løsningsforslag både kunne vurderes som originalt og samtidig gi utslag på elevenes flyt.

Neste del av analysen gikk ut på å vurdere flyt, fleksibilitet og originalitet hos hver elev. Denne prosessen gjorde vi flere ganger, og vi gikk tilbake for å gjøre nødvendige endringer i operasjonaliseringene av indikatorene. Da vi hadde gjort endringer, måtte vi gå gjennom datamaterialet og våre vurderinger på nytt for å sikre at alle vurderingene ble gjort på samme grunnlag.

3.7 Pålitelighet, gyldighet og begrensninger

Måten kvaliteten i forskning blir ivaretatt avhenger blant annet av tilnærmingen til forskningen. Kvaliteten på all forskning kan vurderes gjennom begrepene validitet og reliabilitet (Cohen et al., 2011, s. 179-181). Disse begrepene knyttes riktignok til den positivistiske tradisjonen i kvantitativ forskning, og som Postholm (2010) og Thagaard (2018) foreslår velger vi å forholde oss til begrepene gyldighet, overførbarhet og pålitelighet.

Gyldighet kan sammenliknes med indre validitet og er knyttet til tolkningen av data. Det handler om hvorvidt tolkningene som gjøres er gyldige i forhold til virkeligheten som er studert og om det er samsvar mellom data og funn. Prinsippet om gjennomsiktighet innebærer at forskeren gjør det tydelig hva som ligger til grunn for tolkninger og konklusjonene (Thagaard, 2018, s. 205). Gjennomsiktighet styrker gyldigheten, og i vårt prosjekt innebærer dette at vi kom med tykke beskrivelser: vi gir en grundig beskrivelse av feltet og beriker dette med noe av teorien som ligger bak Thinking Classrooms. I metodekapittelet redegjør vi for våre metodevalg og i analysekapittelet blir det lagt frem eksempler på data som ligger til grunn for tolkningene som blir gjort.

Overførbarhet handler om hvordan kunnskap utrettet fra studie, kan være gyldig i andre sammenhenger (Thagaard, 2018, s. 205). Mens en i kvantitativ forskning ser etter statistisk generalisering ved et representativt utvalg, vil det i en casestudie heller være et mål om å skape forståelse for den spesielle casen. Denne forståelsen kan brukes til å forstå liknende hendelser og situasjoner og beskrives av Cohen m.fl (2011) som analytisk generalisering. Postholm (2010, s. 131) beskriver at en slik overførbarhet kan skje gjennom tykke beskrivelser slik at leseren selv kan være med på å vurdere om tolkninger og konklusjon er relevante for sin situasjon. Dette er noe av bakgrunnen for våre omfattende beskrivelser av både feltet, metode og funn.

Påliteligheten handler om forskningsresultatenes troverdighet og innebærer hvordan data samles inn, anvendes og bearbeides. Pålitelighet sammenliknes med reliabilitet, og her er det et spørsmål om de samme forskerne hadde fått samme resultat ved flere undersøkelser (indre reliabilitet) eller om andre forskere hadde fått samme resultat ved gjentagelser av undersøkelsene (repliserbarhet, ytre validitet) (Cohen et al., 2011). I følge Schoenfeld (2008) er det riktignok ikke å forvente at utdanningsforskning skal være reproduserbare og gi like resultatet, men heller at gjentatte studier kan gi dypere forståelse for et fenomen. Vi ville antageligvis ikke fått de samme resultatene dersom vi hadde gjentatt undersøkelsene. Dette støttes av Thagaard (2018, s. 203) som sier at selv om en forsker undersøker det samme området flere ganger, vil hun ikke kunne oppnå samme resultat hver gang. Dersom vi skulle gjennomført undersøkelsene igjen, ville resultatet blitt ulikt av flere grunner: hvis vi hadde undersøkt en annen klasse, ville vi fått andre relasjoner, hvis vi hadde undersøkt samme klasse igjen hadde elevene kjent oss bedre.

For å styrke påliteligheten gjorde vi undersøkelsene i klasserommet for å unngå å forstyrre konteksten vi ville undersøke. Vi har vi i vår analyse beskrevet fremfor å tolke og tilgangen på video- og lydfiler gjorde at vi kunne bekrefte eller korrigere hverandres beskrivelser. Vi har også diskutert analysen og funn med vår veileder. Et mer erfarent blikk på våre vurderinger er med på å styrke påliteligheten.

Studiens begrensninger handler i stor grad om omfanget i tid og plass i avhandlingen, og derfor om muligheten til repliserbarhet og generalisering. Med andre rammer kunne utvalget vært større og vi kunne fått andre funn; vi kunne funnet flere av Barnes (2004) indikatorer, eller kanskje hadde vi sett dem i andre kombinasjoner. Et større omfang kunne gjort at vi også kunne undersøkt elevenes kreativitet ved hjelp av flere oppgaver. Likevel er vårt mål å beskrive en spesiell gruppe under spesielle omstendigheter, og ikke å generalisere; våre funn kan bidra til å belyse liknende situasjoner. Vi kunne også endret fokuset i problemstillingen og gjort kvantitative undersøkelser av elevenes kreativitet. Dette kunne belyst temaet på en måte som ville gitt høyere repliserbarhet. Riktignok ville dette redusert muligheten til å undersøke elevenes kreativitet i samspill med medelever, og under rammene av undervisningsmetoden vi ville undersøke.

Gjennom bruk av video- og lydopptakere vil en kunne påvirke informantene (Cohen et al., 2011, s. 473); elevene kan ha blitt mer bevisst på sin posisjonering, og vist mer av trekk de antar at vi ønsker å se. De kan ha blitt tilbakeholdne med løsningsforslag de var usikre på, eller ha blitt distrahert av kameraets tilstedeværelse. Effekten av dette kan det riktignok se ut som at ble redusert etter som elevene kom i gang med diskusjonen, og dette kan være fordi resten av klasseromssituasjonen var slik elevene var vant med.

Braun og Clarke (2006) fremhever at tematisk analyse er å avdekke temaer som finnes latent i materiale og derfor vil forskerens ståsted og bakgrunn, som i all kvalitativ forskning, påvirke de funnene som blir gjort. Vår bakgrunn og teoretiske ståsted vil påvirke også denne delen av forskningen.

3.8 Etiske betraktninger

Forskningsprosjekter som behandler personopplysninger er meldepliktige (Thagaard, 2018). Derfor søkte vi til Norsk senter for forskningsdata (NSD) før studiens oppstart og fikk godkjenning til å gjennomføre (vedlegg 1). For at prosjektet skulle være i samsvar med personvernlovgivingen, tok vi en rekke hensyn, og har forholdt oss til retningslinjene fra Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Før videoobservasjon av elevene hentet vi inn fritt, informert samtykke. Fordi elevene var under 15 år, måtte dette innhentes fra foresatte (NESH, 2016, s. 20). I tillegg hadde elevene mulighet til å velge å ikke delta selv om foreldrene godkjente det, og de ble informert om at de kunne trekke seg når som helst i prosessen. Punkt 7 og 8, plikt til å informere og hente inn samtykke fra deltakerne, i del B «Hensyn til personer» omtaler dette nærmere (NESH, 2016, s. 13). Punkt 8 omtaler også at personer skal kunne avstå fra å delta i prosjektet uten at dette medføre noen ulempe for dem. I vårt prosjekt innebar dette at elever som ikke ville delta i prosjektet skulle få en tilvarende god undervisning som de som var med. Ikke alle elevene ønsket å delta og på videoopptakene skulle det ikke være mulig å se disse elevene. Dette ivaretok vi ved å velge ut kun noen spesielle tavler vi filmet elevene ved. Videoopptakene ble lagret på en ekstern harddisk som kun vi hadde tilgang på, og ble slettet etter bruk. Et annet aspekt ved prosjektet var konfidensialitet (punkt 9). Personlige opplysninger skal være avidentifisert. Vi valgte å la være å samle inn navn, og å ikke skrive navn da disse ble sagt i filmene. I transkripsjonene fikk elevene heller koder. I publikasjonen anonymiseres elevene ved å gi noen elever nye kjønn og alle nye navn, hentet fra landets mest brukte.

En etisk utfordring i prosjektet var mengden med informasjon vi skulle tilby elevene. Da vi skulle undersøke deres posisjonering, ønsker vi ikke alt for mye bevissthet knyttet til dette. Vi informerte elevene at vi skulle undersøke hvordan de arbeidet kreativt, og at vi i tillegg ville studere hvordan de samarbeidet (vedlegg 2).

4 Analyse og funn

4.1 Elevposisjoner

I vårt datamateriale fant vi tre kategorier av posisjoner: ledere, følgere og oversette. Posisjonene vi fant i vårt materiale er i stor grad formet av undervisningsmetoden som praktiseres. Andre posisjoner kunne kommet til syne dersom gruppene hadde vært mindre eller større, oppgavenes omfang annerledes eller under andre praktiske forhold (tusj, tavle, med konkreter, ol.). Vi vil understreke at vi ikke er ute etter å beskrive elevenes personlighet. I tillegg vil vi understreke at den posisjonen vi så elevene inntok i dette datamaterialet, ikke trenger å være den posisjonen eleven alltid inntar. Når vi omtaler posisjonene i denne sammenhengen er det den posisjonen eleven tar eller får i en veldig avgrenset situasjon.

De ulike posisjonene legge frem med utdrag fra datamaterialet som viser typiske samtale- eller handlingsmønster. For å vise nyansene under hver av posisjonene, har vi også funnet underkategorier. Beskrivelsene blir i tillegg sett i sammenheng med Barnes (2004, s. 6) funn av posisjoner, da disse indikatorene var noe vi tok i bruk i analyseprosessen.

Når vi ser til likhetstrekk med Barnes (2004) indikatorer beholder vi de engelske benevnelsene på posisjonene for å lage et tydelig skille til de posisjonene vi har valgt å benytte oss av, som har norske navn.

Her er en oversikt over de tre gruppene, med de ulike elevene

Tabell 4 Oversikt over gruppene. Navnene er anonymisert.

Gruppe	Elever
1	Jakob Nora Lukas Emma
2	Sofie Emma Oliver
3	Ada Filip Oskar

4.1.1 Ledere

Vi har funnet tre posisjoner vi har gitt navnene *den autoritære lederen, den usikre lederen* og *den demokratiske lederen.*

Den autoritære lederen

Her vil vi presentere noen sekvenser med kjennetegn som representerer typiske utsagn for Jakob. Det første er fra oppstarten av diskusjonen på oppgave 1, gruppe 1.

Jakob:	Merkelig case … Så vi må legge sammen to tall der som blir til noe vi kan gange med de der to tallene for å få trettiseks. Hvordan kan man få trettiseks egentlig?
Emma:	Jeg vet ikke. Kanskje noe med ni.
Lukas:	Eh…
Jakob:	Ni?
Emma:	Nei, liksom den.
Jakob:	Eh. Men nei, det går ikke .. Jo, det går.
Emma:	Ja, men liksom hvis vi bare hadde tatt den.
Nora:	Men ni ganger ni?
Emma:	«Latter» Nei, det går ikke.
Jakob:	Nei, men, eh, jeg tenker. Først hvordan man får trettiseks, det er for eksempel seks ganger seks, eller så er det ni ganger fire eller så er det tre ganger tolv ... Eller så er det to ganger atten. Sånn at man, ja, vi kan jo bare starte med å ta seks ganger seks. Så hvordan kan vi liksom få seks her.
Emma:	Tre pluss tre.
Jakob:	Nei, du kan ikke ha de samme tallene.

Jakobs første utsagn kommer umiddelbart etter at lærer har forklart oppgaven for elevene og han påtar seg ansvaret for å tolke og omformulere oppgaven (linje 11-13). Hans umiddelbare oppstart viser et mønster i hvordan Jakob håndterer situasjonen: han er den på gruppa som oftest initierer arbeid, og gjør dette gjerne eksplisitt med uttalelser som «Men, kan vi gjøre oppgaven?», eller implisitt som i linje 11-13 der han forsøker å få medelever med i diskusjonen ved å forenkle og invitere deres bidrag. Andre ganger ved å gjenta egne løsningsforslag og undres høyt omkring disse.

Jakob gjentar og går videre på en omformulering og forenkling av oppgaven i linje 22-26. Han har gått fra å gjøre en omformulering som ligger nært den faktisk utdelte oppgaven (linje 12-13 «Hvordan kan vi få trettiseks») til en forenkling der han kun spør om en av faktorene (linje 25-26 «Så hvordan kan vi liksom få seks her»). Det kan se ut til at Jakobs forenkling gjør at Emma kommer med et forslag med løsning på hans spørsmål (linje 27), men dette forslaget tar Jakob en avgjørelse om at er ugyldig. Han kommer med en regel (linje 28), men kommer ikke med noe matematisk begrunnelse for denne regelen. Medelevene ser ut til å godta hans avgjørelse, diskusjonen videre tar hensyn til Jakobs regel.

