UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for naturvitenskap og teknologi
Institutt for matematikk og statistikk

Konvergerende og divergerende tankegang i matematisk utforskning

En kvantitativ analyse av elevbesvarelser

Idunn Ulset

Masteroppgave i Lektor i realfag, MAT-3907 Juni 2020

Sammendrag

Fra og med høsten 2020 vil det være et økt fokus på undersøkende matematikkundervisning i norsk skole på grunn av fagfornyelsen. Dette kommer tydelig frem i de nye læreplanene i matematikk. Formålet med denne studien er å få økt innsikt i hvordan man kan vurdere undersøkende matematikkproblemer, og med det få innsikt i elevenes utgangspunkt i forkant av fagfornyelsen.

For å oppnå dette er det utviklet en test med undersøkende matematikkproblemer, som 376 elever fra 20 klasser i Troms har respondert på. Testen er vurdert etter elevenes konvergerende og divergerende tankegang, som er to aspekter ved kreativitet som inngår i undersøkende matematikk. Elevenes respons er analysert kvantitativt for å undersøke samsvar mellom de to tankegangene, hvilken grad måloppnåelsen blir predikert av responsen på testen og hvilken påvirkning elevenes matematiske kompetanse har på responsen på testen.

Funnene i denne studien viser at elevene har svært ulike forutsetninger i forkant av fagfornyelsen, og at det er krevende og interessant å vurdere undersøkende matematikkproblemer. Resultatene indikerer at det er ulike elever som presterer høyt ved konvergerende og divergerende oppgaver og responsen predikerer måloppnåelsen svakt. Elevenes måloppnåelse i matematikk viser seg er en påvirkende faktor på responsen på testen, og dette kan kanskje sees i sammenheng med elevenes mestringsforventning og opplevde viktighet av testen. Det ville vært interessant å se om elevenes måloppnåelse blir bedre predikert av utforskningsoppgaver etter fagfornyelsen trer i kraft.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på mitt studieløp i lektor i realfag. Studiet har vært spendende og utfordrende, og jeg vil takke alle mine medstudenter som har gjort årene minnerike.

Denne masteroppgaven ville ikke vært mulig uten forskningsprosjektet SUM. Tusen takk for muligheten til å utarbeide mitt prosjekt i samarbeid med dere. Spesielt takk til min veileder Per Øystein Haavold for konstruktive tilbakemeldinger og for ditt engasjement i mitt prosjekt.

Jeg vil rette en spesiell takk til min søster Vilde for støtte og gode innspill underveis.

Tromsø, Juni 2020
Idunn Ulset

Innhold

Figurer

Tabeller

1 Introduksjon

1.1 Bakgrunn for valg av tema

I et globalt samfunn under rask utvikling vil det være viktig at allmennheten har god realfagskompetanse og en forståelse for teknologi. For å møte utfordringer i fremtiden vil det være essensielt å løfte interessen for realfag, matematikk og teknologi i skolen. Europa har et økende behov for realister, men slik situasjonen er i dag er det et minkende antall unge som velger å studere realfag, dette på tross av at det er flere som totalt sett studerer ved universitetene i Europa (Rocard et al., 2007).

Rocard et al. (2007) antyder at den minkende interessen må sees i sammenheng med hvordan realfagene blir undervist, og foreslår undersøkende undervisning som en løsning. Undersøkende undervisning kan beskrives som en måte å la elevene arbeide som matematikere gjør (Artigue & Blomhøj, 2013), det vil si å arbeide med problemer hvor løsningsmetoden er ukjent og elevene må evaluere løsningene (Blomhøj, 2016).

I de senere år har det vært et økt fokus på undersøkende undervisning innen realfag. Dette har resultert i store forskningsprosjekter som blant annet PRIMAS (*PRIMAS project*, 2013) i Europa og SUM (Haavold & Blomhøj, 2019) i Norge. PRIMAS har vært et internasjonalt forskningsprosjekt i EU fra 2010 til

2013. Prosjektet arbeidet med å promotere implementeringen og bruken av undersøkende undervisning i matematikk og realfag. SUM er et pågående norsk forskningsprosjekt om undersøkende undervisning.

Fokuset på at samfunnet er i utvikling og at det vil kreve annerledes kompetanse i fremtiden har ført til at fagene i den norske skolen endres. Dette har resultert i nye læreplaner og blir betegnet som fagfornyelsen. Fagfornyelsen er basert på utredninger om fremtidig kompetanse omtalt som kompetanse for det 21.århundre (NOU 2015:8, 2015).

Ludvigsenutvalget, oppnevnt av Stoltenbergregjeringen i 2013 for å evaluere norske læreplaner med tanke på fremtidig kompetanse, legger i sin utredning frem fire kompetanseområder som er nødvendige for fremtiden. 1) Fagspesifikk kompetanse, 2) Kompetanse i å lære, 3) Kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta og 4) Kompetanse i å utforske og skape (NOU 2015:8, 2015).

I NOU 2015:8 (2015) legges det vekt på at elevene må vite hvordan og når de kan bruke det de har lært for å oppnå kompetanse. Aktiv deltagelse i læringsprosessen blir beskrevet som en forutsetning for å kunne anvende kunnskapen innenfor eller på tvers av fagområder og det hevdes også at læringsprosesser som legger til rette for forståelse hos elevene er med på å styrke motivasjonen og opplevelsen av mestring i skolehverdagen.

I den nye læreplanen er matematikkfaget beskrevet med 5 kjerneelementer som skal representere det viktigste elevene skal lære i matematikk. Som første kjerneelement er utforskning og problemløsning beskrevet, gjengitt under.

> Utforsking i matematikk handlar om at elevane leiter etter mønster, finn samanhengar og diskuterer seg fram til ei felles forståing. Elevane skal leggje meir vekt på strategiane og framgangsmåtane enn på løysingane. Problemløysing i matematikk handlar om at elevane utviklar ein metode for å løyse eit problem dei ikkje kjenner frå før. (Utdanningsdirektoratet, 2019)

Kompetansemålene i LK20 er utformet ut ifra kjerneelementene, og dette vises tydelig i den nye læreplanen. 5 av 10 kompetansemål etter 10.trinn inneholder utforskning, og 7 av 10 kompetansemål kan knyttes direkte til utforskning.

Det økende fokuset på undersøkende undervisning fra Europa sin side gjennom midler til forskning på feltet, fagfornyelsens fokus på undersøkende matematikk og interessen i forskningsmiljøet gjør det interessant å undersøke hvordan elever i norsk skole responderer på en test som krever en undersøkende tankegang. Formålet med dette studiet er å få økt innsikt i hvordan man kan vurdere elevenes utforskningskompetanse og få innsikt i hvilket utgangspunkt elevene har når det nå blir et økt fokus på utforskning i den nye læreplanen.

1.2 Tidligere forskning og forskningsspørsmål

Artigue og Blomhøj (2013) definerer undersøkende undervisning som en undervisningsform som lar elevene jobbe som matematikere gjør. Det vil blant annet si løse ukjente problemer, resonnere, argumentene for og vurdere ulike løsninger (Artigue & Blomhøj, 2013; Blomhøj, 2016).

I utforskende undervisning skal elevene undersøke ulike forklaringer og evaluere løsningene til problemer eller utfordringer. Konvergerende tankegang vil si å finne den beste løsningen til et problem og begrunne hvorfor (Cropley, 2006). For at det skal være mulig å finne den mest passende løsningen, må det også finnes noe som er mindre passende, dermed må det finnes flere måter å løse problemet på i oppgaver som krever konvergent tenkning. Undersøkende undervisning krever derfor en konvergent tankegang.

Divergerende tankegang vil si evnen til å finne flest mulige svar til et problem (Haylock, 1997). I undersøkende undervisning må elevene finne på sine egne løsningsstrategier og formulere spørsmål og hypoteser. Dermed kan man si at undersøkende undervisning krever divergent tankegang.

Den konvergerende og divergerende tankegangen har i flere tidligere studier blitt vurdert hver for seg. Divergerende tankegang blir ofte omtalt i sammenheng med matematisk kreativitet og vurdert etter flyt, fleksibilitet og originalitet (se (Haylock, 1997; Leikin, 2013; Silver, 1997)). Konvergerende tankegang har i blant annet blitt vurdert etter argumentasjonsnivå (se (Balacheff, 1988; Varghese, 2011)) resonneringskompetanse (se ((Lithner, 2008)) og problemløsningsevne (se (Jonsson, Norqvist, Liljekvist & Lithner, 2014)) tidligere.

I denne studien vil begge aspektene ved matematisk tankegang, konvergerende og divergerende tenkning vurderes fordi begge komponentene er viktige i undersøkende undervisning. Som vist over har tidligere forskning vurdert konvergerende og divergerende hver for seg, dermed er interessant å se på disse to aspektene i relasjon til hverandre for å utforske om det er de samme elevene som presterer høyt ved begge tankegangene.

Dette fører til det første forskningsspørsmål i denne studien:

1) I hvilken grad samsvarer elevenes konvergerende og divergerende tankegang?

For å svare på dette forskningsspørsmålet vil en utforskende test med oppgaver som krever både konvergerende og divergerende tankegang bli utført av elever i skolen. Testen vil bli vurdert etter argumentasjon og kreativitet. Hvor argumentasjon består av hvilket nivå elevene argumenterer på og om de har kommet til riktig konklusjon. Kreativiteten til elevene vil bli målt gjennom flyt, fleksibilitet og originalitet. Forholdet mellom dem vil bli analysert ved korrelasjon.

Tidligere studier har konstatert at elever med høyere matematisk kompetanse vil være mer kreative (se (Haavold, 2018; Kattou, Kontoyianni, Pitta-Pantazi & Christou, 2013; Sak & Maker, 2006)). Kreativitet kan sees i sammenheng med utforskende undervisning, som vil bli gjort rede for i kapittel 2.6. Dermed er det interessant å se om denne sammenhengen også finnes når man vurderer elevenes konvergerende og divergerende tankegang samlet. Elevenes måloppnåelse skal reflektere elevenes matematiske kompetanse, og i denne studien vil det tas utgangspunkt i at elever med høyere måloppnåelse har høyere matematisk kompetanse. En hypotese er at høyt presterende elever vil gjøre det bedre enn lavt presterende elever på den utforskende testen, basert på tidligere forskning som vist over. Hvilket leder til forskningsspørsmål nummer to og tre i denne studien.

2) I hvilken grad predikerer den konvergerende og divergerende tankegangen måloppnåelse?

3) Påvirker elevens matematiske kompetanse responsen på den utforskende testen?

Dette vil bli analysert ved bruk av ordinal logistisk regresjon og ikke-parametriske tester.

1.3 Studiets oppbygning

I kapittel 2 presenteres studiets teoretiske rammeverk, hvor undersøkende undervisning er overordnet tema. Videre legges matematisk kreativitet frem hvor det redgjøres for to ulike tankeganger som kreves i kreativitet, konvergerende og divergerende tankegang. Til slutt er undersøkende tankegang konseptualisert via konvergerende og divergerende tankegang.

I kapittel 3 er studiets metodiske tilnærminger gjort rede for. Studiet er sett fra et postpositivistisk vitenskapsyn og kvantitative analyser er tatt i bruk. En stor del av denne avhandlingen har vært å klargjøre datamaterialet for statistiske analyser derfor er metodevalgene sterkt vektlagt i denne studien.

Funnene fra analysen er presentert i kapittel 4 og diskutert med relevant teori og tidligere forskning i kapittel 5. Avsluttnignsvis trekkes hovedfunnene frem og forslag til videre forskning blir presenteret i kapittel 6.

2

Teoretisk grunnlag

2.1 Undervisning og læring

Målet med undervisning er at elevene skal lære noe, Hiebert og Grouws (2007) beskriver undervisning slik «clasroom interactions among teachers and students around content directed toward facilitating studentsts' achevement of learning goals», altså at undervisning skal legge til rette for at elevene kan oppnå læringsmålene.

I Norge er læringsmålene bestemt av læreplanen, men undervisningsmetodene er opp til den enkelte lærer. Blomhøj (2016) hevder at hvordan man som lærer ser på hva matematikk er og hvilke holdninger man har til faget legger føringer for hvordan man underviser. Hiebert og Grouws (2007) legger frem læringsmuligheter eller «oppertunity to learn», som den mest avgjørende faktoren mellom undervisning og læring. Som vil si at elever lærer best det de får muligheten til å lære.

2.1.1 Læringsmuligheter

Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) hevder at oppgavene som legges vekt på i et klasserom former hvilke muligheter elever har til å lære ulike aspekter ved matematikk. Dersom målet med undervisningen er at elevene skal ha god prosedyreflyt vil det kreve andre læringsmuligheter, enn hvis målet er begrepsforståelse ifølge Hiebert og Grouws (2007). Prosedyreflyt vil si evne til å utføre prosedyrer effektivt og nøyaktig, og med begrepsforståelse menes mentale koblinger mellom matematisk fakta, prosedyrer og ideer (Hiebert & Grouws, 2007).

Etter en gjennomgang av tidligere forskning på undervisning, har Hiebert og Grouws (2007) identifisert noen kjennetegn på undervisning som legger til rette for prosedyreflyt og begrepsforståelse. Kjennetegnene på mulighet for prosedyreflyt er undervisning med et raskt tempo og instruksjon av metoder med eksempler. Instruksjonene er etterfulgt av elever som arbeider med oppgaver som ligner.

Blomhøj (2016) karakteriserer tradisjonell matematikkundervisning i dansk skole ved blant annet at læreren gjennomgår metoder og algoritmer fra læreboken og elevene løser oppgaver som ligner. I slike klasserom blir en oppgave ansett som løst når man har funnet riktig svar og svaret er som regel kort i form av et tall eller et symbol. Blomhøj (2016) hevder at elevenes læring i slike klasserom kan bedømmes utifra om de kan løse gitte problemer som ofte er tydelig formulert. Klasserom hvor suksess måles i antall riktige svar betegnes som endimensjonale av Wæge og Nosrati (2018). Slik undervisning legger til rette for prosedyreflyt som beskrevet av Hiebert og Grouws (2007), og det kan antas at mange norske klasserom også passer beskrivelsen til Blomhøj (2016).

Mulighet for å utvikle begrepsforståelse blir av Hiebert og Grouws (2007) beskrevet ved to hovedtrekk. Det ene aspektet er at undervisningen har et eksplisitt fokus på koblinger mellom matematiske fakta, prosedyrer og ideer. Det eksplisitte fokuset kan innebære å stille spørsmål om hvordan ulike prosedyrer er like og ulike, diskutere den matematiske betydningen av prosedyrer eller forklare hvordan matematiske ideer bygger på hverandre eller er spesialtilfeller av hverandre (Hiebert & Grouws, 2007). Det andre hovedtrekket ved undervisning som gir mulighet for begrepsforståelse er at elevene strever med sentrale matematiske ideer. Streve betyr i denne sammenheng å legge ned en arbeidsinnsats i et problem som er kognitivt krevende, men uten at eleven opplever problemet som frustrerende (Hiebert & Grouws, 2007). Streving kan sees på som et middel som konfigurerer forståelsen ved å utfordre tankesettet om hvordan ting henger sammen og skaper nye koblinger mellom etablert og ny kunnskap (Hiebert & Grouws, 2007).

2.1.2 Vurdering av læring

I Norge skilles det mellom vurdering for læring og vurdering av læring i skolen, også kalt formativ og summativ vurdering, eller underveis og sluttvurdering. Imsen (2014) hevder at det er velkjent at mange lærere forbereder elevene på nasjonale prøver ved å øve på oppgavetypen, for at elevene skal få vist hva de kan uten å bli forvirret av oppgaven. Slik undervisning blir betegnet ved «teaching to tests» (Imsen, 2014) (s.268). Schoenfeld (2007a) påpeker at man blir god på det man øver på, men stiller spørsmål til hva man egentlig blir god på når man underviser for prøver. Har man lært de underliggende ideene eller har man blitt effektiv i løsningen av problemer man har øvd på? (Schoenfeld, 2007a).

Schoenfeld (2007a) hevder at hvordan man utfører vurdering legger føringer for hvordan man underviser, ved at man som lærer føler et ansvar for at elevene har en mulighet for å gjøre det bra i en vurderingssituasjon. Dermed vil det være et fokus på ferdigheter, beskrevet ved prosedyreflyt over, i klasserom hvor ferdigheter er det som vurderes. Dersom man skal vurdere forståelse må også undervisningen legge vekt på det.

Som beskrevet over legger ulike undervisningsformer til rette for ulike læringsmuligheter. Jeg vil dermed først gjøre rede for undersøkende undervisning og deretter argumentere for at undersøkende undervisning legger til rette for begrepsforståelse.

2.2 Undersøkende undervisning

Artigue og Blomhøj (2013) beskriver undersøkende undervisning som en arbeidsmetode som lar elevene jobbe som matematikere gjør. Undersøkende undervisning kan også bli beskrevet som et undersøkelseslandskap ifølge Skovsmose (2001). Et undersøkelseslandskap inviterer elever til å formulere spørsmål og undersøke forklaringer. Slik undervisning er preget av en invitasjon av lærer til å undersøke ved å stille spørsmål som «Hva om ... ?» (Skovsmose, 2001) og en undersøkelse er igangsatt av elevene. Slik undervisning er ikke undersøkende dersom elevene ikke aksepterer undersøkningen som sin egen. Om elevene godtar invitasjonen til å undersøke kommer an på undersøkelsens natur (hva som skal undersøkes), læreren (hvordan invitasjonen presenteres) og elevene (hvordan invitasjonen mottas) ifølge Skovsmose (2001) og undersøkelseslandskapet er dermed situasjonsbestemt.

Undersøkende undervisning bygger blant annet på John Dewey (1859-1952) sin pedagogikk ifølge Artigue og Blomhøj (2013). Dewey beskriver utforskningsprosessen som samspillet mellom det kjente og det ukjente i situasjoner når individer eller grupper møter en utfordring (Artigue & Blomhøj, 2013). Erfaringer som skaper koblinger mellom opplevelser og ideer, gjennom en kontrollert og reflektert prosess blir sett på som læring ifølge Dewey, og er betegnet ved refleksiv undersøkelse. Det vil si at læring skjer ved refleksjon over handlinger og elevene går fra å gjøre til å forstå. Handlingene som skal føre til læring må være nøye overveid og det er her lærerens rolle spiller inn ifølge Dewey (Artigue & Blomhøj, 2013). Læreren må velge passende hendelser for elevene å undersøke, veilede dem i refleksjonen over handlingene og dermed legge til rette for at læring kan oppstå (Artigue & Blomhøj, 2013). I Deweys pedagogikk er det viktig at erfaringene elevene gjør er virkelighetsnære og skaper en link mellom aktivitetene på og utenfor skolen. Dette skal øke elevenes motivasjon og bygge opp under demokratiet (Artigue & Blomhøj, 2013).

Blomhøj (2016) har utviklet tre faser av undersøkende undervisning som bygger på Deweys pedagogikk. 1) Isenesettelse, 2) elevenes undersøkende arbeid og 3) felles refleksjon og faglig læring. I fase 1 skal utfordringen eller problemet overføres til elevene. Det etableres felles språk om utfordringen og det formidles rammer for tidsbruk, produktkrav og vurderingskriterier. Når elevene skal jobbe selvstendig med undersøkningen skal læreren støtte og veilede elevene gjennom dialog. I fase 3 systematiseres erfaringene og refleksjonene. Det er i denne fasen felles faglig kunnskap etableres og forbindelser med tidligere kunnskap gjøres synlig. Det er også i denne fasen nye spørsmål og undersøkelser diskuteres.

Den undersøkende undervisingen er sentrert rundt matematiske problemer som beskrevet over. Lithner (2008) definerer et matematisk problem ved at det er kognitivt krevende og at løsningsmetoden ikke er kjent for elevene. En annen måte å beskrive dette på er ved å si at en oppgave blir et problem når problemløseren må utvikle en mer produktiv måte å tenke på situasjonen på (Lesh og Zawojewski, 2007 i (Guberman & Leikin, 2013)). En utfordrende matematikkoppgave burde være motiverende, ikke inkludere lett tilgjengelige prosedyrer og ha flere tilgjengelige løsningsmetoder ifølge Guberman og Leikin (2013). En slik oppgave vil være subjektiv, fordi det som oppleves som et problem av noen vil oppleves trivielt for andre (Guberman & Leikin, 2013).

Ifølge Kilpatrick et al. (2001) har elevene strategisk kompetanse når man kan formulere et matematisk problem, presentere det og løse det. I skolen er ofte problemene klart spesifisert, men utenfor skolen er en del av problemløsningen å forstå hva problemet er (Kilpatrick et al., 2001). Da må elevene formulere problemet slik at de kan bruke matematikk til å løse det. I utviklingen til å bli effektive problemløsere må elevene lære å lage mentale representasjoner av problemet, oppdage matematiske sammenhenger og utvikle nye løsningsstrategier når det er nødvendig. En fundamental egenskap som er nødvendig for problemløsning er fleksibilitet ifølge Kilpatrick et al. (2001). Fleksibilitet utvikles gjennom å utvide kunnskapen nødvendig for å løse ikke-rutine problemer. Rutine problemer er problemer som den lærende vet hvordan skal løses basert på tidligere erfaringer og krever reprodusert tenkning. Det vil si at elevene må reprodusere løsningsmetoden og bruke den i problemløsningen. Ikke-rutine problemer krever produktiv tenkning fordi eleven må finne en måte å forstå og løse problemet som ikke er kjent på forhånd (Kilpatrick et al., 2001).

Problemer i matematikk kan ha ulik utforming, i noen situasjoner vil det bare være en løsning som kan ansees som riktig, mens i andre situasjoner kan et problem ha flere ulike rigitge løsninger. En oppgave hvor elevene eksplisitt blir bedt om å finne flere ulike løsninger, betegnes som en multiple-solution tasks (Leikin, 2013) i noen sammenhenger.

Problemløsningstradisjonen i matematikk og undersøkende undervisning har visse likhetstrekk ifølge Artigue og Blomhøj (2013). I møte med utfordrende eller utradisjonelle problemer i matematikk må elevene finne sine egne løsningsstrategier og teknikker. De må utforske, motbevise, eksperimentere og evaluere løsningene, og elevene blir oppfordret til å stille egne spørsmål og generalisere resultatene (s.802). Dermed kan det påståes at elevene blir bedre problemløsere i undersøkende undervisning dersom det blir gjennomført riktig. Artigue og Blomhøj (2013) påpeker at den matematiske fylden av problemene, relasjonen til matematiske konsepter og muligheten for å oppnå resultater som kan lede til nye spørsmål er viktige aspekter å tenke på dersom man skal bruke problemløsning effektivt i undersøkende undervisning.

Blomhøj (2016) har identifisert typiske elev og lærer aktiviteter i undersøkende undervisning. Elevaktiviteter blir presentert som å stille faglige spørsmål, avgrense og strukturere, observere systematisk, innføre og anvende symboler, bruke algebra, resonnere og bevise, representere og visualisere, danne hypoteser og tolke og vurdere resultater (s.157).

Læreraktiviteter ved undersøkende undervisning er beskrevet av Blomhøj (2016) ved blant annet å sette scenen for undersøkende aktiviteter, inspirere til en undersøkende holdning til matematikk, formidle og felles gjøre læringsmål, bygge på elevenes erfaringer, støtte elevenes eierskap til problemene, skape rom for dialog i klasserommet, oppmuntre til refleksjon og spørsmål og utpeke og allmenngjøre sentrale begreper og metoder.

Utforskningen til elevene skjer ikke isolert. Eksisterende ressurser og svar er tilgjengelige for elevene. Særlig i den teknologiske verden vi lever i og det hevdes at undersøkende undervisning kan bidra til å lære elevene å kritisk og produktivt bruke dem (Artigue & Blomhøj, 2013).

Man bruker matematikk i mange sammenhenger til å forstå verden rundt oss og i prosessen med å utvikle undersøkende vaner er det viktig å ta vare på matematiske objekter i seg selv. For å kunne undersøke må man ha kunnskap om blant annet tall, geometri, algebra, grafer og funksjoner. Den matematiske rasjonaliteten veileder validiteten av utforskingen (Artigue & Blomhøj, 2013) (s.808).

