



Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

## **Hva kjennetegner en matematisk samtale?**

En kvalitativ studie av hva som kjennetegner kommunikasjon i matematikk, samt en sammenligning av timer med og uten individuelle arbeidstavler som verktøy.

Martine Terese Stormo

Masteroppgave i matematikdidaktikk, LRU-3903, mai 2021



## Forord

Denne masteravhandlingen setter punktum for min femårige lærerutdanning ved UiT – Norges Arktiske Universitet. Utdanningen og masterprogrammet i matematikdidaktikk har gitt meg fem fine og lærerike år.

I forbindelse med dette forskningsprosjektet ønsker jeg å rette en stor takk til min dyktige veileder Ove Gunnar Drageset, som har stilt opp med masse kunnskap, råd og støtte underveis i prosessen.

Jeg ønsker også å takke alle informantene som har tatt seg tid og stilt opp for mitt prosjekt som en del av SUM-prosjektet, til tross for alt ekstraarbeid lærere har fått i forbindelse med pandemien. Takk til medforskere og medarbeidere i SUM.

I tillegg ønsker jeg å takke til mine tidligere medstudenter som har bidratt til en fin studietid, og som har motivert og støttet meg i siste innspurt av utdanningen.

Til slutt vil jeg takke mine nærmeste for all støtte og motivasjon jeg har fått dette året, og for all hjelp til barnepass slik at denne masteravhandlingen har blitt mulig. En spesiell takk til Emil som alltid har troen på meg og som har gitt meg all den tid jeg har trengt for å få prosjektet i havn.

Martine Terese Stormo

Ballangen, mai 2021.



## Sammendrag

Denne studien er basert på forskningsspørsmålet: *Hvilke samtaletrekk kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i matematikk mellom lærer og elever i ulike klasserom, og på hvilken måte kan bruken av arbeidstavler som en del av undervisningen ha noe å si for kommunikasjonsmønsteret?*

Avhandlingens teorigrunnlag belyser strukturer for matematiske samtaler og sentral empirisk teori om lærere og elevers typiske interaksjoner, samt ulike grep lærere kan ta for å starte gode diskusjoner som kan være grunnlag for elevenes utvikling og forståelse i matematikk. Blant disse presenteres blant annet Cobb (2000) sine fire nivåer av matematisk kommunikasjon, der de to høyeste nivåene består av utradisjonelle mønstre hvor elevmedvirkning og elevenes matematiske oppfattelse og evne til å utforske og utfordre seg selv står sentralt. I tillegg fremstilles teoretiske modeller for lærer- og elevinteraksjoner som Drageset & Allern (2021) har utviklet gjennom en litteraturstudie. Disse teoretiske modellene har blitt aktivt brukt i analysen av studiens empiri bestående av videoopptak og transkripsjoner av ti undervisningstimer med og uten individuelle arbeidstavler, fordelt på fem klasserom. Utvalget og forskningsprosjektet er tilknyttet SUM-prosjektet (Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning) ved UiT.

Forskningsspørsmålet har blitt undersøkt gjennom en kvalitativ kasusstudie, hvor Drageset & Allern (2021) sine teoretiske modeller for ulike kjennetegn ved matematiske samtaler er videreutviklet og justert ut fra datamaterialet, og videre brukt som verktøy for å sammenligne kommunikasjonsmønsteret med og uten arbeidstavler. Funnene viser at en empirisk håndtering av modellene har krevd justering av kategoriene de består av, hvor noen varianter av samtaletrekk er slått sammen, flyttet til en annen kategori eller lagt til. Denne empiriske utviklingen av modellene er det viktigste bidraget fra denne masteroppgaven.

Sammenligningen av undervisning med og uten arbeidstavler viste at bruk av arbeidstavler førte til mer elevmedvirkning i form av initiativ, evaluering og forklaring, og mindre svar på matematiske spørsmål. Samtidig søkte lærerne mer tilgang til elevtenkning, tok oftere i bruk og utfordret elevideer, og sjeldnere støttet eller ledet elevene mot et svar. Likevel var begge formene for undervisning preget av et tradisjonelt mønster der læreren styrte samtalen aktivt.



# Innholdsfortegnelse

<b>1</b>	<b>Innledning .....</b>	<b>1</b>
1.1	<i>Tema og bakgrunn for studien.....</i>	1
1.2	<i>Forskningsspørsmål.....</i>	2
1.3	<i>Struktur for oppgaven.....</i>	2
<b>2</b>	<b>Teori og relatert forskning .....</b>	<b>3</b>
2.1	<i>Matematisk samtale.....</i>	3
2.1.1	Læreres grep i klasseromsdiskursen .....	3
2.1.2	Lærerverktøy for utvikling av samtalen .....	6
2.1.3	IC-modellen.....	8
2.1.4	Samtaletrekk blant elever .....	8
2.1.5	Teoretisk modell for lærerinteraksjoner.....	9
2.1.6	Teoretisk modell for elevinteraksjoner.....	12
2.2	<i>Samtalestrukturer til klasseromsdiskursen .....</i>	14
2.3	<i>Kommunikasjonsmønstre.....</i>	15
2.3.1	IRE.....	15
2.3.2	Kommunikasjonsmønstre i fire nivå .....	16
<b>3</b>	<b>Metode og empiri .....</b>	<b>18</b>
3.1	<i>Oppgavens mål og forskningsdesign .....</i>	18
3.2	<i>Kvalitativ tilnærming og datainnsamlingsmetode.....</i>	19
3.3	<i>Utvalg.....</i>	20
3.4	<i>Innsamling og bearbeiding av data .....</i>	21
3.5	<i>Analysemetode og prosess.....</i>	22
3.6	<i>Etiske betraktninger .....</i>	23
3.7	<i>Vurdering av studiens kvalitet .....</i>	24
3.7.1	Studiens pålitelighet .....	25
3.7.2	Studiens gyldighet.....	25
<b>4</b>	<b>Analyse og diskusjon.....</b>	<b>27</b>
4.1	<i>Lærerinteraksjoner.....</i>	27
4.1.1	Fortelle eller informere elevene .....	27
4.1.2	Støtte eller lede elevene mot et svar.....	31

4.1.3	Fokusere på detaljer av betydning .....	34
4.1.4	Få tilgang til og dele elevtenkning .....	37
4.1.5	Bruke, utvide eller utfordre elevideer .....	41
4.2	<i>Elevinteraksjoner</i> .....	46
4.2.1	(Bare) Svar på matematiske spørsmål.....	46
4.2.2	Forklaring .....	48
4.2.3	Initiativ.....	51
4.2.4	Evaluerings.....	54
4.3	<i>Undervisningstimer med og uten arbeidstavler</i> .....	58
4.3.1	Lærerinteraksjoner .....	59
4.3.2	Elevinteraksjoner .....	60
<b>5</b>	<b>Konklusjon</b> .....	<b>62</b>
	<b>Bibliografi</b> .....	<b>64</b>
	<b>Tabelloversikt</b> .....	<b>68</b>
	<b>Liste over vedlegg</b> .....	<b>68</b>



