



UiT Norges arktiske universitet

Handelshøgskolen ved UiT

Dollar Cost Averaging og Lump Sum på Oslo Børs

En kvantitativ analyse av to tidløse investeringsstrategier

Abraham Johannes van Oostrum og Fredrick Strand

Masteroppgave i økonomi og administrasjon, BED-3901, juni 2021

Forord

Denne masteroppgaven avslutter en spennende og lærerik mastergrad ved Handelshøgskolen i Tromsø. Vi ønsker å takke Professor Sturla Fjesme for god veiledning. Videre ønsker vi å takke familie og venner for gode tilbakemeldinger og støtte.

Koden som er brukt i analysen er offentliggjort på <https://github.com/Brammelam/master-thesis>.

Tromsø, 1. juni 2021

Abraham Johannes van Oostrum og Fredrick Strand

Sammendrag

Dollar Cost Averaging og Lump Sum er to populære investeringsstrategier, og argumentene for hva som er den beste strategien peker i forskjellige retninger. Akademiene anvender et mangfold av ulike nøkkeltall og heuristikker, og fortsetter å frembringe motstridende resultater. I tillegg er de mest sentrale studiene om Dollar Cost Averaging og Lump Sum nesten 20 år gammel, og hovedsakelig testet på amerikanske børser. I vår analyse tester vi validiteten til Dollar Cost Averaging og Lump Sum som investeringsstrategier på Oslo Børs i perioden januar 1987 til november 2020.

Gjennom et mangfold av historiske simuleringer på kurshistorikken til OBX, sammenligner vi sentrale nøkkeltall mellom Dollar Cost Averaging og Lump Sum. Vi ser på avkastning, risiko og internrente. Videre ser vi på hvorvidt lengden på sparehorisonten har betydning for strategiene.

Vi finner at Lump Sum er den overlegne strategien, uansett lengden på sparehorisonten. Andelen simuleringer som veier i favør for Lump Sum øker i takt med lengden på sparehorisonten, og for de lengste sparehorisontene vinner Dollar Cost Averaging kun 3% av tilfellene. I de fleste tilfellene er en investor dermed bedre tjent på å anvende Lump Sum, grunnet den overlegne avkastningen. Investorer som er villig til å godta lavere avkastning i bytte mot lavere risiko, kan derimot ha nytte av å anvende Dollar Cost Averaging.

Analysen er utført i Rstudio (versjon 1.3.1073) med programpakken PerformanceAnalytics (versjon 2.0.4) og jrvFinance (versjon 1.4.2).

Nøkkelord – Investeringsstrategier, Dollar Cost Averaging, Lump Sum, risikojustert avkastning, Oslo Børs

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
2	Relatert litteratur og hypoteser	5
2.1	<i>Teoretisk rammeverk</i>	5
2.2	<i>Relevante empiriske studier</i>	9
2.3	<i>Hypotese</i>	14
3	Investeringsstrategiene	15
3.1	<i>Dollar Cost Averaging</i>	15
3.2	<i>Lump Sum</i>	15
4	Metode.....	16
4.1	<i>Replikasjon</i>	16
4.2	<i>Oslo Børs - OBX</i>	16
4.3	<i>Simulering av strategiene på OBX</i>	17
4.3.1	<i>Forutsetninger</i>	17
4.3.2	<i>Sparehorisonter</i>	18
4.3.3	<i>Kontantbeholdning</i>	19
4.3.4	<i>Porteføljer</i>	19
4.4	<i>Nøkkeltall</i>	20
4.4.1	<i>Avkastning</i>	20
4.4.2	<i>Månedlige endringer</i>	21
4.4.3	<i>Standardavvik</i>	22
4.4.4	<i>Sharpe-raten</i>	23
4.4.5	<i>Sortino-raten</i>	23
4.4.6	<i>Internrente</i>	24
4.4.7	<i>Differansekontantstrøm</i>	25
4.5	<i>Hypotesetesting</i>	27
4.5.1	<i>To-halet test</i>	28

4.5.2	<i>Totalvurdering</i>	28
5	Data	30
5.1	<i>Test av sparehorisonter</i>	30
5.1.1	<i>Tidshorisonter</i>	32
5.1.2	<i>Nøkkeltall</i>	33
5.1.3	<i>Kontantstrøm og internrente</i>	33
6	Resultater.....	35
6.1	<i>Avkastning</i>	38
6.2	<i>Standardavvik</i>	42
6.3	<i>Sharpe</i>	43
6.4	<i>Sortino</i>	45
6.5	<i>Internrente og differansekontantstrøm</i>	48
6.6	<i>Forutsetninger</i>	51
6.6.1	<i>Risikofri rente</i>	51
6.6.2	<i>Forvaltningshonorar</i>	51
6.6.3	<i>Transaksjonskostnader</i>	52
6.7	<i>Robusthet</i>	52
7	Oppsummering	55
8	Referanseliste	58

Tabelliste

Tabell 1 - Kontantstrømmen for strategiene	25
Tabell 2 - Differansekontantstrøm	27
Tabell 3 – Tallgrunnlag for signifikanstest på avkastning for begge strategiene.....	29
Tabell 4 - Sparehorisonter	31
Tabell 5 – Simulering for tidshorizont 1 (T = 12).....	32
Tabell 6 - Simulering for tidshorizont 2 (T = 12).....	32
Tabell 7 - Nøkkeltall til simulering 1 og 2	33
Tabell 8 - Kontantstrømmen og internrenten til simuleringene	34
Tabell 9 - Prosentvis fordeling av strategiene	35
Tabell 10 - Sammendrag av nøkkeltall	37
Tabell 11 - Sammendrag differanseinvesteringenes kontantstrøm	50
Tabell 12 - Robusthet	53

Figurliste

Figur 1 - Boksdiagram av geometrisk avkastning per strategi.....	38
Figur 2 - Avkastning til Lump Sum porteføljen for perioden 1988:9 - 1989:8	39
Figur 3 - Avkastning til Lump Sum porteføljen for perioden 2007:12 - 2008:11	39
Figur 4 - Tetthetsfordeling av geometrisk årlig avkastning per strategi	40
Figur 5 - Spredningsplott av geometrisk årlig avkastning per strategi	41
Figur 6 - Boksdiagram av standardavvik per strategi	42
Figur 7 - Porteføljeutvikling per strategi.....	43
Figur 8 - Boksdiagram av Sharpe-raten per strategi	44
Figur 9 - Tetthetsfordeling av Sharpe-raten per strategi	45
Figur 10 - Boksdiagram Sortino-raten per strategi.....	46
Figur 11 - Tetthetsfordeling av Sortino-raten per strategi.....	47
Figur 12 - Spredningsplott av Sortino-raten per strategi.....	48
Figur 13 - Boksdiagram av internrenten per strategi.....	49
Figur 14 - Tetthetsfordeling av internrenten per strategi	49

1 Innledning

Når en investor råder over en stor pengesum, eksempelvis gjennom arv, gevinst eller sparing, oppstår spørsmålet hvordan beløpet skal investeres. Enten investerer man alt på en gang, også kjent som Lump Sum Investing (Brennan, Li & Torous, 2005). Alternativt kan man fase inn kapitalen delvis over flere perioder, også kjent som Dollar Cost Averaging (Brennan et al., 2005; Knight & Mandell, 1992). Akademiene viser tvetydige resultater når Dollar Cost Averaging og Lump Sum sammenlignes. Definisjonen på en *optimal* strategi er også et omstridt tema, som kompliserer diskusjonen ytterligere. Empirien viser primært at Lump Sum er den foretrukne strategien, og anser Dollar Cost Averaging som et underlegent alternativ (Rozeff, 1994; Thorley, 1994). Constantinides (1979) er en av de første som demonstrer at Dollar Cost Averaging teoretisk sett er et mangelfullt konsept. Selv i senere tid, med elementer fra adferdsøkonomi, fortsetter Dollar Cost Averaging å vise til ugunstige resultater, sammenlignet med Lump Sum (Leggio & Lien, 2003; Statman, 1995).

Til tross for kritikken er Dollar Cost Averaging fortsatt en attraktiv strategi blant investorer globalt (Statman, 1995). Empirien viser at Dollar Cost Averaging kan redusere risikoen, sammenlignet med Lump Sum, men at avkastningen også reduseres (Abeysekera & Rosenbloom, 2000; Brennan et al., 2005; Dubil, 2005). Moderne porteføljeteori forutsetter at investorer søker høyest mulig avkastning til lavest mulig risiko (Markowitz, 1952). Spørsmålet er derfor om en investor kan dra nytte av den reduserte risikoen som følger Dollar Cost Averaging eller om investoren heller bør bruke Lump Sum. Dollar Cost Averaging og Lump Sum er hovedsakelig studert på det amerikanske markedet (Brennan et al., 2005; Dubil, 2005; Marshall, 2000; Statman, 1995). Kilka og Weber (2000) finner at investorer har en *hjemme-bias*, som betyr at investorer har en tendens til å investere i det markedet de er bosatt i fordi det føles tryggere. Dette åpner opp en mulighet til å undersøke hvordan Dollar Cost Averaging presterer i det norske markedet, da vi har til gode å finne en slik analyse utført i Norge. En analyse utført på det norske markedet kan dermed gagne norske investorer gjennom å belyse sentrale aspekter ved strategien.

I lys av tidligere forskning tester vi validiteten til Dollar Cost Averaging, sammenlignet med Lump Sum, på det norske markedet. Ved hjelp av ulike prestasjonsmål vil vi forsøke å bidra med en dypere forståelse til den vedvarende populariteten til Dollar Cost Averaging.

Vi håndterer følgende problemstilling:

- *Gir Dollar Cost Averaging høyere avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs i perioden januar 1987 til november 2020?*

For å besvare problemstillingen tar vi utgangspunkt i kurshistorikken til OBX, som er en markedsvektet indeks bestående av de 25 mest omsatte aksjene på Oslo Børs. Kurshistorikken dateres tilbake til januar 1987 frem til november 2020. Totalt gir det analysen et datagrunnlag på omtrent 33 år, der vi tar utgangspunktet i den månedlige prisutviklingen til indeksen.

En vitenskapelig replikasjon av Leggio og Lien (2003) og Marshall (2000) danner grunnlaget for metodikken som anvendes i analysen. Sentrale nøkkeltall som sammenlignes er avkastning, Sharpe-raten, Sortino-raten og internrente. Et mangfold av sparehorisonter med ulik lengde simuleres for begge strategiene, for å teste om det er spesifikke sparehorisonter som gagnar enten Dollar Cost Averaging eller Lump Sum. Brennan et al. (2005) finner eksempelvis at Dollar Cost Averaging presterer bra på en sparehorisont mellom 36 og 60 måneder. En totalvurdering på samtlige nøkkeltall legges til grunn i vår endelige konklusjon på problemstillingen.

Vi finner at Lump Sum er den overlegne strategien også på det norske markedet. Til tross for høyere risiko, sitter man i de fleste tilfellene igjen med et mye større beløp enn om man bruker Dollar Cost Averaging. Andelen simuleringer der Lump Sum viser til høyere avkastning øker i takt med lengden på sparehorisonten, og for de lengste sparehorisontene viser kun 3% av simuleringene at Dollar Cost Averaging har høyere avkastning enn Lump Sum. Investorer med høy risikoaversjon og lang sparehorisont kan derimot gagne av å anvende Dollar Cost Averaging, så lenge investoren er villig til å godta redusert avkastning mot redusert risiko. Vi finner nemlig at Dollar Cost Averaging har høyere Sharpe-rate på lange sparehorisonter. Videre er Sortino-raten for Dollar Cost Averaging 1.9% høyere for samtlige sparehorisonter, som indikerer at Dollar Cost Averaging kan bidra til å redusere nedsiderisiko. Internrenten er også høyere for Dollar Cost Averaging for alle sparehorisonter, dog med kun 0.6%. Samtidig viser beregninger gjort på differanseinvesteringenes kontantstrøm at Lump Sum, til tross for lavere internrente, i de fleste tilfellene foretrekkes over Dollar Cost Averaging. Det skyldes den vesentlig høyere sluttverdien på kontantbeholdningen til Lump Sum. Dette konvergerer med våre funn om høyere avkastning for Lump Sum strategien, og fører dermed til at Lump Sum også overgår Dollar Cost

Averaging basert på internrente som et nøkkeltall. Dollar Cost Averaging skal bidra til å redusere risikoen som foreligger i aksjemarkedet ved å spre ut investeringene over flere perioder. Vi finner derimot at risikoen kun reduseres marginalt, mens avkastningen reduseres markant. Konklusjonen vår er at investorer er bedre tjent på å anvende Lump Sum i stedet for Dollar Cost Averaging, uavhengig av sparehorisonten.

Knight og Mandell (1992) finner empirisk at Dollar Cost Averaging gir dårligere årlig avkastning sammenlignet med Lump Sum. Hovedargumentet er at investoren som anvender Dollar Cost Averaging ikke maksimerer sin nyttefunksjon. I følge Rozeff (1994) er fordelene ved Lump Sum at hele investeringen er eksponert mot markedsutviklingen fra start. Dollar Cost Averaging går glipp av mye av markedseksponeringen grunnet den delen av kapitalen som ikke er investert. Rozeff (1994) konkluderer dermed at Dollar Cost Averaging underpresterer Lump Sum. Leggio og Lien (2003) konkluderer med at Dollar Cost Averaging ikke er en passende strategi for volatile eiendeler som store eller små aksjer. De finner at Dollar Cost Averaging forblir en underlegen strategi sammenlignet med Lump Sum. Dubil (2005) anerkjenner reduksjonen i risiko til Dollar Cost Averaging. Dubil (2005) finner at lengden på den totale sparehorisonten har mye å si for reduksjon i risiko. Dichtl og Drobetz (2011) finner at Dollar Cost Averaging gir lavere avkastning og marginalt lavere Sharpe-rate. Konklusjonen deres er at Dollar Cost Averaging ikke er rasjonelt i lys av moderne porteføljeteori, men helt normal oppførsel innen prospektteori, siden simuleringene viser at tapsaversjon og sannsynlighetsvekting forklarer populariteten til Dollar Cost Averaging (Dichtl & Drobetz, 2011). Lu, Hoang og Wong (2020) finner at Dollar Cost Averaging presterer bedre enn Lump Sum i tilfeller hvor markedene trender mindre oppover, det er økende volatilitet og lengre tidshorisonter.

Vårt bidrag til litteraturen er å fremstille prestasjonen til Dollar Cost Averaging og Lump Sum på det norske markedet. Våre funn bygger videre på Leggio og Lien (2003) og Marshall (2000), som finner at Dollar Cost Averaging er en underlegen strategi på det amerikanske markedet. Vi finner at Dollar Cost Averaging også gir dårligere avkastning på det norske markedet sammenlignet med Lump Sum. Samtidig tilbyr vi forslaget at risikoaverse investorer som er villig til å godta redusert avkastning mot redusert risiko, kan tjene på å anvende Dollar Cost Averaging som et alternativ til Lump Sum. Avslutningsvis håper vi at vår undersøkelse tilrettelegger for videre forskning på egenskapene til strategiene på det norske markedet. Resten av oppgaven er satt opp på følgende vis. Seksjon 2 presenterer det

teoretiske og empiriske rammeverket. Seksjon 3 beskriver investeringsstrategiene vi skal teste. Seksjon 4 beskriver metoden som anvendes i vår analyse. Seksjon 5 beskriver datagrunnlaget. Seksjon 6 forklarer resultatene til analysen. Til slutt er seksjon 7 en oppsummering og oppfordring til videre forskning.

2 Relatert litteratur og hypoteser

2.1 Teoretisk rammeverk

Teorien om moderne porteføljeteori vokste frem på begynnelsen av 1950-tallet, ledet av Markowitz (1952). Moderne porteføljeteori er basert på konseptene at investorer har som mål å maksimere avkastning for hvilket som helst risikonivå og at risiko kan reduseres ved hjelp av diversifikasjon. Moderne porteføljeteori forutsetter at investorer er risikoavers av natur. Det betyr at investorer alltid vil foretrekke aktiva med lavest volatilitet, gitt forventet avkastning for alternativene er likt (Markowitz, 1952). Ifølge Markowitz (1952) er en investor opptatt av to ting, risiko og avkastning. Den totale risikoen til porteføljen beregnes gjennom en funksjon av avvikene til hver aktiva, og hvordan de korrelerer med hverandre. Hvordan aktivaene korrelerer med hverandre påvirker den totale risikoen til porteføljen (Markowitz, 1952). Markowitz (1952) deler risiko i to komponenter. Den første er *systematisk* risiko knyttet til markedet som helhet, og som kan ikke diversifiseres bort. Den andre er *usystematisk* risiko, også kalt spesifikk risiko. Denne formen for risiko sikter til risiko knyttet til spesifikke aksjer og kan diversifiseres bort ved å øke antall aksjer i porteføljen. Tanken bak moderne porteføljeteori er at ved å diversifisere så vil risikoen knyttet til hver enkelt aktiva bidra lite til den totale risikoen i porteføljen (Markowitz, 1952).

I forlengelse av Markowitz sin moderne porteføljeteori vokste nye synsvinkler fram, samt nye perspektiver på både porteføljeteori, risiko og avkastning. Kapitalverdimodellen er en økonomisk modell for å verdsette aksjer, verdipapirer og andre aktiva ved å relatere risiko og forventet avkastning (Sharpe, 1964). Sharpe (1964) påpeker en mangel på en positiv mikroøkonomisk teori som gjelder det å håndtere risiko ved ulike nivåer.

Kapitalverdimodellen anvender prinsippene til moderne porteføljeteori for å se hvorvidt et verdipapir er riktig priset. Den skal kunne si noe om hvilken avkastning som kan forventes basert på hvilken risiko en investering har målt mot markedsrisikoen. Denne modellen har flere antakelser som at i) investorer har homogene forventninger ii) det er likevekt i kapitalmarkedene og perfekt konkurranse iii) investorer er rasjonell og nyttemaksimerende i tillegg til iv) all usystematisk risiko er diversifisert bort (Sharpe, 1964). Modellen i sin helhet har som formål å estimere forventet avkastning i relasjon til den usystematiske risikoen (Sharpe, 1964).

Forholdet mellom avkastning og risiko er en sentral parameter som anvendes når en investering eller strategi vurderes. Sharpe (1966) dannet grunnlaget for denne teorien med et nøkkeltall han kaller *reward/variability ratio*, eller avkastning/variensraten. Akademiene henviser nå til nøkkeltallet som Sharpe-raten. Sharpe-raten viser forholdet mellom forventet avkastning og risiko (Sharpe, 1994). Høy forventet avkastning og lav risiko fører til en høy Sharpe-rate, og vice versa fører lav forventet avkastning og høy risiko til en lav Sharpe-rate. Investorer vil derfor foretrekke investeringer med høy Sharpe-rate, i tråd med forutsetningene fra moderne porteføljeteori. Sharpe (1994) skriver at Sharpe-raten derfor er et viktig aspekt for et flertall av investeringsbeslutninger. Når investorer skal velge mellom ulike investeringsstrategier, som Dollar Cost Averaging eller Lump Sum, vil investoren foretrekke strategien med høyest Sharpe-rate. Ifølge Sharpe (1994) gir Sharpe-raten et nyttig sammendrag av to sentrale aspekter ved hvilken som helst strategi som involverer differansen mellom avkastningen på et fond og tilhørende referanseindeks.