2.2.1 Empiriske resultater

I undersøkende undervising trekkes lærerens veiledning frem som en viktig komponent. Lazonder og Harmsen (2016) konstaterer at veiledning fra lærer har en signifikant positiv effekt, og det er nødvendig at læreren veileder elevene i å utføre utforkskningsaktiviteten og hjelper dem med å lære fra aktiviteten. Lærerens veiledning har størst effekt på elevenes utforskningsferdigheter og ikke nødvendigvis elevens matematikkunnskap (Lazonder & Harmsen, 2016). Elevenes behov for veiledning er ikke nødvendigvis knyttet til alderen til elevene, men elevenes forkunnskaper både i matematikken som bearbeides og utforskningsprosessen. Viktigheten av veiledning i undervisningssituasjoner støttets også av Kirschner, Sweller og Clark (2006), men Kirschner et al. (2006) hevder at det ikke finnes grunnlag for å si at elever lærer mer av å undersøke på egenhånd enn ved instruksjon.

En gjennomgang av tidligere forskning på læringseffekter av undersøkende undervisning utført av Bruder og Prescott (2013) har blant annet vist at elevers forkunnskaper spiller en betydningsfull rolle for læringsutbyttet av undersøkende undervisning. Bruder og Prescott (2013) viser at elever med liten forståelse for matematikk kan ha mer utbytte av undervisning som ikke er utforskende (s. 818). I følge Bruder og Prescott (2013) har gjennomgangen av studiene vist i varierende grad at undersøkende undervisning kan bidra til at elevene får økt forståelse for matematikk, økt motivasjon, bedre holdninger til matematikk og tydeliggjør hvilken relevans matematikk har for livet og samfunnet (s. 819).

2.2.2 Mulighet for begrepsforståelse ved undersøkende undervising

Blomhøj (2016) hevder at syn på faget setter føringer for undervisning, Kilpatrick et al. (2001) viser til ulike oppgavetyper og Schoenfeld (2007a) hevder at vurderingen preger undervisningen. Felles for dem alle er at ulike tilnærminger legger til rette for ulik læring. Slike føringer for læring ble betegnet som læringsmuligheter av Hiebert og Grouws (2007).

Læring som gir mulighet for begrepsforståelse ble karakterisert ved undervising som har et eksplisitt fokus på matematiske sammenhenger og hvor elevene produktivt strever med sentrale matematiske ideer (Hiebert & Grouws, 2007).

I undersøkende undervisning er elevenes arbeid med matematiske problemer eller utfordringer den dominerende aktiviteten. For at det skal være noe å undersøke må løsningen til problemet ikke være åpenbar og elevene må blant annet finne sine egne løsningsstrategier og vurdere løsningene sine, og den matematiske viktigheten av problemene må ivaretas av lærer. Problemløsning hvor løsningen ikke er åpenbar kan anses som å streve med sentrale matematiske ideer fordi problemløsning er en essensiell del av matematikken. For å kunne løse ukjente problemer må elevene omdanne det de kan fra før til den nye situasjonen og dette kan føre til at ulike matematiske ideer kobles sammen. Hiebert og Grouws (2007) beskrev det å stille spørsmål til sammenhenger og diskutere ulike løsninger opp mot hverandre som en måte å ha et eksplisitt fokus på sammenhenger. I undersøkende undervisning inngår dette som fase tre av undervisingen beskrevet av Blomhøj (2016) hvor det er læreren som styrer diskusjonen og har ansvar for at felles faglig kunnskap etableres basert på elevenes erfaringer fra utforskningen. Viktigheten av denne fasen er ytterlige forsterket basert på Lazonder og Harmsen (2016) sine funn om veiledningen fra lærer i undersøkende undervising.

Elevenes læringsutbytte av tradisjonell og undersøkende undervising ble undersøkt ved to ulike skoler over tre år (Boaler, 1998). Elevene ble observert, intervjuet og vurdert gjennom alle tre årene. Den ene klassen deltok i lærebokstyrt undervisning og den andre klassen deltkok i undersøkende undervisning. Elevene som deltok i lærebokstyrt undervisning, fikk i mindre grad til å overføre metode og prosessene lært til nye situasjoner iforhold til elevene som deltok i undersøkende undervisning. Boaler (1998) forklarte forskjellen mellom de to klassene ved at elevene som deltok i undersøkende undervisning hadde utviklet en oppfatning av at matematikk krever en aktiv og fleksibel tankegang. Dette viser et eksempel på hvilken effekt undersøkende undervising kan ha på elevenes forståelse i matematikk.

Basert på likehetene besrevet over og Boaler (1998) sine finn, kan man si at undersøkende undervisning er sammenfallende med Hiebert og Grouws (2007) sin beskrivelse av læringsmuligheter som gir mulighet for begrepsforståelse. Denne påstanden støttes av Bruder og Prescott (2013) sine funn om effekten av undersøkende undervising på elevnes forståelse for matematikk.

Fra dette kan man definere undersøkende undervisning som undervisning som gir mulighet for begrepsforståelse, og elevaktiviteten er preget av å finne løsninger til matematiske problemer og evaluere dem. Læreraktiviteten er preget av veiledning som tydeliggjør sammenhenger i matematikk for elevene basert på elevenes erfaringer.

I neste del skal det gjøres rede for hva det vil si å finne løsninger gjennom matematisk kreativitet, og hvordan man kan evaluere løsningene ved å diskutere argumentasjon, resonering og bevis.

2.3 Kreativitet

Kreativitet er et omdiskutert begrep som har fått større plass i forskning og skole i de senere årene. Man kan dele kreativitet inn i to måter begrepet blir brukt på ifølge Haylock (1997), som en måte å tenke på og som produksjonen av kreative produkter.

Leikin og Pitta-Pantazi (2013) skiller mellom den kreative ideen, personen, prosessen, produktet og situasjonen. Den kreative ideen er vurdert ut ifra om den er ny og betydningsfull for en spesifikk referansegruppe. Elevers evne til å utvikle ideer eller løsninger i en ny situasjon eller ved å skape originale løsninger til et tidligere løst problem blir ansett som en indikator på relativ kreativitet i sammenheng med kreative ideer.

Studier som konsentrerer seg om den kreative personen håndterer individets kognitive og personlige trekk. Dersom det er den kreative prosessen som blir vurdert er det ofte undersøkt hvordan det kreative produktet er produsert (Leikin & Pitta-Pantazi, 2013).

Studier som omhandler det kreative produktet fokuserer på ideer som er overført til et håndfast produkt, som for eksempel uforventet, originalt og nyttig arbeid. Den siste delen av kreativitet omhandler den kreative situasjonen, hvor forholdet mellom mennesket og miljøet er undersøkt (Leikin & Pitta-Pantazi, 2013).

I studier om kreativitet er det vanlig å skille mellom ekstraordinær kreativitet og hverdagskreativitet, også referert til ved store C og lille c i noen sammenhenger. Ekstraordinær kreativitet, eller store C, betegner ideer eller produkter som endrer vårt syn på verden. Hverdagskreativitet, lille c, blir betegnet som en adaptiv oppførsel som når nødvendig gjør det mulig å komme på, se for seg eller produsere noe som ikke fantes fra før for individet eller gruppen i den spesifikke konteksten (Sriraman & Haavold, 2017).

2.3.1 Matematisk kreativitet

Matematisk kreativitet er like omdiskutert som kreativitet generelt og det finnes ingen almen akseptert definisjon. Juter og Sriraman (2011) har formulert en definisjon som hevdes å være en syntese av de ulike definisjonene som finnes om matematisk kreativitet. Juter og Sriraman (2011) definerer evnen til å produsere originalt arbeid som signifikant utvider kunnskapen, og/eller åpner opp for nye spørsmål for andre matematikere som matematisk kreativitet.

Leikin (2013) skiller mellom absolutt og relativ matematisk kreativitet. Hvor absolutt kreativitet er oppdagelser som fremmer matematikk som vitenskap, mens relativ kreativitet viser til oppdagelser av en spesifikk person i en spesifikk referansegruppe. Skille mellom absolutt og relativ kreativitet er sammenfallende med Sriraman og Haavold (2017) sitt skille mellom store C og lille c. I skolesammenheng vil det være mest aktuelt å se på relativ kreativitet i en spesifikk referansegruppe.

Leikin (2013) påpeker at en av grunnene til at matematisk kreativitet ikke har en stor plass i skolen i dag, kan være fordi det ikke blir målt ved standard tester og det dermed ikke er relevant i undervisningen dersom undervisning blir styrt av eksamen. Dette kan sees i sammenheng med undervisning hvor målet er at elevene skal oppnå prosedyreflyt som beskrevet i kapittel 2.1.1 og læring kunne måles ved antall riktige svar.

Haylock (1997) påpeker to måter matematisk kreativitet kan bli oppdaget eller vurdert. Den første er ved å se på responsen på problemløsningsoppgaver hvor en spesifikk kognitiv prosess er nødvendig og denne prosessen karakteriseres som en kreativ en, og den andre måten er ved å sette noen kriterier for hva et kreativt matematisk produkt skal inneholde. Dette skille kan trekkes ved konvergent og divergent tankegang.

Cropley (2006) beskiver kreativiteten som produksjonen av noe nytt (via divergent tenkning) og evaluering av nyheten (via konvergent tenkning). Balka (1974) beskriver konvergent tenkning ved at det omhandler å bryte fra etablerte tankerekker. Denne beskrivelsen sammenfaller med hva Haylock (1997) anerkjenner som en kreativ kognitiv prosess, hvor evnen til å overkomme fiksering er beskrevet. I ulike sammenhenger er flyt, fleksibilitet og originalitet identifisert som indikatorer på divegent tenkning og som kritereier på et kreativt produkt (Balka, 1974; Haylock, 1997; Leikin, 2013; Silver, 1997). I det følgende vil begge aspektende bli diskutert.

2.4 Konvergent tenkning

Haylock (1997) foreslår at en av grunnene til at elever ikke tenker kreativt i matematikk er forventning om at det finnes en prosedyre som kan løse problemet, og beskriver dette som fiksering. Dermed for å kunne tenke kreativt i matematikk, må elevene overkomme denne fikseringen. Utfordringen til elevene med å overkomme fiksering beskrives som todelt, innholdsfiksering og algoritmisk fiksering (Haylock, 1997). Innholdsfiksering vil si at man begrenser seg til et for snevert tema i matematikk for å løse problemet. Algoritmisk fiksering vil si at man fortsetter med en algoritme som ikke er effektiv eller gyldig lengre selv om den var det til å begynne med. Dermed vil elevenes evne til å bryte denne fikseringen eller fastsatte tankerekken kreve en konvergerende tankegang som beskrevet av Balka (1974).

Tabach og Levenson (2018) omtaler konvergent tenkning som tankegangen som inntrer når et problem skal løses logisk, og man dermed søker etter sammenhenger mellom kunnskap man har og problemet man står ovenfor. Konvergent tenkning skal føre til å finne den beste løsningen til et problem, eller den mest passende (Cropley, 2006). I en konvergerende oppgave vil det typisk være en gyldig løsning, men ikke nødvendigvis bare en måte å gjøre det på.

Konvergerende oppgaver ber elevene om å utdype en enkelt ide, uten å fravike fra den ideen (Tabach & Levenson, 2018). Være logisk, gjenkjenne det kjente, anvende teknikker og oppnåelse av nøyaktighet og riktighet er noen prosesser som beskriver konvergent tenkning ifølge Cropley (2006). Disse prosessene resulterer i at individet som utfører prosessen får bedre innsikt i hva som finnes allerede, bedre forståelse for fakta og utvikling av teknikker.

Konvergent tenkning danner grunnlaget for resonnering, og er nødvendig for å generalisere fra tilsynelatende ulike situasjoner (Sriraman & Dickman, 2017).

2.4.1 Resonnering, argumentasjon og bevis

Skille mellom resonering, argumentasjon og bevis er uklart ifølge Hanna (2014), og det blir brukt ulikt i ulike sammenhenger. Dermed er det nødvendig med en begrepsavklaring.

Matematiske beviser er en del av alt matematisk arbeid (Hanna, 2014), og dersom en påstand presenteres uten et bevis vil den forbli en påstand. Formelle matematiske bevis er logisk bygd opp av aksiomer og formell notasjon og syntaks som er entydig. Bevis har en sentral plass i matematiske læreplaner (Hanna, 2014), fordi det skal fungere som en måte å etablere sannhet, kommunisere ideer og for å øke forståelsen til elevene. Hanna (2014) påpeker at matematiske beviser også er viktige i skolen for å reflektere den virkelige matematiske praksisen. På en annen side definerer Harel og Sowder (2007) et bevis som et overbevisende argument som må bli akseptert av andre. Denne definisjonen gjør bevisføring til en sosial aktivitet og et bevis er det som etablerer sannhet for en person eller et samfunn.

Den menneskelige evnen til å ta slutninger kan beskrive resonnering i en vid forstand ifølge Hanna (2014), men hverdagsresonnering og matematisk resonnering kan ikke anses å være det samme. Ved hverdagsresonnering kan man akseptere en påstand uten bevis, det kan være nok at påstanden høres rimelig ut eller er selvforklarende for at den aksepteres. For å oppnå en gyldig konklusjon i matematikk må det begrunnes logisk med gyldig matematikk, og ved det utlede et bevis for påstanden (Hanna, 2014). I skolen er det lærerens oppgave å lære elevene å resonnere i matematikk. Det innebærer at elevene må vite hvordan man begrunner, argumenterer og bruker begreper.

Lithner (2008) beskriver forskjellen på et svar og en løsning på et problem, ved at en løsning er et svar med en begrunnelse for hvorfor svaret er riktig. For å oppnå en begrunnelse må elevene resonnere, dersom problemet ikke er åpenbart. Lithner (2008) definerer resonering som den tankerekken som blir brukt for å produsere påstander og komme til konklusjoner.

Kilpatrick et al. (2001) har utviklet en modell for matematisk kompetanse (*mathematical profficency*) bestående av 5 komponenter som er flettet sammen og avhengige av hverandre. Komponentene beskriver hva Kilpatrick et al. (2001) betegner som nødvendige kompetanser for å vellykket kunne lære matematikk. Blant disse kompetansene er evnen til å resonnere beskrevet ved å tenke logisk rundt sammenhenger i matematikk. Videre beskrives resonnering ved at man må navigere gjennom ulike fakta, prosedyrer og konsepter for å kunne validere konklusjonenene. Dersom elevene kan utføre og følge resonnering er det ikke nødvendig med bekreftelse fra lærer eller lærebok for å bekrefte konklusjoner, men man kan vurdere konklusjonene utifra riktigheten av resonneringsprosessen (Kilpatrick et al., 2001).

Resoneringsstrukturen er identifisert av Lithner (2008) til å bestå av å møte en oppgave, eller et problem dersom oppgaven er kognitivt krevende. Gjøre et strategivalg, hvor strategi strekker seg fra prosedyrer til generelle tilnærminger og valg vil si velge, huske, konstruere, oppdage eller gjette. Valget begrunnes ved bruk av predikerende argumenter, det vil si argumenter for hvorfor strategien vil fungere. Deretter er strategien iverksatt, hvor bekreftende argumenter er inkludert i besvarelsen og til slutt er en konklusjon oppnådd.

I fagfornyelsen er argumentasjon beskrevet ved «Argumentasjon i matematikk handlar om at elevane grunngir framgangsmåtar, resonnement og løysingar og beviser at desse er gyldige» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Lithner (2008) hevder på den andre siden at argumentasjon ikke nødvendigvis er basert på formell logikk, og at det er dette som skiller et argument og et bevis. I Fagfornyelsen er bevisføring en del av argumentasjonen.

2.4.2 En tilnærming til elevers bevisføring

Balacheff (1988) har utviklet en taksonomi for hvordan elever tilnærmer seg matematisk bevisføring. Denne taksonomien er passende til elever av varierende alder ettersom den tar hensyn til de forskjellige type argumentasjonsnivåene vi kan finne i skolematematikk.

Taksonomien består av 4 kategorier med økende grad av sofistikert tankevirksomhet. Naiv empirisme, avgjørende eksperiment, generisk eksempel og tankeeksperiment. I denne taksonomien er det elevenes tilnærming til hva som er gyldig argumentasjon og ikke gyldigheten av beviset som er vektlagt, dermed vil det videre bli henvist til som argumentasjonsnivå.

Naiv empirisme blir beskrevet ved at elevene lander på en konklusjon om gyldigheten til en påstand basert på bare et par eksempler som ikke representerer helheten av påstanden. Ved et avgjørende eksperiment bruker elevene også konkrete eksempler i likhet med naiv empirisme, men elevene har da i tillegg et krav, eller en hypotese som må oppfylles. Det vil si at eksemplene brukt, er mer nøye utvalgt for å bekrefte eller avkrefte hypotesen enn ved naiv empirisme. Dette kommer til uttrykk i elevbesvarelser ved for eksempel at elevene viser to eksempler som oppfyller hypotesen og konkluderer med at det alltid gjelder.

Ved et generisk eksempel er eksempelet en generalisering av en hel klasse av eksempler og ikke bare et spesifikt eksempel. Eksempelet fungerer som en illustrasjon, men eleven beskriver generelt og gjør operasjoner og transformasjoner på eksempelet for å nå en konklusjon og vise begrunnelse.

Når elevene klarer å distansere seg fra spesifikke eksempler, er de på nivået tankeeksperiment. På dette nivået trekker elevene logiske slutninger basert på egenskapene og sammenhengen ved situasjonen de vurderer, og begrunnelsene er basert på formalisert symbolsk manipulasjon.

Balacheff (1988) vurderer elevenes nivå ut ifra hvilken tilnærming de har til problemet og ikke gyldigheten av svaret de lander på, denne tilnærmingen samsvarer med definisjonen av et bevis dersom man tar utgangspunkt i Harel og Sowder (2007) sin definisjon. Det blir også poengtert av Balacheff (1988) at deduktive beviser krever matematisk modenhet, og at elever vil gå gjennom prosessen fra naiv empirisme til tankeeksperiment etter hvert som elevene blir mer matematisk modne. Det er ikke dermed sagt at dersom elevene utfører et bevis eller en argumentasjonsrekke på nivået tankeeksperiment at de vil gjøre det ved en senere anledning også. Prosessen er flytende og er avhengig av problemet de står ovenfor.

Varghese (2011) påpeker at en lærers rolle i matematikkundervisning er å gi elevene mulighet til å utvikle sin matematiske kompetanse. For å gjøre det er det nødvendig at lærere utvikler en måte å få innsikt i elevenes beviskunnskaper, som er en sentral del av å ha matematisk kompetanse. Ved å bruke

Balacheff taksonomi kan lærere bedre forstå de ulike begrunnelsene elevene bruker i sin matematikkpraksis, og dermed også bedre hjelpe elevene med å utvikle sin matematiske beviskompetanse (Varghese, 2011) ved at man kan veilede dem videre til neste nivå i denne taksonomien når man vet hvordan de tilnærmer seg bevisføring.

2.5 Divergent tenkning

En oppgave som krever divergent tenkning har en åpen formulering som har flere riktige løsninger (Haylock, 1997). Slike oppgaver er i noen sammenhenger referert til som «Multiple solution tasks» (Leikin, 2013).

Haylock (1997) har utviklet noen kriterier for en god divergent oppgave, presentert under.

- Elevenes besvarelser må vise en variasjon av matematiske ideer som er brukt.
- Minst 20 tilgjengelige svar på oppgaven
- Besvarelsene må vise konsistent oppfattelse av hva som blir spurt om
- Det må finnes flere åpenbare svar som de fleste elevene kan finne
- Det må finnes flere passende svar som bare et par elever kan finne
- De originale svarene må ikke være trivielle

En løsning til et problem med flere løsninger defineres som ulik dersom den er basert på (a) ulik representasjon av det samme matematiske konseptet i oppgaven, (b) ulike egenskaper (definisjoner eller teoremer) av de matematiske objektene innenfor et spesifikt felt, eller (c) ulike egenskaper av et matematisk objekt i ulike felt (Leikin, 2013). For eksempel kan et likningssett bli løst algebraisk ved enten lineære kombinasjoner, substituering eller ved å sette de lik hverandre. Likningssettet kan også løses grafisk, løses ved matrise operasjoner eller løses med symmetriegenskaper (Leikin, 2013). Dette illustrer ulike løsninger på det samme problemet.

Haylock (1997) skiller på tre forskjellige oppgavetyper som krever divergent tankegang. Problemløsning, problemformulering og reformulering. Slike oppgaver skiller seg fra tradisjonell oppgaveløsning hvor det finnes en algoritme som løser problemet. En algoritme kan beskrives som en rekke med forutbestemte steg som løser et gitt sett med problemer (Jonsson et al., 2014). I situasjoner hvor poenget er å få riktig svar raskt kan en algoritme være nyttig for elevene eller problemløseren. I situasjoner hvor man ønsker å oppnå konseptuell forståelse er ikke en algoritme nyttig for elevene. Dette fordi en algoritme er designet slik at man kan bruke den uten å vite betydningen av alle stegene (Jonsson et al., 2014).

I en divergent problemløsende oppgave blir eleven presentert med et problem som har flere løsninger, og eleven blir bedt om å finne så mange som mulig av dem (Haylock, 1997).

Divergent problemformulerende oppgaver i matematikk beskrives av Haylock (1997) ved at eleven blir gitt en situasjon, og skal formulere så mange matematiske spørsmål til den situasjonen som mulig. Slike oppgaver kan være med på å avdekke matematisk kreativitet hos elever ved at de kan bruke sin matematikk kunnskap på en annen måte enn de er vant til. Bonotto og Dal Santo (2015) beskriver problemformulering som en matematisk kreasjon av problemer i en spesifikk kontekst.

Stoyanova og Ellerton (1996 referert til i (Bonotto & Dal Santo, 2015)) identifiserte tre ulike kategorier av problemformulering; åpne, semi-strukturert og strukturert. I åpne problemformuleringsoppgaver skal elevene lage problemer til en gitt situasjon uten restriksjoner. I semi-strukturerte oppgaver skal elevene utforske en åpen situasjon ved å bruke kunnskap, ferdigheter og sammenhenger de kjenner fra før. I strukturerte problemformuleringsoppgaver skal elevene reformulere gitte spørsmål til en gitt situasjon.

Reformulering i en divergent oppgave vil si at elevene er forventet å gjentatte ganger redefinere elementene i en situasjon med bruk av sin matematikkompetanse. Det vil si at elevene må tenke nytt på sin oppfatning av en situasjon og finne på noe nytt mange ganger (Haylock, 1997).

2.5.1 Divergent produksjon

Man kan måle kreativiteten til elevene ved å vurdere oppgaver som krever divergent tankegang etter flyt, fleksibilitet og originalitet (Haylock 1997; Leikin, 2013). Flyt vil i denne sammenheng si hvor mange svar eleven kan produsere.

Fleksibilitet er evnen til å bruke ulike strategier til å finne løsninger og originalitet blir vurdert etter hvor mange andre elever som brukte den samme strategien. Det er selvfølgelig også viktig at svaret er passende for oppgaven, og at det er brukt gyldig matematisk resonering i produksjonen av svarene (Leikin, 2013).

Balka (1974) påpeker at det er viktig at man vurderer flyt, fleksibilitet og originalitet separat. Dette fordi en elev som produserer mange svar basert på den samme ideen kan ikke betegnes som kreativ. En besvarelse som i tillegg til flyt viser fleksibilitet er gir en bedre indikasjon på kreativitet. Dette fordi elever med fleksibilitetsevne gjør justeringer og endrer en gitt matematisk situasjon, og kan bruke dem i besvarelsen på en fordelsaktig måte. Originalitet er kanskje den størte indikatoren på kreativitet, fordi et kreativt produkt krever en ny løsning på et problem.

2.5.2 Tidligere forskning

Jonsson et al. (2014) utførte en studie på 91 elever i alderen 16 til 17 år for å teste effekten av matematisk kreativ resonnering på elevers konseptuelle forståelse av matematikk. Den ene halvdelen av deltagerne fikk informasjon om metoder som kunne løse problemet i form av algebraiske formler og et eksempel på hvordan formelen kunne anvendes. Den andre halvdelen ble ikke presentert for løsningsmetodene. Elevene i denne gruppen måtte utvikle en ny resonneringssekvens, reflektere over om løsningene var riktige og forankret i matematiske konsepter. Elevene ble delt i de ulike gruppene basert på kjønn, måloppnåelse og kognitiv kapasitet, og ble omtrent likt fordelt i hver gruppe. Elevene utførte en test med 14 oppgaver, og de var identiske for de to gruppene bortsett fra informasjon om metode i den ene gruppen og ikke informasjon i den andre gruppen. Etter en uke ble begge gruppene testet i nye oppgaver, som var like for begge gruppene, i tre ulike undergrupper av spørsmål. I den ene undergruppen av spørsmål skulle elevene huske en formel som de hadde arbeidet med forrige uke, undergruppe to av spørsmål testet om de kunne anvende formelen og undergruppe tre testet om elevene kunne utvikle en ny løsningsmetode. Elevene som hadde øvd seg på oppgaver med løsningsmetode og formel tilgjengelig gjorde det bedre enn elevene som ikke hadde det i den første testen. På den andre testen gjorde elevene som måtte utvikle egne løsninger og reflektere over strategi og løsning bedre enn elevene med løsningsmetoder. Jonsson et al. (2014) konkluderte med at å arbeide med å utvikle egne løsningsmetoder og utvikle egne resonneringssekvenser bidro til økt konseptuell forståelse for elevene.