# 1 Innledning

## 1.1 Tema og bakgrunn for studien

Forskning forteller oss at kompleks kunnskap og ferdigheter læres gjennom sosial interaksjon (Vygotsky, 1978; Lave & Wenger, 1991). Smith & Stein (2011) påpeker at den komplekse kunnskapen er nødvendig, og at samfunnet trenger individer som kan tenke, resonnere og engasjere seg aktivt i løsning av matematiske problemer. Dette kommer tydelig frem i kjerneelementene til matematikkfaget i Kunnskapsløftet 2020, hvor det blant annet fremmes at elevene skal kunne begrunne egne fremgangsmåter, utforme egne resonnement og kunne bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler (Kunnskapsdepartementet, 2018). Gjennom sosial interaksjon forklarer Smith & Stein (2011) at det åpnes muligheter for å bruke andre som ressurser, dele egne ideer og tanker med andre og delta i en felles konstruksjon av kunnskap og forståelse.

En anerkjent og flink matematikklærer fikk en gang en idé om å la elevene benytte seg av individuelle arbeidstavler som verktøy i klasseromsdiskursen. Bjerkeli (2017) fikk mulighet til å observere denne læreren, og baserte sin avhandling på hvilke grep læreren tok i bruk for å styrke den matematiske samtalen i klasserommet. Resultatene fra studien ble en del av grunnlaget for UiT-prosjektet SUM, hvor sammenheng gjennom undersøkende matematikkundervisning studeres (se vedlegg 1 for prosjektbeskrivelse). Som masterstudent fikk jeg mulighet til å delta i prosjektet som hadde oppstart i 2017, hvor hovedmålet er:

«The development of the participating teachers' competences for designing, teaching and evaluating inquiry based courses of lessons in their mathematics teaching in collaboration with colleagues with the particular aim of contributing to coherence in the students' motivation for and learning of mathematics at the transitions in the system of mathematics education.» (Blomhøj & Haavold, 2016, s. 3)

I starten av prosjektet ble det blant annet opprettet samarbeid med flere erfarne matematikklærere som sa seg villig til å prøve ut og bruke individuelle arbeidstavler som en del av undervisningen. Prinsippet med arbeidstavlene er at læreren og elevene sitter sammen i en ring. Når læreren gir elevene en oppgave bruker de arbeidstavlen til å regne og svare på, og når alle er ferdige snur elevene tavlene samtidig slik at både læreren og elevene kan se alle utregningene eller svarene. Deretter legger læreren opp til en matematisk samtale sammen

med elevene, hvor de ulike utregningene med begrunnelser og forklaringer er i fokus. Enten kan læreren forklare en elev sitt arbeid, eller så kan en elev forklare og begrunne eget eller andre sitt arbeid.

## 1.2 Forskningsspørsmål

Basert på forskningens overensstemmelse om at sosial interaksjon er nødvendig for læring av kompleks kunnskap, og kommunikasjon i matematikk som en del av Kunnskapsløftet 2020 sine kjerneelementer, ble jeg nysgjerrig på hvordan matematiske samtaler foregår i ulike klasserom. Samtidig fattet jeg interesse for implementering av arbeidstavler som en del av SUM-prosjektets undersøkende matematikkundervisning. Dette ledet meg til følgende forskningsspørsmål:

*Hvilke samtaletrekk kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i matematikk mellom lærer og elever i ulike klasserom, og på hvilken måte kan bruken av arbeidstavler som en del av undervisningen ha noe å si for kommunikasjonsmønsteret?*

## 1.3 Struktur for oppgaven

Masteravhandlingen består i sin helhet av fem hovedkapitler. I påfølgende kapittel fremstilles teorigrunnet som forskningsprosjektet er forankret i. Videre følger et kapittel om studiens metodiske valg med beskrivelse av gjennomføring, hvilke etiske betraktninger som er hensyntatt og en diskusjon av studiens pålitelighet og gyldighet. Neste kapittel beskriver og diskuterer analysens innhold i tre hoveddeler. I siste kapittel besvares forskningsspørsmålet i form av en konklusjon med en avsluttende kommentar.

## 2 Teori og relatert forskning

I dette kapitlet fremstilles forskningsprosjektets teorigrunnlag, med matematisk kommunikasjon som nøkkelinnhold. Her vil teori og forskning på matematiske samtaler, verktøy for utvikling av diskusjoner, teoretiske modeller for lærer- og elevinteraksjoner, ulike samtalestrukturer og kommunikasjonsmønstre presenteres.

### 2.1 Matematisk samtale

For å støtte elevenes utvikling i matematikk ser Cobb (2000) på fire sentrale aspekt: oppgavene elevene arbeider med, strukturen på klasseromsaktivitetene, hvilke verktøy elevene anvender i undervisningen og klasseromsdiskursen. Aspektene er avhengig av hverandre og utgjør til sammen et aktivitetssystem i klasserommet, med klasseromsdiskursen som det viktigste. Slik Cobb (2000) beskriver det bør diskusjonene i klasserommet inneholde en standard for en akseptabel matematisk forklaring med klare begrunnelser, og et innhold som går ut på å gi elevene mulighet til å dele tenkemåter som videre utnyttes i diskusjonene.

#### 2.1.1 Læreres grep i klasseromsdiskursen

Mange forskere har utviklet ulike teoretiske modeller og begreper for å beskrive læreres grep i klasseromsdiskursen. En slik er Fraivillig, Murphy, & Fuson (1999) som har undersøkt hvordan lærere aktivt bruker elevenes ideer for å lede dem mot mer effektiv og nøyaktig matematisk tenkning, og ut fra det utformet rammeverket «Advancing Children's thinking» som består av komponentene *lokke frem*, *støtte* og *utvide*. Slik Fraivillig et al. (1999) beskriver den første komponenten, inneholder den interaksjoner hvor lærerne fokuserte på å *lokke frem* elevenes løsningsstrategier ved å vente på og lytte til elevenes beskrivelser av strategiene, lokke frem mange ulike løsningsstrategier for et problem, oppmuntre til utdypning, bruke elevforklaringer som grunnlag for videre undervisning, formidle en aksept for å gjøre feil, fremme problemløsning i grupper og bestemme hvem som skal få mulighet til å svare.