På 70-tallet vokste det frem flere hypoteser og forsøk på forklaringer til markedsdynamikker. Hypotesen om effisiente markeder ble først fremstilt av Fama i 1970, og påstår at et effisient marked har aksjepriser som fullt ut reflekterer all tilgjengelig informasjon (Fama, 1970). Argumentet er at når ny informasjon kommer til markedet vil dette reflekteres i prisene uten nevneverdig forsinkelse. Fama (1970) formulerer tre former for effisiens; i) *svak form*, som innebærer at informasjonen som er av interesse bare er tidligere priser eller avkastning. ii) *semi-sterk form*, hvor bekymringen er hvor raskt prisen justerer seg til åpenbar offentlig tilgjengelig informasjon, eksempelvis aksjesplitter eller årsrapporter. iii) *sterk form*, hvor bekymringen er hvorvidt det er noen som har monopolistisk tilgang på informasjon som er relevant med tanke på endringer i priser. Teorien om effisiente markeder beror seg på bekymringen om priser til enhver tid reflekterer all tilgjengelig informasjon. Videre beskriver Fama markedet som en *random walk*, eller en *tilfeldig bevegelse*. Dette betyr at aksjeprisen følger en stokastisk prosess, der aksjeprisen følger en vilkårlig utvikling. Kursutviklingen er dermed uten korrelasjon eller avhengighet til historiske aksjepriser, slik at prediksjoner om fremtidige aksjepriser ikke er mulig (Fama, 1970). Fama konkluderer at markedet er svak form effisient, på bakgrunn av manglende empirisk støtte i lineære sammenhenger og seriekorrelasjoner mellom priser (Fama, 1970). Videre skriver Fama (1970) at markedet også er semi-sterkt effisient, fordi aksjepriser raskt tilpasser seg til ny informasjon (Fama, 1970).

Ettersom gamle økonomiske modellene har antakelser og forutsetninger som kan virke usannsynlig, fikk en annen tankegang stor popularitet innenfor økonomifaget. Siden det finansielle markedet består av individer med ulike preferanser og risikonivå, ønsket man å finne alternative forklaringer til hvorfor investorer akter slik de gjør. Kahneman og Tversky (1979) undersøker hvorvidt atferden til investorer kan forklares ved hjelp av psykologiske aspekter ved beslutningstaking. Kahneman og Tversky (1979) argumenterer for at tap forårsaker mye større emosjonell smerte enn tilsvarende gevinst. Samtidig finner de at investorer er til samme tid både tapsavers og risikosøkende. Med dette siktes det til at investorer er villig til å ta risiko for å unngå tap. Begrunnelsen er at mennesker på generelt grunnlag er dårlig til sannsynlighetsregning og at de nødvendigvis ikke forstår valgene de har foran seg, selv om utfallet er lik (Kahneman & Tversky, 1979). Innenfor denne teorien argumenteres det også for at investorer er avers mot å angre seg. Kahneman og Tversky (1979) noterer seg at det foreligger en nær relasjon mellom det å angre seg og graden av ansvarligheten for et valg. Argumentasjonen bunner i at mennesker angreer mindre når de tar valg som er forhåndsbestemt eller påtvunget. Prospekt teori er en videreutvikling av Markowitz (1952) sin forventede nytteteori som antar at alle investorer er risikoavers av natur slik at formen på nyttekurven er konkav. Nyttefunksjonen innenfor prospektteori har en S-formet kurve, som vil si at den er konkav for gevinster og konveks for tap grunnet argumentet om at vi opplever større emosjonell smerte ved tap versus gevinster (Kahneman & Tversky, 1979).

Samme år som prospektteori ble presentert av Kahneman og Tversky (1979), hevder Constantinides (1979) at Dollar Cost Averaging er en mangefull strategi, basert på moderne porteføljeteori. Constantinides (1979) stiller blant annet spørsmålstegn til rasjonale bak Dollar Cost Averaging. Lump Sum blir sett på som et stort veddemål med markedet, fordi det kan være et upassende tidspunkt å investere på med tanke på ugunstig markedsprising (Constantinides, 1979). Rasjonale bak Dollar Cost Averaging er å dele opp dette veddemålet i mange små veddemål for å spre risikoen. Avkastningen til en Dollar Cost Averaging strategi er ifølge Constantinides (1979) disproporsjonal i forhold til antallet innbetalinger, og avkastningen på investeringen avhenger hovedsakelig av de siste periodene i sparehorisonten. Constantinides (1979) påpeker at desto tidligere man investerer, desto høyere avkastning kan forventes, og dermed er Dollar Cost Averaging et dårlig alternativ til Lump Sum.

Thorley (1994) hevder at hovedargumentet som taler *for* Dollar Cost Averaging er en feilslutning. Å kjøpe flere aksjer når prisen er lav, og færre aksjer når prisen er høy, fører til at den *vektede* anskaffelsesverdien alltid vil være lavere enn den gjennomsnittlige aksjeprisen. 9 aksjer kjøpt til en pris på kr 10 i måned 1, og 10 aksjer kjøpt til en pris på kr 9 i måned 2, gir en gjennomsnittlig anskaffelsesverdi på aksjen pålydende kr 9,47. Den gjennomsnittlige aksjeprisen i perioden er derimot 9,5. Ergo vil en investor som anvender Dollar Cost Averaging sitte med kr 0,03 i gevinst per aksje. Denne sammenligningen er matematisk korrekt, men kun relevant *hvis investorer kan selge til den gjennomsnittlige aksjeprisen*, noe Thorley (1994) konkluderer som en feilslutning. Investorer kan kun selge til gjeldende pris, som i ovennevnte eksempel er kr 9.

Statman (1995) vinkler sin undersøkelse i et atferdsmessig rammeverk for å forklare den vedvarende populariteten til Dollar Cost Averaging. Statman (1995) redegjør for fire atferdsmessige fenomener: i) prospektteori, ii) unngåelse av å angre seg, iii) kognitive feil og iv) selvkontroll. Statman (1995) mener at Dollar Cost Averaging er inkonsekvent med tradisjonell finans. Standard investorer evaluerer valgene opp mot netto kontantstrøm. Statman (1995) poengterer at handlinger som er påtvunget reduserer graden av ansvarlighet og anger for et valg. Dollar Cost Averaging er en automatisk prosess, og er dermed spesielt hjelpsom for investorer som er bekymret for å angre seg etter en investeringsbeslutning (Statman, 1995). Statman (1995) trekker frem rollen til selvkontroll som en sentral brikke i Dollar Cost Averaging strategien. Årsaken er at investorer har en tendens til å tro at kortsiktige trender vil fortsette, noe som kalles for representativitet, en kognitiv feil som er veldokumentert. Man vektlegger nylige hendelser mer enn historiske (Statman, 1995). For å anvende Dollar Cost Averaging suksessfullt, må investoren ha kapital og mot til å fortsette å kjøpe når markedet går ned (Statman, 1995). Til tross for at atferdsmessige fenomener kan bidra til forståelse til hvorfor Dollar Cost Averaging er populær, hevder Statman (1995) at strategien er underlegen innenfor valgsettet til den fulle rasjonelle investor. Konklusjonen er at selv om automatikken som følger Dollar Cost Averaging strategien kan redusere atferdsmessige fenomener som anger og ansvarlighet, er strategien inkonsistent innenfor standard finans (Statman, 1995).

2.2 Relevante empiriske studier

Knight og Mandell (1992) hevder at ingen drar nytte av Dollar Cost Averaging, og viser til forutsetningene rundt moderne porteføljeteori. Hovedargumentet er at investoren aldri maksimerer sin nyttefunksjon gjennom Dollar Cost Averaging, siden for mye av porteføljen holdes i risikofrie verdipapirer. Knight og Mandell (1992) understøtter denne påstanden med simuleringer gjort på referanseindeksen Standard and Poor's 500. Tre ulike grader av risikoaversjon (lav, moderat og høy) blir simulert, basert på ulike fordelinger mellom risikofrie rentepapirer og referanseindeksen. For alle grader av risikoaversjon har Dollar Cost Averaging den laveste, årlige avkastningen, sammenlignet med Lump Sum (Knight & Mandell, 1992). Knight og Mandell (1992) poengterer også at transaksjonskostnadene er mye høyere for Dollar Cost Averaging, siden strategien består av flere individuelle transaksjoner enn Lump Sum. Den endelige konklusjonen til Knight og Mandell (1992) er at Dollar Cost Averaging er en mangelfull strategi.

Thorley (1994) finner at Dollar Cost Averaging, i tillegg til å være en teoretisk feilslutning, også empirisk er en mangelfull strategi. Thorley (1994) tar utgangspunkt i kurshistorikken til Standard and Poor's 500 i perioden 1926 til 1991. Dollar Cost Averaging blir sammenlignet med Lump Sum, og avkastningen blir kalkulert ved bruk av internrenten av kontantstrømmen til investeringene. Thorley (1994) finner at Dollar Cost Averaging resulterer i lavere avkastning, og høyere risiko, sammenlignet med Lump Sum. Thorley (1994) konkluderer at Dollar Cost Averaging ikke bare er en harmløs feilslutning, men også en underlegen strategi.

Rozeff (1994) bygger videre på kritikken om Dollar Cost Averaging, og argumenterer for markedets positive risikopremie. Ved bruk av Monte Carlo simuleringer konkluderer Rozeff (1994) at Dollar Cost Averaging er en mangelfull strategi. Hovedargumentet til Rozeff (1994) som veier i favør for Lump Sum er tidsdiversifikasjon. Rozeff (1994) mener at tidsdiversifikasjon fører til at desto lenger man er investert, desto større blir sannsynlighet at man oppnår den forventede avkastning til markedet. Dollar Cost Averaging fører til at for store andeler av kontantbeholdningen holdes utenfor markedet, og blir dermed ikke eksponert mot hverken tidsdiversifikasjon eller markedets positive risikopremie. Det fører til at Dollar Cost Averaging faktisk øker risikoen, spesielt fordi porteføljeutviklingen mot slutten av sparehorisonten utgjør en mye større forskjell enn i starten av sparehorisonten, grunnet den relative andelen av kontantbeholdningen som er investert (Rozeff, 1994).

Israelsen (1999) finner at Dollar Cost Averaging gir bedre avkastning enn Lump Sum ved å investere i 19 av de 35 største aksjefondene i perioden 1988-1998. Videre finner han at de 19 fondene hadde lavere standardavvik, lavere Lump Sum avkastning og større utbytte utdelinger (Israelsen, 1999). Gjennom sin undersøkelse argumenterer han for at aksjefond med lavt standardavvik vil investorer foretrekke å anvende en Dollar Cost Averaging strategi da det resulterer i høyere årlig avkastning (Israelsen, 1999).

Marshall (2000) anvender internrente som det sentrale nøkkeltallet, og tester tre strategier: Value Averaging, Dollar Cost Averaging og Random Investments. Marshall (2000) argumenterer for at markedseffisiens hypotesen ikke fungerer i Dollar Cost Averaging og andre mekaniske investeringsteknikker. Marshall (2000) foretar 500 simuleringer på Standard and Poor's 500 og estimerer gjennomsnittsavkastning og standardavviket til internrenten. Konklusjonen er at Value Averaging dominerer Dollar Cost Averaging i alle 13 testene og 73,5% av simuleringene. Dermed konkluderer Marshall (2000) med Value Averaging overpresterer Dollar Cost Averaging og tilfeldige investeringsteknikker med høyere forventet avkastning uten ekstra risiko (Marshall, 2000).

Abeysekera og Rosenbloom (2000) konkluderer at det ikke finnes noen klar fordel ved Dollar Cost Averaging sammenlignet med Lump Sum. For lite volatile aksjer så burde en investor ikke anvende Dollar Cost Averaging. Dollar Cost Averaging har derimot en fordel ved at den reduserer risiko sammenlignet med Lump Sum, og kan derfor være en rimelig strategi for volatile aksjer. Ikke overraskende kommer Abeysekera og Rosenbloom (2000) frem til at Dollar Cost Averaging gir lavere avkastning med tilhørende lavere risiko. Et annet argument er at man ikke nødvendigvis burde skille mellom strategiene kun basert på endelig avkastning (Abeysekera & Rosenbloom, 2000). En investor må selv bestemme hva som er viktig og hvilken avveining de skal gjøre mellom risiko og avkastning. Til slutt nevner Abeysekera og Rosenbloom (2000) at det er misledende å si at en strategi er overlegen ovenfor en annen, på grunn av deres ulike særtrekk.

Atra og Mann (2001) analyserer prestasjonen til Dollar Cost Averaging og Lump Sum på internasjonale indekser i motsetning til nasjonale. Den konvensjonelle visdommen er at Lump Sum skaper mer avkastning fordi det er et faktum at aksjemarkedet har vært signifikant positivt de siste 100 årene (Atra & Mann, 2001). Samtidig kan det virke som at Dollar Cost Averaging øker, og ikke reduserer, risikoen. Den generelle konklusjonen er at strategien ikke

gir noen fordel i form av risiko/avkastning avveining (Atra & Mann, 2001). Resultatene viser at Dollar Cost Averaging ikke er en strategi for alle sesonger. Det argumenteres for at implementeringstidspunktet til Dollar Cost Averaging kan gi fordeler, spesielt i månedene fra februar til september. Resultatene indikerer at tidspunktet strategien blir iverksatt kan gi en fordel til henholdsvis Dollar Cost Averaging eller Lump Sum (Atra & Mann, 2001).

Leggio og Lien (2001) sier at Dollar Cost Averaging er en konservativ investeringsstrategi som er best egnet for investorer som er interessert i en tvungen spareplan. Ved å bruke månedlige data sammenlignes Dollar Cost Averaging med alternative investeringsstrategier når prospektteori forklarer nyttefunksjonen til investorer. Prospekt teori er et alternativ til Markowitz (1952) forventede nytte teori som har tre forutsetninger: i) den overordnede nytten av et valg er lik summen av de forventede av alle mulige utfall, ii) et valg er akseptabelt om det tilfører verdi til den eksisterende porteføljen, iii) investorer er risikoavers. Leggio og Lien (2001) finner at Statman sin påstand om at Dollar Cost Averaging er en passende strategi for investorer som er tapsavers ikke stemmer og at Dollar Cost Averaging ikke er en effektiv strategi for store eller små aksjer, målt i maksimert nytte (Leggio & Lien, 2001).

Konklusjonen er at Dollar Cost Averaging ikke er gunstig for noen aktiva og argumenterer for at dette kan være på grunn av feilspesifikasjon av parametere (Leggio & Lien, 2001).

Malkiel (2003) argumenterer for passive investeringsstrategier. Bakgrunnen til dette foreligger først og fremst i troen på at markedene er effisiente. Videre skriver han at å investere direkte i indeksen er en fornuftig strategi fordi markedene viser seg veldig effektiv når det gjelder å fordøye og tilpasse seg ny informasjon (Malkiel, 2003). Malkiel erkjenner at det eksisterer anomaliteter i markedet. Hypotesen om at markedet er effisient skal ikke forkastes av den grunn. Malkiel (2003) påpeker samtidig at noen markedsdeltakere er irrasjonelle og at atferdsmessige aspekter ved mennesker kan forklare en del systematiske feil som noen investorer gjør. Selv om markedene skulle vise seg å være ueffisiente, så argumenterer Malkiel (2003) for at passive investeringsstrategier fortsatt vil være en vinnende strategi. Begrunnelsen for dette er at selv om noen investorer presterer bedre enn markedet, så vil det være noen som presterer under slik at et gjennomsnitt dannes. På den måten kan ikke alle investorer være over gjennomsnittet, derfor vil en passiv investeringsstrategi være en vinnende strategi. Konklusjonen er at uavhengig av hvilket forutsigbart mønster som finnes og hvilke ineffektiviteter som måtte oppstå, så vil de ikke gi lønnsomme investeringsstrategier (Malkiel, 2003).

Leggio og Lien (2003) utvider empirien om Dollar Cost Averaging og Lump Sum ved å teste Sortino-raten. Leggio og Lien (2003) mener at Sortino-raten er et relevant nøkkeltall siden den, i motsetning til Sharpe-raten, kun hensyntar *nedsiddevolatilitet* når det gjøres en vurdering på risiko. Oppsidevolatilitet bør ifølge Leggio og Lien (2003) ikke betraktes som risiko, men heller en premie. Selv med Sortino-raten finner Leggio og Lien (2003) at Dollar Cost Averaging forblir en underlegen strategi overfor Lump Sum. Siden undersøkelsen anvender en tidshorisont på kun et år, oppfordrer Leggio og Lien (2003) til å undersøke andre tidsintervaller for å rettferdiggjøre bruken av en Dollar Cost Averaging strategi.

Dubil (2005) mener at Dollar Cost Averaging har lavere risiko, sammenlignet med Lump Sum, siden man ikke har kjennskap til fremtidig prisutvikling. Dubil (2005) skriver videre at reduksjonen i risiko ikke bare avhenger av den uforutsigbare volatiliteten av fremtidig prisutvikling, men også på investoren sin investeringsstrategi. Spesielt lengden på Dollar Cost Averaging, relativt til den totale sparehorisonten, er viktig. Dubil (2005) oppfordrer finansielle rådgivere til å anbefale deres klienter til å utnytte automatiske spareplaner over lange tidshorisonter, siden automatiske spareplaner gir lavere risiko og et mer sikkert resultat (Dubil, 2005).

Brennan et al. (2005) tester Dollar Cost Averaging empirisk ved å velge tilfeldige investeringsdatoer og verdipapirer i tidsperioden 1926 til 2003. Når Dollar Cost Averaging blir anvendt for å handle markedsporteføljen, er resultatene svært avhengig av investorens grad av risikoaversjon. Brennan et al. (2005) finner at Dollar Cost Averaging er gunstigere enn Lump Sum for investorer med høy grad av risikoaversjon, men kun fordi slike investorer ikke burde investere all sin kapital i markedsporteføljen i utgangspunktet (Brennan et al., 2005). Videre sammenligner Brennan et al. (2005) Dollar Cost Averaging og Lump Sum når en investor investerer i en portefølje bestående av én aksje, og finner at Dollar Cost Averaging dominerer Lump Sum for en implementering opp til 48 måneder, med den største fordelene ved 36 måneder. Brennan et al. (2005) konkluderer at selv om Dollar Cost Averaging er en mangelfull strategi når man tar i betraktning vanlige forutsetninger om kapitalmarkeder, kan strategien ha verdi for investorer som ønsker å legge til nye aksjer i en allerede diversifisert portefølje.

Dichtl og Drobetz (2011) tar utgangspunkt i Statman sin studie fra 1995 og tilhørende hypotese om at å bruke Dollar Cost Averaging kan bli forklart gjennom bruken av elementer

fra atferdsmessig finanst teori. Monte Carlo simuleringer anvendes for å sammenligne Dollar Cost Averaging med både Lump Sum og kjøp og hold. Resultatene indikerer at Dollar Cost Averaging gir lavere avkastning enn Lump Sum og en marginalt lavere Sharpe Ratio. Dichtl og Drobetz (2011) konkluderer med at Dollar Cost Averaging ikke er en rasjonell strategi for moderne porteføljeteori investorer. Simuleringene viser resultater som at tapsaversjon og sannsynlighetsvekting er mye viktigere for å forklare populariteten til Dollar Cost Averaging enn antakelsen om at prospektteori investorer både er risikoavers og risikosøkende til samme tid (Dichtl & Drobetz, 2011). Konklusjonen er at Dollar Cost Averaging ikke nødvendigvis er *rasjonelt*, men heller en helt normal oppførsel for en investor som legger prospekt teori til grunn for sine investeringer (Dichtl & Drobetz, 2011).