Haavold (2018) undersøkte forholdet mellom matematisk kreativitet og matematisk kompetanse på 301 elever fra 8. og 11. trinn. Elevene utførte en test med tre divergente produksjonsoppgaver med flere mulige løsninger. Oppgavene ble vurdert etter flyt, fleksibilitet og originalitet, summen av disse tre vurderingene utgjorde kreativitetspoengene. Resultatene ble undersøkt ved to veis ANOVA hvor kreativitetsskåren var den uavhengige variabelen, og måloppnåelse og klassetrinn var den avhengige variabelen. Resultatet av denne analysen viste at elevene på 11.trinn skåret signifikant bedre enn elevene på 8.trinn på matematisk kreativitet og det var en moderat sammenheng mellom matematisk måloppnåelse og matematisk kreativitet. På 11.trinn skåret elevene med høy måloppnåelse signifikant bedre enn elevene med lav måloppnåelse, mens på 8.trinn skåret elevene med høy måloppnåelse signifikant bedre enn elevene med både middels og lav måloppnåelse.

Haavold (2018) hevder at resultatene indikerer at matematisk kunnskap, representert av måloppnåelse og klassetrinn, er nødvendig for matematisk kreativitet, men at forholdet mellom dem ikke er rettfrem. Resultatene til Haavold (2018) viste også at yngre elever har en mer fleksibel tilnærming til matematikk enn eldre elever. Denne sammenhengen ble forklart ved at skolematematikk i Norge domineres av tradisjonell undervisning hvor man ser på matematikk som en samling av fakta som elevene er ment til å mestre gjennom gjentatt resonnering og hardt arbeid.

Haavold (2018) foreslo en annen mulig årsak til at eldre elever er mindre fleksible enn yngre elever skylles at elevene med høy måloppnåelse mester de krav som blir stilt i skolen som er preget av rigide strukturer, og disse elevene strever når strukturene er mer avslappet.

Tabach og Friedlander (2013) utførte en studie hvor de vurdere elevenes kreativitet etter flyt, fleksibilitet og originalitet på tre oppgaver som har flere løsningsmetoder tilgjengelige. Studien ble utført med 76 elever fra fjerde til niende trinn, fra samme skole, for å se om matematisk kompetanse påvirket kreativiteten. Studien resulterte med at det ble etablert en sammenheng mellom matematisk kompetanse og kreativitet. Kreativitetsnivået økte fra fjerde til syvende trinn, falt ved åttende trinn og deretter økte igjen. Dette ble forklart ved at omtrent alle elevene løste oppgaven algebraisk i åttendetrinn, fordi algebra var intensivert i skolen for dette trinnet. I niende trinn brukte flere elever flere ulike løsningsmetoder igjen. Det ble foreslått at algebra setter en midlertidig brems på kreativiteten, men at det i det lange løp utvider elevenes repertoar.

Kattou et al. (2013) undersøkte forholdet mellom matematisk kreativitet og matematisk kompetanse ved å utføre en matematisk kompetanse test og en matematisk kreativitet test. 359 elever mellom 9 og 12 år deltok i studien. Matematisk kreativitet ble vurdert etter flyt, fleksibilitet og originalitet, mens matematisk kompetanse ble vurdert etter rett og galt. Det ble funnet en positiv signifikant korrelasjon mellom matematisk kompetanse og kreativitet. Videre ble to ulike sammenhenger undersøkt ved bekreftende faktor analyse. Først om matematisk kompetanse er underordnet matematisk kreativitet og deretter om matematisk kreativitet er underordnet matematisk kompetanse. Kattou et al. (2013) fant grunnlag for begge sammenhengene, og hevder at matematisk kompetanse estimerer matematisk kreativitet og at matematisk kreativitet bidrar til å utvikle matematisk kompetanse. Modellen hvor matematisk kreativitet er underordnet matematisk kompetanse er bedre tilpasset dataen og dermed er det en bedre modell. I studien viser også Kattou et al. (2013) at elevene med lav matematisk kompetanse også har lav matematisk kreativitet og at elevene med høy matematisk kompetanse har høy matematisk kreativitet.

2.6 Konseptualisering av undersøkende tankegang- via konvergent og divergent tankegang

Undersøkende undervising ble definert ved undervisning som gir mulighet for begrepsforståelse, og elevaktiviteten er preget av å finne løsninger på matematiske problemer og evaluere dem.

I undersøkende undervising er det antatt at problemene ikke er åpenbare for elevene, på grunn av hensikten med å undersøke forsvinner dersom det ikke er noe som er ukjent for elevene. Dermed vil et problem i denne studien omtale ikke-rutine problemer hvor løsningsmetoden ikke er kjent for elevene og det ikke er en algoritme som løser problemet. Et problem i matematikk kan ha en eller flere tilgjengelige løsninger, som nevnt tidligere. Problemene vil dermed kreve en produktiv tankegang, som vil si at elevene må finne en måte å forstå og løse problemet som ikke er kjent fra før.

En måte å kunne komme på, se for seg eller produsere noe som ikke finnes fra før for elevene vil være ved å tenke kreativt, dersom man tar utgangspunkt i Sriraman og Haavold (2017) sin definisjon av hverdagskreativitet. Dermed kan man si at for å løse utforskende problemer i matematikk kreves det kreativitet hos elevene. For å få innsikt i elevenes utgangspunkt i forkant av fagfornyelsen, vil det dermed være nyttig å vurdere elevenes kreativitet. Kreativitet kan vurderes på to måter (Haylock, 1997), enten ved å vurdere en kreativ kognitiv prosess eller ved å vurdere et kreativt produkt.

Problemer som har en gyldig løsning, men som kan løses på mange måter, hvor det kreves at man tenker logisk for å oppnå den løsningen som er mest passende, eller den riktige. Hvor elevene blir bedt om å utdype en enkelt ide, krever som diskutert tidligere, en konvergerende tankegang. I undersøkende matematikkproblemer kan problemene ha enten en eller flere tilgjengelige løsninger. Dermed vil noen utforskende problemer kreve en konvergerende tankegang dersom problemet bare har en gyldig konklusjon.

Dersom man skal vurdere måten å tenke på når man ser på elevers kreativitet må man se på hvordan resultatet er produsert ifølge Leikin og Pitta-Pantazi (2013). Ved konvergerende tankegang skal man oppnå en gyldig konklusjon og for å gjøre det må påstandene logisk begrunnes og med det bevise at løsningen er riktig og passende. Balacheff (1988) har utviklet en måte å analysere elevers tilnærming til bevisføring ved å klassifisere elevenes argumentasjon. Dermed kan man si at for å vurdere hvordan elevene har oppnådd sine resultater i konvergerende oppgaver kan man se på argumentasjonen til elevene.

Problemer som har en åpen formulering med flere riktige løseninger, og elevene blir bedt om å finne så mange som mulig av dem, formulere spørsmål til problemet eller reformulere den samme situasjonen mange ganger krever en divergerende tankegang. I undersøkende matematikkproblemer kan problemene ha mange tilgjengelige løsninger, og elevene kan bli spurt om å finne så mange som mulig av dem. Da må elevene formulere spørsmål, undersøke ulike løsninger og finne på egne løsningsstrategier, dermed kan undersøkende problemer kreve en divergent tenkning av elevene i noen situasjoner.

Når man studerer kreative produkter er det ideer som er omformet til noe håndfast (Leikin & Pitta-Pantazi, 2013), og i denne sammenhengen er dette løsningene til elevene. Dermed er løsningene til elevene divergente produkter av problemer som har flere løsninger tilgjengelige. En måte å vurdere elevers kreativitet er i følge Haylock (1997) ved å sette noen kriterier for et kreativt produkt. Et kreativt produkt på en oppgave som krever divergent tankegang kan vurderes etter hvor mange løsninger som er funnet, hvor mange strategier som er brukt for å oppnå løsningene og hvor mange andre som har brukt den samme løsningen. Dermed vil elevenes besvarelser på utforskende problemer som krever divergent produksjon kunne vurderes ut fra flyt, fleksibilitet og originalitet.

3

Metode

3.1 Vitenskapelig plassering

Denne studien er sett fra et postpositivistisk syn som er en deterministisk og reduksjonistisk filosofi (Creswell, 2014). Det vil si at det antageligvis er årsaker til utfall og at ideer blir brutt ned til mindre målbare segmenter.

Med andre ord er det, i denne studien, forsøkt å identifisere noen karakteristika ved undersøkende undervisning og måle elevenes kompetanse på disse, sett i sammenheng med måloppnåelse. Kunnskapen etablert i et postpositivistisk vitenskapssyn er basert på observasjoner og målinger av den objektive verden som finnes der ute ifølge Creswell (2014). Dermed blir måleinstrumentene essensielle i slike studier for å bevare objektiviteten. Sannhet er aldri absolutt, dermed er bevismaterialet i forskning alltid ufullkommen og fellbar (Creswell, 2014). Forskning blir i dette perspektivet prosessen med å lage påstander, og deretter modere dem dersom andre påstander er bevist å være mer berettiget. Data, bevis og rasjonale betraktninger former kunnskapen, og forskere søker etter å utvikle relevante sanne påstander. Påstander som kan forklare situasjonen eller beskrive årsakssammenhengen.

Forskningsspørsmålene i denne studien søker svar på trender i elevenes tankegang, målet er også å undersøke tankegangen til elevene i sammenheng med måloppnåelse. Dermed er det passende å utføre studien kvantitativt (Creswell, 2012).

Ved bruk av kvantitative metoder kan man belyse problemstillingen mer objektivt og samle inn store mengder data effektivt (Creswell, 2014). Når man arbeider med kvantitative data er innsamlingsinstrumentene avgjørende for dataen man oppnår som beskrevet over. I denne studien er en test blitt brukt. Testen er utformet for å måle elevenes konvergente og divergente tankegang, som skal reflektere elevenes kompetanse i å løse utforskende oppgaver.

3.2 Utvalg og datainnsamling

3.2.1 Utvalg

Utvalget i studien består av 376 elever fra 20 klasser i Troms. Elevene går på 5. til 13. trinn og er med i studien med bakgrunn i at deres lærere er med i SUM prosjektet (Haavold & Blomhøj, 2019). Dermed er ikke utvalget tilfeldig, men det er antatt at utvalget representerer helheten i populasjonen fordi klassene er fra typiske norske skoler. Prosjektet er godkjent av NSD (vedlegg A.1). Det ble totalt samlet inn 473 samtykkeskjemaer (Vedlegg A.2 og A.3), 484 elevtester (Vedlegg A.4 og A.5) og 405 spørreskjemaer. Det er kun 376 av de totalt 514 elevene som har alle tre komponentene og det er derfor bare disse som danner datagrunnlaget i denne oppgaven. Det er totalt 48% gutter (N=181) og 52% jenter (N=196) i utvalget. Alderen til elevene sprer seg fra 10 til 19 år. Elevene over 19 år er fjernet fra utvalget. De ble fjernet fordi disse elevene har ikke fullført videregående skole på normert tid, det kan skylles innvandring, sykdom eller andre faktorer som gjør at de ikke har hatt normal progresjon.

Elevene er delt inn i to grupper. Gruppe 1 består av 115 elever fra 5. til 8.trinn og gruppe 2 består av 261 elever fra 9. til 13. trinn.

Elevene på barneskolen har ikke karakterer i matematikk og har dermed oppgitt en tredelt måloppnåelse på spørreskjema, lav, middels og høy. Elevene fra 8.trinn er også inkludert i den første gruppen fordi testen og spørreskjema ble utført tidlig på høstsemesteret og de har dermed ikke et representativt karaktergrunnlag fra ungdomskolen. Elevene ble også delt inn i to grupper for å kunne nivå differensiere testen.

3.2.2 Datainnsamling

Elevene i denne studien har utført en test og svart på et spørreskjema. Testen ble gjennomført i elevenes klasserom med deres matematikklærer til stede, og varte i 45 minutter. En skoletime er som regel mellom 45-60 minutter og dermed ble testen utført i elevenes vante rammer. I forkant av testen ble elevene informert om at besvarelsene deres ville bli brukt i masteroppgaver og i forskningsprosjektet SUM (Haavold & Blomhøj, 2019).

Samtykkeskjema ble gjennomgått med alle elevene, selv om elevene under 15 år måtte ha samtykke fra foresatte. De ble også informert om at de kunne trekke samtykke på et senere tidspunkt dersom de ønsket det.

På fremsiden av testen ble elevene bedt om å skrive navn og skole. Elevene ble informert om at besvarelsene ville bli anonymisert etter de var paret med deres besvarelser på spørreskjema.

Elevene ble orientert om at oppgavene kunne oppleves litt uvante i forhold til oppgavene i læreboken deres, fordi det er mange måter å løse dem på, og at noen av oppgavene krevde flere svar. Testen ble gjennomført uten hjelpemidler i alle klasser.

Spørreskjema ble utført i Nettskjema og er utformet av SUM prosjektet (Haavold & Blomhøj, 2019). I denne studien er det bare bakgrunnsvariablene fra spørreskjemaet som er blitt tatt i bruk. Alder, kjønn og måloppnåelse. Måloppnåelse er dermed selvrapportert av elevene, men omtrent 40 elever ble sjekket med deres respektive lærer og alle stemte.

3.3 Elevtest

I kapittel 2.6 ble det beskrevet at undersøkende undervisning krever to ulike typer tankegang som kan knyttes til kreativitet. Konvergerende og divergerende tankegang, og det er elevenes kompetanse på ved disse to aspektene som skal måles i testen.

Testen består av 5 oppgaver, hvor 2 av oppgavene er rettet mot konvergerende tankegang og 3 oppgaver er rettet mot divergerende tankegang. Skovsmose (2001) påpekte at undersøkende undervisning er situasjonsbestemt, og at en av aspektene som gjør det situasjonsbestemt er oppgavene. Dermed er det relevant å teste flere sider av de samme teoretiske begrepene. Et av formålene med denne studien er å få bedre innsikt i hvilket utgangspunkt elevene har i forkant av fagfornyelsen med tanke på undersøkende undervisning, og oppgavene som måler det samme begrepet ved undersøkende undervisning, konvergerende og divergerende tankegang, vil bidra til å øke innsikten som er mulig å oppnå fra resultatene. I tillegg til at Skovsmose (2001) henviser til at den undersøkende aktiviteten er situasjonsbestemt, fremhever både Balacheff (1988) og Leikin og Pitta-Pantazi (2013) oppgaveformuleringen som avgjørende på elevenes respons på henholdsvis argumentasjonsnivå og kreativitet.

3.3.1 Konvergerende oppgaver

De to konvergerende oppgavene er 1) problemløsningsoppgaver som elevene ikke vet hvordan skal løses på forhånd og de har 1 løsning, og 2) de stiller krav til argumentasjon. Elevene står fritt til å velge fremgangsmetode for å løse begge oppgavene, og det er flere måter å gjøre det på, men elevene må argumentere for den løsningen de velger.

En problemløsningsoppgave som krever at elevene finner sin egen løsningsmetode, kan kategoriseres som en utforskende oppgave ifølge Blomhøj (2016). Siden oppgavene har en løsning og stiller krav om argumentasjon krever besvarelsene en konvergerende tankegang som vist i kapittel 2.6. Oppgavene er differensiert for elevgruppe 1 og 2, og vil de bli lagt frem hver for seg.

Oppgave 1

Oppgave 1 handler om å generalisere ut fra noen enkelteksempler, til en mer allmenngyldig beskrivelse. Og det finnes bare ett riktig svar, men mange måter å gjøre det på.

Når man skal generalisere fra et eksempel må man logisk vurdere de ulike enkelte bestanddelene og bestemme hva som er fellestrekkene. Tabach og Levenson (2018) beskrev konvergent tenkning som tankegangen som inntrer når man skal logisk løse et problem og finne sammenhengen mellom etablert kunnskap og problemet.

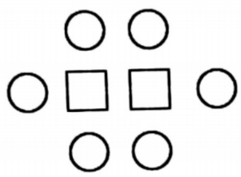
Cropley (2006) beskrev tankegangen som skulle finne den beste eller mest passende løsningen til et problem som konvergent tenkning, dette kan tolkes som at det er en løsning som er mer passende enn andre løsninger. Dermed må man argumentere for løsningen man finner for å overbevise andre om at dette er den beste løsningen. I oppgave en blir elevene bedt om å begrunne svaret sitt og det er elevenes argumentasjon som skal vurderes i tillegg til gyldigheten av konklusjonen.

Oppgave 1 er som nevnt over differensiert for de to elevgruppene og består av 3 delspørsmål. Delspørsmålene har et økende abstraksjonsnivå i hver deloppgave. Oppgaven for elevgruppe 1 vil bli lagt frem først og deretter oppgaven til elevgruppe 2.

Elevgruppe 1, 5. - 8. trinn

Elevene ble i oppgave 1 presentert med et bilde av to bord med stoler rundt. I oppgaven skal elevene tegne hvor mange stoler det er rundt 4 bord, og deretter finne ut hvor mange stoler som trengs rundt ti bord. Til slutt ble elevene bedt om å beskrive hvordan man kan finne ut hvor mange stoler som trengs dersom man vet hvor mange bord det er. Deloppgave a er gjengitt i figur 3.1, se vedlegg A.4 for oppgave b og c.

Oppgave 1.
På restauranter sitter gjestene ofte rundt små bord. Én stol er plassert på hver side av bordet. Fire stoler passer rundt ett bord. Når flere enn fire gjester ønsker å sitte sammen, skyves flere bord sammen. Figuren under viser hvordan seks gjester kan sitte på stoler (sirkler) rundt to bord (kvadrater) som er skjøvet sammen.



a) Tegn hvordan det ser ut når fire bord er skjøvet sammen.

Figur 3.1.
Oppgave 1 for elevene på 5. til 8. trinn.

For å løse oppgavene må elevene identifisere forholdet mellom antall stoler og antall bord. Dersom flere bord skyves sammen, er det plass til to nye stoler for hvert bord som blir lagt til. Det vil si at de må generalisere mønsteret, mønsteret kan uttrykkes algebraisk som vist i likning 3.1.

Dersom y er antall stoler og x er antall bord, kan antall stoler uttrykkes ved antall bord slik:

$$y = 2x + 2 \tag{3.1}$$

Elevenes alder tatt i betrakting, er det ikke forventet at mange elever oppgir likning 3.1 som løsning, men heller beskrive forholdet med ord.

Elevgruppe 2, 9. - 13. trinn

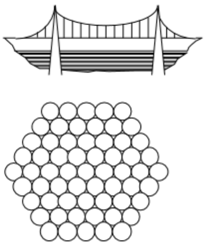
Elevene i gruppe 2 skal utforske en kabel til en hengebro. Elevene ble presentert med et bilde av en kabel i størrelse 5 og skal i oppgave a tegne en størrelse tre kabel. Oppgaven er gjengitt i figur 3.2.

Deretter skal elevene finne ut hvor mange tråder en størrelse 10 kabel består av, og til slutt finne ut hvor mange tråder en størrelse n kabel består av.

For å løse oppgaven må elevene finne ut hva som gjør kabelen til en størrelse

Oppgave 1.

Når man lager kabler til en hengebro setter man sammen mange tynnere tråder i en sekskantet form.
Tegningene under viser en «størrelse 5»-kabel som består av 61 tynnere tråder.



a) Tegn hvordan en «størrelse 3»-kabel vil se ut.
Hvor mange tråder vil man trenge til en «størrelse 10»-kabel?

b) Hvor mange tråder vil man trenge til en kabel av størrelse n? Vis og forklar hvordan du kom frem til svaret ditt.

Figur 3.2.
Oppgave 1 for elevene på 9. til 13. trinn

5, og med det finne ut hvordan kabelen varierer i størrelse. Dersom man teller antall tråder i hver kant vil man se at det er 5 tråder i hver kant og at det er 5 lag med tråder fra midten ut til alle kanter. Kabelen øker med 6 tråder i ytterste lag i hver størrelse.

En måte å løse oppgaven på kan være å identifisere summen av hvert lag som det totale antall tråder i hver størrelse. I det innerste laget, altså størrelse 1 er det en tråd. Dette kan uttrykkes ved

$$N = 1 + \sum_{k=1}^{n} 6(k-1) \tag{3.2}$$

Hvor N = antall tråder i størrelse n, n= størrelse og k er et heltall.

Likning 3.2 kan uttrykkes på utvidet form ved bruk av identiteten «summen av n heltall» gjengitt i likning 3.3.

$$\sum_{x=1}^{n} x = \frac{n(n+1)}{2} \tag{3.3}$$

Dermed blir utrykket for antall tråder i en størrelse n kabel:

$$
\begin{aligned}
N &= 1 + \sum_{k=1}^{n} 6(k-1) && (3.4)\\
&= 1 + 6\sum_{k=1}^{n} k - 6n && (3.5)\\
&= 1 + 6\left(\frac{n(n+1)}{2} - n\right) \quad \text{(Fra likning 3.3)} && (3.6)\\
&= 1 + 3n(n-1) && (3.7)
\end{aligned}
$$

Likning 3.7 kan oppnås ved andre metoder også, løsningsforslaget er ment som et eksempel.

Oppgave 2

I oppgave 2 skal elevene argumentere for om en påstand om brøk er alltid sann, av og til sann eller aldri sann. Også denne oppgaven søker etter ett svar, men elevene velger løsningsstrategi, dermed er oppgaven en utforskende oppgave som krever konvergent tankegang. Oppgave 2 er differensiert for de to elevgruppene.

For begge elevgruppene er det antatt at de er kjent med begrepene teller og nevner.

Elevgruppe 1, 5. - 8. trinn

Elevene i gruppe 1 skulle vurdere påstanden:

Hvis vi deler teller og nevner i en brøk på det samme tallet, så får vi en brøk som har lavere verdi.

Elevene ble presentert med tre svaralternativer hvor de skulle krysse av den de mente stemte og deretter forklare hvorfor de mente denne var riktig. Svaralternativene var «Dette er alltid sant», «Dette er aldri sant» og «Dette er av og til sant».

Påstanden for elevene på 5. til 8 trinn kan formuleres som en ulikhet presentert i ulikhet 3.8:

$$\frac{a}{b} > \frac{a:c}{b:c} \tag{3.8}$$

Ulikheten i 3.8 er aldri sann fordi verdien på høyere og venstre side er alltid lik.

Elevgruppe 2, 9. - 13. trinn

Elevene i gruppe 2 vurderte påstanden:

Dersom du legger til det samme tallet i teller og nevner, får du alltid en brøk med større verdi.

Denne elevgruppen ble ikke presentert med svaralternativer.

Påstanden kan formuleres slik:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c} \tag{3.9}$$

En måte å løse denne oppgaven på er for eksempel ved å undersøke ulikheten ved ulike verdier for a, b og c. For eksempel dersom man antar at $a, b, c > 0$ kan man løse ulikheten slik:

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} &< \frac{a+c}{b+c} \quad \text{(Fra ulikhet 3.9)}\\ a(b+c) &< b(a+c)\\ ab+ac &< ab+bc\\ ac &< bc\\ a &< b\end{aligned}$$

Dette viser at ulikheten i 3.9 er gyldig dersom a er mindre enn b hvis $a, b, c > 0$, men ville vært ugyldig dersom a var større enn b, dermed er påstanden av og til sann. Ved å vurdere påstanden for ulike verdier av a, b og c vil man oppnå lignende konklusjoner.

3.3.2 Divergerende oppgaver

Oppgaver som krever at elevene finner flere løsninger kan beskrives som en utforskende oppgave når elevene selv er ansvarlige for strategivalget og det er ikke en algoritme eller en prosedyre som blir testet. For at en oppgave skal kunne klassifiseres som en divergent oppgave må elevene bli bedt om å finne flere løsninger til det samme problemet på ulike måter. I alle tre oppgavene som krever divergent tenkning er dette et eksplisitt krav. Haylock (1997) beskrev tre kategorier av oppgaver som krever en divergent tankegang, problemløsning, problemformulering og reformulering. Det er ikke en av disse tre problemtypene som utpeker seg som den beste oppgavetypen å vurdere kreativitet på, dermed består testen elevene har besvart en av hver av disse oppgavetypene og er like for begge elevgruppene.