Den andre komponenten i rammeverket til Fraivillig et al. (1999) inneholder interaksjoner der lærerne *støttet* elevenes teoretiske forståelse av de ulike løsningsstrategiene som var blitt fremmet av dem selv og medelevene. Deretter kunne elevene få hjelp til å velge strategier

som passet best med deres nåværende kognitive ferdigheter, eller *nærmeste utviklingszone* (Vygotsky, 1978). Lærerne støttet og hjalp elevene videre ved å minne de på lignende problemstillinger, formidle grunnleggende kunnskap, repetere underveis, notere en symbolsk representasjon for hver strategi på tavla og oppmuntre til å be om hjelp. Fraivillig et al. (1999) beskriver at den siste komponenten i rammeverket består av interaksjoner der lærerne fokuserte på å *utvide* elevtenkning gjennom utfordrende strategier som å eksperimentere med alternative løsningsmetoder, analysere og sammenligne metoder og generalisere ideer på tvers av matematiske begreper. Komponentene lokke frem og støtte fokuserer på vurdering og tilrettelegging av matematikken som elevene allerede er kjent med, mens utvide-komponenten fokuserer på elevenes videre utvikling i matematikk. Fraivillig et al. (1999) oppdaget at lærerne oftest støttet elevenes matematiske tankegang, og sjeldnere fokuserte på å lokke frem eller utvide.

Cengiz, Kline & Grant (2011) har tatt utgangspunkt i Fraivillig et al. (1999) sin siste komponent, og foreslår å *utvide* elevtenkning ved å oppmuntre til refleksjon, oppmuntre til resonnering og gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre til å bruke alternative fremgangsmåter. Bjerkeli, Drageset & Eidissen (2021) beskriver en talentfull lærer som tar Cengiz et al. (2011) sine forslag enda et skritt videre ved å bruke og utvikle elevenes ideer i plenum i en utforskende diskurs, og utvide ideene sammen med dem.

I likhet med Fraivillig et al. (1999) har også Drageset (2016) undersøkt hva lærere faktisk gjør i undervisningssituasjonene, og oppdaget 13 samtalegrep som ble brukt for å styre samtalen. Grepane ble samlet i de tre gruppene *retningsendring*, *fremdrift* og *fokusering*. Slik Drageset (2016) beskriver *retningsendring* handler det om at læreren påvirker eleven til å endre strategi ved å avvise, stille korrigerende spørsmål eller anbefale ny strategi. *Fremdrift* går ut på å hjelpe elevene mot en løsning gjennom å stille åpne spørsmål, lukkede spørsmål, forenkle eller demonstrere. Både *retningsendring* og *fremdrift* handler om å hjelpe elevene videre, og kan ha liketstrekk med Fraivillig et al. (1999) sin komponent støtte som går ut på det samme etter at støtten er gitt. Den siste gruppen, *fokusering*, handler om å stoppe opp og se nærmere på metoden ved å oppsummere eller poengtere viktige detaljer, eller be elevene om å forklare, begrunne, bruke eller vurdere. Drageset (2016) betrakter dette som den mest interessante gruppen i og med at den krever mer av elevene. Fraivillig et al. (1999) sin komponent som omhandler å utvide elevtenkning gjennom utfordrende strategier kan relateres til å be elevene om å bruke eller vurdere, da det kan fungere som måter å utfordre elevtenkning på.

Ulikt fra Fraivillig et al. (1999) er ikke alle samtalegrepene som Drageset (2016) beskriver i rammeverket sitt utelukkende positive. I studien tok lærerne oftest i bruk grepet der de delte opp oppgaven og stilte lukkede spørsmål for hvert steg, slik at elevene kun trengte å svare på enkle utregninger underveis. Ifølge Drageset (2016) kan det fungere som et eksempel på en god løsningsprosess, men for mye bruk gjør at elevene ikke får mulighet til å ta ansvar for prosessen og gjennomføre den på egenhånd. Det samme gjelder forenkling som ofte oppstår når læreren er mest opptatt av å få riktig svar og dermed henter og omformulerer oppgaven slik at den blir enklere enn den var i utgangspunktet. Drageset (2016) tilføyer at det er lurt å finne en balanse ettersom disse grepene for å få til framdrift av og til kan være nyttige for å unngå at elevene setter seg fast og gir opp.

Ponte & Quaresma (2016) har i likhet med Fraivillig et al. (1999) og Drageset (2016) studert undervisningssituasjoner, og utviklet et rammeverk for å beskrive og analysere lærerens handlinger knyttet til matematiske aspekter i klasseromsdiskursen. Rammeverket består av fire hovedtyper av samtalegrep; *invitere*, *støtte/veilede*, *informere/foreslå* og *utfordre*. Slik Ponte & Quaresma (2016) beskriver den første hovedtypen av samtalegrep, går den ut på å *invitere* med sikte på å starte en diskusjon, og kan relateres til Fraivillig et al. (1999) sin komponent lokke frem, da begge går ut på å få elevene til å svare eller uttrykke tanker som videre kan være forløpet til en diskusjon.

Ponte & Quaresma (2016) sin andre hovedtype handler om å *støtte/veilede* elevene i å løse en oppgave gjennom spørsmål eller observasjoner som direkte eller indirekte peker i riktig retning, og kan ha likhetstrekk med Drageset (2016) sin gruppe fremdrift og Fraivillig et al. (1999) sin komponent støtte, da alle i ulik grad handler om å hjelpe elevene fremover på rett vei. Videre går den tredje hovedtypen av samtaletrekk, *informere/foreslå*, ifølge Ponte & Quaresma (2016) ut på å introdusere informasjon, komme med forslag, presentere argumenter eller validere elevenes svar. Den fjerde hovedtypen handler om å *utfordre* elevene til å lage nye representasjoner, tolke en uttalelse, etablere sammenhenger, formulere et resonnement eller evaluere (Ponte & Quaresma, 2016). Utfordringen om å etablere sammenhenger kan relateres til to av utfordringene i Fraivillig et al. (1999) sin komponent utvide, som går ut på å analysere og sammenligne metoder og generalisere ideer.

## 2.1.2 Lærerverktøy for utvikling av samtalen

I likhet med Cobb (2000) trekker Chapin, O'Connor, & Anderson (2013) inn klasseromsdiskursen som en produktiv samtaleform der læreren styrer og gir elevene rom til å dele ideer og tanker, forklare strategier og engasjere seg i medelevers resonnering. Fokuset ligger på elevenes tenking, og læreren vil måtte guide og legge til rette for elevene på en god måte. For å utvikle eller få i gang en god samtale har Chapin et al. (2013) utarbeidet fem samtaletrekk læreren kan ta i bruk: *gjenta*, *repetere*, *resonnere*, *tilføye* og *tenketid*. Det første samtaletrekket, *gjenta*, går ut på at læreren gjenforteller for å forsterke, oppklare eller tydeliggjøre en idé, mens *repetere* handler om å gjenta det viktigste fra en kompleks idé for å få elevene til å dvele ved det eller senke tempoet på samtalen. I tillegg beskriver Chapin et al. (2013) at læreren kan repetere ved å be en elev om å omformulere eller gjenta en annen elev sitt utsagn. Disse samtaletrekkene handler, i likhet med Drageset (2016) sine samtalegrep oppsummere og poengtere viktige detaljer, om å fokusere på og tydeliggjøre det viktigste fra elevenes utsagn.