61	Jakob:	Klarer du den? Å få den ene til og bli to og den andre til å bli atten?
62	Nora:	Null komma fem ganger fire …
63	Emma:	Eller fem ganger.
64	Jakob:	(Avbryter Emma). Ja, men du kan ikke gange inni her.
65	Emma:	Men null komma fem pluss tre komma fem.
66	Jakob:	Men du skal ha to, ikke fire.
67	Emma:	Ja, shit. Ja, ehh …Men du kan ta null komma fem pluss én komma fem.
68	Jakob:	Men, man kan jo bare ta null pluss to. «Skriver ned eget forslag».
69	Emma:	Også tar vi.
70	Jakob:	(Avbryter Emma). Nora!
71	Nora:	Og vi kan ikke ta gange?
72	Jakob:	Nei.
73	Nora:	Ehh … Atten pluss null?
74	Jakob:	Nei, vi kan ikke ta null to ganger. Hva kan du plusse? Hvordan du få
75		atten?
76	Nora:	Hæ? (Ser spørrende på Jakob).
77	Jakob:	Ja.
78	Emma:	En pluss sytten. Ja, det går jo også.
79	Jakob:	Jeg bare skriver. (Snur ryggen til Emma og Nora).
80	Nora:	Tolv pluss seks.
81	Jakob:	Åtte pluss ti. (Skriver ned eget bidrag).
82	Emma:	Jaja.
83	Nora:	Eller tolv pluss seks.

I utdraget over ser vi et nytt eksempel på at Jakob har forenklet oppgaven og spør medelever om de kan bli med på hans resonnement (linje 61). Når han sier «Kan du få den ene til å bli to og den andre til å bli atten» kan det se ut som at hans medelever ikke er helt med på hans resonnement. Måten han forenkler og stiller spørsmål til medelevene kan se ut til å fjerne konteksten. Emma og Nora forsøker å komme med forslag til hvordan de kan «få den til å bli to», men multipliserer i stedet for å addere, noe Jakob påpeker (linje 64). Etter å ha kommet med et forslag som gir summen fire (linje 65), kommer Emma med et forslag som egentlig passer inn i Jakobs resonnement: «null komma fem pluss én komma fem» (linje 67). På dette responderer Jakob at «man kan jo bare ta null pluss to» (linje 68), og skriver ned sitt eget forslag. Med dette avviser Jakob Emmas forslag, selv om det kunne se ut som at målet hans var å få medelevenes bidrag i starten av denne sekvensen. Et mønster som dette viser seg flere ganger. Det går ut på at Jakob har en regel som begrenser medelevene (linje 74), han spør om deres bidrag (linje 75), de juster seg og kommer med forslag til løsning (linje 78 og 80) og han avviser til slutt deres forslag og skriver ned sitt eget (linje 81).

I følgende utdrag ser vi deler av samtalen fra oppgave to.

34		«Nora tar fra Jakob tusjen og starter å tegne på whiteboarden».
35	Lukas:	Ja, for hvis det er sånn at det store går med fem flere tenner enn det
36		minste. Var det ikke fem tenner mer?
37	Jakob:	(Avbryter Lukas). Vi trenger ikke å ta det på tavla. Hvis vi bare tenker
38		høyt.
39	Lukas:	De tannhjulene ser ut som *uklart ord.* (Peker på det Nora tegner).
40	Nora:	Hæ?
41	Jakob:	Ja, men Nora … Ja, men Nora. Slutt!
42	Nora:	Jeg har tusjen.
43	Jakob:	Ja, men … Vi kommer jo ikke videre med å stå å tegne.

I dette utdraget ser vi at Jakob ignorerer Lukas' resonnement (linje 37). I tillegg fastslår han at Lukas idé ikke trenger å skrives ned på tavla. Slike avgjørelser om at medelevers forslag ikke er nyttige eller viktige å skrive ned, tar han flere ganger. Noe annet vi ser i utdraget er at Jakob aktivt forsøker å stoppe ikke-faglig aktivitet (linje 41) og at han forsøker å initiere arbeid (linje 43). Dette er også et gjentagende mønster i Jakobs posisjon.

Jakob initierer ofte arbeid og faglige diskusjoner. Han inviterer medelevers bidrag, gir instruksjoner og ordre om hvem som skal snakke og hvordan oppgaven skal løses. Dette er indikatorer på Barnes (2004) posisjon *manager*. Men det er også andre trekk som går igjen i

Jakobs samarbeid. Han er den som snakker med læreren og som forklarer hva gruppa har funnet ut, noe som er indikatorer Barnes (2004) har på posisjonen *spokesperson.* Et annet fremtredende mønster er tendensen Jakob viser til å ta matematiske avgjørelser, avgjøre hva som er rett og gyldige forslag og til å være en person som de andre henvender seg til for å søke svar. Dette er også kjennetegnene Barnes (2004) bruker på posisjonen *expert.* Et siste gjentagende trekk Jakob viser er å påpeke feil og mangler i elevers bidrag, noe som sees igjen i posisjonen *critic*.

Jakob viser liknende indikatorer som andre elver i datamateriale, men skiller seg fra dem ved å legge tydelige rammer for gruppas samarbeid. Han oppfordrer medelever til å bidra med idéer innenfor rammer som han selv bestemmer, men følger de ikke nødvendigvis opp eller tar de med videre.

Posisjonen Jakob inntar har vi valgt å kalle *den autoritære leder*. Grunnen til at vi kaller Jakobs posisjon for en leder er fordi det er han som avgjør hva som skal skrives på tavla og der er han som har tusjen. Denne oppgaven kan se det ut som han har tatt selv, blant annet ved at han tar tusjen tilbake dersom noen andre bruker den. Medelevene reagerer enkelte ganger på Jakobs avgjørelser, men ikke nok til å vise tegn til at han ikke bør ha tusjen. Han viser også en form for lederskap når han påtar seg ansvaret for å snakke med læreren på vegne av gruppa.

Årsaken til at vi har kalt posisjonen han inntar for autoritær er at Jakob tar avgjørelser og lager regler for resten av gruppa som han ikke gir noen saklig begrunnelse for. Hadde han hatt gyldige eller overbevisende argumenter for sine regler, ville han fremstått mer som en autoritativ leder. Med utsagn som «Dem vil ikke ha sånne tall» legger opp til at hans avgjørelser ikke skal stilles spørsmål ved.

Den usikre lederen

Under presenterer vi noen utdrag som viser utsagn som er typiske for Ella. Det første er fra oppgave 2, gruppe 2, et stykke ut i diskusjonen.

19	Sofie:	Kan vi ikke starte? Den lille går fire runder.
20	Ella:	(Avbryter Sofie). Nei, vi gidder ikke.
21	Sofie:	Nei, vel.
22	Oliver:	«Latter».
23		(Lærer entrer gruppa).

24	Ella:	Jeg skjønte ingen ting av oppgaven.
25	Lærer:	Det store tannhjulet har tjue tenner. Det lille tannhjulet har femten
26		tenner.
27	Ella:	Men, liksom. Hva skal vi finne ut?

I første utdrag fra oppgave 2 ser vi eksempler på at Ella viser motvilje til å starte en faglig diskusjon (linje 20), og hun viser liten vilje til å følge opp Sofies bidrag. Dette ser det ut som Sofie godtar (linje 21). Deretter ser vi at Ella påtar seg ansvaret med å kontakte lærer og stiller spørsmål ved oppgaven. Dette er et mønster som går igjen hos Ella: medelever kommer med forklaringer Ella ikke forstår og i stedet for å vise evne og vilje til å undersøke forklaringen, henvender hun seg heller til læreren. Gruppe 2 er den gruppa som har hyppigst kontakt med læreren i datamaterialet, og det Ella som står for mye av denne kontakten.

I neste utdrag fra oppgave 2 ser vi eksempler der Ella tar initiativ til faglig diskusjon (linje 71), men viser usikkerhet knyttet til Sofies forklaring (linje 74 og 77). Igjen viser Ella seg lite villig til å ta imot forklaring fra Sofie, når Sofie foreslår en måte å skrive løsningen på (linje 75). I stedet vil Ella heller komme med en egen løsning (linje 77).

71	Ella:	Så … Når det lille hjulet har fått fire ganger rundt … Hvor mange
72		ganger har det store gått rundt?
73	Sofie:	Tre.
74	Ella:	Ok. Så hvordan kan vi liksom skrive det?
75	Sofie:	Du kan for eksempel ta å skrive at den store gjør tre firedeler på.
76	Oliver:	«Nyser, avbryter Sofies resonnement».
77	Ella:	Hæ? Jeg skjønner ikke. Hva sa du? … Kan jeg prøve å tegne det heller?
78	Sofie:	Ja …

Et mønster som likner det overnevnte er at Ella tuller bort Sofies initiativ og dermed igjen viser liten evne og vilje til faglig diskusjon.

174	Ella:	Da skriver jeg tre og fire der.
175	Sofie:	Mm. Vi må kanskje komme med en utregning?
176	Ella:	«Latter» (Ella skriver: Læreren sa at det var tre og fire).
177	Oliver:	«Latter» …
178	Sofie:	Ja, men …
179		(Ella visker ut det hun skrev, så snur hun seg rundt og ser på de andre

180 gruppene før hun forlater gruppa si).

Ella tar enkelte ganger initiativ til arbeid eller kommer med forslag om hvordan oppgaven kan løses, og viser dermed enkelte indikatorer på Barnes (2004) *manager*. Andre mønster som viser seg hos Ella er at hun tar avgjørelser om hva som er korrekt, noe som indikerer posisjonen *expert.* Eksempel på dette er at hun i en argumentasjon sier «Jamen det er jo enkelt, skjønner du det ikke?» og deretter bruker sitt eget (ukorrekte) resonnement som gruppas. Likevel skiller hun seg fra Barnes (2004) beskrivelse ved at medelever ikke ser ut til å regne henne som spesielt god i matematikk og hun sier eksplisitt (og viser implisitt) at hun ikke forstår, og henvender seg ofte til lærer for hjelp, noe som indikerer posisjonen *in need of help.* Hun spør også medelever, men viser liten evne og vilje til å forstå forklaringer hun mottar. I tillegg initierer hun og blir med på ikke-faglige aktiviteter som forstyrrer andre, og viser dermed indikatorer fra Barnes (2004) *entertainer* og *audience.*

Posisjonen Ella inntar har vi valgt å kalle *den usikre leder*. Grunnen til at vi kaller Ellas posisjon for en *leder* er fordi det er hun som avgjør hva som skal skrives på tavla og dette forsterkes av at det er hun som har tusjen. Medelevene viser noen tegn til misnøye med jobben Ella gjør med å skrive ned på tavla, men krever ikke endring i hvem som bør skrive. Hun viser også en form for lederskap når hun påtar seg ansvaret for å snakke med læreren på vegne av gruppa.

Årsaken til at vi har kalt posisjonen hun inntar for *usikker,* er tendensen Ella viser til å ikke forstå resonnementer, idéer og bidrag. Når hun ikke forstår tar hun en avgjørelse om å ikke skrive ned bidragene som gruppas løsningsforslag, noe som gir svært liten fremdrift i den matematiske diskusjonen

Den demokratiske lederen

Under presenterer vi noen utdrag som viser utsagn som er typiske for Ada. I kommende utdrag fra oppgave 1 ser vi et eksempel på at Ada skriver ned medelevers forslag som gruppas forslag (linje 64). Dette gjør hun på tross av at Filip ikke følger opp Adas idé (linje 59).

57	Filip:	Er det noen andre som kan bli fire..
58	Ada:	Eehm. Jo! Ni.. gange.. fire
59	Filip:	Jeg har det. Fem pluss fire
60	Ada:	Hæ?
61	Filip:	Fem pluss fire

62	Ada:	Du kan bytte om på der og, da (peker på tavla)
63	Filip:	Ja, gjør det
64		(Ada skriver ned Filips forslag på tavla)

I linje 58 kan vi se at Ada kommer med en idé som baserer seg på Filips utsagn i linje 57. En slik måte å kommunisere på som bygger på den andres utsagn, er noe som ofte viser seg i Adas samtaler og er et av de tydeligste mønstrene i hennes uttalelser. En stor andel av hennes uttaler begynner med ord som ja, jo, nei, men, jamen, åja, som viser at dette er reaksjoner på andre elevers uttalelser.