Alle tre oppgavene har minst 20 tilgjengelige svar, som Haylock (1997) påpekte var viktig for en god divergent produksjonsoppgave. De resterende kravene vil bli diskutert i del 3.4.2

Oppgave 3

Oppgave 3 i testen er en problemformulering oppgave hvor elevene skal stille så mange matematiske spørsmål de kan til et bilde.

Bildet er vedlagt i vedlegg A.4, og er valgt fordi det inneholder åpenbare og ikke fult så åpenbare elementer som lar seg knytte til matematikk. Ved å bruke et bilde som utgangspunkt for å stille spørsmål er det helt åpen problemgenerering for elevene, dersom man tar utgangspunkt i Stoyanova og Ellertons beskrivelse presentert i del 2.4.2. I tillegg er det å stille spørsmål til noe man kan se sammenlignbart med virkeligheten, noe som gjør oppgaven relevant som en utforskningsoppgave hvor virkelighetsnær problemløsning er sentralt ifølge Dewey (Artigue & Blomhøj, 2013).

Oppgave 4

I oppgave 4 skal elevene lage så mange delmengder de kan og beskrive en regel for denne mengden ut ifra en tallmengde oppgitt, dette er en reformuleringsoppgave hvor elevene må tenke nytt om den samme mengde tall mange ganger. Ved å gjøre elevene ansvarlige for strategivalgene klassifiserer oppgaven som en utforskende som krever divergent tenkning, fordi oppgaven ber om at elevene finner mange mengder. Hver mengde skulle bestå av flere enn to tall. Siden elevene må beskrive en mengde med en regel må de anvende det de kan om tall fra før, men de må også skape en struktur over de tallene de velger som krever at de utvikler en strategi for å velge. Det står eksplisitt at tallene kan brukes i flere mengder. I starten av oppgaven var to eksempler vist slik at alle elevene fikk samme informasjon. Eksemplene var

$(2, 3, 5, 7)$- Alle tallene er primtall

$(15, 51, 60, 150\ )$-Summen av hvert siffer i tallene er 6.

Oppgave 5

Oppgave 5 er en problemløsningsoppgave hvor elevene skal tegne så mange figurer de kan med et areal lik 2 cm^2 i et rutenett på $3x3$ cm. Det er antatt at alle elevene vet hva et areal er, men det ble bestemt på forhånd at dersom elevene ikke forsto oppgaven så skulle den forklares ved å vise et rektangel på 1 gange 2 cm. I denne oppgaven må elevene vurdere vinkler og lengder, som til sammen kan bli $2cm^2$. Det ble oppgitt at elevene skulle tegne rette streker mellom prikkene.

3.4 Dataanalyse

For å analysere oppgavene i elevtesten er 2 ulike rammeverk blitt brukt for å måle elevenes argumentasjonsnivå og kreativitet, henholdsvis Balacheff (1988) taksonomi og Leikin (2013) kreativitetsskår.

3.4.1 Konvergerende tankegang

I denne studien er et av formålene å få bedre innsikt i hvordan man kan vurdere elevenes utforskende kompetanse og ved det få innsikt i hvilket utgangspunkt elevene har i forkant av det økende fokuset på undersøkende undervisning i den nye læreplanen. Av den grunn er det det passende å bruke Balacheff (1988) sin taksonomi til å vurdere argumentasjonsnivå, som Varghese (2011) påpeker er denne taksonomien en måte å få innsikt i elevenes beviskunnskaper. Bevis og argumentasjon kan sies å være relatert til hverandre, dersom man tar utgangspunkt i Harel og Sowder (2007) sin definisjon hvor et bevis består av et overbevisende argument for en person eller et samfunn. Argumentasjon er en viktig del av undersøkende aktivitet som vist i kapittel 2.6. Både oppgave 1 og 2 er vurdert etter Balacheff (1988) sin taksonomi.

Elevene ble tildelt 1 poeng for rett svar og 0 til 4 for argumentasjonstilnærming i oppgave 1 og 2. Argumentasjonsnivået er rangert fra 0 til 4 fordi taksonomien bygger på at det krever mer sofistikert tankevirksomhet jo høyere opp i taksonomien man kommer (Balacheff, 1988).

Balacheff taksonomi vurderer ikke gyldigheten av konklusjonen, men tilnærmingen til argumentasjonen, men ved konvergente oppgaver er målet å oppnå en nøyaktig og riktig løsning til et problem. Dermed er det riktig i denne sammenhengen å i tillegg vurdere gyldigheten av konklusjonen.

I oppgave 1 er det mulig å oppnå ett poeng for hver deloppgave, og 4 poeng for argumentasjonsnivå. Til sammen 7 poeng. I oppgave 2, er det mulig å oppnå 5 poeng, 1 for rett svar og 4 for argumentasjonstype. Elevenes poeng fra begge oppgavene ble slått sammen til en sumskår fordi begge oppgavene krever den samme type tankegangen, men fremstilt på to ulike måter. Det antas dermed at de to oppgavene kombinert reflekterer elevenes konvergerende tankegang uttrykt gjennom elevenes argumentasjonskompetanse totalt. Summen av to variabler som måler det samme reflekterer bedre et individs skår enn bare ett spørsmål (Cresswell, 2012).

Elevene som er tildelt ett poeng for å utføre en argumentasjon i kategorien naiv empirisme, har presentert få og tilfeldige eksempler som beskrevet av Balacheff (1988). Et eksempel på slik argumentasjon er presentert i figur 3.3.

Elevbesvarelsene som tydelig viser at elevene har konkludert med bakgrunn i argumentasjon som følger formen «det funker her, dermed funker det alltid» eller «det funker her, men ikke her, dermed funker det av og til» er klassifisert som avgjørende eksperiment og er tildelt to poeng. Argumentasjon som følger denne formen viser at det er et krav som skal oppfylles, som beskrevet av Balacheff (1988). Elevbesvarelser i denne kategorien mangler generell argumentasjon og gyldighetsområde er ikke diskutert. Et eksempel på en slik elevbesvarelse er vist i figur 3.4.

$$\frac{3}{5} \mid +6 = \frac{3+6}{5+6} = \frac{9}{11}$$

$$\frac{11}{13} \mid +5 = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

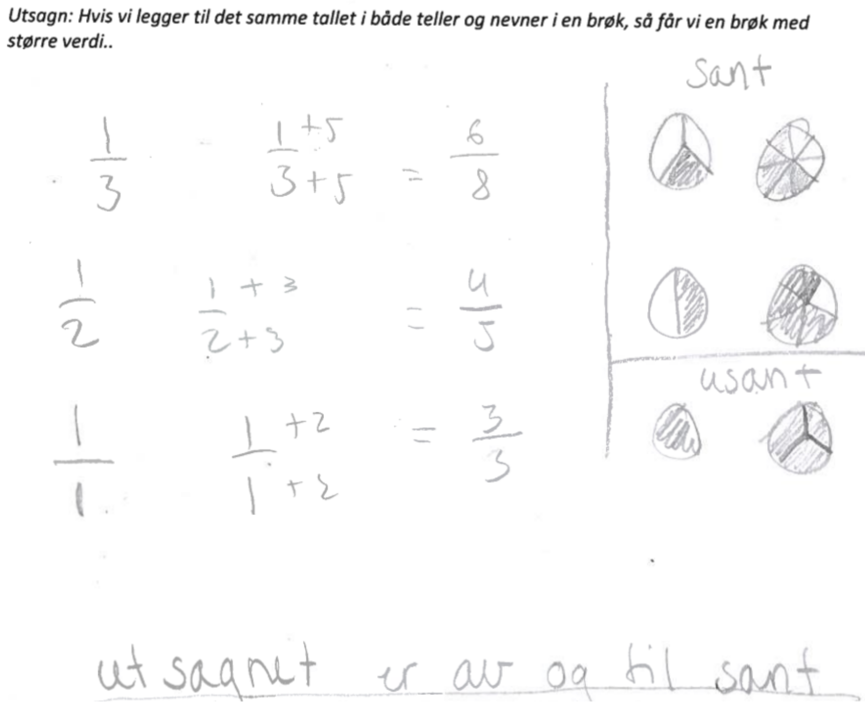
$$\frac{3}{7} \mid +4 = \frac{7}{11}$$

Påstanden er ikke sant

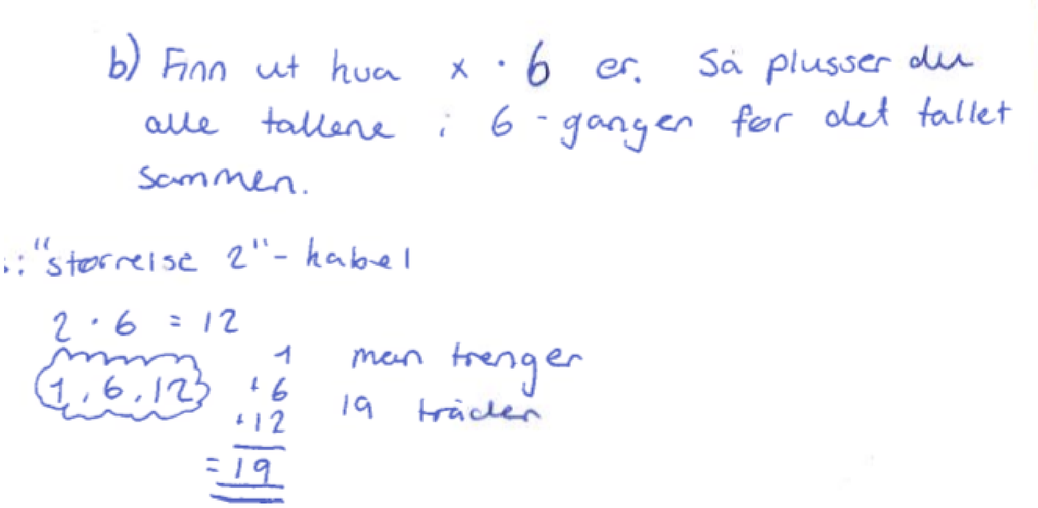
Figur 3.3.
Elevbesvarelse med argumentasjonsnivå naiv empirisme

For at en elevbesvarelse skal bli kategorisert som et generisk eksempel må besvarelsen også inkludere generell argumentasjon, konkrete eksempler blir også brukt i denne kategorien i likhet med avgjørende eksperiment. Et eksempel på en elevbesvarelse i kategorien generisk eksempel er vist i figur 3.5.

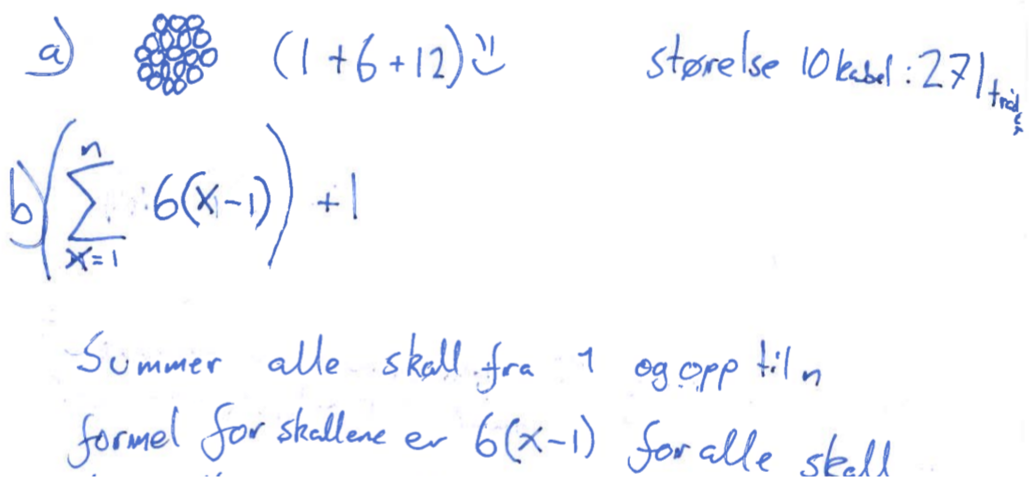
I et tankeeksperiment er i tillegg generell notasjon bukt og prosessen er beskrevet. Et eksempel på en elevbesvarelse i denne kategorien er vist i figur 3.6.



Figur 3.4.
Elevbesvarelse med argumetasjonsnivå avgjørende eksperiment



Figur 3.5.
Elevbesvarelse med argumentasjonsnivå generisk eksempel



Figur 3.6.
Elevbesvarelse med argumentasjonsnivå tankeeksperiment

3.4.2 Divergerende tankegang

Oppgave 3, 4 og 5 er analysert basert på Leikin (2013) sin kreativitetskår som tar utgangspunkt i at kreativitet kan bli målt ved flyt, fleksibilitet og originalitet.

Flyt blir beregnet ut ifra hvor mange korrekte svar eleven har produsert, betegnet ved N for antall videre. Dette ivaretar kravet om at en kreativ matematisk ide også må være gyldig.

Fleksibilitet ble av Haylock (1997) identifisert ved at man bruker ulike strategier eller ideer i matematikk for å løse et problem. Dermed ble elevenes besvarelser kategorisert for å beregne fleksibilitetspoengene til elevene. Dette er nærmere beskrevet i kapittel 3.4.2.

For hver ny kategori eleven bruker blir den tildelt 10 poeng. Dersom eleven bruker en kategori som ligner på en annen kategori brukt i et annet svar blir eleven tildelt 1 poeng, dersom eleven danner mange svar innenfor en lik kategori blir eleven tildelt 0,1 poeng. Den totale fleksibilitetsskåren er summen av alle fleksibilitetspoengene.

Originalitetspoengene er basert på hvor mange andre elever som har brukt samme løsning. Slik at originaliteten blir vurdert relativt til de andre elevene, slik som diskutert i kapittel 2.5.

Dersom det er flere enn 40% av elevene som har brukt samme løsning på et problem blir eleven tildelt 0,1 poeng. Ved under 15% av elevene som har brukt samme løsning blir eleven tildelt 10 poeng. Dersom det er mellom 15 og 40% av elevene som har brukt samme løsning tildeles eleven 1 poeng. Dette ble gjort for alle løsningene en elev produserte, og den totale originalitetsskåren er summen av alle originalitetspoengene til eleven.

Til slutt ble kreativitetsskåren beregnet ved produktet av fleksibilitetsskåren og originalitetsskåren. Utregningen er oppsummert i formlene under, hvor K=Kreativitet, F=Fleksibilitet, O=originalitet, i=løsning og N=antall løsninger.

$$K = F \times O = \sum_{i=1}^{N} F_i \times \sum_{i=1}^{N} O_i$$

$$\text{hvor } F_i = \begin{cases} 10, & \text{Ny kategori} \\ 1, & \text{Lignende kategori} \\ 0,1, & \text{Identisk kategori} \end{cases}$$

$$\text{og } O_i = \begin{cases} 10, & \text{andel svar} < 15\% \\ 1, & 15\% \leq \text{andel svar} \leq 40\% \\ 0,1, & \text{andel svar} > 40\% \end{cases}$$

For å kunne beregne elevenes kreativitetspoeng, var det først nødvendig å identifisere de ulike kategoriene elevene hadde brukt i sine besvarelser.

Kategorier fra elevenes besvarelser

Kategoriene i oppgave 3, 4 og 5 er basert på elevenes besvarelser fordi det ikke finnes en gitt løsningsmengde på svarene i disse oppgavene.

Kategoriene ble opprettet basert på Leikin og Pitta-Pantazi (2013) definisjon av ulike løsninger. Som vist i kapittel **??** er kriteriene

a) ulike representasjoner av det samme matematiske konseptet,

b) ulike egenskaper ved det matematiske objektet innenfor et spesifikt felt i matematikk, eller

c) ulike egenskaper ved det matematiske objektet i ulike felt av matematikk.

I oppgave 3 og 4 ble elevenes besvarelser først kategorisert etter matematisk tema og deretter etter alle besvarelsene var analysert, ble det opprettet større kategorier ut ifra hovedideene til elevene. For eksempel ble to av elevenes temaer i oppgave 3 identifisert til å omhandle areal og volum, disse ble i ettertid slått sammen til kategorien geometrisk utregning fordi areal og volum er to svært nærliggende ideer innenfor geometri.

Elevenes figurer i oppgave 5 ble tegnet opp underveis og dersom en figur ikke kunne roteres eller speiles inn i en eksisterende figur ble den identifisert som en ny en. På grunn av at alle figurene som ble akseptert har et areal på $2cm^2$, kunne det ikke tas utgangspunkt i matematisk ide når kategoriene ble opprettet. Dermed er kategoriene i oppgave 5 basert på de geometriske egenskapene til polygonene.

Elevenes besvarelser i oppgave 3 er kategorisert i 11 kategorier og presentert i tabell 3.1.

Kategoriene antall, geometrisk utregning, geometrisk figur, lengde, formel, andel, sannsynlighet og kroner er delt inn i underkategorier i og utenfor bildet. Det vil si at elevene har stilt spørsmål om ting de kan se direkte i bildet i underkategorien i bildet, og om ting de ikke kan se direkte i bildet i underkategorien utenfor bildet, dette ble gjort fordi det antas at det krever et høyere abstraksjonsnivå å stille spørsmål om ting man ikke kan se direkte i bildet.

Geometrisk utregning og geometrisk figur er vurdert til å være kategorier som ligner på hverandre. Dette fordi det henger tett sammen å spørre om hva figuren til tønnene kalles og deretter spørre om volumet av denne tønnen for eksempel.

I oppgave 4 er elevenes besvarelser plassert i 8 kategorier, presentert i tabell 3.2.

Kategoriene sum og økning er vurdert til å ligne på hverandre, fordi en regularitet i økning eller minking kan sies å være det samme som å legge til det samme tallet hver gang, men er ikke identisk. Multiplisitet og par/odd/primtall er vurdert til å være kategorier som ligner på hverandre, fordi begge handler om faktorer i et tall.

Tabell 3.1.
Kategorier på elevenes besvarelser oppgave 3

Kategori	Forklaring
Antall	Spørsmål som handler om en mengde. For eksempel hvor mange tønner eller sykler de ser på bildet.
Geometrisk utregning	Omhandler areal, volum, vekt og omkrets. Et eksempel er hva volumet til tønnene er.
Geometrisk figur	Spørsmål som handler om identifisering av geometriske figurer i bildet. For eksempel hvilke figurer ser du i bildet?
Lengde	Spørsmål som er preget av et avstandsmål. For eksempel høyde på tårnet, avstanden mellom tønnene og syklene eller hvor langt man har syklet dersom man sykler forbi 3 tønner og det er 3 km mellom tønnene.
Formel	Spørsmål hvor man skal lage en formel eller beskriver utviklingen av mønster identifisert i bildet. For eksempel lage en formel for hvor mange tønner som trengs i en pyramide med n antall rader.
Andel	Kategorien er slått sammen av spørsmål som handler om prosent og brøk. F.eks. hvor mange prosent av bildet som er gress, eller hvor stor brøkdel av tønnene som er stablet.
Tid	Spørsmål knyttet til tid. For eks. hva er klokken når bildet er tatt, eller hvor lang tid tar det å sykle.
Sannsynlighet	Spørsmål om sannsynlighet. F.eks. hva er sannsynligheten for å treffe på en tønne med saft dersom en er fylt og resten er tomme.
Målestokk	Forholdstall i bildet. F.eks. dersom 1 cm på bildet er 1 m i virkeligheten, hvor høyt er tårnet?
Kroner	Spørsmål som kan knyttes til kjøp og salg. f.eks. hvor mange tønner må du selge for å kjøpe en sykkel?
Fart	Beregning av fart. f.eks. hvor fort sykler du hvis du bruker 5 min på grusveien i bildet?

I oppgave 5 er det tre temaer, delt inn i 5 kategorier. Temaene er konveks polygon, konkav polygon og ikke sammenhengende areal.

I en konveks polygon er alle interne vikler mindre enn 180 grader, mens i en

Tabell 3.2.
Kategorier på elevenes besvarelser oppgave 4

Kategori	Forklaring
Ikke matematisk	Mengder som er definert av temaer som ikke inngår i matematikk
Multiplisitet	Inneholder mengder som er definert ved gangetabellen, delelighet, kvadrattall, produkt av sifre i tallet, osv.
Sum	mengder som er definert ved at summen av sifrene i et tall er et spesifikt tall, eller at summen av to tall blir det tredje tallet i en mengde.
Økning	inneholder mengder hvor tallene øker eller minker med en regularitet.
Par, odd og primtall	definert ved at alle tallene i mengden inngår i en av de tre definisjonene.
Speiltall	To tall som kan speiles og bli hverandre.
Under / over en verdi	alle tall er over eller under en spesifikk verdi
Siffer	mengder som inkluderer et siffer, siffer i et tall har en verdiplassering eller antall siffer tallet inneholder.

konkav polygon er en eller flere vinker over 180 grader. Konkav og konveks polygon er delt inn i to kategorier, taxicab distanse 1 til 2, og taxicab distance 3. Taxicab distanse er et avstandsmål (Krause, 1973) definert ved

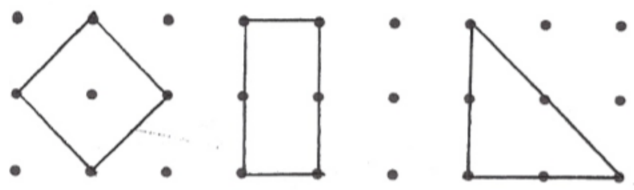
$$g((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

for punktene $P_1(x_1, y_1)$ og $P_2(x_2, y_2)$. Avstanden er lik lengden på alle veier som går fra punkt P_1 til P_2 langs horisontale og vertikale segmenter.

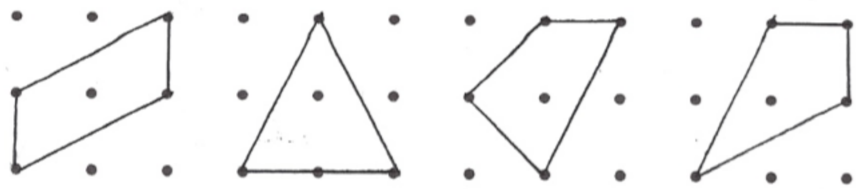
Figurene med ikke sammenhengende areal er delt inn i en stor kategori hvor alle figurene kun er sammenhengende i ett punkt. Dette fordi det er antatt at når man har laget en figur bestående av $0,5cm^2$, $1cm^2$ og $1,5cm^2$ er det lite som skal til for å lage en til.

Figur 3.7 viser figurene elevene tegnet som er blitt definert som konvekse polygoner. Taxi distansen mellom hvert punkt er 1 eller 2 i alle figurene. Figur 3.8 viser figurene som er kategorisert konvekse polygoner med distanse på 3 mellom minst to punkt i figuren. Konkave polygoner med distanse 1 eller 2 er vist i figur 3.9. De figurene som er konkave polygoner, med minst en distanse på 3 er vist i figur 3.10.

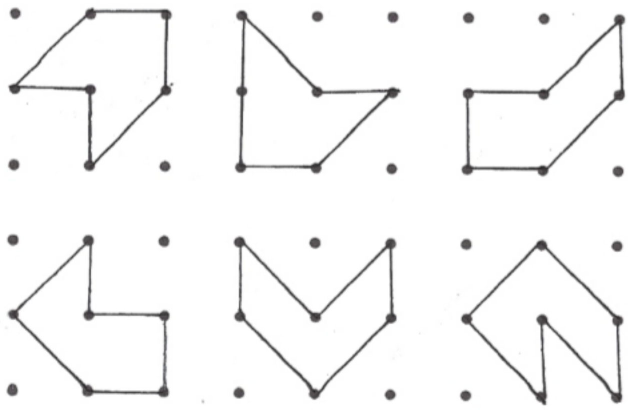
Skille mellom 1-2 og 3 ble satt fordi figurene med en distanse på 1 til 2 tar bare i bruk nærliggende prikker i utformingen av figurene mens figurene med en distanse på 3 har tatt i bruk vinkler og avstander som ikke er direkte mellom to prikker.



