UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Kommunikasjon i undersøkende matematikkundervisning

En kvalitativ studie om kommunikasjon mellom lærer og elev i undersøkende matematikkundervisning

Eline Stabell Knutsen og Solveig Ittelin

Masteroppgave i matematikkdidaktikk, LRU-3903, mai 2021

Forord

Masteroppgaven vår markerer avslutningen på vår utdanning ved Universitet i Tromsø. Vi ser tilbake på fem innholdsrike år med mye lærdom og minnerike stunder.

Vi ønsker å benytte anledningen til å takke vår veileder Per Øystein Haavold. Hans støtte, konstruktive tilbakemeldinger og engasjement rundt vår oppgave har vært uvurderlig for oss i arbeidet med vårt forskningsprosjekt. Videre vil vi rette en takk til Ove Gunnar Drageset for nyttige innspill og inspirasjon rundt tematikken kommunikasjon. I tillegg ville ikke dette prosjektet vært mulig uten informantenes bidrag, og vi må rette en stor takk til dem.

Til våre medstudenter, takk for alle de lange, gode kaffepausene som har bidratt med heftige diskusjoner, latter og minneverdige gullkorn. Det har holdt motet vårt oppe det siste halvåret. Vi vil også takke Erlend, venner og familie for støtte og oppmuntrende ord gjennom hele perioden.

Til slutt må vi rette en gigantisk takk til hverandre for at masterperioden har blitt så morsom og lærerik. Et langt og godt samarbeid har resultert i en oppgave som vi er svært stolt av.

Tromsø, mai 2021

Eline Stabell Knutsen & Solveig Ittelin

Sammendrag

Vår masteroppgave er en kvalitativ studie med formål å undersøke hvordan lærerens kommunikasjon med elevene kan påvirke elevaktiviteten i undersøkende undervisning. Gjennom det NFR-finansierte FoU-prosjektet SUM har vi samlet inn videomateriale fra lærerplanlagte undersøkende undervisning, der vi videre har gjennomført videoobservasjon av kommunikasjon mellom lærer-elev i tre utvalgte klasser. Konseptualisering av teori om matematisk kommunikasjon ble utgangspunkt for vår analyse og bearbeidelse av datamaterialet. Det konseptuelle rammeverket baserte seg på ulike samtalegrep læreren kan gjøre i den matematiske samtalen. Vi tolket lærerens atferd og hensikt med samtalen basert på de ulike samtalegrepene vi observerte i interaksjonssegmentene, som resulterte i syv kategorier:1) læreren forteller hvordan elevene skal utføre oppgaven, 2) læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger for elevene, 3) læreren loser elevene mot riktig løsning, 4) læreren forsøker å sette seg inn i elevenes matematiske tanker, 5) læreren utfordrer elevenes matematiske tanker, 6) læreren deltar i det undersøkende arbeidet for å få elevene framover i prosessen og 7) læreren legger til rette for undersøkende arbeid. Videre analyse av de syv kategoriene førte til utviklingen av interaksjonsskalaen. Interaksjonsskalaen vår består av henholdsvis fem nivåer av interaksjoner: 1) fortellende, 2) losende, 3) orienterende og utfordrende, 4) deltakende og 5) tilretteleggende. Hvert nivå i skalaen vil svare til en stadig mer elevaktiv interaksjon og dermed mindre lærerstyrt, hvor tilretteleggende interaksjon vil ha høyest grad av elevaktivitet. I en undersøkende undervisning ser vi det er nødvendig å variere mellom ulike former for interaksjoner, da hver interaksjonskategori svarer til hvert sitt formål og hensikt.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

I løpet av våre fem år på grunnskolelærerutdanningen 5.-10- trinn ved Universitetet i Tromsø har vi utviklet kunnskap og forståelse i vårt hovedfag matematikk. Spesielt fordypningen i matematikkdidaktikk høsten 2020 har vært viktig for vår nysgjerrighet og interesse for hva god matematikkopplæring er. Vi har begge tidligere opplevd matematikk som et fag preget av pugging av regler og algoritmer, men gjennom lærerutdanningen har vi forstått at matematikkfaget innebærer så mye mer. Innsikten i fagets kompleksitet har fått oss til å reflektere over hvordan vi ønsker å utøve vår egen undervisningspraksis. Vi har stilt oss spørsmål om hvordan vi som lærere kan påvirke og fremme elevenes holdninger og forståelse for matematikk på en god måte.

Når vi høsten 2021 skal starte i jobb som nyutdannede lærere vil skolene allerede være i gang med implementeringen av fagfornyelsen 2020. I den nye overordnede delen av læreplanen er det presisert hvilken kompetanse elevene skal sitte igjen med i hvert fag. Et av de overordnede målene innebærer at elevene skal «kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner» (Utdanningsdirektoratet, 2020). I tillegg vektlegger den overordnede delen at elevene skal ha forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning, og kunne utvikle ferdigheter til å utføre oppgaver eller løse problemer gjennom språk (Utdanningsdirektoratet, 2020). Elevenes kompetanse til å sette ord på egne tankeprosesser er derfor viktig for å kunne bidra til refleksjon og diskusjon, som igjen bidrar til økt kunnskap hos den enkelte elev. Dette gjenspeiles også i de reviderte kompetansemålene i matematikk, hvor man finner en overvekt av verb som diskusjon, refleksjon, forklaring og utforskning (Utdanningsdirektoratet, 2020).[1]

Formuleringene i den nye læreplanen utfordrer den tradisjonelle, lærerbokstyrte undervisningsformen. Wæge og Nosrati (2015) beskriver en tradisjonell tilnærming til undervisning som kjennetegnes ved at læreren introduserer oppgaver og prosedyrer som elevene deretter skal arbeide med. Undervisningen handler i større grad om overføring av

[1] Deler av dette avsnittet omfatter passasjer fra tekst vi tidligere har skrevet til bruk i masterskissen i et arbeidskrav våren 2020 (Knutsen og Ittelin, 2020).

kunnskap enn utvikling av kunnskap (Wæge & Nosrati, 2015). Gold (2017) skiller i sin litteratur mellom ekte matematikk og skolematematikk, hvor hun hevder at den ekte matematikken ikke samsvarer med skolematematikken. Skolematematikk har tradisjonelt sett vært å manipulere symboler og uttrykk, men matematikk handler i større grad om relasjoner og forståelse av matematiske konsepter (Gold, 2017).

De senere årene har inquiry-based learning, eller undersøkende undervisning, vært et aktuelt tema innenfor forskning i matematikkdidaktikk og et slags motsvar til den tradisjonelle tilnærmingen. Det internasjonale prosjektet PRIMAS (Promoting inquiry in mathematics and science education across Europe) fremmer at undersøkende undervisning skal bidra til at elevene får undersøkende tilnærming til matematikken (Abril, et al., 2013). Undersøkende tilnærming til undervisning er ikke et nytt fenomen innenfor matematikkdidaktikk, da allerede John Dewey (1859-1952) i sitt læringssyn tok for seg hvordan læring skapes gjennom handling og refleksjon (Artigue & Blomhøj, 2013). Undersøkende undervisning skal ifølge Abril med fler (2013) legge til rette for at elevene får stille spørsmål og være nysgjerrige, forklare, utdype og evaluere sine faglige resonnement og argumenter. Blomhøj (2021) utdyper videre i sin trefase-struktur for undersøkende undervisning, at lærerens rolle blir å støtte og veilede elevene i denne prosessen. Bruder og Prescott (2013) hevder undersøkende undervisning fremmer elevenes motivasjon, forståelse for matematikk og utvikler elevenes holdninger til matematikkens relevans i hverdagslivet. På bakgrunn av dette kan det argumenteres for at formålet med undersøkende undervisning er å fremme undersøkende, kritiske og kreative holdninger hos elevene, livslang læring og en dypere forståelse av matematikk.

Ifølge Wæge og Nosrati (2015) har diskusjoner og kommunikasjon de seneste årene blitt en avgjørende faktor for utvikling av relasjonell forståelse av matematikk. Kjerneelementene i matematikk tar også for seg hvordan elevene skal kunne resonnere og argumentere for fremgangsmåter og løsninger, samt kunne uttrykke seg om matematiske begreper, forklare og begrunne sine matematiske ideer (Utdanningsdirektoratet, 2020). Franke (2007) argumenterer for at når læreren stiller spørsmål som retter seg mot læringsprosessen heller enn svaret, legger det til rette for at elevene kan uttrykke og begrunne egne ideer og tanker. Videre hevder hun at når elevene får mulighet til å gi detaljerte beskrivelser om hvorfor noe fungerer, vil det kunne bidra til utvikling av elevenes matematiske forståelse. Når elevene får fremme egne tanker legger det til rette for at læreren kan støtte elevenes matematiske ferdigheter gjennom å rette spørsmålene mot deres ideer, fremme ulike strategier og koble disse sammen

(Franke, Kazemi, & Battey, 2007). Kommunikasjon mellom lærer og elev vil derfor være en viktig faktor for læringsfremmende vurdering, som kan knyttes opp mot formativ vurdering. William (2007) definerer formativ vurdering er en som en prosess mellom lærer og elev der læreren får innsikt i elevens tanker, og videre kan bygge videre på de for å veilede og støtte elevene i læringsprosessen.

Lazonder og Harmsen (2016) har i sin studie funnet ut at elever som får noe grad av støtte er mer aktive underveis i arbeidet og har et større læringsutbytte. Lærerens støttende og veiledende praksis underveis i elevenes arbeid kan derfor argumenteres for å være av vesentlig betydning for elevenes læringsutbytte. Pedaste med kolleger (2015) beskriver diskusjon som en sentral del av alle fasene i undersøkende undervisning, hvor kommunikasjon er en vesentlig faktor. Kommunikasjonen vil hjelpe elevene å motta tilbakemelding på læringsprosessen gjennom å dele resultat og løsningsideer med andre, ved å blant annet argumentere for, begrunne, resonnere og reflektere over egne ideer og løsninger sammen med medelever og lærer (Pedaste, et al., 2015).

Lærerens matematiske kommunikasjonskompetanse kan derfor tenkes å være er en vesentlig faktor for utvikling av elevenes undersøkende holdninger til matematikk, noe som ifølge PRIMAS er den overordna ideen med undersøkende matematikkundervisning. Korrelasjonen mellom undersøkende matematikkundervisning og lærerens kommunikasjonsferdigheter er bakgrunn for vår interesse for temaet, og derfor grunnlaget for vår problemstilling.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

For å få en bedre forståelse for hvordan kommunikasjon i undersøkende undervisning foregår, og hvordan ulike samtalegrep kan fremme eller hemme elevaktivt arbeid, har vi valgt å basere vårt forskningsprosjekt på observasjon av lærer-elev kommunikasjon i lærerplanlagt undersøkende undervisning. Formålet med vår studie er å finne ut hvordan lærerens kommunikasjon med elevene kan påvirke elevaktiviteten i undersøkende undervisning. For å svare på denne problemstillingen har vi sett nærmere på følgende forskningsspørsmål:

1) *Hva kjennetegner lærerens bruk av samtalegrep i undersøkende undervisning?*

Vi ønsker ved dette forskningsspørsmålet å beskrive hvordan lærerne benytter seg av ulike samtalegrep og hva som kjennetegner interaksjonene mellom lærer og elev. For å kunne si noe om hva som kjennetegner interaksjonene, ønsker vi å se på lærerens atferd og mulige hensikter med bruk av bestemte samtalegrep. Videre ønsker vi å svare på følgende forskningsspørsmål:

2) *Hvordan kan lærer-elev interaksjon fremme elevaktivt arbeid i undersøkende undervisning?*

For å svare på vårt andre forskningsspørsmål ønsker vi å tolke funnene fra det første forskningsspørsmålet, og videre systematisere og klassifisere de forskjellige kategorier av interaksjoner som er identifisert. Interaksjonskategoriene vil være rangert ut ifra grad av elevaktivitet i interaksjon med læreren i det undersøkende arbeidet. Ved å svare på de to overnevnte forskningsspørsmålene ønsker vi å få en ytterligere forståelse for hvordan lærerens bruk av ulike samtalegrep fremmer elevenes involvering i det undersøkende arbeidet. For å undersøke dette nærmere har vi gjort videoopptak av tre lærerplanlagte undersøkende undervisningsøkter fordelt på tre ulike skoler og klasser. Datainnsamlingen har foregått i forbindelse med SUM-prosjektet ved Universitetet i Tromsø.

1.3 Oppgavens struktur

Det neste kapitlet i vårt forskningsprosjekt tar for seg det teoretiske utgangspunktet for vår analyse. Videre i kapittel 3 vil vi presentere valg av metode, presentere forskningens utvalg og analysemetoden vi har benyttet oss av, samt redegjøre for forskningens kvalitet og etiske betraktninger. I kapittel 4 vil vi presentere analysen som har som hensikt å svare på vårt første forskningsspørsmål: *hva kjennetegner lærerens bruk av samtalegrep i undersøkende undervisning?* Deretter vil vi i kapittel 5 videre tolke og drøfte resultatet fra kapittel 4 for å svare på det andre forskningsspørsmålet: *hvordan kan lærer-elev-interaksjon fremme elevaktivt arbeid i undersøkende undervisning?* Avslutningsvis vil vi i kapittel 6 oppsummere funnene og svare på problemstilling, samt presentere hvilken påvirkning forskningsprosjektet har på vår videre praksis og forslag til videre forskning knyttet til tematikken.

2 Teori

I dette kapitlet vil vi gjennomgå teori som er relevant for vårt forskningsprosjekt. Først vil vi redegjøre for deduktiv- og induktiv tilnærming til undervisning, med videre fokus på undersøkende matematikkundervisning. Vi vil deretter gå nærmere inn på kommunikasjon i matematikk, og dernest presentere et konseptuelt rammeverk som er utgangspunktet for vår analyse. Til slutt vil vi gjøre rede for begrepet formativ vurdering.

2.1 Induktiv og deduktiv tilnærming til undervisning

Historisk sett kan man trekke et skille mellom ulike tilnærminger til undervisning: *deduktiv*- og *induktiv* tilnærming. Rocard-rapporten (2007) definerer deduktiv tilnærming som en undervisningsform hvor læreren i stor grad presenterer eller forteller elevene det matematiske konseptet. Kunnskapen vil på den måten overføres fra lærer til elev, og defineres i rapporten som en «top-down» tilnærming til undervisning. Rocard (2007) definerer videre en «bottom-up»-overføring av kunnskap som knyttes mot en induktiv tilnærming. Induktiv tilnærming beskrives som en motsetning til deduktiv, hvor det er mer rom for eksperimentering og utforskning og hvor læreren fungerer som en veileder og støtte for elevene i matematikkundervisningen (Rocard, 2007).

Det finnes mange ulike begreper på de to overnevnte tilnærmingene. Kirschner, Sweller og Clark (2006) tar blant annet for seg *direct instruction* og *minimal guidance. Direct instruction* kan ses i sterk tilknytning til det Rocard-rapporten definerer som deduktiv tilnærming, hvor læreren gir elevene informasjon om fremgangsmåter og prosedyrer som elevene er ment for å lære. *Minimal guidance* tar for seg hvordan elevene må undersøke og oppdage grunnleggende og kjente matematiske prinsipper gjennom utforsking – noe som kjennetegner en induktiv tilnærming (Kirschner, Sweller, & Clark, 2006). Studiet til Kirschner, Sweller og Clark viste at det eksisterer lite evidens som støtter en *minimal guidance*- tilnærming til undervisning. De argumenterer videre for at en slik tilnærming er mindre effektiv for elevens læringsutbytte enn tilnærminger som fremmer mer støtte. Lazonder og Harmsen (2016) har undersøkt hvilken type støtte som er tilstrekkelig for å fremme læring i undersøkende arbeid. De fant ut at elevene som fikk noe grad av støtte, der læreren gir tilstrekkende veiledning uten å ta fra elevenes mulighet til selvstendig tenkning, var mer aktive underveis i arbeidet og hadde et større læringsutbytte (Lazonder & Harmsen, 2016). Lærerens støttende og veiledende praksis underveis i elevenes arbeid kan derfor argumenteres for å være av vesentlig betydning for elevenes læringsutbytte.

Skovsmose (2001) argumenterer også for to ulike tilnærminger, der *traditional mathematics education* og *exercise paradigm* beskriver en deduktiv tilnærming, og *investigate approach* kan knyttes til en induktiv tilnærming. *Traditional mathematics education* og *exercise paradigm* defineres som en undervisning hvor læreren introduserer matematiske ideer og konsepter, og deretter gjør elevene oppgaver for å øve på de konseptene og prosedyrene læreren nettopp introduserte. Dette kan sees på som en typisk lærebokstyrt undervisning hvor det ofte bare finnes et svar (Skovsmose, 2001). Videre tar Skovsmose (2001) for seg begrepet *investigate approach* som beskriver en tilnærming til undervisning der elevene undersøker og utforsker matematiske ideer. Induktiv tilnærming har særlig blitt omtalt med mange ulike begreper. I tillegg til de overnevnte begrepene for induktiv tilnærming, finnes det videre i litteraturen en rekke overlappende begreper for en slik tilnærming: *discovery learning* (Anthony, 1973; Bruner, 1961), *problem-based learning* (Barrows & Tamblyn, 1980;Schmidt, 1983) og *realistic mathematics Education (RME)* (Freudenthal, 1983). Slik vi ser har en induktiv tilnærming til undervisning mange ulike nyanser og begreper, og vi ønsker videre i denne oppgaven å foreta mer detaljert begrepsavklaring ved å se nærmere på *undersøkende undervisning* for å beskrive den induktive tilnærmingen.

Papert (1980) og Rutherford (1964) beskriver en induktiv tilnærming ved å bruke begrepet *inquiry learning*, som på norsk kalles *undersøkende undervisning*. Ved å benytte seg av en slik form for undervisning skal elevene blant annet undersøke problemer gjennom hypoteser, prøve og feile ulike løsninger, søke etter relevant informasjon, diskutere med hverandre og skape sammenheng mellom ulike matematiske ideer (Linn, Davis, & Bell, 2004). Askew med flere (1997), Ernest (1991) og Swan (2006) deler undervisning og læring av matematikk i ytterligere tre tilnærminger: *transmission*, *discovery* og *connectionist*. Transmission er sterkt knyttet til det vi kjenner som en deduktiv tilnærming, eller en direkte/tradisjonell undervisning der læreren overfører sin kunnskap til elevene. De to ulike tilnærmingene *discovery* og *connectionist* viser en nyansering av induktiv tilnærming da disse tar for seg i hvor stor grad læreren hjelper, støtter og veileder elevene i undervisningen.

Bruder og Prescott (2013) tar i sin artikkel utgangspunkt i Kremer og Schlüter (2006) sin analyse av induktiv tilnærming, hvor de skiller mellom *structured*-, *guided*- og *open inquiry*. Nyanseringen tar for seg hvor stor grad læreren involverer seg i elevenes arbeid. Bruder og Prescott (2013) hevder at lærerens bevissthet og evne til å variere mellom de tre ulike måtene å veilede elevene i det undersøkende arbeidet, har betydning for kvaliteten på matematikkundervisningen. *Structured inquiry* beskriver undervisning når læreren gir elevene et problem eller spørsmål som skal undersøkes, samt gir elevene mulige metoder for å løse problemet. Ved *guided inquiry* presenterer læreren også problemet, men elevene må selv finne ulike metoder og løsningsstrategier. Siste nyansering, *open inquiry*, beskriver en induktiv tilnærming hvor elevene selv må finne problemer og spørsmål, og de bestemmer selv hvilke metoder eller materiale de ønsker å benytte seg av i oppgaveløsningen (Bruder & Prescott, 2013). Bruder og Prescott (2013) hevder gjennom sin studie at *guided inquiry* er den mest effektive måten å gjennomføre undersøkende undervisning i klasserommet på, da læreren gir elevene problemer/oppgaver hvor elevene selv skal finne passende strategier.

2.2 Undersøkende matematikkundervisning

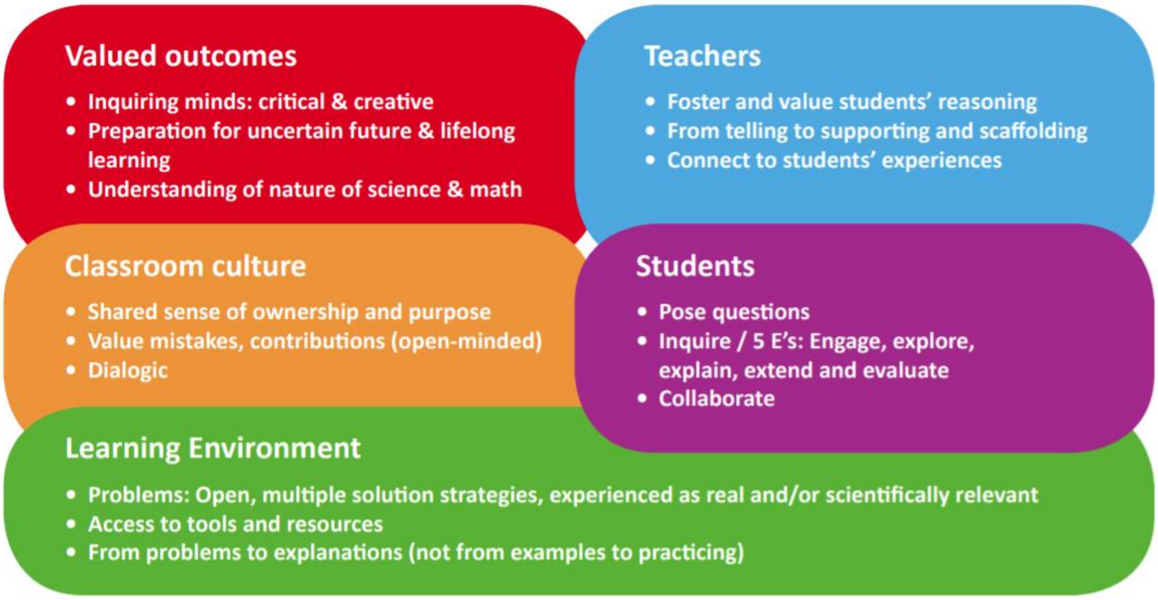
Undersøkende undervisning har sitt opphav fra John Deweys (1859-1952) læringsteori *«learning by doing»*. Dewey var opptatt av hvordan barn og unge er naturlige nysgjerrige og spørrende, og samtidig har en interesse for å forstå, og hvordan man kan utnytte disse egenskapene i læringsprosessen (Blomhøj, 2021). Dette perspektivet er utgangspunktet for det Dewey beskriver som *reflective inquiry*. Reflective inquiry omhandler hvordan læring er drevet av motivasjon til å løse et problem eller forstå en situasjon, og at denne løsningen skjer gjennom samhandling og refleksjon (Artigue & Blomhøj, 2013).

Skånstrøm og Blomhøj (2016) tar for seg syv grunnprinsipper fra Deweys læringsteori, og hvordan de i dag kan være grunnlag for undersøkende undervisning. Dette innebærer at elevene skal få utvikle sin kunnskap gjennom undersøkelse og refleksjon i sosialt fellesskap. Videre skal kunnskapen allmenngjøres i undervisningen og oppleves nyttig og meningsfull for elevene. Elevenes erfaringer og kunnskap skal være grunnlaget for tilrettelegging av undervisning og det overordnede målet er å utdanne elevene til å ta en aktiv og kritisk del i utvikling av det demokratiske samfunn. Slik Skånstrøm og Blomhøj (2016) beskriver, er disse grunnprinsippene til Dewey en del av kjennetegnene i en undersøkende undervisning.

2.2.1 Kjennetegn ved undersøkende undervisning

Keselman (2003) definerer undersøkende undervisning som en undervisningsmetode hvor elever får arbeide som forskere. Undersøkende undervisning defineres også som en prosess hvor elevene oppdager ny kunnskap ved selv å utarbeide hypoteser og gjennom arbeid, gjerne i samhandling med andre, utforsker de aktuelle hypotesene (Pedaste, Mäeots, Leijen, & Sarapuu, 2012). Skånstrøm og Blomhøj (2016) beskriver undervisningsformen som en prosess der elevene får utfordringer hvor de må formulere problemer, finne relevant informasjon, stille spørsmål, danne hypoteser, diskutere med medelever og læreren om gitt utfordring, og på den måten utvikler og formidler matematiske argumenter. I denne prosessen får elevene mulighet til å bevege seg innom flere ulike matematiske emner.

PRIMAS (Promoting inquiry in mathematics and science education across Europe) er et internasjonalt prosjekt som har som hensikt å promotere implementeringen og bruk av undersøkende matematikk- og naturfagundervisning (Engeln, Euler, & Maass, 2013). PRIMAS-prosjektet har utviklet en modell som viser kjennetegn ved undersøkende undervisning fordelt i ulike kategorier. Kategoriene oversatt fra engelsk til norsk: *resultatene av undervisningen, klasseromskultur, lærerrollen, type spørsmål* og *elevaktiviteter* (Abril, et al., 2013):



Figur 1: PRIMAS-modellen

Albril med fler (2013) beskriver hvordan *resultatene* av undersøkende undervisning skal bidra til at elevene får undersøkende tilnærming til matematikken. De skal forberedes for en uforutsigbar framtid og en livslang læring. *Klasseromskulturen* i undersøkende undervisning bør være dialogisk. Dialogen i klasserommet foregår både mellom lærer-elev og elevene seg imellom. Klasserommet preges av en delingskultur hvor alle kan bidra med sine faglige poeng og synspunkt, og hvor læreren verdsetter alle bidrag. *Lærerrollen* blir derfor å fremme og koble elevens resonneringer slik at elevene kan tilegne seg ny kunnskap og deretter være i stand til å bygge på kunnskapen videre. I en undersøkende undervisning vil *spørsmålene* som blir stilt være åpne med flere mulige løsninger som er relevant for gitt oppgave/problem/tematikk. *Elevaktivitetene* vil være å stille spørsmål og være nysgjerrige, forklare, utdype og evaluere sine faglige resonneringer og argumenter (Abril, et al., 2013).

Blomhøj (2021, s. 10) har videre presentert en mer utfyllende beskrivelse av de elevaktivitetene som oppstår og hvilken rolle læreren har i en undersøkende undervisning:

Essensielle elevaktiviteter	Essensielle læreraktiviteter
Stille spørsmål	Iscenesette undersøkende aktiviteter
Avgrense og strukturere	Inspirerer til undersøkende holdning og tilgang til matematikk
Observere systematisk	Formidle og allmenngjøre læringsmål
Måle og kvantifisere	Bygge på og utbygge elevenes erfaringer
Klassifisere	Støtte elevenes eierskap til problemer og prosjekter
Utvikle definisjoner	Skape rom for dialogisk samspill i klassen
Beregne og lage overslag	Oppmuntre til spørsmål og refleksjon
Innføre og anvende symboler	Stille åpne og nysgjerrige spørsmål
Anvende algebra	Bemerke og anerkjenne elevenes faglige ideer og resonnementer
Resonnere og bevise	Verdsette elevenes forsøk og feil som grunnlag for læring
Representere og visualisere	Fremme samarbeid
Danne og teste hypoteser	Påpeke og allmenngjøre sentrale begreper og metoder
Eksperimentere	Evaluere elevenes faglige læring
Kontrollere variable	Evaluere forløp og utvikle praksis
Fortolke og vurdere resultater	
Kommunisere	

Tabell 1: Essensielle elev- og læreraktiviteter

Det er viktig å presisere at de samme aktivitetene nevnt i tabell 1 også vil forekomme i annen type undervisning - for eksempel i en tradisjonell undervisningssetting, men som ifølge Blomhøj (2021) vil være spesielt utpreget i en undersøkende undervisning.

2.2.2 Faseinndeling

Ifølge Albril med flere (2013) kan de overnevnte målene med undersøkende undervisning være utfordrende for læreren å få til. Det stiller krav til at læreren skal engasjere, skape nysgjerrighet, støtte og veilede, stille åpne og relevante spørsmål, og inkludere elevene i den utforskende prosessen. For å imøtekomme denne utfordringen har Blomhøj (2021) utviklet et trefasestrukturert didaktisk verktøy for planlegging og gjennomføring av undersøkende undervisning. Verktøyet er ment å fungere som støtte til matematikklærere i utvikling av undersøkende undervisning (Blomhøj, 2021). Pedaste med flere (2015) definerer i sin litteratur en faseinndeling av undersøkende undervisning ved å dele inn den undersøkende prosessen i mindre sekvenser slik at det pedagogiske – og didaktiske fokuset er rettet mot den undersøkende aktiviteten. Han tar utgangspunkt i en femfaseinndeling for å strukturere undersøkende undervisning. Videre i dette kapitlet vil vi presentere de overnevnte tre- og femfaseinndelingene.