Kirkby, Mitra og Nguyen (2020) argumenterer at Dollar Cost Averaging sin vedvarende popularitet kan skyldes at strategien ikke krever markedstiming. Markedstiming er utfordrende og få forvaltere kan vise til slike ferdigheter. Eksempelvis demonstrerer kun omtrent 1% av aksjefond i Storbritannia signifikante timing ferdigheter (Cuthbertson, Nitzsche, & Osullivan, 2010, referert i Kirkby et al., 2020). Kirkby et al. (2019) skriver videre at en mulig fordel med Dollar Cost Averaging ovenfor Lump Sum er at det antas å redusere volatiliteten av investeringer ved å kjøpe på gitte tidsintervall. Det reduserer risikoen ved å kjøpe til feil tid (Kirkby et al., 2019). Samtidig nevner Kirkby et al. (2019) at noen studier finner at en Dollar Cost Averaging strategi kan oppnå bedre resultater for ordinære investorer som ikke har sofistikerte markedstiming ferdigheter. Dollar Cost Averaging har på generelt grunnlag fått negativ omtale gjennom litteraturen, men strategien er viktig å forstå metodisk. Kirkby et al. (2019) konkluderer med at frekvensen av Dollar Cost Averaging strategien i tidsintervallet 1954-2019 har en fundamental påvirkning på risiko, avkastning og avveininger mellom risiko og avkastning.

Lu et al. (2020) hevder at de fleste empiriske analysene av Dollar Cost Averaging og Lump Sum er foretatt når markedet trender ned. Lu et al. (2020) undersøker hvorvidt Dollar Cost Averaging presterer bedre enn Lump Sum i *økende* markeder. Med forutsetningene at det ikke foreligger autorkorrelasjon, heteroskedastisitet eller prishopp, finner Lu et al. (2020) at Dollar Cost Averaging presterer bedre enn Lump Sum når avkastningen er lav og volatiliteten er høy. Konklusjonen er at Dollar Cost Averaging presterer bedre enn Lump Sum i situasjoner hvor de underliggende aksjeprisene trender mindre oppover, det er høy volatilitet og lange tidshorisonter. Selv om undersøkelsene deres viser til positive resultater for Dollar Cost

Averaging poengterer Lu et al. (2020) at desto høyere gjennomsnittlig avkastning er, desto større er sannsynligheten for at Lump Sum frembringer høyere avkastning enn Dollar Cost Averaging.

2.3 Hypotese

Basert på Marshall (2000), Leggio og Lien (2003) og Brennan et al. (2005) ønsker vi nå å teste hvordan Dollar Cost Averaging presterer sammenlignet med Lump Sum på Oslo Børs i perioden januar 1987 til november 2020. For å måle strategiene opp mot hverandre tar vi utgangspunkt i metodikken til Leggio og Lien (2003) som ser på avkastning, Sharpe-raten og Sortino-raten. Vi utvider sammenligningsgrunnlaget ved å inkludere internrente, basert på Marshall (2000). En totalvurdering på problemstillingen gjøres basert på etablerte nøkkeltall som er gjennomgående anvendt i empirien. Signifikansnivået som legges til grunn er 5%.

Hypotesen formaliseres som følgende:

Hypotese 1: *Dollar Cost Averaging gir en høyere avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs i perioden januar 1987 – november 2020*

3 Investeringsstrategiene

I denne oppgaven skal vi se nærmere på investeringsstrategiene Dollar Cost Averaging og Lump Sum. Litteraturen på aggregert nivå, både teoretisk og empirisk, taler negativt om Dollar Cost Averaging (Constantinides, 1979; Knight & Mandell, 1992; Rozeff, 1994; Thorley, 1994). Til tross for kritikken er Dollar Cost Averaging fremdeles en populær strategi (Statman, 1995). Brennan et al. (2005) mener at populariteten til Dollar Cost Averaging kan forklares gjennom *heuristikker*, en kognitiv snarvei som investorer anvender for å ta beslutninger. Statman (1995) argumenterer for at attraktiviteten kan begrunnes gjennom prospektteori, utviklet av Kahneman og Tversky (1979).

3.1 Dollar Cost Averaging

Dollar Cost Averaging er en strategi hvor et forhåndsbestemt beløp blir investert til samme tid over et bestemt tidsintervall (Knight & Mandell, 1992; Brennan et al., 2005). Eksempelvis investerer man en tolvtedel av kontantbeholdningen månedlig i et år. Brøkdelen som investeres, samt sparehorisonten, er i utgangspunktet likegyldig, men det forutsettes at andelen som investeres hver periode er konstant, og at investeringene utføres på faste tidsintervaller. Ved å fordele investeringene over flere perioder skal strategien bidra til å redusere risikoen og angrensen av å investere i markedet til feil tid, eksempelvis rett før en korreksjon (Dichtl & Drobetz, 2011; Leggio & Lien, 2001). Intuisjonen bak Dollar Cost Averaging er at den tillater investoren å kjøpe fond eller aksjer til en pris som er under gjennomsnittet fordi man kjøper flere andeler når prisen er lav, og færre andeler når prisen er høy (Brennan et al., 2005).

3.2 Lump Sum

Lump Sum innebærer at man investerer all kapital i markedet i starten av sparehorisonten (Leggio & Lien, 2003). Fordelen med en Lump Sum er at man eksponerer hele investeringen mot markedets kursutvikling fra start (Rozeff, 1994; Thorley, 1994). Risikoen som følger Lump Sum er nemlig at man risikerer å kjøpe på feil tidspunkt, eksempelvis like før finanskrisen i 2008. Til tross for den latente risikoen som til enhver tid eksisterer i finansmarkedet fortsetter empirien å bevise at Lump Sum er en overlegen strategi som slår Dollar Cost Averaging, gang på gang (Constantinides, 1979; Knight & Mandell, 1992; Marshall, 2000; Rozeff, 1994; Thorley, 1994).

4 Metode

Målet med analysen er å evaluere Dollar Cost Averaging som en investeringsstrategi på Oslo Børs, sammenlignet med Lump Sum. Tidligere studier som evaluerer strategiene tar ofte utgangspunkt i en Monte Carlo simulasjon (se Knight & Mandell, 1993; Marshall, 2000; Rozeff, 1994). Selv om Monte Carlo simulering er en omfattende kvantitativ analyse, tar den ikke hensyn til viktige elementer som finnes i aksjemarkedet. Historiske priser kan være autokorrelert, heteroskedastisk og ikke-normalfordelt (Dichtl & Drobetz, 2011). Det kan påvirke konklusjonsgrunnlaget. Andre studier tar derfor heller i bruk historiske priser for å sammenligne strategiene, i stedet for Monte Carlo simulering (se Leggio & Lien, 2003). Fordelen med historiske priser er at ovennevnte elementer bevares i datagrunnlaget.

4.1 Replikasjon

Analysen av strategiene tar utgangspunkt i metodikken til Leggio og Lien (2003). Vi utvider analysen ved å teste internrenten som et ytterlige nøkkeltall, basert på Marshall (2000). Vi foretar en vitenskapelig replikering. Hamermesh (2007) differensierer mellom tre ulike typer replikering: i) *Ren* replikering innebærer å gjenta en tidligere studie på akkurat samme måte som tidligere utgaver, med samme data; ii) *Statistisk* replikering innebærer å gjenta en tidligere studie på samme data, men et annet utvalg; og iii) *Vitenskapelig* replikering innebærer å gjenta en tidligere studie med annen data, og gjerne med like, men ikke identiske, modeller.

Vi anser bruken av vitenskapelig replikering å være en bedre tilnærming enn ren replikering, og statistisk replikering. Hamermesh (2007) argumenterer nemlig for at det er nødvendig å evaluere reliabiliteten av publiserte studier på tilsvarende, men ikke identiske, observasjoner.

4.2 Oslo Børs - OBX

Strategiene testes på den totale kurshistorikken til aksjeindeksen OBX. Indeksen ble først listet i januar 1987, som gir vår undersøkelse et datagrunnlag på omtrent 30 år. OBX er en markedsvektet indeks bestående av de 25 mest omsatte aksjer på Oslo Børs (Euronext, 2016). En markedsvektet indeks innebærer at kursutviklingen til samtlige underliggende selskap samlet utgjør kursutviklingen til indeksen, basert på selskapenes indekssvekt. OBX er sammenlignbar med andre børser i både Europa og USA (Fjesme, 2019) og er derfor et godt utgangspunkt for vår analyse. Selskapene som inngår i OBX justeres to ganger hvert år, basert

på en rangert omsetningsperiode. Det betyr at selskap fortløpende legges til, og fjernes fra referanseindeksen (Euronext, 2016). Selskaper som blir tatt av børs, eller som går konkurs, vil dermed fjernes fra referanseindeksen og erstattes med selskapet som tidligere falt utenfor kriteriene til å havne på OBX. Strategiene vi undersøker, Dollar Cost Averaging og Lump Sum, tar ikke utgangspunkt i et utvalg av spesifikke selskaper listet på indeksen. Strategiene følger i stedet kursutviklingen til hele indeksen. Det betyr at vi ikke trenger å ta hensyn til den halvårlige justeringen av listede selskaper.

Å legge til grunn en *hovedindeks* for analysen fører til en reduksjon av den usystematiske risikoen, fordi den usystematiske risikoen knyttet til enkeltaksjer i stor grad diversifiseres bort (Markowitz, 1952). Det er derimot ingen begrensninger på hvordan Dollar Cost Averaging og Lump Sum anvendes. Det er fullt mulig å anvende strategiene på enkeltaksjer, fond eller kombinerte porteføljer. Ulempen med å gjøre en kvantitativ analyse av investeringsstrategier på enkeltaksjer er at det kan skape en bias i resultatene. Aksjer som stiger mye mer enn referanseindeksen kan skape en skjevfordelt preferanse for en Lump Sum strategi, som tjener på høy eksponering mot aksjen fra start. Tilsvarende kan aksjer som faller uvanlig mye i forhold til referanseindeksen skape en skjevfordelt preferanse for Dollar Cost Averaging strategien, som tjener på å ha en kontantbeholdning som ikke er påvirket av eksponeringen til aksjen. Å fatte en beslutning basert på kurshistorikken til ett spesifikt børsnotert selskap gir dermed ikke validitet til undersøkelsen. Videre viser empirien at aktiv forvaltning ikke klarer å skape meravkastning over markedsindeksen, noe som har blitt bekreftet gang på gang (Fama & French, 2021; French, 2008; Sharpe, 1991)

4.3 Simulering av strategiene på OBX

4.3.1 Forutsetninger

I vår analyse gjør vi noen fundamentale forutsetninger. Formålet med forutsetningene er å fremstille de elementære forskjellene blant strategiene. Robusthet med ulike kombinasjoner av forutsetningene samt hvordan de kan påvirke resultatene, omtales i seksjon 6.6 og 6.7.

Den første forutsetningen er at man får tildelt et pengebeløp, og har valget mellom å anvende en Dollar Cost Averaging strategi eller en Lump Sum strategi. Slik dannes et felles utgangspunkt for kontantbeholdningen og et solid sammenligningsgrunnlag for strategiene. For Lump Sum strategien investeres hele kontantbeholdningen i OBX i starten av den første

måneden i spareperioden, og det investerte beløpet følger den månedlige kursutviklingen til OBX i sparehorisonten. For Dollar Cost Averaging strategien investeres en fast andel av kontantbeholdningen månedlig, mens resterende kontantbeholdning holdes til risikofri rente. Marshall (2000) anvender kvartalsvis investering for Dollar Cost Averaging strategien, som innebærer å investere en fast andel av kontantbeholdningen hver 3. måned. Dette er tilsynelatende et unntak fra litteraturen som omtaler investeringsstrategiene. Leggio og Lien (2003) og Brennan et al. (2005) bruker eksempelvis månedlig investering, som innebærer å investere en fast andel av kontantbeholdningen månedlig. Vi har derfor valgt å anvende månedlige investeringer, i henhold til metodikken til Leggio og Lien (2003).

Den andre forutsetningen er tredelt: i) risikofri rente, ii) transaksjonskostnader og iii) forvaltningshonorar settes lik null.

4.3.2 Sparehorisonter

Marshall (2000) tester fem perioder, hver på 20 kvartaler. Konklusjonene som fattes kan derfor bære preg av en bias basert på sparehorisontens lengde, siden alle periodene er like lange. I replikasjonen vår utvider vi derfor utvalget på sparehorisontens lengde. Vi tester begge strategiene på sparehorisontene $T = 12, 24, 36 \dots 144$ måneder. Slik forsøker vi å avdekke hvorvidt det foreligger spesifikke sparehorisonter som gagner enten Dollar Cost Averaging eller Lump Sum. Videre tilrettelegger et bredt utvalg av sparehorisonter muligheten for å teste om våre simuleringer konvergerer med funnene til Brennan et. al (2005), som finner at Dollar Cost Averaging presterer spesielt bra på en sparehorisont mellom 36 og 60 måneder. Samtidig unngår vi en bias i resultatene basert på sparehorisontens lengde ved å ikke begrense replikasjonen til én spesifikk sparehorisont.

I tillegg til å utvide utvalget av sparehorisonter, blir også et mangfold av ulike perioder testet, for å styrke reliabiliteten til analysen. Vi tester eksempelvis alle mulige sparehorisonter som er 12 måneder lang, 24 måneder lang også videre. For å øke utvalget av sparehorisonter som er 12 måneder lang innebærer dette å eksempelvis starte en sparehorisont i januar 1987, da OBX først ble lansert, og simulere den i 12 måneder til og med desember 1987, som gir én simulering på en sparehorisont på $T = 12$ måneder. Tilsvarende simulerer vi en sparehorisont på $T = 12$ måneder med oppstart i februar 1987, og tester den i 12 måneder til og med januar 1988. Slik simulerer vi fortløpende alle mulige sparehorisonter med oppstart i januar, februar ... desember hvert år frem til siste mulige periode i de etablerte sparehorisontene $T = 12, 24,$

36 ... 144. Gjennom å simulere mange forskjellige perioder inkluderer vi dermed et mangfold av økonomiske sykluser i datagrunnlaget. Dette gjelder både økonomiske opp- og nedgangstider, samt perioder med nøytral økonomisk utvikling. Samtlige simuleringer danner grunnlaget for den *gjennomsnittlige* prestasjonen for hver strategi for hver sparehorisont, som legges til grunn for sammenligning av Dollar Cost Averaging og Lump Sum. Med denne fremgangsmåten unngår vi også bias på januar effekten, som innebærer at månedlig avkastning i aksjemarkedet er vesentlig høyere i januar enn de andre 11 måneder i kalenderåret (Haug & Hirschey, 2006).

4.3.3 Kontantbeholdning

Størrelsen på inngående kontantbeholdning som anvendes for begge strategiene er kr 100 multiplisert med sparehorisontens lengde. Det betyr at for en sparehorisont på 12 måneder vil kontantbeholdningen være $12 * \text{kr } 100 = \text{kr } 1\,200$. For en sparehorisont på 100 måneder vil kontantbeholdningen være $100 * \text{kr } 100 = \text{kr } 10\,000$. Størrelsen på kontantbeholdningen er i utgangspunktet likegyldig, siden vi måler avkastning i prosent. Derfor er det ubetydelig at sparehorisonter med ulik lengde har varierende størrelser på opprinnelig kontantbeholdning. Denne logikken gjør derimot simuleringen av et mangfold av strategier til en lettvinnt prosess.

For simulering av Dollar Cost Averaging strategien investeres nemlig en relativ brøkdel av kontantbeholdningen på starten av hver måned, i OBX. En sparehorisont på 12 måneder består av 12 investeringer, hver på størrelse med $1/12$ av den opprinnelige kontantbeholdningen. En sparehorisont på 100 måneder består av 100 månedlige investeringer, hver på størrelse med $1/100$ av den opprinnelige kontantbeholdningen. Det betyr at uansett lengde på sparehorisonten, vil brøkdelen av kontantbeholdningen som investeres alltid være kr 100. Den første investeringen finner sted i starten av den første måneden i sparehorisonten ($T = 0$), og på slutten av hver påfølgende måned investeres ytterligere kr 100 i OBX. Dermed investeres en fast brøkdel av kontantbeholdningen månedlig, til Dollar Cost Averaging porteføljen helhetlig er investert i OBX den siste måneden i sparehorisonten. Den siste måneden er dermed kontantbeholdningen null.

4.3.4 Porteføljer

Dollar Cost Averaging porteføljen består av to deler: en investert andel og en resterende kontantbeholdning som ikke er investert. Sammen utgjør delene en Dollar Cost Averaging portefølje. Vi forutsetter at andelen som ikke er investert holdes adskilt på en sparekonto med

null rente, i tråd med forutsetningene om risikofri rente lik null. De månedlige prosentvise endringene til Dollar Cost Averaging porteføljen danner grunnlaget for beregning av nøkkeltall til Dollar Cost Averaging strategien.

Lump Sum porteføljen består av kun en del. For Lump Sum strategien investeres nemlig hele kontantbeholdningen i starten av den første måneden i sparehorisonten ($T = 0$), og kontantbeholdningen er dermed null gjennom hele sparehorisonten.

På slutten av den siste måneden i sparehorisonten vil investeringen for begge strategiene realiseres, og strategiene blir sammenlignet. Verdien på kontantbeholdningen på slutten av sparehorisonten danner grunnlaget for beregning av prosentvis avkastning for investeringen. De månedlige svingninger i porteføljen til begge strategiene, basert på kursutviklingen til OBX, danner grunnlaget for beregninger av finansielle nøkkeltall som legges til grunn i sammenligningen av strategiene.

4.4 Nøkkeltall

For å danne et grunnlag for å besvare hypotesen *gir Dollar Cost Averaging høyere avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs i perioden januar 1987 til november 2020*, anvender vi metodikken til Leggio & Lien (2003). Sentrale nøkkeltall i metodikken er avkastning, standardavvik og Sharpe-raten. Siden Sharpe-raten ikke differensierer mellom opp- og nedsidevolatilitet, *straffer* den oppsidevolatilitet på lik linje med nedsidevolatilitet, noe Sortino (1994, referert i Leggio & Lien, 2003) argumenterer imot. Derfor tester vi også Sortino-raten, som kun tar hensyn til nedsidevolatilitet som et estimat på risiko. Videre tester vi også internrenten, basert på metodikken til Marshall (2000), dog kun gjennom historiske priser og uten Monte Carlo simuleringer.

4.4.1 Avkastning

For begge strategiene tester vi den geometriske årlige avkastningen av porteføljen. I motsetning til den aritmetiske avkastningen, tar den geometriske avkastningen hensyn til rentes rente effekt og foretrekkes dermed som estimat på avkastning innen porteføljeteori (Modigliani & Leah, 1997). Den geometriske avkastningen beregnes med følgende formel (1):

$$A_0(1 + G)^n = A_n \quad (1)$$

Der n er antall perioder, A_0 er startverdien på investeringen, A_n er sluttverdien på investeringen og G er den geometriske avkastningen som knytter sammen A_0 og A_n . Den årlige avkastningen for en sparehorisont på 12 måneder forutsetter $n = 1$, da det inngår 12 måneder i et kalenderår. Tilsvarende er $n = 10$ for en sparehorisont på 120 måneder. Den geometriske avkastningen gir dog ingen innsikt i volatiliteten til investeringen, og er kun et estimat på den gjennomsnittlige årlige avkastningen til porteføljen.