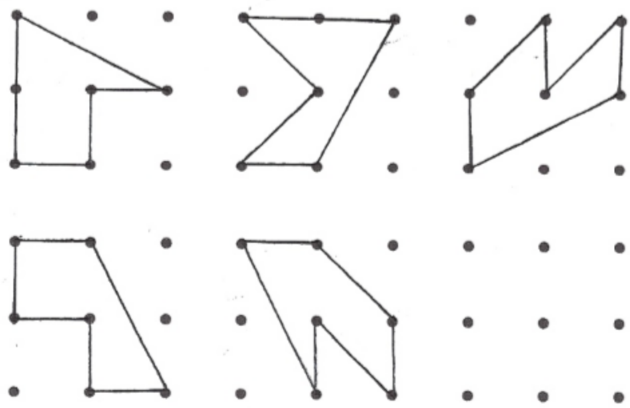
Figur 3.7.
Konvekse polygoner, distanse 1-2.



Figur 3.8.
Konvekse polygoner, distanse 3.



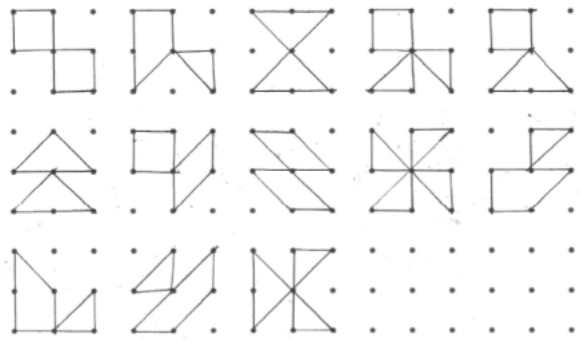
Figur 3.9.
konkave polygoner, distanse 1-2.



Figur 3.10.
Konkave polygoner, distanse 3.

Figur 3.11 viser figurene som er kategorisert ved usammenhengende areal og er kontinuerlig i ett punkt. Felles for alle figurene i denne kategorien er at de er satt sammen av mindre figurer som til sammen har et areal lik $2cm^2$. De består av mindre elementer hvor arealet er mellom $0,5$ og $1,5cm^2$.

Figurene innenfor en kategori er vurdert til å ligne på hverandre. Det vil si at elevene får 10 fleksibilitetspoeng for den første figuren de har innenfor en kategori og ett poeng for de alle andre figurer de tegner innenfor den samme kategorien. Dersom elevene har tegnet speilfigurer eller rotasjoner av samme figur, vil figurene bli vurdert som identiske.



Figur 3.11.
Figurer med usammenhengende areal.

Det er tatt utgangspunkt i elevbesvarelsene når kategoriene i oppgave 3, 4 og 5 har blitt opprettet fordi det ikke finnes en forutbestemt løsningsmengde. Antall kategorier opprettet viser både at elevene har en konsekvent oppfattelse av oppgavene, fordi det går an å kategorisere dem, og at flere ulike matematiske ideer er blitt brukt, fordi det er mange kategorier til hver oppgave. Disse karakteristikkene ble identifisert av Haylock (1997) som indikatorer på en god divergent produksjonsoppgave.

Fleksibilitet, originalitet og kreativitetspoeng er beregnet i Excel, se vedlegg B for beskrivelse av hvordan det ble gjort.

3.5 Statistiske analyser

Innsamlet data i denne studien består av en elevtest og et spørreskjema av kvantitativ natur for å undersøke forskningsspørsmålene, og det er dermed nærliggende å bruke statistiske analyser for å beskrive observasjonene og trekke statisktiske slutninger. I denne studien er både deskriptiv statisktikk og satistisk interferens anvendt på datamaterialet.

Analysene er utført i IBM SPSS versjon 26.

3.5.1 Deskriptiv statistikk

Deskriptiv statistikk beskriver egenskaper eller karakteristika ved datamaterialet. I denne studien er gjennomsnitt, median, standardavvik og variasjonsbredde tatt i bruk for å beskrive elevenes respons på den utforskende testen.

Gjennomsnitt (M) og median (Mdn) er to ulike sentralmål. Gjennomsnittet sier noe om hvor variablene er sentrert og kan gi et feilaktig bilde av datasettet, dersom det er mange ekstremverdier inkludert. Medianen er midtpunktet av rangerete verdier i en variabel, og det vil være like mange elever over og under medianen. Det er ikke nødvendigvis tilfellet for gjennomsnittet.

Standardavvik og variasjonsbredde er to spredningsmål som sier noe om hvordan variablene fordeler seg. Standardavviket betegner gjennomsnittlig avstand fra gjennomsnittet, hvor lave verdier betegner lav spredning og høye verdier betegner stor spredning. Variasjonsbredden er forskjellen mellom høyeste og laveste verdi i variabelen.

3.5.2 Korrelasjonsanalyser

For å svare på forskningsspørsmål 1 i denne studien er det brukt korrelasjonsanalyse. Variablene argumentasjonsskår og kreativitetskår er kontinuerlige, og antatt normalfordelt med bakgrunn i sentralgrenseteoremet. Dermed er det det passende å bruke Person korrelasjonsskoffisienten i denne sammenhengen, hvor det linære forholdet mellom de to variablene undersøkes. Dersom det ikke blir påvist signifikant korrelasjon i denne analysen, vil det indikere at det ikke er en lineær sammenheng mellom variablene, men det utelykker ikke andre sammenhenger.

Relasjonen mellom to variabler vil bli undersøkt ved bruk av t-fordelingen på signifikansnivå $0,05$. Nivået er valgt med bakgrunn i sjansen for å gjøre type-I feil, det vil si å forkaste nullhypotesen når den i virkeligheten er sann. I testen om signifikant korrelasjon mellom to variabler er null hypotesen at det ikke er noen lineær sammenheng mellom variablene. Dersom p-verdien er over signifikansnivået 0,05, vil det si at risikoen for å gjøre en type-I feil er større enn vi kan akseptere. Med en p-verdi lavere enn signifikansnivået er risikoen lavere enn vi kan akseptere og nullhypotesen forkastes og det påståes at det er en signifikant lineær relasjon mellom variablene.

3.5.3 Ordinal logistisk regresjon

I denne studien vil regresjon bli brukt for å svare på forskningsspørsmål 2:

I hvilken grad predikerer den konvergerende og divergerende tankegangen elevenes måloppnåelse?

I denne regresjonsanalysen er elevenes måloppnåelse responsvariabelen og kreativitet og argumentasjonsskår forklaringsvariablene.

Måloppnåelse representerer elevenes matematiske kompetanse, basert på deres respektive lærer sin vurdering. I denne studien er elevene delt inn i to elevgrupper, 5. til 8. trinn, og 9. til 13.trinn. Elevene fra 8. klasse er gruppert med elevene fra barneskolen fordi testen ble gjennomført i begynnelsen av skoleåret (september og oktober), og det er dermed ikke alle som har et representativt karaktergrunnlag og basere karakteren på i 8.trinn. Elevene i gruppe 1 har oppgitt lav, middels eller høy måloppnåelse, mens elevene i gruppe 2 har oppgitt karakter fra 1 til 6. For å kunne analysere hele elevgruppen samtidig er elevenes måloppnåelse og karakterer slått sammen ved å betegne karakter 1 og 2 som lav måloppnåelse, 3 og 4 som middels måloppnåelse og 5 og 6 som høy måloppnåelse. Dette gjør responsvariabelen ordinal. Det vil si at lav, middels og høy måloppnåelse er rangert, men man kan ikke si at avstanden mellom lav og middels måloppnåelse er lik som avstanden mellom middels og høy måloppnåelse. Dermed er det passende og bruke ordinal logistisk regresjon i prediksjonen av måloppnåelsen.

Ordinal logistisk regresjon skiller seg fra logistisk regresjon ved at responsvariabelen har flere enn to utfall og at utfallene er ranget. Logistisk regresjon skiller seg fra lineær regresjon ved at det ikke er en fordelingsantagelse.

Ved ordninal logistisk regresjon er forklaringsvariablene tilpasset modellen ved bruk av en sannsynlighetsmaksimeringsestimator (maximum likelihood estimator)(Osborne, 2014) for å maksimere sannsynligheten for at elevene har den observerte måloppnåelsen basert på deres kreativitetskår og argumentasjonsskår. Måloppnåelsen er transformert med en logitfunksjon som vil si den naturlige logaritmen til oddsen for måloppnåelsen.

Oddsen for et utfall er sannsynligheten av utfallet dividert med sannsynligheten for at utfallet ikke skjer. Gitt ved

$$Odds = \frac{\pi}{1-\pi}$$

Hvor π er sannsynligheten for utfallet.

Der ordinale logistiske modellen kan beskrives slik.

La Y være den ordinale responsvariabelen med J kategorier. Da er $P(Y \leq j)$ den kumulative sannsynligheten av Y mindre eller lik en spesifikk kategori $j = 1, ..., J-1$ (Fordi $P(Y \leq J) = 1$).

Oddsen for å være mindre eller lik en spesifikk kategori vil da være

$$\text{Odds} = \frac{P(Y \leq j)}{P(Y > j)}$$

for $j = 1, ..., J-1$ (fordi $P(Y > J) = 0$).

Logiten blir dermed

$$logit(P(Y \leq j)) = \log\left(\frac{P(Y \leq j)}{P(Y > j)}\right)$$

Den ordinale logistiske regresjonsmodellen kan da defineres ved

$$logit(P(Y \leq j)) = \alpha_j + \beta_{j1}x_{j1} + \beta_{j2}x_{j2} \tag{3.10}$$

For $j = 1, 2$. Hvor Y er måloppnåelse, x_1 er argumentasjonskår og x_2 er kreativitetsskår.

Kreativitetsskåren og argumentasjonsskåren er standardisert for å lettere kunne tolke estimatene og for at en enhets økning skal være likt for både kreativitet og argumentasjon, dette gjør at man kan sammenligne effekten av de ulike skårene direkte fra regresjonsmodellen (Osborne, 2014). Når variablene er standardisert vil 0 indikere gjennomsnittet og en enhets økning vil være ett standardavvik fra gjennomsnittet. Stigningstallene representerer oddsraten, som vil si oddsen for et utfall på et nivå av variabelen, relativt til oddsen for et utfall på et annet nivå av variabelen. α_j i modell 3.12 vil dermed indikere logoddsen for nivå j når elevene har gjennomsnittlig argumentasjonsskår og kreativitetskår.

For ordinal logistisk regresjon er det en antagelse om parallelle linjer og proporsjonale odds. Det vil si at effekten av forklaringsvariablene er uavhengig av kategori, men vil ha ulikt skjæringspunkt for de ulike kategoriene. Dermed blir modellen redusert til

$$logit(P(Y \leq j)) = \alpha_j + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \tag{3.11}$$

I SPSS (Norusis, 2012) er modellen parametrisert ved

$$logit(P(Y \leq j)) = \alpha_j - \beta_1 x_1 - \ldots - \beta_p x_p \tag{3.12}$$

Denne paramteriseringen er gjort slik at høyere koeffisienter indikerer en assosiasjon med en høyere skår. For en dikotom forklaringsvariabel vil en positiv koeffisient indikere større sannsynlighet for en høyere skår for den første kategorien av den dikotome variabelen. Ved en negativ koeffisient er lavere skår mer sannsynlig for den første kategorien. For en kontinuerlig variabel vil en positiv koeffisient indikere en økning i logodds for høyere skår dersom variabelen øker (Norusis, 2012).

En logistisk modell er en god tilpasning dersom den gir en bedre tilpasning av dataen enn en modell basert på bare skjæringspunktene. Dette kan testes ved likelihood ratio test ved å se om -2log likelihooden blir signifikant forbedret med forklaringsvariablene i forhold til modellen uten forklaringsvariablene. En slik test er chi-kvadrat fordelt med frihetsgrader likt antall forklaringsvariabler. Nullhypotesen blir da at alle stigningstall er lik null, og den alternative hypotesen er at minst ett av stigningstallene er ulik null. Dersom testen er statistisk signifikant, er dermed minst en av forklaringsvariablene med på å forklare responsvariabelen.

For at forklaringsvariablene skal inkluderes i modellen må det testes om de er statistisk signifikante i modellen. Dette vil bli undersøkt med en Wald test i denne studien.

3.5.4 Ikke-parametriske tester

For å svare på det tredje forskningsspørsmålet i denne studien vil ikke parametriske tester anvendes.

3) Påvirker elevenes matematiske kompetanse responsen på den utforskende testen?

Ikke-parametriske tester er nyttige når datamaterialet ikke følger en normalfordeling eller det er få datapunkter i utvalget (Weaver, Morales, Dunn, Godde & Weaver, 2017).

I denne studien er elevene delt opp i elevgruppe 1 og 2, og etter måloppnåelse. Elevgruppe 1 og 2 er basert på klassetrinn og det antas at elevene i de høyere alderstrinnene har større grad av matematisk kompetanse enn elevene de lavere klassetrinnene, basert på at de har kommet lenger i sin matematikkutdanning. Mann-Whitney U test er anvendt for å undersøke om det er forskjell på elevgruppenes respons på den utforskende testen.

For å undersøke om elevenes måloppnåelse påvirker elevenes besvarelser på den undersøkende testen er Kruskal-Wallis H test utført for undersøke om det er signifikant forskjell blant elevenes konvergerende og divergerende tankegang for de ulike gradene av måloppnåelse. En Kruskal-Wallis H test vil bare kunne indikere om det er signifikant forskjell mellom minst to grader av måloppnåelse og ikke hvor denne forskjellen ligger. Dermed er det nødvendig med en post-hoc test for å påvise hvor den eventuelle forskjellen er, i denne studien er Mann-Whitney U test anvendt som post-hoc test.

Mann-Whitney U test er passende i denne studien fordi kreativitet og argumentasjonsskårene er kontinuerlige, mens elevgruppe og måloppnåelse er kategorisk, dersom man sammenligner to grader av måloppnåelse av gangen.

Kreativitetsskåren og argumentasjonsskåren er ikke normalfordelt og det finnes ekstremverdier i datasettet. Ved å evaluere medianene kan man anvende hele datasettet uten at det blir påvirket av uteliggere (Weaver et al., 2017). Dersom formen på fordelingene i de ulike gruppene er like kan man anvende medianer i analysen, dersom formen er ulik må man sammenligne rangerte gjennomsnitt. Elevene kan ikke være i begge elevgruppene samtidig og man kan heller ikke ha ulik grad av måloppnåelse samtidig, dermed er gruppene uavhengige av hverandre og påvirker ikke resultatene i to grupper samtidig.

Kruskal-Wallis er passende for å undersøke forskjeller i måloppnåelse fordi måloppnåelse er en ordinal variabel, kreativitet og argumentasjonsskårene er kontinuerlige. Kruskal-Wallis følger samme betingelse som Mann-Whitney testen for fordelingen av variablene og antagelsen om uavhengige observasjoner.

I denne studien er nullhypotesen at det ikke vil være noen forskjeller på responsen på den utforskende testen mellom de ulike elevgruppene eller mellom ulik grad av måloppnåelse.

3.6 Studiets kvalitet

3.6.1 Validitet

Validiteten av en studie beskriver graden av sikkerhet på slutninger (Lund & Haugen, 2006), i denne studien omfavner det resultat slutninger, kausale slutninger, begrepsslutninger og generaliseringer. I en kvantitativ studie kan validiteten bli forbedret gjennom gjennomtenkt innsamling, riktig bruk av instrumenter og passende statistiske behandlinger av data ifølge Cohen, Manion og Morrison (2007).

Kausale slutninger påvirker den indre validiteten av en studie og beskriver fortolkninger om årsaksforhold (Lund & Haugen, 2006). Det vil i denne studien si om hvorvidt elevenes konvergerende og divergerende tankegang er det som er målt på testen utført og ikke noen andre eksterne faktorer. Det antatt at elevene ikke har utført oppgavene tidligere og at løsningsstrategiene er ukjente for dem. Dersom elevene har løst oppgavene tidligere kan man ikke si at man har målt elevenes utforskende tankegang gjennom konvergerende og divergerende tankegang, fordi løsningsmetodene ville vært kjent for elevene. Oppgavene som er brukt i testen er ikke hentet fra norske lærebøker eller tidligere eksamensoppgaver noe som er med på å minimere sjansen for at elevene har løst disse oppgavene tidligere.

Den utforskende tankegangen er argumentert for at består av både en konvergerende og divergerende tankegang og det er operasjonalisering av disse begrepene som påvirker begrepsvaliditen i denne studien. For å kunne måle abstrakte begreper må man finne noen indikatorer som kan representere begrepene (Lund & Haugen, 2006), i denne studien er oppgave 1 og 2 ment for å representere den konvergerende tankegangen til elevene. Disse to oppgavene er analysert med det samme teoretiske rammeverket, Balacheffs (1988) taksonomi, dette er med på å styrke begrepsvaliditeten fordi det er et utprøvd instrument for å vurdere elevenes argumentasjonstilnærming. Den divergerende tankegangen blir målt ved oppgave 3,4 og 5, også disse oppgavene er analysert med bakgrunn i et eksisterende og utprøvd rammeverk. Begge disse rammeverkene krever at forskeren utfører egne tolkninger, dermed er det ikke sikkert at en annen forsker ville ha kategorisert alle besvarelsene identisk med slik det er utført i denne studien. Konsistent tolkning av begrepene er forsøkt å bedres ved å involvere forskere fra SUM-prosjektet i utformingen av de ulike kategoriene i Leikin og Pitta-Pantazi (2013) kreativitetsskår for oppgave 3, 4 og 5. Oppgave 1 og 2 ble i starten av analysen vurdert av en annen forsker i tillegg til meg hvor eventuelle uklarheter ble oppklart og dermed ble det sjekket at vi hadde lik begrepsoppfattning av de ulike nivåene i Balacheffs taksonomi.

En indikator dekker som regel ikke et begrep fullt ut ifølge Lund og Haugen (2006), dermed kan det være nyttig å måle et begrep ved flere indikatorer. Dette er utført for både de konvergerende og divergerende oppgavene, men de divergerende oppgavene representerer tre ulike oppgavetyper som krever divergent tankegang og dermed kunne begrepsvaliditen ytterligere blitt styrket ved å ha to oppgaver av hver oppgavetype. Dette ble ikke ansett som hensiktsmessig med tanke på testens varighet. En faktor som kan redusere studiens begrepsvaliditet er at oppgavene kan måle irrelevante begreper (Lund & Haugen, 2006), som for eksempel leseferdigheter ved at det er mye tekst i mange av oppgavene.

Resultatslutninger påvirker resultatvaliditeten og omhandler at resultater er systematiske, og at de er av en rimelig størrelsesorden (Lund & Haugen, 2006). I denne studien er statistiske tester blitt utført for å se om det er sannsynlig at resultatene tilfeldige og signifikansen av testene er rapportert i resultatene. Antagelsene for de ulike statistiske analyser er også ivaretatt i denne studien.

Generaliseringer omhandler grad av overførbarhet av resultater til andre personer, situasjoner og tider, og er beskrevet ved den ytre validiteten i en studie (Cohen et al., 2007). Lund og Haugen (2006) påpeker at utvelgelsesprosedyrene henger nøye sammen med grad av generaliserbarhet og dermed den ytre validitet. I denne studien er den totale populasjonen alle elevene på 5. til 13. trinn i Norge og den tilgjengelige populasjonen er alle elevene på 5. til 13. trinn i Troms. Fra denne tilgjengelige populasjonen er 20 klasser representert i studien som er med på å øke generaliteten. Ved å ha et utvalg som er spredt på så mange ulike klasser vil elevene ha deltatt i svært ulik undervisning i forkant, fordi at lærerens holdninger, oppgavene som blir brukt og vurderingsformen påvirker undervisningen som diskutert i kapittel 2.1 og disse vil ikke være identiske i alle klassene slik som det i større grad ville vært hvis alle elevene kom fra samme skole eller samme klasse.

3.6.2 Reliabilitet

Reliabilitet i kvantitative studier er ifølge Cohen et al. (2007) synonymt med pålitelighet, konsistens og reproduserbar over tid, instrumenter og blant grupper av respondenter. Lund og Haugen (2006) påpeker at ved å minimere andelen tilfeldige feil vil studiets reliabilitet styrkes. I testen er det forsøkt å lage oppgaver som elevene kan forstå i form av nivådifferensiering for elevgruppene slik at oppgavene ikke kan misforståes og utførelsen av testen ble gjennomført på lik linje med en vanlig prøve for å tilrettelegge for testsituasjonen slik at elevene ikke ble forstyrret. Dette er med på å minimere andelen tilfeldige feil i studiet ifølge Lund og Haugen (2006) og dermed øke reliabiliteten.

I denne studien er måloppnåelse blitt brukt som responsvariabel i den ordinale logistiske regresjonen, denne variabelen er selvrapportert av elevene noe som kan svekke påliteligheten. For å redusere graden av upålitelighet ble 40 elever kontrollert med deres respektive lærer, og alle stemte. Dette indikerer at det er grunn til å tro at de har rapportert riktig måloppnåelse av elevene, men det er ikke sjekket for alle elevene.

Å bruke en test som datagrunnlag kan by på en rekke utfordringer som kan påvirke reliabiliteten ifølge Cohen et al. (2007). Bland annet nevnes når på døgnet testen blir utført, temperaturen i klasserommet, den opplevde viktigheten av testen, farlighetsgraden av utførelsen av testen og eksamensnerver og det er ikke alle disse man kan gjøre noe med. Testen ble gjennomført i elevenes egne klasserom i skoletiden med deres matematikklærer tilstedte, dette kan kanskje minimere farlighetsgraden av testen som kan øke reliabiliteten.

I denne studien ble det laget kriterier for de ulike poengene i forkant av vurderingen av testen, det ble gjort for å unngå hva Cohen et al. (2007) betegner som inkonsistent vurdering hvor man har strengere krav i begynnelsen av en vurderingsprosess enn i slutten. I starten av vurderingen av testene vurderte først forfatteren 30 tester og deretter veilederen de samme testene for å sjekke at kriteriene for poeng ble oppfattet likt og eventuelle uenigheter ble identifisert og rettet opp i.

3.7 Etiske betraktninger

Denne studien er underlagt SUM-prosjektet (Haavold & Blomhøj, 2019) og er omfattet av prosjektet sin godkjenning fra Norsk senter for forskningsdata

(NSD), se vedlegg A.1.

I forskning som innebefatter personopplysninger som matematisk kompetanse og måloppnåelse er det viktig at deltagerne har gitt et informert samtykke (Cohen et al., 2007). For å kunne gi et informert samtykke krever det at individene har kompetanse til å sette seg inn i konsekvensene av opplysningene som blir samlet inn ifølge Cohen et al. (2007). Dette ble ivaretatt ved at elevene under 15 år måtte ha samtykke fra foresatte for å delta i prosjektet, se vedlegg A.2. For å gi elevene mulighet til å bestemme selv, i tillegg til samtykke fra foresatte, ble elevene informert muntlig om hva dataen skulle bli brukt til og at man når som helst kan trekke samtykke. Dette for å ivareta barnets egen frie vilje som påpekt av NSD er viktig. Elevene over 15 år ble i samtykkeskjema informert om formålet med datainnsamlingen, hvordan opplysningene skulle bli behandlet og oppbevart og at deltagelsen var frivillig, i tillegg til muntlig gjennomgang før testen ble utført.

I denne studien er ingen elevopplysninger gjenkjennbare og man kan ikke spore testresultater til en spesifikk elev. Dermed er kravet om anonymitet ivaretatt.

Ved bruk av tester i forskning påpeker Cohen et al. (2007) mulighet for uetisk praksis ved å forberede noen elever bedre enn andre, eller gi noen elever en fordel. Dette ble unngått ved å på forhånd avklare hvilken informasjon elevene skulle få i forkant av testen og hvilken hjelp elevene kunne få underveis.

Man kan i denne studien stille spørsmål ved å utsette elevene for en test med tanke på psykisk ubehag ved en test situasjon for noen elever. Elevene ble informert både skriftlig og muntlig om at deltagelsen var frivillig og at besvarelsene ikke hadde noen innvirkning på måloppnåelse i faget, dermed kan man si at elevene med eksamensangst er ivaretatt i studien.

4

Resultater

I denne delen vil funnene fra analysen av elevenes konvergerende og divergerende tankegang presenteres, først hver for seg, og deretter i sammenheng med hverandre.

4.1 Konvergerende og divergerende tankegang

4.1.1 Elevenes konvergerende tankegang

Elevenes konvergerende tankegang er vurdert etter Balacheffs taksonomi og gyldigheten av konklusjonene til elevene. Elevene har oppnådd 0 poeng dersom eleven har konkludert ugyldig og dersom argumentasjonsnivået er fraværende eller ikke oppnår naiv empirisme.