For å la elevene engasjere seg i hverandre sine ideer uttrykker Chapin et al. (2013) at læreren kan ta i bruk samtaletrekket *resonnere*, og stille oppfølgingsspørsmål om en elev sin idé til noen andre. To av Ponte & Quaresma (2016) sine utfordringer, tolke en uttalelse og evaluere, kan relateres til å resonnerere, da alle disse interaksjonene går ut på å involvere andre i en elevidé. Videre beskriver Chapin et al. (2013) at samtaletrekket *tilføye* handler om å få elevene til å utdype egne ideer eller delta i samtalen ved å spørre om de har noe å legge til, mens *tenketid* går ut på å gi elevene tid til å tenke seg om etter et spørsmål er stilt.

Kazemi & Hintz (2019) tilføyer samtaletrekkene *snu og snakk* og *endre* til Chapin et al. (2013) sin liste av verktøy for å få i gang eller utvikle samtalen, som ifølge dem trengs for å gjøre den fullstendig. *Snu og snakk* med en medelev går ut på å gi elevene mulighet til å dele egne og engasjere seg i andre sine tanker, samtidig som læreren kan bevege seg rundt og lytte og bestemme hvem som skal si noe i plenum. Å la elevene snakke sammen i par eller grupper kan være en måte å få tilgang til elevtenkning på, og kan relateres til Fraivillig et al. (1999) sin komponent som går ut på å lokke frem løsningsstrategier. Videre beskriver Kazemi & Hintz (2019) at samtaletrekket *endre* går ut på at læreren spør elevene om noen av dem har eller vil endre måten de tenkte på, for å gi de muligheten til å reflektere over egne tanker etter hvert som de oppdager noe nytt.

Ifølge Smith & Stein (2011) kan lærere ha utfordringer med å arrangere og tilrettelegge diskusjoner og samtidig produktivt bruke elevenes ideer og strategier i arbeidet med kognitivt utfordrende oppgaver, noe som ofte fører til at elevene ender opp med å tenke og resonnerer på et lavere nivå enn oppgaven tilsier. Med bakgrunn i disse utfordringene har Smith & Stein (2011) i likhet med Chapin et al. (2013) og Kazemi & Hintz (2019), utviklet et rammeverk med fem praksiser læreren kan følge for å oppnå og lede produktive matematiske diskusjoner av høy kvalitet i klasserommet. Disse praksisene går ut på å *anta*, *overvåke*, *velge ut*, *bestemme rekkefølge* og *koble sammen*, i forbindelse med at elevene arbeider med utfordrende oppgaver.

Slik Smith & Stein (2011) uttrykker det, handler den første praksisen om å *anta* hvilke strategier det er sannsynlig at elevene kommer til å bruke for å være forberedt på detaljer som er viktig å belyse. Videre *overvåker* læreren elevarbeidet ved å sirkulere rundt i klasserommet for å følge med på hvilke strategier som faktisk blir brukt, og reflektere rundt hva som bør fokuseres på under diskusjonen. Ut fra Smith & Stein (2011) sin beskrivelse handler tredje steg om å *velge ut* elever eller grupper som skal presentere arbeidet sitt, og styres av målet for undervisningen. Kazemi & Hintz (2019) sitt samtaletrekk *snu og snakk*, som går ut på at elevene snakker sammen samtidig som læreren lytter og bestemmer hvem som skal dele tankene sine i plenum, kan relateres til stegene *overvåke* og *velge ut* som handler om det samme på et mer organisert vis.

Neste steg er å *bestemme rekkefølgen* på presentasjonen av strategiene. Ifølge Smith & Stein (2011) kan målrettede valg angående rekkefølgen maksimere sjansene for at elevene oppnår målet for undervisningen. Den siste praksisen handler om å *koble sammen* de presenterte strategiene. Smith & Stein (2011) forklarer at det vil være meningsfullt at læreren hjelper elevene med å trekke sammenhenger og knytte strategiene de til større matematiske ideer. Ponte & Quaresma (2016) sin utfordring som går ut på å etablere sammenhenger og Fraivillig et al. (1999) sine utfordring som handler om å analysere og sammenligne metoder, har begge likhetstrekk med Smith & Stein (2011) sin siste praksis *koble sammen*, da alle handler om å analysere og finne sammenhenger mellom elevenes løsningsstrategier.

### 2.1.3 IC-modellen

Ved å studere samtaler mellom lærer og elever og elever innbyrdes, har Alrø & Skovsmose (2004) utarbeidet en modell de kaller IC (Inquiry co-operation model) som består av ulike samtalekvaliteter som kan opptre i samtaler. IC-modellen inkluderer elevenes utsagn og skiller ikke mellom lærer og elev, noe som gjør den ulik de andre presenterte rammeverkene. Modellen består av de åtte kvalitetene *kontakte*, *oppdage*, *identifisere*, *advokere*, *tenke høyt*, *reformulere*, *utfordre* og *evaluere*, som kan åpne muligheter for god læring når de opptrer i samtaler. Ut fra Alrø & Skovsmose (2004) sin beskrivelse handler kvaliteten *kontakte* om at læreren og elevene retter seg inn mot hverandre for å samarbeide. Videre handler *identifisering* om å bli i stand til å uttrykke eget perspektiv og kartlegge et matematisk innhold, og å *oppdage* vil si å avdekke noe nytt.

Ifølge Alrø & Skovsmose (2004) går kvaliteten *advokere* ut på å reflektere, diskutere og argumentere for mulige løsningsstrategier, fremme egne ideer, være åpne for andre sine ideer og skape en felles forståelse, mens å *tenke høyt* vil si å uttrykke tankene og ideene sine underveis i undersøkelsesprosessen. Videre handler kvaliteten *reformulere* om å gjenta, utfylle eller parafasere, og kan relateres til Drageset (2016) sine samtalegrep poengtere og oppsummere, som alle går ut på å rette fokus på det viktige å bemerke seg. Kvaliteten *utfordre* handler slik Alrø & Skovsmose (2004) uttrykker det, om å stille hypotetiske spørsmål ved fastslått forståelse, gitt at noen tar utfordringen. Fraivillig et al. (1999) sin komponent utvide kan ses i sammenheng med kvaliteten *utfordre* da de begge inneholder videre utfordringer som kan styrke den matematiske tenkemåten og forståelsen. Alrø & Skovsmose (2004) beskriver at den åttende kvaliteten, *evaluere*, kan finne sted etter elevene har kommet frem til løsninger og svar på problemene de har arbeidet med, og går blant annet ut på å gi konstruktiv kritikk, bekreftelse, råd, ros eller påpeke feil. Å gi råd kan sammenlignes med Drageset (2016) sitt samtaletrekk anbefale ny strategi, der læreren evaluerer eleven sin strategibruk og råder til en ny. Videre kan en bekreftelse være en måte å validere elevsvar på, som er et samtalegrep fra Ponte og Quaresma (2016) sin hovedtype informere/foreslå.