4.4.2 Månedlige endringer

I tillegg til den årlige avkastningen, måler vi også de månedlige endringene i porteføljeverdien for begge strategiene. De månedlige svingningene i porteføljeverdien danner nemlig grunnlaget for beregning av standardavviket og risikojustert avkastning, som blir omtalt i egne avsnitt. Den månedlige endringen gjennom sparehorisonten til hver strategi baserer seg på start- og sluttverdien til porteføljen hver måned. For Lump Sum porteføljen vil denne månedlige endringen være lik kursutviklingen til OBX i tilhørende måned, siden hele kontantbeholdningen til enhver tid er eksponert mot kursendringen. Dollar Cost Averaging porteføljen består derimot av to eiendeler, og månedlig avkastning beregnes ut fra den *vektede* avkastningen per eiendel med følgende formel (2):

$$R_{DCA} = (1 - w_{OBX}) * r_{rf} + w_{OBX} * r_{OBX} \quad (2)$$

Der R_{DCA} er den månedlige endringen til Dollar Cost Averaging porteføljen, w_{OBX} er den relative andelen av kontantbeholdningen som er investert i OBX, r_{rf} er den risikofrie avkastningen og r_{OBX} er avkastningen til OBX i tilhørende måned. Siden den risikofrie avkastningen settes til null, reduseres (2) til følgende formel (3):

$$R_{DCA} = w_{OBX} * r_{OBX} \quad (3)$$

Det betyr at den månedlige avkastningen til Dollar Cost Averaging porteføljen til enhver tid vil være den relative andelen av kontantbeholdningen multiplisert med avkastningen til OBX i tilhørende måned. I starten av første måneden av sparehorisonten ($T = 0$) blir $1/T$ av kontantbeholdningen investert i OBX og avkastningen til Dollar Cost Averaging porteføljen i måned 1 vil dermed være $(1/T) * r_{OBX}$. Den siste måneden i sparehorisonten er hele kontantbeholdningen investert i OBX, og w_{OBX} er da 1. Avkastningen i den siste måneden vil dermed være lik avkastningen til Lump Sum porteføljen.

Vi forventer dermed at en Dollar Cost Averaging strategi har lavere avkastning enn tilsvarende Lump Sum strategi, siden kun en andel av porteføljen er eksponert mot kursutviklingen til OBX.

4.4.3 Standardavvik

Ved å måle de månedlige endringene i porteføljeverdiene, kan vi beregne standardavviket til begge strategiene. Standardavviket beregnes med følgende formel (4):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (4)$$

Der x_i er avkastningen per periode i , μ er gjennomsnittlig avkastning og N er antall perioder. Standardavviket viser hvor mye de månedlige avkastningene avviker fra den gjennomsnittlige avkastningen i sparehorisonten, og blir brukt som et mål på risiko. En portefølje med store svingninger månedlig vil få et høyere standardavvik enn en portefølje med lite svingninger månedlig.

En Lump Sum portefølje vil få samme standardavvik som OBX, siden hele investeringen er eksponert mot indeksen. Svingninger i Lump Sum porteføljen kan dermed i sin helhet knyttes til svingninger til OBX. Dollar Cost Averaging porteføljen består derimot av to eiendeler: kontanter og investeringer. Standardavviket for en portefølje med to eiendeler beregnes med følgende formel (5):

$$\sigma_p = \sqrt{(w_a^2 \sigma^2(k_a) + w_b^2 \sigma^2(k_b) + 2w_a w_b R(k_a, k_b) \sigma(k_a) \sigma(k_b))} \quad (5)$$

Der w er vekten på hver eiendel og σ er standardavviket. Siden standardavviket på den risikofrie kontantbeholdningen er 0, reduseres formel (5) til følgende formel (6):

$$\sigma_p = \sqrt{w_b^2 \sigma^2(k_b)} \quad (6)$$

Det betyr at standardavviket til Dollar Cost Averaging porteføljen blir lik vekten til andelen som er investert. Vi forventer derfor at Dollar Cost Averaging porteføljen vil få et lavere standardavvik enn Lump Sum porteføljen, fordi porteføljen inneholder en risikofri kontantbeholdning som ikke er påvirket av kursendringen til OBX.

4.4.4 Sharpe-raten

Sharpe-raten er en av de sentrale nøkkeltallene som utgjør metodikken til Leggio og Lien (2003), og er det primære grunnlaget for besvarelsen av vårt forskningsspørsmål. Sharpe-raten måler den risikjusterte avkastningen basert på forholdet mellom avkastning og risiko (Sharpe, 1966). Formelen er som følgende (7):

$$S_a = \frac{R_a - R_b}{\sigma_a} \quad (7)$$

Der R_a er avkastningen til investeringen, R_b er risikofri avkastning og σ_a er standardavviket på investeringen. Hvis vi forutsetter at den risikofrie avkastningen er 0% blir (7) redusert til formel (8):

$$S_a = \frac{R_a}{\sigma_a} \quad (8)$$

En ulempe med Sharpe-raten er at den er likegyldig til ulike typer volatilitet. En aksje som har høy oppsidevolatilitet blir dermed *straffet* for å være volatil. Leggio & Lien (2003) argumenter for at man heller bør sette søkelys på nedside-volatiliteten for å vurdere risikoen til en investering.

4.4.5 Sortino-raten

Sortino-raten er et alternativ til Sharpe-raten. Argumentet for Sortino-raten er at oppsidevolatilitet ikke bør være forbundet med risiko (Sortino & Price, 1994). Sagt på en annen måte, signifikante oppturer i markedet bør ikke ha en negativ effekt på den risikjusterte avkastningen på samme måte som signifikante nedturer. Signifikante oppturer bør heller betraktes som en *premie* og ikke utøve negativ innflytelse på risikoen. Formelen for Sortino-raten er lik formel (7) med en liten justering på nevneren og utgjør følgende formel (9):

$$Sortino = \frac{R_a - R_b}{\sigma_{an}} \quad (9)$$

Der R_a er avkastningen til investeringen, R_b er risikofri avkastning og σ_{an} er nedside-volatiliteten til investeringen. Også her forutsettes risikofri rente lik null, som reduserer formel (9) til formel (10):

$$Sortino = \frac{R_a}{\sigma_{an}} \quad (10)$$

4.4.6 Internrente

Som et supplement til nøkkeltallene fra Leggio og Lien (2003), blir også internrenten for strategiene beregnet, basert på Marshall (2000). For å beregne internrenten til strategiene må man finne diskonteringsraten til kontantstrømmen som gir en netto nåverdi lik null. Hver strategi har veldig forskjellig kontantstrøm, men begge tar utgangspunkt i følgende formel (11):

$$0 = NNV = C_0 + \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+r)^n} \quad (11)$$

C_0 er engangsinvesteringen som utføres når $T = 0$. $C_1, C_2 \dots C_n$ er kontantstrømmene som utføres i $T = 1, 2 \dots n$. Det betyr at n tilsvarer lengden på sparehorisonten. For en sparehorisont på 12 måneder vil n være 12, og for en sparehorisont på 24 måneder vil n være 24. Videre er r internrenten, og NNV er netto nåverdi. Internrenten r er diskonteringsraten som gir en netto nåverdi lik null, altså den diskonteringsraten som fører til at den opprinnelige engangsinvesteringen C_0 blir lik nåverdien av de fremtidige kontantstrømmene $C_1, C_2 \dots C_n$. Formel (11) kan forenkles på følgende måte (12):

$$NNV = \sum_{n=0}^N \frac{C_n}{(1+r)^n} \quad (12)$$

Det er en tungvint prosess å finne den spesifikke diskonteringsraten som gir en netto nåverdi lik null, der den eneste måten å komme frem til r er å prøve for ulike verdier. Vi bruker derfor programpakken jrFinance i Rstudio til å utføre beregningene.

Lump Sum strategien består av kun to kontantstrømmer: i) en engangsinvestering som utføres i starten av sparehorisonten når hele kontantbeholdningen investeres i OBX, og ii) en realisasjon av investeringen i slutten av sparehorisonten. Engangsinvesteringen, C_0 , er kr 100 multiplisert med sparehorisontens lengde T . Siden dette er en utgift, får C_0 negativt fortegn.

Realisasjon av investeringen, C_n , tilsvarer sluttverdien på Lump Sum porteføljen på slutten av sparehorisonten. Siden det ikke tas hensyn til utbytte, forvaltningsgebyr og andre kostnader eller inntekter, blir kontantstrømmen for alle måneder imellom, $C_1, C_2 \dots C_{n-1}$, lik 0.

Dollar Cost Averaging består av flere kontantstrømmer, grunnet de månedlige investeringene. For Dollar Cost Averaging strategien er kontantstrømmen i starten av sparehorisonten, C_0 , lik kr 100. Siden dette er en utgift, får C_0 negativt fortegn. Månedlig investeres ytterligere kr 100 og dermed blir også kontantstrømmen i de påfølgende månedene, $C_1, C_2 \dots C_{n-1}$, lik kr 100.

Siden dette også er en utgift, blir kontantstrømmene igjen markert med negativt fortegn. Den siste kontantstrømmen i sparehorisonten, C_n , innebærer realisasjon av samtlige investeringer, og tilsvarer sluttverdien på porteføljen på slutten av sparehorisonten.

Tabell 1 viser en oppstilling av kontantstrømmene for begge strategiene. Kolonne 1 viser den første kontantstrømmen i starten av sparehorisonten, C_0 . Kolonne 2 viser kontantstrømmen i måned 1 til og med den nest siste måneden i sparehorisonten, $C_1, C_2 \dots C_{n-1}$. Kolonne 3 viser kontantstrømmen på slutten av sparehorisonten, C_n .

Tabell 1 - Kontantstrømmen for strategiene

	1	2	3
Strategi	C_0	$C_1, C_2 \dots C_{n-1}$	C_n
Lump Sum	-kr 100 * T	0	Sluttverdien på porteføljen i måned T
Dollar Cost Averaging	-kr 100	-kr 100	Sluttverdien på porteføljen i måned T

For å løse internrenten til begge strategiene, blir netto nåverdi satt til 0, og formel (12) anvendes på samtlige kontantstrømmer, C_0 til og med C_n .

Siden beregningene i (12) er basert på *månedlige* kontantstrømmer, vil også resulterende internrente være den månedlige internrenten. For å omgjøre til *årlig* internrenten brukes følgende formel (13):

$$r_a = (1 + r_m)^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (13)$$

Der r_a er den årlige internrenten, r_m er den månedlige internrenten som beregnes med formel (12) og n er sparehorisontens lengde i måneder.

4.4.7 Differansekontantstrøm

En høy internrente er dog ikke nødvendigvis det eneste nøkkeltallet som bør legges til grunn når man har valget mellom to alternativer. Et prosjekt med lavere internrente kan fremdeles foretrekkes hvis *netto* kontantstrøm er vesentlig høyere (Kalhoefer, 2010). For å gjøre en vurdering på denne prioriteringen, beregnes internrenten på *differansekontantstrømmen*. Hvis internrenten til differansekontantstrømmen er større enn 0, som er vårt avkastningskrav, vil

strategien med *høyest* netto kontantstrøm foretrekkes, selv om internrenten til kontantstrømmen med lavere netto kontantstrøm er høyere. Denne metodikken er et supplement til Marshall (2000).

Netto kontantstrøm beregnes ved å summere opp samtlige kontantstrømmer per strategi i simuleringen, C_0 til og med C_n . Differansekontantstrømmen beregnes ved å ta strategien med høyest netto kontantstrøm, og trekke fra kontantstrømmen til den andre strategien. Så beregnes internrenten av differansekontantstrømmen med formel (12). I tilfeller der eksempelvis Lump Sum har lavere internrente, men høyere netto kontantstrøm, vil Lump Sum fremdeles *foretrekkes* over Dollar Cost Averaging hvis differansekontantstrømmen har en positiv internrente. Vice versa, hvis Dollar Cost Averaging har lavere internrente, men høyere netto kontantstrøm, vil Dollar Cost Averaging foretrekkes over Lump Sum hvis differansekontantstrømmen har en positiv internrente.

Et eksempel på en oppstilling av beregning av differansekontantstrømmen er vist i tabell 2. I eksempelet i tabell 2 har Lump Sum høyest netto kontantstrøm. Kontantstrømmen til Dollar Cost Averaging strategien i samme simulering trekkes dermed fra kontantstrømmen til Lump Sum. Rad 1 viser kontantstrømmen for strategien med høyest netto kontantstrøm, i dette tilfellet er det Lump Sum simuleringen. Rad 2 viser kontantstrømmen for strategien med lavest netto kontantstrøm, i dette tilfellet er det Dollar Cost Averaging simuleringen. Rad 3 viser differansekontantstrømmen som oppstår av å trekke kontantstrømmen i rad 2 fra kontantstrømmen i rad 1. Kolonne 1 viser hvordan differansekontantstrømmen for $T = 0$ beregnes, som tilsvarer kontantstrømmen til Lump Sum strategien for $T = 0$ ($C_{LS, 0}$), fratrukket kontantstrømmen til Dollar Cost Averaging strategien for $T = 0$ ($C_{DCA, 0}$). Tilsvarende viser kolonne 2 differansekontantstrømmen for $T = 1$, som tilsvarer kontantstrømmen til Lump Sum strategien for $T = 1$ ($C_{LS, 1}$), fratrukket kontantstrømmen til Dollar Cost Averaging strategien for $T = 1$, ($C_{DCA, 1}$). Kolonne 3 viser hvordan differansekontantstrømmen beregnes for den siste måneden i sparehorisonten, og tilsvarer sluttverdien på porteføljen til Lump Sum strategien ($C_{LS, n}$), fratrukket sluttverdien til Dollar Cost Averaging strategien ($C_{DCA, n}$).

Tabell 2 - Differansekantantstrøm

	1	2	...	3
1	$C_{LS, 0}$	$C_{LS, 1}$...	$C_{LS, n}$
2	$- C_{DCA, 0}$	$- C_{DCA, 1}$...	$- C_{DCA, n}$
	$= C_{DIFF, 0}$	$= C_{DIFF, 1}$		$= C_{DIFF, n}$
3	$(C_{LS, 0} - C_{DCA, 0})$	$(C_{LS, 1} - C_{DCA, 1})$...	$(C_{LS, n} - C_{DCA, n})$

Når samtlige differansekantantstrømmer er beregnet, anvendes formel (12) på $C_{DIFF, 0}$ til og med $C_{DIFF, n}$. Hvis internrenten på differansekantantstrømmen er *positiv*, vil strategien med høyest netto kontantstrøm foretrekkes, selv om den alternative strategien har høyere internrente.

4.5 Hypotesetesting

For å sammenligne strategiene utføres en paret t-test på samtlige nøkkeltall nevnt i 6.3. Dette avviker fra Marshall (2000), som bruker F-tester til å måle *variansen* i nøkkeltallene. Vi er i stedet interessert i forskjellen i *gjennomsnittet* til nøkkeltallene, i tråd med Leggio og Lien (2003). Siden vi simulerer to forskjellige strategier på samme tidshorisont, vil også nøkkeltall som utledes stamme fra samme utvalg og med høy korrelasjon. Under slike forutsetninger anbefaler Xu et al. (2017) å utføre en paret t-test.

En paret t-test bruker følgende formel (14):

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}\right)}} \quad (14)$$

Der \bar{X}_1 er gjennomsnittet av nøkkeltall til Lump Sum strategien, μ_1 er gjennomsnittet til populasjonen til Lump Sum strategien, s_1 er standardavviket til nøkkeltall i Lump Sum strategien og N_1 er antall sparehorisonter. Tilsvarende er \bar{X}_2 , μ_2 , s_2 og N_2 nøkkeltall for Dollar Cost Averaging strategien. Siden nullhypotesen for en paret t-test forutsetter at differansen mellom populasjonene er null, settes μ_1 og μ_2 til 0 og formel (14) reduseres til følgende formel (15):

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}\right)}} \quad (15)$$

P-verdien som legges til grunn er 0.05.

4.5.1 To-halet test

Vi utfører en to-halet test, som innebærer at vi kan få signifikante utfall i to retninger; enten har Lump Sum høyere nøkkeltall, eller så har Dollar Cost Averaging høyere nøkkeltall. I utgangspunktet er vår hypotese hvorvidt Dollar Cost Averaging er bedre enn Lump Sum, og dermed vil kun signifikante utfall som gagnar Dollar Cost Averaging føre til at denne hypotesen beholdes. Det betyr at det også er mulig å utføre en en-halet test, som kun tester hvorvidt Dollar Cost Averaging har høyere nøkkeltall enn Lump Sum. Ulempen med en en-halet test er at den ikke differensierer mellom utfall der Lump Sum har høyere nøkkeltall, og utfall der nøkkeltallene for strategiene ikke er forskjellig fra hverandre. Vi mener at det er hensiktsmessig å differensiere mellom tilfeller som er signifikant for Lump Sum, og tilfeller som ikke er signifikant forskjellig. Det kan nemlig gi en pekepinn på hvilke sparehorisonter som er gunstig for strategiene, og hvilke sparehorisonter som ikke har en forskjell. Videre fører en to-halet test til at den kritiske t-verdien som er nødvendig for å forkaste hypotesen blir større enn for en en-halet test, som skaper mer sikkerhet i vår konklusjon på besvarelsen av problemstillingen.

4.5.2 Totalvurdering

Vi gjør en totalvurdering av resultatene til samtlige t-tester utført på de ulike nøkkeltallene og ulike sparehorisontene når vi bestemmer oss for å enten forkaste, eller beholde, den overordnede hypotesen: *Dollar Cost Averaging gir høyere avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs i perioden januar 1987 – november 2020.*

Tabell 3 viser et oppsett på en signifikanstest for *årlig avkastning*, der kolonne 1 viser strategien, kolonne 2 viser antall simuleringer per strategi, kolonne 3 viser gjennomsnittlig geometrisk avkastning per strategi og kolonne 4 viser gjennomsnittlig standardavvik for avkastningen, per strategi.

Tabell 3 – Tallgrunnlag for signifikanstest på avkastning for begge strategiene

Sparehorisont T = 12			
1	2	3	4
Strategi	N	Gjennomsnittlig årlig avkastning	Gjennomsnittlig Standardavvik
Lump Sum	N_{LS}	R_{LS}	SD_{LS}
Dollar Cost Averaging	N_{DCA}	R_{DCA}	SD_{DCA}

Med tallgrunnlaget anvendes formel (15) for å teste hvorvidt en eventuell forskjell i avkastning er signifikant. Tilsvarende metodikk anvendes på samtlige nøkkeltall for alle sparehorisonter; metodikken anvendes på årlig avkastning, standardavvik, Sharpe-raten, Sortino-raten og internrenten.

5 Data

Datagrunnlaget i analysen er basert på den historiske kursutviklingen til OBX mellom januar 1987 og november 2020. Kurshistorikken til OBX er hentet fra Ødegaard (2021). Hver observasjon i datasettet inneholder den prosentvise endringen i kursen til OBX siden indeksen ble lansert i 1987. Datasettet begynner i januar 1987 og slutter i november 2020. Den første observasjonen i datasettet er den prosentvise endringen i kursen til OBX fra 1. januar 1987 til 31. januar 1987, der kursen steg med 1.325% i løpet av januar 1987. Den andre observasjonen i datasettet er den prosentvise endringen i kursen til OBX fra 31. januar 1987 til 28. februar 1987, der kursen steg med 4.61% i løpet av februar 1987. Datasettet utgjør totalt 407 observasjoner, av 407 månedlige kursendringer fra januar 1987 til november 2020.