Trefaseinndeling

Blomhøj (2021) deler undersøkende undervisning i tre ulike faser. Hver av fasene har ulikt didaktisk fokus og hensikt basert på Deweys grunnleggende prinsipper om undersøkende undervisning. Det er viktig å påpeke at gitt rekkefølge av fasene ikke nødvendigvis må følges da man i en undervisningssituasjon kan gjennomgå samme faser flere ganger (Skånstrøm & Blomhøj, 2016).

Blomhøj (2021) har navngitt første fase *iscenesettelse.* I denne fasen skal læreren sette rammen for økten ved å presentere oppgaven/problemet for elevene, og etablere hvilke forventninger som stilles til de i det undersøkende arbeidet. Hensikten er å vekke elevenes nysgjerrighet og utforskertrang, og på den måten legge grunnlaget for arbeidet videre i undervisningsøkten (Blomhøj, 2021). Det finnes ulike måter læreren kan iscenesette undervisningsøkten på, for eksempel kan læreren starte med å fortelle en historie eller skape en opplevelse i form av en praktisk oppgave. Blomhøj (2021) påpeker viktigheten av å skape en dialog i klasserommet i denne fasen; skape en dialog om og hvordan elevene forstår situasjonen eller gitt oppgave. Slik vi ser i tabell 1 er å «skape dialogisk samspill i klasserommet» er en essensiell læreraktivitet i undersøkende undervisning (Blomhøj, 2021). Slik Skånstrøm og Blomhøj (2016) påpeker, kan en utfordring knyttet til iscenesettelsen vil være lærerens måte å legge til rette for videre aktivitet i undervisningen. I en tradisjonell setting kan oppgaveformidling være preget av at læreren presenterer fremgangsmåter for å løse en gitt oppgave, men i en undersøkende tilnærming vil læreren legge til rette for elevenes videre arbeid uten å gi elevene for mye informasjon (Skånstrøm & Blomhøj, 2016). Relevant informasjon og fremgangsmåter er nettopp det elevene selv skal finne ut av videre i fase to av Blomhøj sin faseinndeling.

Andre fase i undersøkende undervisning omhandler *elevenes selvstendige undersøkende arbeid* (Blomhøj, 2021). I denne fasen legger Blomhøj vekt på at elevene skal ha grunnlag fra første fase til å sette i gang med det undersøkende arbeidet. Her er det viktig at elevene får tilstrekkelig med tid og frihet til å finne ut av gitt problem eller situasjon (Skånstrøm & Blomhøj, 2016). Lærerens rolle blir å støtte og veilede elevene i det undersøkende arbeidet uten å ta fra elevenes frihet til selvstendig tenking. Ved å stille åpne og nysgjerrige spørsmål kan læreren oppmuntre til en rekke av de essensielle elevaktivitetene, for eksempel samarbeid og dialog mellom elever, og påvirke elevene til selvstendig refleksjon og argumentere for faglige poeng (Blomhøj, 2021).

Den siste fasen, fase tre, handler om å skape *en felles refleksjon og faglig læring* i klasserommet (Blomhøj, 2021). I denne fasen skal elevenes erfaringer, resultater og refleksjoner systematiseres og deles i klassen. Hensikten er å danne grunnlag for læring ved å fremme elevenes gode matematiske resonnementer og faglige poeng (Skånstrøm & Blomhøj, 2016). Refleksjonene som gjøres i fellesskap vil videre være grunnlaget for lærerens rolle i fase tre. Lærerens essensielle oppgave blir å trekke fram de gode faglige poengene og tydeliggjøre disse i tråd med undervisningens innhold og læringsmål (Blomhøj, 2021). Skånstrøm og Blomhøj (2016) argumenterer for at det kan være utfordrende for læreren å evaluere og trekke sammenheng mellom elevenes erfaringer og læringsutbytte av den undersøkende aktiviteten.

Femfaseinndeling

Gjennom studier av flere artikler og teorier har Pedaste m fl. (2015) utviklet et fem-faseinndelt rammeverk, der hver fase har ulike underkategorier med forskjellig hensikt og fokus. Hovedfasene oversatt fra engelsk til norsk er*: orientering, konseptualisering, undersøke, konklusjon* og *diskusjon.*

Første del av fem-faseinndelingen kalles *orientering.* Kategorien omhandler blant annet hvordan læreren introduserer tema eller teori, og stiller engasjerende spørsmål som gjør elevene nysgjerrige og klar for å utforske det matematiske området (Pedaste, et al., 2015). Neste fase i inndelingen kalles *konseptualisering* og deles videre inn i to underkategorier *stille* *spørsmål* og *hypotese*. Forskningen Pedaste med flere (2015) har foretatt seg, viser at mange teoretikere velger å starte en undersøkende undervisning med denne fasen. For mange vil det være naturlig å starte den undersøkende aktiviteten med å stille spørsmål og legge fram hypoteser som gjør elevene nysgjerrige. Fasen innebærer at læreren skal tydeliggjøre begreper og gitt problem, som igjen gjør elevene i stand til å vite hva de videre skal undersøke (Pedaste, et al., 2015).

Tredje hovedfase har Pedaste med kolleger (2015) kalt *å undersøke*. Fasen består av flere ulike underkategorier. Kort sagt omhandler fasen elevenes arbeid med å utforske hypoteser, eksperimentere og observere hva som foregår og hva de finner ut. Undersøkelsesfasen kan både være strukturert etter en plan eller hypotese, men kan også være mer tilfeldig og fleksibel. Analyse i form av å organisere relevant data, sammenligne teorier og å benytte seg av illustrasjon, vil også være en del av elevenes undersøkelsesfase. I denne prosessen skal elevene oppdage vesentlige poeng og faktorer som underbygger deres problem eller oppgave (Pedaste, et al., 2015).

Neste fase i inndelingen er *konklusjon.* Denne fasen handler om at elevene skal finne matematiske relasjoner og mønster gjennom for eksempel illustrasjoner og diskusjoner (Pedaste, et al., 2015). Neste og siste hovedfase er *diskusjon*. *Konklusjon* og *diskusjon* er i teorien veldig overlappet da konklusjoner ofte medfører diskusjon og kommunikasjon. Rammeverket har valgt å skille mellom disse da konklusjon ofte skjer etter undersøkelsesfasen og deretter blir presentert og kommunisert til andre. Diskusjonsfasen omhandler å dele erfaringer med hverandre etter undersøkelsesfasen. Deling av erfaring skjer gjennom argumentasjon, utdyping og refleksjon (Pedaste, et al., 2015).

Fem-fasedelingen til Pedaste med flere vil de ulike fasene med tilhørende underkategorier kunne være i varierende rekkefølge – strukturen må ikke følges slavisk slik det også gjelder for Blomhøj sin trefaseinndeling. For eksempel vil kommunikasjon og refleksjon også være en del av undersøkelsesfasen i femfasedelingen og Blomhøj sin fase to.

Sammenfatning

Basert på PRIMAS -modellen har begge faseinndelingene tydelige kjennetegn på undersøkende undervisning. Slik Pedaste med flere beskriver hovedfasene *orientering* og *konseptualisering*, vil de samme kjennetegnene fra *iscenesettelsesfasen* til Blomhøj være lik. Oppstarten av en undersøkende undervisning skal gi tydelige forventninger i form av læringsmål og oppgave, samt gi elevene en undersøkende og nysgjerrig tilnærming til matematikken slik PRIMAS-modellen påpeker. I tillegg vil det være viktig å legge opp til et dialogisk samspill i klasserommet. Dette er essensielle læreraktiviteter i Blomhøj sin oversikt (tabell 1). Fase to i Blomhøj sin inndeling omhandler *elevens selvstendige undersøkende arbeid* kan sees i sammenheng med kjennetegn ved Pedaste med flere sin hovedfase *å undersøke.* Slik vi ser oversikten til Blomhøj over essensielle elevaktiviteter, skal elevene danne og teste hypoteser, eksperimentere, resonnere og kommunisere med hverandre. Her skal læreren stille åpne og nysgjerrige spørsmål og fremme samarbeid. Det samsvarer med kjennetegn i PRIMAS-modellen og som faseinnhold i begge strukturene.

Pedaste med flere sine to siste hovedkategorier, *konklusjon* og *diskusjon*, kan ses i sammenheng med Blomhøj sin tredje fase *felles refleksjon og faglig læring*. Fasene inneholder egenskaper PRIMAS-modellen påpeker som viktige kjennetegn: læreren skal fremme og koble elevenes matematiske ideer og resonnement, samt påpeke og allmenngjøre relevante begreper og metoder. Dette ser vi også er essensielle læreraktiviteter i Blomhøjs oversikt (tabell 1).

2.3 Kommunikasjon

2.3.1 Kommunikasjon i matematikk

Hvordan lærere og elever snakker sammen i matematikklasserommet er betydningsfullt, både for hva og hvordan elevene lærer og anvender matematikk, og hvilke holdninger elevene utvikler til matematikkfaget (Herheim & Johnsen-Høines, 2016). Det heter at kjært barn har mange navn, dette gjelder også den muntlige kommunikasjonen i matematikk. Chapin, O´Connor og Anderson (2009) bruker begrepene *classroom talk/-dialogue* og *math talk*, som man kan oversettes til henholdsvis klasseromssamtale/-dialog og matte snakk. Kazemi og Hintz (2019) skriver om *matematiske samtaler* og *matematiske diskusjoner*, og Høines og Alrø (2012) tar for seg *matematikksamtaler* og *læringssamtaler i matematikk* i sine tekster. Felles for alle er at det handler om å bruke kommunikasjon som et verktøy for å oppnå et eller flere læringsmål i matematikk (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009;Johnsen-Høines & Alrø, 2013;Kazemi & Hintz, 2019)

Ifølge Høines og Herheim (2016) vil også de overordnede målene for matematikklæringen, og hva læreren ønsker å vektlegge og ser på som betydningsfullt, påvirke måten en snakker i og om matematikk i skolen. Lærerens holdninger til matematikk, og dermed tilnærmingen til matematikkopplæringen, vil derfor ha en betydning for den matematiske kommunikasjonen i klasserommet. Mellin-Olsen (1996) og Alrø og Skovsmose (2002) beskriver i sin forskning hver sin side av deduktiv og induktiv tilnærming til undervisning. Mellin-Olsen (1996) tar for seg oppgavediskursen, som har en tilknytning til deduktiv tilnærming ved at læreren fungerer som en «reiseleder» som skal ta elevene med fra start til slutt.. Læreren velger veien elevene skal følge, og elevene henger med på reisen så godt de klarer. Kunnskapen overføres på den måten fra læreren til elevene slik vi kjenner igjen fra den deduktive tilnærmingen. En motsetning til å overføre kunnskapen vil være å oppdage, og det Alrø og Skovsmose omtaler som et dialogisk perspektiv på læring. Det handler ikke om overføring av kunnskap, men heller en prosess der lærer og elev gjennom samtale skal oppdage og utvikle kunnskapen sammen (Alrø & Skovsmose, 2004).

Lærerens tilnærming til matematikkfaget vil være en viktig faktor for den matematiske samtalen, og vil videre påvirke og påvirkes av blant annet de *sosiomatematiske normene, klasseromskulturen* og *lærerens grep i samtalen.* Videre i kapitlet vil vi presentere teori knyttet til de tre sistnevnte begrepene.

2.3.2 Sosiomatematiske normer

En faktor som vil påvirke den matematiske samtalen er ifølge Ragnes (2016) normene som finnes i klasserommet. Yackel og Cobb (1996) bruker begrepet sosiomatematiske normer for å beskrive de holdningene og verdiene elevene har til matematikk. Videre betegner de det som de normative aspektene ved den matematiske diskusjonen, og retter det mot hva som regnes som matematisk sofistikert, matematiske effektivitet og matematiske eleganse i matematikklasserommet (Yackel & Cobb, 1996). Wood (1998) ser den sosiomatematiske normen i klasserommet i sammenheng med ulike tilnærminger til matematikk, og viser til studier knyttet til hva som fremmer elevens forståelse i matematikk. Resultatene viser at elevene må selv få undersøke, utforske, resonnere og kommunisere matematiske ideer (Wood, 1998). En slik tilnærming til undervisning er i tråd med kjennetegn på det vi tidligere har presentert som undersøkende undervisning. Wood (1998) hevder videre at hovedforskjellen mellom undersøkende undervisning og en tradisjonell undervisningstilnærming er hvilke sosiomatematiske normer som ligger til grunn.

Yackel og Cobb (1996) beskriver videre hvordan læreren har en viktig funksjon i danning av de sosiomatematiske normene i klasserommet. Ragnes (2016) hevder at læreren gjennom sin klasseledelse etablerer normene for sin klasse, men at det også er en forhandling mellom lærer og elev. Det vil være vesentlig at læreren fungerer som en positiv modell for elevene for hvordan man bør snakke i og om matematikkfaget (Ragnes, 2016). Måten elevene snakker med hverandre uten lærerens tilstedeværelse vil på den måten være preget av hvordan læreren tidligere har kommunisert med elevene (Boaler, 2008). I tillegg til lærerens påvirkning på den sosiomatematiske normen i klasserommet, vil det også påvirkes av forhold utenfor skolen. Fosse (2004) har gjort en studie på holdningene barn i førskolealder har til matematikkfaget ved å observere barns lek. Resultatene fra studien viser at barns holdninger til hva matematikkfaget innebærer og hvem som har makt til å avgjøre hva som er rett og galt svar, allerede er etablert ut fra forutinntatte forventinger basert på forventninger og tanker knyttet til faget (Ragnes, 2016). Holdningene barna i studiet hadde kan knyttes mot det som Mellin-Olsen (1996) definerer som oppgavediskurs. En slik tradisjonell tilnærming til undervisning vil ifølge Yackel og Cobb (1996) kunne føre til at elevene forventer at svaret er feil dersom læreren stille spørsmål ved det. En slik oppfatning vil være en motsetning til det som ifølge PRIMAS-modellen er en av lærerens viktigste roller i en undersøkende undervisning: stille åpne, relevante spørsmål som fremmer undersøkende aktivitet hos elevene.

Ifølge Yackel og Cobb (1996) vil de sosiomatematiske normene også være viktig i dannelsen av autonome elever, som Piaget (1948/1973) fremmer som hovedformålet med opplæringen. Videre kobler de utviklingen av intellektuelt autonome elever opp mot en induktiv tilnærming til undervisning, der læreren fremmer elevenes egen evne til å vurdere egne resonnementer og løsninger. En slik tilnærming vil oppmuntre til elever som tar ansvar for egen læring og anser seg selv som selvstendige deltakere i det undersøkende matematikklasserommet (Yackel & Cobb, 1996).

For å oppsummere sosiomatematiske normenes betydning for samtalen som forekommer matematikklasserommet, vil det sentrale være at de sosiomatematiske normene påvirker hva elevene anser som viktig i matematikkfaget, hva som er akseptabel «matte-snakk» og videre hvilke holdninger de har knyttet til egen rolle og selvstendighet i faget. Lærerens rolle i dannelse av normene vil være vesentlig da tilnærmingen læreren har til matematikkundervisning vil prege elevenes oppfatninger av faget. Utfordringen for læreren vil være de oppfatninger og forståelsen elevene har med seg fra ellers i samfunnet, og da kanskje særlig oppfatninger knyttet til det tradisjonelle maktforholdet i klasserommet, nemlig at læreren har den «validerende makt».

2.3.3 Klasseromskultur

Brendefur og Frykholm (2000) beskriver i sin teori fire ulike kommunikasjonsmønstre som man kan finne i klasserommet: *ensrettet kommunikasjon, medvirkende kommunikasjon, refleksiv kommunikasjon* og *rik kommunikasjon.* Kommunikasjonsmønstrene kan ses på som hierarkiske, hvor kommunikasjon går fra å være ensrettet til stadig mer dialogisk. Det første nivået, ensrettet kommunikasjon, tar for seg en klasseromskultur hvor det er læreren som tar styringen ved å forelese, stille lukkede spørsmål og på den måten gir elevene få muligheter til å dele egne strategier, ideer og tanker (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). Ensrettet kommunikasjonsmønster samsvarer med det Skovsmose og Alrø (2004) beskriver som den tradisjonelle undervisningspraksisen: læreren presenterer oppgaver/algoritmer som elevene skal arbeide med, elevene arbeider med oppgavene individuelt eller i par, og læreren veileder/støtter ved å kontrollere svarene. Videre hevder de denne undervisningstilnærmingen gjør læreren til den «autoritære» lederen for kommunikasjonen. Konsekvensen ved dette er at det gir elevene begrensede muligheter til å ta ansvar for egen læringsprosess, og på den måten kan kvaliteten på kommunikasjon påvirke kvaliteten på læringen (Alrø & Skovsmose, 2004).

Neste nivå er medvirkende kommunikasjon. Dette mønsteret omhandler interaksjonen mellom elevene og mellom lærer/elev. Medvirkende kommunikasjon fokuserer på at elevene kan diskutere oppgaver med hverandre, presentere løsningsforslag og hjelpe hverandre i læringsprosessen. Kommunikasjonen på dette nivået vil være av korrigerende art («slik gjør du det utsagn»), og læreren vil også her være autoriteten som vurderer elevenes innspill og kvaliteten på dem (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 127). Ensrettet- og medvirkende kommunikasjon kan derfor begge ses i sammenheng med det Cazden (1988) betegner som *IRE-mønster*: læreren tar initiativet, elevene responderer og læreren evaluerer. Medvirkende kommunikasjon legger derimot til rette for elevdiskusjon, noe som ikke kjennetegnes av IRE-mønstret. Tidligere TIMMS undersøkelser viser at IRE er det vanligste kommunikasjonsmønstret i matematikklasserommet (Franke, Kazemi, & Battey, 2007). Denne undervisningspraksisen kan fort få et negativt stempel, men kommunikasjon er mer komplekst enn som så. Samtaletypene kan ikke regnes som gode eller dårlige i seg selv, det må ses i sammenheng med målet for læringen (Herheim & Johnsen-Høines, 2016)

Det tredje nivået, refleksiv kommunikasjon, har til felles med medvirkende kommunikasjon at elevene også her deler egne ideer, løsninger og strategier med andre elever og lærere. Derimot vil man i refleksiv kommunikasjon i større grad legge til rette for elevenes matematiske forståelse ved at man utnytter seg av delingen av ideer, løsninger og strategier som et springbrett for å kunne utvikle en faglig dybde ved å diskutere, utfordre og reflektere (Brendefur, 2000;Drageset, 2014). Kommunikasjonen går fra å være styrt av læreren til at elevene tar en større del av diskusjonen. Motsetning til de to første nivåene vil ikke læreren lenger vurdere hva som er rett og galt, men heller legge til rette for matematisk argumentasjon ved å rette elevene mot hverandre eller delta i samtalen på lik linje som elevene (Brendefur & Frykholm, 2000).

Det øverste nivået til Brendefur og Frykholm (2000) er rik kommunikasjon. Dette kommunikasjonsmønstret innebærer mer enn bare interaksjonen mellom lærer og elev, da formålet er å skape en dypere forståelse av matematikk hos elevene. Læreren sin rolle er å bidra til å trekke faglige sammenhenger og koblinger sammen med elevene (Brendefur & Frykholm, 2000). Drageset påpeker at «eit slik mønster krev aktive og utforskande elevar og lærarar som utfordrar og spør meir enn dei forklarar og definerer» (Drageset, 2016, s. 171), og et slikt kommunikasjonsmønster kan derfor argumenteres for å svare til en undersøkende undervisningsform. Rik kommunikasjon kan videre gi læreren innsikt i elevenes tankeprosesser, styrker og svakheter (Brendefur & Frykholm, 2000). Det kan dermed legge til rette for formativ vurdering, som vi kommer nærmere inn på i kapittel 2.3. Som nevnt tidligere er kommunikasjon komplekst, og Drageset (2016) hevder at man også med refleksiv og rik kommunikasjonsmønstre kan argumentere for fordeler og ulemper. En klar styrke ved mønstrene er at elevene inkluderes i stor grad i læringsprosessen, men en utfordring kan være at læreren kan trekke seg for mye tilbake (Drageset, 2016). Stein, Engle, Smith og Hughes (2008) viser til at når læreren tar en tilbaketrukken rolle kan det føre til lite fremdrift og ineffektive matematiske samtaler.

2.3.4 Samtalegrep

En deduktiv tilnærming til undervisning vil man kunne plassere innenfor ensrettet og medvirkende kommunikasjon, da det som kjennetegner denne tilnærmingen er at læreren er den intellektuelle autoriteten i klasserommet. (Wood, 1998) definerer to alternative kommunikasjonsmønster til en slik tradisjonell kommunikasjon, *funnel patterns* og *focusing patterns*, eller på norsk trakt-mønster og fokuserende mønster. Todelingen tar for seg to ulike tilnærminger læreren kan ha til den matematiske samtalen med henholdsvis to ulike utfall. Trakt mønstret handler om at læreren guider elevene gjennom prosedyrer, og fører til at elevenes respons dreier seg om hva de tror læreren er ute etter. Elevene gis liten mulighet for deltagelse, og det fører til at det er læreren som overfører sin kunnskap til elevene. I fokuserende mønster retter læreren samtalen mot elevene og deres matematiske tanker heller enn overføring av kunnskap. Læreren forsøker å forstå elevenes resonnement og forklaringer, og kommuniserer derfor på den måten at elevens innspill er verdifulle (Wood, 1998). Et slikt utfall vil i større grad samsvare med det Alrø og Skovsmose (2004) betegner som dialogisk læring, og kan dermed knyttes opp mot en induktiv tilnærming til undervisning. Induktiv tilnærming kan ses i sammenheng med refleksiv- og rik kommunikasjon i Brendefur og Frykholm (2000) sitt hierarki. Kommunikasjon i matematikk kan derfor kunne speile den tilnærmingen læreren har til undervisningen.

Når vi videre skal presentere teori knyttet til matematisk kommunikasjon, er det på bakgrunn av en litteraturgjennomgang der vi har identifisert ofte brukte *samtalegrep*. Teori om matematisk kommunikasjon tar for seg mange ulike innfallsvinkler læreren kan ha til den matematiske samtalen. Chapin, O´Connor og Anderson (2009), Kazemi og Hintz (2019) bruker termen samtaletrekk, Drageset (2014;2016) beskriver det som grep læreren gjør, Skovsmose og Alrø (2004) snakker om undersøkelseslandskapet og ser på dialogen i matematikk ved å kategorisere dialogiske samhandlinger, og Smith og Stein (2011) identifiserer fem ulike steg for planlegging av den matematiske samtalen. Felles for de teoretiske perspektivene på kommunikasjon i matematikk er at alle beskriver hvilke grep læreren ubevist eller bevist gjør i den matematiske samtalen med elevene. Samtalegrep kan derfor med bakgrunn i teoretisk og empirisk matematikkdidaktisk litteratur defineres som grep, trekk, tiltak og kjennetegn læreren kan benytte seg av i kommunikasjon med elever i klasserommet. Denne beskrivelsen vil være vårt utgangspunkt når videre benytter oss av samtalegrep som teoretisk utgangspunkt i teorien og analysen.

Grep læreren gjør i den matematiske samtalen

Drageset (2014) har utviklet et rammeverk som tar for seg ulike grep læreren kan ta i en matematisk samtale, og har blant annet knyttet disse grepene opp mot hvem som er den intellektuelle autoriteten i samtalen og mot Woods to alternative kommunikasjonsmønstre. I modellen nedenfor ser vi Drageset sine grep helt til venstre, *redirecting actions*, *progressing actions* og *focusing actions*. I tredje kolonne finner vi de konkrete grepene som hører til hver kategori, og videre hvordan disse kan ses i sammenheng med hvem som er den intellektuelle autoriteten og hvilke kommunikasjonsmønstre disse kan plasseres innenfor.

(Drageset, 2014, s. 299)

Redirecting actions		Put aside	Implicit and explicit corrections	Challenge students	Teacher is the intellectual authority	Funneling	IRE
		Advising new strategy					
		Correcting questions	Corrections				
Progressing actions		Demonstration	Make details explicit				
		Simplification	Hint—Topaze effect				
		Closed progress details	Guided algorithmic reasoning				
		Open progress details		Access to student thinking	Student is the intellectual authority		
Focusing actions	Requests for student input	Enlighten details	Make details explicit			Focusing	
		Justification	Make details explicit—identify—encourage reasoning				
		Apply to similar problems					
		Request assessment from other students					
	Pointing out	Recap	Make details explicit		Teacher is the intellectual authority		
		Notice	Make details explicit	Reminding students			

Tabell 2: Dragesets kommunikasjonskategorier sett i sammenheng med annen teori

Den første kategorien i Drageset (2014) sitt rammeverk er *redirecting actions*, eller på norsk *retningsforandring*. Grepene innenfor denne kategorien har som hensikt å endre retningen til elevene når de er på feil spor eller har valgt feil strategi enten ved å *avvise*, *foreslå en ny strategi* eller stille *korrigerende spørsmål.* Kategorien avvise handler om at læreren avviser elevenes forslag enten verbalt eller ved å overse forslaget. Neste kategori handler om å aktivt be elevene prøve noe annet ved å foreslå en ny strategi. Læreren kan også endre elevenes retning ved å stille korrigerende spørsmål, i form av først å akseptere forslaget for så og spørre etter en annen måte å løse på; «ja det kan du gjøre, men hva om du prøver..?» (Drageset, 2016).

Drageset (2014) beskriver videre hvordan læreren kan tilnærme seg den matematiske samtalen ved å benytte seg av grep innenfor kategorien *framdrift*. To måter læreren kan få elevene videre i løsningsprosessen er ved å *demonstrere* eller *forenkle*. Demonstrere handler om å demonstrere flere steg ved eller hele løsningsprosessen. Læreren kan i noe grad involvere elevene i samtalen gjennom å spørre om elevene er enige eller har forstått lærerens utsagn, men preges i stor gard av at læreren prater. Forenkling innebærer at læreren gjennom å gi hint, legge til eller forandre informasjon, eller fortelle eleven hva som må til for å løse oppgaven, forenkler oppgaven for elevene (Drageset, 2014). En annen nyanse av samtalegrepet forenkling er det Henning m.fl. (2012) presenterer som *hint*, som handler om å gi elevene tips og hint som leder de mot en bestemt løsning eller løsningsstrategi. I tillegg til å demonstrere, forenkle og gi hint kan læreren ifølge Drageset (2014) lede elevene videre i løsningsprosessen ved å stille *lukkede spørsmål* som retter seg mot å finne løsningen på problemet. Når læreren ved bruk av de ulike samtalegrepene gir hint og forenkler oppgaven for å få et ønsket svar av elevene, kan det sammenlignes med det som Brousseau og Balacheff (1997) kaller *Topaze-effekten*. En annen beskrivelse av slik form for veiledning kan også knyttes til det Lithner (2008) kaller for *Guided algorithmic reasoning (GAR),* som omhandler at læreren stiller elevene stegvise spørsmål gjennom løsningsprosessen slik at de til slutt får et riktig svar. Matematiske samtaler som har til hensikt å få elevene videre i løsningsprosessen kan ifølge Drageset (2014) kategoriseres innenfor *funneling patterns*. Slike samtaler vil preges av at læreren er autoriteten i det intellektuelle arbeidet.

I likhet med grepene læreren gjør for å få fremgang i de matematiske prosessene, vil grepene læreren gjør for å tydeliggjøre matematiske sammenhenger også preges av at læreren tar ansvaret for det intellektuelle arbeidet. Grepene Drageset (2014) knytter opp mot denne kategorien, er *oppsummere* og *påpeke viktige detaljer*.

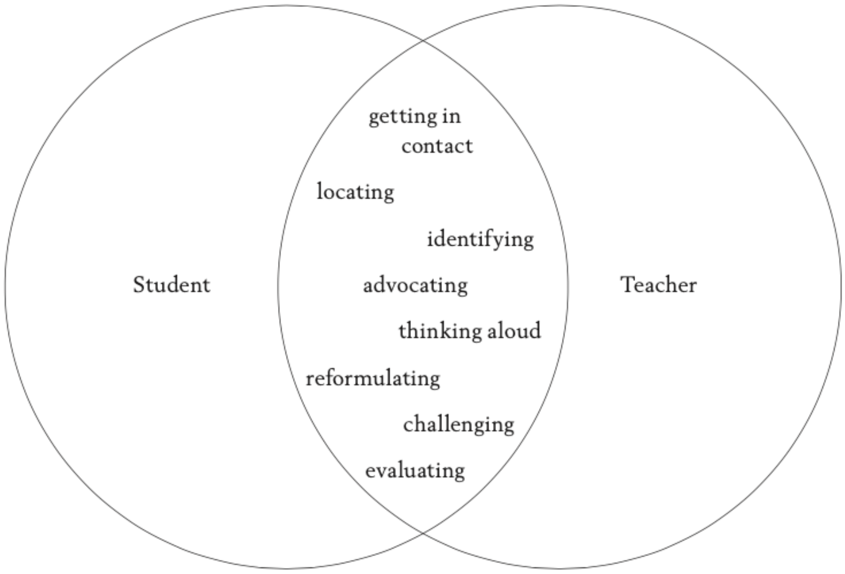
Oppsummering innebærer ifølge Drageset (2014) at læreren trekker sammen informasjon, tydeliggjør og påpeker hva som er viktig ved elevforklaringer. Læreren kan også benytte seg av grepet oppsummere for å gjenfortelle elevenes forklaringer, for eksempel ved å forandre eller legge til vesentlig informasjon. Videre kan læreren minne elevene på viktig informasjon ved å stoppe opp i løsningsprosessen for å påpeke viktige detaljer. Grepet kan benyttes for å legge til ny informasjon for å tydeliggjøre eller minne elevene på ting de allerede har funnet ut tidligere i prosessen. Hensikten vil være å påpeke hva elevene må tenke på videre i løsningsprosessen eller hva de bør ta med seg fra det matematiske arbeidet (Drageset, 2014). I Rowland, Huckstep og Thwaites (2005) sin kunnskapskvartett presenteres grepet *connection. Connection*, eller *koble sammen,* omhandler de situasjoner hvor læreren klarer å fremheve sammenhenger i undervisningen. For eksempel kan det være hvordan læreren fremhever sammenhenger mellom matematiske prosedyrer, begreper og avgjørelser om rekkefølger (Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2004). Koble sammen kan derfor ses i sammenheng med grep læreren gjør for å tydeliggjøre prinsipper og sammenhenger ved elevenes forklaringer.