Neste utdrag er fra oppgave 2. Her kan vi se et eksempel på at Ada påpeker feil ved Filips resonnement (linje 54 og 55) og står ved dette selv om Filip ikke er enig med en gang (linje 56).

52	Filip:	Når den her har gått fire ganger, har den der bare gått tre ganger (peker
53		først på den store, deretter den lille).
54	Ada:	Nei.. nei. Når *den* der har gått fire ganger, har *den* gått tre ganger (peker
55		først på den lille, deretter den store).
56	Filip:	Ja, det er samme greia.
57	Ada:	Nei.

I linje 54 viser Ada at hun har fulgt med og lyttet til Filips forklaring ved at hun kan kommentere det hun ser er feil. Hun tenker høyt og kommer med det hun mener er riktig løsning. Igjen samtaler hun på en måte som viser at hun følger med på medelevenes bidrag og responderer på dette.

Ada er den eleven på gruppa som oftest snakker med læreren, som initierer arbeid og det er hun som har tusjen i gruppa. Måten hun initierer arbeid skjer på ulike måter. Enkelte ganger ser hun på tavla og leter etter løsninger mens de andre gruppemedlemmene holder på med andre ting, mens andre ganger inviterer hun eksplisitt med kommentarer som «Skal vi prøve med negative tall?».

Trekket som går mest igjen i Adas måte å samarbeide med medelevene på, er at hun jobber nært med medelevene sine, bruker samarbeidende samtaleformer og deltar aktivt i diskusjonen. Dette er indikatorer på Barnes (2004) posisjon *collaborator*. Noe annet som gjentar seg i Adas uttalelser er hennes søken etter forklaringer, at hun ser etter alternative metoder og at hun stiller spørsmål ved medelevers skråsikkerhet. Dette er indikatorer på posisjonen *critic.* Ada viser også en tendens til å initiere arbeid, men gjør dette både sjeldnere og mer subtilt enn for eksempel Jakob. Ada initierer noen ganger arbeid og dette er en indikator på Barnes (2004) posisjon *manager.*

Posisjonen Ada inntar har vi valgt å kalle *den demokratiske leder*. Grunnen til at vi kaller Adas posisjon for en *leder* er fordi det er hun som avgjør hva som skal skrives på tavla, selv om hun utøver denne rettigheten ulikt de to overnevnte lederne. Medelevene virker ikke til å vise noen protester på at Ada har rettigheten. Hun viser også lederskap ved å påta seg ansvaret for å snakke med læreren på vegne av gruppa.

Årsaken til at vi har kalt posisjonen hun inntar for *demokratisk* er fordi det ser ut til at de andre medlemmene på gruppa ønsker at det er Ada som skal ta avgjørelser og skrive på tavla. Dette viser de blant annet ved å komme med uttalelser som «det er du som er tegneren» og det kan se ut til at de opplever stor grad av medbestemmelse i hva som skal skrives ned og være gruppas løsningsforslag. De sier ting som «det kan du skrive» og «hva med å skrive…?» og dette lytter Ada til.

4.1.2 Følgere

Vi har funnet tre posisjoner vi har gitt navnene *den undrende følgeren, den aktive følgeren og den flyktige følgeren.*

Den undrende følgeren

Under kommer noen utdrag fra gruppe 1, her er det Nora som er i fokus. Det første utdraget er fra når gruppa arbeider med oppgave 1.

Nora:	Må det være liksom 1,5 eller kan vi skrive 1,57?
Jakob:	Ja, de vil at vi bare skal bruke enkle desimaltall … Eller brøk.
Nora:	Hva hvis du tar 0,02. Må det være liksom 0,5 heller da?
Jakob:	Ja, det var som jeg sa tidligere.
Nora:	Ok, da. Men hvis vi skal lage to ganger atten.
Jakob:	Men den har vi laget før liksom. (Peker på alle tallene de har laget på tavla).
Nora:	Ta minus tjueto pluss tjuefire.
Jakob:	Minus tjueto pluss tjuefire? … Ja, men det går ikke … Du kan ikke ha. Du må ha pluss mellom de inni parentesen.

160 Nora: Ja, men, jeg skjønner det. Men hva hvis.

161 Jakob: (Avbryter Nora). Ja, vi kan godt skrive det.

I utdraget ser vi at Nora stiller spørsmål om avgjørelsen til Jakob når det kommer til hvilke typer tall de kan benytte seg av (linje 150 og 152) og hun protesterer lett når Jakob avfeier forslaget hennes om å bruke negative tall (linje 160). Dette er tilfelle ved flere anledninger for Nora: Jakob kommer med en uttalelse om hvordan oppgaven skal løses, Nora stiller seg spørrende til dette og forsøker å argumentere for forslaget sitt, men blir avbrutt av Jakob. Nora responderer ofte med «Hæ?» på spørsmål fra Jakob og ser spørrende på han. Selv om Nora stiller seg spørrende til Jakobs avgjørelser, ser hun ut til å godta reglene hans uten at han begrunner disse.

Måten Nora bidrar i den matematiske diskusjonen er at hun kommer med ulike løsningsforslag, hun sier tydelig ifra når hun ikke forstår og hun godtar ikke uten videre Jakobs avgjørelser. Hun ønsker forklaringer og begrunnelser. Samtidig er et annet mønster i hennes uttalelser at de i svært stor grad består av svar på spørsmål fra Jakob, og Nora sier lite som ikke er en respons på andres uttalelser. Noen av responsene Nora gir er også på ikke-faglig snakk, men dette tar hun ikke selv initiativ til.

Nora stiller seg ofte spørrende til Jakobs avgjørelser, hun ser etter alternative metoder, og konfronterer medelevers skråsikkerhet, og viser dermed likhetstegn med posisjonen Barnes (2004) kaller *critic*. Samtidig samarbeider hun ved å gjøre rutineoppgaver hun blir spurt om og opptrer underordnet en annen posisjon. Elever som viser disse trekkene, valgte Barnes (2004) å si at posisjonerte seg som en *helper.* Nora arbeider tett med medelevene, hun bruker samarbeidende samtaleformer og deltar aktivt i diskusjonen, og viser derfor alle tre indikatorene på Barnes (2004) posisjon *collaborator.*

Vi har valgt å kalle posisjonen Nora tar *den undrende følgeren*. Årsaken til at vi mener at posisjonen Nora inntar kan kalles *følger* er fordi hun innretter seg Jakobs avgjørelser og at hennes uttalelser ser ut til å være avhengige av andres fremdrift, det være seg av faglig eller ikke-faglig karakter.

Grunnen til at vi kaller Noras posisjon *undrende* er fordi måten hun følger andres avgjørelser på er ved å undre seg over og konfronterer avgjørelser uten begrunnelser.

Den aktive følgeren

Vi har plassert to elever under denne kategorien. Vi skal se på noen utdrag av gruppe 3, under arbeid med oppgave 1. Det er Filip som er i fokus her.

Filip: Du må skrive oppgaven. P pluss q … Gange r pluss s … er lik trettiseks.

…

Filip: Tre pluss tre, og tre pluss tre.

Vi kan se at Filip har forslag til hva gruppa må gjøre for å få løst oppgaven, ved å komme med forslag til Ada om at hun skal skrive ned oppgaven (linje 14). Han samarbeider med Ada ved å lese oppgaven slik at hun får mulighet til å skrive ned underveis. Denne opplesningen gjør han på eget initiativ. Deretter kommer han med gruppas første forslag til løsning på oppgaven (linje 17), også dette på eget initiativ, tilsynelatende uten andre elevers påvirkning. Dette er noe han gjør enkelte ganger.

I neste utdrag arbeidet elevene med oppgave 2.

Lærer: Klarer dere å løse det med noen av de type tallene som dere brukte tidligere da?

Oskar: Nei, det blir vanskelig, altså.

Filip: Men vi har jo svaret.

Lærer: Men her er ikke bare utfordringen å finne svaret, men å finne så mange løsninger som mulig.

Filip: Er det? Åja. Men, går det an?

Lærer: Mhm.

Filip: (Henvender seg til resten av gruppa). Vi skal finne så mange løsninger som mulig.

Lærer: Finne dem på en annen type måte.

Filip: Men det går jo ikke an å …

Lærer: Nei … Det er en vanskeligere oppgave.

Oskar: Jeg vil tegne. (Tegner sirkler, skriver fire og fem inni). Nei, det blir feil, fordi jeg har … seks.

Filip: Det går med åtte og seks.

I eksempelet over ser vi et tilfelle av at Filip antyder at han ønsker å avslutte arbeidet (linje 129), noe som finner sted flere ganger i denne gruppas arbeid. Likevel responderer han på oppfordring om å fortsette arbeidet ved å ta utfordringen tilbake til gruppa (linje 134). Til slutt kan vi se at Filip kommer med et forslag til en annen løsning på oppgaven (linje 141), som baserer seg på Oskars idé på linje 139. Flere ganger i datamateriale baserer han sine tanker og idéer på medelevers bidrag, og han har samarbeidende samtaleformer, ved at han for eksempel fullfører medelevers setninger. Dette samtalemønsteret er det som oftest forekommer hos Filip.

Filip handler flere ganger for å få gruppa til å fungere sømløst, og viser med dette indikatorer fra Barnes (2004) posisjon *faciliator*. Et eksempel på dette ser vi på linje 14 over, der han på eget initiativ leser opp oppgaven så Ada kan skrive uten å snu seg. En annen indikator han viser fra denne posisjonen er at han prøver å avbryte forstyrrelser. Dette kan vi se tydelig to ganger, der han en gang sier til Oskar «Nei, ikke gjør det» når Oskar skribler på tavla, og en annen gang mer diskret avbryter Oskar i å gjøre forstyrrelser. Andre ganger, derimot, blir Filip med på ikke-faglige aktiviteter, og han og Oskar har lengre sekvenser der de har ikke-faglige samtaler og helt eller delvis forsvinner ut av bildet. Å bli med på slike aktiviteter, plasserer Barnes (2004) som en indikator på posisjonen *audience.* Som utklippene over viser, ser vi også at Filip flere ganger tar initiativ til arbeid og kommer med konkrete forslag til hva de andre skal gjøre. Dette er to av flere indikasjoner på Barnes (2004) posisjon *manager*. Likevel viser han disse indikasjonene kun sporadisk, før han trekker seg litt unna gruppearbeidet igjen. Derfor er ikke dette den posisjonen han likner mest. Etter nå å ha nevnt flere av trekkene Filip viser, er det likevel hans samarbeidende måte å snakke på, delta i diskusjoner og hans tette samarbeid med medelevene som er mest typisk for hans uttalelser. Dette er indikatorer på posisjonen *collaborator.* Basert på Barnes (2004) indikasjoner viser Filip en ganske variert profil over posisjoner han tar.

Vi har valgt å kalle posisjonen Filip tar *den aktive følgeren*. Årsaken til at vi mener at posisjonen Filip inntar kan kalles *følger* er fordi han arbeider tett med Ada, men ser ikke ut til å være villig til å ta avgjørelser selv. Dette vises blant annet når Ada forsøker å gi han tusjen, men denne tar han ikke imot. Når han ikke lengre har noen å følge i den matematiske diskusjonen, har han en tendens til å trekke seg unna arbeidet og heller følge ikke-faglig aktivitet, men så lenge noen andre holder diskusjonen i gang er han aktivt med. Grunnen til at vi kaller Filips posisjon *aktiv* er fordi selv om han ser ut til å trenge noen å følge for å ha utholdenhet i diskusjonen, viser han flere ganger evne og vilje til å handle på egen hånd og er den på gruppa som kommer med nest flest uttalelser etter Ada.

En annen elev vi så i datamaterialet som hadde samme fremtredende mønster som Filip, var Emma. I kommende utdrag arbeider gruppe 1 med å løse oppgave 1. Under presenterer vi noen utdrag som viser utsagn som er typiske for Emma.

13	Jakob:	… Hvordan kan man få trettiseks egentlig?
14	Emma:	Jeg vet ikke. Kanskje noe med ni.
…		
26	Jakob:	… Så hvordan kan vi liksom få seks her?
27	Emma:	Tre pluss tre.

I begge utdragene over svarer Emma på forenklede spørsmål som Jakob stiller til gruppa (linje 14 og 27). Enkle, korte svar eller utregninger på spørsmål fra Jakob er det som forekommer oftest i Emmas uttalelser, og sjelden kommer hun med uttalelser uten at hun har blitt stilt et spørsmål. Hun har sjeldent kommentarer og spørsmål til løsningene som foreslås. Neste utdrag forsøker hun igjen å svare på spørsmål stilt av Jakob:

47	Jakob:	Skal vi se om vi får til fem ganger .. nei, hva sa du, fire ganger ni?
48	Emma:	Nei, fire ganger … fire ganger.
49	Nora:	Vi har fire ganger.. ehh..
50	Emma:	Mm... nei, det blir det ikke.