5.1 Test av sparehorisonter

For å teste de ulike sparehorisontene henter vi ut alle mulige tidshorisonter som ligger i datasettet. Sparehorisonten $T = 12$ måneder har 396 mulige tidshorisonter. Den første tidshorisonten begynner i januar 1987 og slutter i desember 1987. Den andre tidshorisonten begynner i februar 1987 og slutter i januar 1988. Den siste tidshorisonten begynner i november 2020 og slutter i november 2021. Tilsvarende har sparehorisonten $T = 24$ totalt 384 mulige tidshorisonter. Den første tidshorisonten begynner i januar 1987 og slutter i desember 1988. Den andre tidshorisonten begynner i februar 1987 og slutter i januar 1989. Den siste tidshorisonten begynner i desember 2019 og slutter i november 2020.

Samtlige tidshorisonter blir fortløpende generert og gir følgende datagrunnlag, illustrert i tabell 4. Kolonne 1 viser lengden per sparehorisont i måneder, kolonne 2 viser totalt antall mulige tidshorisonter i datasettet, kolonne 3 viser *første* mulige tidshorisont i sparehorisonten, kolonne 4 viser *andre* mulige tidshorisont i sparehorisonten og kolonne 5 viser *siste* mulige tidshorisont i sparehorisonten. Januar 1987 markeres som 1987:1, februar 1987 markeres som 1987:2 også videre.

Tabell 4 - Sparehorisonter

1	2	3	4	...	5
Sparehorisont (måned)	N	Tidshorisont 1	Tidshorisont 2	...	Tidshorisont N
12	396	1987:1 - 1987:12	1987:2 - 1988:2	...	2019:11 - 2020:11
24	384	1987:1 - 1988:12	1987:2 - 1989:2	...	2018:11 - 2020:11
36	372	1987:1 - 1989:12	1987:2 - 1990:2	...	2017:11 - 2020:11
48	360	1987:1 - 1990:12	1987:2 - 1991:2	...	2016:11 - 2020:11
60	348	1987:1 - 1991:12	1987:2 - 1992:2	...	2015:11 - 2020:11
72	336	1987:1 - 1992:12	1987:2 - 1993:2	...	2014:11 - 2020:11
84	324	1987:1 - 1993:12	1987:2 - 1994:2	...	2013:11 - 2020:11
96	312	1987:1 - 1994:12	1987:2 - 1995:2	...	2012:11 - 2020:11
108	300	1987:1 - 1995:12	1987:2 - 1996:2	...	2011:11 - 2020:11
120	288	1987:1 - 1996:12	1987:2 - 1997:2	...	2010:11 - 2020:11
132	276	1987:1 - 1997:12	1987:2 - 1998:2	...	2009:11 - 2020:11
144	264	1987:1 - 1998:12	1987:2 - 1999:2	...	2008:11 - 2020:11

Vi har dermed 396 unike tidshorisonter til å simulere en sparehorisont på 12 måneder. Tilsvarende har vi 384 unike tidshorisonter til å simulere en sparehorisont på 24 måneder. Antall mulige tidshorisonter reduseres dermed med 12 for hver økning i sparehorisontens lengde. Dette skyldes at en sparehorisont på 24 måneder kan starte senest i november 2018 for å ha nok måneder til å simulere 24 sammenhengende måneder frem til november 2020. Tilsvarende kan en sparehorisont på 144 måneder senest starte i november 2008 for å ha nok måneder til å simulere 144 sammenhengende måneder frem til november 2020.

Hver strategi blir så simulert på hver av de tilgjengelige tidshorisontene og følger kursutviklingen til OBX i tilhørende periode. De prosentvise månedlige endringer i Dollar Cost Averaging porteføljen og Lump Sum porteføljen danner grunnlaget for beregning av nøkkeltallene. Tabell 5 og 6 viser to simuleringer fra tidshorisonten $T = 12$. Tabell 5 viser en simulering for den første mulige tidshorisonten for $T = 12$ (1987:1 – 1987:12), og tabell 6 viser en simulering for den andre mulige tidshorisonten for $T = 12$ (1987:2 – 1988:1).

Tabell 5 – Simulering for tidshorisont 1 ($T = 12$)

Sparehorisont = 12 måneder			
Tidshorisont 1 (1987:1 – 1987:12)			
T	OBX	Lump Sum	Dollar Cost Averaging
1	1.33%	1.33%	0.11%
2	4.61%	4.61%	0.77%
...
12	-1.76%	-1.76%	-1.76%

Tabell 6 - Simulering for tidshorisont 2 ($T = 12$)

Sparehorisont = 12 måneder			
Tidshorisont 2 (1987:2 – 1988:1)			
T	OBX	Lump Sum	Dollar Cost Averaging
1	4.61%	4.61%	0.38%
2	5.65%	5.65%	0.94%
...
12	3.61%	3.61%	3.61%

5.1.1 Tidshorisonter

I begge tabellene representerer T den respektive måneden i tidshorisonten. For *tidshorisont 1* vil $T = 1$ representere januar 1987, tilsvarende vil $T = 2$ representere februar 1987, også videre. For *tidshorisont 2* vil $T = 1$ representere februar 1987, tilsvarende vil $T = 2$ representere mars 1987, også videre. *OBX* viser kursutviklingen til indeksen i tilhørende måned. *Lump Sum* og *Dollar Cost Averaging* viser kursutviklingen til henholdsvis Lump Sum porteføljen og Dollar Cost Averaging porteføljen i tilhørende måned T . Kursutviklingen til Lump Sum porteføljen er lik kursutviklingen til OBX for alle måneder i sparehorisonten, siden hele kontantbeholdningen er investert fra start.

Kursutviklingen til Dollar Cost Averaging porteføljen er basert på den relative andelen av kontantbeholdningen som er investert i tilhørende måned, etter formel (3). Det betyr at kursutviklingen til Dollar Cost Averaging porteføljen i måned 1 er 1/12 del av

kursutviklingen til OBX, siden kun 1/12 av porteføljen er investert i OBX. Den siste måneden i sparehorisonten er Dollar Cost Averaging helhetlig investert i OBX, og har dermed identisk kursutvikling som Lump Sum porteføljen og OBX for $T = 12$.

5.1.2 Nøkkeltall

Tabell 7 viser nøkkeltallene som frembringes gjennom simulering av sparehorisontene, rundet av til nærmeste desimal. Kolonne 1 viser den *geometriske årlige avkastningen* til hver simulering. Kolonne 2 viser *standardavviket* til hver simulering, basert på de månedlige endringene i porteføljene. Kolonne 3 viser *Sharpe-raten* til hver simulering og kolonne 4 viser *Sortino-raten* til hver simulering. Nøkkeltall for Dollar Cost Averaging simuleringen er gruppert under *DCA* og nøkkeltall for Lump Sum simuleringen er gruppert under *LS*.

Tabell 7 - Nøkkeltall til simulering 1 og 2

	1		2		3		4	
	Årlig avkastning		Standardavvik		Sharpe-raten		Sortino-raten	
	DCA	LS	DCA	LS	DCA	LS	DCA	LS
Tidshorisont 1	-22.9%	-9.1%	34 %	42.1%	-67.3%	-21.5%	-18.3%	-0.1%
Tidshorisont 2	-19.3%	-7 %	31.1%	42.2%	-62.1%	-16.6%	-16.6%	1.8%

5.1.3 Kontantstrøm og internrente

Tabell 8 viser kontantstrømmen til de to ovennevnte simuleringene, som legges til grunn for beregning av månedlig internrente, IRR_m , samt årlig internrente, IRR_a , nedfelt nederst i tabellen. Kolonne 1 viser de respektive månedene i sparehorisonten, kolonne 2 og 3 viser henholdsvis kontantstrømmen til Dollar Cost Averaging strategien, og Lump Sum strategien, i simulering 1. Tilsvarende viser kolonne 3 og 4 henholdsvis kontantstrømmen til Dollar Cost Averaging strategien, og Lump strategien, i simulering 2.

Tabell 8 - Kontantstrømmen og internrenten til simuleringene

1	2	3	4	5
T	DCA₁	LS₁	DCA₂	LS₂
0	-100	-1200	-100	-1200
1	-100	0	-100	0
2	-100	0	-100	0
...
12	925.46	1091	968.21	1115.97
IRR_m	-4.87%	-0.86%	-3.35%	-0.60%
IRR_a	-39.26%	-9.05%	-33.57%	-7.00%

Kontantstrømmen starter på $T = 0$, siden den første investeringen finner sted på starten av sparehorisonten, etter formel (12). $T = 1$ er januar 1987, $T = 2$ er februar 1987 også videre. Lump Sum porteføljen investerer hele kontantbeholdningen fra start, på $T = 0$, og kontantstrømmen i $T = 1:11$ er dermed 0. Dollar Cost Averaging porteføljen investerer kr 100 på starten av hver måned, til hele kontantbeholdningen er investert i $T = 12$.

Verdien på DCA_1 , LS_1 , DCA_2 , LS_2 , for $T = 12$ er sluttverdien porteføljen på slutten av spareperioden. IRR_m er den månedlige internrenten til kontantstrømmen, og IRR_a er den årlige kontantstrømmen.

6 Resultater

Hypotesen vi tester er: *Dollar Cost Averaging gir høyere avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs i perioden januar 1987 til november 2020*. Tabell 9 viser et sammendrag av testene gjort på årlig avkastning og Sharpe-raten. Kolonne 1 viser lengden på sparehorisonten i måneder, kolonne 2 viser antall simuleringer som er utført i sparehorisonten, kolonne 3 viser den prosentvise andelen av simuleringer der Dollar Cost Averaging har høyere avkastning enn Lump Sum og kolonne 4 viser den prosentvise andelen av simuleringer der Dollar Cost Averaging har høyere Sharpe-rate enn Lump Sum.

Tabell 9 - Prosentvis fordeling av strategiene

1	2	3	4
Sparehorisont	N	Avkastning	Sharpe
12	396	33%	39%
24	384	33%	41%
36	372	30%	46%
48	360	29%	50%
60	348	27%	45%
72	336	26%	44%
84	324	21%	46%
96	312	16%	48%
108	300	12%	55%
120	288	8%	51%
132	276	5%	48%
144	264	3%	49%

Ingen av tidsperiodene vi tester kan vise til at Dollar Cost Averaging i snitt (mer enn 50% av tilfellene) har høyere årlig avkastning enn en Lump Sum strategi. For tidsperioden $T = 12$ måneder er det kun 33% av simuleringene der Dollar Cost Averaging har høyere årlig avkastning. Denne andelen avtar når tidshorisonten øker, og i tidsperioden $T = 144$ måneder er det kun 3% av simuleringene der Dollar Cost Averaging presterer bedre enn Lump Sum. Den *risikojusterte* avkastningen derimot, som tar hensyn til standardavviket i simuleringene, er i snitt høyere for Dollar Cost Averaging strategien for sparehorisontene $T = 108, 120$, med henholdsvis 55% og 51%.

Tabell 10 viser en oppsummering av samtlige nøkkeltall for begge strategiene. Utfall av begge strategiene er gruppert i sine respektive perioder, og nøkkeltall er sammenlignet i alle perioder for hver strategi. Kolonne 1 viser sparehorisontens lengde i måneder, kolonne 2 viser antall simuleringer som er utført på sparehorisonten, kolonne 3 viser årlig avkastning per strategi. Kolonne 4 til og med 8 viser resultatene av parete t-tester gjort på gjennomsnittsverdien av nøkkeltall for begge strategiene. Verdier med negativt fortegn indikerer at Dollar Cost Averaging har lavere gjennomsnittsverdi enn Lump Sum i samme sparehorisont. Statistisk signifikans på 5%, 1% og 0.1% nivå er merket med henholdsvis *, ** og ***. Statistisk signifikans på 10% nivå, som faller utenfor vårt forkastningsområde, er merket med punktum. Til slutt viser nederste rad i tabellen en oppsummering av t-tester som er utført på *samtlig*e simuleringer i datasettet, uavhengig av sparehorisontens lengde som inngår i simuleringen. Den nederste raden viser dermed den *gjennomsnittlige* differansen i nøkkeltallene for alle de totalt 3959 simuleringer som utgjør datasettet.

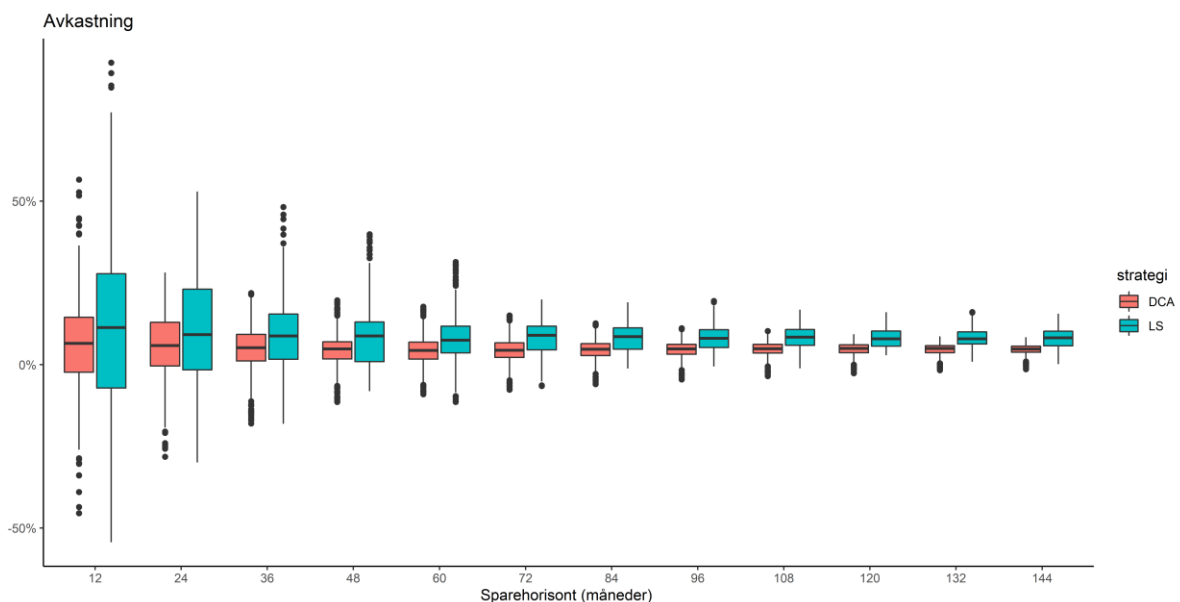
Tabell 10 - Sammendrag av nøkkeltall

1	2	3		4		5		6		7	8
T	N	Årlig avkastning		Avkastning		Standardavvik		Sharpe		Sortino	Internrente
		DCA	LS	(DCA – LS)		(DCA – LS)		(DCA – LS)		(DCA – LS)	(DCA – LS)
12	396	5.88%	11.19%	-5.31%	***	-7.96%	***	-12.50%	***	7.80%	1.00%
24	384	5.45%	9.92%	-4.48%	***	-8.48%	***	-5.90%	**	2.70%	0.90%
36	372	4.83%	8.92%	-4.09%	***	-8.77%	***	-1.80%		3.50%	* 0.50%
48	360	4.46%	8.25%	-3.80%	***	-8.94%	***	-0.20%		1.90%	. 0.30%
60	348	4.42%	8.03%	-3.61%	***	-9.06%	***	0.90%		1.30%	0.40%
72	336	4.56%	8.09%	-3.52%	***	-9.18%	***	2.20%		1.50%	. 0.60%
84	324	4.65%	8.20%	-3.55%	***	-9.26%	***	2.40%		1.00%	0.60% *
96	312	4.65%	8.20%	-3.55%	***	-9.34%	***	2.50%	.	0.50%	0.60% *
108	300	4.69%	8.21%	-3.52%	***	-9.40%	***	2.90%	*	0.30%	0.60% **
120	288	4.70%	8.20%	-3.50%	***	-9.43%	***	2.90%	*	0.20%	0.60% **
132	276	4.61%	8.09%	-3.48%	***	-9.41%	***	2.20%	*	-0.20%	0.50% **
144	264	4.56%	7.92%	-3.36%	***	-9.39%	***	2.10%	*	-0.40%	0.60% ***
Sum	3,959	4.82%	8.69%	-3.87%	***	-9.00%	***	-0.61%		1.90%	* 0.60% ***

Resultatene av samtlige nøkkeltall i kolonne 3 til og med kolonne 8 blir diskutert nærmere i de neste delkapitlene.

6.1 Avkastning

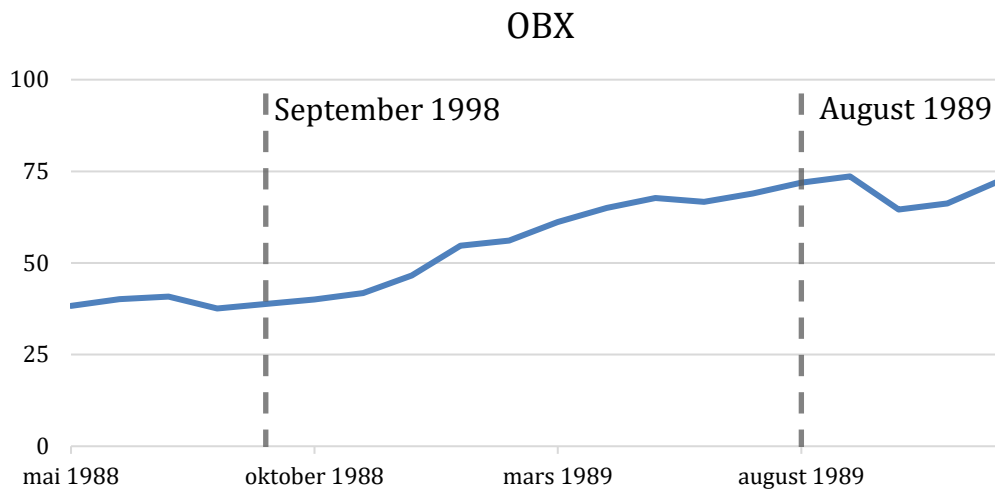
Resultatene til den geometriske årlige avkastningen for alle simuleringer er gruppert per strategi og per sparehorisont, med et boksdiagram i figur 1. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått. Boksdiagrammet viser fordelingen av data i kvantiler og fremhever gjennomsnittet, markert med horisontal strek, samt variasjonen utenfor kvartilene med vertikale linjer. Ekstremalverdier, eller *outliers*, er markert med punkter utenfor linjene. Y-aksen viser årlig geometrisk årlig avkastning i prosent og x-aksen viser sparehorisontens lengde i måneder.



Figur 1 - Boksdiagram av geometrisk avkastning per strategi

For samtlige spareperioder er den gjennomsnittlige årlige avkastningen høyere for Lump Sum strategien enn Dollar Cost Averaging strategien. Spredningen på avkastningen er svært høy for korte sparehorisonter, med ekstremaler på mer enn 50% i begge retninger for Lump Sum strategien når tidshorisonten er 12 måneder. Dette skyldes at noen spareperioder begynner når kursen er svært lav, og slutter når kursen er svært høy. Tilsvarende er det også noen spareperioder der det motsatte er sant; spareperioden begynner når kursen er svært høy, og slutter når kursen er svært lav.