Videre innenfor de grepene Drageset (2014) kobler opp mot trakt-mønstret, finner vi *open progress details*, som kan oversettes til åpne spørsmål. Åpne spørsmål eller «hvordan-spørsmål», er typiske spørsmål læreren stiller for å få elevene til å reflektere over hvordan man skal gå frem i løsningsprosessen (Drageset, 2014). Slike spørsmål har også ifølge Drageset (2014) hensikt å få elevene videre i det undersøkende arbeidet, men til motsetning fra grepene lukkede spørsmål, hint og forenkling forsøker ikke læreren å peke ut en bestemt retning for elevene. Istedenfor vil målet med en slik kommunikasjon være å få tilgang til elevenes tenkning (Drageset, 2014).

Drageset (2014) redegjør i rammeverket sitt for flere grep som har til hensikt å få elevene til å forklare, begrunne, anvende eller vurdere egne løsninger, som til sammen danner kategorien *focusing actions*. I denne kategorien finner vi grepene: *belyse detaljer*, *begrunne, anvende* og *be elevene om å vurdere*. Grepet belyse detaljer handler om å be elevene beskrive i detalj hva de har gjort, hva de har tenkt og hva svaret eller begrepet betyr. Hensikten er å få elevene til å stoppe opp og forklare sin tenkning (Drageset, 2016). Boaler og Brodie (2004) beskriver også de situasjoner læreren ber elevene å formulere, utdype og oppklare sine matematiske ideer, og benevner dette som *forklare sin tenkning*. Videre innenfor fokuserende grep finner vi begrunne. Begrunne innebærer at læreren stiller spørsmål som retter seg mot hvorfor elevene mener løsningen/metoden er riktig. Grepet handler om å utfordre elevene ved å be de bruke det de har funnet ut på nye, lignende problemer (Drageset, 2014). Til sist i rammeverket til Drageset (2014) er grepet «be elevene om å vurdere». Grepet dreier som å be elevene vurdere hverandres forslag, og kan ha som hensikt å sjekke om elevene følger med eller evner å følge hverandres resonnement (Drageset, 2014).

Dialogiske samhandlinger

Alrø og Skovsmose (2004) hevder at den undersøkende prosessen til elevene kan ses på som en prosess der elevene lærer gjennom handling og snakking, og bruker termen dialogisk læring om dette. De beskriver dialog som undersøkende, risikovillig og uforutsigbar, i tillegg baserer den seg på likeverdighet mellom partene. Dialog kan ifølge dem legge til rette for en dypere innsikt i matematikk da det blant annet gir elevene (og læreren) mulighet til å diskutere, undersøke, argumentere, lytte og utdype (Alrø & Skovsmose, 2004). Alrø og Skovsmose (2002) definerer en rekke dialogiske handlinger som kan observeres mellom lærer-elev eller elev-elev i undersøkende prosesser: *kontakte, oppdage, identifisere, advokere, tenke høyt, omformulere, utfordre og evaluere.* Grepene danner til sammen IC-modellen; inquiry co-operation model (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 47):



Figur 2: IC-modellen

Den første kategorien er kontakte. Å komme i kontakt handler om å være til stede i dialogen gjennom blant annet bekrefte og støtte hverandre, stille undersøkende spørsmål, legge til rette for deltakelse og bruke humor i samtalen. I tillegg handler det om etablere en positiv relasjon mellom deltakerne, respektere hverandres deltagelse og lytte aktivt (Alrø & Skovsmose, 2004). Videre i IC-modellen finner vi samhandlingen *oppdage*. Å oppdage innebærer å gi hverandre muligheten til å spørre og undre, stille «testende spørsmål» og «check-spørsmål». Det innebærer også å utforske og prøve ut, samt stille hypotetiske «hva-om-spørsmål» (Alrø & Skovsmose, 2004). Oppdagelsesprosessen legger videre til rette for å forstå hva man faktisk har oppdaget, å *identifisere*. En måte å gjøre dette på er gjennom å stille «hvorfor-spørsmål», og kan dermed knyttes til grepene belyse detaljer og begrunne i Drageset sitt rammeverk.

Den neste dialogiske samhandlingen i modellen er *advokere*. Det handler om å etablere i felleskapet hva man alt kan og vet. "Advocating has to do with examining proposals, ideas and subject by suspending fixed ideas and perspectives through collective reflections" (Alrø & Skovsmose, 2004, s. 57). Ifølge Alrø og Skovsmose handler advokere om å etablere eksiterende kunnskap, samtidig reflektere over denne kunnskapen i felleskap. Neste kategori i modellen er *tenke høyt*. Kategorien tar for seg de dialogiske samhandlingene som dreier seg om å uttrykke ideer, tanker og følelser knyttet til den undersøkende prosessen. Videre i modellen finner vi *omformulere*. Omformulere handler om å gjenta det som blir sagt eller fullføre hverandres resonnement og tanker (Alrø & Skovsmose, 2004).

Det syvende punktet i IC-modellen er *utfordre*. Å utfordre innebærer at læreren gir utfordring til elevene form av for eksempel stille spørsmål ved elevenes matematiske tanker. Det er vesentlig at læreren justerer utfordringen til elevenes forutsetninger og nivå. Her må også læreren være forberedt på å bli utfordret tilbake av elevene i form av spørsmål eller et matematisk problem (Alrø & Skovsmose, 2004) Til sist i IC-modellen finner vi *evaluere*. Evaluere innebærer at lærer-elev eller elev-elev evaluerer om de har sett på det matematiske problemet med samme synspunkt og om de har prøvd å løse problemet på samme måte (Alrø & Skovmose, 2004).

Samtaletrekk

Chapin, O´Connor og Anderson (2009) presenterer i sin teori *«five productive talk moves»*. Samtaletrekkene har som hensikt å oppfylle målet om å støtte matematisk tenkning og læring, og de presenterer det som et verktøy for å planlegge den matematiske samtalen og utvikle undervisningspraksisen, ikke som et verktøy for å beskrive alle samtaletrekk en finner i et klasserom. De fem samtaletrekkene de presenter er *gjenta (revoicing), repetere (repeat), resonnere (reasoning), tilføye (adding on)* og *tenketid (waiting).* Videre beskriver de at hvert trekk har hver sin hensikt og kan fungere som en base for læreren for å få til gode, matematiske samtaler.

Det første trekket, gjenta, handler om å gjenta deler av eller hele elevens forklaring eller resonnement, og videre be om bekreftelse fra eleven om tolkningen er korrekt. Trekket brukes med hensikt i å forstå eller tydeliggjøre elevens egen forklaring (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009). Gjenta kan ses i sammenheng med omformulering, som også dreier seg om å gjenta forklaringer som er gitt. Det neste trekket til Chapin med flere er repetere. Repetere kan også ses i sammenheng med grepet omformulere, men forskjellen er at det har som hensikt å få elevene til å gjenta hverandres forklaringer. Ifølge Chapin med flere (2009) kan repetere benyttes av læreren for å be elevene gjenta eller omformulere en annens elev utsagn. En annen hensikt med samtaletrekket repetere er at læreren selv gjentar viktige aspekter med en matematisk idé for å få elevene til å stoppe opp og tenke. Trekket har flere fordeler som for eksempel 1) å repetere forklaringer ovenfor hele klassen, noe som gir elevene mer tid til å prosessere forklaringen som er gitt, 2) gi læreren bekreftelse på at resten av elevgruppen har hørt og forstått den aktuelle elevens forklaring, 3) bekrefte overfor eleven som har gitt forklaringen at hen sine ideer og tanker blir tatt på alvor (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009).

Det tredje trekket Chapin med flere presenterer er resonnere. Resonnere handler om at læreren retter elevene mot hverandre ved å be de evaluere hverandres resonnement. Læreren kan gjøre dette ved å stille spørsmål om elevene er enig/uenig i hverandres forklaringer, og videre be de begrunne hvorfor. Hensikten er å fremme konstruktive diskusjoner gjennom å be elevene forklare, begrunne og sammenligne egne ideer med hverandre (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009). Trekket kan knyttes opp mot flere grep presentert tidligere; *begrunne, forklare sin tenkning* og *evaluere* som har som hensikt å enten be om begrunnelse eller å evaluere matematiske ideer. Sammenlignet med de tre nevnte grepene kan repetere i større grad legge til rette for elev-elev kommunikasjon, da læreren ved å benytte seg av dette trekket retter elevene mot hverandre.

Det neste trekket til Chapin med flere tilføye, handler om å spørre etter tilføyinger til forklaringen fra elevene selv eller medelevene. Hensikten er å involvere elevene i hverandres forklaringer (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009). Det siste trekket er tenketid, og er det motsatte av snakk – nemlig stillhet. Stillhet vil være nyttig i to tilfeller: etter læreren har stilt et spørsmål og underveis i elevforklaringen. Hensikten med stillhet er at det gir elevene tid til å tenke seg om før de svarer på spørsmål eller underveis i egne forklaringer (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009).

Kazemi og Hintz (2019) har i sin bok «målrettet samtale» bygd videre på rammeverket til Chapin med flere ved å legge til samtaletrekkene *snu og snakk* og *endre*. Snu og snakk handler om at læreren gir elevene mulighet til å dele og forklare ideene sine til hverandre/læringspartnere, samt gir elevene mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres tanker og ideer (Kazemi & Hintz, 2019). Samtaletrekket endre handler om at læreren gir elevene muligheten til å endre egne tanker om de oppdager noe nytt ved for eksempel å spørre «har noen endret måten de tenkte på?» eller «vil du endre måten du tenkte på?» (Kazemi & Hintz, 2019).

Five Practices

Smith og Stein (2011, s. VII) har utviklet rammeverket *five practices,* som er et verktøy for å organisere produktive matematiske samtaler. I likhet med Chapin med flere sine samtaletrekk, er *five practices* ment for å utvikle undervisningspraksisen. Målet er at læreren skal planlegge og organisere den matematiske samtalen gjennom fem steg: *anta, observere*, *velge ut, planlegge* og *påpeke sammenhenger*. Målet er at dette skal utvikle elevenes matematiske forståelse gjennom elevaktiv kommunikasjon (Smith & Stein, 2011, s. 7)

Anta – mulige elevsvar;
Observere – elevenes faktiske svar;
Velge ut – bestemte elever som skal dele arbeidet under klasseromssamtalen;
Planlegge – hvilken rekkefølge elevsvarene skal deles;
Påpeke detaljer – i de ulike elevsvarene og koble sammen med viktige matematiske ideer.

Figur 3: Five Practices

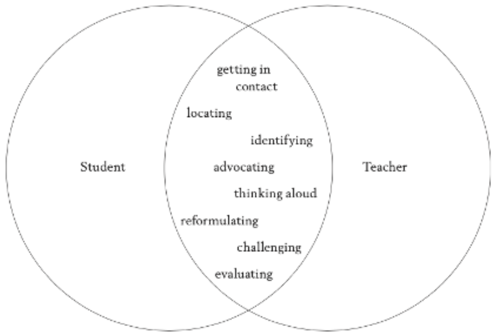
Det første steget i *five practices* handler om at læreren i forkant av undervisningsøkten skal forutse hvilke mulige svar elevene kan gi på gitt utfordring. Det handler om å vurdere oppgavens vanskelighetsgrad, hvilke strategier elevene kan komme til å bruke og hvordan disse strategiene passer med det matematiske målet og prosedyrer elevene skal/bør lære (Smith & Stein, 2011). Videre skal læreren observere elevenes matematiske tenkning og løsningsstrategier underveis i arbeidet. Her kan læreren benytte anledningen til å stille spørsmål som gjør elevenes tenkning synlig, påvirke kommunikasjon mellom elevene og deres tilstedeværelse i oppgaveløsningen (Smith & Stein, 2011, s. 11). Lærerens støttende rolle kan knyttes opp mot Drageset sine grep begrunne og åpne spørsmål, Alrø og Skovsmose sine samhandlinger kontakte, oppdage og identifisere, og i tillegg samtlige av Chapin med flere sine samtaletrekk.

Observasjon vil ifølge Smith og Stein (2011, s. 11) danne videre grunnlag for å velge ut hvem som skal dele arbeidet sitt i felles klassesamtale. Det tredje steget velge ut, henger tett sammen med det fjerde steg, planlegge. Her skal læreren planlegge hvilken rekkefølge det er mest hensiktsmessig at løsningsstrategiene til elevene deles. Avslutningsvis kan læreren bruke elevsvarene til å skape en sammenheng mellom de ulike løsningsstrategiene og det matematiske målet (Smith & Stein, 2011, s. 11)

2.4 Konseptuelt rammeverk

Lester (2005) definerer rammeverk som grunnleggende strukturer av ideer som er beskrivende for fenomener som skal undersøkes. Margaret Eisenhart (1991) har definert ulike typer rammeverk man kan benytte seg av i forskning: teoretisk, praktisk og konseptuelt. Videre definerer hun konseptuelt rammeverk som en struktur for å rettferdiggjøre forskning, framfor å forklare det. I vårt forskningsprosjekt har vi tatt i bruk et konseptuelt rammeverk.

Konseptuelt rammeverk gir oss mulighet til å velge ut relevant teori og tidligere forskning som er hensiktsmessig for mulige funn i studien (Lester, 2005). Tabell 3 viser vårt totale rammeverk som er en syntese av teorier satt sammen for å passe vårt formål med studien. I rammeverket nedenfor presenterer vi ulike teoretiske perspektiver på samtalegrep som tar utgangspunkt i de handlingene læreren gjør i samtale med elevene:

Retningsendring, framdrift og fokusering (Drageset, 2014)	**IC-modellen** (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 47)
Retningsendring Avvise Korrigerende spørsmål Foreslå ny strategi **Framdrift** Demonstrere Forenkle Lukket framdrift (lukkede spm.) Åpen fremdrift (åpne spm.) **Fokusering** Belyse detaljer Begrunne Anvende Be elevene vurdere Poengtere Oppsummere	
Samtaletrekk (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009;Kazemi & Hintz, 2019)	**Five Practices** (Smith & Stein, 2011)
Gjenta – «Så du sier..» **Repetere –** «Kan du gjenta hva han/hun sa med sine egne ord?» **Resonnere –** «Er du enig eller ikke, og hvorfor?» «Hvorfor virker dette riktig?» **Tilføye –** «Vil noen legge til noe her?» **Tenketid –** «Ta den tiden du trenger» **Snu og snakk –** «Snu og snakk med læringspartneren din» **Endre –** «Har du endret måten de tenkte på?» «Vil du endre på måten du tenkte på?»	**Anta –** mulige elevsvar; **Observere –** elevenes faktiske svar; **Velge ut –** bestemte elever som skal dele arbeidet under klasseromssamtalen; **Planlegge –** hvilken rekkefølge elevsvarene skal deles; **Påpeke detaljer –** i de ulike elevsvarene og koble sammen med viktige matematiske ideer

Tabell 3: Konseptuelt rammeverk

Dette rammeverket vil være bakgrunn for vår kvalitative analyse av kommunikasjon mellom lærer og elev i undersøkende matematikkundervisning. Utvelgelsen og struktureringen av de teoretiske begrepene og modellene kan hjelpe oss å forstå og forklare datamaterialet vårt. Det konseptuelle rammeverket blir bakgrunnen for kategorisering og klassifisering av utsagnene som forekommer i interaksjonssegmentene mellom lærer og elev. Dette vil vi videre beskrive i kapittel 3.5 der vi vil forklare i detalj hvordan vi har gjennomført vår dataanalyse.

2.5 Formativ vurdering

Ifølge William (2007) er en sentral del av lærerrollen i skolen å gi elevene ny kompetanse, ferdigheter og kunnskap, hvor vurdering er en nøkkelfaktor for å oppnå nettopp dette. Vurdering kan sees på som en prosess som skal gi læreren innsyn i hvilken kompetanse eleven allerede har og hvordan læreren videre kan veilede eleven for å oppnå ønsket mål (Wiliam, 2007). Det finnes flere ulike former for vurdering. Slik William (2007) poengterer er at ulike formål med vurdering vil legge til grunn for ulike vurderingsformer. William deler vurdering i tre hoveddeler;

(1) Formativ vurdering; vurdering som skal fremme støtte i læringsprosessen

(2) Summativ vurdering; bevis på elevenes prestasjon eller potensial

(3) Evaluerende vurdering; vurdering som skal fortelle oss noe om kvaliteten på undervisning eller skolen

I fagfornyelsen er underveisvurdering et sentralt emne etter hvert årstrinn. Eksempelvis står det etter 7.trinn at underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i matematikk. Elevene viser og utvikler kompetanse når de får mulighet til å utforske og reflektere over matematiske sammenhenger, samt bruke faglige begreper i kommunikasjonen (Utdanningsdirektoratet, 2020). Læreren skal legge til rette for at elevene får sette ord på sine erfaringer, og på den måten skal læreren gi veiledning om videre læring og tilpasse veiledningen slik at elevene kan utvikle sin kompetanse i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020). Med andre ord skal matematikklæreren legge opp til en vurdering som støtter elevene underveis i læringsprosessen, slik Wiliam (2007) definerer som formativ vurdering.

Heritage (2007) definerer formativ vurdering som en systematisk prosess hvor elevene samhandler med læreren, deler erfaringer om hvordan læringsprosessen oppleves og om hvordan de skal benytte seg av erfaringene videre. Cowie og Bell (1999) påpeker også at formativ vurdering er en prosess mellom lærer og elev. De beskriver formativ vurdering som en vurdering hvor læreren får innsikt i elevenes læring underveis i prosessen. Heritage (2007) omtaler dette som å identifisere den proksimale utviklingssonen, og knytter det mot Vygotskys læringsteori. Begge påpeker at denne prosessen vil gi læreren innsikt i elevens forståelse og læring, og da videre utgangspunkt for å støtte og veilede elevene videre i læringsprosessen. Definisjonen til både Heritage (2007) og Cowie og Bell (1999) samsvarer med det Ramaprasad (1983) definerer som tre nøkkelfaktorer i læring og undervisning; (1) vite hvor elevene er i læringsprosessen, og deretter (2) finne ut hvor elevene videre skal gå i læringsprosessen, og til slutt (3) hva som trengs for å få elevene til ønsket læringsmål. Formativ vurdering er en form for vurdering som støtter læringsprosessen til elevene mot ønsket mål. Lærerens rolle blir å legge til rette for kommunikasjon og aktivitet som fremmer og synliggjør elevenes tanker, erfaringer og læring underveis i prosessen.

Schoenfeld med flere (2014) har utviklet et analyseskjema som tar for seg viktige dimensjoner i et klasserom; TRU Math (Teaching for Robust Understanding of Mathematics). Skjemaet kan brukes som et verktøy til å «måle» klasseromsaktiviteten og i hvor stor grad undervisningen klarer å fremme gode, matematiske tenkere. Blant annet tar de for seg bruken av vurdering i matematikkundervisning. Schoenfeld med flere (2014) tar for seg tre ulike nivåer for bruk av vurdering:

(1) Elevbidragene blir ikke fulgt opp. Læreren tar styring og gir korrigerende tilbakemeldinger eller bekreftelse.
(2) Elevene deler sine tanker, men læreren benytter seg ikke av elevbidragene eller utfordringene som elevene beskriver til videre læring
(3) Elevene deler sine tanker, og læreren bruker elevbidragene til å bygge videre på allerede eksisterende kunnskap. Læreren oppdager da elevenes misoppfatninger og tar tak i disse for videre læringsprogresjon.

Ifølge Schoenfeld med flere (2014) vil vurdering som skjer underveis og som er en integrert del av undervisningen være positivt for elevenes læring. Når elevene deler sine erfaringer, tanker og refleksjoner gir det mulighet for læreren til å benytte seg av elevenes utsagn i undervisningen. Elevenes utsagn kan bli brukt som utgangspunkt i felles diskusjoner og læreren kan få en dypere innsikt i elevenes læringsprosess. Innsikten kan gi læreren grunnlag for planlegging av videre læring, både for elever individuelt og som hel-klasse (Schoenfeld et. al, 2014). Formativ vurdering kan derfor bidra til å forme lærerens planlegging av undervisning og klasseromsaktiviteten (Webb & Romberg, 1992). Hensikten med formativ vurdering vil derfor være å få innsikt i elevenes læring og videre danne grunnlag for læringsprosessen.

Bennett (2011) poengterer viktigheten av læreren har tilstrekkelig kunnskap og kompetanse innenfor sitt fagfelt for å kunne benytte seg av formativ vurdering på en effektiv og god måte. Lærerens kunnskap er også noe Heritage (2007) påpeker er vesentlig for å oppnå hensikten med formativ vurdering. Å drive formativ vurdering i praksis kan være utfordrende da kommunikasjonen i klasserommet ofte er spontan og lite forutseende. Black og William (2009) påpeker hvordan læreren ofte får liten tid til reflektering av gode svar eller spørsmål i en spontan situasjon i klasserommet. En typisk situasjon som kan oppstå i klasserommet er hvis eleven har en misoppfatning av gitt oppgave eller bruker feil strategi. Det vil være en situasjon som gir læreren rom for å gi tilbakemelding til eleven, men forutsetter at læreren selv sitter på kunnskapen om elevens tanker, hva er det eleven har misforstått og hvordan kan eleven videre arbeide med oppgaven (Black & Wiliam, 2009).

En god, effektiv formativ vurdering vil derfor stille krav til lærerens kunnskap. Kunnskap om elevene og hvor de står i læringsprosessen, fagkunnskap for å være i stand til å forstå hva elevenes misoppfatninger og hvordan læreren kan hjelpe elevene videre faglig, hvordan man på best mulig måte kan veilede elevene tilpasset nivå, og ikke minst hvordan læreren velger å kommunisere med elevene i undervisningen for å oppnå ønsket mål. Det er derfor tidkrevende å utvikle formativ vurdering som en integrert del av undervisningshverdagen. Selv om det er en komplekst og tidkrevende oppgave, kan det argumenteres for at hensikten med å drive formativ vurdering svært vesentlig for å utvikle gode, reflekterte matematiske tenkere.

3 Metode

I dette kapittelet vil vi presentere de metodiske valgene vi har gjort i forbindelse med vårt forskningsprosjekt, hvordan vi har valgt ut og bearbeidet datamaterialet, etiske betraktninger vi har tatt og drøfte studiets kvalitet. Først vil vi presentere hvilket vitenskapelig ståsted forskningsprosjektet vårt havner inn under, og valg knyttet til forskningsdesign. Deretter begrunne vårt utvalg og beskrive datainnsamlings- og analysemetodene vi har benyttet oss av. Til slutt vil drøfte studiens reliabilitet og validitet, samt redegjøre for hvilke etiske betraktninger vi har gjort knyttet til vår studie.

3.1 Vitenskapssyn

Slik det kommer frem av vår problemstilling: *hvordan kan lærerens kommunikasjon med elevene påvirke elevaktiviteten i undersøkende undervisning?* er målet med vårt forskningsprosjekt å få en dypere forståelse av hvordan kommunikasjon mellom lærer og elev foregår. For å undersøke problemstillingen nærmere har vi valgt å observere kommunikasjon mellom lærer-elev i lærerplanlangt undersøkende matematikkundervisning.

Postholm og Jacobsen (2018) beskriver kvalitative datainnsamlingsmetoder som metoder for «å beskrive og forstå menneskers handlinger og meningsskaping i deres naturlige kontekst» (Postholm og Jacobsen, 2018, s. 113). Thagaard (2018, s. 15) beskriver videre at man ved bruk av kvalitative metoder «søker en forståelse av sosiale fenomener, enten ved en nær kontakt med deltakere i felten eller observasjon, eller ved analyser av tekster og visuelle uttrykksformer». Ifølge Merriam (2002) kan man forstå kvalitativ forskning som sosialt konstruerte meninger om virkeligheten som stadig er i endring og utvikling, og Postholm og Jacobsen (2018) argumenterer for at kvalitative forskere nesten alltid kan definere seg innenfor et konstruktivistisk kunnskapssyn. Innenfor et konstruktivistisk kunnskapssyn vil forskere gjengi sin egen oppfatning av virkeligheten, og kunnskap om virkeligheten vil stadig utvikles gjennom kontinuerlig dialog og interaksjon med andre (Postholm og Jacobsen, 2018). Siden vi gjennom observasjon forsøker å få en grundigere og dypere forståelse av kommunikasjon i undersøkende undervisning, vil studiets metodiske tilnærming være kvalitativ. Ved å bruke observasjon som metode vil våre egne erfaringer og virkelighetsoppfatning spille en betydelig rolle i tolkningen av datamaterialet. Vårt forskningsprosjekt vil derfor være innenfor et konstruktivistisk kunnskapssyn.

3.2 Forskningsdesign

Innenfor kvalitativ forskning og et konstruktivistisk ståsted ønsker man å tolke og forstå virkeligheten. En egnet metode for å kunne få en avgrenset og rik forståelse av virkeligheten er casestudie (Postholm & Jacobsen, 2018). I casestudier retter forskeren oppmerksomheten sin mot et avgrenset område og ser nærmere på ett individ, flere individer eller en gruppe som befinner seg innenfor en tydelig definert kontekst (Postholm & Jacobsen, 2018). For å svare på vår problemstilling mener vi at enkelcasestudie er en egnet metode. Enkelcasestudie benyttes for å få forståelse av det som utspiller seg et bestemt sted i en spesiell kontekst (Postholm & Jacobsen, 2018). I vårt forskningsprosjekt vil casen være en klasse som gjennomfører en lærerplanlagt undersøkende undervisning. Siden vi ikke bare tar utgangspunkt i en enkel klasse, men tre ulike, vil vårt forskningsdesign plasseres innenfor det Yin (2018) beskriver som *fler-casestudier*. I fler-casestudier tar man først utgangspunkt i resultatene fra flere enkeltcaser, for så å gjøre en sammenligning av data på tvers av enkeltcasene*; en cross-case analyse* (Yin, 2018). Innenfor en fler-casestudie kan man enten se på flere caser ut fra flere ulike analyseenheter eller samme analyseenhet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Christoffersen og Johannessen (2012) definerer en analyseenhet som de avgrensende enhetene man skal studere. I vårt datamateriale vil enheten være de interaksjonene som oppstår mellom lærer-elev i lærerplanlagt undersøkende undervisning. Vårt forskningsdesign vil derfor være en fler-casestudie med en analyseenhet.

3.3 Utvalg

På bakgrunn av at vårt forskningsprosjekt tar utgangspunkt i undersøkende matematikkundervisning ble vi knyttet opp mot et allerede eksisterende forsknings- og utviklingsprosjekt ved universitetet i Tromsø; Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning (SUM). Tematikken i SUM er sammenheng i utdanning, og det undersøkes på tre nivåer: 1) sammenheng mellom matematikkdidaktisk forskning om undersøkende matematikk undervisning og matematikkundervisning i skolen, 2) sammenheng mellom læreres undervisningspraksis og deres forståelse for og oppfatning av utforskende matematikk og overganger i skoleløpet, og 3) sammenheng i matematikkundervisning mellom de strukturelle overgangene i skoleløpet. Målet er å integrere undersøkende undervisning fra barnehage til videregående skole for å bidra til elevenes læring og motivasjon i matematikkundervisning (Haavold & Blomhøj, 2019).