Et annet typisk trekk for Emma er tendensen til å velge å heller tenke høyt enn å forholde seg stille dersom hun får et spørsmål hun ikke kan svare på med en gang. Denne strategien viser hun ofte og gjør at hun er den på gruppa som kommer med nest flest uttalelser etter Jakob.

Posisjonen Emma inntar har klarest likhetstrekk med Filip; de jobber tett med andre, bruker samarbeidende samtaleformer og deltar med mange utsagn i diskusjonen. Dette gjelder både faglige og ikke-faglige diskusjoner, og hun viser derfor indikatorer både fra *collaborator* og *helper*. Et annet likhetstrekk hun har med Filip er at ingen av dem forsøker å styre diskusjonen, men kommer heller med mange bidrag; det ser ut til at begge trenger noen å følge og at deres bidrag i stor grad preges av den de følger. Derfor har vi valgt å også plassere Emma under posisjonen *den aktive følgeren.*

Den flyktige følgeren

Vi har plassert to elever under denne kategorien. Først ser vi noen utklipp fra gruppe 3, deretter skal vi se noen utklipp fra gruppe 2. Det vil være henholdsvis Oskar og Oliver som er i fokus.

25	Filip:	Tre pluss tre og tre pluss tre (Peker på tallene)
26	Ada:	Jamen det kan det ikke være fordi atte…
27	Filip:	HÆ?
28	Ada:	Åja…
29	Filip:	Det blir jo seks gange seks
30	Ada:	Men må dem ikke ha hver sitt tall
31	Oskar:	Her blir det jo tre og tre og tre (Peker på tavla)
32	Filip:	Åja, åja, hvert sitt tall.
33	Ada:	Men den og den må bli seks. Vi kan ta for eksempel…
34	Oskar:	To pluss fire… og en pluss fem. (Ada skriver forslagene hans på tavla).

I dette utdraget kan vi se eksempler på at Oskar deltar i en allerede eksisterende diskusjon (linje 31). Han forsøker å oppklare en misforståelse mellom Ada og Filip og ser ut til å lykkes med dette (linje 32). I linje 34 kommer Oskar med et matematisk bidrag, og dette er noe som blir skrevet ned. Det er i første oppgave Oskar er mest aktiv, og dette var oppgaven som hadde lavest inngangsterskel. Han kommer med få bidrag i diskusjonen, men nesten alle er bidrag som får arbeidet i gruppa fremover. I oppgave 2 kommer han med enda færre utsagn. Her går det også omkring 10 minutter før han kommer med et utsagn, og en stor andel av utsagnene hans er av ikke-faglig karakter. Et eksempel på det er denne seansen:

149	Lærer:	Har dere funnet noe?
150	Oskar:	Ikke så mye, egentlig
151	Filip:	Det her (Peker på tavla)
152	Lærer:	Okei… Hva har dere tenkt ?
153	Oskar:	Med hjernen

Liknende kommentarer som den på linje 153 kommer Oskar med flere ganger i diskusjonen. Han både oppfordrer til og opprettholder ikke-faglige aktiviteter. Eksempler på dette fra datamaterialet er at han blåser på et ark, ser i taket, fikler med båndopptakeren og hvisker «hallo Ove», velter en stol, sier og legger en arm rundt Filip som forsøker å arbeide og sier «kan du se beina mine nå, Filip?».

En annen elev med liknende trekk er Oliver på gruppe 2. Her arbeider de med oppgave 1 og Oliver følger opp løsningsforslag som medelevene tidligere har foreslått.

Sofie: Ta ni ganger fire da.
Oliver: Ja, eller atten ganger to.
Sofie: Ja, også sa jeg atten ganger to før læreren kom bort.
Oliver: Begynn med ni ganger fire da.

Her viser Oliver samarbeidende trekk ved at han gjentar eller bekrefter det medelever sier. Dette er noe som går igjen i hans utsagn. Likevel blir han ikke alltid med på matematiske diskusjoner. Et eksempel på dette er at når lærer oppsøker gruppa, må han spørre om Oliver tilhører gruppa.

En annen likhet med Oskar er at han initierer ikke-faglig snakk og aktivitet, selv om det er en faglig diskusjon i gang.

Sofie: Vi kan jo tegne dem. Kanskje vi kan se på det som brøk? Eller som ei likning?
Oliver: Du har skikkelig kult hår. (Sofie og Oliver går i gang med å diskutere håret til Sofie).

Oliver har perioder på opptil 7 minutter der han ikke er til stede i gruppa. Når han er til stede bruker han en stor del av tiden på andre aktiviteter enn gruppediskusjonen, som for eksempel å viske ut markeringer på tavla og flytte på tegnestifter på veggen.

Som vi har vist deltar både Oliver og Oskar noen ganger i den matematiske diskusjonen der de tidvis ser etter alternative løsninger og utfyller medelever setninger, noe som er indikatorer på Barnes (2004) posisjon *collaborator.* Samtidig viser begge elever at de initierer og opprettholder ikke-faglig aktivitet som forstyrrer de andre på gruppa, og viser dermed også likhetstrekk med posisjonen *entertainer.* Elevene ser ut til å være spontane og finne på morsomme sprell. Det er en tendens at de gjør dette hovedsakelig når de ikke har bidrag til den faglige diskusjonen eller dersom de ikke blir aktivt involvert.

Vi har valgt å kalle posisjonen Oskar og Oliver tar *den flyktige følgeren.* Grunnen til at vi har valgt å kalle de *følgere* er fordi de hovedsakelig bidrar i matematiske diskusjoner når de får direkte spørsmål, og sjeldent på eget initiativ. De innretter seg etter medelevers avgjørelser og spørsmål og stiller seg ikke kritiske til andres utsagn. Årsaken til at vi kaller de *flyktig* er fordi de kun deltar i den faglige diskusjonen i kortere perioder og hyppig søker til ulike ikke-faglige aktiviteter.

4.1.3 Oversette

Vi har funnet to posisjoner vi har gitt navnene *den passive oversette* og *den aktive oversette.*

Den passive oversette

I kommende utdrag vil vi se Lukas' lengste utsagn fra datamaterialet. Her arbeider gruppe 1 med oppgave 2.

Lukas: Ja, for hvis det er sånn at det store går med fem flere tenner enn det minste. Var det ikke fem tenner mer?
Jakob: (Avbryter Lukas). Vi trenger ikke å ta det på tavla. Hvis vi bare tenker høyt.

Vi kan se at Lukas blir avbrutt og at forslagene hans blir avfeid som ikke viktige ved at Jakob mener det er unødvendig å skrive det ned. Dette er på tross av at Lukas kommer med utsagnet på et tidspunkt i diskusjonen der gruppa ikke vet hvordan de kan gå frem og Lukas nevner et sentralt poeng: at den store går med fem tenner fler enn den lille hver runde.

Litt senere i diskusjonen kan vi igjen se at Lukas' forslag blir oversett:

Lukas: Vi ser på tannhjulene på tavla. (Snur seg og ser mot smartboard i klasserommet)
Jakob: Dette er den som liksom er sort. (Peker på det store tannhjulet som de har tegnet på sin tavle og ser på Nora). Og her er den som er svart på den lille.
Lukas: Er det ikke motsatt?
Jakob: Det er ikke viktig.

Lukas kommer igjen med et forslag (linje 45) som Jakob velger å overse (linje 47). Jakobs uttalelse i linje 47- 49 rettes mot Nora som ikke følger med og ikke mot Lukas. På linje 50 forsøker Lukas å påpeke feil i forklaringen til Jakob, men igjen blir dette avfeid som ikke viktig (linje 51). Dette mønsteret gjentar seg i nesten alle av Lukas uttalelser i diskusjonen. Lukas uttalelser består av bidrag til den matematiske diskusjonen, utfyllelse av medelevers setninger eller spørsmål til resonnementer eller til oppgaven. Han kommer med henholdsvis 3 og 8 utsagn i oppgave 1 og 2, og de fleste av disse er svært korte.

Lukas har lange perioder der han ikke kommer med uttalelser og han kommer med få bidrag totalt i den matematiske diskusjonen, noe som er indikasjonene på Barnes (2004) *outsider*. Samtidig ser han også ut til å være med i diskusjon i gruppa når de snakker om ikke-faglig innhold, for eksempel en lengre sekvens om vinterferien. Derfor likner han også på Barnes (2004) *audience* ved å vise indikatorene for denne posisjonen.

Fordi Lukas ser ut til å bli oversett kun faglig og ikke sosialt, gir vi ikke posisjonen hans navnet outsider, men heller *den passive oversette*. Grunnen til at vi har klassifisert posisjonen som *passiv* er fordi Lukas i datamaterialet ikke viser mange forsøk på å få en annen posisjon, utover å komme med noen få bidrag i diskusjonen.

Den aktive oversette

Følgende utdrag er henter fra gruppe 2 som arbeid med oppgave 1. Sofie er i fokus:

Sofie: Ok. Kan vi starte nå?
Ella: I don’t understand. (6 sekunder stillhet). Jeg skjønner ikke hva han mener.
Sofie: Det kan være med desimaltall for eksempel. Eller brøk.
…
Sofie: Bruk brøk først da. Skriv to femtedeler pluss tre femtedeler. (Peker på første parentes). Så skriver du trettiseks i den andre.
(Ella og Oliver snur ryggen mot Sofie, de går i gang med å diskutere ikke-faglig tema mens de visker ut markeringer på tavla).
Sofie: Kan du ikke bare skrive det jeg sa i ste. Hvis ikke kommer bare læreren bort når han ser at vi ikke jobber.
Ella: «Sukk».
Sofie: Skjønner du ikke? Du kan lage én der. (Peker på den første parentesen). Det kan du lage med brøk.
Ella: Jaja. (Henvender seg til Oliver). Hva skal jeg skrive?
Oliver: Jeg vet ikke.

127	Sofie:	Skriv to femtedeler.
128		(Ella skriver to femtedeler før hun og Oliver forsetter med ikke-faglig
129		snakk).

I dette utdraget ser vi først at Sofie initierer arbeid, men møter motstand. Deretter er det flere klare eksempler på at Sofie kommer med forslag til fremgangsmåter i den matematiske diskusjonen (linje 105, 116, 123-124 og 127) og blir oversett (linje 103, 118, 122, 125, 128). Dette understrekes når Ella med tusjen ikke vet hva hun skal skrive. Her velger hun å henvende seg til Oliver i stedet for til Sofie, selv om Oliver ikke har vist noen tegn til å kunne bidra i denne diskusjonen og Sofie har det.

Løsningen som Sofie foreslår, kan det se ut som om Ella ikke forstår. Frem til denne sekvensen har Sofie kommet med flere andre løsninger, men kun én har blitt notert på tavla. Dette kan tyde på at Ella og Oliver sliter med å forstå oppgaven, og får derfor store vansker når Sofie kommer med mer originale forslag.

Under kommer et eksempel fra oppgave 2, der Sofie igjen viser initiativ til arbeid, men blir både avbrutt og avvist, og at Sofie viser tegn til å gi opp diskusjonen (linje 21).

19	Sofie:	Kan vi ikke starte? Den lille går fire runder.
20	Ella:	(Avbryter Sofie). Nei, vi gidder ikke.
21	Sofie:	Nei, vel.

Sofie initierer arbeid, inviterer idéer og kommer med forslag til hvordan oppgaven kan løses og viser dermed likhetstrekk med Barnes (2004) *manager.* Hun stiller spørsmål ved løsninger, leter etter alternative metoder og finner svakheter i andres løsninger, noe som kjennetegner posisjonen *critic*. Men bidragene blir ofte ignorert og sjeldent tatt med videre i gruppediskusjonen. Dermed viser hun også likhetstrekk med Barnes (2004) *outsider* som kjennetegnes ved at eleven prøver å delta i diskusjonen men blir avbrutt og ignorert.

På grunn av at Sofies samhandling er preget av at medelevene ignorerer og overser hennes bidrag i den matematiske diskusjonen, har vi valgt å kalle posisjonen Sofie får *den aktive oversette.* Grunnen til at vi kaller henne *aktiv* er fordi hun i stor grad forsøker å delta aktivt i den matematiske diskusjonen og initiere arbeid gjentatte ganger.

4.1.4 Oppsummering elevposisjoner

Tabellen under viser en oversikt over elevenes posisjoner med utgangspunkt i deres plassering i hovedkategorier.