### 2.1.4 Samtaletrekk blant elever

I likhet med Drageset (2016) sitt rammeverk om ulike grep lærere tar for å styre samtalen, har Drageset (2015) utformet et rammeverk basert på undersøkelser av elevenes utsagn i



undervisningssituasjoner. I studien ble det oppdaget 21 samtaletrekk som er fordelt på de fem gruppene *forklaring*, *elevinitiativ*, *ufullstendige svar*, *lærerstyrte svar* og *uforklarte svar*. Slik Drageset (2015) uttrykker det, består den første gruppen av elevenes *forklaringer* av årsak, begrep eller handling, som regel på forespørsel fra læreren, mens *elevinitiativ* går ut på at elevene stopper flyten og tilfører noe annet i samtalen ved å påpeke noe de finner viktig, komme med forslag, korrigere eller spørre hva eller hvordan noe skal gjøres. Alrø & Skovsmose (2004) sin samtalekvalitet evaluere kan ha likhetstrekk med elevinitiativ som går ut på å korrigere, som kan være måter å evaluere noen sitt forslag eller svar på. I tillegg kan det å påpeke noe viktig være en form for å reformulere noen andre sitt utsagn på, som er en annen av Alrø & Skovsmose (2004) sine kvaliteter. Videre beskriver Drageset (2015) at gruppen *ufullstendige svar* består av delvis riktige, utilstrekkelige eller gale svar med riktig observasjon, og er som regel en mellomting mellom et riktig og et galt svar. I gruppen *lærerstyrte svar* er det opplagt hvordan eleven kom fram til svaret fordi det bare er en operasjon som skal til, og spørsmålene er enkle å svare på. Videre inneholder *uforklarte svar* flere steg for å komme frem til svaret som ikke blir fortalt og heller ikke er opplagt for læreren (Drageset, 2015).

### **2.1.5 Teoretisk modell for lærerinteraksjoner**

Drageset & Allern (2021) har utviklet en teoretisk modell basert på en litteraturstudie av empiriske artikler som tar for seg seks hovedtyper av lærerinteraksjoner som kan finne sted i den matematiske klasseromsdiskursen: *fortelle eller informere elevene*, *støtte eller lede elevene mot et svar*, *fokusere på detaljer av betydning*, *få tilgang til og dele elevtenkning*, *bruke eller utvide elevideer* og *utfordre ideer*. Modellen inkluderer referansene det bygger på som støttende samtaletrekk.

<b>Lærerinteraksjon</b>	<b>Støttende samtaletrekk</b>
<b>Fortelle eller informere elevene</b>	Informere og foreslå (Ponte & Quaresma 2016) Demonstrere (Drageset 2014)
<b>Støtte eller lede elevene mot et svar</b>	Støtte og veilede (Ponte & Quaresma 2016) Åpen fremdrift (Drageset 2014) Forenkle (Drageset 2014) Lukket fremdrift (Drageset 2014) Veiledet algoritmisk resonnement (Lithner 2008) Traktmønster (Wood 1998) Topaze-effekt (Brousseau & Balacheff 1997)
<b>Fokusere på detaljer av betydning</b>	Gjenta/omformulere (O'Connor & Michaels 1993) Poengtere (Drageset 2014) Oppsummere (Drageset 2014) Koble sammen (Rowland et al. 2005)
<b>Få tilgang til og dele elevtenkning</b>	Lokke frem elevenes tanker (Fraivillig et al. 1999) Belyse detaljer (Drageset 2014) Be om begrunnelse (Drageset 2014) Invitere (Ponte & Quaresma 2016)
<b>Bruke eller utvide elevideer</b>	Utvide elevtenkning (Fraivillig et al. 1999) Oppmuntre til refleksjon (Cengiz et al. 2011) Oppmuntre til resonnering (Cengiz et al. 2011) Gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre til alternative fremgangsmåter (Cengiz et al. 2011) Utvikle elevideer i plenum (Bjerkeli et al. 2021)
<b>Utfordre ideer</b>	Korrigerende spørsmål (Drageset 2014) Foreslå en ny strategi (Drageset 2014) Utfordre (Alrø & Skovsmose 2002) Utfordre (Ponte & Quaresma 2016)

Tabell 1: Lærerinteraksjoner. Hentet fra Drageset & Allern (2021) s. 3 og 4 (oversatt)

Den første kategorien, å *fortelle eller informere elevene*, består ifølge Drageset & Allern (2021) av interaksjoner for hvordan læreren deler innsikt i hvordan eller hvorfor noe gjøres, eller forteller elevene hva som er rett eller galt. Slike interaksjoner kan være å introdusere informasjon, komme med forslag, presentere argumenter eller validere elevenes svar (Ponte & Quaresma, 2016), eller å demonstrere for elevene (Drageset, 2016).

Drageset & Allern (2021) beskriver kategori nummer to som interaksjoner for hvordan lærere prøver å *støtte eller lede elevene mot et svar* på en oppgave. Dette kan være interaksjoner som å lede elevene i å løse en oppgave gjennom spørsmål eller observasjoner som peker i riktig retning (Ponte & Quaresma, 2016), forenkling, lukket fremdrift eller åpen fremdrift (Drageset, 2016). Det er rom for variasjon i hvor aktivt læreren støtter elevene. Ponte & Quaresma (2016) påpeker at støtten kan være implisitt eller eksplisitt, og Drageset (2016) sine samtalegrep går fra forenkling på den ene siden der læreren henter eller stiller ledede spørsmål, til åpne spørsmål på den andre siden uten å lede elevene mot en foretrukket vei. Ifølge Drageset & Allern (2021) er veiledet algoritmisk resonnering (Lithner, 2008), traktmønster (Wood, 1998) og topaze-effekt (Brousseau & Balacheff, 1997), i likhet med forenkling (Drageset, 2016), lærerdominerte mønstre der læreren styrer elevene mot en foretrukket vei.

Å *fokusere på detaljer av betydning* utgjør den tredje kategorien, og blir beskrevet av Drageset & Allern (2021) som lærerinteraksjoner som baserer seg på elevinteraksjoner ved å poengtere det viktigste eller oppsummere (Drageset, 2016), gjenta/omformulere (O'Connor & Michaels 1993) eller koble sammen og knytte sammenhenger (Rowland et al., 2005). Dette er eksempler på ulike metoder lærere kan bruke for å legge vekt på det de synes er viktig under en dialog.