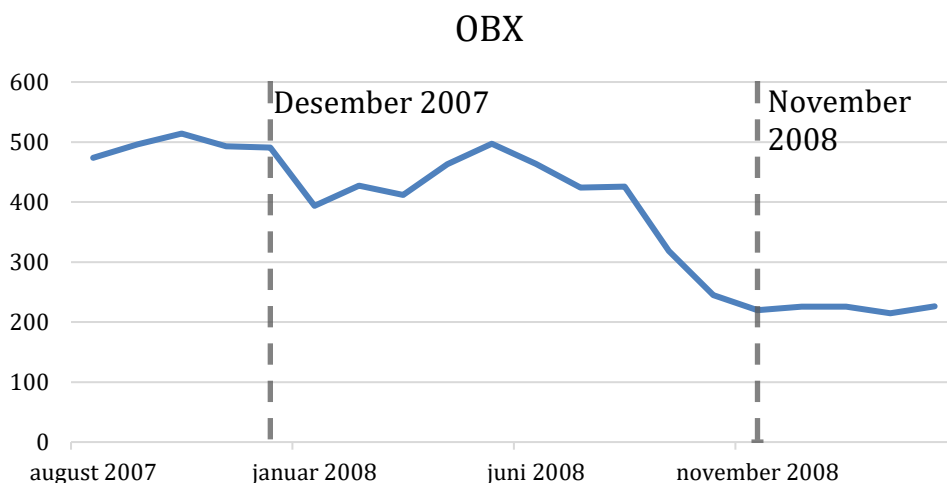
Lump Sum strategien for perioden 1988:9 – 1989:8 (T = 12) har høyest årlig avkastning, på 92.40%, illustrert i figur 2:



Figur 2 - Avkastning til Lump Sum porteføljen for perioden 1988:9 - 1989:8

Y-aksen viser kursen til OBX og x-aksen viser datoen. De stiplede linjene markerer starten og slutten på simuleringen. Denne simuleringen utgjør er også en *outlier* i boksdiagrammet i figur 1, for tidshorisonten på 12 måneder, grunnet den usedvanlig høye avkastningen, i forhold til resten av datasettet.

Tilsvarende har Lump Sum strategien for perioden 2007:11-2008:11 (T = 12) laveste årlig avkastning på -54.58%, illustrert i figur 3:

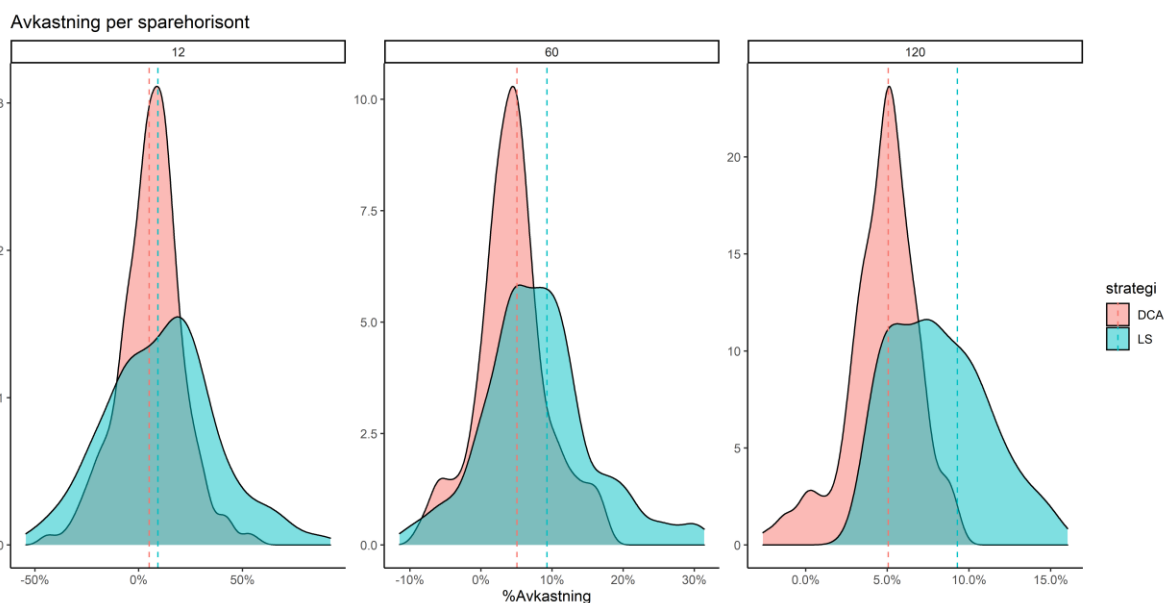


Figur 3 - Avkastning til Lump Sum porteføljen for perioden 2007:12 - 2008:11

Y-aksen viser kursen til OBX og x-aksen viser dato. De stiplede linjene markerer starter og slutten på simuleringen. Også denne simuleringen er en *outlier* i boksdiagrammet i figur 1.

Spredningen i avkastningen reduseres når sparehorisontens lengde øker, dette gjelder for begge strategiene. Det skyldes både at antall perioder i datasettet er mindre for lange sparehorisonter, og fordi den årlige avkastningen blir mer jevn når årlig avkastning beregnes på eksempelvis én 10-års sparehorisont kontra et mangfold av 1-års sparehorisonter.

Et utvalg av sparehorisonter ($T = 12, 60, 120$) er også plottet i en tetthetsfordeling i figur 4. Figur 4 gir et innblikk i hvordan den årlige geometriske avkastningen fordeler seg blant samtlige simuleringer som er utført i hver sparehorisont. Y-aksen viser frekvensen per utfall og x-aksen viser den årlige geometriske avkastningen i prosent. Videre er den gjennomsnittlige avkastningen per strategi markert med en farget stiplet linje. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått.

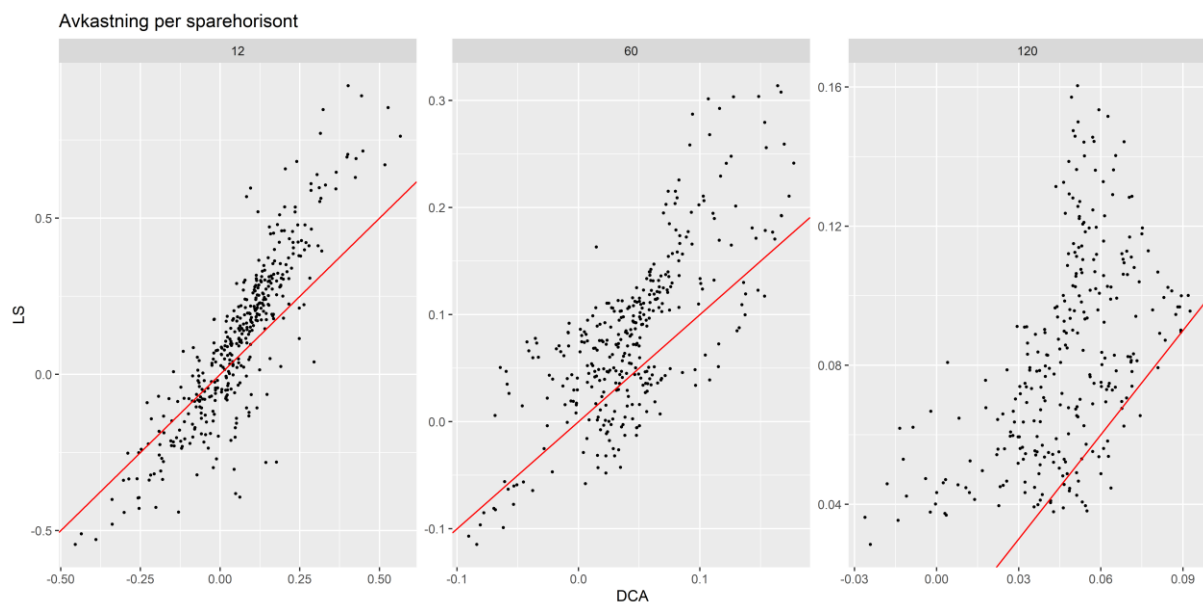


Figur 4 - Tetthetsfordeling av geometrisk årlig avkastning per strategi

Figur 4 tydeliggjør at fordelingen på avkastningen gagnar Lump Sum. Forskjellen i den gjennomsnittlige avkastningen per strategi, markert med den stiplede linjen, øker til fordel for Lump Sum når sparehorisontens lengde økes.

Den relative fordelingen på den årlige avkastningen per simulering, er ytterligere synliggjort i spredningsdiagrammet i figur 5. Her fremstilles simuleringene for sparehorisontene $T = 12,$

60, 120 i hvert sitt spredningsdiagram. Hver observasjon, markert med punkter, viser den relative avkastningen for begge simuleringene i samme tidshorisont. Observasjoner som ligger på den røde, diagonale linjen, indikerer at den årlige avkastningen er identisk for begge strategiene. Alle observasjoner *over* den diagonale linjen er utfall der Lump Sum har høyere avkastning enn Dollar Cost Averaging i samme simulering. Tilsvarende er observasjoner *under* den diagonale linjen tilfeller der Dollar Cost Averaging har høyere avkastning enn Lump Sum i samme simulering. Y-aksen viser den prosentvise avkastningen for Lump Sum Strategien og x-aksen viser den prosentvise avkastningen for Dollar Cost Averaging strategien.



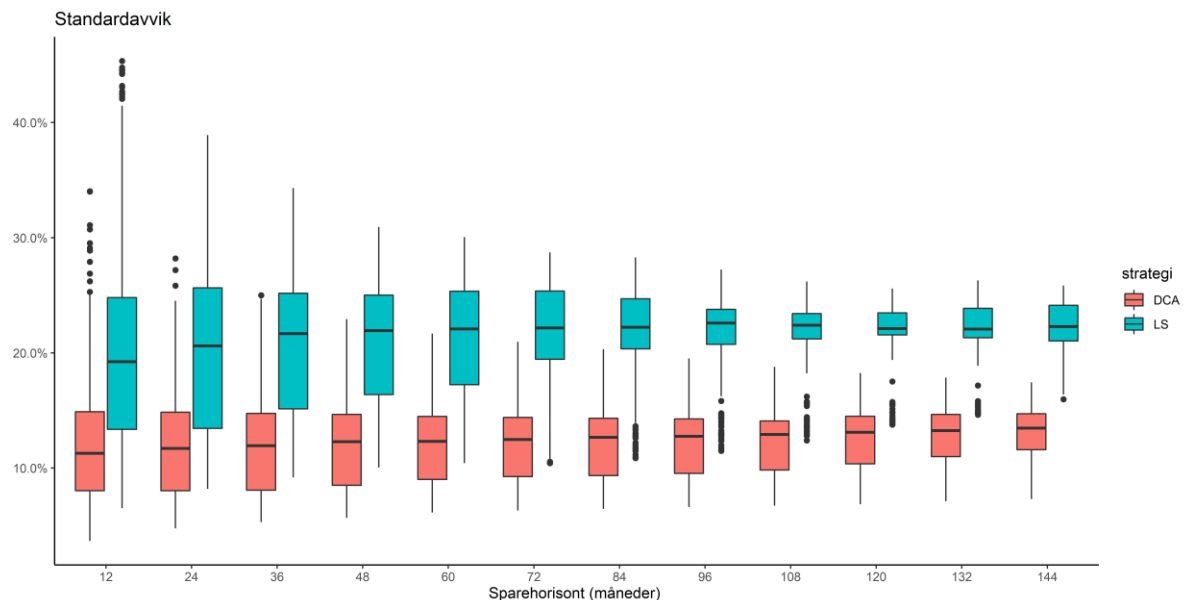
Figur 5 - Spredningsplott av geometrisk årlig avkastning per strategi

For en kort sparehorisont, $T = 12$, viser denne fordelingen allerede at Lump Sum slår Dollar Cost Averaging i de fleste simuleringene. Denne fordelingen øker jo lengre sparehorisont som anvendes, og for sparehorisonten $T = 120$ slår Lump Sum Dollar Cost Averaging i nesten alle simuleringer.

Hypotesen at Dollar Cost Averaging har høyere årlig avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs forkastes på 0,1% signifikansnivå for alle sparehorisonter, $T = 12, 24 \dots 144$.

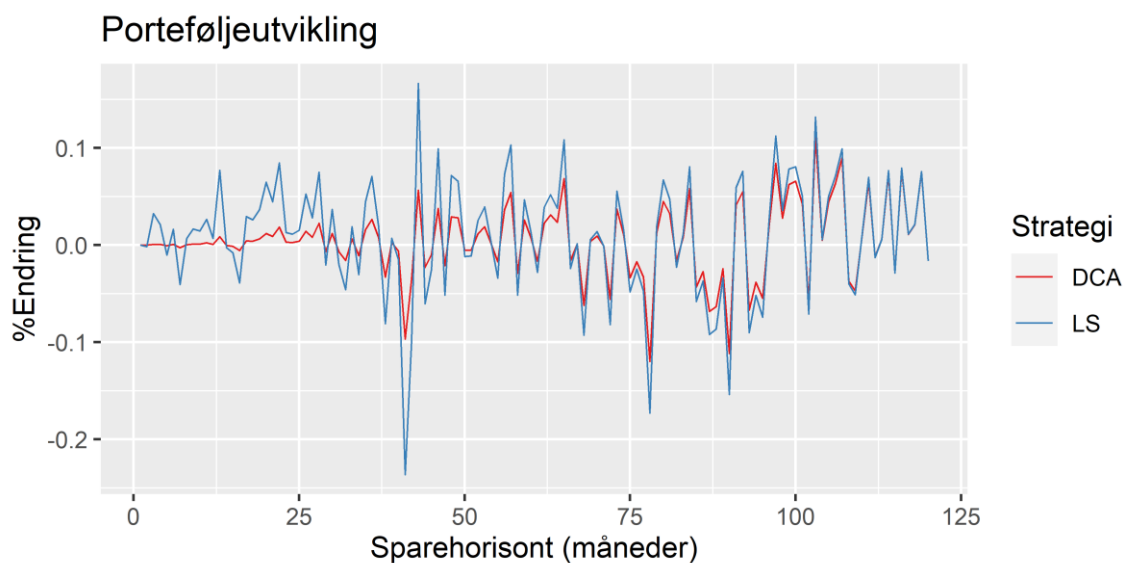
6.2 Standardavvik

Resultatene til standardavviket for alle simuleringer er gruppert per sparehorisont og per strategi, med et boksdiagram i figur 6. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått. *Outliers* er igjen markert med punkter utenfor linjene. Y-aksen viser standardavvik i prosent og x-aksen viser sparehorisontens lengde i måneder.



Figur 6 - Boksdiagram av standardavvik per strategi

Standardavviket for Dollar Cost Averaging strategien er lavere enn Lump Sum strategien for alle sparehorisonter. Siden store andeler av Dollar Cost Averaging porteføljen består av en andel kontanter til risikofri rente, er også standardavviket lavere enn for tilsvarende Lump Sum porteføljer. Dette tydeliggjøres spesielt i figur 7 som viser den prosentvise endringen i porteføljeværdien gjennom sparehorisonten for en Dollar Cost Averaging portefølje sammenlignet med Lump Sum portefølje. Her viser y-aksen den prosentvise endringen i porteføljeværdien og x-aksen viser måneden i sparehorisonten.



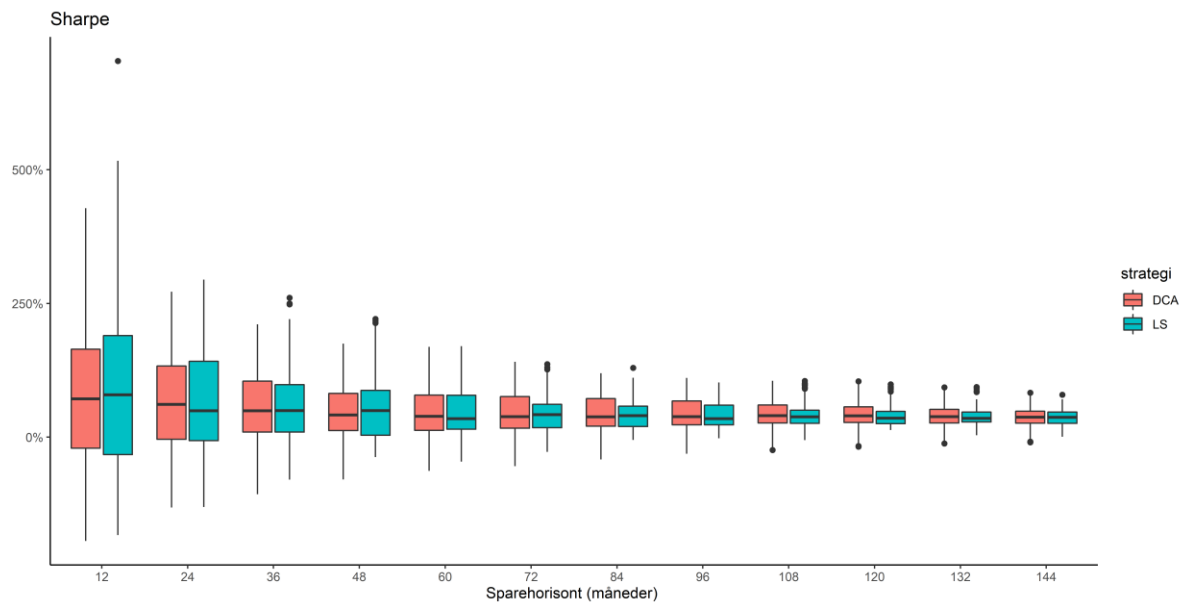
Figur 7 - Porteføljeutvikling per strategi

Denne utviklingen er konsistent for samtlige sparehorisonter som er testet, med tilnærmet ingen endring i porteføljeværdien i starten av sparehorisonten for Dollar Cost Averaging strategien, når nesten hele porteføljen består av risikofrie kontanter, og nærmest identisk endring for begge strategiene når Dollar Cost Averaging porteføljen er helinvestert i OBX mot slutten av sparehorisonten.

Hypotesen at Dollar Cost Averaging har høyere standardavvik enn Lump Sum på Oslo Børs forkastes på 1% signifikansnivå for alle sparehorisonter, $T = 12, 24 \dots 144$.

6.3 Sharpe

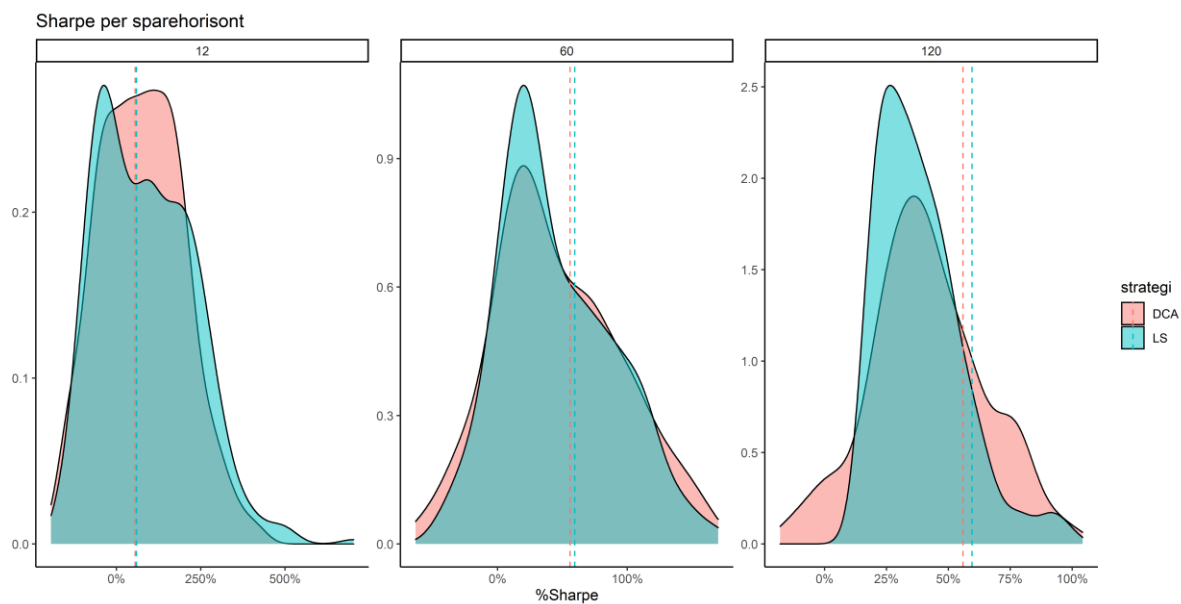
Resultatene til Sharpe-raten for alle simuleringer er gruppert per sparehorisont og per strategi med et boksdiagram i figur 8. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått. Y-aksen viser Sharpe-raten i prosent og x-aksen viser sparehorisontens lengde i måneder.