Tabell 5 Oversikt over posisjonene til de ulike elevene.

Hovedkategorier	**Elever**	**Posisjon**
Ledere	Jakob Ella Ada	Autoritær leder Usikker leder Demokratisk leder
Følgere	Nora Emma Filip Oliver Oskar	Kritisk følger Aktiv følgere Aktiv følger Flyktig følger Flyktig følger
Oversette	Sofie Lukas	Aktive oversette Passive oversette

4.2 Matematisk kreativitet

For å kunne si noe om den enkelte elevs matematiske kreativitet, har vi vurdert elevenes bidrag i gruppediskusjonen. Dette har vi sett på ved å undersøke deres bidrag til det kollektive løsningsrommet. Mer spesifikt har vi sett på de tidligere omtalte målene på kreativitet; flyt, fleksibilitet og originalitet. I dette kapittelet fremstiller vi funnene vi gjorde og viser med eksempler hvordan ulike bidrag ble undersøkt. Elevenes bidrag kom enten i form av at 1) elevene sa dem muntlig og at det ikke ble skrevet ned, 2) at de sa det muntlig og det ble skrevet ned, eller 3) at de kun skrev det ned, men ikke sa forslaget muntlig.

Flyt målte vi ved antall passende måter elevene foreslo for å løse problemet. Dette er i tråd med hvordan Leikin og Lev (2013) undersøkte flyt, og en tilpasning vi har gjort er å også anse elevenes ufullstendige løsninger som verdifulle. Dette er inspirert av Carruthers og MacLean (2019) sin dynamiske definisjon av kreativitet. Elevene fullstendige løsningsforslag inneholder to faktorer av 36, med to ledd i hver av faktorene slik oppgaven etterspurte. De ufullstendige inneholdt kun en av to faktorer, eller to faktorer uten ledd og besvarte derfor ikke oppgaven fullstendig. De ulike type løsningene fikk henholdsvis to og ett poeng. For å vise hvordan vi undersøkte flyt, ser vi nærmere på bidrag fra Ada, og hvordan vi vurdere disse bidragene. Elevene er i en diskusjon om det ikke finnes noen andre løsninger, og Ada sier:

45 Ada: Hva med å bytte om da, og heller ta fire pluss to?

Et slikt bidrag gav vi ett poeng, da Ada kommer med forslag til kun én av to faktorer, og dermed et ufullstendig forslag. Det samme er tilfelle i neste bidrag der hun kommer med to faktorer uten ledd.

58 Ada: Eehm. Jo! Ni.. gange.. fire

Andre ganger skriver Ada forslagene på tavla uten å si dem høyt. Eksempler på dette er at mens hennes medelever er opptatt av andre ting, studerer Ada tavla og tidligere løsninger, og skriver ned følgende: $(4,5 + 4,5)(-4 + 8) = 36$. Senere gjentar hun dette, og skriver følgende $(-1 + 10)(-1 + 5) = 36$. Begge disse bidragene er fullstendige bidrag, og er vurdert til to poeng hver på flyt.

Fleksibilitet vurderte vi ved å se på hvor mange ulike matematiske kategorier elevene anvendte når de løste problemet. Leikin og Lev (2013) brukte en annen type oppgave enn den som er brukt i dette prosjektet, og fant bruk av kategorier som likninger og tallinje. I vårt prosjekt tilpasset vi dette ved å identifisere ulike typer kategorier elevene benyttet seg av. Vi identifiserte bruk av heltall mellom 1-20, heltall over 20, negative heltall mellom −1 til −20, negative heltall under −20, desimaltall med én desimal, desimaltall med flere desimaler, brøk og bruk av 0 som ett ledd. For å vise hvordan vi undersøkte dette, ser vi nærmere på bidrag fra Sofie. Sofie utviste fleksibilitet ved å først anvende positive heltall fra 1-20.

18	Sofie:	… da kan p, q, r og s være tre.

Deretter benytter hun seg av en ny kategori: brøk.

116	Sofie:	Bruk brøk først da. Skriv to femtedeler pluss tre femtedeler. (Peker på
117		første parentes). Så skriver du trettiseks i den andre.

Disse to løsningsforslagene representerer de to ulike kategoriene av løsninger Sofie brukte, og derfor er disse to kategoriene registrert på Sofies fleksibilitet i tabell 7 under.

Sofie foreslo også at de kunne benytte seg av desimaltall, men hun kom ikke med et forsøk på å bruke desimaltall i en løsning. Derfor har vi ikke registrert desimaltall på Sofies fleksibilitet. Dette er samme måte å registrere på som Leikin og Lev (2013), som også hadde det som kriterium at elevene anvendte seg av området.

Originalitet undersøkte vi ved å se på elevenes forslag til bruk av nye matematiske kategorier, i likhet med hva Leikin og Lev (2013) gjorde i sin studie. Vi registrerte en idé som original dersom en elev, som den første på gruppa, foreslo å benytte seg av en annen type matematisk kategori enn det som var mest brukt (heltall mellom 1-10). For å vise hvordan vi undersøkte dette, trekker vi frem Noras bidrag. På dette punktet i samtalen var desimaltall enda ikke nevnt som en mulig måte å løse problemet på.

61	Jakob:	Klarer du den? Å få den ene til og bli to og den andre til å bli atten?
62	Nora:	Null komma fem ganger fire …
63	Emma:	Eller fem ganger.
64	Jakob:	(Avbryter Emma). Ja, men du kan ikke gange inni her.
65	Emma:	Men null komma fem pluss tre komma fem.
66	Jakob:	Men du skal ha to, ikke fire.
67	Emma:	Ja, shit. Ja, ehh …Men du kan ta null komma fem pluss én komma fem.

På linje 62 ser vi at Nora foreslår å bruke desimaltall. Dette er første gang en slik type løsning blir nevnt på gruppa, og det registreres derfor på Noras originalitet. Riktignok er dette et forslag som ikke har riktig fremgangsmåte (Nora foreslår å multiplisere tallene i parentesen i stedet for å addere som oppgaven krever). Likevel kan det se ut som Noras idé fører til at Emma i linje 67 kommer med et forslag som passer inn i oppgavenes rammer. Dette er et eksempel på hvorfor vi benyttet oss av et dynamisk perspektiv: uten dette hadde vi ikke fått registrert Noras bidrag til diskusjonen.

Et annet eksempel er Oskar bidrag. Etter at gruppe 3 har arbeidet med problemet omkring 5 minutter og har kommet med mange ulike løsninger ved bruk av positive heltall, stagnerer diskusjonen og læreren oppsøker gruppa. Læreren roser gruppas fremgang, og spør om de klarer å komme på noen andre måter å løse oppgaven på. Oskar foreslår umiddelbart å bruke negative tall.

Både Nora og Oskars bidrag vurderer vi som originale da de foreslår bruk av områder som ikke tidligere har blitt brukt på gruppa. Deres forslag bruker andre elever i gruppa til å besvare oppgaven på nye måter.

Under har vi systematisert de ulike elevenes flyt, fleksibilitet og originalitet i tabeller.

Tabell 6 Gruppe 1 - elevenes flyt, fleksibilitet og originalitet

Elev	**Flyt**	**Fleksibilitet**	**Originalitet**
Jakob	15	Heltall 1 til 20 Desimaltall én desimal Negative tall −1 til −20 Tallet 0 som ett ledd	Negative tall Tallet 0 som ett ledd
Emma	8	Heltall 1 til 20 Desimaltall én desimal	-
Nora	6	Desimaltall én desimal Desimaltall flere desimaler Negative tall −1 til −20 Tallet 0 som ett ledd	Desimaltall én desimal Desimaltall flere desimaler
Lukas	1	Heltall 1 til 20	-

Tabell 7 Gruppe 2 - elevenes flyt, fleksibilitet og originalitet

Elev	**Flyt**	**Fleksibilitet**	**Originalitet**
Sofie	8	Heltall 1 til 20 Brøk	Brøk Desimaltall
Ella	-	-	-
Oliver	5	Heltall 1 til 20	

Tabell 8 Gruppe 3 - elevenes flyt, fleksibilitet og originalitet

Elev	**Flyt**	**Fleksibilitet**	**Originalitet**
Filip	5	Heltall 1 til 20 Negative heltall under −20	-
Ada	13	Heltall 1 til 20 Desimaltall Negative heltall −1 til −20	Negative heltall under −20
Oskar	3	Heltall 1 til 20 Negative heltall under −20	Negative heltall

5 Diskusjon

I første del av dette kapittelet vil vi diskutere våre funn om elevenes posisjoner. Dette blir drøftet mot Barnes (2004) rammeverk og tidligere omtalte masteravhandlinger. Deretter diskuteres hvordan ulike grep fra undervisningsmetoden Thinking Classrooms skapte rom for posisjonene.

I andre del diskuteres våre funn om elevenes matematiske kreativitet mot funnene om elevenes posisjonering. Deretter diskuteres ulike grep fra undervisningsmetoden Thinking Classrooms og hvordan disse så ut til å virke inn på elevenes kreative utfoldelse.

Vår problemstilling er:

> *Hvilke posisjoner tar elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i små grupper i et Thinking Classroom, og hva kan vi si om elevenes matematiske kreativitet basert på deres bidrag i gruppediskusjonen?*

5.1 Elevposisjoner

I likhet med Holter (2017) og Lorentzen og Reinsnes (2018) har vi også lett etter og funnet fremtredende mønster i elevenes atferd og utsagn. Vi har funnet mønstrene ved å analysere utsagn på et setningsnivå for å se på hva setningene inneholder i seg selv, men også hva de representerer i møte med medelever. Med utgangspunkt i disse mønstrene utarbeidet vi mer sammensatte navngitte posisjoner som søker å beskrive hvordan elevenes posisjon utspilte seg gjennom samarbeidet. Vi fant tre hovedkategorier av posisjoner elevene fikk eller tok i vårt datamateriale: ledere, følgere og oversette. Innad i hovedkategoriene fant vi likheter og forskjeller, og de store forskjellene gjorde at vi valgte å beskrive posisjonene med underkategorier. Dette gav oss mulighet til å bruke Barnes (2004) indikatorer på en mer detaljert og omfattende måte i beskrivelsene av posisjonene og det ble mulig å beskrive likheter på tvers av kategoriene. Et eksempel på dette var at selv om det å initiere arbeid var et typisk mønster hos lederne, så vi også dette hos enkelte følgere. Videre diskuterer vi fellestrekkene innenfor hovedkategoriene.

Felles for ledere var at disse elevene hadde tusjen og så ut til å ta avgjørelser om hva som skulle skrives på tavla. Med dette fulgte plikter og rettigheter som lederne benyttet seg av på svært ulik måte, som vist i kapittel 4. For eksempel så Jakob ut til å ta autoritære matematiske avgjørelser og vurdere medelevenes forslag som mer eller mindre gode. På en annen side hadde Ella store problemer med å forstå innholdet i forslagene og hun fikk utført sin plikt om å skrive ned forslag på en lite tilfredsstillende måte. Dette er et eksempel på hva som kan skje når en elev inntar en posisjon med plikter som de ikke evner å utføre, noe Barnes (2004) beskriver som en ugunstig situasjon i samarbeidet. Vi så ikke tilfeller av at andre medelever ønsket å ta lederposisjonen. Dermed kan vi anta at posisjonen ble gitt, vel så mye som tatt, basert på det Harré (2009) sier om konkurranse om posisjoner og aksept. Våre ledere hadde til felles at de alle viste indikatorer på Barnes (2004) posisjon *manager* i varierende grad. Lorentzen og Reinsnes (2018) fant en posisjon de valgte å kalle *pådriver,* som også viser indikatorer fra posisjonen *manager*. De skilte denne posisjonen fra Barnes (2004) *manager* ved at pådriverens hovedtrekk var å drive samtalen videre. Dette var ikke et like dominerende trekk hos våre tre ledere. Til gjengjeld viste lederne indikatorer fra andre posisjoner fra Barnes (2004) gruppe «tenke på matematikk»: Ada viser indikatorer fra *critic* og *collaborator,* Jakob fra *expert* og *critic,* og Ella fra *in need of help* og *expert*.