Ifølge Drageset & Allern (2021) består den fjerde kategorien, *få tilgang til og dele elevtenkning*, av interaksjoner der læreren fokuserer på å få elevene til å dele tankene og ideene sine i klasseromsdiskursen. Slike interaksjoner kan være å lokke frem elevenes tanker, som ifølge Fraivillig et al. (1999) blant annet kan gjøres gjennom å vente på og lytte til elevenes beskrivelse, lokke frem mange løsningsstrategier og bestemme hvem som får dele tankene sine basert på videre diskusjon og arbeid. I tillegg kan læreren invitere elevene til å komme med forslag eller ideer (Ponte & Quaresma, 2016), få elevene til å belyse detaljene om hvordan de kom frem til ideen eller svaret sitt eller be om begrunnelse (Drageset, 2016). Drageset & Allern (2021) belyser at en viktig effekt av fokuset på tilgang til elevenes ideer er

at de deles, slik at resten av elevgruppa får innsikt og for å kunne bruke ideene som grunnlag i klasseromsdiskursen.

Videre beskriver Drageset & Allern (2021) den femte kategorien som lærerinteraksjoner der *ideene til elevene brukes eller utvides*. Fraivillig et al. (1999) sin tredje komponent, utvide elevtenkning, støtter kategorien og handler om å eksperimentere med alternative løsningsmetoder, analysere og sammenligne metodene og generalisere ideer. Cengiz et al. (2011) foreslår videre tre måter dette kan gjøres ved å oppmuntre til refleksjon, oppmuntre til resonnering og gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre til å bruke alternative fremgangsmåter. Bjerkeli et al. (2021) beskriver en måte å ta dette enda et skritt videre på ved å bruke og utvikle elevenes ideer i plenum i en utforskende diskurs med elevene, for å utvide elevenes ideer sammen med dem.

Noen ganger *utfordrer lærere ideer*, som er den siste kategorien til Drageset & Allern (2021). Drageset (2014) beskriver hvordan lærere gjør dette for å endre retning eller løsningsprosess, ved å stille korrigerende spørsmål eller foreslå en ny strategi. Ifølge Alrø og Skovsmose (2002) handler en utfordring om å stille hypotetiske spørsmål ved fastslått forståelse, mens Ponte og Quaresma (2016) går mer i detalj og beskriver hvordan læreren kan utfordre elevene ved å lage nye representasjoner, tolke uttalelser, finne sammenhenger, formulere et resonnement eller evaluere. Drageset & Allern (2021) påpeker at utfordringer på denne måten kan føre til matematiske diskusjoner og refleksjoner.

## 2.1.6 Teoretisk modell for elevinteraksjoner

I likhet med den teoretiske modellen for lærerinteraksjoner har Drageset & Allern (2021) utviklet en tilsvarende modell for elevinteraksjoner som består av de fire kategoriene: *(bare) svar på matematiske spørsmål, forklaring, initiativ og evaluering*.

<b>Elevinteraksjon</b>	<b>Støttende samtaletrekk</b>
<b>(Bare) svar på matematiske spørsmål</b>	Lærerstyrte svar (Drageset 2015) Uforklarte svar (Drageset 2015) Ufullstendige svar (Drageset 2015)

<b>Forklaring</b>	Advokere (Alrø & Skovsmose 2002) Tenke høyt (Alrø & Skovsmose 2002) Forklare handling (Drageset 2021) Forklare årsak (Drageset 2021) Forklare begrep (Drageset 2021)
<b>Initiativ</b>	Utfordre (Alrø & Skovsmose 2002) Elevinitiativ (Drageset 2015)
<b>Evaluering</b>	Evaluerer (Alrø & Skovsmose 2002) Be om vurdering fra andre elever (Drageset 2014)

Tabell 2: Elevinteraksjoner. Hentet fra Drageset & Allern (2021) s. 5 og 6 (oversatt)

(Bare) svar på matematiske spørsmål er den første kategorien i modellen, og omfatter alle typer svar på matematiske spørsmål uten mer informasjon om elevenes tankegang eller prosess bak svaret. Ifølge Drageset & Allern (2021) kan slike svar være det Drageset (2015) beskriver som lærerstyrte svar, hvor svaret er veldig enkelt eller har blitt hintet frem i spørsmålet, uforklarte svar, som er svar på mer krevende oppgaver uten å inkludere informasjon om hvordan svaret ble funnet eller hvorfor eleven mener det er riktig, eller ufullstendige svar. Drageset & Allern (2021) presiserer at ordet «bare» i kategorien ikke innebærer mangel på verdi, og eksemplifiserer at et uforklart svar kan avsløre dyp innsikt eller være grunnlaget til en kompleks resonneringsprosess.

Den andre kategorien til Drageset & Allern (2021), *forklaring*, består av elevinteraksjoner som inkluderer informasjon om tankegang eller prosess. Kategorien støttes av Alrø & Skovsmose (2002) sin samtalekvalitet advokere, som går ut på å reflektere, diskutere og argumentere for mulige løsningsstrategier, fremme egne ideer, være åpne for andre sine ideer og skape en felles forståelse, samt kvaliteten tenke høyt som vil si å uttrykke tankene og ideene sine underveis i undersøkelsesprosessen. Å tenke høyt kan bli sett på som en mindre formell og mer utforskende måte å dele tankene sine på, men kan ifølge Drageset & Allern (2021) likevel bli sett på som en form for forklaring da det i prinsippet gir informasjon om elevens forståelse, resonnement eller løsningsprosess. I tillegg støttes kategorien av samtaletrekkene forklare handling, hvor elevene informerer om trinnene for utregningen, forklare årsak, hvor elevene argumenterer for hvorfor svaret eller metoden er riktig, og forklare begrep, der elevene artikulere hva et konsept eller en idé betyr (Drageset, 2021)

*Initiativ* er den tredje kategorien i Drageset & Allern (2021) sin modell, og inneholder Drageset (2015) sin beskrivelse av elevinitiativer som interaksjoner der elevene bryter strømmen i dialogen eller arbeidet ved å påpeke noe de finner viktig under dialogen, foreslå en ny idé, korrigere noen, be om avklaring eller spørre hva eller hvordan noe skal gjøres. Ifølge Drageset & Allern (2021) kan også utfordring være en type initiativ, som Alrø & Skovsmose (2002) beskriver som forsøk på å styre en diskusjon i en annen retning eller stille hypotetiske spørsmål ved fastslått forståelse.