I forbindelse med SUM-prosjektet har vi samlet inn datamateriale fra undersøkende matematikkundervisning. Totalt har vi åtte forskjellige informanter fra barne-, ungdom- og videregående skole, hvor hver av informantene har gjennomført en lærerplanlagt undersøkende undervisning. Fra hver av disse undervisningsøktene er det gjort videoopptak med hodekamera. Totalt sett har vi rundt 50 timer med videomateriale fra lærerplanlagte undersøkende undervisningsøkter. Utfra dette datamaterialet har vi foretatt et *hensiktsmessig utvalg*. Hensiktsmessig utvalg, eller *purposive sample*, benyttes ifølge Cohen, Manion og Morrison (2007) i småskala studier og hensikten er å selektere utvalget ut fra bestemte kriterier. I vårt tilfelle for å få frem en variasjon og forskjellige tilnærminger til undersøkende matematikkundervisning. Utvalget vårt består av tre klasser fra ulike trinn i skoleløpet, med varierende rammer for det undersøkende arbeidet (klasseromsutforming, gruppestørrelser, undervisningsmaterialer etc.), ulike typer lærerplanlagte undersøkende oppgaver og skolene har forskjellig geografisk beliggenhet; både klasser fra distrikt- og bynære skoler.

3.3.1 Presentasjon av utvalget

I dette kapitlet vil vi gi en grundigere presentasjon av utvalget vårt. Utvalget består som sagt av tre ulike klasser som viser en variasjon av ulike tilnærminger til undersøkende matematikkundervisning. Beskrivelsen vil ta for seg den undersøkende oppgaven som ble gitt og rammene for undervisningen: antall elever, gruppestørrelser, arbeidsmiljø og strukturen på undervisningen. For å bevare deltakernes anonymitet har vi benyttet oss av pseudonymer der det er nødvendig med gjengivelse av navn. Vi har også valgt å ikke presisere klassenes geografiske beliggenhet eller gjengi den nøyaktige klassestørrelsen.

Klasse 1

Klasse 1 er en klasse på mellomtrinnet fra en barneskole i en by. Klassen består av 20 elever med en mannlig lærer på rundt 40 år.

Oppgaven som ble gitt i denne klassen var følgende: *Eplehuset, Komplett og Elkjøp har kommet med tilbud på den nye iPhone 12 pro. På grunn av koronasituasjonen har leveringen blitt utsatt, men lagrene er nå endelig fulle. Komplett har tilbud på iPhone 12 pro til 12500 kroner, men hvis du forhåndsbestiller den nå får du 28% rabatt. Hos Elkjøp koster iPhone 12 pro 12400 kroner, men hvis du forhåndsbestiller får du en rabatt på* $\frac{2}{8}$ *av prisen. Det siste tilbudet er fra Eplehuset hvor du får en Apple watch til 3999 kroner hvis du forhåndsbestiller iPhone 12 pro. Prisen på denne pakken er 13000 kroner. Hvilke av tilbudene vil dere velge?*

I iscenesettelsesfasen brukte læreren først 15-20 minutter på gjennomgang av sentrale begreper før oppgaven ble gitt. Utførelsen foregikk ved at elevene plasserte stolene sine i en halvsirkel midt i klasserommet. Elevene fikk utdelt hver sin mini-whiteboard og tusj som utstyr for å gi svar på lærerens innledende spørsmål, som vi har valgt å kalle *oppvarmingsspørsmål*. Oppvarmingsspørsmålene dreide seg om prosent, brøk og desimaltall, og sammenhengen mellom disse. For eksempel spurte læreren om elevene kunne skrive 20% som brøk, og elevene svarte ved å skrive på tavlen sin. Etter endt gjennomgang av begreper og oppgavetekst jobbet elevene med oppgaven i grupper på 4 og 4. Flertallet av gruppene arbeidet med oppgavene på et felles klasserom og en gruppe satt på grupperom tilknyttet klasserommet. Omtrent halvveis i det undersøkende arbeidet samlet læreren elevene tilbake i halvsirkelen og hadde en felles oppsummering av elevenes løsningsforslag. Hensikten til læreren var å orientere seg om hva elevene hadde gjort og forstått. Etter gjennomgangen fortsatte elevene det undersøkende arbeidet i gruppene. Økten avsluttet med en ny, felles samling i halvsirkelen, hvor de ulike løsningsforslagene og -strategiene ble gjennomgått.

Figur 4: Felles gjennomgang i halvsirkelen

Klasse 2

Klasse 2 er en aldersblandet ungdomsskoleklasse fra by. Klassen består av 15 elever med en kvinnelig lærer på rundt 45 år. Oppgaven elevene skulle løse var følgende: *Synne har fått følgende beskjed fra moren sin en lørdag: I kveld skal du få en rektangelformet sjokolade med en omkrets på 24 ruter. Synne vil ha mest mulig sjokolade, så hvilken dimensjon bør Synne sin sjokolade ha?*

I oppstarten av den lærerplanlagte undersøkende undervisningen gjennomgikk læreren oppgaveteksten og sentrale begreper knyttet til oppgaven. Dette foregikk i en plenumsamtale mellom lærer og elever. Deretter fordelte elevene seg på ulike rom i grupper på tre og tre. Et par av gruppene valgte på eget initiativ å slå seg sammen slik at det ble to grupper på seks elever. I den undersøkende fasen hadde elevene tilgang til konkretiseringsmateriell i form av små, kvadratiske brikker. Læreren vandret imellom gruppene og veiledet elevene i den undersøkende fasen. Etter endt undersøkelsesfase samlet hele klassen seg på et rom for felles oppsummering av oppgaven hvor elevene i plenum presenterte fremgangsmåter og løsningsforslag.

Klasse 3

Den siste klassen i vårt utvalg, klasse 3, er en klasse fra en videregående skole i distriktet. Klassen består av 20 elever med en mannlig lærer i 30-årene. Oppgaven elevene fikk utdelt handlet om å oppdage mønstre og sammenhenger knyttet til translasjon av trigonometriske funksjoner.

I iscenesettelsesfasen brukte læreren rundt fem minutter på å introdusere oppgaven for elevene. Elevene fikk deretter utdelt et koordinatsystem med ulike funksjonsuttrykk. I den undersøkende fasen jobbet elevene i grupper på to og to – alle i et felles klasserom. Underveis i den undersøkende fasen fikk elevene utdelt tre sett med oppgaver. Når ett sett med oppgaver var arbeidet med, gjennomgikk læreren den aktuelle oppgaven med elevene i plenum før de fikk utdelt et nytt sett med oppgaver. De siste fem minuttene av undervisningsøkten hadde klassen en felles oppsummering av alle tre oppgavene og sammenhengen mellom disse.

3.4 Datainnsamlingsmetode

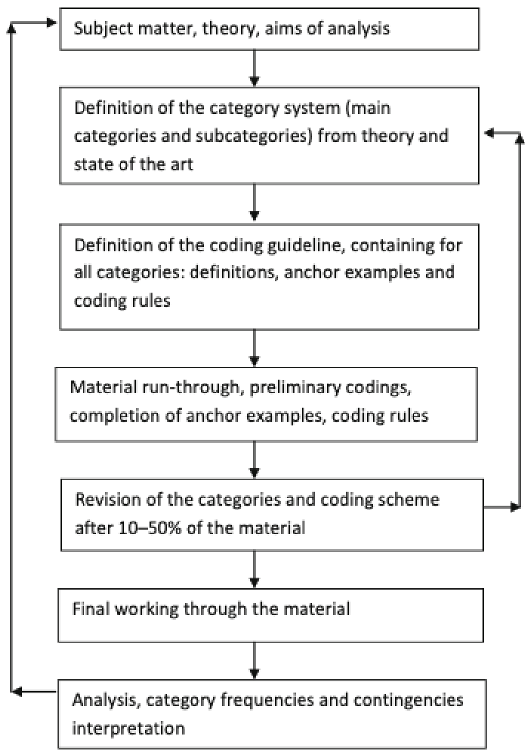
Observasjon er ifølge Thagaard (2018) egnet til å studere samhandling fordi det tillater oss som forskere å rette oppmerksomheten vår mot hvordan personer forholder seg til hverandre i sosiale situasjoner. Postholm og Jacobsen (2018) påpeker også hvordan observasjon kan benyttes for å fange opp menneskelig aktivitet i naturlige settinger. I vårt forskningsprosjekt har vi benyttet oss av videoobservasjon som datainnsamlingsmetode for å studere samhandling mellom lærer og elever i lærerplanlagt undersøkende matematikkundervisning. Videoobservasjon gir oss mulighet til å gjøre en grundigere analyse av interaksjoner mellom lærer og elev. Video kan gi oss et mer nyansert bilde av samhandlingene som oppstår fordi vi også kan observere non-verbale handlinger og konteksten rundt (Thagaard, 2018). Video vil også gi oss muligheten til å gi en grundigere gjengivelse av datamaterialet da vi kan se datamaterialet gjentatte ganger. Innsamling av datamaterialet ble gjennomført ved at vi dro ut til de aktuelle skolene med kamerautstyr. Tilgjengelig hadde vi fem actionkameraer hvor alle kameraene ble benyttet til opptak i alle undervisningsøktene. Varigheten på undervisningsøkten i de tre klassene varierte alt fra en time til en og en halv time, og vi har omtrent 19 timer med videoopptak i vårt datamateriale. Læreren fikk instrukser av oss om å velge ut elever som skulle ha kameraene plassert på hodet/brystet gjennom undervisningsøkten. I alle klassene foregikk den undersøkende aktiviteten i små grupper. Antall grupper i de tre forskjellige klassene varierte, alt fra fem til åtte grupper. Tidlig i filmingen av undervisningsøktene opplevde vi at elevene var noe fokusert på kameraene, men dette avtok etter hvert og elevene hadde tilsynelatende fullt fokus på den undersøkende oppgaven.

Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) kan man definere ulike observatørroller fra *fullstendig deltaker* til *fullstendig observatør*. Ved å ha rollen som en fullstendig deltaker vil man i stor grad kunne påvirke forskningsfeltet med sin tilstedeværelse, i motsetning vil man som fullstendig observatør i mindre grad påvirke feltet som studeres (Postholm & Jacobsen, 2018). Problemstillingen vår: *hvordan kan lærerens kommunikasjon med elevene påvirke elevaktiviteten i undersøkende undervisning?* legger til grunn for at vi som forskere bør påvirke forskningsfeltet i så liten grad som mulig, da vi ønsker å observere lærerne i deres naturlige setting. Videoobservasjon er derfor en egnet metode for vårt forskningsprosjekt da vi som observatører ikke vil påvirke den naturlige settingen i betydelig grad. Vi kan derfor definere vår observatørrolle som fullstendig observatør. På forhånd ga vi korte instrukser til lærerne om hvilken rolle vi hadde under gjennomføringen av undervisningen, og elevene fikk kort informasjon om hvem vi var og hvorfor vi var til stede.

3.5 Analysemetode

I dette delkapitlet vil vi presentere hvordan vi har gjennomført analysen av vårt datamateriale. Vårt forskningsprosjekt har som formål å beskrive og forstå interaksjoner som oppstår mellom lærer og elev i undersøkende undervisning. For å trekke ut meningsinnholdet av interaksjonene har vi valgt å foreta en innholdsanalyse. Berg og Lune (2017, s. 182) definerer innholdsanalyse som en «detaljert og systematisk undersøkelse og fortolkning av et datamateriale». Formålet med analyseprosessen er å klassifisere og identifisere temaer eller mønstre i datamaterialet (Hsieh & Shannon, 2005).

Vi har tatt utgangspunkt i Mayring (2015) sin modell for kategorisering av kvalitativ data. Ifølge han kan man i en kvalitativ analyse enten ha en deduktiv, induktiv eller blandet tilnærming til datamaterialet. Vi har en blandet tilnærming da vi både benytter oss av forhåndsbestemte koder (deduktiv) og egendefinerte koder- og kategorier (induktiv). En slik tilnærming defineres av Postholm og Jacobsen (2018) som *abduktiv tilnærming*, der vi som forskere hele tiden er i en kontinuerlig problemløsende prosess og pendler mellom om teori, våre egne perspektiver og datamaterialet. For å beskrive vår analyseprosess har vi brukt Mayring (2015, s. 378) sin prosessmodell for deduktiv kategorisering:



Figur 5: Mayrings prosessmodell for deduktiv kategorisering.

Første steget i en deduktiv analyseprosess er forarbeidet for selve analysen: velge tema, sette seg inn i ulike teorier knyttet til tema og sette mål for analysearbeidet (Mayring, 2015). På den måten kan man si at analyseprosessen allerede var i gang da vi valgte tema og satte problemstilling for studien vår. Vi satte oss inn i og fikk en oversikt over aktuell teori og forskning rundt tematikken og på bakgrunn av dette utarbeidet vi forskningsspørsmål knyttet til kommunikasjon i undersøkende undervisning:

1) *Hva kjennetegner lærerens bruk av samtalegrep i undersøkende undervisning?*
2) *Hvordan kan lærer-elev interaksjon fremme elevaktivt arbeid i undersøkende undervisning?*

Den praktiske utførelsen av analysearbeidet startet med at vi utarbeidet et analyseverktøy basert på forskningsspørsmålene våre. En del av analyseverktøyet besto av vårt konseptuelle rammeverk, beskrevet i kapittel 2.4, som tok for seg ulike teorier om kommunikasjon i matematikk. Denne delen av analyseprosessen sammenfaller med steg to i modellen for deduktiv kategorisering. Her er målet å definere kategorisystemet ut fra eksisterende teori og aktuell forskning (Mayring, 2015). Neste steg i modellen til Mayring (2015) går ut på å sette retningslinjer for kodene, regler for kodingen og lage nøkkeleksempler. I denne fasen lagde vi en tabell med oversikt over teoretiske begreper med tilhørende definisjoner som ga oss tydelige retningslinjer for analysen. Nedenfor presenteres det et utklipp av definisjonstabellen:

Teori	**Begrep**	**Definisjon**
Samtalegrep: *Retningsforandring, framdrift og fokusering* Drageset (2014)	**Avvise**	Læreren avviser elevenes løsninger (uten å tilby videre støtte/veiledning).
	Korrigerende spørsmål	Læreren aksepterer først forslaget til eleven for så og spør etter en annen måte å løse på; «ja det kan du gjøre, men hva om du prøver …?»
	Foreslå ny strategi	Læreren endrer elevenes retning ved å forslå en ny tilnærming eller en annen løsningsstrategi.
	Demonstrere	Læreren enten demonstrerer deler eller hele løsningen eller hele løsningen for eleven uten å involvere eleven i prosessen. Underveis kan læreren be om bekreftelse på at eleven forstår eller er enig.

Tabell 4: Utdrag fra definisjonstabell fra vedlegg 1

Neste steg i vårt analysearbeid ble gjennomgang av datamateriale, steg fire i modellen. Målet er å gjennomgå materialet, sette foreløpige koder og videre utarbeidelse av regler og nøkkeleksempler fra steg tre (Mayring, 2015). I denne fasen benyttet vi oss analyseverktøyet for å få en overordnet oversikt over alle *interaksjonssegmenter* i datamaterialet. Et interaksjonssegment defineres av Jansen (2008) som elev eller lærer initiert turtaking i interaksjoner om et gitt tema. Vi har valgt å definere et interaksjonssegment fra lærer eller elev initierer til en samtale, til samtalen naturlig ender. Et interaksjonssegment vil inneholde flere ulike *utsagn*. Et utsagn vil være fra et individ starter å uttrykke seg til det utsagnet på naturlig vis blir avbrutt. I skjemaet noterte vi ned ulike *samtalegrep* som forekom i utsagnene og små notater til oss selv. Samtalegrepene har vi valgt som en fellesbetegnelse for ulike eksiterende teorier om kommunikasjonsgrep, -trekk, -tiltak og -kjennetegn, presentert i kapittel to. Etter å ha gjennomgått omtrent en tredjedel av datamaterialet startet vi å utbedre og revidere analyseskjemaet vårt; det femte steget i Mayrings modell.

Analysearbeidet vårt viste seg å bli en kontinuerlig og tidskrevende prosess, hvor forbedringer og presiseringer av koder stadig dukket opp. Steg to til fem i modellene ble derfor gjort hele fire ganger før vi satt igjen med et endelig analyseskjema. For eksempel underveis i analyseprosessen dukket det opp hendelser som ikke kunne kodes med de forhåndsdefinerte kodene. Dette førte til at vi har definert våre egne koder, blant annet koden *regissere* som vi benytter oss av i videre analyse. Når vi som forskere utvikler egendefinerte koder i analysearbeidet kan dette defineres som en induktiv tilnærming; «induktiv tilnærming innebærer at vi forankrer kodene empirisk ved å utvikle koder som gir et konsentrert uttrykk for deltagernes erfaringer og handlinger» (Thagaard, 2018, s. 153). I tillegg fant vi det underveis nødvendig å nyansere koder fra allerede eksiterende teori ytterligere. Drageset (2014) sitt begrep forenkle så vi flere variasjoner av i vårt datamateriale. Vi observerte at lærerne gjorde forenkling på to ulike måter, *forenkle ved å fortelle* og *forenkle ved å lose*.

Forenkle ***a) ved å fortelle*** ***b) ved å lose***	a) Læreren forenkler ved å fortelle elevene hva som må til for å løse oppgaven. b) Læreren forenkler ved å legge til eller forandre informasjonen i oppgaven. I tillegg kan læreren gi hint (Henning, 2012).

Tabell 5: Utdrag fra definisjonstabell fra vedlegg 1

Prosessen frem til det endelige analyseskjemaet har vi valgt å se på som en grovsortering av datamaterialet. Denne delen av kodingen gjorde vi ved å kode datamaterialet samtidig som vi så på videoene. Når vi hadde grovsortert og fått en god oversikt over datamaterialet, transkriberte vi interaksjonssegmentene. Det transkriberte datamaterialet lastet vi så opp i det digitale analyseverktøyet Nvivo. I Nvivo gjorde vi en siste finsortering av datamaterialet hvor vi kodet hvert utsagn enda en gang. Dette ble vår siste gjennomgang av datamaterialet, steg seks i Mayring (2015) sin modell. Finsorteringen ga oss et utgangspunkt til å se fellestrekk ved de ulike samtalegrepene som gikk igjen på tvers av interaksjonssegmentene. Fellestrekkene vi identifiserte var basert på lærerens overordnede adferd og/eller målsetting med samtalen. For eksempel observerte vi at samtalegrepene åpne spørsmål, begrunne og forklare sin tenkning forekom i de situasjonene læreren så ut til å prøve å forstå elevenes tankeprosesser. Dette førte til kategorien som vi har valgt å kalle «læreren forsøker å sette seg inn i elevenes matematiske tanker». På samme måte gjennomgikk vi alt datamateriale linje-for-linje å så etter fellestrekk ved lærerens adferd og målsetting. Dette førte til at vi endte opp med syv egendefinerte kategorier, det som Mayring (2015) definerer som *induktiv kategorisering*. Induktiv kategorisering handler om å definere koder og/eller kategorier på bakgrunn av funn i datamaterialet (Mayring, 2015).

Ved videre analysering og drøfting av de syv kategoriene, det siste steget i Mayring (2015) sin modell, oppdaget vi igjen nye fellestrekk ut fra i hvor stor grad eleven får ta del av det undersøkende arbeidet i interaksjon med lærer. Basert på dette kunne vi gruppere kategoriene videre til fem hovedkategorier basert på vår tolkning av lærerens målsetting med den matematiske samtalen; 1) *fortellende interaksjon, 2) losende interaksjon, 3) orienterende og utfordrende interaksjon,4) deltagende interaksjon* og 5) *tilretteleggende interaksjon*. For eksempel oppdaget vi at i kategoriene *læreren forteller hvordan elevene skal utføre oppgaven* og *læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger for elevene* var det i begge kategoriene læreren som styrte samtalen. Dette gjorde læreren ved å fortelle elevene konkret hva som måtte til for å løse den undersøkende oppgaven, ga elevene deler av løsningen, fortalte om sammenhenger eller påpekte hva som var viktig. Dette førte til den egendefinerte kategorien fortellende interaksjon. De fem interaksjonskategoriene har vi videre satt opp i en skala ut fra hvordan de enkelte samtalegrep påvirker kommunikasjon mellom lærer og elev i undersøkende undervisning. Interaksjonene er strukturert fra lærerstyrte interaksjoner til stadig mer elevstyrte interaksjoner. Hver av kategoriene vil videre beskrives i kapittel 5.

3.6 Validitet og reliabilitet

Tradisjonelt sett har man ifølge Cohen med flere (2017) vurdert kvantitativ forsknings validitet og reliabilitet basert på henholdsvis vurderinger om man som forsker måler det man skal måle og forskningens *repliserbarhet*. Repliserbarhet handler om forskningens resultater kan reproduseres i videre forskning (Thagaard, 2018). I kvalitative studier der man derimot baserer seg på observasjoner og tolkninger, finnes det ikke målbare resultater i så grad og man må derfor ta utgangspunkt i andre kriterier når forskningens kvalitet skal vurderes. Creswell og Miller (2000) drøfter en rekke perspektiver på vurdering av forsknings validitet; *authenticity, goodness, verisimilitude, adequacy, trustworthiness, plausibility, validity, validation, and credibility.* Det finnes altså en rekke måter vi kan vurdere vår forsknings gyldighet utfra, men for vår studie har vi valgt å fokusere på tykke beskrivelser, motstridende evidens og bevissthet rundt egen påvirkning i vurderingen av kvaliteten.

Kvalitativ forsknings gyldighet kan ifølge Postholm og Jacobsen (2018) vurderes ut fra begrepenes gyldighet, altså om begrepene er «meningsfulle abstraksjoner av virkeligheten». For å validere begrepenes gyldighet, kan man ifølge Geertz (1983) gi «tykke beskrivelser». Cohen (2007) omtaler tykke beskrivelser som ærlige og rike beskrivelser av datamaterialet, og Silverman (2014) argumenterer videre for viktigheten av slike beskrivelser for å sørge for teoretisk gjennomsiktighet, *tranparens.* For å stryke vår forsknings validitet har det derfor vært viktig for oss å gi rike beskrivelser av datamaterialet. Vi har derfor forsøkt å velge utdrag fra interaksjonssegmenter som gir innblikk i lærerens atferd, og videre har vi beskrevet våre tolkninger rundt lærerens atferd og konteksten rundt utsagnene.

Ifølge Creswell og Miller (2000) handler motstridende evidens om å først etablere kategoriene i en studie og deretter søke gjennom dokumenter for å konstatere at disse finnes, og i tillegg søke etter motstridene bevis på kategoriens eksistens. På bakgrunn av dette har vi gjennomgått datamaterialet med et kritisk blikk. I kategoriseringen av datamaterialet har det derfor vært viktig for oss å bekrefte kodene våre ved å se etter motstridene evidens. Dette vil stryke vår forsknings gyldighet.

Videre for å vurdere reliabiliteten til kvalitative studier må man ifølge Postholm og Jacobsen (2018) som forskere reflektere over egen påvirkning og synliggjøre forskningsprosessen slik at andre kan reflektere over den. En begrensing vårt forskningsprosjekt kan ha er at det i analysen av datamaterialet kan være rom for ulike tolkninger. Resultatene av vår analyse er preget av våre perspektiver og tolkninger, og hvordan vi har forstått kommunikasjon mellom lærer-elev i undersøkende undervisning. Thagaard (2018) argumenterer for at forskningens reliabilitet kan styrkes av at flere forskere samarbeider og diskuterer beslutninger i forskningsprosessen. Thagaard (2018) poengterer viktigheten av at forskere reflekterer rundt egen tilstedeværelse i forskningsfeltet - også som fullstendige observatører. Gjennom hele forskningsprosessen har vi diskutert og reflektert rundt tematikken og ulike valg vi har foretatt oss, og som har bidratt til bevisstgjøring av vår påvirkning på forskningen og de tolkningene vi har gjort i analysen av datamaterialet. Påliteligheten av vår analyse styrkes av at vi har gjennomført analysen både uavhengig av hverandre og sammen, og i felleskap reflektert og drøftet koder og kategorier.

Ved innsamling av datamaterialet har vi kun vært i kontakt med deltakerne ved utlevering av videokameraene og under selve undervisningen observerte vi «fra sidelinjen». Det kan tenkes at vår tilstedeværelse kan ha påvirket forskningsdeltakerne i noe grad, men dette er ikke noe vi regne som betydelige for resultatet av forskningen. I tillegg til at vi som forskere er et ukjent element i den naturlige settingen, vil også bruk av videokamera kunne påvirke forskningsdeltakerne. Observasjonene vi gjorde oss i klasserommet var at elevene var mest påvirket av kamera helt i starten av undervisningsøkten, men at det virket som de etter hvert glemte av kameraene og dermed ikke så ut til å la seg forstyrre i særlig grad. Som tidligere nevnt er forskningsdeltakerne en del av SUM-prosjektet, og har derfor vært en del av filming av undervisningssituasjoner tidligere. Vår vurdering er at vår tilstedeværelse i forskningsfeltet og bruk av videokamera ikke vil ha en betydelig påvirkning for studiets pålitelighet.

3.7 Etiske betraktninger

Forskningsetikk handler om de etiske dilemmaene som oppstår i en forskningsprosess. Etiske prinsipper knyttet til forskningen bør tas i betraktning før oppstart, underveis og i etterkant av forskningsprosessen (Postholm og Jacobsen, 2018). Vår studie baserer seg på observasjon av personer, og slik Thagaard (2018) poengterer, styrker det viktigheten av å følge de etiske retningslinjene.

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har utviklet retningslinjer for forskning (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016). Et viktig etisk prinsipp er at forskeren må ha deltakernes informerte samtykke. Det innebærer at de som forskes på skal delta frivillig i undersøkelsen og deltakeren skal vite hva deltakelsen innebærer (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016). Slik vi tidligere har nevnt er vårt forskningsprosjekt en del av SUM-prosjektet ved Universitetet i Tromsø. Deltakerne er kjent med og informert om prosjektets hensikt. Samtykkeskjemaene er derfor samlet inn i tilknytning til SUM-prosjektet, og ligger vedlagt (vedlegg 2 og 3).

For deltakerne i prosjektet er derimot vår studie ukjent og nytt. Med tanke på å gi informasjon til deltakerne om vårt forskningsprosjekt, vil det kunne føre til noen etiske dilemmaer. Vi diskuterte på forhånd nødvendigheten av å gi deltakerne en grundig informasjon om hva vårt forskningsprosjekt innebar og hva vi som observatører så etter, og konkluderte med at det ikke var hensiktsmessig. Konklusjonen vår kan begrunnes av at forskningsprosessen er fleksibelt og hensikt/formål kan forandres underveis (Thagaard, 2018). Våre forskningsdeltakere har derfor ikke på forhånd blitt fortalt hva vi som forskere konkret studerer vår observasjon. Dette var en bevisst handling fra vår side da forskningsdeltakerne kan endre atferd og handlinger dersom de vet hva som forskes på (Postholm & Jacobsen, 2018).

Et annet prinsipp i NESH sine retningslinjer er deltakernes krav til privatliv. Ifølge NESH skal personvern ivaretas ved at personlige opplysninger skal behandles konfidensielt (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016). Et grep vi har gjort for å svekke muligheten for å identifisere enkeltpersoner er å gi deltakerne i studiet pseudonymer. I tillegg har vi valgt å ha en lav detaljeringsgrad i gjengivelse av casene. Vi har derfor som nevnt ikke presisert geografisk beliggenhet eller gjengitt den nøyaktige klassestørrelsen.

I vår studie har vi benyttet oss av videoopptak og transkriberinger. Ved bruk av disse metodene kan det komme frem personlige opplysninger som kan spores tilbake til deltakerne i prosjektet. På bakgrunn av dette må prosjektet meldes inn til Norsk senter for forskningsdata (NSD), som har ansvar for å ivareta lovpålagte plikter knyttet til forskning (Norsk senter for forskningsdata, 2019). I likhet med samtykkeskjemaene har vi gjennom SUM-prosjektet fått godkjennelse fra NSD, se vedlegg 4 og 5.

4 Resultat del 1: Analyse av interaksjonssegmenter

I dette kapitlet vil vi se nærmere på forskningsspørsmålet; *hva kjennetegner lærerens bruk av samtalegrep i undersøkende undervisning?* Vi vil presentere de syv kategoriene vi har kommet fram til i analysen av kommunikasjon mellom lærer og elev i lærerplanlagte undersøkende matematikkundervisninger. Kapitlet er delt opp i syv delkapitler som hver tar for seg en kategori. I hvert delkapittel vil vi presentere de samtalegrepene som kan si noe om lærerens adferd i interaksjon med elevene, og vår tolkning av lærerens mål og hensikt med interaksjonen.