Resultatet av analysen av oppgave 1 og 2 er presentert i tabell 4.1 og 4.2, hvor andel elever i prosent er presentert ved antall riktige svar og nivå for argumentasjonen ved Balacheffs taksonomi. Fra tabell 4.1 kan vi se at flest elever har oppnådd nivået naiv empirisme og færrest elever har oppnådd tankeeksperiment. Det er ingen elever fra elevgruppe 1 som har oppnådd nivået tankeeksperiment. Det er mange flere elever fra elevgruppe 1 som har klart å generalisere mønsteret til en regel enn i elevgruppe 2.

I tabell 4.2 er det også flest elever som har oppnådd nivået naiv empirisme og færrest som har oppnådd nivå 4, tankekesperiment. I oppgave 2 er det nesten 70% som ikke har oppnådd en gyldig konklusjon på oppgaven slik det forekommer i tabell 4.2.

Tabell 4.1.
Deskriptiv beskrivelse av elevenes resultater for gyldig konklusjon og argumentasjonsnivå, oppgave 1 i elevtesten. Presentert ved de ulike elevgruppene og totalt.

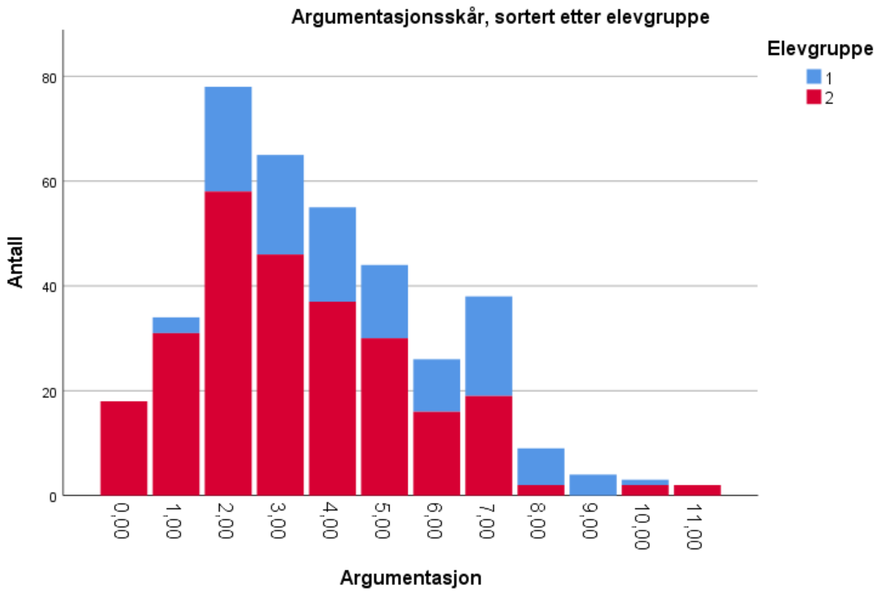
		Totalt		Elevgruppe 1		Elevgruppe 2	
	Poeng	%	N	%	N	%	N
Riktig svar	0	29,8	112	7,8	9	39,5	103
	1	40.7	153	27,8	32	46,4	121
	2	19.9	75	39,1	45	11,5	30
	3	9.6	36	25,2	29	2,7	7
Argumentasjonsnivå	0	15,4	56	1,7	2	21,5	56
	1	53.2	203	55,7	64	52,1	136
	2	22.3	84	27,0	31	20,3	53
	3	8.0	30	15,7	18	4,6	12
	4	1.1	4	0	0	1,5	4

Summen av elevenes poeng fra oppgave 1 og 2, samt nivå på Balacheffs taksonomi utgjør argumentasjonsskåren til elevene, hvor det maksimalt er mulig å oppnå 12 poeng. Denne argumentasjonsskåren vil bli brukt videre i analysen og er presentert i figur 4.1.

Argumentasjonsskåren har et gjennomsnitt på 3,75 med standard avvik på 2,23. I figur 4.1 ser vi at det er flest elever med en skår på 2. Fordelingen har lik form i begge elevgruppene.

Tabell 4.2.
Deskriptiv beskrivelse av elevenes resultater for gyldig konklusjon og argumentasjonsnivå, oppgave 2 i elevtesten. Presentert ved de ulike elevgruppene og totalt.

		Totalt		Elevgruppe 1		Elevgruppe 2	
	Poeng	%	N	%	N	%	N
Riktig svar	0	66,8	251	67	77	66,7	174
	1	33,2	125	33	38	33,3	87
Argumentasjonsnivå	0	30,1	113	38,3	44	26,4	69
	1	39,1	147	31,3	36	42,5	111
	2	26,3	99	27,0	31	26,1	68
	3	4,3	16	3,5	4	4,6	12
	4	0,3	1	0	0	0,4	1



Figur 4.1.
Histogram av antall elever som har oppnådd ulik argumentasjonsskår.

4.1.2 Elevenes divergerende tankegang

Kreativitetsskåren er beregnet som en sum av kreativitetspoengene fra oppgave 3, 4 og 5 i elevtesten, som beskrevet i del 3.4.2.

I tabell 4.3 er minimums og maksimums verdi for fleksibilitet, originalitet og kreativitet for oppgave 3, 4 og 5 presentert samt gjennomsnitt og standardavvik. De totale skårene fra alle tre oppgavene er også representert. Tallene 3, 4 og 5 representerer hvilken oppgave verdien representerer.

Tabell 4.3.
Deskriptiv statistikk for fleksibilitet (F), originalitet (O) og kreativitet (K) ved oppgave 3, 4, 5 og totalt.

Variabel	Oppgave	Min	Maks	M	SD
Fleksibilitet	3	0,00	41,20	10,94	10,06
	4	0,00	31,60	11,69	9,52
	5	0,00	63,00	21,33	14,72
	totalt	0,00	115,40	43,96	23,44
Originalitet	3	0 ,00	31,00	4,26	6,57
	4	0,00	21,10	2,08	3,58
	5	0,00	31,20	2,01	3,95
	totalt	0,00	46,30	8,35	9,01
Kreativitet	3	0,00	1281,32	98,68	187,07
	4	0,00	656,21	44,21	89,58
	5	0,00	1965,60	79,11	188,32
	totalt	0,00	2207,60	222,01	298,78

Tabell 4.3 viser at elevene viste høyest fleksibilitet i oppgave 5, både ved høyest maksimumsverdi og ved høyest gjennomsnitt. Standardavviket er nesten like stort som gjennomsnittet for alle oppgavene, noe som tilsier at det er stor spredning fra gjennomsnittet blant elevene. Eleven som var mest fleksibel bland alle oppgavene fikk en fleksibilitetskår på 63 på oppgave 5. Det vil si at eleven brukte 6 unike kategorier av svar og 3 svar som benyttet en strategi som lignet på en tidligere brukt løsning, i alt 9 ulike strategier. Gjennomsnittet

for fleksibiliteten totalt viser at elevene i snitt brukte 4 unike strategier for å løse oppgavene, 3 strategier som lignet på en annet strategi og omtrent 9 strategier som var identisk med en strategi brukt tidligere.

Elevene viste i snitt høyest originalitet ved oppgave 3, men spredningen fra gjennomsnittet er stor. Siden snittet for originaliteten totalt er under 10, vil det si at det er uvanlig at elevene bruker en strategi som mindre enn 15% av de andre elevene også bruker. Eleven som var mest original oppnådde en skår på 31,2 poeng. Det vil si at tre av løsningene eleven brukte var det mindre enn 15% av elevene som brukte, en strategi som mellom 15 og 40% av elevene brukte og 2 løsninger som flere enn 40% av elevene brukte.

Kreativiteten er beregnet som produktet av fleksibiliteten og originaliteten, og vi kan se fra tabellen at elevene var i snitt mest kreative ved oppgave 3. Andelen elever som ikke har oppnådd noen poeng på oppgave 3, 4 og 5 er presentert i tabell 4.4.

Tabell 4.4.
Andel elever som ikke har oppnådd noen poeng oppgave 3, 4 og 5.

	Totalt		Gruppe 1		Gruppe 2	
Oppgave	N	%	N	%	N	%
3	130	34,6	45	39	85	32,6
4	111	29,5	42	36,5	69	26,4
5	70	18,6	25	21,7	45	17,2
Alle	21	5,6	8	7	13	5

Tabell 4.4 viser at det er flest elever som ikke har oppnådd noen poeng ved oppgave 3 og færrest elever som ikke har oppnådd noen poeng ved oppgave 5. Totalt er det svært få som ikke har oppnådd noen poeng på noen av oppgavene.

Tabell 4.5 viser at alle tre oppgavene har statistisk signifikante korrelasjon til den totale kreativitetsskåren. Korrelasjonen mellom de enkelte oppgavene er svak, men statistisk signifikant. Resultatene indikerer at det er ulike elever som har vist størst kreativitet på de tre ulike oppgavene.

Tabell 4.5.
Pearson korrelasjonskoeffisient oppgave 3,4, 5 og total kreativitetspoeng (K)

	K3	K4	K5
K4	0,11*		
K5	0,12*	-0,02	
K	0,73**	0,35 **	0,70 **

**=sig. 0,05 nivå, *=sig. 0,01 nivå

4.2 Samsvar mellom konvergerende og divergerende tankegang

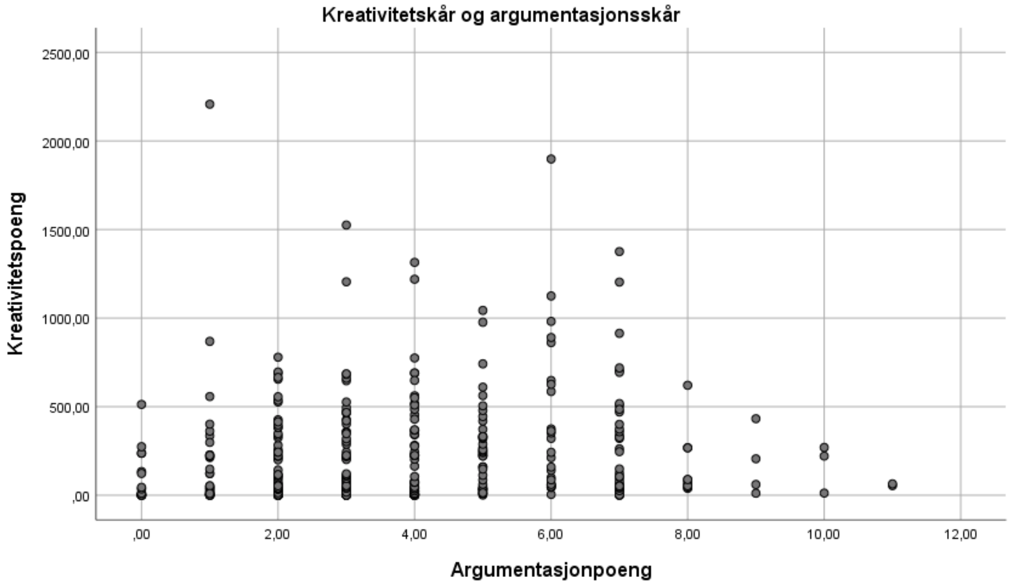
For å svare på første forskningsspørsmål i denne oppgaven, om det er samsvar mellom elevenes divergerende og konvergerende tankegang vil grafisk fremstilling og korrelasjonsanalyse bli brukt.

Ved å se på hvordan elevenes kreativitetspoeng sprer seg i forhold til argumentasjonspoengene kommer det frem i figur 4.2 at det ikke er en enkel lineær sammenheng mellom kreativitetspoengene og argumentasjonspoengene. Dette kommer til syne ved at elevenes kreativitet øker med økende argumentasjonspoeng opp til 6 poeng, deretter avtar kreativiteten i forhold til argumentasjonspoeng.

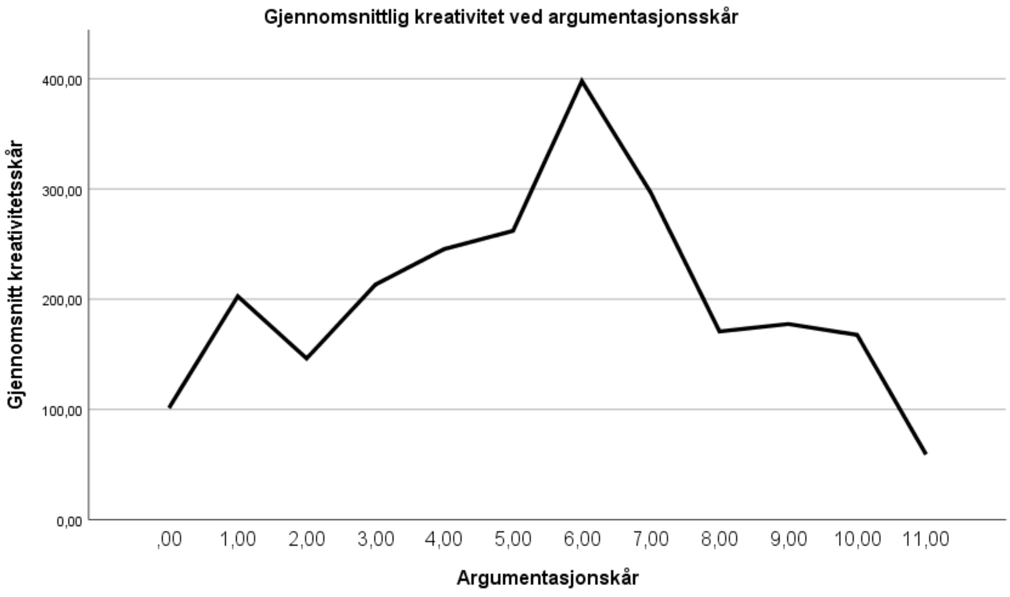
Sammenhengen mellom divergerende og konvergerende tankegang er også presentert ved gjennomsnittet av kreativitet ved de ulike argumentasjonsskårene i figur 4.3 for å se på trenden blant elevene.

I figur 4.3 ser vi at snittet av kreativitet øker i takt med at argumentasjonskåren øker opp til argumentasjonsskår lik 6, deretter synker snittet og ender på et lavere gjennomsnitt enn elevene med 0 poeng for argumentasjon. Dette kan tolkes som at det er ulike elevgrupper som gjør det bra på konvergerende og divergerende oppgaver.

Argumentasjonsvariabelen og kreativitetsvariabelen har en korrelasjonskoeffisient 0.14 ($p < 0,001$). Det vil si at det er en svak korrelasjon mellom de to variablene, som er statistisk signifikant på 0.01 nivå. Dette er et forventet resultat basert på figur 4.2 og 4.3.



Figur 4.2.
Elevenes kreativitetskår fordelt på argumentasjonsskår



Figur 4.3.
Gjennomsnittlig kreativitetskår ved ulike argumentasjonsskårer.

4.3 Prediksjon av måloppnåelse

Det ble utført ordinal logistisk regresjon på den ordinale responsvariabelen måloppnåelse med forklaringsvariablene standardisert kreativitet og argumentasjon for å besvare forskningsspørsmål 2 i denne studien.

Måloppnåelse er delt i tre nivåer (1=Lav, 2= Middels og 3=Høy) og de to forklaringsvariablene er kontinuerlige standardiserte variabler (ZK=Kreativitetskår standardisert, ZA= Argumentasjonsskår standardisert). Gjennomsnittet og standardavvik av kreativitet og argumentasjon ved de ulike måloppnåelsene er presentert i tabell 4.6.

Tabell 4.6.
Beskrivelse av datasettet brukt i ordinal logistisk regresjon.

Måloppnåelse	N	ZK		ZA	
		M	SD	M	SD
Lav	36	-0,28	0,58	-0,50	0,93
Middels	216	-0,13	0,82	-0,18	0,92
Høy	125	0,31	1,27	0,45	0,89
Totalt	377	0	1	0	1

En tre-nivås ordinal logistisk modell ble tilpasset dataen ved bruk av SPSS. Modellen ble signifikant forbedret av den tilpassede modellen med forklaringsvariablene presentert i tabell 4.6 sammenlignet med en modell uten forklaringsvariablene ($p<0,05$; tabell 4.7). Antagelsen om proporsjonale odds er også ivaretatt ($p>0,05$), som vil si at vi kan anta at alle stigningstall er like uavhengig av nivå på den ordinale responsen, se tabell 4.7. Dette vil si at bruk av ordinal regresjons analyse er hensiktsmessig i denne sammenhengen.

Resultatet av denne tilpasningen er presentert i tabell 4.7.

Tabell 4.7 viser at log oddsen for å oppnå en høyere måloppnåelse er positivt relatert til økt kreativitet ($P<0,05$) og økt argumentasjon ($P<0,05$). Dersom to elever har lik argumentasjonsskår, men den ene eleven har ett standard avvik høyere kreativitetskår øker oddsen for å oppnå høyere måloppnåelse med en faktor 1,45. Dersom kreativiteten er lik men argumentasjonen skiller ett standard avvik øker oddsen for elevene med høyere argumentasjonsskår

Tabell 4.7.
Ordinal logistisk regresjonsanalyse av 377 elevers måloppnåelse predikert av kreativitetsskår og argumentasjonsskår.

Predikator	β	SE β	Wald's χ^2	df	p	e^β
$Y \leq 1$	-2,49	0,19	179,51	1	0,00	
$Y \leq 2$	0,78	0,12	43,82	1	0,00	
ZK	0,38	0,11	11,06	1	0,00	1,45
ZA	0,66	0,11	34,67	1	0,00	1,97
Tester			**Wald's χ^2**	**df**	**p**	
Modell tilpasning			56,08	2	0,00	
Goodness-of-fit						
Pearson			714,21	694	0,29	
Deviance			590,89	694	0,99	
Parallelle linjer			0,18	2	0,91	

Notat.

med en faktor 1,97 for å oppnå høyere måloppnåelse sammenlignet med eleven med lavere argumentasjonsskår.

Elevenes predikerte og observerte måloppnåelse er presentert i tabell 4.8.

Modellen predikerer ingen elever til lav måloppnåelse, dette kan skyldes at det bare er rundt 9% av elevene som har lav måloppnåelse og det er rundt 20% av elevene med lav måloppnåelse som har oppnådd null på kreativitetsskåren og det er dermed et noe lavt grunnlag å basere prediksjonen på. Modellen predikerer rundt 86% riktig elever med middels måloppnåelse og rundt 37% riktig prediksjon av høy måloppnåelse. Tilsammen predikerer modellen 61,7% riktig måloppnåelse.

Tabell 4.8.
Observert og predikert måloppnåelse til elevene.

	Predikert			
Observert	Lav	Middels	Høy	% korrekt
Lav	0	30	4	0
Middels	0	186	31	85,71
Høy	0	79	46	36,80
Totalt				61,70

4.4 Påvirkning av matematisk kompetanse i responsen på elevtesten

4.4.1 Gruppeforskjeller i argumentasjon og kreativitet

Fordelingen av elevenes argumentasjonsskår (figur 4.4) og kreativitetskår (figur 4.5) ser ut til å ha lignende fordeling for begge elevgruppene. Variablenes median vil dermed bli sammenlignet i Mann-Whitney testen.

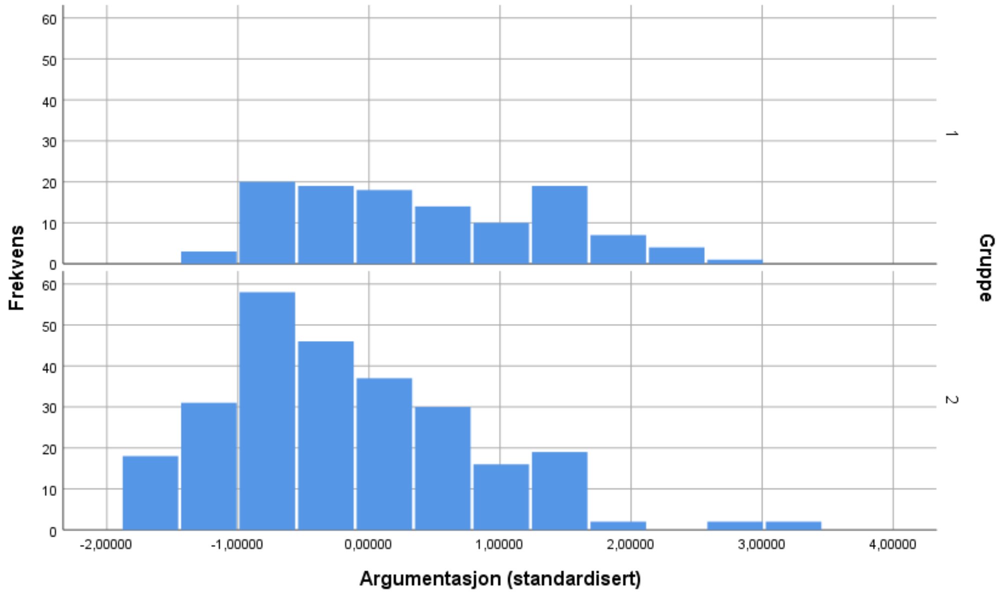
Medianen og indre kvartilbredde for elevgruppenes kreativitetskår og argumentasjonsskår er presentert i tabell 4.9.

Tabell 4.9.
Elevgruppenes median og indre kvartilbredde for kreativitetsskår og argumentasjonsskår

	ZK		ZA	
Elevgruppe	*Mdn*[a]	*IQR*[b]	*Mdn*	*IQR*
1	-0,58	0,71	0,12	1,78
2	-0,35	1,13	-0,33	1,34

[a] Median
[b] kvartilbredde

Mann-Whitney U testen viste at det er signifikant forskjell ($U = 18089, p =$



Figur 4.4.
Fordeling av elevenes argumentasjon etter elevgruppe

$0,002$) mellom de to elevgruppene i kreativitetspoengene. Elevgruppe 1 har en lavere median enn elevgruppe 2 (tabell 4.9).

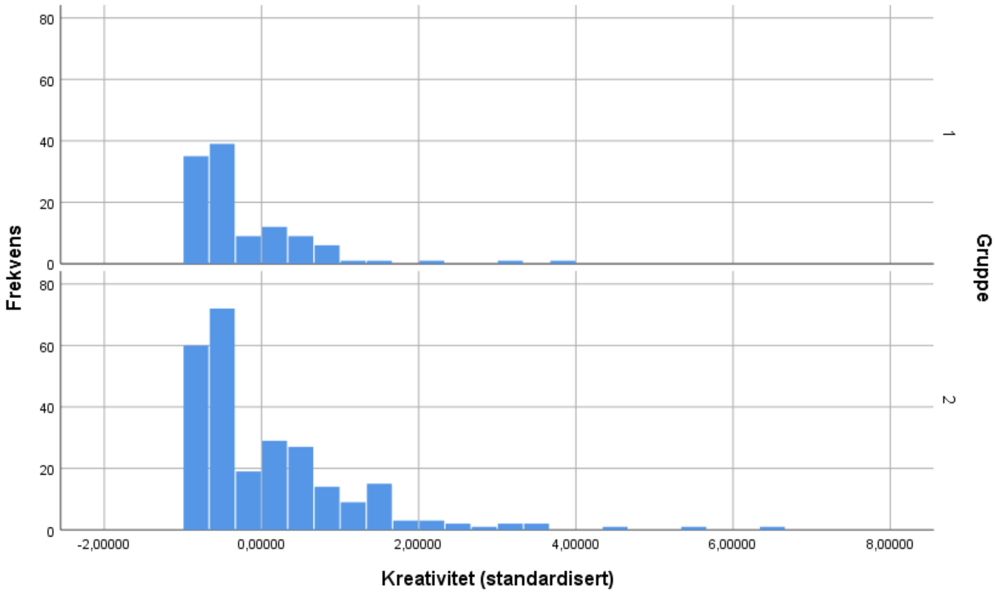
For argumentasjonspoengene viste også Mann-Withney U testen at det er signifikant forskjell mellom de ulike elevgruppene ($U = 9905, p < 0,001$). Elevgruppe 1 har en høyere median enn elevgruppe 2. Dette antyder at de eldre elevene er mer kreative, men viser lavere argumentasjon enn elevene med lavere alder.