Den siste kategorien til Drageset & Allern (2021) består av elevinteraksjoner i form av *evalueringer*. Ifølge Alrø & Skovsmose (2002) kan en evaluering finne sted etter elevene har kommet frem til løsninger og svar på problemene de har arbeidet med, og går blant annet ut på å gi konstruktiv kritikk, bekreftelse, råd, ros eller påpeke feil. Slik Drageset & Allern (2021) beskriver det kommer evalueringer som et direkte svar på en idé eller forklaring fra en annen person, og er derfor ulik fra initiativ som bringer inn noe nytt og ikke som et svar. Drageset (2014) beskriver hvordan en slik evaluering også kan komme basert på en forespørsel fra læreren om å vurdere en annen elevs idé eller løsning.

## **2.2 Samtalestrukturer til klasseromsdiskursen**

Kazemi & Hintz (2019) beskriver hvordan læreren kan strukturere og lede gode diskusjoner i klasserommet gjennom ulike samtalestrukturer, og at det først bør etableres et miljø med fokus på utforskning og et mangfold av strategier i klasserommet. Dette miljøet kan uttrykkes som *åpen strategileding*, og har likhetstrekk med Fraivillig et al. (1999) sin komponent å *lokke frem*. Begge fokuserer på å få tilgang til de ulike løsningsstrategiene som elevene har brukt i arbeidet med et matematisk problem, for videre arbeid med og analysing av strategiene. I det videre arbeidet presenterer Kazemi & Hintz (2019) fem ulike samtalestrukturer til klasseromsdiskursen.

Den første samtalen til Kazemi & Hintz (2019) går ut på å *sammenligne og knytte sammen* strategiene elevene har delt, der målet er å få elevene til å finne matematiske forskjeller eller likheter mellom dem. Samtalen ligner på Ponte og Quaresma (2016) sin utfordring som går ut på å etablere sammenhenger, da de begge utfordrer elevene til å analysere og sammenligne elevstrategier. I den neste samtaletypen ligger fokuset på å kunne *forklare hvorfor* en strategi fungerer, og det fokuseres kun på én strategi. Her vil elevene bli utfordret i å finne argumenter

og bevis ved at læreren ber om begrunnelse, som også er et av samtalegrepene til Drageset (2016). Ifølge Kazemi & Hintz (2019) skal den tredje samtaletypen hjelpe elevene til å bli mer selektive i bruken av de ulike strategiene, ved å finne ut av *hvilken strategi som er best og hvorfor*. Læreren starter med å presentere en bestemt strategi og ber elevene om å utvikle en effektiv bruk av den, eller så viser læreren ulike måter å løse en oppgave på og ber elevene om å finne ut hva som er mest effektivt, og hvorfor.

Den fjerde samtalen oppstår når matematiske modeller, verktøy eller begreper skal introduseres for første gang eller når elevene trenger å forbedre bruken av dem. Ifølge Kazemi & Hintz (2019) ledes samtalen ved å *definere og oppklare* korrekt bruk av det matematiske objektet sammen med elevene, og læreren bør tenke over hvordan elevene kan støttes i å bruke det på en presis og meningsfull måte. I Kazemi & Hintz (2019) sin siste samtale ligger fokuset på å *utforske feil* og bruke dem som en mulighet for å utvikle den matematiske tenkningen. Her oppmuntrer læreren elevene til å finne ut hvor feilen oppsto i et bestemt løsningsforslag, og hva som må korrigeres. I tillegg kan læreren engasjere elevene i bruk av ulike strategier for å finne ut hvorfor løsningen er korrekt. Alrø & Skovsmose (2004) sin samtalekvalitet evaluere, som går ut på å gi konstruktiv kritikk, bekreftelse, råd, ros eller påpeke feil, kan sammenlignes med å utforske feil da de begge handler om å analysere og vurdere et svar eller en løsning.

Felles for Kazemi & Hintz (2019) sine fem målrettede samtaler er at læreren fungerer som en støtte og ønsker å hjelpe elevene i å utvikle den matematiske tenkemåten. Samtalene har likhetstrekk med blant annet Fraivillig et al. (1999) sin siste komponent å utvide, med utfordringer som handler om å eksperimentere med alternative løsningsmetoder, analysere og sammenligne metodene og generalisere for elevenes videre matematiske utvikling. Ifølge Kazemi & Hintz (2019) kan disse samtalene hjelpe elevene til å oppnå store fremskritt i matematikkfaget.

## **2.3 Kommunikasjonsmønstre**

### **2.3.1 IRE**

I en klasseromsdiskurs der læreren styrer aktivt, kan det oppstå et velkjent mønster hvor læreren snakker annenhver gang. Et slikt mønster definerer Cazden (1988, her i Drageset, 2016) som IRE, *initiative, response and evaluate*, eksempelvis ved at læreren stiller et

spørsmål, eleven svarer og læreren bekrefter. Wells (1993) påpeker at flere forfattere er kritiske til denne kommunikasjonsformen, deriblant Wood (1992) som mener at lærere stiller for mange spørsmål og i stedet bør oppmuntre elevene til å stille flere spørsmål gjennom en mindre kontrollerende kommunikasjonsform. Videre understreker Wells (1993) at det finnes mange ulike praksiser innenfor IRE-mønsteret som kan variere i kvalitet, og at mønsteret derfor ikke er utelukkende negativt.

I en studie av fem IRE-klasserom rapportert av Drageset (2015), utgjør elever som bare bidrar med svar på matematiske spørsmål og forklaringer den dominerende delen av elevinteraksjonen, med svar på matematiske spørsmål som den største av disse. Ifølge Drageset & Allern (2021) passer kategoriene (*bare*) svar på matematiske spørsmål og *forklaring* fra den teoretiske modellen av elevinteraksjoner godt innenfor IRE-mønsteret, noe som illustrerer hvor forskjellig elevene kan svare og dermed gir rom for variasjon innenfor dette mønsteret.

### 2.3.2 Kommunikasjonsmønstre i fire nivå

Brendefur & Frykholm (2000) beskriver fire nivå av kommunikasjonsmønstre som kan oppstå i klasseromsdiskursen: *ensrettet*, *medvirkende*, *refleksiv* og *rik*. Den *ensrettede* kommunikasjonen består av lukkede spørsmål fra læreren og korte svar fra elevene, mens *medvirkende* kommunikasjon består av interaksjoner der elevene deler tanker, ideer og strategier til tross for at læreren styrer samtalen aktivt. Ifølge Brendefur & Frykholm (2000) består kommunikasjon som er ensrettet eller medvirkende av mønstre der læreren snakker annenhver gang, slik som IRE (Cazden, 1988), som understreker at mønstret gir rom for variasjon. Ponte & Quaresma (2016) sin hovedtype av samtalegrep som går ut på at læreren støtter eller veileder elevene i å løse en oppgave, kan i likhet med ensrettet og medvirkende kommunikasjon bestå av mønstre der læreren snakker annenhver gang og aktivt styrer samtalen for å hjelpe elevene fremover. Samtidig kan Drageset (2016) sine observasjoner av lærere som hjelper elevene fremover ved å forenkle eller stille lukkede spørsmål, og lærerstyrte elevsvar (Drageset, 2015), være typiske trekk i de to laveste nivåene av kommunikasjonsmønstre som Brendefur & Frykholm (2000) beskriver.