Felles for følgerne var at de deltok i den matematiske diskusjonen deler av tiden og dersom de hadde noen å følge i denne diskusjonen. På samme måte deltok de ofte også i ikke-faglig aktivitet dersom de fikk invitasjon til dette. En oversikt over deres utsagn i diskusjonen viser at en stor andel av deres utsagn er svar på spørsmål eller at de fullfører andres setninger. Alle viste indikatorer på Barnes (2004) posisjon *collaborator* i varierende grad. Barnes (2004) argumenterer for at denne posisjonen er ønskelig for et godt samarbeid, men dersom dette er eneste posisjon elevene inntar kan det føre til at de unngår å måtte tenke selv. Dette så det ut som at var tilfelle for Oskar og Oliver, posisjonert som flyktige følgere. Da følgerne er en sammensatt kategori, og fellestrekkene sier mer om deres sosiale posisjonering enn kun bidrag i den faglige samtalen, er det få klare likhetstrekk med de to tidligere diskuterte masteravhandlingene.

Felles for de oversette var at bidragene de kom med i den matematiske diskusjonen ofte ble ignorert eller avfeid som uviktige. Begge forsøkte å komme med bidrag, og det kan derfor se ut til at denne posisjonen ble gitt mer enn den ble tatt. Våre oversette elever viste felles indikatorer med Barnes (2004) *outsider.* Posisjonen outsider har Lorentzen og Reinsnes (2018) valgt å bruke som en av sine posisjoner, og Holter (2017) fant posisjonen den stille eleven. Det som skiller disse to er at den stille eleven ser ut til å velge dette selv, mens outsideren forsøker å bidra. På denne måten likner den oversette på Lorentzen og Reinsnes (2018) outsider. En forskjell er likevel at den oversette stadig blir invitert med i diskusjonen, men når de sier noe, ser det ut til at medelevene ikke gir dem rettigheten til å bli lyttet til.

Derfor virker ikke invitasjonen genuin fra medelevens side, men heller noe de plikter å gjøre fordi læreren har oppfordret dem til det.

Både Holter (2017) og Lorentzen og Reinsnes (2018) roller og posisjoner knyttes tett til hvordan de samtaler i matematikk. I likhet med disse har vi hovedsakelig undersøkt hvilke posisjoner elevene tok da de faktisk diskuterte matematikk, og i mindre grad sett på innholdet i ikke-faglige diskusjoner. Likevel, og til forskjell fra deres masteravhandlinger, har vi undersøkt hvem som initierer slike diskusjoner og hvilken rolle dette spilte for den øvrige diskusjonen. Dette viste seg å kunne bidra til å berike våre funn fordi vi observerte at elever som initierte ikke-faglige diskusjoner lagde rom for nye posisjoner som medelevene kunne velge å ta eller ikke ta. Dette kan belyses med Harrés (2012) omtale av plikter og rettigheter knyttet til posisjoner. Et eksempel var Oskar. Det kan se ut som at til hans posisjon fulgte en rettighet til å invitere Filip til ikke-faglig aktivitet. Dette gjorde han ved å legge armen rundt Filip som arbeidet. Med dette lagde Oskar et rom for at Filip kan avslutte sitt arbeid, ta en ny posisjon og bli med på en ikke-faglig aktivitet. Samtidig kan vi anta at med rettigheten til å invitere til slik aktivitet, følger plikten til å avslutte dersom omgivelsene krever dette. Dette er ett av mange eksempler i vårt datamateriale som viser at utformingen av elvenes posisjon, og dermed rettigheter og plikter, skjer i møte mellom elever. Harré et al. (2009) skriver at posisjoner kan bli gitt eller tatt, og i møte med en gitt posisjon, kan den enkelte velge å akseptere eller avslå posisjonen. I eksempelet forsøkte Oskar å gi Filip en ny posisjon, men Filip benyttet seg av rettigheten til å avslå denne. Med denne avvisningen tar Filip en annen posisjon; han velger å overse invitasjonen for å kunne fortsette det faglige arbeidet. På denne måten var elevene som initierte ikke-faglig aktivitet med på å forme medelevenes posisjonering, uansett om medelevene godtok invitasjonen eller ikke.

5.1.1 Tilgjengelighet av posisjoner i Thinking Classrooms

Eksempelet over peker på et større funn om at det stadig skapes rom for nye posisjoner i løpet av samarbeidet, både posisjoner knyttet til den matematiske diskusjonen, til organisering av samarbeidet og til ikke-faglig aktivitet. Dette har tydeliggjort kompleksiteten i posisjonering; at det ikke kun er noe som foregår bevisst fra individet og ut i samarbeidet, men at omgivelsene er med på å forme posisjonene som kommer til uttrykk. Ut ifra vårt begrensede datamateriale kan vi ikke si mye om årsaken bak elevene posisjonering, men vi kan si noe om våre observasjoner av hvordan omgivelsene ser ut til å prege elevenes posisjonering. Omgivelsene vi velger å fokusere på er medelevene og rammene undervisningsmetoden

Thinking Classrooms gir. Eksempelet over med Oskar og Filip viser hvordan medelevene kan fungere som omgivelser. Videre vil vi trekke frem en rekke måter elevenes mulighet til posisjonering kan se ut til å bli preget av grep i Thinking Classrooms.

I kapittel 2.2.3 skriver vi at Liljedahl (2019) argumenterer for at det skal være ett skriveredskap per gruppe. Dette skal gi høyere grad av diskusjon og deltakelse. På bakgrunn av vårt materiale kan vi ikke si noe om effekten av dette tiltaket, men vi har sett at det ene skriveredskapet hovedsakelig befant seg hos én person gjennom de to ulike problemløsingsoppgavene. Dermed kan det se ut til at tusjen fungerte som et hindrer for at elevene bevegde seg fritt mellom posisjonene, noe Barnes (2004) trekker frem som ideelt for et optimalt gruppesamarbeid. Med tusjen følger en plikt til å skrive ned bidrag medelever kommer med, og denne plikten minnet læreren elevene om i begynnelsen av begge timene. Likevel kan det se ut som at tusjen gir rettighet til å vurdere hvilke matematiske bidrag som skal skrives ned og at det derfor skapes rom for en leder. Det kan se ut som det er opp til medelevene å regulere denne rettigheten ved å enten akseptere eller protestere på avgjørelser. Våre funn viser at i grupper der eleven med tusjen i stor grad tar egne avgjørelser uten å argumentere for disse, viser medelevene mer motstand og misnøye. Dette så vi i gruppe 1 og 2. I gruppe 1 kom det blant annet utsagn som «du skriver så stygt» til lederen da medelevene flere ganger hadde forsøkt å få gjennom en matematisk idé. I kontrast så vi i gruppe 3 at nesten alle forslag som ble ytret ble skrevet ned på tavla. Her var det ikke eksempler på tilsvarende misnøye og ingen av elevene fikk en posisjon som oversett.

Barnes (2004) skriver at læreren kan bidra til at elevene friere kan bevege seg mellom ulike posisjoner og dermed få et større læringsutbytte av samarbeidet. Ved å invitere elever til matematisk diskusjon kan læreren gi elever mulighet til å innta ulike posisjoner knyttet til å tenke på matematikk. Møtet med en kritisk voksen så vi at gav elever muligheter til å argumentere for egne idéer og engasjere seg i oppgaven. Ved å gjøre dette, fikk de tilgang på læringsfremmende posisjoner som tidligere hadde vært utilgjengelige for dem. Dette så vi tydelige eksempler på i gruppe 2 der Sofies medelever sjelden inntok posisjoner knyttet til å tenke på matematikk. Det ble derfor lite matematisk diskusjon på gruppa. Lærerens involvering gav Sofie mulighet til å innta en ny læringsfremmende posisjon. Dersom Sofies medelever hadde vært mer åpne for hennes bidrag, kunne hun kanskje tatt med seg dette tilbake til diskusjonen, og gått fra å være oversett til å bli en viktig ressurs i diskusjonen. Slik læreren inviterte elevene til matematisk diskusjon, er i tråd med det Liljedahl (2018) sier om grep som bør gjøres for å skape et Thinking Classroom. I stedet for å fungere som en fasit og komme med svar, gav læreren hint og oppfordret elevene til å argumentere for sine idéer og ta egne avgjørelser.

På samme måte som læreren kan prege posisjoneringen, kan også valget av oppgave gjøre dette. I vårt datamateriale så vi elever som viste indikatorer på Barnes (2004) posisjoner *entertainer* og *audience.* Mulighetene for å ta disse rollene skapes i de relativt frie rammene undervisningsmetoden gir. Likevel var ikke dette indikatorer som dominerte diskusjonene, spesielt ikke i oppgave 1. Oppgaven var valgt ut for å ha særlig lav inngangsterskel, på lik linje med det Liljedahl (2016) anbefaler å bruke i undervisningsmetoden generelt, og tidlig i implementeringen spesielt. Han har i sine studier vist at lav inngangsterskel skaper faglig engasjement. Barnes (2004) argumenterer for at faglig engasjement gir redusert tilgang på posisjoner som *entertainer*, fordi denne posisjonen krever at andre elever posisjonerer seg som *audience.* Dersom medelevene heller er engasjert i oppgaven, vil posisjonen *entertainer* derfor bli mindre attraktiv, eller helt utilgjengelig. Dette kan bety at dersom det blir valgt en oppgave som i enda større grad er engasjerende, reduseres tilgangen på posisjonene ytterligere.

En annen måte valg av oppgaver kan påvirke posisjoneringen, er at det i Thinking Classrooms skal brukes åpne problemløsningsoppgaver som enten gir rom for flere løsninger, eller flere måter å løse oppgaven på. Dette førte til at elevene kom med ulike idéer og dermed måtte forklare sine forslag for medelevene. Da elevene forklarte sine idéer fikk medelevene mulighet til å posisjonere seg som Barnes (2004) *critic*. Medelevenes genuine behov for en forklaring så ut til å få frem mer overbevisende matematiske argumenter, eller at elevene måtte revurdere idéene sine. Dermed kan det se ut som at arbeid med problemløsningsoppgaver i rammene av undervisningsmetoden legger til rette for at elevene kan innta læringsfremmende posisjoner.

Også gruppas størrelse ser ut til å påvirke tilgjengeligheten til ulike posisjoner. Med små grupper kan en anta at det er mindre konkurranse om oppmerksomhet fra medelevene. I større grupper kan derfor posisjonen *outsider* blir mer tilgjengelig. I gruppe 1 var det fire elever, der tre av dem kom med mange utsagn i diskusjonen. Det kan tenkes at dette var med å bidra til at den fjerde eleven, Lukas, endte opp med en posisjon som oversett.

Måten oppgavene blir gitt ser også ut til å regulere tilgjengeligheten til posisjoner. Liljedahl (2018) fant ut at når oppgaven blir gitt muntlig kommer elevene raskt i gang med diskusjon og tolkning, i stedet for å gjøre dette individuelt. På denne måten kan undervisningsmetoden legge til rette for at samarbeidende posisjoner blir tilgjengelige. Vi så at elevene hurtig viste indikatorer fra posisjonen *collaborator,* som er en av Barnes (2004) posisjoner knyttet til å tenke på matematikk. Dette så vi ved at samtlige følgere hadde kommet med utsagn i løpet av kort tid.

5.2 Matematisk kreativitet

I problemstillingen har vi spurt oss hva vi kan si om elevenes kreativitet. Funnene våre, presentert i kapittel 4.2, forteller hvordan hver enkelt elev har vist matematisk kreativitet. Vår hensikt har vært å undersøke dette hos elevene, mer enn å gi en objektiv vurdering av elevenes kreative evner. Vi har sett at elevene i ulik grad viste kreativitet ved å finne flere løsninger (flyt), ved å ta i bruk flere ulike matematiske kategorier (fleksibilitet) og komme med nye idéer til måter å løse problemet på (originalitet). Vi så ikke utbredt bruk av ukonvensjonelle løsninger eller løsninger vi ikke hadde forventet at elevene skulle komme med. Likevel observerte vi det som blant andre Sriraman og Haavold (2017) og Leikin (2013) omtaler som relativ kreativitet, eller matematisk kreativ på elevenes nivå. Måten elevene kom med kreative bidrag varierte. Enkelte kom med en rekke muntlige idéer, andre spurte gruppa om en annen tilnærming kunne fungere og noen elever skrev ned idéene sine uten å si dem høyt.

Elevene kategorisert under samme posisjon viste svært ulik grad av kreativitet (se tabell 6, 7 og 8). Et eksempel er lederne Jakob og Ella som utviser henholdsvis høyest og lavest grad av matematisk kreativitet. På samme måte er følgerne Nora og Oliver på hver sin ende av skalaen. Også de to oversette viser svært ulike resultat. Basert på vår analyse og våre funn av elevenes posisjonering kan det se ut til at posisjoneringen ikke er en god indikator på deres matematiske kreativitet. Dette kan ha bakgrunn i måten vi har brukt Barnes (2004) rammeverk på. Dersom vi hadde brukt rammeverket på en annen måte, kunne uttrykk for personlighetstrekkene som Runco og Kim (2013) skriver at korrelerer med kreativitet, vært mer fremtredende i posisjonene. Vår bruk av rammeverket har antageligvis ikke vært sensitiv for trekk som nysgjerrighet og åpenhet for erfaringer. Med et alternativt fokus kunne vi kanskje hatt et tydeligere personperspektiv; et perspektiv som innebærer å kunne si noe om elevenes personlighetstrekk knyttet til kreativitet (Leikin & Pitta-Pantazi, 2013).