Figur 8 - Boksdiagram av Sharpe-raten per strategi

For sparehorisontene $T = 12, 24$ har Lump Sum strategien signifikant høyere Sharpe-rate enn Dollar Cost Averaging strategien. Noe av grunnen til at akkurat disse periodene får signifikans kan skyldes ekstremalverdiene som foreligger blant simuleringene i de ovennevnte sparehorisontene. Sharpe-raten er ikke signifikant forskjellig i sparehorisontene $T = 36, 48 \dots 96$ med unntak av $T = 96$ som er signifikant på 10% nivå, som faller utenfor vårt signifikanskriterium på 5%. Tidshorisontene $T = 108, 120 \dots 144$ er derimot signifikant på 5% nivå, og viser at Dollar Cost Averaging faktisk har *høyere* risikojustert avkastning enn Lump Sum.

Tetthetsfordelingen i figur 9 for et utvalg av sparehorisonter $T = 12, 60, 120$ illustrerer hvordan den risikojusterte avkastningen fordeler seg blant samtlige simuleringer som er utført i samme tidshorisont. Her viser y-aksen den relative frekvensen og x-aksen viser Sharpe-raten i prosent. Videre er den gjennomsnittlige Sharpe-raten per strategi markert med en farget stiplede linje. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått.



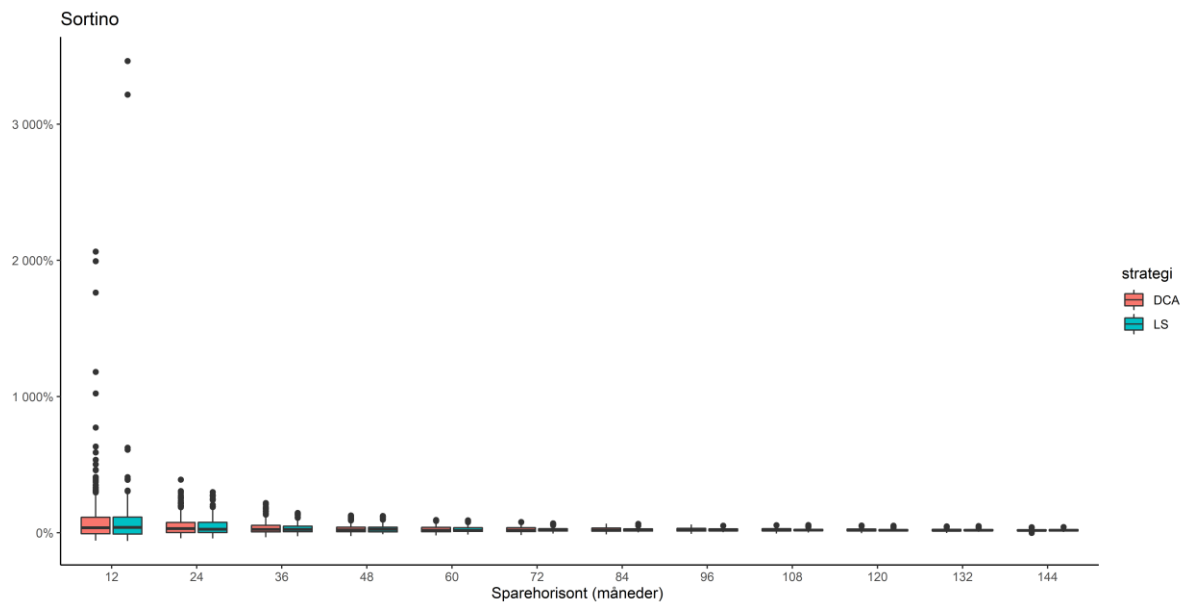
Figur 9 - Tetthetsfordeling av Sharpe-raten per strategi

Sharpe-raten øker til fordel for Dollar Cost Averaging strategien når sparehorisontens lengde økes.

For sparehorisontene $T = 12, 24$ forkastes hypotesen at Dollar Cost Averaging har høyere risikjustert avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs på henholdsvis 0,1% og 5% signifikansnivå. For sparehorisontene $T = 108, 120, 132, 144$ beholdes hypotesen at Dollar Cost Averaging har høyere risikjustert avkastning enn Lump Sum på Oslo børs. Det foreligger ingen signifikans i datagrunnlaget for sparehorisontene $T = 36, 48 \dots 96$.

6.4 Sortino

Resultatene for Sortino-raten til alle simuleringer er gruppert per sparehorisont og per strategi med et boksdiaqram i figur 8. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått. Y-aksen viser Sortino-raten i prosent og x-aksen viser sparehorisontens lengde i måneder.

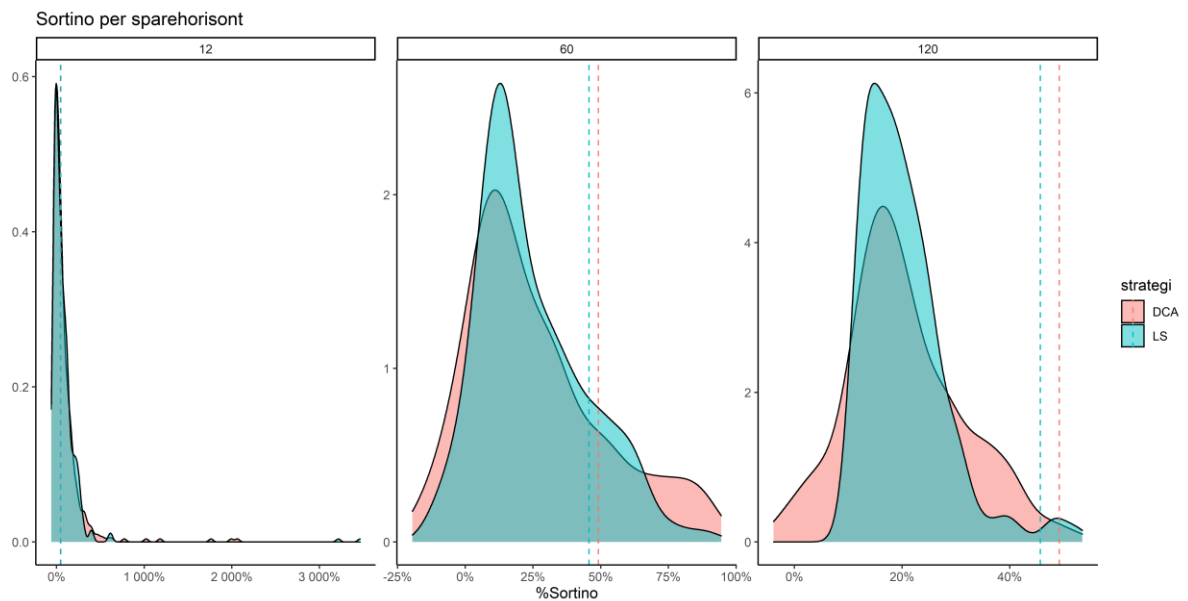


Figur 10 - Boksdiagram Sortino-raten per strategi

Det foreligger en del ekstremalverdier i korte sparehorisonter, som henger sammen med den høye avkastningen i spesifikke simuleringer. Noen simuleringer har *kun* oppsidevolatilitet, og ingen nedsidevolatilitet, og får dermed en Sortino-rate som går til uendelig, da formel (10) har nedsidevolatiliteten i nevneren, og det ikke kan deles på null. Tilsvarende er det noen simuleringer der nedsidevolatiliteten er *nært* 0, som også fører til unormal høy Sortino-rate. Dette gjelder spesielt på sparehorisonten $T = 12$. Slike ekstremalverdier skaper et høyt standardavvik i datasettet, som fører til at det ikke kommer frem en signifikant forskjell i Sortino-raten mellom strategiene for korte sparehorisonter, $T = 12, 24$. Selv når *outliers* fjernes fra datagrunnlaget, oppstår det ingen markant forskjell i Sortino-raten blant strategiene.

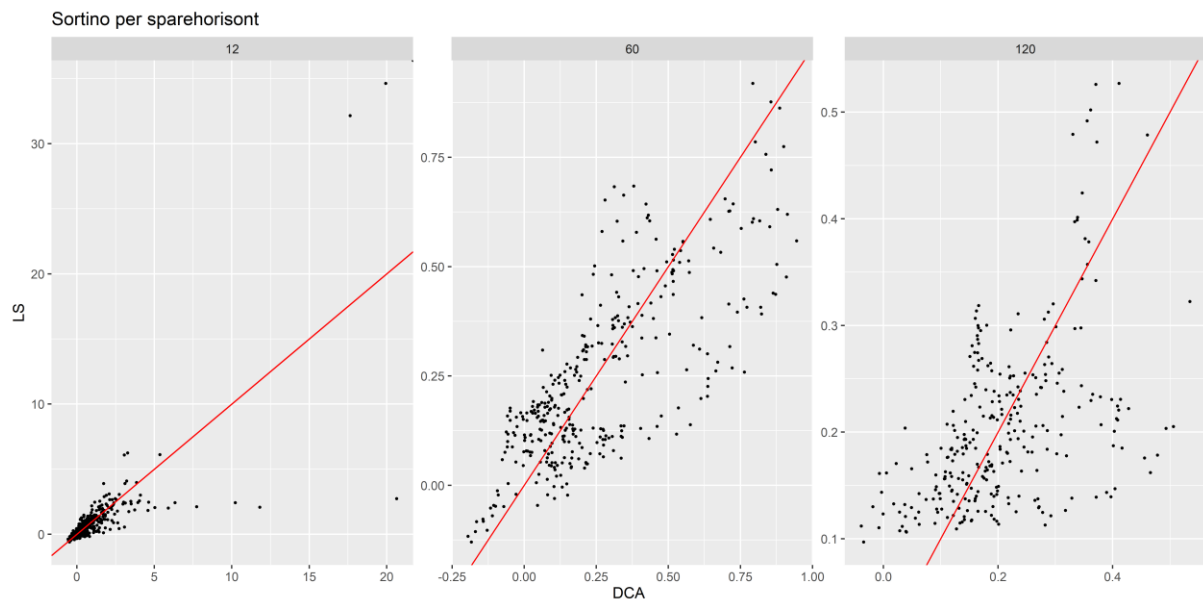
Resultatene for simuleringene vises i tetthetsfordelingen i figur 10 for et utvalg av sparehorisonter $T = 12, 60, 120$. Tetthetsfordelingen illustrerer hvordan Sortino-raten fordeler seg blant samtlige simuleringer som er utført i samme sparehorisont. Her viser y-aksen den relative frekvensen og x-aksen viser Sortino-raten i prosent. Videre er den gjennomsnittlige

Sortino-raten per strategi markert med en farget stiplet linje. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått.



Figur 11 - Tetthetsfordeling av Sortino-raten per strategi

Spredningsplottene i figur 12 viser hvordan Sortino-raten fordeler seg blant simuleringene, og synliggjør *outliers* som forekommer på korte tidshorisonter. Videre viser figur 11 at det ikke er en klar forskjell i Sortino-raten mellom strategiene, da observasjonene havner jevnt fordelt både over og under den diagonale linjen. En investor er dermed ikke bedre gardert mot nedsiderisiko ved å anvende Dollar Cost Averaging i stedet for Lump Sum. Y-aksen viser Sortino-raten til Lump Sum



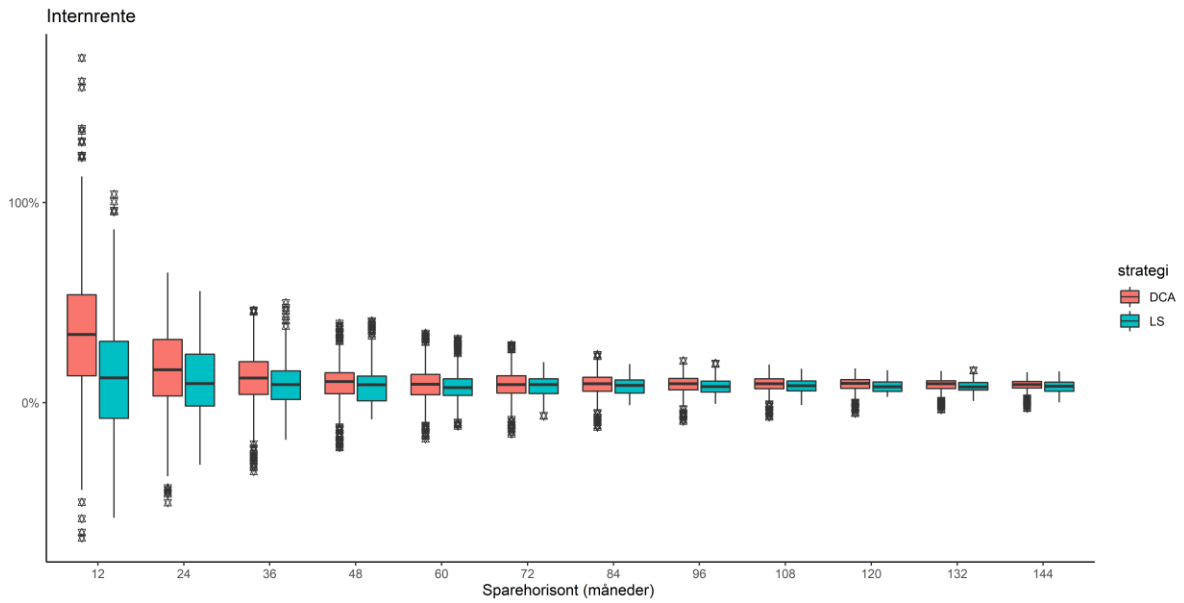
Figur 12 - Spredningsplott av Sortino-raten per strategi

T-testene viser dog et signifikant utfall for sparehorisonten $T = 36$, der Dollar Cost Averaging strategien har signifikant høyere Sortino-rate, som indikerer at strategien har lavere nedsiderisiko i forhold til tilsvarende Lump Sum strategi. Den overordnede t-testen for samtlige simuleringer, uavhengig av lengden på sparehorisonten, viser også en signifikant forskjellig Sortino-rate som gagnar Dollar Cost Averaging. Siden ingen av de spesifikke sparehorisontene, utenom $T = 36$, viser til en signifikant forskjell, synes vi ikke at dette utfallet danne et overtalende argument til å foretrekke Dollar Cost Averaging over Lump Sum.

Hypotesen at Dollar Cost Averaging har høyere Sortino-rate enn Lump Sum på Oslo Børs beholdes *kun* for sparehorisonten $T = 36$. For de andre sparehorisontene foreligger det ingen signifikans i datagrunnlaget.

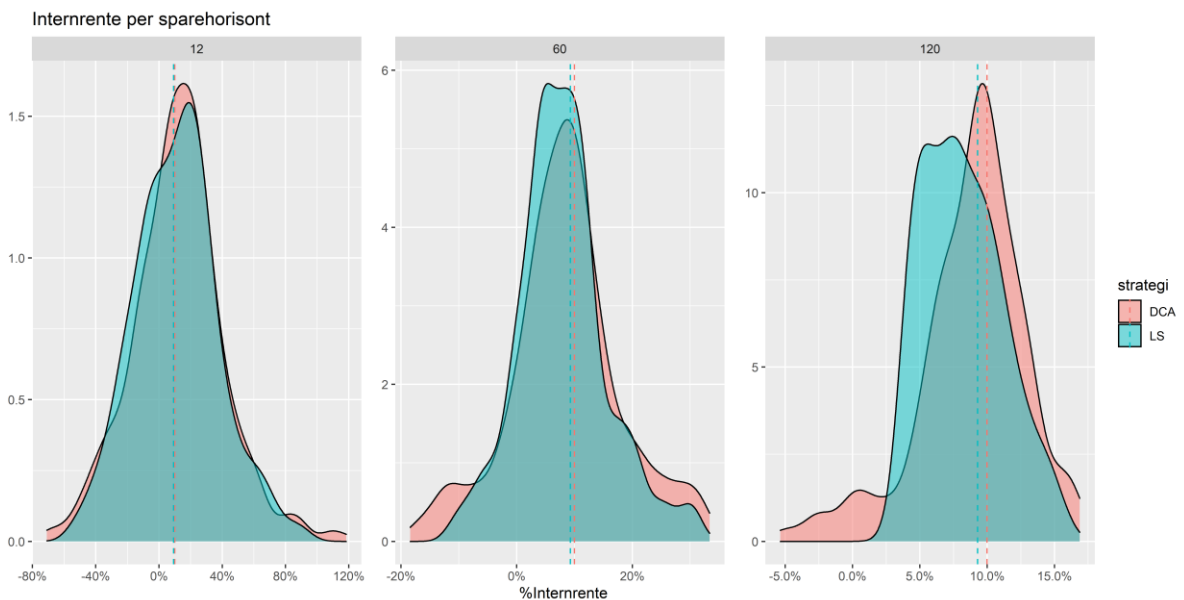
6.5 Internrente og differansekontantstrøm

I tråd med Marshall (2000) tester vi også internrenten til begge strategiene. Resultatene for internrenten til alle simuleringer er gruppert per sparehorisont, per strategi, med et boksdiagram i figur 13. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått. Y-aksen viser den årlige internrenten i prosent og x-aksen viser sparehorisontens lengde i måneder.



Figur 13 - Boksdiagram av internrenten per strategi

Tetthetsfordelingen i figur 14 for et utvalg av sparehorisonter $T = 12, 60, 120$ illustrerer hvordan internrenten fordeler seg blant samtlige simuleringer som er utført i samme sparehorisont. Her viser y-aksen den relative frekvensen og x-aksen viser den årlige internrenten i prosent. Videre er den gjennomsnittlige årlige internrenten per strategi markert med en farget stiplet linje. Dollar Cost Averaging er markert i rødt, og Lump Sum er markert i blått.



Figur 14 - Tetthetsfordeling av internrenten per strategi

Internrenten for Dollar Cost Averaging strategien er høyere enn internrenten for Lump Sum strategien for sparehorisontene T = 84, 96 ... 144. Det betyr at samtlige innskudd med Dollar Cost Averaging strategien totalt sett viser til en bedre tidsverdi av investeringene enn om hele beløpet investeres fra start med en Lump Sum strategi. For sparehorisontene T = 12, 24 ... 72, foreligger det ingen signifikans i datagrunnlaget.