4.1 Læreren forteller hvordan elevene skal utføre oppgaven

Vi har observert situasjoner der læreren benytter seg av samtalegrepene demonstrere og/eller forenkle (Drageset, 2014). Demonstrere innebærer at læreren demonstrere deler eller hele løsningen uten å involvere elevene i særlig grad i prosessen. Forenkle skjer når læreren forteller elevene hva som må til for å løse oppgaven. Vi har derfor valgt å nyansere dette samtalegrepet til forenkle ved å fortelle. Ved å benytte seg av de to nevnte samtalegrepene har vi observert at læreren forteller hvordan elevene skal utføre oppgaven. Under ser vi et eksempel på hvordan læreren i klasse 1 demonstrerer deler av løsningen til en elev, og samtidig forenkler ved å fortelle hva som må til for å løse oppgaven:

Utdrag 4.1.1

> *Elev: Men jeg vet ikke .. hva må vi dele den der på for å få 3%? 5% er der, men må jeg dele den på* $\frac{3}{5}$ *eller* $\frac{2}{5}$ *?*
> *Lærer: Nei, altså du må gå derifra (læreren peker på utregning) og dele den på 10. Så finner du 1%.*
> *Elev: Hmm.. Er det der 1%?*
> *Lærer: Nei, men hvis du tok 10. For det er jo vanskelig å få 5 til å bli 1. Men 10%, hvis du deler den på 10 så får du jo 1%. Så da hopper du direkte fra 10 til 1.*

I forkant av samtaleutdraget forsøker elevene å finne tilbudet fra Komplett, og de forklarer for hverandre hvordan de skal finne ut hva 28% av 12500 kroner er. De resonnerer seg sammen frem til at de først må finne ut hva 20% av prisen er, 5% og deretter 3%, for så å regne alle disse summene sammen. Elevene strever med å finne ut hvordan de skal regne 3% av prisen. En av elevene tar så kontakt med læreren for å få veiledning. Eleven spør først læreren om hva de må dele på for å få 3% når de allerede vet hva 5% er, og foreslår $\frac{3}{5}$ eller $\frac{2}{5}$. Istedenfor å svare på elevens spørsmål starter læreren å demonstrere deler av løsningen ved å fortelle at elevene må gå via 1% for å finne 28%. Videre forenkler læreren oppgaven ved å forklare nøyaktig hvordan de skal finne 1% ved at de må dele utregningen sin på 10.

I denne situasjonen er det eleven som stiller spørsmålene og læreren deretter responderer ved å fortelle hvordan elevene skal løse oppgaven uten å be om innspill eller inkludere eleven i prosessen. I neste eksempel ser vi hvordan den samme læreren veileder en annen gruppe på samme oppgave:

Utdrag 4.1.2

> *Lærer: Men jeg skjønner ikke hva du tenkte der da? Okei men dere, nå skal jeg vise dere.. det dere må tenke på nå. Dere har kommet frem til 25, det er det *peker på arket*. Dere må tenke på hva 10% er her. Når dere vet hva 10% er, så kan dere dele det på..*
> *Elev 1: Hvordan finner vi det da?*
> *Lærer: Ja, hva er 10% da. Hvordan fant du 50%?*

I eksemplet ovenfor har elevene regnet seg frem til hva som er 25% av prisen, og skal derfra forsøke å finne ut hva 28% er. Elevene blir stående fast i løsningsprosessen, og strever med å finne veien videre. Læreren forsøker deretter å veilede elevene fremover i prosessen. Utdraget ovenfor viser hvordan læreren forteller elevene hva de må tenke på for å komme frem til 1% med mål om å få elevene på rett spor. I likhet med det første eksemplet ser vi at læreren demonstrer deler av løsningen ved å fortelle at elevene må gå via 1% for å finne 3% og deretter 28%, samtidig forenkler læreren denne delen av løsningen ved å fortelle konkret hva elevene må gjøre for å finne den ene prosenten.

I eksemplene ovenfor ser vi at læreren i forsøker å veilede elevene, men ender isteden opp med å gi elevene deler eller hele løsningen. Videre forenkler læreren veien til denne løsningen uten å involvere elevene i særlig grad i prosessen. Dette er eksempler som illustrerer kjernen i kategorien *læreren forteller hvordan elevene skal utføre oppgaven*, som beskriver grepene læreren gjør for tilsynelatende å få elevene videre i løsningsprosessen ved å konkret fortelle hva som må til for å finne riktig løsning.

4.2 Læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger for elevene

Kategorien *læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger for elevene* tar for seg samtalegrepene oppsummere og påpeke viktige detaljer (Drageset, 2014). Ved å benytte seg av oppsummere og påpeke viktige detaljer forsøker læreren tilsynelatende å tydeliggjøre matematiske ideer og påpeke hva som er viktig for elevene å ta med seg videre fra det undersøkende arbeidet.

Samtalegrepet oppsummere kan benyttes for å trekke sammen informasjon, tydeliggjøre og påpeke hva som er viktig i det undersøkende arbeidet. Oppsummere kan også brukes for å gjenta elevinnspill, for deretter å legge på informasjon med hensikt å tydeliggjøre hvorfor den aktuelle løsningen eller metoden er riktig. I vårt datamateriale har vi sett flere tilfeller av samtalegrepet oppsummere i iscenesettelsesfasen og den oppsummerende fasen. Nedenfor ser vi et eksempel der læreren i klasse 1 bruker samtalegrepet for å oppsummere elevsvar og koble disse sammen med læringsmålet:

Utdrag 4.2.1

> *Lærer: Riktig. Åh, så kult at det er så mange så har valgt $\frac{2}{10}$. Er det mye enklere med $\frac{2}{10}$? Han Oliver har skrevet $\frac{1}{5}$, og det er jo riktig det også. Og det er jo riktig, for hvis vi har $\frac{2}{10}$? deler og forkorter den. Deler den på to, så blir det jo $\frac{1}{5}$. Det er jo det samme som 20% eller 0,20.*

Utdraget ovenfor er hentet fra et interaksjonssegment som forekommer i starten av undervisningsøkten i klasse 1. I forkant har læreren spurt elevene, i forbindelse med oppvarmingsspørsmålene, om de kan skrive 20% som en brøk. Utdraget ovenfor viser hvordan læreren oppsummerer de ulike elevsvarene og videre legger på informasjon om hvorfor det blir riktig og både skrive $\frac{2}{10}$ og $\frac{1}{5}$. I tillegg til å oppsummere de ulike elevsvarene, påpeker læreren viktige detaljer ved å si at 20% eller 0,20 er det samme som $\frac{1}{5}$ og $\frac{2}{10}$. Ved å oppsummere tolker vi at læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger gjennom å knytte sammen prosent og desimaltall.

Neste eksempel tar for seg hvordan læreren i klasse 2 oppsummerer ved å gjenta elevutsagn, og deretter legger til informasjon for å avklare definisjon av rektangel:

Utdrag 4.2.2

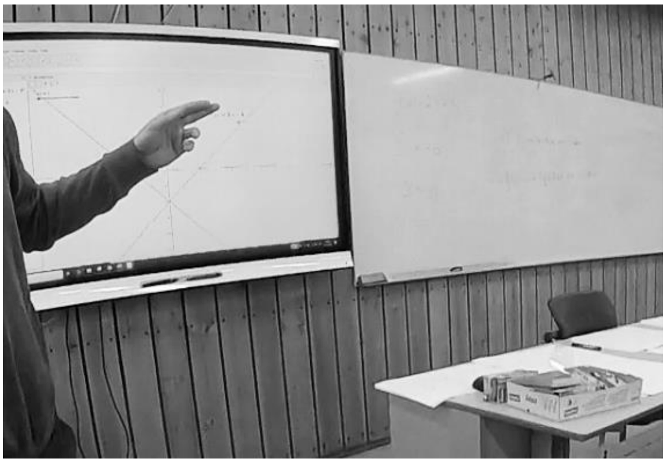
Lærer: (...) Er det noen som kan fortelle meg hva et rektangel var? Husker dere alle det? Amanda?
Elev Amanda: Det er det to sider er like lang og to sider er lik ... altså..
Lærer: To og to sider er like lang.. også? Janne?
Elev Janne: 90 i grader i alle hjørner..
Lærer: ..alle vinklene er 90 grader. Og de to og to sidene du snakket om er på en måte parallell med hverandre. Ja. Og det er på en måte gitt når vinklene er 90 grader.

Læreren starter i utdraget ovenfor å spørre om elevene kan fortelle hva et rektangel er. Den videre samtalen foregår så ved at eleven Amanda responderer på spørsmålet og læreren gjentar hennes respons. Elev Janne legger videre til flere detaljer til forklaringen. Læreren gjentar også de nye detaljene som gis, og samtidig legger til informasjon om egenskapene til et rektangel. I tillegg til å oppsummere elevene sine innspill ved å gjenta de, påpeker læreren også viktige detaljer. Dette kommer frem i utsagnet der læreren bemerker at når to og to sider er like lange og alle vinklene er 90 grader, vil de to sidene som er like lange være parallelle med hverandre.

Vi har observert at læreren også kan skape matematiske sammenhenger ved å tydeliggjøre elevenes egne forklaringer uten å nødvendigvis oppsummere elevens innspill. I de to følgende eksemplene gjør lærerne dette ved å henholdsvis minne elevene på informasjon de har blitt enige om tidligere og ved å rydde opp i elevenes egne forklaringer. Første utdrag er hentet fra undervisningsøkten i klasse 3 hvor oppgaven omhandler trigonometriske funksjoner:

Utdrag 4.2.3

Elev: Geir, spørsmål! Trur du det er noe fordel å finne nullpunktet tidlig? Nullpunktet til f(x).
Lærer: Njaa, absolutt.. ja.. det er mange forskjellige måter å gjøre det på.
Elev: Det er mange forskjellige måter å gjøre det på, ja.
*Lærer: Men, men det kan jo være lurt å prøve å bruke noen av de her oppdagelsene vi hadde *peker mot tavla**



Figur 6: Lærer peker mot tavlen

Eksemplet ovenfor viser hvordan læreren responderer på elevspørsmålet ved å minne eleven på hva de allerede har blitt enige om. Måten læreren gjør dette på er ved å henvise til tavlen der han tidligere har skrevet opp detaljer knyttet til løsningsprosessen. Neste eksempel er et utdrag fra klasse 1 hvor vi ser hvordan læreren påpeker viktige detaljer ved å tydeliggjøre elevenes egne forklaringer:

Utdrag 4.2.4

> *Lærer: Nå snakker dere dere helt bort her. Men han Martin har selvfølgelig noe helt riktig der. (...) dere har veldig rett her *peker på arket*. Men så skjer det noe over hit. Hva er det som skjer? Har dere funne ut 25%, er det det dere sier?*
>
> *(...)*
>
> *Lærer: Okei, se her. Jeg skriver ned her, slik at jeg hjelper dere å holde system på det her. For det der var 25%. Og det der var 50%, ikke sant? Også skulle dere prøve å finne 1%, eller finne de 3 prosentene. Og det var der du snakket om å da for eksempel finne 20% eller 30%.*

Figur 7: Lærer rydder opp i elevenes resonnement

Eksempelet ovenfor viser hvordan læreren ser ut til å tydeliggjøre elevenes egne utsagn ved å forsøke å rydde opp i elevnotatene. Læreren starter ved å påpeke at deler av løsningen elevene har kommet frem til er riktig, men ser så ut til å observere at elevene ikke har orden på notatene sine og dermed ikke forstår det de allerede har funnet ut. Læreren starter derfor å ringe rundt utregninger som er relevant for elevenes videre løsningsprosess. Ved å rydde opp i elevenes resonnement påpeker læreren viktige detaljer ved løsningsprosessen og fremmer dermed hva som er viktig for elevene å tenke på videre i arbeidet.

Samtalegrepene oppsummere og påpeke viktige detaljer ser ut å føre til at læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger for elevene. Eksemplene presentert ovenfor viser at læreren enten kan tydeliggjøre sammenhenger ved å oppsummere, oppsummere og samtidig påpeke viktige detaljer eller kun påpeke viktige detaljer. Dette illustrerer at kategorien *læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger for elevene* beskriver hvordan læreren kan bruke de ulike samtalegrepene for å tydeliggjøre matematiske sammenhenger for elevene og påpeke hva elevene bør ta med seg videre fra det matematiske arbeidet.

4.3 Læreren loser elevene mot riktig løsning

Innenfor kategorien *læreren loser elevene mot riktig løsning* har vi observert tilfeller hvor læreren benytter seg av samtalegrepene hint (Henning, McKeny, Foley, & Balong, 2012) lukkede spørsmål og forenkle (Drageset, 2014). I denne kategorien har vi valgt å nyansere samtalegrepet forenkle til forenkle gjennom losing (se tabell 5).

En måte vi har observert at lærerne loser elevene på er at de gir hint som leder elevene mot riktig løsning. Eksempelet nedenfor er hentet fra undervisningsøkten i klasse 2 hvor oppgaven går ut på å finne størst mulig dimensjon til en sjokolade med omkrets på 24 ruter. I forkant av utdraget har en elevgruppe på to regnet ut ulike regnestykker som representerer et rektangel med omkrets på 24. Elevene har en oppfatning av at et rektangel ikke kan være et kvadrat, og har derfor utelukket løsningen der sidelengdene er seks ruter:

Utdrag 4.3.1

> *Lærer: (...) Jeg hadde jo lurt på om ikke jeg hadde prøvd.. For dere har jo prøvd en, to tre, fire, fem (teller ulike regnestykker elevene har utforsket), skal dere ikke prøve seks? For det er det eneste dere ikke har prøvd.*
> *Elev 1: Hva kan vi ta? Seks ganger seks, men det er jo ikke et rektangel (...)*

Figur 8: Lærer ser over elevenes regnestykker

Utdraget ovenfor er hentet fra et lengre interaksjonssegment der læreren loser elevene gjennom å gi flere hint knyttet opp mot at et rektangel kan være et kvadrat. Hintene læreren kommer med gir en indikasjon på at hun mener det riktige svaret er en sjokolade med en dimensjon på 36 ruter. Videre forsøker læreren å knytte problemet opp mot lignende utfordringer de har møtt på tidligere for å gi et hint om at dette kan være samme type problemstilling:

Utdrag 4.3.2

> *Lærer: Husker dere når jeg sa til dere i starten når vi hadde om algebra og ligninger, så sa jeg at.. (...) Hva var det jeg sa? Jo, at ligninger er en del av algebraen, men algebra er ikke nødvendigvis ligninger. Det blir jo kanskje litt samme her at det oppfyller definisjon.*
> *Elev 1: Okei så svaret er seks ganger seks?*
> *Lærer: Det kan være et svar.*

Slik vi tolker situasjonen, sier læreren implisitt til elevene at et rektangel oppfyller definisjonene på et kvadrat ved å knytte det opp mot samme problemstilling. Læren forklarer elevene at de tidligere har lært at ligninger er en del av algebraen, men algebraen er ikke nødvendigvis en ligning. Utsagnet til læreren kan derfor slik vi ser det, være et tydelig hint om hva som er den riktige løsningen på oppgaven.

En annen måte vi har observert at læreren kan se ut til å lose elevene mot riktig løsning på, er når læreren stiller lukkede spørsmål og forenkler gjennom losing. Lukkede spørsmål innebærer spørsmål som loser elevene stegvis gjennom prosedyrer eller løsningsorienterte spørsmål knyttet til utregning, løsninger eller detaljer i prosessen. Forenkling gjennom losing vil være når læreren legger til eller forandrer informasjon for å få fremdrift i elevenes løsningsprosess.

Utdraget under viser en interaksjon fra klasse 1 som utspiller seg på bakgrunn av at elevene står fast i løsningsprosessen. Elevene skal finne 28% av 12500 kroner, som er prisen på iPhone 12 pro dersom man kjøper fra Komplett. Elevene har tidligere funnet ut hva 25% er, og mangler dermed de siste 3 prosentene for å finne 28%. Elevene har regnet seg frem til hva 12,5 % av prisen er, og skal videre herfra forsøke å finne ut hva 3% er. Læreren har tidligere i interaksjonssegmentet fortalt elevene hva som må til for å finne 3%, og utdraget under viser hvordan læreren gjennom forenkling gjennom losing og lukkede spørsmål forsøker å få elevene fremover i løsningsprosessen:

Utdrag 4.3.3

> *Lærer: Nei, men ikke tenk på den.. 10 deler. Da skal alle de her deles inn i 10 forskjellige deler. Hvordan gjør vi det? Det tallet skal deles i 10 forskjellige deler? Til 10 forskjellige personer.*
> *Elev 2: Da må vi dele på 10.*
> *Lærer: Da må vi dele på 10 ja. Og hva vil det bli da..? 12500 del på 10. Hva har vi lært når vi deler på 10?*
> *(...)*
> *Lærer: Da har dere funnet ut hva 10 prosent er. *Skriver* 10 prosent = 1250. Da vet vi 10 prosent. Vet vi da hva 1 prosent er?*

I det første utsagnet ser vi hvordan læreren forenkler gjennom losing ved å legge til informasjon. Læreren sier at elevene må dele svaret de har fått i ti forskjellige deler for å til slutt finne 1%, og deretter 3%. Videre stiller læreren en rekke lukkede spørsmål for å lose elevene mot riktig løsning, for eksempel; *hva vil det bli da? hva har vi lært når vi deler på 10? vet vi da hva 1% er?*

Vi har observert at læreren ved bruk av hint, lukkede spørsmål og forenkling gjennom losing ser ut til å redusere kompleksiteten av oppgavene for elevene, og dermed loser elevene mot riktig løsning. Samtalegrepene hint og forenkling har noen av de samme egenskapene, da begge handler om å gi stegvise hint eller informasjon knyttet til oppgaven. Vi har valgt å skille de ved at forenkling er de situasjonene der læreren legger til eller forandrer informasjon for å få fremdrift i prosessen. Hint derimot tar for seg de situasjonene der læreren gir tydelige hint om løsningen. Disse eksemplene viser mye at kategorien *læreren loser elevene mot riktig løsning* innebærer at læreren enten gir hint, stiller lukkede spørsmål eller forenkler gjennom losing for tilsynelatende å få elevene videre i det undersøkende arbeidet.

4.4 Læreren forsøker å sette seg inn i elevenes matematiske tanker

I de tilfellene vi så læreren benytte seg av samtalegrepene åpne spørsmål, begrunne (Drageset, 2014) og forklare sin tenkning (Boaler & Brodie, 2004) så hensikten ut til å være at læreren forsøkte å sette seg inn i elevenes tankeprosesser. Vi har observert interaksjoner der læreren forsøker å sette seg inn elevenes matematiske tanker underveis i det undersøkende arbeidet og i oppsummeringsfasen av undervisningsøkten.

Lærerne forsøkte noen ganger å finne ut hvordan elevene hadde tenkt ved å stille åpne spørsmål og få elevene til å forklare sin tenkning. De åpne spørsmålene som vi så gikk igjen i flere av interaksjonssegmentene var eksempelvis *«hvordan har dere tenkt?» og «hvordan går det her?»*. I tillegg til åpne spørsmål om hvordan elevene hadde tenkt, så vi situasjoner hvor samtalegrepene forklare sin tenkning ble benyttet da læreren forsøkte å forstå elevenes matematiske tanker. Utsagn som går igjen innenfor denne kategorien er *«fortell hvordan», «fortell hva dere har tenkt»* og *«kan dere forklare»*.

Eksempelet nedenfor er hentet fra undervisningsøkten i klasse 1. I utdraget ser vi at læreren først stiller et åpent spørsmål for å få elevene til å forklare løsningsprosessen sin. Elevene har forsøkt å regne seg frem til hva ca. 28% er, ved å ha delt 5% på to og lagt dette til 25%. Læreren ønsker at elevene skal finne det nøyaktige svaret og stiller videre spørsmål til hvordan elevene kunne gått frem for å gjøre dette basert på det de allerede har gjort:

Utdrag 4.4.1

> *Lærer: Ja. Hvordan kunne du ha utnyttet det på en annen måte? For du kan finne ut hva nøyaktig en prosent er.*
>
> *Elev 1: Hvis du tar 30 % og deler det på 10.*
>
> *Lærer: Ja. Og så? Åja sånn sett, du tok 30 % og så delte på 10. (..) Men tenk at dere skal finne det helt nøyaktig.*

Deretter henvender læreren seg til en annen gruppe og ber elevene forklare sin tenkning, og underveis i elevens forklaring belyser læreren viktige detaljer ved resonnementet:

> *Lærer: (..) Mathias og den gruppen der, dere begynte å nærme dere et svar. Dere tenkte helt rett, men det var litt vanskelig å få det på papiret.*
>
> *Elev 2: Ja.*
>
> *Lærer: Fortell hva dere tenkte.*
>
> *Elev 2: Vi fant ut hva som var 25 %.*
>
> *Lærer: Ja.*
>
> *Elev 2: Så manglet vi tre prosent.*
>
> *Lærer: Ja.*
>
> *Elev 2: Da begynte vi på 20 %, eller vi skal.*
>
> *Lærer: Ja.*
>
> *Elev 2: Og så kutter vi det bare nedover.*
>
> *Lærer: Fram til en prosent?*
>
> *Elev 2: Ja.*
>
> *Lærer: Og hva.. Du skulle ha tre prosent, hva gjør du når du da er på en prosent?*
>
> *Elev 3: Plusse.*

Utdraget ovenfor starter med at lærere henvender seg til gruppen med først å anerkjenne elevenes løsningsforslag ved å si at elevene har riktig tankegang, og deretter ber elevene forklare sin tenkning for de andre. Underveis som elevene forklarer sin tenkning stiller læreren spørsmål ved elevenes forklaring for tilsynelatende å sette seg inn i og forstå elevenes matematiske tanker.

I tillegg til å stille åpne spørsmål og be elevene forklare sin tenkning kan læreren be elevene begrunne sine resonnement. Samtalegrepet begrunne handler om å stille hvorfor-spørsmål for å få elevene til å forklare og argumentere for matematiske ideer. Vi har observert at læreren kan bruke samtalegrepet begrunne når læreren støtter og veileder, både underveis og i oppsummeringsfasen. Samtalegrepet begrunne kan se ut til og benyttes for å legge til rette for elevargumentasjon- og refleksjon. I eksemplet under ser vi hvordan læreren i klasse 3 spør hvorfor-spørsmål rettet mot en matematisk idé som har kommet frem i det undersøkende arbeidet:

Utdrag 4.4.2

> *Lærer: (...). Så g(x) blei forskjøvet to hakk mot venstre, hvorfor ble det en forskyvning mot venstre når det var pluss og ikke mot høyre?*

Utdraget ovenfor viser at læreren ber elevene begrunne hvorfor grafen forskjøv seg mot venstre og ikke mot høyre når ligningen var positiv. Ved å be elevene begrunne påstanden mener vi at læreren ga elevene rom til å argumentere og reflektere over det matematiske prinsippet.

Eksemplene ovenfor viser hvordan samtalegrepene åpne spørsmål, forklare sin tenkning og begrunne kan se ut til å ha som hensikt at læreren ønsker å forstå elevenes matematiske tanker, og dermed legge til rette for elevargumentasjon- og refleksjon. Eksemplene illustrerer kategorien *læreren forsøker å sette seg inn i elevenes matematiske tanker* og beskriver hvordan læreren kan sette seg inn i elevenes matematiske tanker ved å stille åpne spørsmål, be de forklare sin tenkning og begrunne sine resonnement og løsningsforslag.

4.5 Læreren utfordrer elevenes matematiske tanker

I interaksjonene mellom lærer og elev har vi observert at lærerens atferd kan knyttes til samtalegrepene utfordre (Alrø & Skovsmose, 2004) og koble sammen (Rowland, Huckstep, & Thwaites, 2004). Interaksjonens hensikt ser ut til å være at læreren ønsker å utfordre elevenes matematiske tanker, og vi har derfor valgt å navngi denne kategorien til lærerens utfordrer elevenes matematiske tanker. Utfordre innebærer at læreren utfordrer elevene matematisk slik at de skal kunne fortsette utforskningsprosessen. Koble sammen handler om at læreren benytter seg av elevenes tanker og resonnement for å fremme sammenhenger i undervisningen, for eksempel mellom matematiske prosedyrer og begreper.

I vårt datamateriale har vi sett at samtalegrepene utfordre og koble sammen ofte forekom i samme interaksjonssegment. Vi observerte disse samtalegrepene hos læreren i klasse 1. Målet for hans undervisningsøkt var at elevene skulle se sammenhengen mellom brøk, prosent og desimaltall. En av elevgruppene klarte å se denne sammenhengen, og ble derfor utfordret av læreren til å finne en standardmetode for utregning av prosent. Under ser vi et eksempel på hvordan læreren utfordret og koblet sammen:

Utdrag 4.4.1

*Lærer: Men ser dere noe.. Dere har kommet så langt at dere kan finne måter å regne det ut istedenfor å sette opp i sånn masse utregning *peker på notatarket til elevene*, så er det et ganske enkelt regnestykke.*
Elev 1: Den første der syns vi var aller lettest.
*Elev 2: Ja den første der synes vi var lettest fordi det sto liksom.. Vi var usikker på hvilken brøk det der liksom var, om det var en brøk eller hva det var. Fordi det var lettere hvis det sto liksom slik *skriver noe på arket**
Lærer: Ja, men for det om, hvis dere har 28%..Hva har dere gjort her?
Elev 2: Vi har tatt først, hvor er 28.. Ja at vi har tatt først liksom prisen og så har vi delt det med hundre for å finne en prosent, så har vi ganget det med 28.
*Lærer: Hvis den algoritmen her, den standardmetoden jeg er ute etter, ligger i den oppgaven her *ringer ut noe fra elevenes notater*. Hvis dere hadde klart å slå den i sammen..*
Elev 2: Men vi tenkte, for det der er bare litt over en kvart. 25. Så 50 % ville vært 6500 hvis det hadde vært 50 %.
Lærer: Ja, men du.. Hvis det eksempelvis var 37 %...
Elev 2: Mhm, da hadde vi gjort det samme.
Lærer: Ja, hva hadde du forandret på da?
*Elev 2: Ganget den der *peker på notater**
Lærer: Hvis dere klarer å hente i sammen denne oppgaven, så kommer dere..
Elev 2: Hva? Hva mener du med hente sammen?
*Lærer: For dere har jo.. Det er jo mange regnemetoder her *peker på elevenes notater*. Men dette kan bli til en metode.*
(...)
*Lærer: Husker dere.. Jeg skal vise dere et eksempel. Når vi tok 21 ganger 3, ikke sant. Det første dere lærte var jo 20 ganger 3, og 1 ganger 3 *skriver på ark*. Så lærte dere etterpå det som var den standardmetoden å gjøre det på. 1 ganger 3 *skriver algoritme*.*
Elev 2: Så det blir mye lettere.
Lærer: Det jeg vil fram til, akkurat en sånn her, finnes der.

Ved å vise til elevenes notater påpeker læreren at elevenes løsningsprosess kan brukes for å finne en standardmetode for utregning av prosent. Ved å påpeke dette kan det se ut til at hensikten er å koble sammen elevenes tanker med allerede eksisterende matematiske algoritmer. Læreren utfordrer så elevene til å finne en enklere måte å regne ut prosent ved å påpeke at de kan hente sammen informasjon fra de ulike løsningsforslagene for å komme fram til en standardmetode.

En annen måte læreren kan koble sammen og utfordre på, er å spørre direkte om elevene har sett en sammenheng. Ved å tydeliggjøre sammenhengen for elevene kan det se ut til at læreren ønsker at elevene skal kunne nyttiggjøre seg av de matematiske ideene videre i undersøkelsesprosessen og som et mulig grunnlag for livslang læring. Eksemplet nedenfor er et utdrag fra et interaksjonssegment i klasse 3:

Utdrag 4.5.2

> *Lærer: Så, hvilken sammenheng har dere sett her da sånn graf-messig, men også på funksjonsuttrykket? *peker på likning og graf**
> *Elev 1: Eneste er at den forskjøv seg jo.*
> *Lærer: Forskjøvet seg ja ok. Hvor langt har den forskjøvet seg da?*
> *Elev 1: Det er jo 2 hakk mot venstre*
> *(...)*
> *Lærer: Men den her.. *peker på ligning* hvis du sa at den var forskjøvet to hakk mot venstre*
> *(...)*
> *Lærer: *peker på ligning* Hvordan vil den forskyvningen bli her da?*
> *Elev 1: Det blir vell mot høyre da, hvis den er negativ. Hvis den positive går mot venstre, så vil jeg jo tro at den negative går mot høyre da. Da har den forskjøvet seg to hakk, så da skal den flytte seg fem hakk bortover da.*

I forkant av utdraget ovenfor har læreren orientert seg om hva elevene har gjort i den undersøkende fasen. Læreren spør med utgangspunkt i det elevene svarer om de har sett en sammenheng mellom de ulike funksjonene de har skissert. Læreren utfordrer eleven videre ved å stille spørsmål om hvordan forskyvningen ville blitt ved bruk av et annet funksjonsuttrykk. Ved å se på lærerens kommunikasjon kan det se ut til at læreren legger til rette for elevresonnement. Dette fører til at eleven, slik vi ser i det siste utsagnet, reflekterer over sammenhengen mellom funksjonsuttrykkene.