5.2.1 Thinking Classrooms som press

At det ikke lar seg gjøre å gi en objektiv vurdering av elevenes kreative evner basert på vårt datamateriale ble enda klarere i arbeidet med analysen. Til å gjøre en slik vurdering oppdaget vi for mange faktorer i vårt datamateriale som kan se ut til å påvirke elevenes kreative utsagn og atferd. Slike faktorer kan sees på i lys av et press-perspektiv, noe Runco og Kim (2013) omtaler som et av fire perspektiver man kan ha i kreativitetsforskning. De omtaler press som omgivelsenes påvirkning på individets kreative utfoldelse. Da vi i vår problemstilling legger hovedvekt på omgivelsene undervisningsmetoden Thinking Classrooms gir, vil vi videre diskutere på hvilken måte undervisningsmetoden kan fungere som press på elevenes kreativitet.

Thinking Classrooms er en undervisningsmetode som legger til rette for problemløsning og som har som hovedmålsetning å skape forhold for dette. Som omtalt i teorien er problemløsning en læringstilnærming som støtter kreativ tenking i matematikk (Kozlowski et al., 2019; Silver, 1997). På denne måten skal Thinking Classrooms legge til rette for elevenes kreative tenkning i matematikk. Vi så at undervisningsmetoden la til rette for at elevene kunne utvise kreativitet i en problemløsningssituasjon.

Thinking Classrooms ser ut til å være en faktor som er med å forme elevenes muligheter til å være kreative også ved å legge til rette for samarbeid. Våre funn viser at ved samarbeid produserer gruppa løsningsforslag innenfor et kollektivt løsningsrom, og det ser ut til at dette løsningsrommet er større enn hver av elevene hadde klart å produsere alene. En av indikatorene på dette er at de benytter seg av matematiske kategorier som er foreslått av medelever. Dette viser det Leikin og Lev (2013) omtaler som potensielt løsningsrom; at ved støtte fra medelever får den enkelte mulighet til å utvide sitt tilgjengelige løsningsrom. Et eksempel på dette er Nora som foreslår å benytte desimaltall. Etter Noras forslag, benyttet både Jakob og Emma denne matematiske kategorien. Vi kan ikke vite at de ikke hadde funnet på dette på egen hånd, men diskusjonen rundt oppgaven hadde pågått over lengre tid da Noras forslag kom, noe som kan tyde på at Emma og Jakob ikke ville foreslå det. På denne måten legger undervisningsmetoden Thinking Classrooms opp til at elevene, gjennom samarbeid, får utviklet sitt potensielle løsningsrom og på denne måten fungerer samarbeidet som en faktor spiller inn på elevenes kreativitet.

En annen måte samarbeidet fungerer som press, er på en mindre læringsfremmende måte. I gruppe 2 så vi at Sofie møtte på stor motstand i sine forsøk på å komme med bidrag til den matematiske diskusjonen. Det så ut til å medføre at hun etter flere forsøk gav opp og sluttet å komme med forslag. I gruppe 1 så vi at Jakob regulerte og begrenset medelevenes idéer da han tok autoritære matematiske avgjørelser. På denne måten satt han en ytre ramme for hva som skulle være gruppas kollektive løsningsrom. Med bakgrunn i dette kan det se ut som at samarbeidet fungerer ulikt på de forskjellige elevenes kreative utfoldelse, og derfor fungerer som det Runco og Kim (2013) omtaler som beta-press.

Strukturen Thinking Classrooms skaper i klasserommet viste seg å spille en rolle på flere måter. Tavlene på veggen la til rette for hvordan elevene kom med forslag til matematiske løsninger. Liljedahls (2018) mål med dette grepet er at elevene skal ha lav terskel for å sette i gang med arbeidet og ikke la seg stoppe av frykten for å feile. Som Mann (2006) poengterer er det nødvendig å overkomme frykten for å gjøre feil for å bli gode og kreative problemløsere. Vi så at elevene kom hurtig i gang med den matematiske diskusjonen og raskt skrev ned idéer. Dette kan være et tegn på at tavlene fungerte som ønsket. Med en redusert frykt for å gjøre feil og en lavere terskel for å skrive ned idéer kan det se ut som Thinking Classrooms bidrar til det Mann (2006) poengterer at er nødvendig for å være kreative problemløsere. Samtidig fungerte eleven med tusjen som et «filter» på hvilke av idéene som ble skrevet ned. Derfor kan det se ut til at de positive effektene med tavla ikke var like tilgjengelig for alle gruppene. Tilgjengeligheten så i høy grad ut til å være avhengig av hvordan eleven med tusjen tolket sine rettigheter.

På samme måte som samarbeidet og tavlebruken viste seg å fungere som press på elevenes kreativitet, så det også ut til at læreren kunne fungere som dette. Vi så at elevene produserte langt flere løsningsforslag i tiden etter at de hadde snakket med lærer. Et eksempel på dette er beskrevet i kapittel 4.1.2, Den aktive følgeren. Etter noen minutter med ikke-faglig aktivitet, snakket gruppe 3 med læreren, og satte igjen i gang med en sekvens med diskusjon om mulige løsninger. Flere ganger i materialet så elevene ut til å gjenoppta matematisk diskusjon etter møte med læreren som en kritisk samtalepartner som kunne veilede dem videre i den kreative prosessen. Dette belyses også av Kozlowski et al. (2019) som trekker frem læreren som en svært viktig komponent i utviklingen av elevenes kreative tenkning.

Overnevnte faktorer er med å belyse det komplekse bildet av elevenes kreativitet i gruppearbeid med problemløsningsoppgaver. Dette komplekse bildet, med ulike faktorer tatt i betraktning, var det som gjorde at vi anså det som mer verdifullt å undersøke og diskutere disse ulike faktorene, enn å undersøke elevenes kreative utfoldelse isolert sett.

6 Avslutning

Innledningsvis kom vi med følgende problemstilling:

> *Hvilke posisjoner tar elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i små grupper i et Thinking Classroom, og hva kan vi si om elevenes matematiske kreativitet basert på deres bidrag i gruppediskusjonen?*

I vårt mastergradsprosjekt har vi studert elevers posisjoner og matematiske kreativitet med utgangspunkt i utsagn og atferd i problemløsningssituasjoner. Dette gjorde vi innenfor rammene av undervisningsmetoden Thinking Classrooms.

Gjennom analyseprosessen utarbeidet vi tre hovedkategorier av elevposisjoner: ledere, følgere og oversette. Funnene våre viste at selv om elevene hadde de samme hovedmønstrene i posisjoneringen, var variasjonen rik innenfor kategoriene. Det så ut til at elevene tolket sine plikter og rettigheter i gruppearbeidet meget ulikt, og vi valgte å beskrive elevenes posisjonering også med underkategorier. Vi så at elevene både aktivt tok og fikk tildelt posisjoner av sine medelever. Basert på våre funn og den påfølgende diskusjonen ser det ut som at Thinking Classrooms legger føring på tilgjengeligheten av de ulike posisjonene. Vi har diskutert hvordan én tusj per gruppe så ut til å gjøre én lederposisjon tilgjengelig. Lærerens involvering kunne føre til at flere elever inntok posisjoner knyttet til å tenke på matematikk. Engasjerende, åpne oppgaver så ut til å gjøre uønskede posisjoner mindre tilgjengelige og gi genuine spørsmål og forklaringer.

I arbeidet med undersøkelsen av matematisk kreativitet har vi, med utgangspunkt i tidligere forskning, utarbeidet og anvendt en operasjonalisering av de mye brukte målene på matematisk kreativitet: flyt, fleksibilitet og originalitet. Elevene bidro i diskusjonen ved å komme med forslag til løsninger muntlig eller skriftlig. De utviste matematisk kreativitet ved å finne flere løsninger, ved å ta i bruk flere ulike matematiske kategorier og ved å komme med nye idéer til måter å løse problemet på. Våre funn viste at det i en gruppediskusjon er stor variasjon i omfanget og formen på elevenes kreative bidrag. Hensikten har ikke vært å gi en objektiv vurdering av elevenes kreative evner, men å undersøke området. Basert på våre funn har vi i den påfølgende diskusjonen vist en rekke måter Thinking Classrooms fungerte som press på elevenes matematiske kreativitet. Muligheten til samarbeid skapte et kollektivt løsningsrom større enn hver av elevene hadde fått til alene. Samtidig så det ut til at samarbeidet kunne virke hemmende på elevenes matematiske kreativitet ved at medelever viste motstand eller skapte begrensninger. Tiltaket med tavler på veggen så ut til å bidra med å gi elevene lav terskel for å teste ut sine idéer.

Som svar på problemstillingen i vår studie kan vi fra funnene og påfølgende diskusjon trekke følgende konklusjon: Undervisningsmetoden preger både hvilke posisjoner som blir tilgjengelig og hvordan elevene viser matematisk kreativitet. Derfor mener vi at en studie av vårt omfang på en undervisningsmetode ikke egner seg til å gi en objektiv vurdering av elevenes matematiske kreativitet.

6.1 Veien videre

I vår studie har vi forsøkt å skape en økt forståelse for hvilke posisjoner ungdomsskoleelever tar i samarbeid ved arbeid med problemløsningsoppgaver, og hvordan matematisk kreativitet kommer til uttrykk. Funnene er gjeldende i vår studie, men et naturlig neste steg ville vært å undersøke om elevene i nye grupperinger, andre elever, større utvalg og med andre oppgaver ville gitt liknende funn. Det kunne vært interessant å gå videre med en aksjonsstudie for å undersøke om små tilpasninger kunne gjort at elevene bevegde seg friere mellom posisjonene og inntok flere av Barnes (2004) posisjoner knyttet til å tenke på matematikk. Kanskje vil de videre grepene i Thinking Classrooms bidra til dette.

Til videre forskning hadde vi funnet det interessant å undersøke hvordan de videre grepene i Thinking Classrooms også kan fungere som press på elevenes matematiske kreativitet.

For oss har studien bidratt til en dypere forståelse av elevers posisjonering og matematiske kreativitet, og av faktorer som preger disse. Vi har fått innsyn i noen grep vi som kommende lærere kan praktisere for å legge til rette for læringsfremmende posisjoner i matematikk. Vi har også fått en økende forståelse av hvordan vi kan vurdere på hvilken måte vår undervisning fungerer som press.

Referanseliste

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning - utvikling af IC-Modellen. I M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? - om matematikklæring* (s. 110-126). Albertslund: Malling Beck.

Barnes, M. (2004). The use of positioning theory in studying student participation in collaborative learning activities. *Social Positioning Theory as an Analytical Tool*, 1-18. Hentet fra https://www.aare.edu.au/data/publications/2004/bar04684.pdf

Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom - helping children learn and love maths*. London: Souvenir Press.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*, 77-101. 10.1191/1478088706qp063oa

Carruthers, L. & MacLean, R. (2019). The Dynamic Definition of Creativity: Implications for Creativity Assessment. I R. A. Beghetto & G. E. Corazza (Red.), *Dynamic Perspectives on Creativity : New Directions for Theory, Research, and Practice in Education* (s. 207-223). Cham: Springer International Publishing. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-3-319-99163-4_12

Chamberlin, S. & Moon, S. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education, 17*. 10.4219/jsge-2005-393

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education* (7th ed. utg.). London: Routledge.

Creswell, J. W. (2014). *Research design : qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4th ed.; International student ed. utg.Research design). Los Angeles, Calif: SAGE.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. I D. Tall (Red.), *Advanced mathematical thinking* (s. 42-53). Dordrecht: Kluwer.

Gold, R. L. (1958). Roles in Sociological Field Observations. *Social Forces, 36*(3), 217-223. 10.2307/2573808

Guberman, R. & Leikin, R. (2013). Interesting and difficult mathematical problems: changing teachers' views by employing multiple-solution tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(1), 33-56. 10.1007/s10857-012-9210-7

Haavold, P. Ø. (2013). *What are the characteristics of mathematical creativity? : an empirical and theoretical investigation of mathematical creativity*. UiT The Arctic University of Norway, Tromsø.