4.4.2 Måloppnåelseforskjeller

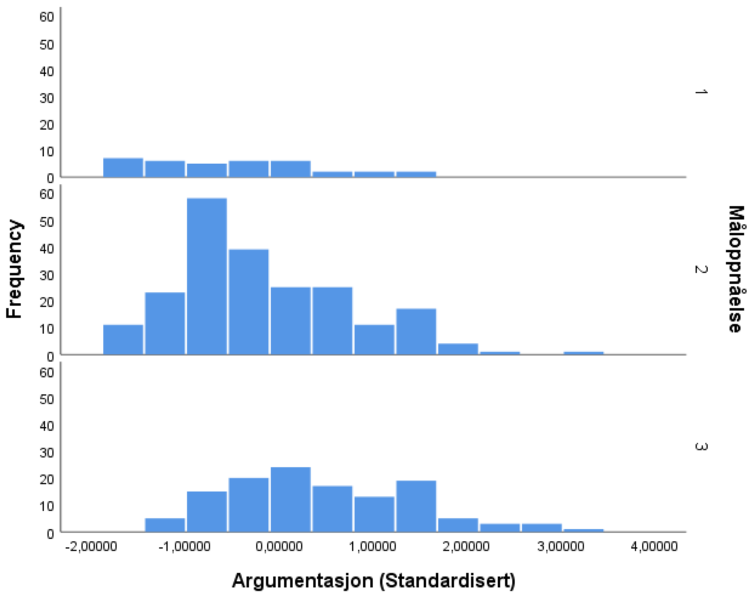
Fordelingen av elevens argumentasjonsskår og kreativitetetkår for de ulike gradene av måloppnåelse ser ut til å ha lignene form og dermed vil medianene bli rapportert. Medianene er presenntert i tabell 4.10.

Kruskal-Wallis testen viste signifikant forskjell mellom minst to ulike måloppnåelser for både kreativitetskårene ($H = 24,435, df = 2, p < 0,001$) og argumentasjonsskårene ($H = 41,450, df = 2, p < 0,001$).

Forskjellene ble videre undersøkt med Mann-Withney U tester. Det ble ikke

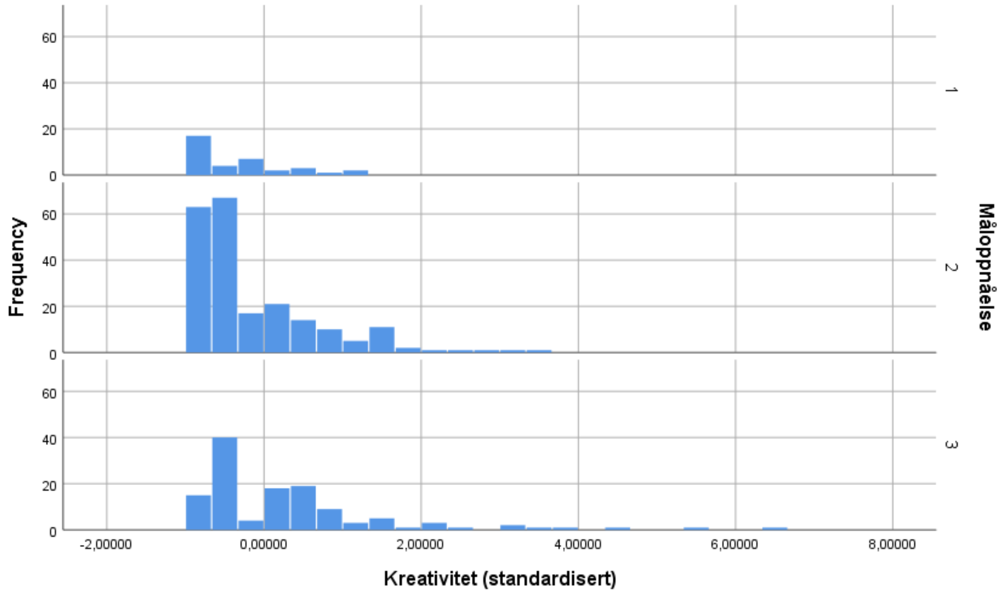


Figur 4.5.
Fordeling av elevenes kreativitet etter elevgruppe



Figur 4.6.
Fordeling av elevenes argumentasjon etter måloppnåelse

funnet signifikante forskjeller i kreativitetspoengene mellom elevene med lav og middels måloppnåelse ($U = 3247,5, p = 0,123$), med det er ignifikante



Figur 4.7.
Fordeling av elevenes kreativitet etter måloppnåelse

Tabell 4.10.
Medianverdier av elevnes kreativitet og argumentasjon ved de ulike gradene av måloppnåelse.

	ZK		ZA	
Måloppnåelse	*Mdn*[a]	*IQR*[b]	*Mdn*	*IQR*
Lav	-0,64	0,73	-0,55	1,34
Middels	-0,55	0,83	-0,33	1,34
Høy	0,02	1,24	0,12	1,56

[a] Median
[b] kvartilbredde

forskjeller i kreativitetskårene mellom elevene med høy-lav ($U = 1351,0$, $p < 0,001$) og høy-middels måloppnåelse ($U = 9631,0$, $p < 0,001$).

I tabell 4.10 ser vi at elevene med høy måloppnåelse har en median over gjennomsnittet av kreativitetskårene, mens lav og middels måloppnåelse har en median under gjennomsnittet av kreativitetskårene. Det indikerer at elevene med høyere måloppnåelse er mer kreative i sine løsninger av problemer enn elevene med lav og middels måloppnåelse.

Mann-Withney U testen for forskjeller i argumentasjonsskårene viste at det ikke er signifikante forskjeller mellom lav og middels måloppnåelse ($U=3129{,}5$, $p=0{,}063$), men signifikante forskjeller mellom lav og høy ($U=1096{,}5$ $P<0{,}001$) og mellom middels og høy ($U=8493{,}0$, $p<0{,}001$) måloppnåelse. I likhet med kreativitetsskårene har elevene med høy måloppnåelse en median over gjennomsnittet av argumentasjonsskårene, mens elevene med lav og middels måloppnåelse har medianer under gjennomsnittet av argumentasjonsskårene, se tabell 4.10. Dette antyder at det er flere elever med høy måloppnåelse enn elever med lav og middels måloppnåelse som argumenterer på et høyt nivå.

5 Diskusjon

I denne studien ble tre forskningsspørsmål stilt for å få innsikt i hvordan man kan vurdere utforskningsproblemer og med det få innsikt i elevenes utforskende tankegang i forkant av fagfornyelsen. Hovedfunnene fra disse spørsmålene vil bli presenteret under og diskutert med relevant teori og i sammenheng med tidligere forskning.

5.1 I hvilken grad samsvarer elevens konvergerende og divergerende tankegang?

Elevenes konvergerende og divergerende tankegang har en korrelasjonskoeffisient på 0,14, p=0,004 som vil si at det er en svak positiv statistisk signifikant korrelasjon mellom variablene. I figur 4.2 ser vi at det ikke er en lineær sammenheng mellom den konvergerende og divergerende tankegangen, og dette samsvarer med den lave korrelasjonen.

Konvergerende og divergerende tankegang ble identifisert i denne studien som to komponenter av utforskende tankegang og resultatene kan tolkes som at det er ulike elever som presterer høyest i konvergerende oppgaver og divergerende oppgaver. I snitt har elevene med høyest argumentasjon, lavest kreativitet. I undersøkende undervising er det gode muligheter for samarbeid mellom elevene, og resultatene fra denne studien indikerer at det kan være hensiktsmessig å ha en gjennomtenkt fordeling av elever på ulike grupper slik at de kan bidra med ulike aspekter i undersøkelsen, og slik at elevene kan lære av hverandre i undervisningssituasjonen.

Den svake korrelasjonen mellom den konvergerende og divergerende tankegangen til elevene, kan sees i sammenheng med med fiksert tankegang presentert av Haylock (1997) og forventingene noen elever kan ha til at det finnes en algoritme som løser problemet. I oppgavene gitt til elevene er det ikke en gitt algoritme som løser noen av problemene, men de konvergerende oppgavene ligner mer på tradisjonelle oppgaver enn de divergerende. De konvergerende oppgavene forventer at elevene skal oppnå ett svar og begrunne det deduktivt. I de divergerende oppgavene er det forventet at elevene skal fravike fra denne deduktive tilnærmingen og finne så mange svar som mulig. Det er dermed ikke overraskende at de ulike oppgavene appellerer ulikt til elevene. En annen forklaring på den svake korrelasjonen kan være at elevene har brukt tiden ulikt på de ulike oppgavene og dermed svart på noen oppgaver i større omfang enn andre oppgaver. Testen hadde en tidsbegrensning på 45 minutter og det kan tenkes at elevene ville ha respondert noe anderledes på testen dersom de fikk lengre tid.

I følge Skovsmose (2001) er det tre faktorer som er med på avgjøre om undersøkelsen blir akseptert av elevene som sin egen. Læreren, elevene og undersøkelsens natur. I denne studien vil læreren og undersøkelses natur være oppgavenes formulering, utforming og innhold. Elevene kan bare analyseres basert på responsen på oppgavene, deres holdninger til matematikk, motivasjon for å utføre testen og andre underliggende faktorer er ikke inkludert i denne studien. Dette kan sees på som en svakhet ved studien, og setter begrensninger for hva som kan diskuteres videre.

Skovsmose (2001) sin beskrivelse av at undersøkelseslandskapet er situasjonsbestemt, kommer til syne i alle 5 oppgavene. Dermed vil noen av hovedforskjellene mellom de ulike oppgavene diskuteres under.

5.1.1 Forskjeller i elevenes konvergerende tankegang

Oppgave 1 og 2 skulle begge måle elevenes konvergerende tankegang, og det er tydelig at elevene har respondert på oppgavene ulikt. I oppgave 1 er det nesten 30% som har oppnådd null poeng for riktig konklusjon, og det er prosentvis mye større andel elever fra elevgruppe 2 enn 1. I oppgave 2 er det nesten 70% som har oppnådd null poeng for riktig konklusjon, men prosentdelen er jevnere fra de to elevgruppene slik det forekommer i tabell 4.1 og 4.2.

En årsak til denne forskjellen kan være at oppgave 2 ble ansett som vanskeligere enn oppgave 1. Det var ingen elever i hverken elevgruppe 1 eller 2 som omformulerte påstanden til en ulikhet som presentert i del 3.3.1, dette ville kanskje ha gjort problemet tydeligere for flere elever. Blomhøj (2016) la frem innføring og bruk av symboler som en del av elevaktiviteten i undersøkende undervisning og det kan se ut som elevene trenger flere muligheter til å lære det i arbeidet med undersøkende undervisning videre. Oppgave 1 går fra det spesifikke til det mer generelle og oppgavene a, b og c bygger på hverandre. Vi kan se fra tabell 4.1 at det er svært få som har fått til alle oppgavene, men andelen er størst fra elevgruppe 2.

I oppgave 1 for elevgruppe 2 er det en forutsetning at elevene vet hva som menes med «størrelse n» for å løse oppgave c. Det var et par elever som hadde funnet ut hvilket nummer i alfabetet bokstaven n var, noe som tyder på at de ikke var kjent med begrepet og viser et elevene ikke har tilstrekkelig begrepsforståelse til å løse problemet. Det var mange som ikke forsøkte å løse oppgaven i det hele tatt noe som kan tyde på at den kan ha sett for vanskelig ut for noen elever. Dette kan kanskje også knyttes til elevenes mestringsforventning, men det er ikke undersøkt i denne studien. Elevene var også klar over at oppgavene ikke ville ha noe betydning for dem i ettertid og dermed kan noen elever ikke ha sett verdien i å forsøke, slik Cohen et al. (2007) påpekte, er den opplevde viktigheten når man bruker en test som datagrunnlag avgjørende. Dette viser viktigheten av å arbeide med utfordrende oppgaver på passe nivå og som er motiverende for elevene, som påpekt av Guberman og Leikin (2013).

Et annet tydelig skille i responsen på de to konvergerende oppgavene er prosentdelen elever som ikke har oppnådd argumentasjonspoeng i oppgave 2 i forhold til i oppgave 1. Totalt sett er det dobbelt så mange elever som ikke har oppnådd argumentasjonspoeng i oppgave 2 enn i oppgave 1, og den største forskjellen ligger hos elevgruppe 1. Ved oppgave 1 var det litt under 2% av elevene som ikke oppnådde det laveste argumentasjonsnivået naiv empirisme, i oppgave 2 var denne prosentandelen økt til nesten 40% for elevgruppe 1. Elevene i gruppe 1 ble presentert med svaralternativer i oppgave 2 og det kan se ut til at det har ført til at elevene ikke så behovet for å argumentere. En forklaring på dette kan være slik Blomhøj (2016) formulerte det, at en oppgave anses som løst når man har funnet riktig svar. På en annen side kan det være det ikke kom tydelig nok frem for elevene i denne gruppen at svaret skulle begrunnes utover å krysse av på et av alternativene fordi det var mye tekst i oppgaven.

Det er ingen elever fra gruppe 1 som har oppnådd argumentasjonsnivået tankeeksperiment i hverken oppgave 1 eller 2, dette er et forventet resultat sett i sammenheng med den matematiske modenheten til elevene, som Balacheff (1988) påpekte at det krever. Det er også svært få elever fra gruppe to som har oppnådd det høyeste argumentasjonsnivået. En mulig grunn til det kan være at elevene ikke vet hva som kreves for at et svar skal være begrunnet eller at de er vant til en annen vurdering av hva som kreves, hvilket tyder på at elevene trenger oppfølgning for å bedre argumentasjonsnivået. Som Varghese (2011) påpekte er innsikt i elevenes argumentasjonsnivå et godt utgangspunkt for at man som lærer kan gi elevene mulighet til å utvikle sin matematiske kompetanse, og dermed kan det kanskje være nyttig også i fremtiden å kartlegge elevenes argumenasjonskompetanse.

I oppgave 1 ser vi at 30% av elevene oppnådde null poeng for riktig svar, men bare nesten 15% oppnådde null poeng for argumetnasjonsnivået. Elevenes nivå av argumentasjon ville ikke blitt oppdaget dersom man som lærer oppfatter det riktige svaret som eneste måte å utføre en oppgave vellykket på og dermed også det eneste som blir vurdert.

I oppgave 2 er det også omtrent halvparten av elevene som ikke har oppnådd noen poeng for riktig løsning som i tillegg ikke har oppnådd noen argumetnasjonspoeng. Dette kan tolkes som at ved å ha fokus på fremgangsmåten i løsningen av problemer i tilegg til riktig svar kan gi en annen innsikt i elevenes tankesett og bidra til å kunne ytterlige veilede elevene i utviklingen av sin matematiske kompetasne som Varghese (2011) også påpekte. I figur 4.1 ser vi at det er i underkant av 20 elever som ikke har oppnådd noen poeng i oppgave 1 og 2 på testen, ut i fra tabell 4.1 og 4.2 ser det ut til at denne andelen ville vært høyere dersom man bare vurderte konklusjonen.

5.1.2 Forskjeller i elevenes divergente tankegang

Elevenes divergente tankegang hadde stor variasjonsbredde blant elevene. Det skiller litt over 2000 poeng mellom laveste og høyeste kreativitetspoeng. Det er også lav korrelasjon mellom de tre divergerende oppgavene, og ikke signifikant korrelasjon mellom oppgave 4 og 5, se tabell 4.5. Oppgavene er utformet for å dekke alle tre oppgavetypene Haylock (1997) viste til, og det er dermed forventet at det ikke er en perfekt lineær sammenheng mellom dem. Den store variasjonsbredden sammen med den lave korrelasjonen mellom oppgavene viser at den divergente tankegangen til elevene kan sies å være oppgavespesifikk og ikke konstant. Dette indikerer at oppgaven elevene <arbeider med kan være en avgjørende faktor dersom man skal bruke divergent produsksjonsoppgaver i vurderingssituasjonen.

Oppgave 3 er den oppgaven med størst prosentdel med null poeng i tabell 4.4, hvor $34,6\%$ av elevene ikke har oppnådd noen poeng. Det er også den oppgaven elevene i snitt har høyest originalitet, men lavest fleksibilitet. Dette indikerer at av de elevene som har svart har elevene funnet færrest ulike svar, men av minst ensartet form. Av de tre oppgavene som krevde divergerende tankegang er dette oppgaven med størst frihet av problemgenerering, fordi kriteriene for hva som er et akseptabelt svar i oppgave 4 og 5 er noe mer strengt definert. Svarene i oppgave 4 måtte inneholde minst 3 tall fra mengden og regelen måtte være gyldig. I oppgave 5 er kun figurene som har et areal lik $2cm^2$ blitt godkjent. I oppgave 3 var kriteriet at elevene skulle stille matematiske spørsmål til bildet som ble presentert, og dette kan også ha bidratt til at elevene viste størst originalitet ved denne oppgaven.

Elevene viste i snitt lavest kreativitet på oppgave 4, og elevene har ved denne oppgaven maksimalt brukt tre ulike strategier og i snitt bare brukt en strategi for å løse oppgaven. En grunn til det kan være at elevene har funnet en algoritme som løser problemet, som Haylock (1997) beskriver som fiksering, og dermed utført denne mange ganger. I denne oppgaven er det etablert færrest kategorier av svar, som vist i kapittel 3.4.2 som støtter teorien om at elevene har funnet en algoritme. Elevene var i snitt mest fleksible ved oppgave 5, men minst originale. Oppgave 5 er også den oppgaven med høyest svarprosent av de tre divergerende oppgavene. Det indikerer at elevene fikk vist en variasjon av besvarelser og at det var mange elever som fikk til å starte på oppgaven. Elevene fant tilsammen 31 figurer, som ble fordelt på 5 kategorier. I oppgave 5 var det i den største kategorien 13 figurer som lignet på hverandre, i oppgave 3 og 4 var det maksimalt 2 kategorier som lignet på hverandre. Det viser at kategoriene man oppretter har konsekvenser for elevenes målte kreativitet, og fordelingen av elevene ville kanskje vært helt anderledes dersom kategoriene ble opprettet med andre kriterier enn det ble gjort i denne studien. Dette illustrerer utfordringen med å vurdere kreativitet helt rettferdig, når man sammenligner elevenes besvarelser og elevene blir vurdert i forhold til hverandre.

5.2 I hvilken grad predikerer konvergent og divergent tenkning elevenes måloppnåelse?

I Norge er det læreplanen som setter føringer for hvilken matematisk kompetanse elevene skal ha etter endt skolegang og i denne studien er elevens matematiske kompetanse uttrykt ved elevenes måloppnåelse. Elevene måloppnåelse representerer deres matematikklærers vurdering av i hvilken grad elevene har oppnådd kompetansemålene i læreplanen.

Både kreativitet og argumentasjon bidrar signifikant til å forutsi måloppnåelsen til elevene ifølge tabell 4.7, men tilpasningen predikerer resultatene noe svakt med $38,3\%$ feilplassering av elevene. Det ser ut til at økt argumentasjon bidrar mer til økt sannsynlighet for å oppnå høyere måloppnåelse enn det økt kreativitet gjør dersom kun en av dem varierer av gangen basert på oddsrationen til variablene.

Elevenes konvergerende og divergerende tankegang predikerer ikke elever med lav måloppnåelse. Elevene med midddels måloppnåelse er predikert riktig til en viss grad (85,7%) og elevene med høy måloppnåelse er svakt predikert (36,8%). Dette tyder på at det er underliggende faktorer som er med på å predikere måloppnåelse som ikke er tatt med i modellen. Mann-Withney U testen resulterte i at man ikke kan si at elevenes konvergerende og divergerende tankegang med lav og middels måloppnåelse kommer fra ulike populasjoner, dette kan være en årsak til at elevene med lav måloppnåelse ikke ble predikert av modellen. Testene viste på en annen side at elevene med lav og høy måloppnåelse kom fra ulike populasjoner, og dermed burde ikke modellen predikert elever med lav måloppnåelse til høy måloppnåelse (se tabell 4.8). Dermed er det rimelig å anta at det er underliggende faktorer som ikke er inkludert i prediksjonen som er forklaringen på den svake prediksjonen.

Resultatene i denne studien samsvarer med Haavold (2018) sin moderate sammenheng mellom matematisk kompetanse og matematisk kreativitet, og i likhet med den studien er ikke sammenhengen mellom kreativitet og kompetanse rett frem i denne studien heller. Kattou et al. (2013) påsto at matematisk kreativitet bidrar til å utvikle matematisk kompetanse, denne sammenhengen er ikke direkte overførbar til denne studien fordi lav måloppnåelse ikke er representert i prediksjonen.

Schoenfeld (2007b) påpekte at vurderingsformen legger føringer for hvordan man underviser, og dersom man vurderer elevene på lignene grunnlag som i denne studien over tid vil kanskje undervisningen preges mer av selvstendige løsningsstrategier og utforskende oppgaver enn det gjør idag. Leikin (2013) la også vekt på vurderingens manglende fokus på kreativitet i skolen idag og foreslo dette som en grunn til at matematisk kreativitet har liten plass i skolen.

5.3 Påvirker elevens matematiske kompetanse responsen på den utforskende testen?

Elevgruppe 2 (Mdn=-0,35) er mer kreative enn elevgruppe 1 (Mdn=-0,58) ut i fra Mann-Whitney testen, men begge elevgruppenes median er under utvalgets totale gjennomsnitt. Dette indikerer at elevene fra høyere klassetrinn er mer kreative enn elevene på de lavere klassetrinnene. Dette samsvarer med Tabach og Friedlander (2013) sine resultater.

Elevgruppe 1 er signifikant forskjellig fra elevgruppe 2 i argumentasjonen, hvor elevgruppe 1 har en høyere median enn elevgruppe 2. Dette kan se ut som et overraskende resultat basert på at et høyere argumentasjonsnivå krever mer sofistikert tankevirksomhet ifølge Balacheff (1988), men resultatene må sees i sammenheng med at oppgavene var differensiert for de to elevgruppene og dermed er forskjellen i kompetansenivå allerede tatt høyde for. I oppgave 1 er det store forskjeller på antall elever som ikke har oppnådd argumentasjonspoeng mellom de to elevgruppene. Det er ikke mulig å fastslå basert på datagrunnlaget i denne studien om det er fordi elevene i gruppe 2 ikke fikk til eller om de ikke forsøkte å begrunne svarene sine i oppgave 1.

Mann-Withney U testene viste at det er statistisk signifikant forskjell mellom de ulike måloppnåelsene i både kreativitet og argumentasjon. Elevene med høy måloppnåelse har høyere median enn elevene med middels og lav måloppnåelse for både kreativitet og argumentasjon. Dette resultatet tilsier at den matematiske kompetansen har en innvirkning på hvordan man responderer på en utforskende test som krever konvergerende og divergerende tankegang. Dette resultatet samsvarer med Haavold (2018) sine funn, hvor matematisk kompetanse ble foreslått som en nødvendighet for matematisk kreativitet.

6

Avslutning

I denne studien var formålet å få økt innsikt i hvordan man kan vurdere elevenes utforskningskompetanse og få innsikt i hvilket utgangspunkt elevene har når det nå blir økt fokus på utforskning i den nye læreplanen.

For å undersøke dette ble følgende forskningsspørsmål stilt:

1) I hvilken grad samsvarer elevenes konvergerende og divergerende tankegang?

2) I hvilken grad predikerer den konvergerende og divergerende tankegangen måloppnåelse?

3) Påvirker elevens matematiske kompetanse responsen på den utforskende testen?

For å undersøke disse forskningsspørsmålene gjennomførte 376 elever en test med utforskende oppgaver som krevde konvergerende og divergerende tankegang. Den konvergerende tankegangen ble målt gjennom elevenes argumentasjon på to utforskende oppgaver med en riktig løsning, men mange løsningsmetoder. Den divergerende tankegangen ble målt gjennom elevenes flyt, fleksibilitet og originalitet på tre oppgaver som krevde divergent produksjon av løsninger.

Funnene i denne studien indikerer at den konvergernede og divergerende tankegangen i liten grad samsvarer. Hvilket kan tolkes som at det er ulike elever som presterer høyt på de to ulike oppgavetypene. Dette ble forklart med utgangspunkt i at elevenes utforskende aktivitet er situasjonsbestemt og at elevene ikke presterer på likt nivå ved alle typer oppgaver som krever konvergent og divergent tenkning. Det ble foreslått med bakgrunn i disse resultatene at man som lærer med fordel kan plassere ulike elever på grupper basert på deres respektive styrker slik at de kan lære av hverandre.