Eksemplene ovenfor tar for seg hvordan læreren utfordrer elevenes matematiske tanker ved å gi de nye oppgaver og/eller utfordrer deres matematiske tanker ved å be elevene koble sammen det de har funnet ut med allerede eksiterende prosedyrer og begreper. Dette illustrerer eksempler som danner kategorien *læreren utfordrer elevenes matematiske tanker,* og beskriver hvordan læreren utfordrer elevene for at de skal komme videre i løsningsprosessen og/eller får elevene til å knytte sammen egne matematiske tanker opp mot matematiske prosedyrer og begreper.

4.6 Læreren deltar i det undersøkende arbeidet for å få elevene fremover i prosessen

Kategorien *læreren deltar i det undersøkende arbeidet for å få elevene i fremover i prosessen* dannes av samtalegrepene evaluere, omformulere, kontakte og oppdage (Alrø & Skovsmose, 2004). Lærerens bruk av disse samtalegrepene kan se ut til å ha som hensikt å få elevene videre i løsningsprosessen ved at læreren tar en del av den utforskende prosessen sammen med elevene.

Samtalegrepet evaluere innebærer at lærer-elev eller elev-elev har sett på det matematiske problemet med samme synspunkt, og/eller om de har prøvd å løse det matematiske problemet på samme måte. Et eksempel på bruk av samtalegrepet evaluere, var i en situasjon i klasse 1 hvor lærer og elev hadde misforstått hverandre og læreren forsøkte å oppklare misforståelsen som hadde oppstått. Læreren ba elevene begrunne utregningen knyttet til oppgaven hvor de skulle finne ut hva $\frac{2}{8}$ av 12400 kroner var. Elevene forklarte at de hadde delt 12400 kroner på fire, fordi $\frac{2}{8}$ er det samme som 25%. Dette ga løsningen 3100 kroner som de videre ganget med tre. Læreren spurte så hvorfor de ganget med tre, eleven som forklarte løsningen kunne ikke svare på dette, og henviste til en medelev som begynte å forklare:

Utdrag 4.6.1

> *Elev: Det er jo fordi man tar jo bare bort en kvart av det, så man trenger jo.. Så fordi.. Hvis man tar vekk en kvart av fire så blir jo det tre. Så man trenger jo.. Vel.. Det er vel egentlig bare..*
> *Lærer: Jeg trur dere blander to oppgaver. Blander første med den andre. For det var en kvart ganget du.. Nei.. Hvis du ganger med tre..*
> *Elev: Jeg trur faktisk det er rett da. Neida, tullet bare.*
> *Lærer: Svaret høres rett ut, men.. Jeg skal se litt på det..*

Eleven ser ut til å forsøke å forklare at de må dele på tre for å finne prisen når de har fått 25% i rabatt. Resonnementet til elevene går ut på at $\frac{2}{8}$ er det samme som $\frac{1}{4}$, og når man tar bort $\frac{1}{4}$ står man igjen med $\frac{3}{4}$ som er prisen etter rabatten er trukket fra. Slik vi ser i eksempelet over, avbryter læreren eleven ved å si at de blander oppgavene og sier deretter at han skal se nærmere på forklaringen. Etter endt plenumsdiskusjon tar læreren kontakt med gruppen for å forsøke å forstå elevenes resonnement. Etter å ha orientert seg ved å se på elevnotatene skjedde følgende dialog:

Utdrag 4.6.2

Lærer: Åja, nå skjønner jeg hva du mente.. Hva det kostet.
Elev: Ja.
Lærer: Jeg trudde det var rabatten. Da var det jo jeg som misforsto.
Elev: Men da blir det jo rett. Det er jo rett. Jeg er hundre prosent sikker.

Eksempelet ovenfor viser hvordan læreren oppsøker gruppen for å forsøke å forstå elevenes resonnement. Når læreren kommer inn på grupperommet til elevene, starter læreren å se på elevenes notater. Ved nærmere ettersyn forstår læreren at det har skjedd en misforståelse og bekrefter deretter overfor elevene at de er enig om fremgangsmåten. Utdraget ovenfor kan knyttes til samtalegrepet evaluere fordi læreren og elevene kommer fram til at de har sett på problemet på samme måte.

Vi har observert tilfeller hvor læreren gjentar det som blir sagt, eller at læreren og eleven/elevene fullfører hverandres resonnement og tanker. Slike interaksjoner kan vi knytte til samtalegrepet omformulere. Når læreren benytter seg av omformulering, ser vi at lærer og elev begge er aktiv i interaksjonen. Under ser vi et eksempel fra klasse 3 der læreren og en elev fullfører hverandres resonnement som kan knyttes til samtalegrepet omformulere:

Utdrag 4.6.3

*Elev: men jeg bare sånn, hvis jeg bare har sett på det der *referer til tavla*, Geir, så hadde jeg tenkt at f(-x) speile om x-aksen, fordi du har minus x verdi. Mens -f(x) så blir det jo en y-verdi som blir negativ.*
Lærer: Hva sa du?
Elev: Ikke sant, f(-x), du har da x-verdien din. Ikke sant..
Lærer: Ja
Elev: ..bare at den er negativ

Lærer: Ja, du putter inn en x-verdi....

Elev: også en motsatt..

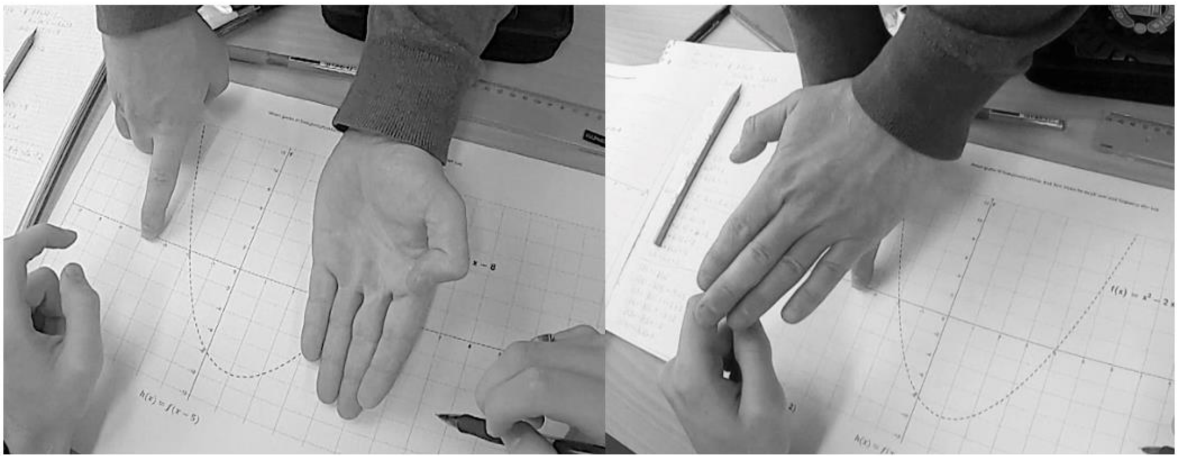
Lærer: ..men så blir den x-verdien blir på en måte motsatt

Elev: Ja, mens her har du.. du putter en x-verdi men så blir y-verdien motsatt fortegn

Lærer: ja, så hva tenker du utfra det resonnement.. så tenkte du..

Elev: ..så tenkte jeg uten å ha sett på noen grafer, så tenkte jeg først at den her kom til å speiles om x-aksen, fordi at det var negativ x.

Lærer: ja okeii, men det du da sier her er jo at tenk på en x-verdi. Okei x-verdien 4. Men så skal du ta den minus fire, så ender du jo der. Og da tenker jeg at da får du jo en speiling ikke sant .. ikke om x-aksen. Da får du ei speiling om y-aksen.



Figur 9: Lærer viser hvordan grafen speiler om y-aksen

I starten av utdraget forklarer eleven hvordan han har forstått det klassen tidligere har blitt enig om i plenumsdiskusjon. Videre ser vi hvordan læreren prøver å forstå eleven sitt resonnement ved å få eleven til å gjenta forklaringen sin. Eksemplet ovenfor viser hvordan læreren og eleven fullfører hverandres resonnement når eleven skal igjen forklare sin forståelse. I det siste utsagnet gjentar læreren elevens forklaring, og påpeker deretter at elevens resonnement om at grafen vil speile om x-aksen ikke stemmer. Ved å påpeke feil med elevens resonnement gjør læreren i tillegg til å omformulere, en evaluering ved å synliggjøre at lærer og elev har sett på problemet på forskjellige måter.

En annen måte vi så læreren var til stede og deltok i dialogen med elevene, var ved å bruke humor, støttende utsagn og oppmuntrende ord til elevene i det undersøkende arbeidet. Disse handlingene kan kategoriseres som samtalegrepet kontakte. Kontakte har vi observert skje i alle tre klassene ved at lærerne brukte humor i dialog med elevene. Lærerne viste også tilstedeværelse gjennom smiling, fliring og oppmuntrende ord. Eksempelet nedenfor er hentet fra klasse 1 hvor læreren kommer med oppmuntrende ord:

Utdrag 4.6.4

*Lærer 1: *klapper en elev på hodet med et ark* men du, vær med dem. Det her klarer du!*

Figur 10: Lærer klapper elev på hodet

Utsagnet ovenfor viser hvordan læreren kontakter en elev med å klappe eleven på hodet og oppmuntrer eleven til å delta i gruppearbeidet ved å si *«vær med dem- det her klarer du!»*. Neste eksempel viser hvordan læreren i klasse 3 også benytter seg av samtalegrepet kontakte i form av humor og glimt i øyet i interaksjon med elevene:

Utdrag 4.6.5

Elev: Kanskje du bare flytter konstantleddet tre opp egentlig?
Lærer 2 ser lurt på elevene og smiler før han går videre
Elev: Der ser du, han smilte.. he-he.

I utdraget ovenfor ser vi at eleven oppdager at det skjer en forflytning av grafen når fortegnet på funksjonsuttrykket endrer seg. Å oppdage innebærer nettopp at elevene oppdager nye detaljer i løsningsprosessen eller finner ut ting de ikke har kunnskap om fra før av. Typiske elevspørsmål i en oppdagelsesprosess kan være *«kan vi kanskje gjøre slik?»*. Når elevene stiller slike spørsmål er det et tegn på at de har tatt eierskap over prosessen. Dette ser vi også skjer i utdraget ovenfor. Måten læreren responderer på denne oppdagelsen, er ved å nikke og smile mot eleven. Her bekrefter læreren elevens resonnement ved å gjøre en non-verbal handling. Eksemplene over viser hvordan begge lærerne bruker kontakte som en måte å være til stede i elevarbeidet ved å oppmuntre til deltagelse og for å bekrefte en oppdagelse.

Utdraget nedenfor er fra et interaksjonssegment som forekom i klasse 1, og er et enda et eksempel der en elev oppdager noe vesentlig løsningsprosessen:

Utdrag 4.6.6

> *Elev 1: Ja, vi har funnet ut 25%*
> *Lærer: Så dere treng de 3 prosentene?*
> *Elev 2: Da må vi, da må vi bare tenke. Da må vi kanskje begynne på 20%, så går vi bare nedover til 10%..*
> *Lærer: *Nikker mot eleven* Helt riktig.*

I eksempelet ovenfor stiller læreren spørsmålet «så dere trenger bare de tre prosentene?» som fører til at elevene reflekterer over og utforsker mulige løsningsstrategier. Eleven foreslår at de kan gå fra 20% til 10%, og så videre derfra for å finne 3%. Her kan vi også se at læreren nikker mot eleven og bekrefter resonnementet, som vi kjenner igjen fra samtalegrepet kontakte.

Eksemplene ovenfor viser ulike måter læreren kan delta i det undersøkende arbeidet sammen med elevene. En måte læreren kan delta er ved å i fellesskap med elevene evaluere om de sett på det matematiske problemet med samme synspunkt. Videre kan læreren skape samtale ved å ta en aktiv del i elevenes forklaringer ved å gjenta og omformulere elevenes forklaringer. Læreren kan også delta ved å benytte seg av samtalegrepet kontakte for å oppmuntre elevene i den undersøkende prosessen, som kan føre til at elevene oppdager nye elementer med det undersøkende arbeidet. Lærerens deltagelse i samtalen kan se ut til å ha som hensikt å få elevene fremover i løsningsprosessen ved å enten oppklare misforståelser, bekrefte elevenes resonnementer eller være til stede i samtalen ved å bruke humor og gi oppmuntrende/støttende kommentarer. Eksemplene illustrerer kategorien *læreren deltar i det undersøkende arbeidet med elevene* som beskriver hvordan læreren deltar i det undersøkende arbeidet sammen med elevene som en likeverdig part, med hensikt å støtte elevene i det undersøkende arbeidet.

4.7 Læreren legger til rette for undersøkende arbeid

Vi har observert situasjoner hvor lærerens atferd kan knyttes til samtalegrepene snu og snakk (Kazemi & Hintz, 2019) repetere (Chapin, O´Connor, & Anderson, 2009), observere (Smith

& Stein, 2011, s. 11) og regissere. I interaksjonene hvor vi har observert disse samtalegrepene kan det se ut til at læreren legger til rette for at elevene skal fremme og synliggjøre sine matematiske tanker og ideer for hverandre, og bidra til å fremme elevenes autonome arbeid i det undersøkende arbeidet. I denne kategorien ser vi at elevbidrag er sentralt i kommunikasjonen.

En måte læreren la til rette for matematiske samtaler var ved å rette elevene mot hverandre gjennom bruk av samtalegrepene *snu og snakk* og *repetere*. Snu og snakk handler om å gi elevene mulighet til å dele og forklare ideene sine til hverandre, og få elevene til å forstå og engasjere seg i hverandres matematiske tanker og ideer. Under ser vi et eksempel på hvordan læreren i klasse 3 rettet elevene mot hverandre for å sammenligne løsningene sine:

Utdrag 4.7.1

Elev 1: Geir

Lærer: Ja

Elev 1: Hva prater de om, har jeg misforstått hele greien her? Hvordan regner jeg ut det her?

Lærer: Ehh, jeg vet ikke.. hva har dere tenkt?

*Elev 1: Jeg tenkte man bare kunne bytte x+3 med (*annen elev skyter inn: vi bytter x med x+3*) altså inni den der, og da finner vi liksom uttrykket for x+3.*

Elev 2: da finner vi uttrykket for g(x)..

Lærer: Ja.. har vi gjort noe sånt tidligere? Erstattet noe i et funksjonsuttrykk på den måten

(...)

Elev 1: Det kan fungere?

Lærer: Jaa..

Elev 1: så du mener at dette kan være rett da? At vi bare bytter ut det der.. også for g vil jo være det der. Også hvis jeg regner ut det der, og det er vel å bytte ut det der. Så vil jeg jo få et funksjonsuttrykk.

Lærer: Mhm

Elev 1: Ja

Lærer: Ja, ja men prøv

Elev 1: Ja. Vi trur, vi trur det er rett..

Lærer: Prøve en funksjon, også.. også kan dere eventuelt snakke med sidegruppen og *se hva de har funnet ut.*

Elev 1: Ja, fordi de har noe helt annet. Det var det som var..

Utdraget ovenfor viser hvordan eleven tar initiativ til å spørre om veiledning fra læreren. Elevene forklarer deretter hva de har gjort ved å foreslå at de kan bytte ut x med x+3 i funksjonsuttrykket for å finne g(x). Deretter oppmuntrer læreren elevene til å prøve ut forslaget deres, for så diskutere løsningen med sidegruppen. Ved å gjøre dette legger læreren til rette for matematiske samtaler mellom elevene. I det siste utsagnet fra eleven kan det se ut til at de allerede har sammenlignet resonnementene sine med sidegruppen.

Vi har observert at læreren ved noen tilfeller bruker samtalegrepet repetere. Lærerens hensikt ved å bruke samtalegrepet kan se ut til å være å legge til rette for matematiske samtaler ved å be elevene gjenta eller omformulere hverandres utsagn. Under ser vi et eksempel der læreren i klasse 1 ber en elev gjenta sin egen forklaring:

Utdrag 4.7.2

Lærer: Ja, så dere har også sånn cirka, men dere tenker jo helt rett. Men hvordan..

Hørte dere hva Mathias sa om å finne fram til 3%, hvordan han tenkte.

Elev: Nei..

Lærer: Mathias, kan du gjenta litt det du sa.

Utdragene ovenfor er deler av et samtalesegment som finner sted i oppsummeringsfasen. I eksempelet bruker læreren repetisjon for å få elevenes oppmerksomhet og for å fremme en viktig matematisk idé. Læreren spør om elevene har fått med seg forklaringen til Mathias, når de avkrefter dette, ber læreren eleven Mathias om å gjenta forklaringen sin.

Både snu og snakk og repetere er grep læreren kan benytte seg av for å rette elevene mot hverandre og på den måten legge til rette for matematisk samtale.

I to av klassene, klasse 1 og 3, observerte vi tilfeller der lærerens atferd så ut til å ha som hensikt å observere elevaktivitet, for og så vurdere elevenes behov for lærerstøtte. Lærerne observerte gjerne i et halvt minutt til to minutter før de enten involverte seg verbalt eller forlot gruppen. I de tilfellene lærerne ikke tok en del av samtalen var tilsynelatende i de situasjonene hvor elevene var på riktig spor og så ut til å engasjere seg i det undersøkende arbeidet. Denne måten å legge til rette for matematiske samtaler på skiller seg ut fra de andre da den er av non-verbal art. Lærerens atferd har vi valgt å knytte opp mot rammeverket til Smith og Stein, og faller inn under steg to i five practices; å observere.

Regissere (egendefinert kode)

I tillegg til de teoribaserte kodene, vil vi i denne kategorien også presentere en egendefinert kode; regissere. En interessant observasjon vi gjorde var hvordan læreren i klasse 2 organiserte oppsummeringen av undervisningsøkten. Oppsummeringen ble gjort gjennom en helklassediskusjon etter endt gruppearbeid. Hele segmentet er preget av at interaksjonen er elevaktiv og læreren fungerer som en slags tilrettelegger for samtale. Læreren åpner helklassediskusjon med å få en gruppe til å forklare sin løsning til resten av klassen. Deretter ser vi at elevene responderer til hverandre og evaluerer hverandres løsninger. Læreren bidrar med innspill som går på å bemerke detaljer i elevsamtalen og for å velge ut nye grupper for å presentere. Vi har valgt å kalle denne koden regissere. Utdraget nedenfor er et eksempel på hvordan klasseromsdiskusjonen foregikk i klasse 2;

Utdrag 4.7.3

> **Lærer nikker videre til neste gruppe**
>
> *Elev Katrine: Våres tur? Ja ikke sant, vi delte jo selvfølgelig først selve omkretsen på to for å finne ut hva to og to sider var. Da fikk vi tolv. Da ikke sant så gjorde vi som de, ganget de forskjellige gangestykkene til tolv. Da liksom sju ganger fem, åtte ganger fire, ni ganger tre.*
>
> *Lærer: Mhm.*
>
> *Elev Katrine: Nei ikke gangestykker til tolv, men når to ting som blir tolv i lag. Også fikk vi sju ganger fem og det største arealet når det var et rektangel. Vi tenkte at et rektangel var når to og to var forskjellig lengde, men seks ganger seks funker jo også.*
>
> *Lærer: Ja, for jeg røpet litt for dere der.*
>
> *Elev Katrine: Ja hehe. Fordi det går under.. Hva var det du sa.. Kvalifikasjonene til å være et rektangel..*
>
> *Lærer: Definisjon.*
>
> *Elev Katrine: Definisjon til et rektangel.*
>
> *Elev: To og to sider er parallell?*
>
> *Lærer: Ja.*
>
> *Elev Katrine: Ja, og de har 90 grader, og det er liksom to og to sider som er like lange, og så bla bla bla..*
>
> *Lærer: Ja, og da fant dere ut at omkretsen kunne være?*

*Elev Katrine: Seks ganger seks. Som blir mer enn deres *peker mot en annen elev*.*

Elev Janne: Hvor mye blir deres?

Elev Katrine: Seks ganger seks som blir 36.

Lærer: Hva dere fant ut «Janne»?

Elev Janne: Vi tok jo også det der at vi ganget fem ganger sju og fikk arealet 35.

Lærer: Mhm.

Elev Janne: Så kan man jo også gange 6,555 ganger 5,555..

Elev Katrine: Nei.

Elev Janne: Jo. Og da får man 36,4.

Elev Katrine: Blir det tolv?

Elev Sindre: Hæ?

Elev Katrine: Nei. Fem pluss fem blir ti. Da blir det.. Da har dere.. Det blir 12,11.. 12,11. Noe slikt.

Elev Janne: Åja.

Figur 11: Lærer regisserer helklassediskusjon

Eksemplene over viser hvordan læreren kan legge til rette for den matematiske samtalen. Dette kan læreren gjøre ved å rette elevene mot hverandre, for eksempel ved å bruke samtaletrekkene snu og snakk, repetere og observerende grep. Videre kan læreren observere elevaktiviteten, som handler om de non-verbale handlingene læreren gjør for å vurdere behov for støtte og veiledning. Videre har vi sett at læreren kan ta regisserende grep i det undersøkende arbeidet. Grepet regissere innebærer at læreren regisserer en «elevstyrt» helklassediskusjon ved å fungere som en ordstyrer. Alt dette viser hvordan kategorien *læreren* *legger til rette for det undersøkende arbeidet* består av de samtalegrepene som tilrettelegger for elevaktivt arbeid. Læreren kan fungere som en tilrettelegger ved å enten rette elevene mot hverandre, observere samtalen for å vurdere hvilken støtte som kreves eller fungere som en regissør for helklassediskusjon.

5 Resultat del 2: Presentasjon av interaksjonsskalaen og diskusjon

Vi vil i dette kapitlet svare på forskningsspørsmålet: *hvordan kan lærer-elevinteraksjon fremme elevaktivt arbeid i undersøkende undervisning?* For å svare på forskningsspørsmålet har vi gjort en videre analyse og tolkning av kategoriene i kapittel fire. I analysen har vi sett nærmere på grad av involvering fra læreren i det undersøkende arbeidet, og hvordan dette kan påvirke elevaktiviteten i arbeidet. Vi vil i dette kapitlet presentere vårt hovedfunn: **en skala som viser sammenheng mellom interaksjonstyper og grad av lærer-/elevaktivitet i det undersøkende arbeidet.** Videre vil vi utdype hvert nivå i interaksjonsskalaen og diskutere nivåene med utgangspunkt i undersøkende undervisning og formativ vurdering.

5.1 Interaksjonskalaen

Interaksjonsskalaen er et resultat av analysen vi har foretatt oss, og er basert på teori om kommunikasjon i matematikk sett i sammenheng med deduktiv- og induktiv tilnærming til undervisning. Skalaen vår består av følgende interaksjonskategorier: *fortellende, losende, orienterende og utfordrende, deltagende, og tilretteleggende.* Kategorinavnene er en videreutvikling av Drageset (2021) sine definerte lærerroller; læreren som forteller og informerer, læreren som støtter, læreren som deler og utvikler elevens ideer, læreren som deltar og læreren som tilrettelegger.

Figur 12: Interaksjonsskala

Hver interaksjonskategori tar for seg vår tolkning av lærerens hensikt med interaksjonen basert på utfallet av de ulike samtalegrepene læreren benytter seg av i kommunikasjon med elevene. Kategoriene er strukturert fra interaksjoner med høy grad av læreraktivitet til stadig mer elevaktive interaksjoner. Videre i kapitlet vil vi utdype hver interaksjonskategori.

Fortellende interaksjon

Læreren forteller noen ganger hvordan elevene skal utføre den undersøkende oppgaven ved å benytte seg av samtalegrepene demonstrere eller forenkle ved å fortelle. I tillegg til at læreren forteller hvordan elevene skal utføre det undersøkende arbeidet, kan læreren fortelle om sammenhenger mellom matematiske ideer og fortelle hva som er viktig for elevene for å kunne løse oppgaven. Interaksjonene i denne kategorien preges av at læreren tilsynelatende tar hovedvekten av det undersøkende arbeidet ved å enten fortelle elevene konkret hvordan de skal gå frem i det undersøkende arbeidet, gir elevene deler av løsningen, forteller om sammenhenger eller påpeker hva som er viktig. Vi har derfor gruppert de sammen til kategorien *fortellende interaksjon,* som er det første nivået på interaksjonsskalaen.

Slik det kommer frem av eksemplene presentert i kapittel 4.1 og 4.2, kan fortellende interaksjoner forekomme når elevene står fast i løsningsprosessen eller når læreren forteller elevene om viktige matematiske sammenhenger. Fortellende interaksjoner kan preges av at læreren formidler fremgangsmåter for å løse gitte oppgaver, og interaksjonene vil ha en høy grad av lærerinvolvering. Et viktig poeng med undersøkende undervisning er at elevene selv skal utforske mulige strategier og fremgangsmåter (Abril, et al., 2013;Artigue & Blomhøj, 2013;Blomhøj, 2021;Skånstrøm, 2016). Med en fortellende interaksjon kan det tenkes at læreren hemmer elevenes undersøkende arbeid da det kan føre til at læreren gir for mye informasjon knyttet til løsningsprosessen. En slik interaksjon kan derfor knyttes til en deduktiv tilnærming til undervisning da læreren ved å ha en slik tilnærming gir elevene informasjon om matematiske prosedyrer og fremgangsmåter. Dette kan også knyttes til det Brendefur og Frykholm (2000) betegner som ensrettet kommunikasjonsmønster som typisk kan forekomme i en klasseromskultur preget av IRE-mønster.

Fortellende interaksjoner er ikke nødvendigvis en hemmende faktor for det undersøkende arbeidet da læreren ved å fortelle om matematiske sammenhenger kan bidra til å få elevene videre i løsningsprosessen. En slik form for fortellende interaksjon observerte vi blant annet når læreren i klasse 3 henviste til tavlen når eleven søkte støtte, slik det kommer frem i utdrag 4.2.3; *Lærer: Men, men det kan jo være lurt å prøve å bruke noen av de her oppdagelsene vi hadde *peker mot tavla*.*

I tillegg til at det kan bidra til å få elevene videre i løsningsprosessen, kan det også være hensiktsmessig med en slik interaksjonsform i iscenesettelsesfasen av undersøkende undervisning. Blomhøj (2021) og Pedaste (2015) beskriver begge at en viktig hensikt med oppstarten av undersøkende undervisning er å etablere det didaktiske miljøet. Blomhøj tar i tillegg for seg at en essensiell læreraktivitet er å påpeke og allmenngjøre sentrale begreper og metoder. Vi har observert at lærerne brukte fortellende interaksjoner for å avklare sentrale begreper for elevene i det undersøkende arbeidet. For eksempel slik læreren i klasse 2 gjorde ved å oppsummere og påpeke viktige detaljer ved gjennomgang av begreper i starten av undervisningsøkten (utdrag 4.2.2);

> *Lærer: ..alle vinklene er 90 grader. Og de to og to sidene du snakket om er på en måte parallell med hverandre. Ja. Og det er på en måte gitt når vinklene er 90 grader.*

Interaksjon mellom lærer og elev vil videre gi læreren grunnlag for å foreta formativ vurdering. Et sentralt poeng med formativ vurdering er at læreren skal få innsikt i elevenes tanker for å støtte de videre i læringsprosessen. Ved å benytte seg av interaksjoner som bidrar til høy grad av lærerinvolvering, kan det tenkes at læreren ikke synliggjør og fremmer elevenes matematiske tanker og erfaringer i læringsprosessen. Slik det kommer frem av Schoenfeld (2014) sine tre nivåer av formativ vurdering, vil nettopp synliggjøring av elevenes tanker være vesentlig for å ha grunnlag for formativ vurdering. Vi mener derfor at fortellende interaksjoner i utgangspunktet gir læreren lite innsikt i elevens tanker, og derfor ikke et solid grunnlag for formativ vurdering.

Losende interaksjon

Neste nivå på skalaen har vi valgt å kalle losende interaksjoner, og dannes av de interaksjonene der læreren loser elevene mot riktig løsning ved å redusere kompleksiteten av oppgaven(e). Dette har vi observert skje ved at læreren gir hint, stiller lukkede spørsmål og forenkler. I likhet med fortellende interaksjoner har læreren en aktiv rolle i losende interaksjoner, men i motsetning vil losende interaksjoner i større grad involvere elevene i løsningsprosessen. Losende interaksjoner kan legge til rette for noe grad av elevinvolvering ved at læreren stiller stegvise spørsmål til elevene, gir hint elevene kan respondere på og forenkler oppgaven for å få elevene fremover i prosessen. Slike interaksjoner kan ses i sammenheng med Brendefur og Frykholmn (2000) beskriver som medvirkende kommunikasjonsmønster, som kjennetegnes av at læreren har en «slik-gjør-du-det»-tilnærming til den matematiske samtalen. Losende interaksjon kan tenkes å føre til at elevenes respons dreier seg om heller å finne ut hva læreren anser som det riktige svaret enn å undersøke egne tanker og ideer.