Harel, G. (2013). Intellectual Need. I K. R. Leatham (Red.), *Vital Directions for Mathematics Education Research* (s. 119-151). New York, NY: Springer New York. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3_6

Harré, R. (2012). Positioning Theory: Moral Dimensions of Social-Cultural Psychology. *The Oxford Handbook of Culture and Psychology*. 10.1093/oxfordhb/9780195396430.013.0010

Harré, R., Moghaddam, F. M., Cairnie, T. P., Rothbart, D. & Sabat, S. R. (2009). Recent Advances in Positioning Theory. *Theory & Psychology, 19*(1), 5-31. 10.1177/0959354308101417

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school chilren. *Educational Studies in Mathematics, 18*(1), 59-74. 10.1007/bf00367914

Holter, T. (2017). *Elevers rolle i matematikksamtale* (Mastergradsavhandling). Universiteter i Bergen. Hentet fra http://bora.uib.no/handle/1956/17497

Kaufman, J. C. (2009). *Creativity 101*. New York: Springer.

Kozlowski, J. S., Chamberlin, S. A. & Mann, E. (2019). Factors that influence mathematical creativity. *Mathematics Enthusiast, 16*(1-3), 505-540.
Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg. utg.Interview[s] learning the craft of qualitative research interviewing). Oslo: Gyldendal akademisk.
Kwon, O. N., Park, J. H. & Park, J. S. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review, 7*(1), 51-61. 10.1007/BF03036784
Leikin, R. (2013). Evaluating Mathematical Creativity: The Interplay between Multiplicity and Insight. *Psychological Test and Assessment Modeling, 55*, 385-400.
Leikin, R. & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference? *ZDM, 45*(2), 183-197. 10.1007/s11858-012-0460-8
Leikin, R. & Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematics education: the state of the art. *ZDM, 45*(2), 159-166. 10.1007/s11858-012-0459-1
Lesh, R. & Sriraman, B. (2005). Mathematics Education as a Design Science. *ZDM, 37*, 490-505. 10.1007/BF02655858
Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (bd. 2, s. 763-804). USA: Information Age Publishing Inc.
Liljedahl, P. (2013). Illumination: an affective experience? *ZDM, 45*(2), 253-265. 10.1007/s11858-012-0473-3
Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives* (s. 361-386). Cham: Springer International Publishing. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21
Liljedahl, P. (2018). Building Thinking Classrooms. I A. Kajander, J. Holm & E. J. Chernoff (Red.), *Teaching and Learning Secondary School Mathematics: Canadian Perspectives in an International Context* (s. 307-316). Cham: Springer International Publishing. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-3-319-92390-1_29
Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276. 10.1007/s10649-007-9104-2
Lorentzen, S. H. L. & Reinsnes, E. A. J. (2018). *Elevposisjoner i gruppearbeid. En kvalitativ casestudie av elevposisjoner og elevutsagn i arbeid med problemløsningsoppgaver i grupper*: UiT Norges arktiske universitet.
Mann, E. (2006). Creativity: The Essence of Mathematics. *journal for the education of the gifted, 30*, 236-260. 10.4219/jeg-2006-264
Merriam, S. B. & Tisdell, E. J. (2015). *Qualitative research: A guide to design and implementation*: John Wiley & Sons.
NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet fra https://www.etikkom.no/forskningsetiskeretningslinjer/samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/
Plucker, J. A. & Beghetto, R. A. (2004). Why creativity is domain general, why it looks domain specific, and why the distinction doesn’t matter. I R. J. Sternberg, E. L. Grigorenko & J. L. Singer (Red.), *Creativity: From potential to realization* (s. 153–168). Washington, DC: American Psychological Association.
Plucker, J. A. & Makel, M. C. (2010). Assessment of creativity. *The Cambridge handbook of creativity*, 48-73.
Pólya , G. (1957). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. Princeton, N.J: Princeton University Press.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg. utg.). Oslo: Universitetsforl.

Powell, A. B., Borge, I. C., Fioriti, G. I., Kondratieva, M., Koublanova, E. & Sukthankar, N. (2009). Challenging Tasks and Mathematics Learning. I P. J. Taylor & E. J. Barbeau (Red.), *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom: The 16th ICMI Study* (s. 133-170). Boston, MA: Springer US. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-0-387-09603-2_5

Ringdal, K. (2018). *Enhet og mangfold : samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode* (4. utg. utg.). Bergen: Fagbokforl.

Runco, M. & Acar, S. (2012). Divergent Thinking as an Indicator of Creative Potential. *Creativity Research Journal - CREATIVITY RES J,* (24), 66-75. 10.1080/10400419.2012.652929

Runco, M. & Kim, D. (2013). Four Ps of Creativity and Recent Updates. I E. G. Carayannis (Red.), *Encyclopedia of Creativity, Invention, Innovation and Entrepreneurship* (s. 755-759). New York, NY: Springer New York. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3858-8_429

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning* (s. 334-370). New York: MacMillian.

Schoenfeld, A. H. (2008). Research methods in (mathematics) education. I L. D. English (Red.), *Handbook of International Research in Mathematics Education. Second Editionh* (s. 467-519). New York: Routledge.

Sfard, A. & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, Culture, and Activity, 8*(1), 42-76. 10.1207/S15327884MCA0801_04

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 29*(3), 75-80. 10.1007/s11858-997-0003-x

Sjøberg, S. (2020, 14. mars). Fagdidaktikk. I *Store norske leksikon*.Hentet 14. april 2020 fra https://snl.no/fagdidaktikk

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*(1), 20-26.

Skånstrøm, M. & Blomhøj, M. (2016). Det kommer an på …. I T. E. Rangnes & H. Alrø (Red.), *Matematikklæring for framtida: festskrift til Marit Johnsen-Høines*. Bergen: Caspar forlag.

Slavin, R. (1990). Research on Cooperative Learning: Consensus and Controversy. *Educational Leadership, 47*.

Smith, J. K. & Smith, L. F. (2010). Educational Creativity. I J. C. Kaufman & R. J. Sternberg (Red.), *The Cambridge Handbook of Creativity* (s. 250-264). Cambridge: Cambridge University Press.

Sriraman, B. (2005). Are Giftedness and Creativity Synonyms in Mathematics? *Journal of Advanced Academics, 17*, 20-36. 10.4219/jsge-2005-389

Sriraman, B. & Haavold, P. (2017). Creativity and Giftedness in Mathematics Education : A Pragmatic view. I J. Cai (Red.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (s. 908-916). www.nctm.com: The National Council of Teachers of Mathematics.

Straesser, R. (2007). Didactics of mathematics: More than mathematics and school! *ZDM, 39*, 165-171. 10.1007/s11858-006-0016-x

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. utg.). Bergen: Fagbokforl.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. I D. G. Grouws (Red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 127-146). New York: Macmillan.
Torrance, E. P. (1966). The Torrance Tests of Creative Thinking-Norms-Technical Manual Research Edition-Verbal Tests. *Forms A and B-Figural Tests*, *Forms A and B.*
Traavik, H., Hallås, O. & Ørvig, A. (2009). *Grunnleggende ferdigheter i alle fag*. Oslo: Universitetsforl.
Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Fagrelevans og sentrale verdiar*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier
Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Kjennetegn på måloppnåelse – matematikk 10. trinn*. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/kjennetegn/kjennetegn-pa-maloppnaelse-matematikk-10-trinn/
Wilson, P. S., Cooney, T. J. & Stinson, D. W. (2005). What Constitutes Good Mathematics Teaching and How it Develops: Nine High School Teachers' Perspectives. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(2), 83-111. 10.1007/s10857-005-4796-7

Vedlegg 1: NSD-godkjenning

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Matematisk kreativitet – en kvalitativ studie om elevers kreative prosess i arbeid med problemløsningsoppgaver

Referansenummer

916515

Registrert

09.01.2020 av Maja Stensvold - mst095@post.uit.no

Behandlingsansvarlig institusjon

UIT – Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Ove Gunnar Drageset, ove.gunnar.drageset@uit.no, tlf: 77660274

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Maja Stensvold, mst095@uit.no, tlf: 93484361

Prosjektperiode

09.01.2020 - 20.06.2020

Status

28.01.2020 - Vurdert

Vurdering (1)

28.01.2020 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg 28.01.2020. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OBSERVASJON I KLASSEROMMET
Vi forstår det slik at det skal gjennomføres observasjon i klasserommet. Vi minner om at det bare skal tas lyd/video av de elevene og lærerne som samtykker til deltakelse.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 20.06.2020.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).
NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.
Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).
Dersom du benytter en databehandler i prosjektet må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29.
For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Matematisk kreativitet – en kvalitativ studie om elevers kreative prosess i arbeid med problemløsningsoppgaver"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å samle inn data om matematisk kreativitet i problemløsningsoppgaver som skal presenteres i en masteroppgave i matematikkdidaktikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Vi er to studenter ved UiT Norges Arktiske Universitet som skal gjennomføre et prosjekt i forbindelse med vår masteroppgave i matematikkdidaktikk på lærerutdanningen 5.-10. trinn. I dette prosjektet skal vi undersøke hvordan matematisk kreativitet utspiller seg i problemløsning. For å gjøre gode observasjoner er det ønskelig for oss å bruke video og lydopptak for å samle inn data. Alt av informasjon og datamateriale vil bli anonymisert, og ingen vil bli gjenkjennbar i masteroppgaven.

Omfanget vil være på 1-2 undervisningsøkter.

Den foreløpige problemstillingen og forskningsspørsmålene er:
Hvordan utøver elever matematisk kreativitet i problemløsningsarbeid i små grupper?

Forskningsspørsmål:
- Hva kjennetegner grupper der elever utfolder seg kreativt?
- Hva kjennetegner grupper der elever ikke gjør det?
- Hvordan utspiller kreativiteten seg?
- Er det noen tegn på at samarbeid fremmer kreativiteten?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

UiT Norges Arktiske Universitet - Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning er ansvarlig for prosjektet. Vår veileder i prosjektet er Ove Gunnar Drageset, Førsteamanuensis i matematikkdidaktikk, Institutt for lærerutdanning og pedagogikk.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta fordi vi har fått godkjennelse fra rektor på skolen og spurt læreren deres i matematikk om han har interesse av å delta i vårt prosjekt. Alle elevene i klassen vil få spørsmål om å delta.

Hva innebærer det for deg å delta?

For å delta i prosjektet må du samtykke for at vi kan gjennomføre videoobservasjon og lydopptak i matematikkundervisningen hvor dere arbeider sammen i små grupper om problemløsningsoppgaver. Vi kommer til å delta i en eller to undervisningsøkter. Det er læreren deres som gjennomfører undervisningen med dere i klasserommet.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Hvis man ikke ønsker å delta eller ikke har fått samtykke fra foreldre eller foresatte vil man kunne gi beskjed til lærer, kontaktlærer, rektor og til oss om dette. Dette vil ikke påvirke deg som elev ved skolen eller ditt forhold til lærer og studenter ved UiT.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. De som vil ha tilgang til opplysningene er Ove Gunnar Drageset (veileder), Maja Stensvold og Maja Birkeland (studenter).

Ingen sensitiv informasjon vil bli tilgjengelig for andre og alt vil bli anonymisert i arbeidsprosessen etter datainnsamlingen og ingen vil bli gjenkjent i masteroppgaven. Om foreldre/foresatte ønsker mer informasjon kan de ta kontakt med oss, se kontaktinformasjon nederst i dokumentet.

Eventuelle navn og kontaktopplysninger vil erstattes med koder som lagres separat og adskilt fra øvrige data, og datamaterialet vil bli lagret innelåst og kryptert/passordbeskyttet.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektet skal etter planen avsluttes 20.06.2020. Datamaterialet og personopplysninger vil bli fjernet ved prosjektets avslutning.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra UiT har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Ove Gunnar Drageset, e-post: ove.gunnar.drageset@uit.no, tlf. 776 60 274
Maja Stensvold, e-post: mst095@uit.no, tlf. 934 84 361
Maja Birkeland, e-post: mbi015@uit.no, tlf. 406 47 880
Vårt personvernombud: Joakim Bakkevold, e-post: personvernombud@uit.no, tlf. 776 46 322
NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost: personverntjenester@nsd.no, tlf. 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig	Studenter
Ove Gunnar Drageset	Maja Stensvold og Maja Birkeland

Vedlegg 3: Oppgaver

Oppgave 1

Hvis (p + q)(r + s)= 36, hvilke verdier kan p, q, r og s ha?

Oppgave 2

To tannhjul står inntil hverandre. Det ene tannhjulet har 15 tenner, og det andre har 20 tenner. Hvert av tannhjulene har en sort tann. Hvor mange rotasjoner må til for at de sorte tennene møtes igjen på samme måte de stod til å begynne med?