I tillegg til å teste internrenten for strategiene, ser vi også på differansekantantstrømmen. Tabell 11 viser en oppsummering av den relative andelen sparehorisonter der strategiene foretrekkes basert på beregninger av differanseinvesteringenes kantantstrøm. Kolonne 1 viser sparehorisontens lengde i måneder, kolonne 2 viser antall simuleringer, kolonne 3 viser antall tilfeller der Dollar Cost Averaging foretrekkes, kolonne 4 viser antall tilfeller der Lump Sum foretrekkes og kolonne 5 viser den relative andelen av simuleringer der Dollar Cost Averaging foretrekkes over Lump Sum.

Tabell 11 - Sammendrag differanseinvesteringenes kantantstrøm

1	2	3	4	5
T	N	DCA	LS	DCA - LS
12	396	131	265	33%
24	384	128	256	33%
36	372	111	261	30%
48	360	103	257	29%
60	348	94	254	27%
72	336	88	248	26%
84	324	69	255	21%
96	312	51	261	16%
108	300	36	264	12%
120	288	24	264	8%
132	276	15	261	5%
144	264	8	256	3%

Tabell 11 viser at til tross for en signifikant høyere internrente for Dollar Cost Averaging strategi, vil Lump Sum fremdeles foretrekkes til tross for en lavere internrente. Andelen tilfeller der Lump Sum er overlegen, stiger ironisk nok i takt med økningen av sparehorisontens lengde,

som i utgangspunktet skal være fordelaktig for Dollar Cost Averaging. Grunnen til denne økningen skyldes hovedsakelig at Lump Sum, grunnet den overlegne avkastningen, har en signifikant større sluttverdi på kontantbeholdningen. Vi konkluderer at Lump Sum er den foretrukne strategien basert på internrenten, for alle sparehorisonter.

6.6 Forutsetninger

I analysen tar vi noen forutsetninger for å gjøre en sammenligning mellom strategiene. Forutsetningene kan ha innvirkning på konklusjonene som fattes i denne analysen.

6.6.1 Risikofri rente

Risikofri rente settes til 0%. Siden en vesentlig andel av Dollar Cost Averaging porteføljen består av kontanter som ikke er investert, kan risikofri avkastning oppnås gjennom å investere kontantbeholdningen i enten en sparekonto eller langsiktige statsobligasjoner. En av grunnene til å velge en Dollar Cost Averaging strategi fremfor en Lump Sum strategi er dog at investoren ikke har pengene tilgjengelig. Det er vanlig at man heller setter opp en spareplan som setter av et fast beløp i måneden. Å inkludere avkastningspotensialet til kontanter med en risikofri rente større enn 0 vil dermed ikke være representativ for den reelle strategien. Videre vil det ha innvirkning på den relative andelen av kontantbeholdningen som investeres månedlig, fordi en avkastning på kontantbeholdningen i Dollar Cost Averaging porteføljen medfølger at ulike størrelser investeres månedlig. Å ekskludere den risikofrie renten som til enhver tid eksisterer i markedet kan dermed føre til at den totale avkastningen for Dollar Cost Averaging blir undervurdert.

6.6.2 Forvaltningshonorar

Forvaltningshonorar er fjernet, og vil vanligvis ha innvirkning på den totale avkastningen, spesielt for lange sparehorisonter. Siden forvaltningshonorar påløper uansett hvilken strategi som anvendes, anses dette elementet som overflødig. Det er mulig at implementering av forvaltningshonorar kan føre til at resultatene blir veldig forskjellig, spesielt siden forvaltningshonorar beregnes som en prosentvis andel av den totale investeringen. For en Lump Sum strategi er dette beløpet vesentlig høyere fra dag én, enn for en Dollar Cost Averaging strategi, siden hele kontantbeholdningen investeres fra start. Å ekskludere forvaltningshonorar kan dermed føre til at avkastningen for Lump Sum blir overvurdert.

6.6.3 Transaksjonskostnader

Transaksjonskostnader utelates fra analysen. Analysen som utføres for å teste hypotesen ser på den *fundamentale* forskjellen i Dollar Cost Averaging og Lump Sum strategien. Det foreligger kjøp- og salgskostnader når man investerer i børsnoterte fond og aksjer. Dette beløpet varierer blant tilgjengelige handelsplattformer, og stadig flere handelsplattformer tilbyr spareavtaler i fond uten transaksjonskostnader (Furuseth, 2019). Dermed mener vi det er en hensiktsmessig forutsetning å ekskludere transaksjonskostnader. Det er mulig at implementering av transaksjonskostnader kan påvirke resultatene. Spesielt Dollar Cost Averaging kan bli påvirket siden strategien består av vesentlig mange flere transaksjoner enn Lump Sum, som kun består av to transaksjoner. Å ekskludere transaksjonskostnader kan dermed føre til at avkastningen for Dollar Cost Averaging blir overvurdert.

6.7 Robusthet

Vi finner at resultatene fra våre analyser er kongruent med analyser der risikofri rente, forvaltningshonorar og transaksjonskostnader er inkludert. Simuleringer som inkluderer de utelatte forutsetningene er oppsummert i tabell 12. Kolonne 1 viser lengden på tidshorizonten, oppgitt i antall måneder og kolonne 2 viser antall simuleringer i tidshorizonten. Kolonne 3 og 4 viser den relative andelen av simuleringer der Dollar Cost Averaging presterer bedre enn Lump Sum på henholdsvis årlig avkastning og Sharpe-raten, når *samtlig*e forutsetninger er 0. Resultatene i kolonne 3 og 4 er dermed identisk til innholdet i tabell 9. Kolonne 5 og 6 viser den relative andelen av simuleringer der Dollar Cost Averaging utpresterer Lump Sum på henholdsvis årlig avkastning og Sharpe-raten når risikofri rente (rf), endres fra 0 til 0.05% og årlig forvaltningshonorar (fh) endres fra 0 til 0.2%. Kolonne 7 og 8 viser den relative andelen av simuleringer der Dollar Cost Averaging utpresterer Lump Sum når risikofri rente (rf) endres fra 0 til 0.05%, årlig forvaltningshonorar (fh) endres fra 0 til 0.2% og transaksjonskostnader (tk) endres fra 0 til 0.2% per handel.

Tabell 12 - Robusthet

1	2	3	4	5	6	7	8
T	N	Avkastning	Sharpe	Avkastning	Sharpe	Avkastning	Sharpe
12	396	33%	39%	34%	41%	32%	33%
24	384	33%	41%	34%	44%	31%	33%
36	372	30%	46%	32%	48%	27%	40%
48	360	29%	50%	30%	52%	25%	41%
60	348	27%	45%	28%	48%	24%	34%
72	336	26%	44%	27%	48%	21%	37%
84	324	21%	46%	24%	48%	15%	39%
96	312	16%	48%	19%	52%	8%	36%
108	300	12%	55%	16%	59%	4%	37%
120	288	8%	51%	12%	56%	2%	34%
132	276	5%	48%	8%	55%	1%	29%
144	264	3%	49%	5%	58%	0%	23%

Simuleringene i kolonne 5 og 6 viser noenlunde bedre resultater for Dollar Cost Averaging strategien enn kolonne 3 og 4. Både andelen av simuleringer der Dollar Cost Averaging har høyere årlig avkastning, og høyere Sharpe-rate, øker, grunnet avkastningen på kontantbeholdningen. Videre viser kolonne 7 og 8 at Dollar Cost Averaging blir negativt påvirket av transaksjonskostnader. Det skyldes det store antallet transaksjoner som foreligger i strategien. Særlig de lengre horisontene blir påvirket siden de inneholder langt flere separate transaksjoner enn korte sparehorisonter. En sparehorisont på 144 måneder består av 144 transaksjoner, mens en sparehorisont på 12 måneder kun består av 12 transaksjoner. Det er derfor ikke overraskende at både årlig avkastning og Sharpe-raten avtar signifikant når tidshorisonten øker, selv med en transaksjonskostnad på magre 0.2%.

Den relative fordelingen på antall simuleringer der Dollar Cost Averaging har høyere årlig avkastning holder seg relativt stabil, til tross for ulike kombinasjoner av forutsetningene i simuleringene. Et nevneverdig unntak er at transaksjonskostnader fører til at Dollar Cost Averaging taper i *alle* simuleringene for sparehorisonter på 144 måneder. Det indikerer at

Lump Sum jevnt utover har høyere avkastning, men det er altså relativt store innvirkninger på den *risikjusterte* avkastningen når forutsetningene varierer.

7 Oppsummering

Vår analyse har som hensikt å teste validiteten til Dollar Cost Averaging og Lump Sum som investeringsstrategier på det norske aksjemarkedet. Mens private investorer lovpriser Dollar Cost Averaging, får strategien mye kritikk i akademiet for å være en mangelfull strategi. Ulike heuristikker er anvendt for å måle strategiene opp mot hverandre, og resultatene fortsetter å peke i forskjellige retninger. De mest sentrale artiklene som tester strategiene er over 20 år gammel, og det er dermed interessant å se hvordan strategiene presterer med nyere data. For å teste Dollar Cost Averaging og Lump Sum på det norske aksjemarkedet, foretar vi en vitenskapelig replikasjon av Leggio og Lien (2003). Som en utvidelse av empirien foretar vi ikke bare simuleringer på en sparehorisont på 12 måneder. Vi simulerer et mangfold av sparehorisonter med ulik lengde, fra 12 til 144 måneder. Nøkkeltall som frembringes av strategiene sidestilles og er fundamentet i vår analyse. Vi tester forskjellen som foreligger i spesifikke sparehorisonter slik at vi kan avdekke forskjeller som foreligger i spesifikke sparehorisonter. Videre tester vi også den overordnede forskjellen basert på samtlige simuleringer, uavhengig av lengden på sparehorisonten, for å finne gjennomsnittlige verdier for nøkkeltallene.

Vi finner at Lump Sum gir høyere avkastning enn Dollar Cost Averaging for *alle* sparehorisontene som er simulert. Dollar Cost Averaging har derimot signifikant lavere risiko, som fører til at den risikojusterte avkastningen faktisk er høyere med Dollar Cost Averaging. Dette gjelder for lange sparehorisonter på minst 108 måneder. Videre finner vi at Dollar Cost Averaging kan bidra til å gardere mot nedside-risiko. Sortino-raten er kun signifikant forskjellig for sparehorisonten på 36 måneder. Dette funnet konvergerer dog med Brennan et al. (2005), som finner at Dollar Cost Averaging er en foretrukket strategi på tidshorisonten 36 til 60 måneder. Samtidig er dette ikke et tilfredsstillende argument for å velge Dollar Cost Averaging over Lump Sum. Ingen av de andre sparehorisontene viser til en vesentlig forskjell i Sortino-raten, noe som samsvarer med funnene til Leggio og Lien (2003).

Metodikken til Marshall (2000), som anvender internrente, gir motstridende resultater. Vår analyse viser at Dollar Cost Averaging faktisk har *høyere* internrente i sparehorisonter på 36 måneder og utover, som indikerer at tidsverdien av investeringene er bedre enn om hele beløpet investeres fra start. Denne differansen er dog kun 0.6% årlig, og skaper ikke et overbevisende grunnlag til å velge Dollar Cost Averaging over Lump Sum. Videre viser

analyse av differansekantantstrømmen at Lump Sum fremdeles foretrekkes over Dollar Cost Averaging, selv om førstnevnte har lavere internrente, grunnet den høye sluttverdien på investeringen med Lump Sum.

Det overordnede forskningsspørsmålet er: *gir Dollar Cost Averaging høyere avkastning enn Lump Sum på Oslo Børs i perioden januar 1987 til november 2020*, og konklusjonen er *nei*. Til tross for høyere risiko, sitter man i de fleste tilfellene igjen med et mye større beløp med en Lump Sum strategi. Denne sannsynligheten øker desto lengre man er investert, og samsvarer med akademia som omtaler strategiene (Abeysekera & Rosenbloom, 2000; Marshall, 2000; Rozeff, 1994).

Når man derimot ser på *risikojustert* avkastning, dominerer Lump Sum på korte sparehorisonter, og taper seg gradvis når sparehorisontens lengde øker. Dollar Cost Averaging har høyere risikojustert avkastning for spareperioder på minst 108 måneder og utover. Vi mener dog at det ikke er et argument av stor betydning, Rozeff (1994) poengterer at *tidsdiversifikasjon* er en gunstig egenskap til Lump Sum strategien, som betyr at risikoen tilknyttet investeringen reduseres over tid. Det skyldes at man er eksponert mot en større andel individuelle kursutviklinger og har dermed en større sannsynlighet å frembringe den forventede avkastningen til investeringen. En investor med en lang sparehorisont er dermed bedre tjent på å anvende Lump Sum over Dollar Cost Averaging. Våre simuleringer viser at andelen av simuleringer der Lump Sum utpresterer Dollar Cost Averaging stiger i takt med økning av sparehorisontens lengde, og understøtter dermed påstanden til Rozeff (1994).

Abeysekera og Rosenbloom (2000) påpeker at man ikke nødvendigvis kun bør skille mellom strategier basert på avkastning, og at en investor selv må bestemme hva som er viktig og hvilken avveining investoren skal ta mellom risiko og avkastning. Investorer med høy risikoaversjon, som aksepterer redusert avkastning mot lavere risiko, kan eksempelvis ganne av å anvende Dollar Cost Averaging. Den signifikante Sharpe-raten på lengre sparehorisonter understøtter denne innfallsvinkelen.

Våre funn om risikojustert avkastning bygger videre på empirien til Leggio og Lien (2003). Som avsluttende kommentar oppfordrer Leggio og Lien til å teste validiteten til strategien på andre tidshorisonter, som vi har utført. Vi finner at Dollar Cost Averaging viser til signifikant høyere risikojustert avkastning på Oslo Børs når sparehorisonten er minst 108 måneder.

Simuleringer som inkluderer en marginal risikofri rente på 0.05% øker Sharpe-raten ytterligere, og reduserer samtidig lengden på tidshorizonten som er nødvendig for å frembringe en signifikant høyere Sharpe-rate. Videre konvergerer våre funn med Brennan et al. (2005) som finner at Dollar Cost Averaging kan være en god strategi for en sparehorisont på 36 til 60 måneder, men kun for risikoaverse investorer som søker lav risiko og som villig aksepterer lavere avkastning. Det er lite forskning gjort på validiteten til Dollar Cost Averaging og Lump Sum på nordiske markeder, og de spesifikke tidshorizontene der de forskjellige nøkkeltallene viser til signifikante forskjeller er interessant å utforske videre. Videre er det interessant å teste validiteten til strategiene på andre nordiske markeder, og hvordan strategiene presterer i ulike former av markeds kapitalisering, som Large Cap, Mid Cap og Small Cap. Som avsluttende kommentar ønsker vi å påpeke at våre funn er fremstilt basert på historisk avkastning, og er dermed ingen garanti for fremtidig avkastning. Å investere i aksjemarkedet innebærer alltid å ta en risiko, og man kan risikere å tape penger, uansett om man velger å anvende Lump Sum eller Dollar Cost Averaging.

8 Referanseliste

- Abeyssekera, S. P. & Rosenbloom, E. (2000). A simulation model for deciding between lump-sum and dollar-cost averaging. *Journal of Financial Planning*, 13(6), 86.
- Atra, R. J. & Mann, T. L. (2001). Dollar-cost averaging and seasonality: Some international evidence. *Journal of Financial Planning*, 14(7), 98.
- Brennan, M. J., Li, F. & Torous, W. N. (2005). Dollar cost averaging. *Review of Finance*, 9(4), 509-535.
- Constantinides, G. M. (1979). A note on the suboptimality of dollar-cost averaging as an investment policy. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 443-450.
- Dichtl, H. & Drobetz, W. (2011). Dollar-cost averaging and prospect theory investors: An explanation for a popular investment strategy. *Journal of Behavioral Finance*, 12(1), 41-52.
- Dubil, R. (2005). Lifetime dollar-cost averaging: Forget cost savings, think risk reduction. *Journal of Financial Planning*, 18(10), 86.
- Euronext. (2016). OBX [Faktaark]. Hentet fra https://live.euronext.com/sites/default/files/documentation/index-factsheets/OBX_20210331_0.pdf
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work." *Journal of Finance* 25: 385-417.. 1980. *Agency Problems and the Theory of the Firm.* " *Journal of Political Economy*, 88, 288-307.
- Fama, E. F. & French, K. R. (2021). Luck versus skill in the cross-section of mutual fund returns. I *The Fama Portfolio* (s. 261-300): University of Chicago Press.
- Fjesme, S. L. (2019). When do investment banks use IPO price support? *European Financial Management*, 25(3), 437-461.
- French, K. R. (2008). Presidential address: The cost of active investing. *The Journal of Finance*, 63(4), 1537-1573.
- Furusetth, T. (2019). Transaksjonskostnader i fond. Hentet fra <https://www.morningstar.no/no/news/164555/transaksjonskostnader-i-fond.aspx>
- Hamermesh, D. S. (2007). Replication in economics. *Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique*, 40(3), 715-733.
- Haug, M. & Hirschey, M. (2006). The january effect. *Financial Analysts Journal*, 62(5), 78-88.
- Israelsen, C. L. (1999). Lump sums take their lumps. *Financial Planning*, 29(1), 51-54.

- Kahneman, D. & Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decisions under risk. *Econometrica*, 47, 278.
- Kilka, M. & Weber, M. (2000). Home bias in international stock return expectations. *The Journal of Psychology and Financial Markets*, 1(3-4), 176-192.
- Knight, J. R. & Mandell, L. (1992). Nobody gains from dollar cost averaging analytical, numerical and empirical results. *Financial Services Review*, 2(1), 51-61.
- Leggio, K. B. & Lien, D. (2001). Does loss aversion explain dollar-cost averaging? *Financial Services Review*, 10(1-4), 117-127.
- Leggio, K. B. & Lien, D. (2003). An empirical examination of the effectiveness of dollar-cost averaging using downside risk performance measures. *Journal of Economics and Finance*, 27(2), 211-223.
- Lu, R., Hoang, V. T. & Wong, W.-K. (2020). Do lump-sum investing strategies really outperform dollar-cost averaging strategies? *Studies in Economics and Finance*.
- Malkiel, B. G. (2003). Passive investment strategies and efficient markets. *European Financial Management*, 9(1), 1-10.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
10.2307/2975974
- Marshall, P. S. (2000). A statistical comparison of value averaging vs. dollar cost averaging and random investment techniques. *Journal of Financial and Strategic decisions*, 13(1), 87-99.
- Modigliani, F. & Leah, M. (1997). Risk-adjusted performance. *Journal of portfolio management*, 23(2), 45.
- Ødegaard, B. A. (2021). Asset pricing data at OSE [Dataset]. Hentet fra https://ba-odegaard.no/financial_data/ose_asset_pricing_data/market_portfolios_monthly.txt
- Rozeff, M. S. (1994). Lump-sum investing versus dollar-averaging. *Journal of Portfolio management*, 20(2), 45.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance. *Journal of Business*, 39(1), 119-138. Doi 10.1086/294846
- Sharpe, W. F. (1991). The arithmetic of active management. *Financial Analysts Journal*, 47(1), 7-9.
- Sharpe, W. F. (1994). The sharpe ratio. *Journal of portfolio management*, 21(1), 49-58.

- Statman, M. (1995). A behavioral framework for dollar-cost averaging. *Journal of Portfolio Management*, 22(1), 70-78.
- Thorley, S. (1994). The fallacy of dollar cost averaging. *Financial Practice and Education*, 4(2), 138-143.
- Xu, M., Fralick, D., Zheng, J. Z., Wang, B., Tu, X. M. & Feng, C. (2017). The differences and similarities between two-sample t-test and paired t-test. *Shanghai archives of psychiatry*, 29(3), 184.