I likhet med fortellende interaksjon vil losende interaksjon kunne knyttes opp mot en deduktiv tilnærming til undervisning. Ved losende interaksjoner kan læreren redusere oppgavens kompleksitet ved å gi stegvis informasjon til elevene til løsningsprosessen. Dette kan føre til at læreren tar fra elevene muligheten til å undersøke og oppdage matematiske ideer selv, og istedenfor overfører egen kunnskap i små fragmenter. Dette kan ses i sammenheng med det Rocard (2007) beskriver som en «top-down» tilnærming til undervisning, og videre det Brousseau og Balacheff (1997) kaller topaze-effekten. En konsekvens av losende interaksjoner kan være at elevene ikke klarer å henge med på lærerens resonnementer, og mister dermed sammenhengen mellom informasjonen læreren gir og oppgaven.

I kapittel 4.3, læreren loser elevene mot riktig løsning, presenterte vi to ulike eksempler på at læreren loset elevene i løsningsprosessen ved å gi hint, forenkle gjennom losing og stille lukkede spørsmål. I etterkant av begge disse interaksjonssegmentene observerte vi at elevene ikke fikk videre framgang i utforskningsprosessen, og ut ifra elev-elev interaksjonene tolket vi at elevene ble forvirret av lærerens veiledning. Elevene har i episodene først bekreftet at de har forstått lærerens forklaring, men etter læreren har forlatt interaksjonen har de gitt uttrykk for at de var forvirret og ikke forsto hva læreren faktisk mente.

Utfordringen ved å benytte seg av en losende interaksjonsform for ofte, kan være at det kommer i konflikt med de essensielle lærer- og elevaktivitetene i undersøkende undervisning. Et viktig poeng i det Blomhøj (2021) betegner som fase to er at læreren skal støtte og utfordre igjennom dialog. Læreren skal blant annet bygge videre på elevenes erfaringer og støtte deres eierskap til problemet. Slik vi ser det vil derfor ikke losende interaksjoner legge til rette for ønskede undersøkende aktiviteter da interaksjonen i høy grad er lærerstyrt. I likhet med fortellende interaksjoner, ser vi at det ikke utelukkende er negativt å benytte seg av losende interaksjoner. Slik vi har observert kan det se ut til at lærerne ofte har losende tilnærming til samtalen når elevene står fast i det undersøkende arbeidet. Det kan derfor tenkes at slike interaksjonsformer kan ha som hensikt å lose elevene videre i løsningsprosessen for å unngå at det undersøkende arbeidet stagnerer.

I motsetning til fortellende interaksjon vil læreren ved en losende tilnærming i større grad involvere elevene i den matematiske samtalen ved å stille stegvise spørsmål og fremme hint om løsningsprosessen. Vi oppfatter at elevenes respons på lærerens utsagn kan gi læreren en viss innsikt i elevenes tanker, men disse tankene kan være påvirket av hva de tror læreren ønsker å høre. Derfor vil ikke elevbidragene være tilstrekkelig for å foreta en formativ vurdering da de kan være formet av lærerens ønskede svar og dermed ikke elevenes egne tanker og refleksjoner.

Orienterende og utfordrende interaksjon

Kategoriene læreren forsøker å sette seg inn i elevenes matematiske tanker og læreren utfordrer elevenes matematiske tanker, danner det tredje nivået i skalaen som vi har valgt å navngi orienterende og utfordrende interaksjon. Dette nivået vil skille seg fra losende interaksjoner ved at spørsmålene som stilles i større grad gir elevene mulighet til å gi mer utfyllende forklaringer og svar. Svarene elevene gir vil ideelt sett være basert på egne ideer og resonnement, og ikke på hvilket svar de tror læreren ønsker. Nivået tar for seg grepene læreren gjør for å orientere seg om og utfordre elevenes matematiske tanker. Læreren kan orientere seg om elevenes tanker gjennom å stille åpne spørsmål, belyse detaljer ved elevenes resonnement og ideer, og å be elevene begrunne og forklare sin tenkning. Videre kan læreren utfordre elevene gjennom å gi elevene nye problemstillinger slik at de kan fortsette utforskningsprosessen eller koble sammen ved å få elevene til å oppdage sammenhenger mellom egne tanker og matematiske prosedyrer og ideer. Orienterende interaksjoner kan derfor tenkes å være en forutsetning for utfordrende interaksjoner. Utfordrende interaksjoner vil utfordre elevenes matematiske tanker og evne til å se sammenhenger i det matematiske arbeidet.

Samtalegrepene på dette nivået bidrar til at elevene kan ta en større del av det undersøkende arbeidet, da interaksjonene mellom lærer og elev legger opp til å fremme elevargumentasjoner, refleksjoner og utforskning. I likhet med losende interaksjon er det fortsatt læreren som vil styre dialogen, men elevene vil ta en større del av samtalen. Lærerinvolveringen legger opp til at elevene må begrunne sine egne tanker og/eller videre utfordre egne matematiske ideer. En slik form for interaksjon kan tenkes å fremme et refleksivt kommunikasjonsmønster i klasserommet. Refleksivt kommunikasjonsmønster kjennetegnes ved at lærer og elev deltar på lik linje i samtalen, og målet er å fremme en faglig dybde gjennom diskusjon og refleksjon (Brendefur & Frykholm, 2000). Hvis læreren videre evner å trekke faglige sammenhenger og koblinger i fellesskap med elevene kan en slik interaksjonsform fremme et rikt kommunikasjonsmønster i klasserommet.

Orienterende og utfordrende interaksjon innebærer blant annet at læreren skal stille åpne og relevante spørsmål, som samsvarer med de kriteriene PRIMAS-modellen tilskriver spørsmål i undersøkende undervisning. Når læreren stiller åpne og relevante spørsmål, kan dette legge til rette for essensielle elevaktiviteter i undersøkende undervisning. Slik Blomhøj (2021) beskriver skal elevene i undersøkende undervisning gis muligheten til selv å resonnere og bevise, danne og teste egne hypoteser, eksperimentere, fortolke og vurdere resultater, og kommunisere gjennom å forklare og utdype matematiske ideer. Orienterende og utfordrende interaksjon kan samsvare med egenskapene til fase to av Blomhøj, der læreren skal fungere som en støtte og veileder. I tillegg kan interaksjonen knyttes til Pedaste (2015) sin tredje hovedfase, å undersøke, der det legges vekt på elevarbeid i den undersøkende fasen. Pedaste tar også for seg kommunikasjon i sin fasestruktur som vesentlig for å fremme diskusjon, refleksjon og argumentasjon. Vi mener derfor at en orienterende og utfordrende interaksjon kan fremme undersøkende aktiviteter, da en slik interaksjon legger til rette for at elevene selv skal få forklare, begrunne og videre utforske sine resonnementer.

Ved å ha en orienterende og utfordrende tilnærming til interaksjon med elevene, vil læreren ha mulighet til å få innsikt i elevenes tanker, og dermed både mulighet til å bygge videre på elevenes eksisterende kunnskap og å oppdage misoppfatninger. Schoenfeld (2014) sitt tredje nivå av formativ vurdering beskriver hvordan læreren kan foreta vurdering ved å bruke elevbidrag til å bygge på allerede eksisterende kunnskap, og oppdage og ta tak i elevenes misoppfatninger. Vi mener derfor orienterende og utfordrende interaksjoner gir et utgangspunkt for læreren til å foreta formativ vurdering. Vi tenker at en orienterende interaksjon kan gi læreren grunnlag til å utfordre elevenes matematiske tanker, og vi mener derfor at interaksjonskategoriene henger tett sammen. Orienterende og utfordrende interaksjoner gir ifølge oss et grunnlag til å foreta formativ vurdering.

Deltakende interaksjon

På det fjerde nivået finner vi deltakende interaksjon. Deltakende interaksjon foregår ved at læreren støtter og veileder ved å ta del av den utforskende prosessen sammen med elevene gjennom å evaluere, omformulere, kontakte og oppdage. Når læreren tar del i det undersøkende arbeidet sammen med elevene, vil læreren fremstå som en likeverdig deltaker i arbeidet. Denne kategorien velger vi derfor å plassere som fjerde nivå på skalaen av lærer-/elevinvolvering i det undersøkende arbeid. Deltakende interaksjon kan på lik linje med orienterende og utfordrende interaksjon gi læreren innsikt i elevenes tankeprosesser, og dermed mulighet for å knytte sammenhenger mellom-, og bygge videre på elevenes matematiske tanker og ideer. Interaksjonsformen kan derfor knyttes både til det Brendefur og Frykholm (2000) beskriver som refleksivt- og rikt kommunikasjonsmønster.

I kontrast fra orienterende og utfordrende interaksjon kan dialogen i deltakende interaksjon i større grad legge til rette for likeverdighet, og knyttes opp mot det Alrø og Skovsmose (2004) definerer som dialogisk læring. Ved å benytte seg av samtalegrepene evaluere, omformulere, kontakte og oppdage kan læreren oppfylle en rekke av Blomhøj (2021) sine essensielle læreraktiviteter i undersøkende undervisning. Blant annet kan læreren inspirere til undersøkende holdninger, oppmuntre elevene til spørsmål og refleksjon, bemerke og anerkjenne elevens faglige ideer og resonnementer, og verdsette elevens forsøk og feil som grunnlag for læring. Utdrag 4.6.5 er et eksempel på hvordan læreren benytter samtalegrepet kontakte for å anerkjenne elevens faglige idé, hvor hensikten kan se ut til å være å oppmuntre eleven i det undersøkende arbeidet:

> *Elev: Kanskje du bare flytter konstantleddet tre opp egentlig?*
> **Lærer 2 ser lurt på elevene og smiler før han går videre**
> *Elev: Der ser du, han smilte.. he-he,.*

Ideelt sett vil en deltakende interaksjon kunne fremme undersøkende aktivitet, men i realiteten kan det tenkes å være utfordrende å få til. Det tradisjonelle maktforholdet i klasserommet der læreren er autoriteten i det undersøkende arbeidet kan tenkes å påvirke den sosiomatematiske normen i klasserommet. Selv om læreren ønsker å være en likeverdig part av det undersøkende arbeidet, kan maktforholdet i klasserommet føre til at elevene sannsynligvis ikke ser seg selv som likeverdig med læreren. Elevene vil fortsatt søke etter bekreftelse på egne tanker og ideer fra læreren da læreren har en validerende makt. Utdrag 4.6.1 viser hvordan eleven responderer på lærerens skepsis til fremgangsmåten. Eleven sier først *«jeg trur faktisk det er rett da».* Istedenfor å begrunne og argumentere for løsningen, underbygger eleven sitt eget løsningsforslag ved å si *«neida, tullet bare»*;

> *Lærer: Jeg trur dere blander to oppgaver. Blander første med den andre. For det var en kvart ganget du.. Nei.. Hvis du ganger med tre..*
> *Elev: Jeg trur faktisk det er rett da. Neida, tullet bare.*

Slik vi ser i eksemplet ovenfor kan det tenkes at den sosiomatematiske normen påvirker hvordan eleven responderer på lærerens utsagn. I stedefor å bygge videre på egne matematiske tanker og ideer, så kan det se ut til at eleven lar seg påvirke av lærerens validerende makt i klasserommet.

Deltakende interaksjon i likhet med orienterende og utfordrende interaksjon, gir læreren innsikt i elevenes tankeprosesser, og dermed grunnlag for formativ vurdering. Cowie og Bell (1999) påpeker at formativ vurdering er en prosess mellom lærer og elev. I en deltakende interaksjon vil elevenes tankeprosesser synliggjøres når lærer og elev omformulerer og evaluerer hverandres synspunkter på det matematiske problemet. Det forutsetter at læreren er bevist på elevenes innspill i dialogen, og benytter disse til å påvirke elevenes proksimale utviklingssone. Utdraget nedenfor (utdrag 4.6.2) viser hvordan læreren gjennom å omformulere elevens forklaring oppklarer elevens misoppfatning:

> (...)
> *Elev: ..så tenkte jeg uten å ha sett på noen grafer, så tenkte jeg først at den her kom til å speiles om x-aksen, fordi at det var negativ x.*
> *Lærer: ja okeii, men det du da sier her er jo at tenk på en x-verdi. Okei x-verdien 4. Men så skal du ta den minus fire, så ender du jo der. Og da tenker jeg at da får du jo en speiling ikke sant .. ikke om x-aksen. Da får du ei speiling om y-aksen.*

Utdraget ovenfor viser hvordan læreren i en deltakende interaksjon foretar en formativ vurdering ved å omformulere elevens forklaring. Samtalegrepene i en deltakende interaksjon kan tenkes å gi læreren gode forutsetninger for å vurdere elevene underveis i det undersøkende arbeidet, og kan knyttes opp mot Schoenfeld (2014) sitt tredje nivå av formativ vurdering.

Tilretteleggende interaksjon

På det siste nivået av skalaen finner vi tilretteleggende interaksjon. Det som kjennetegner tilretteleggende interaksjon, er at læreren fungerer som en tilrettelegger for det undersøkende arbeidet. Det som skiller tilretteleggende interaksjon fra deltakende interaksjon, er hvordan læreren tilnærmer seg samtalen. I deltakende interaksjon vil læreren ha en aktiv rolle i kommunikasjon med elevene, i motsetning vil læreren i en tilretteleggende interaksjon være mer passiv. Læreren vil fungere som en slags «tilrettelegger» for det undersøkende arbeidet og samtalene som oppstår. Grepene som inngår i denne interaksjonstypen er snu og snakk, repetere, observere og regissere. Læreren kan ved å gjøre disse grepene ha en tilbaketrukken funksjon i den undersøkende prosessen og elevene vil ha hovedansvaret for det undersøkende arbeidet. Sett i sammenheng med deltakende interaksjon hvor læreren har en mer likeverdig rolle som elevene, legges det i en tilretteleggende interaksjon til rette for elevenes selvstendige arbeid. Ideelt sett kan en tilretteleggende interaksjon knyttes opp mot det Brendefur og Frykholm (2000) beskriver som et rikt kommunikasjonsmønster. Ifølge Drageset krever et slikt mønster aktive og utforskende elever utfordrer og spør mer enn de forklarer og definerer.

I likhet med deltakende interaksjon vil tilretteleggende interaksjon legge til rette for elevenes selvstendige, undersøkende arbeid. Slik Blomhøj (2021) argumenterer er essensen ved fase to i undersøkende undervisning. Ved å benytte seg av samtalegrepene snu og snakk og repetere, kan læreren fremme samarbeid og skape rom for dialogisk samspill i klassen - noe Blomhøj fremmer som essensielle læreraktiviteter. En refleksjon vi har gjort på bakgrunn av vår observasjon, er at samtaletrekket snu og snakk så ut til å forekomme oftere i den videregående klassen. Elevene så ut til å søke støtte og veiledning fra medelever før de henvendte seg til læreren. Dette kan tyde på at samarbeid i den undersøkende undervisningen allerede var en del av klasseromskulturen. To grunner som kan påvirke samarbeidet kan tenkes å være 1) alderen til elevene og 2) den sosiomatematiske normen i klasserommet. Bakgrunnen for at alderen kan være en faktor er fordi vi så dette forekomme på de høyere klassetrinnene, og elevene kan på bakgrunn av dette tenkes å være mer autonome i egen læringsprosess. Datamaterialet vårt gir oss innblikk i en liten brøkdel av skolehverdagen, og dermed ikke et grunnlag for å kunne si noe om den sosiomatematiske normen i klasserommet. Vi kan likevel argumentere på bakgrunn av tidligere presentert teori og forskning (kapittel 2.3.2) at den sosiomatematiske normen kan påvirke hvordan den matematiske samtalen i klasserommet foregår.

Videre har vi observert at læreren kan i en tilretteleggende interaksjon benytte seg av samtalegrepet observere. Ved å observere elevenes undersøkende arbeid kan læreren få innsikt i elevenes tanker og løsninger, og videre forberede seg på diskusjon eller hvordan læreren kan rette for matematiske sammenhenger og koblinger for elevene. Blomhøj (2021) sin fase to handler i hovedsak om elevens undersøkende arbeid og lærerens oppgave i denne fasen vil være å støtte og veilede, og ha mulighet å forberede til konstruksjon av dialog. Det er nettopp dette Smith og Stein (2011) beskriver som steg to i five practices, og er en viktig faktor i planlegging av den matematiske samtalen. I tillegg kan læreren gjennom observasjon avgjøre om det vil være behov for å involvere seg i elevens undersøkende arbeid. Dersom læreren ikke ser behovet for å støtte og veilede elevene videre i løsningsprosessen, vil lærer-elev-interaksjonen kunne defineres som tilretteleggende. Hvis læreren velger å involvere seg i elevenes arbeid vil interaksjonen kunne bli forandret fra en tilretteleggende interaksjon til en annen, for eksempel til en deltakende- eller losende interaksjon.

I tillegg til å rette elevene mot hverandre og gjøre observere, så vi at læreren hadde en tilretteleggende tilnærming til interaksjon ved å fungere som en regissør i helklassediskusjoner. Læreren i klasse 2 regisserte helklassediskusjon i den avsluttende fasen av det undersøkende arbeidet. Vi observerte at helklassediskusjonen foregikk gjennom en flytende dialog i klasserommet uten behov for håndsopprekninger. På den måten kan det tenkes at tilretteleggende interaksjon legger til rette for elevaktiv kommunikasjon. I tillegg kan tilretteleggende interaksjon tenkes å samsvare med det Blomhøj (2021) definerer som egenskap til fase tre; å tilrettelegge for fellesgjøring av erfaring og resultater. Ved å fungere som en regissør kan læreren legge til rette for at elevene får delt sine tanker og ideer med hverandre, som er et viktig mål med den oppsummerende fasen av undersøkende undervisning. Konsekvensen kan tenkes ut fra våre observasjoner å være at læreren i for stor grad lot elevene styre samtalen og samtidig ikke bygde videre på elevbidragene. Elevbidragene ble ikke brukt for å skape sammenhenger, men for å presentere et «endelig og riktig» svar. Stein og kolleger (2008) argumenterer for at nettopp dette er konsekvensen av at læreren trekker seg for mye tilbake.

Tilretteleggende interaksjon kan legge til rette for at elevene får dele sine tanker og ideer da læreren vil ha en mer tilbaketrukken rolle i interaksjonen, enten ved å rette elevene mot hverandre, observere eller regissere elev-elev interaksjon. Når læreren tar en slik rolle kan det både ha en positiv, men også en negativ effekt på utfallet av den formative vurderingen. Ved å lytte til og få fram elevenes egne forklaringer, kan dette føre til at læreren får innsikt i elevenes tankeprosesser. En utfordring kan være at læreren blir for passiv i interaksjonen og dermed ikke bygger videre på elevenes matematiske ideer og tanker. Når læreren ikke benytter seg av innsikten, kan dette samsvare med nivå to av Schoenfeld (2014) TRU-math-modellen for formativ vurdering; elevene deler sine tanker, men læreren benytter seg ikke av elevbidragene eller utfordringene som elevene beskriver til videre læring

5.2 Oppsummering

Kategoriene vi har presentert i dette kapitlet danner til sammen interaksjonsskalaen vår. Det første nivået av skalaen er fortellende interaksjon. Fortellende interaksjon innebærer at læreren er tilsynelatende eneste deltaker og tar det overordnende ansvaret for det undersøkende arbeidet. Neste nivå er losende interaksjon. Også her vil læreren styre samtalen, men elevene vil bidra i noe grad med å gi korte svar. Midt på skalaen har vi orienterende og utfordrende interaksjoner. På dette nivået er det fortsatt læreren som styrer samtalen, men retter spørsmålene mot elevenes tanker som fører til at elevene tar en større del av det undersøkende arbeidet. Videre har vi deltakende interaksjon der læreren og eleven ideelt sett er likeverdige parter i interaksjonen, og dermed bidrar i det undersøkende arbeidet i like stor grad. Helt i ytterkant av skalaen har vi plassert tilretteleggende interaksjon. Interaksjonen legger til rette for et kommunikasjonsmønster som i større grad er elevaktivt og læreren har en mer tilbaketrukken rolle.

Interaksjonsform	**Kjennetegn**	**Grad av lærer-/elevaktivitet**
Fortellende	Læreren forteller, påpeker eller allmengjør sentrale begreper og metoder, samt tydeliggjør matematiske sammenhenger.	Læreren tar det overordnede ansvaret for det undersøkende arbeidet
Losende	Læreren reduserer kompleksiteten av oppgaven gjennom losende utsagn/spørsmål.	Læreren involverer elevene i noe grad, men læreren tar fortsatt hovedansvaret for det undersøkende arbeidet.
Orienterende og utfordrende	Læreren forsøker å synliggjøre elevens matematiske tanker eller støtter og bygger videre på elevbidrag.	Læreren retter spørsmålene mot elevenes tanker som fører til en større elevaktivitet i det undersøkende arbeidet.
Deltakende	Læreren tar en del av den utforskende prosessen sammen med elevene	Lærer og elev bidrar tilsynelatende i like stor grad i det undersøkende arbeidet.
Tilretteleggende	Læreren tilrettelegger for samhandling gjennom å rette elevene mot hverandre, observere eller regissere samtalen.	Høy grad av elevaktivitet. Læreren fungerer som en tilrettelegger, og har en tilbaketrukken rolle i det undersøkende arbeidet.

Tabell 6: Beskrivelse av interaksjonskategorier

Interaksjonsskalaen vi har presentert kan sees på som et hierarki hvor hver interaksjonsform er stadig mer induktiv, og dermed vil det siste nivået være det «ønskede» interaksjonsformen for å legge til rette for undersøkende undervisning. Derimot har vi gjennom forskningsprosjektet forstått at kommunikasjon i matematikk er et komplekst tema. Kommunikasjon mellom lærer og elev kan påvirkes av en rekke ulike faktorer; lærerens tilnærming til undervisning, målet for læringsøkten, de sosiomatematiske normene og lærerens konkrete handlinger og grep i samtalen. Kommunikasjon er derfor sammensatt tema, og hver interaksjon vil på ulike måter påvirkes av de overnevnte faktorene. I tillegg vil læreren måtte vurdere hver interaksjon ut fra elevens behov og respons, og bør tilpasse sine grep med utgangspunkt i dette. Bruder og Prescott (2013) argumenter i sin studie for at læreren sin evne til å støtte elevene vil påvirke kvaliteten av det undersøkende arbeidet, og at læreren kan variere mellom ulike strategier i sin veiledning; *structured, guided* og *open.* Vår tolkning av det læreren gjør har vist at ulike typer interaksjoner kan legge til rette for ulike essensielle elev- og læreraktiviteter. På bakgrunn av dette tenker vi at læreren bør finne en balanse mellom de ulike interaksjonsformene, og hvor god den matematiske kommunikasjonen er vil derfor påvirkes av lærerens evne til å variere mellom dem. Det er dermed ikke et poeng å utpeke en type interaksjon som «bra» eller «dårlig», og slik Herheim og Johnsen-Høines (2016) påpeker, må samtalen ses i sammenheng med målet for læringen. Det er dermed et poeng at samtalen mellom lærer og elev i klasserommet bør være tilpasset til situasjon og elevens individuelle læringsbehov.

6 Avslutning

Formålet med vår studie er å svare på problemstillingen *hvordan kan lærerens kommunikasjon med elevene påvirke elevaktiviteten i undersøkende undervisning?* I arbeidet med vår studie har det derfor vært sentralt for oss å undersøke følgende forskningsspørsmål: 1) *Hva kjennetegner lærerens bruk av samtalegrep i undersøkende undervisning?* 2) *Hvordan kan lærer-elev interaksjon fremme elevaktivt arbeid i undersøkende undervisning?* Vi har ved bruk av videoobservasjon studert kommunikasjonen mellom lærer og elev i tre forskjellige klasser. Konseptualisering av teori om matematisk kommunikasjon ble utgangspunkt for vår analyse og bearbeidelse av datamaterialet. Dette ga oss videre grunnlag for å se på hvordan læreren sin involvering i interaksjon med elevene kan fremme elevaktivt arbeid i undersøkende undervisning. Undersøkelsen av forskningsspørsmålene ga oss tilstrekkelig innsikt for å svare på vår problemstilling.

Det konseptuelle rammeverket baserte seg på ulike samtalegrep læreren kan gjøre i den matematiske samtalen. Vi tolket lærerens atferd basert på de ulike samtalegrepene vi observerte i interaksjonssegmentene fra de ulike klassene. Dette ga oss en oversikt over hvilke samtalegrep lærerne foretok seg i den undersøkende undervisningen. Videre bearbeidelse av datamaterialet ble grunnlag for vår tolkning av lærerens hensikt med bruk av ulike samtalegrep, og resulterte i syv kategorier; 1) læreren forteller hvordan elevene skal utføre oppgaven, 2) læreren tydeliggjør matematiske sammenhenger for elevene, 3) læreren loser elevene mot riktig løsning, 4) læreren forsøker å sette seg inn i elevenes matematiske tanker, 5) læreren utfordrer elevenes matematiske tanker, 6) læreren deltar i det undersøkende arbeidet for å få elevene framover i prosessen og 7) læreren legger til rette for undersøkende arbeid.

De syv kategoriene ble et utgangspunkt for å se nærmere på vårt andre forskningsspørsmål; *hvordan kan lærer-elev interaksjon fremme elevaktivt arbeid i undersøkende undervisning?* Videre analyse resulterte i en interaksjonsskala som viser sammenheng mellom interaksjonstyper og grad av lærer-/elevaktivitet i det undersøkende arbeidet;

Hvert nivå i skalaen vil svare til en stadig mer elevaktiv interaksjon hvor tilretteleggende interaksjon vil ha høyest grad av elevaktivitet.

For å svare på problemstillingen: *hvordan kan lærerens kommunikasjon med elevene påvirke elevaktiviteten i undersøkende undervisning?* kan vi se på hvilke grep læreren tar i interaksjonen og måten læreren fører samtalen på, stiller spørsmål og henvender seg til elevene. De overnevnte faktorene kan påvirke hvilken grad av elevaktivitet det er i det undersøkende arbeidet. De to kategoriene lengst mot venstre i skalaen, fortellende- og losende interaksjon, beskriver interaksjoner der læreren tar hovedvekten av det undersøkende arbeidet med enten å fortelle elevene hva de skal gjøre, eller lose elevene mot riktig løsning. Midt på skalaen finner vi orienterende og utfordrende, og deltakende interaksjon som begge beskriver en mindre lærerstyrt dialog der elevenes tanker og løsningsprosesser kommer tydelig fram, men læreren er fortsatt en del av det undersøkende arbeidet. Nivået helt til høyre på skalaen, tilretteleggende interaksjon, beskriver en interaksjon med høy grad av elevaktivitet der læreren fungerer som en tilrettelegger for det undersøkende arbeidet. Interaksjonskategoriene på høyreside av skalaen kan føre til en høyere grad av elevaktivitet og kan derfor tenkes å svare til en mer induktiv/undersøkende tilnærming til undervisning.

Undersøkende undervisning har som formål å fremme elevenes undersøkende, kritiske og kreative holdninger til matematikk, livslang læring og en dypere forståelse av matematikken (Blomhøj, 2021; Pedaste m.fl.,2015; Abril m.fl.,2013). Kommunikasjon i matematikkundervisning er komplekst, og interaksjon som i stor grad legger til rette for elevaktivitet, vil ikke nødvendigvis svare til formålet med undersøkende undervisning. Lærerens støttende og veiledende praksis er betydelig i det undersøkende arbeidet, og en passiv lærerrolle kan vise seg å være mindre effektiv for elevenes læringsutbytte (Stein m.fl., 2008; Kirschner, Sweller & Clark, 2006; Bruder & Prescott, 2013; Lazonder og Harmsen, 2016). En god kommunikasjonspraksis i undersøkende matematikkundervisning vil være variert og tilpasset hver situasjon, og elevens individuelle behov.

6.1 Implikasjoner for praksisfeltet

Forskningsprosjektet vårt har gitt oss en dypere innsikt i hvordan undersøkende undervisning kan legge til rette for en elevaktiv matematikkundervisning der elevene selv får forklare, utforske, argumentere og diskutere. En slik form for undervisning kan bidra til å synliggjøre elevenes matematiske tanker og dermed gi læreren grunnlag til å foreta formativ vurdering, støtte og veilede elevene i læringsprosessen. Interaksjonsskalaen som vårt forskningsprosjekt har resultert i, kan være et utgangspunkt for å forstå hvordan lærerens kommunikasjonsgrep påvirker elevaktiviteten i det undersøkende arbeidet. Arbeidet med masteravhandlingen har ført til at vi har blitt bevisst på hvordan våre kommunikasjonsferdigheter er betydningsfullt for å imøtekomme egenskapene til undersøkende undervisning. Bevisstheten rundt viktigheten av den matematiske kommunikasjon for elevenes læringsutbytte vil også være viktig for vår generelle undervisningspraksis i matematikk, men også ellers i læreryrket. Å lytte mer enn vi selv snakker er noe vi kommer til å ha i bakhodet når vi skal ut i skolen som lærere. Vi håper at vårt arbeid kan bidra til å fremme betydningen av kommunikasjon i undersøkende undervisning, og at andre lærere kan oppleve innsikten som nyttig.