Fra å vurdere de ulike oppgavetypene kommer det til syne at ved å vurdere konvergente oppgaver etter mer enn bare det riktige svaret er det flere elever som får vist sin matematiske kompetanse, selv om de ikke konkluderte riktig. Vurderingen av de divergente oppgavene indikerer at det er svært mange elever som er kreative i sin tankegang, men sammenligning av elevers besvarelser byr på noen didaktiske utfordringer dersom det skulle blitt brukt i en rettferdig summativ vurderingssituasjon. Resultatene viser en bred variasjon i elevenes utgangspunkt i forkant av fagfornyelsen og det ser ut til at elevenes matematiske kompetanse i forkant av besvarelsen på testen er en avgjørende faktor i denne studien.

Elevenes prestasjon på den utforskende testen predikerete i liten grad elevenes måloppnåelse. Elevene med middels måloppnåelse ble best predikert i modellen, og lav måloppnåelse ble ikke predikert i det hele tatt. Dette indikerer at det ikke er direkte sammenheng mellom måloppnåelse og utforskende tankegang, og at det er underliggende faktorer som ikke er inkludert i modellen.

Elever med høy måloppnåelse presterte bedre på både de konvergerende og divergernede oppgavene enn elever med middels og lav måloppnåelse. Dette resultatet må sees i sammenheng med den opplevde viktigheten av testen, elevene ble informert om at resultatene ikke ville ha konsekvenser for deres vurdering i matematikk og at deres respektive lærere ikke ville få innsyn i besvarelsene. Det kan tenkes at elevene med høyere måloppnåelse også har en høyere mestringsforventning enn de andre elevene og dermed i større grad forsøkte å løse oppgavene. Dette aspektet er ikke undersøkt i denne studien, men ville vært interessant å studere ved en senere andledning.

Jonsson et al. (2014) fant i sin studie ut at effekten av undersøkende undervisning ikke kan måles med engang. Elevene i Jonsson et al. (2014) sin studie som deltok i undervisning som krevde at elevene fant sine egne løsningsstrategier gjorde det på sikt bedre enn elever som ble presentert med løsningsmetoder. På dette grunnlaget ville det vært interessant å se om elevenes måloppnåelse blir bedre predikertav utforskningsoppgaver etter fagfornyelsen trer i kraft og vurderingsformen i skolen kanskje må tilpasse seg den nye undervisningsformen.

Vurderingen i matematikk burde reflektere den kunnskapen som er verdsatt av samfunnet i følge Schoenfeld (2007a), dette vil bidra til at elevene har mulighet for å oppnå denne kompetansen. I fagfornyelsen er utforskning og problemløsning sterkt vektlagt og dermed burde muligens også fremtidig vurderingsituasjoner forsøke å vurdere mer enn bare prosedyrekunnskap, slik som det er forsøkt å gjøre i denne studien.

Referanser

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, *45*(6), 797-810.

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. *Mathematics, teachers and children*, *216*, 235.

Balka, D.S. (1974). Creative ability in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, *21*(7), 633–636.

Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. Frydenlund Academic.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for research in mathematics education*, 41–62.

Bonotto, C. & Dal Santo, L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. I *Mathematical problem posing* (s. 103-123). Springer.

Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM*, *45*(6), 811–822.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. routledge.

Cresswell, J.W. (2012). Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research. *Educational Research*.

Creswell, J.W. (2014). *Research design : qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). Los Angeles, Calif: SAGE.

Cropley, A. (2006). In praise of convergent thinking. *Creativity research journal*, *18*(3), 391–404.

Guberman, R. & Leikin, R. (2013). Interesting and difficult mathematical problems: changing teachers' views by employing multiple-solution tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*(1), 33–56.

Haavold, P.Ø. (2018). An investigation of the relationship between age, achievement, and creativity in mathematics. *The Journal of Creative Behavior*.

Haavold, P.Ø. & Blomhøj, M. (2019). Coherence through inquiry based mathematics education. I *Eleventh congress of the european society for research in mathematics education.*

Hanna, G. (2014). Mathematical proof, argumentation, and reasoning. I S. Lerman (red.), *Encyclopedia of mathematics education* (s. 404–408). Dordrecht: Springer Netherlands. Hentet fra `https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_102`

Harel, G. & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *2*, 805–842.

Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM-Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *29(3)*, 8. Hentet fra `https://www.emis.de/journals/ZDM/zdm973a2.pdf`

Hiebert, J. & Grouws, D.A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *1*, 371–404.

Imsen, G. (2014). *Elevens verden : innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg. utg.). Oslo: Universitetsforl.

Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y. & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *36*, 20–32.

Juter, K. & Sriraman, B. (2011). Does high achieving in mathematics= gifted and/or creative in mathematics? I *The elements of creativity and giftedness in mathematics* (s. 45–65). Brill Sense.

Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D. & Christou, C. (2013). Connecting mathematical creativity to mathematical ability. *Zdm*, *45*(2), 167–181.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington DC: National academy press.

Kirschner, P.A., Sweller, J. & Clark, R.E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational psychologist*, *41*(2), 75–86.

Krause, E.F. (1973). Taxicab geometry. *The Mathematics Teacher*, *66*(8), 695–706. Hentet fra `http://www.jstor.org/stable/27959476`

Lazonder, A.W. & Harmsen, R. (2016). Meta-analysis of inquiry-based learning: Effects of guidance. *Review of educational research*, *86*(3), 681–718.

Leikin, R. (2013). Evaluating mathematical creativity: The interplay between multiplicity and insight1. *Psychological Test and Assessment Modeling*, *55*(4), 385.

Leikin, R. & Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematics education: The state of the art. *ZDM*, *45*(2), 159–166.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(3), 255–276.

Lund, T. & Haugen, R. (2006). *Forskningsprosessen*. Oslo: Unipub.

Norusis, M.J. (2012). *Ibm spss statistics 19 advanced statistical procedures companion*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole — fornyelse av fag og kompetanser.* (https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/)

Osborne, J.W. (2014). *Best practices in logistic regression*. Sage Publications.

Primas project. (2013). Freiburg: Pädagogische Hochschule Freiburg. (www.primas-project.eu)

Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H. & Hemmo, V. (2007). *Science education now : a renewed pedagogy for the future of europe.* Brussels: European Commission: Directorate-General for Research. Hentet fra http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf

Sak, U. & Maker, C.J. (2006). Developmental variation in children's creative mathematical thinking as a function of schooling, age, and knowledge. *Creativity research journal*, *18*(3), 279–291.

Schoenfeld, A.H. (2007a). Issues and tensions in the assessment of mathematical proficiency. I A.H. Schoenfeld (red.), *Assessing mathematical proficiency* (s. 3–16). Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511755378.003

Schoenfeld, A.H. (2007b). What is mathematical proficiency and how can it be assessed? I A.H. Schoenfeld (red.), *Assessing mathematical proficiency* (s. 59–74). Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9780511755378.008

Silver, E.A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *Zdm*, *29*(3), 75–80.

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of investigation. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *33*(4), 123–132.

Sriraman, B. & Dickman, B. (2017). Mathematical pathologies as pathways into creativity. *ZDM*, *49*(1), 137–145.

Sriraman, B. & Haavold, P. (2017). Creativity and giftedness in mathematics education: A pragmatic view. *First compendium for research in mathematics education. Reston: National Council of Teachers of Mathematics*.

Tabach, M. & Friedlander, A. (2013). School mathematics and creativity at the elementary and middle-grade levels: how are they related? *ZDM*, *45*(2), 227–238.

Tabach, M. & Levenson, E. (2018). Solving a task with infinitely many solutions: Convergent and divergent thinking in mathematical creativity. I N. Amado, S. Carreira & K. Jones (red.), *Broadening the scope of research on mathematical problem solving: A focus on technology, creativity and* *affect* (s. 219–242). Cham: Springer International Publishing. Hentet fra https://doi.org/10.1007/978-3-319-99861-9_10

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (mat01-05)*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Varghese, T. (2011). Possible student justification of proofs. *School Science and Mathematics*, *111*(8), 409-415.

Weaver, K.F., Morales, V., Dunn, S.L., Godde, K. & Weaver, P.F. (2017). Hoboken, New Jersey: John Wiley Sons, Inc.,.

Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Oslo: Universitetsforl.

A

Datainnsamlingsinstrumenter

A.1 Godkjenning fra NSD

Per Øystein Haavold

9006 TROMSØ

Vår dato: 06.09.2017	Vår ref: 54660 / 3 / LAR	Deres dato:	Deres ref:

Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 06.06.2017.
Meldingen gjelder prosjektet:

54660	*SUM - Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Per Øystein Haavold*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2020, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Dersom noe er uklart ta gjerne kontakt over telefon.

Vennlig hilsen

Marianne Høgetveit Myhren

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Lasse André Raa

Kontaktperson: Lasse André Raa tlf: 55 58 20 59 / Lasse.Raa@nsd.no
Vedlegg: Prosjektvurdering

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 54660

SAMARBEIDSSTUDIE
Prosjektet er en internasjonal samarbeidsstudie. UiT Norges arktiske universitet er behandlingsansvarlig institusjon for den norske delen. Personvernombudet forutsetter at ansvaret for behandlingen av personopplysninger er avklart mellom institusjonene. Vi anbefaler at det inngås en avtale som omfatter ansvarsfordeling, ansvarsstruktur, hvem som initierer prosjektet, bruk av data og eventuelt eierskap.

INFORMASJON OG SAMTYKKE
Utvalget informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskriv og samtykkeerklæring, slik de foreligger i reviderte utgaver av 24.08.2017 og 05.09.2017, er godt utformet.

Det foreligger imidlertid et avvik mellom prosjektslutt oppgitt i meldeskjema og i informasjonsskrivene. Personvernombudet legger til grunn at sistnevnte stemmer, og har derfor endret prosjektslutt til 31.12.2020.

BARN I FORSKNING
Deltakelse i forskning skal alltid være frivillig for barnet selv om foreldrene samtykker på barnets vegne. Dette innebærer at barnet bør få tilpasset informasjon og at forsker må få barnets aksept under datainnsamlingen. I tråd med dette, bør den som foretar datainnsamlingen ha tilstrekkelig kompetanse til å tilpasse fremgangsmåten slik at barnets behov ivaretas.

BARN I FORSKNING
Personvernombudet vurderer at ungdommer som har fylt 15 år kan samtykke selv til å delta i dette prosjektet, så lenge de får tilpasset informasjon om prosjektet, og at det sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det. Det forutsettes at forsker følger retningslinjer for den enkelte skole.

DATASIKKERHET
Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger UiT Norges arktiske universitet sine interne rutiner for datasikkerhet.

PUBLISERING AV PERSONOPPLYSNINGER
Det oppgis at indirekte identifiserende personopplysninger kan bli publisert. Personvernombudet legger til grunn at det i så fall foreligger eksplisitt samtykke fra den enkelte til dette. Vi anbefaler dessuten at deltakerne gis anledning til å lese igjennom egne opplysninger og godkjenne disse før publisering.

PROSJEKTSLUTT
Forventet prosjektslutt er 31.12.2020. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres.

Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)

A.2 Samtykkeskjema elever under 15 år

UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching"

Bakgrunn og formål
Målet med dette prosjektet er å bidra til utvikling av barn og unges matematikklæring og motivasjon for matematikk gjennom å integrere perioder med utforskende undervisning i matematikkundervisningen fra barnehage til universitet. Disse utviklingsaktivitetene skal foregå gjennom tre skoleår. Prosjektet drives av forskningsgruppen Matematikkdidaktikk ved UiT Norges arktiske universitet, institutt for lærerutdanning og pedagogikk med støtte fra Norsk forskningsråd.

Utvalget er rekruttert gjennom Norges arktiske studentsamskipnad, Troms fylkeskommune og Tromsø kommune. Hver deltakende skole/barnehage har valgt 2 – 4 lærere / barnehagelærere til å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?
Et fokusområde for prosjektet vil være overganger der det erfaringsmessig er utfordringer knyttet til elevers motivasjon og matematikklæring:

Barnehage => Barneskole => Ungdomstrinn => Videregående skole => Universitet

For hver av disse overgangene dannes en gruppe lærere/pedagoger og to forskere. Deltakerne i en gruppe arbeide sammen med å utvikle, gjennomføre (i lærernes egne klasser) og evaluere 3 utforskende undervisningsforløp av en varighet på 5-10 skoletimer. Disse undervisningsforløpene skal være i overensstemmelse med relevante læreplanmål på de aktuelle klassetrinnene.

Forskerne i gruppa vil samle inn data gjennom både klasseromsobservasjoner, lyd- og bildeopptak, intervjuer og spørreskjema til lærere og elever samt faglige tester for å dokumentere elevenes faglige utvikling.

Hva skjer med informasjonen om deg?
Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er bare medlemmer i forskningsgruppen som har tilgang til datamaterialet. Alt datamateriale lagres i låsbare skap ved UiT Norges arktiske universitet.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2020. Etter dette blir datamaterialet anonymisert og videomaterialet slettet. Dersom det er gitt tillatelse til korte sekvenser til bruk i undervisning og konferanser vil disse bli lagret ved UiT.

Kontaktinformasjon.
Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587
Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli fjernet, med mindre de allerede er brukt i publikasjoner.

Det er hentet inn tillatelse av skolens rektor og de aktuelle ansatte til å gjennomføre undersøkelsen. Prosjektet er også meldt inn til Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste (NSD) som ivaretar personvernet i forskning ved Universitetet i Tromsø.

Dersom har spørsmål til studien, ta kontakt med Per Øystein Haavold epost per.oystein.haavold@uit.no. I studentprosjekt må også kontaktopplysninger til veileder/daglig ansvarlig påføres.

Samtykke til deltakelse i studien

Elevens navn: ____

□ Jeg samtykker i at bilder, lyd og korte videosekvenser der eleven deltar kan bli brukt i undervisning og presentasjoner. Dette innebærer også deltakelse i prosjektet.

□ Jeg samtykker i deltakelse i prosjektet.

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----
(Signert av foresatte, dato)

A.3 Samtykkeskjema elever over 15 år

Samtykkeskjema for elever over 15 år har identisk informasjon som elever under 15 år, men side 2 er utformet på en slik måte at elevene selv skriver under. Derfor er bare side 2 inkludert.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli fjernet, med mindre de allerede er brukt i publikasjoner.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Per Øystein Haavold epost per.oystein.haavold@uit.no. I studentprosjekt må også kontaktopplysninger til veileder/daglig ansvarlig påføres.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

□ Jeg samtykker i at bilder, lyd og korte videosekvenser kan bli brukt i undervisning og presentasjoner. Dette innebærer også deltakelse i prosjektet.

□ Jeg samtykker i deltakelse i prosjektet.

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

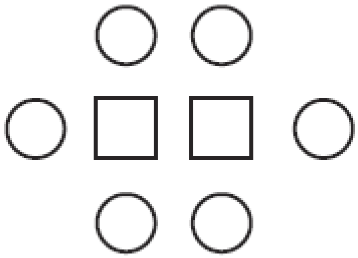
----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

A.4 Elevtest 5. - 8. trinn

Vedlegget viser testen som elevene på 5. til 8. trinn responderte på, oppgave 1 til 5.

Oppgave 1.

På restauranter sitter gjestene ofte rundt små bord. Én stol er plassert på hver side av bordet. Fire stoler passer rundt ett bord. Når flere enn fire gjester ønsker å sitte sammen, skyves flere bord sammen. Figuren under viser hvordan seks gjester kan sitte på stoler (sirkler) rundt to bord (kvadrater) som er skjøvet sammen.



a) Tegn hvordan det ser ut når fire bord er skjøvet sammen.

b) Hvor mange stoler er det rundt når 10 bord er skjøvet sammen?

c) Kan du lage et uttrykk eller en oppskrift som sier hvor mange stoler det er rundt hvis man vet hvor mange bord det er?

Oppgave 2.

I denne oppgaven skal du vurdere om et utsagn er alltid sant, aldri sant, eller av og til sant.

Utsagn: Hvis vi deler teller og nevner i en brøk med det samme tallet, så får vi en brøk som har lavere verdi.

Velg en av påstandene

Dette er alltid sant ◯

Dette er aldri sant ◯

Dette er av og til sant ◯

Vis og forklar du kom frem til svaret ditt.

Oppgave 3.

I denne oppgaven skal du undersøke et bilde og se om du kan finne noe matematikk i det.

a) Skriv ned alt du legger merke til i bildet som handler om matematikk.

b) Lag så mange matematikkoppgaver som du kan til bildet.

Oppgave 4.

Under ser du en liste av tall. I denne oppgaven skal du ta utgangspunkt i denne lista og lage mengder av tall som har noen felles egenskaper.

En mengde er her en samling av tall fra lista. Lag så mange slike mengder som mulig. Du kan bruke hvert tall i flere mengder. Hver mengde skal ha flere enn to tall.

Her kan du være kreativ å lage så mange og forskjellige mengder som mulig. Forklar hva som kjennetegner hver mengde du har laget.

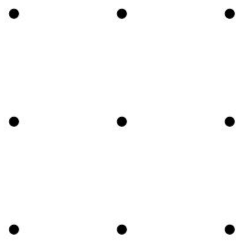
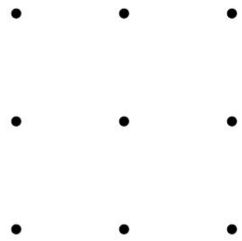
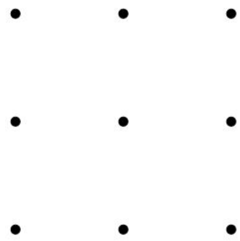
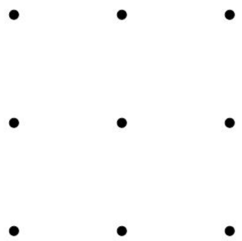
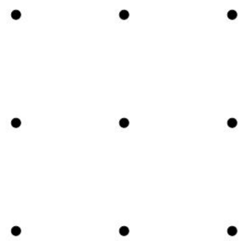
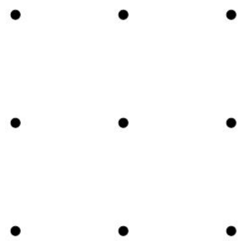
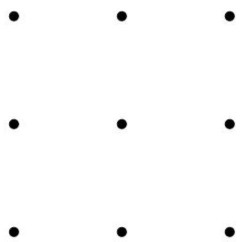
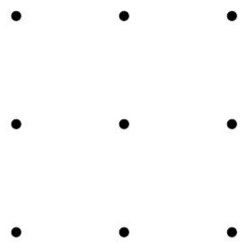
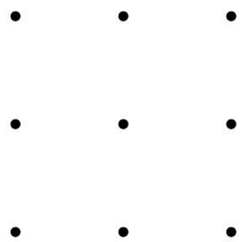
2, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 25, 36, 39, 49, 51, 60, 64, 79, 91, 97, 119, 121, 125, 136, 143, 150

For eksempel: (2, 3, 5, 7). Alle tallene er primtall.

For eksempel: (15, 51, 60, 150). Summen av hvert siffer i tallet er 6.

Oppgave 5.

Under ser du 9 prikker med 1 cm mellom hver prikk (vannrett og loddrett avstand). Du skal tegne rette linjer mellom prikkene, slik at du får figurer som har areal lik $2cm^2$. Figurene skal være sammenhengende. Prøv å være kreativ og lag så mange forskjellige figurer som mulig.

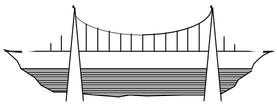










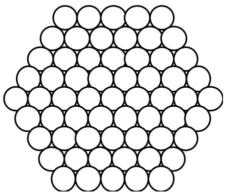
A.5 Elevtest 9. - 13. trinn

Vedlegget viser testen elevene på 9. til 13. trinn responderte på, oppgave 1 og 2. Oppgave 3, 4 og 5 er identisk med oppgavene i vedlegg A.4.

Oppgave 1.

Når man lager kabler til en hengebro setter man sammen mange tynnere tråder i en sekskantet form. Tegningene under viser en «størrelse 5»-kabel som består av 61 tynnere tråder.





a) Tegn hvordan en «størrelse 3»-kabel vil se ut.
Hvor mange tråder vil man trenge til en «størrelse 10»-kabel?

b) Hvor mange tråder vil man trenge til en kabel av størrelse n? Vis og forklar hvordan du kom frem til svaret ditt.

Oppgave 2.

I denne oppgaven skal du vurdere om et utsagn er alltid sant, aldri sant, eller av og til sant. Vis og forklar hvordan du kom frem til svaret ditt.

Utsagn: Hvis vi legger til det samme tallet i både teller og nevner i en brøk, så får vi en brøk med større verdi..

B

Utregning av kreativitet

B.1 Utregning av fleksibilitetspoeng

I kapittel 3.4.2 er det beskrevet at kreativitetspoengene ble beregnet ved å summere fleksibilitetspoengene og originalitetespoengene. Dette er blitt gjort ved «IF-tester» i MS Excel.

For kategoriene som ikke ligner på noen andre kategorier innenfor samme oppgave er dette utført ved en enkel if test som sjekker om elevene har en besvarelse innenfor kategorien og tildeler 10 poeng for første besvarelse og 0,1 poeng for de resterende besvarelsene i den kategorien. For eksempel derersom A betegner ruten for kategorien vil excel syntaksen være:

$$= HVIS(A > 0; 10 + (A - 1) * 0,1; 0)$$

For kategoriene som er identifisert til å ligne på andre kategorier innenfor samme oppgave er det brukt nøstede If tester som vist under, dette er brukt i oppgave 3 og 4 hvor det maksimalt er 2 kategorier som ligner på hverandre av gangen.

Anta at A og B representerer to ulike kategorier av svar som er identifisert som kategorier som ligner på hverande, for eksempel kategoriene geometrisk figur i bildet og geometrisk utregning i bildet fra oppgave 3. Dersom rute A i Excel representerer hvor mange svar eleven viste innenfor kategorien geometriske figurer i bildet og rute B representerer hvor mange svar eleven har i kategorien geometrisk utregning i bildet.

Da vil fleksibilitetspoengene bli beregnet slik:

Dersom det er stemmer at A eller B er større enn null, test om både A og B er større enn null.

Dersom det ikke stemmer at A eller B er større enn null, tildel 0 poeng.

Dersom det stemmer at både A og B er større enn null, tildel 11 poeng pluss (A+B-2)*0,1 poeng. 11 poeng fordi kategori A og B er identifisert som kategorier som ligner på hverandre og dermed regnes bare den ene som en ny kategori (10 poeng) og den andre som en som ligner (1 poeng). (A+B-2)*0,1 poeng fordi alle andre besvarelser innenfor de to kategoriene regnes som identiske besvarelser som de to forestående og skal tildeles 0,1 poeng, men de to besvarelsene som allerede er tildelt 11 poeng skal ikke regnes dobbelt.

Dersom det ikke stemmer at A og B er større enn null, tildel 10 poeng + (a+b-1)*0,1. 10 poeng fordi det er allerede sjekket at en av kategoriene er tilstede, men ikke begge. Dermed regnes den første besvarelsen som en ny kategori og de resterende er identiske, siden det bare er enten A eller B som er tilstede, trenger man ikke sjekke hvilken av A eller B som skal tildeles poeng.

I excel syntaks kan dette uttrykkes ved:

$$
\begin{aligned}
=&HVIS(ELLER(A>0,B>0);\\
&HVIS(OG(A>0,B>0);\\
&11+(A+B-2)*0,1;\\
&10+(A+B-1)*0,1);0)
\end{aligned}
$$

I oppgave 5 er det for mange kategorier som ligner på hverandre til at det er hensiktsmessig å lage nøstede if tester. Dermed ble poengene til denne oppgaven regnet ut på en annen måte.

Fant summen av antall svar innenfor en kategori, representert ved A videre, og deretter antallet ulike figurer representert ved B videre. Deretter ble det tildelt 10 poeng, pluss antall ulike figurer minus 1 , pluss antall svar minus antall figurer gange 0,1.

I excel syntaks:

$$= HIVS(A > 0; 10 + B - 1 + (A - B) * 0,1; 0)$$

B.2 Utregning originalitetspoeng

Originalitetspoengene ble beregnet ved å først finne hvor mange prosent av elevene som hadde de ulike svarene. Deretter ble det regnet ut hvor mange poeng hver respons ga.

Excel syntaks, hvor A betegner prosent av elevene med den besvarelsen:

$$= HVIS(A < 0,15; 10; HVIS(A >= 0,4; 0,1; 1)) \tag{B.1}$$

Hvor det blir utdelt 10 poeng dersom færre enn 15% av elevene har besvarelsen, 0,1 poeng dersom flere eller lik 40% av elevene har besvarelsen og 1 poeng ellers.

Det ble deretter sjekket om elevene har inkludert besvarelsen i sin løsningsmengde, og dersom de har det blir de tildelt tilhørende poeng.