Kommunikasjon i matematikk er som sagt et komplekst tema, og det er derfor mange ulike aspekter som er interessant å se nærmere på. Et tema som vi har fattet interesse for er det Ball, Thames og Phelps (2008) betegner som lærerens undervisningskunnskap. Som et videre forskningsprosjekt kunne det også vært interessant å se om det er en korrelasjon mellom lærerens kunnskap og den matematiske kommunikasjonen med elevene. Videre kunne det vært spennende å se nærmere på kommunikasjonen mellom elev-elev i sammenheng med lærerens grep. En annen mulighet er å gjøre en komparativ studie av lærere som har planlagt den matematiske samtalen og lærere som ikke har gjort det, for å undersøke om det har en effekt på lærer-elev kommunikasjonen og det undersøkende arbeidet. Tematikken er interessant og omfatter mye, og det er enda en rekke spennende perspektiver å undersøke videre.

7 Referanser

Abril, A. M., Aguirre, D., Aldorf, A.-M., András, S., Antal, E., Ariza, M. R., & . . .Tamási, C. (2013). Primas - Promoting Inquiry In Mathematics And Science education across. Hentet fra https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/primas_final_publication.pdf

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). Dialogic learning in collaborative investigation. *Nordic Studies in Mathematics Education, 2*, ss. 39-59.

Anthony, W. (1973). Learning to discover rules by discovery. *Journal of Educational Psychology, 64*(3), ss. 325-328.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *Mathematics Education, 45*(6), ss. 797–810. doi:10.1007/s11858-013-0506-6

Askew, M., Brown, M., Rhodes, V., Wiliam, D., & Johnson, D. (1997). *Effective Teachers of Numeracy: Report of a study carried out for the Teacher Training Agency.* London: King's College, University of London.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Theacher Education, 59*(5), ss. 389-407. doi:10.1177/0022487108324554

Barrows, H., & Tamblyn, R. (1980). *Problem-based learning: An approach to medical education.* New York: Springer.

Bennett, R. (2011). Formative assessment: a critical review. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*(18), ss. 5-25. doi:10.1080/0969594X.2010.513678

Berg, B., & Lune, H. (2017). *Qualitative research methods for the social sciences* (9. utg.). Boston: Perason.

Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the Theory of Formative Assessment. *Educ Asse Eval Acc*(21), ss. 5-31. doi:10.1007/s11092-008-9068-5

Blomhøj, M. (2021). Undersøgende matematikundervisning - fra teori til praksis. I M. Wahl, P. Weng, M. Andersen, & P. Weng (Red.), *Håndbog for matematikvejledere* (2. utg., s. Kap.16). København: Dansk Psykologisk Forlag.

Boaler, J. (2008). Promoting `relational equality´ and high mathematics achievement through an innovation mixed-ability approach. *British Educational Research Journal*, *34*(2), ss. 167-194.

Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature, and impact of teacher questions. I D. McDougall, & J. Ross (Red.), *Proceedings of the 26th Conference of the Psychology of the Mathematics Education* (ss. 773-781). North America, Toronto: OISE/UT.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers´Conceptions and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*, ss. 125-153. doi:https://doi.org/10.1023/A:1009947032694

Brousseau, G., & Balacheff, N. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht: Kluwer.

Bruder, R., & Prescott, A. (2013, November). Research evidence on the benefits of IBL. *45*(6), ss. 811-822. doi:10.1007/s11858-013-0542-2

Bruner, J. (1961). The art of discovery. *Harvard Educational Rewiew, 31*, ss. 21-32.

Cazden, C. (1988). *Classroom discourse: the language of teaching and learning.* Portsmouth, NJ: Heinemann.

Chapin, S., O´Connor, C., & Anderson, N. (2009). *Classroom Discussion - Using math talk to help student learn* (2. utg.). California: Math Solutions.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education.* New York: Routledge.

Cowie, B., & Bell, B. (1999). A Model of Formative Assessment in Science Education. *Assessment in Education*(6), ss. 101-116. doi:https://doi.org/10.1080/09695949993026

Creswell, J. W., & Miller, D. L. (2000, juni 24). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory into practice, 39*(3), ss. 124-130.

De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016, Desember). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet fra etikkom.no: https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/

Drageset, O. G. (2014, Februar). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 85*(2), ss. 281-304.

Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytisk perspektiv* (ss. 169-180). Bergen: Caspar Forlag.

Drageset, O. G. (2021). Positioning theory and interactions. A review. *(Upublisert)*.

Eisenhart, M. (1991). Conceptual Frameworks for Research Circa 1991: Ideas from a Cultural Anthropologist; Implications for Mathematics Education Researchers. *Proceedings of the 13th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1*, ss. 202-219.

Engeln, K., Euler, M., & Maass, K. (2013). Inquiry-baset learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teacher's beliefs and practices across 12 European countries. *Mathematics Education, 45*(6), ss. 823-836. doi:https://doi.org/10.1007/s11858-013-0507-5

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education.* New York: The Flamer Press.

Fosse, T. (2004). *Skolestart - en studie av 6-åringer forventninger til skolen med særlig vekt på matematikkundervisning (Hovedfagsoppgave).* Bergen: Universitetet i Bergen.

Franke, M., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 225-256). Charlotte, NC.: Information Age Publishing.

Geertz, C. (1983). Thick Description: Toward an Interpretive Theory of Culture. I R. Emerson (Red.), *Contemporary Field Research: A Collection of Readings* (ss. 37-59). Prospects Heights: Waveland.

Gold, B. (2017). School Mathematics and “Real” Mathematics. I B. Sriraman, *Humanizing Mathematics and its Philosophy* (ss. 125-137). Springer International Publishing. doi:http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-61231-7_12

Henning, J. E., McKeny, T., Foley, G., & Balong, M. (2012). Mathematics discussions by design: creating opportunities for pruposeful participation. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*(6), ss. 453-479. doi:https://doi.org/10.1007/s10857-012-9224-1

Herheim, R., & Johnsen-Høines, M. (2016). Innledning: Samtaler danner rom for læring. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytiske perspektiv.* Caspar forlag.

Heritage, M. (2007). Formative Assessment: What Do Teachers Need to Know and Do? *Phi Delta Kappan, 89*(2), ss. 140-145. doi:https://doi.org/10.1177/003172170708900210

Hsieh, H.-F., & Shannon, S. E. (2005, november 1). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research, 15*(9), ss. 1277-1288.

Haavold, P., & Blomhøj, M. (2019, Februar). Coherence through inquiry based mathematics education. Utrecht, Netherlands: Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Hentet fra https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02429769/document

Jansen, A. (2008). An Investigation of Relationships between Seventh-Grade Students' Beliefs and Their Participation during Mathematics Discussions in Two Classrooms. *Mathematical Thinking and Learning, 1*(10), ss. 68-100. doi:10.1080/10986060701820327

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2013). Læringssamtalen som grep og begrep. I M. Johnsen-Høines, & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis - Bok II* (ss. 43-56). Caspar Forlag.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale. Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner* (1. utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Keselman, A. (2003). Supporting inquiry learning by promoting normative understanding of multivariable causality. *Journal of Research in Science Teaching, 40*, ss. 898-921. doi:https://doi.org/10.1002/tea.10115

Kirschner, P., Sweller, J., & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist, 41*, ss. 75-86. doi:https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1

Kremer, A., & Schlüter, K. (2006). Analyse von Gruppensituationen beim forschend-entdeckenden Lernen. *Ergebnisse einer ersten Studie. Erkenntnisweg Biologiedidaktik*(5), ss. 145-156.

Lazonder, A., & Harmsen, R. (2016, September). Meta-Analysis of Inquiry-Based Learning: Effects of Guidance. *Review of Educational Research, 86*, ss. 681–718. doi:10.3102/0034654315627366

Lester, F. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZDM, 37*(6), ss. 457–467. doi:https://doi.org/10.1007/BF02655854

Linn, M., Davis, E., & Bell, P. (2004). *Internet environments for science education.* Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), ss. 255–276.

Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. I K. C. Bikner-Ahsbahs A. (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education.* Dordrecht: Springer.

Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk. Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning, 7*, ss. 9-15.

Merriam, S., & Associates. (2002). *Qualitative Research in Practice* . San Francisco: Jossey-Bass.

NSD - Norsk senter for forskningsdata . (2019). *nsd.no*. Hentet fra Personverntjeneste: https://www.nsd.no/personverntjenester/

Papert, S. (1980). Teaching children thinking: teaching children to be methematicians vs. teaching about mathematics. I R. Taylor, *The computer in the school: Tutor, tool, tutee* (ss. 161-196). New York: Teachers College Press.

Pedaste, M., Mäeots, M., Leijen, Ä., & Sarapuu, S. (2012). Improving students inquiry skills through reflection and self-regulation scaffolds. *Technology, Instruction, Cognition and Learning*(9), ss. 81-95.

Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L., Jong, T., van Riesen, S., Kamp, E., . . . Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational Research Review*, ss. 47-61.

Piaget, J. (1948/1973). *To understand is to invent.* New York: Grossman.

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode.* Oslo: Cappelen Damm.

Ragnes, T. (2016). Samtalekvaliteter - i og mellom praksiser. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: undervisning og læring - analytiske perspektiv* (ss. 53-76). Bergen: Caspar Forlag.

Ramaprasad, A. (1983). On the definition of feedback. *Behavioral Science, 28*, ss. 4-13.

Rocard, M. (2007). *EUR22845—Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe.* Brussels: European Commission. Hentet fra http://www.eesc.europa.eu/resources/docs/rapportrocardfinal.pdf

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2004, juni). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: the Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal Mathematic Teacher Education, 8*, ss. 255-281. doi:DOI:10.1007/s10857-005-0853-5

Rutherford, F. (1964). The role of inquiry in science teaching. *Journal of Research in Science Teaching, 2*(2), ss. 80-84.

Schmidt, H. (1983). Problem-based learning: rationale and description. *Medical Education, 17,* ss. 11-16. doi:https://doi.org/10.1111/j.1365-2923.1983.tb01086.x

Schoenfeld, A., Floden, R., & Project, t. A. (2014). *An introduction to the TRU Math document site.* Berkeley, CA & E.Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University.

Silverman, D. (Red.). (2014). *Qualitative Research. Theory, Method and Practice* (2. utg.). London: Sage.

Skovsmose, O. (2001, August). Landscapes of Investigation. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 33,* ss. 123-132. doi:https://doi.org/10.1007/BF02652747

Skånstrøm, M. B. (2016). Det kommer an på... I &. H. T. E. Rangnes (Red.), *Matematikklæring for fremtida: festskrift til Marit Johnsen-Høines.* Bergen: Caspar forlag.

Smith, M., & Stein, M. (2011). *Five Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10,* ss. 313-340. doi:https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Swan, M. (2006). *Collaborative Learning in Mathematics: A Challenge to our Beliefs and Practices.* London: National Institute for Advanced and Continuing Education (NIACE).

Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse* (5. utg.). Oslo: Fagbokforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05)*. Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Webb, N., & Romberg, T. (1992). Implications of the NCTM Standards for Mathematics Assessment. I T. Romberg, *Mathematics Assessment and Evaluation: Imperatives for Mathematics Education* (ss. 37-60). Albany: State University of New York Press.

Wiliam, D. (2007). Keeping learning on track. Classroom Assessment and the Regulation of Learning. I F. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 1053-1098). USA: Information Age Publishing.

Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focusing? I H. Steinbring, M. G. Bussi, & A. Sierpinksa (Red.), *Language and*

Communication in the Mathematics Classroom (ss. 167-178). Reston, Virginia: National council of teachers of mathematics.

Wæge, K., & Nosrati, M. (2015, april 30.). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Hentet fra Utdanningsforskning.no: https://utdanningsforskning.no/artikler/2015/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sosiomathematical Norms, Argumentation and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, ss. 458-477. doi:https://doi.org/10.2307/749877

Yin, R. (2018). *Case Study Research and Application. Design and Methods* (6. utg.). Thousand Oaks: Sage.

<

Vedlegg 1 - Definisjonstabell for teoribaserte koder

Teori	Begrep	Definisjon
Samtalegrep: *Retningsforandring, framdrift og fokusering* Drageset (2014)	**Avvise**	Læreren avviser elevenes løsninger (uten å tilby videre støtte/veiledning).
	Korrigerende spørsmål	Læreren aksepterer først forslaget til eleven for så og spør etter en annen måte å løse på; «ja det kan du gjøre, men hva om du prøver ...?»
	Foreslå ny strategi	Læreren endrer elevenes retning ved å forslå en ny tilnærming eller en annen løsningsstrategi.
	Demonstrere	Læreren enten demonstrerer deler eller hele løsningen eller hele løsningen for eleven uten å involvere eleven i prosessen. Underveis kan læreren be om bekreftelse på at eleven forstår eller er enig.
	Forenkle ***a) ved å fortelle*** ***b) ved å lose***	a) Læreren forenkler ved å fortelle elevene hva som må til for å løse oppgaven. b) Læreren forenkler ved å legge til eller forandre informasjonen i oppgaven. I tillegg kan læreren gi hint (Henning, 2012).
	Lukket fremdrift (lukkede spørsmål)	Læreren stiller spørsmål som retter seg mot løsningsprosessen. Spørsmålene har ofte et riktig svar.
	Åpen fremdrift (åpne spørsmål)	Læreren stiller «hvordan-spørsmål» som retter seg mot løsningsporsessen heller enn svaret. Brukes til å få fremgang, men uten å gi løsningen.
	Belyse detaljer (forklare sin tenkning, Boaler & Brodie, 2008)	Læreren ber elevene stoppe opp og forklare sin tenkning.
	Begrunne	Læreren stiller spørsmål som retter seg mot hvorfor løsningen/metoden er riktig.
	Anvende	Læreren lager nye, lignende oppgaver til elevene for å teste om de kan overføre kunnskapen til andre settinger/oppgaver.
	Be elevene vurdere	Læreren ber elevene selv vurdere svaret som kom fram. Læreren overlater E´en i IRE til elevene.
	Poengtere	Læreren ber elevene å bemerke seg viktige detaljer. Brukes for å tydeliggjøre viktige poeng, minner de

		på informasjon som de har vært enig om tidligere (typisk rydde opp og tydeliggjøre elevenes egne forklaringer) og hva de bør forstå/ta med seg i videre arbeid.
	Oppsummere	Læreren trekker sammen informasjon, tydeliggjøre og påpeke hva som er viktig å ta med seg videre. Kan også brukes for å gjenta det elevene sier, for så å legge på informasjon for å tydeliggjøre hvorfor løsningen/metoden er riktig.
IC-modellen Alrø & Skovsmose (2002)	**Kontakte**	Omhandler hvordan læreren er til stede i dialogen gjennom å blant annet bekrefte og støtte, stille undersøkende spørsmål, legge til rette for deltakelse (for eksempel stille spørsmål rettet mot om elevene er enig/forstår) og bruke humor i samtalen.
	Oppdage	Innebærer lærerens mulighet til å spørre og undre, stille «testende spørsmål» og «check-spørsmål». Det innebærer også å kunne utforske og prøve ut, samt stille hypotetiske («hva om») spørsmål.
	Identifisere	Innebærer å stille «hvorfor spørsmål», forklare og tydeliggjøre matematiske ideer.
	Advokere	Handler om å etablere eksiterende kunnskap, samtidig reflektere over denne kunnskapen i felleskap.
	Tenke høyt	Handler om å stille hypotetiske spørsmål og å tenke høyt ved å si f.eks. «Jeg tenker at...», «Hva om vi gjør sånn».
	Omformulere **Utfordre**	Handler om å gjenta det som blir sagt eller fullføre hverandres resonnement/tanker. Læreren gir utfordring i form av for eksempel stille spørsmål ved elevenes matematiske tanker.
	Evaluere	Innebærer at lærer-elev eller elev-elev evaluerer om de har sett på det matematiske problemet med samme synspunkt, og om de har prøvd å løse problemet på samme måte.
Samtaletrekk Chapin, O´Connor & Anderson (2009), Kazemi & Hintz (2018)	**Gjenta**	Læreren gjentar deler av eller hele elevens forklaring eller resonnement, og videre be om bekreftelse fra eleven om tolkningen er korrekt.
	Repetere	Læreren ber en elev gjenta eller omformulere en annen elev sitt utsagn. Læreren selv kan også gjenta/repetere viktige ideer med en matematisk

		idé for å tydeliggjøre viktige deler av ideen og bevisstgjøre elevene på disse viktige ideene.
	Resonnere	Læreren retter elevene mot hverandre ved å be de evaluere hverandres resonnement, stille spørsmål om elevene er enig/uenig i hverandres forklaringer, og videre be de begrunne hvorfor.
	Tilføye	Læreren spør tilføyinger til forklaringen fra elevene selv eller medelevene.
	Tenketid	Læreren gir elevene tid til å tenke etter stilt spørsmål. Læreren vil også her gi utvalgt elev tid til å tenke over svaret før eleven svarer
	Snu og snakk	Læreren gir elevene mulighet til å dele og forklare ideene til læringspartnerne sine, samt gir elevene mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres tanker og ideer.
	Endre	Læreren spør om elevene ønsker å endre på forklaringen sin.
Five Practices Stein & Smith (2011)	**Anta**	Læreren antar på forhånd mulige elevsvar på oppgaven som gis.
	Observere	Læreren observerer elevenes arbeid underveis, og deres forklaringer og resonnementer.
	Velge ut	Læreren velger ut hvilke elevsvar som skal presenteres i felleskapet.
	Planlegge	Læreren planlegger hvilken rekkefølge elevsvarene skal presenteres.
	Påpeke detaljer	Læreren påpeker detaljer i de ulike elevsvarene og kobler sammen med viktige matematiske ideer.

Vedlegg 2 – Samtykkeskjema for deltakelse

UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching"

Bakgrunn og formål

Målet med dette prosjektet er å bidra til utvikling av barn og unges matematikklæring og motivasjon for matematikk gjennom å integrere perioder med utforskende undervisning i matematikkundervisningen fra barnehage til universitet. Disse utviklingsaktivitetene skal foregå gjennom tre skoleår. Prosjektet drives av forskningsgruppen Matematikkdidaktikk ved UiT Norges arktiske universitet, institutt for lærerutdanning og pedagogikk med støtte fra Norsk forskningsråd.

Utvalget er rekruttert gjennom Norges arktiske studentsamskipnad, Troms fylkeskommune og Tromsø kommune. Hver deltakende skole/barnehage har valgt 2 – 4 lærere / barnehagelærere til å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Et fokusområde for prosjektet vil være overganger der det erfaringsmessig er utfordringer knyttet til elevers motivasjon og matematikklæring:

Barnehage => Barneskole => Ungdomstrinn => Videregående skole => Universitet

For hver av disse overgangene dannes en gruppe lærere/pedagoger og to forskere. Vi ønsker at det er med 2 lærere/pedagoger fra skole/barnehage. Deltakerne i disse gruppene vil, så langt det lar seg gjøre, følges over alle de tre periodene 17/18, 18/19 og 19/20. Hver av disse periodene skal deltakerne i en gruppe arbeide sammen med å utvikle, gjennomføre (i lærernes egne klasser eller barnehager) og evaluere 3 utforskende undervisningsforløp av en varighet på 5-10 skoletimer eller tilsvarende i barnehage. Disse undervisningsforløpene skal være i overensstemmelse med relevante læreplanmål på de aktuelle klassetrinnene eller mål fra Rammeplan for barnehage.

Forskerne i gruppa vil samle inn data gjennom både klasseromsobservasjoner, lyd- og bildeopptak, intervjuer og spørreskjema til lærere/pedagoger og elever/barnehagebarn, samt faglige tester for å dokumentere elevenes faglige utvikling.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er bare medlemmer i forskningsgruppen som har tilgang til datamaterialet. Alt datamateriale lagres i låsbare skap ved UiT Norges arktiske universitet.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2020. Etter dette blir datamaterialet anonymisert og videomaterialet slettet. Dersom det er gitt tillatelse til korte sekvenser til bruk i undervisning og konferanser vil disse bli lagret ved UiT.

Kontaktinformasjon.
Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587
Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli fjernet, med mindre de allerede er brukt i publikasjoner.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Per Øystein Haavold epost per.oystein.haavold@uit.no. I studentprosjekt må også kontaktopplysninger til veileder/daglig ansvarlig påføres.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

□ Jeg samtykker i at bilder, lyd og korte videosekvenser kan bli brukt i undervisning og presentasjoner. Dette innebærer også deltakelse i prosjektet.

□ Jeg samtykker i deltakelse i prosjektet.

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Kontaktinformasjon.
Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587
Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

Vedlegg 3 – Samtykkeskjema for deltakelse under 15 år

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching"

Bakgrunn og formål
Målet med dette prosjektet er å bidra til utvikling av barn og unges matematikklæring og motivasjon for matematikk gjennom å integrere perioder med utforskende undervisning i matematikkundervisningen fra barnehage til universitet. Disse utviklingsaktivitetene skal foregå gjennom tre skoleår. Prosjektet drives av forskningsgruppen Matematikkdidaktikk ved UiT Norges arktiske universitet, institutt for lærerutdanning og pedagogikk med støtte fra Norsk forskningsråd.

Utvalget er rekruttert gjennom Norges arktiske studentsamskipnad, Troms fylkeskommune og Tromsø kommune. Hver deltakende skole/barnehage har valgt 2 – 4 lærere / barnehagelærere til å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?
Et fokusområde for prosjektet vil være overganger der det erfaringsmessig er utfordringer knyttet til elevers motivasjon og matematikklæring:

Barnehage => Barneskole => Ungdomstrinn => Videregående skole => Universitet

For hver av disse overgangene dannes en gruppe lærere/pedagoger og to forskere. Deltakerne i en gruppe arbeide sammen med å utvikle, gjennomføre (i lærernes egne klasser) og evaluere 3 utforskende undervisningsforløp av en varighet på 5-10 skoletimer. Disse undervisningsforløpene skal være i overensstemmelse med relevante læreplanmål på de aktuelle klassetrinnene.

Forskerne i gruppa vil samle inn data gjennom både klasseromsobservasjoner, lyd- og bildeopptak, intervjuer og spørreskjema til lærere og elever samt faglige tester for å dokumentere elevenes faglige utvikling.

Hva skjer med informasjonen om deg?
Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er bare medlemmer i forskningsgruppen som har tilgang til datamaterialet. Alt datamateriale lagres i låsbare skap ved UiT Norges arktiske universitet.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2020. Etter dette blir datamaterialet anonymisert og videomaterialet slettet. Dersom det er gitt tillatelse til korte sekvenser til bruk i undervisning og konferanser vil disse bli lagret ved UiT.

Kontaktinformasjon.
Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587
Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli fjernet, med mindre de allerede er brukt i publikasjoner.

Det er hentet inn tillatelse av skolens rektor og de aktuelle ansatte til å gjennomføre undersøkelsen. Prosjektet er også meldt inn til Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste (NSD) som ivaretar personvernet i forskning ved Universitetet i Tromsø.

Dersom har spørsmål til studien, ta kontakt med Per Øystein Haavold epost per.oystein.haavold@uit.no. I studentprosjekt må også kontaktopplysninger til veileder/daglig ansvarlig påføres.

Samtykke til deltakelse i studien

Elevens navn: ____

□ Jeg samtykker i at bilder, lyd og korte videosekvenser der eleven deltar kan bli brukt i undervisning og presentasjoner. Dette innebærer også deltakelse i prosjektet.

□ Jeg samtykker i deltakelse i prosjektet.

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----
(Signert av foresatte, dato)

Kontaktinformasjon.
Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587
Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

Vedlegg 4 – NSD: Kvittering

Per Øystein Haavold

9006 TROMSØ

Vår dato: 06.09.2017	Vår ref: 54660 / 3 / LAR	Deres dato:	Deres ref:

Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 06.06.2017.
Meldingen gjelder prosjektet:

54660	*SUM - Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Per Øystein Haavold*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2020, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Dersom noe er uklart ta gjerne kontakt over telefon.

Vennlig hilsen

Marianne Høgetveit Myhren

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS   Harald Hårfagres gate 29   Tel: +47-55 58 21 17   nsd@nsd.no   Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data   NO-5007 Bergen, NORWAY   Faks: +47-55 58 96 50   www.nsd.no

Lasse André Raa

Kontaktperson: Lasse André Raa tlf: 55 58 20 59 / Lasse.Raa@nsd.no
Vedlegg: Prosjektvurdering

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 54660

SAMARBEIDSSTUDIE
Prosjektet er en internasjonal samarbeidsstudie. UiT Norges arktiske universitet er behandlingsansvarlig institusjon for den norske delen. Personvernombudet forutsetter at ansvaret for behandlingen av personopplysninger er avklart mellom institusjonene. Vi anbefaler at det inngås en avtale som omfatter ansvarsfordeling, ansvarsstruktur, hvem som initierer prosjektet, bruk av data og eventuelt eierskap.

INFORMASJON OG SAMTYKKE
Utvalget informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskriv og samtykkeerklæring, slik de foreligger i reviderte utgaver av 24.08.2017 og 05.09.2017, er godt utformet.

Det foreligger imidlertid et avvik mellom prosjektslutt oppgitt i meldeskjema og i informasjonsskrivene. Personvernombudet legger til grunn at sistnevnte stemmer, og har derfor endret prosjektslutt til 31.12.2020.

BARN I FORSKNING
Deltakelse i forskning skal alltid være frivillig for barnet selv om foreldrene samtykker på barnets vegne. Dette innebærer at barnet bør få tilpasset informasjon og at forsker må få barnets aksept under datainnsamlingen. I tråd med dette, bør den som foretar datainnsamlingen ha tilstrekkelig kompetanse til å tilpasse fremgangsmåten slik at barnets behov ivaretas.

BARN I FORSKNING
Personvernombudet vurderer at ungdommer som har fylt 15 år kan samtykke selv til å delta i dette prosjektet, så lenge de får tilpasset informasjon om prosjektet, og at det sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det. Det forutsettes at forsker følger retningslinjer for den enkelte skole.

DATASIKKERHET
Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger UiT Norges arktiske universitet sine interne rutiner for datasikkerhet.

PUBLISERING AV PERSONOPPLYSNINGER
Det oppgis at indirekte identifiserende personopplysninger kan bli publisert. Personvernombudet legger til grunn at det i så fall foreligger eksplisitt samtykke fra den enkelte til dette. Vi anbefaler dessuten at deltakerne gis anledning til å lese igjennom egne opplysninger og godkjenne disse før publisering.

PROSJEKTSLUTT
Forventet prosjektslutt er 31.12.2020. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres.

Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)

Vedlegg 5 – NSD: Utsettelse av prosjektslutt

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching

Referansenummer

363390

Registrert

08.02.2021 av Per Øystein Haavold - per.oystein.haavold@uit.no

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT – Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Per Øystein Haavold, per.oystein.haavold@uit.no, tlf: 47409395

Type prosjekt

Forskerprosjekt

Prosjektperiode

01.05.2017 - 31.10.2021

Status

11.03.2021 - Vurdert

Vurdering (1)

11.03.2021 - Vurdert

BAKGRUNN
Behandlingen av personopplysninger ble opprinnelig meldt inn til NSD 06.06.2017 (NSD sin ref: 54660) og vurdert under personopplysningsloven som var gjeldende på det tidspunktet.
08.02.2021 meldte prosjektleder inn en endring av prosjektet som bestod i en utsettelse av prosjektslutt til 31.12.2021.

Det er vår vurdering at behandlingen/hele prosjektet vil være i samsvar med den gjeldende personvernlovgivningen, så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 11.03.2021 med vedlegg.

Behandlingen kan fortsette.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema
Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2021. Opprinnelig prosjektslutt var 31.12.2020.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet har innhentet samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger.

Vår vurdering er at prosjektet la opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det var en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Samtykket vurderes som gyldig også etter gjeldende personvernregelverk.

Lovlig grunnlag for behandlingen er den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at behandlingen av personopplysninger følger prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte har fått tilfredsstillende informasjon og har samtykket til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger er samlet inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte mottok var tilstrekkelig/godt utformet under personopplysningsloven som var gjeldende på det tidspunktet.
Det vurderes at informasjonen også er tilstrekkelig for å innhente et informert samtykke og oppfylle informasjonsplikten etter nytt personvernregelverk. Informasjonen oppfyller krav til form, jf. personvernforordningen art. 12.1, og mangler kun informasjon om nye rettigheter og kontaktopplysninger til institusjonens personvernombud for å oppfylle alle krav til innhold, jf. art. 13.
Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til videre med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Gry Henriksen
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)