Videre kan *refleksiv* kommunikasjon, slik Brendefur & Frykholm (2000) uttrykker det, ligne på medvirkende der elevene får dele tanker, ideer og strategier, men i tillegg bruker læreren og elevene den matematiske samtalen som springbrett for dypere undersøkelser, diskusjoner



og refleksjoner basert på de tankene, ideene og strategiene som dukker opp. Det høyeste nivået er *rik* kommunikasjon, og innebærer mer enn et samspill mellom læreren og elevene. Brendefur & Frykholm (2000) beskriver denne formen for kommunikasjon som en endringsaksjon læreren tilrettelegger for, som kan føre til en endring i elevenes oppfattelse av matematikk og den matematiske forståelsen. Samtalene gir læreren innsikt i elevenes tankeprosess som videre påvirker beslutninger om videre undervisning, som igjen kan legge til rette for en mer selvstendig tankeprosess hos elevene, og en styrke til å utfordre og undersøke selv. Det kan tenkes at Alrø & Skovsmose (2004) sine samtalekvaliteter, kontakte, oppdage, identifisere, advokere, tenke høyt, reformulere, utfordre og evaluere, opptrer i samtaler samtaler med refleksiv og rik kommunikasjon, da de går ut på at elevene både samarbeider, diskuterer, tenker selvstendig, undersøker, utfordrer og evaluerer egen læringsprosess.

Slik jeg tolker oppbygningen av Kazemi & Hintz (2019) sine ulike samtalestrukturer for hvordan læreren kan legge til rette for gode diskusjoner i klasserommet, forsøkes det å få til det Brendefur & Frykholm (2000) beskriver som refleksiv og rik kommunikasjon. De fleste samtalestrukturene starter med åpen strategideling hvor læreren søker tilgang til elevenes tanker og strategier, slik Drageset & Allern (2021) beskriver kategorien få tilgang til og dele elevtenkning. Deretter benyttes strategiene for videre diskusjoner i samtaler som blant annet fokuserer på å sammenligne og knytte sammen strategier eller forklare hvorfor en strategi fungerer (Kazemi & Hintz, 2019), hvor det legges opp til undersøkelser og refleksjoner som i beste fall kan føre til utvikling eller endring av elevenes oppfattelse av matematikk. Typiske lærergrep i slike samtaler kan være å be om begrunnelse eller forklaring (Drageset, 2016) eller utfordre elevene til å eksperimentere med alternative løsningsmetoder, analysere og sammenligne metoder og generalisere ideer på tvers av matematiske begreper (Fraivillig et al. 1999).

### 3 Metode og empiri

Studien baserer seg på forskningsspørsmålet: «*Hvilke samtaletrekk kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i matematikk mellom lærer og elever i ulike klasserom, og på hvilken måte kan bruken av arbeidstavler som en del av undervisningen ha noe å si for kommunikasjonsmønsteret?*». I dette kapitlet beskriver og begrunner jeg studiens forskningsmetodiske valg, innsamling, bearbeiding og analyse av datamateriale, hvilke etiske betraktninger som er tatt hensyn til og en vurdering av studiens kvalitet.

#### 3.1 Oppgavens mål og forskningsdesign

Forskning på lærere og elever i skolen betraktes som sosial forskning, og beskrives av Cohen, Manion, & Morrison (2017) som en form for forskning der fokuset ligger på den menneskelige atferden i undervisning- og læringssituasjoner, noe mitt prosjekt gjør. Burrell & Morgan (1979, i Cohen et al., 2017) skiller mellom to tilnæringer til sosial forskning, en objektivistisk og en subjektivistisk. Gjennom den objektivistiske tilnærmingen blir kunnskap sett på som noe hardt, håndfast og objektivt, mennesket anses som et produkt av omgivelsene eller miljøet og forskningen går ut på å oppdage generelle lover. På den andre siden, gjennom den subjektivistiske tilnærmingen, blir kunnskap sett på som noe personlig, unikt og subjektivt og mennesket anses som kreativt, fritt og initiativtakende. Cohen et al. (2017) fremhever at forskerens tilnærming til sosial forskning påvirker alle deler av prosjektet, som betyr at valgene for studien preges av den metodiske retningen jeg plasserer forskningen min innenfor.

En objektivistisk tilnærming kan ofte, slik Cohen et al. (2017) beskriver det, ses i sammenheng med kvantitativ forskning, mens en subjektivistisk tilnærming ofte ses i retning av kvalitativ forskning. Om kunnskapssynet innenfor kvantitativ og kvalitativ forskning formulerer Ringdal (2018, s. 109) følgende: «En kvantitativ forskningsstrategi bygger på at sosiale fenomener viser en så stor stabilitet at måling og kvantitativ beskrivelse er meningsfylt. En kvalitativ forskningsstrategi bygger på at den sosiale verdenen konstrueres gjennom individers handlinger». Videre uttrykker Ringdal (2018) at kvantitativ forskning gjerne er teoristyrkt, har store representative utvalg, avstand mellom forsker og informanter, kunstige omgivelser, breddeundersøkelser av sammenlignbar og strukturert informasjon, statistiske analyseteknikker og årsaksforklaringer. Derimot setter den kvalitative forskeren seg

nøye inn i informantenes situasjon, leter etter nøkkelbegreper som kan brukes til å forstå informantenes situasjon eller handlinger, er fleksibel, går i dybden, er nært på et lite utvalg i sine naturlige omgivelser, søker etter mening eller formålsforklaringer, overfører data til tekst og benytter uformelle analyseteknikker (Ringdal, 2018).

Med studien ønsket jeg å undersøke kommunikasjonsmønsterets kjennetegn i ulike klasserom og ulike former for undervisning, og hadde behov for å være nært på for å kunne studere lærer- og elevutsagn i undervisningstimene. Det var nødvendig å overføre datamaterialet til tekst slik at jeg kunne analysere hvert enkelt utsagn, men det ville være kunstig å tenke at utsagnene skulle være representativ for all matematikkundervisning. Ut fra Burrell & Morgan (1979, i Cohen et al., 2017) sin beskrivelse av objektivistisk og subjektivistisk tilnærming til sosial forskning, peker mitt syn mot den subjektivistiske tilnærmingen der kunnskap blir sett på som noe personlig, unikt og subjektivt, og der mennesket anses som kreativt, fritt og initiativtakende. Med dette som bakgrunn falt det mest naturlig å anvende kvalitativ forskningsstrategi.

### **3.2 Kvalitativ tilnærming og datainnsamlingsmetode**

Det eksisterer mange ulike inndelinger av kvalitative tilnærminger. Ifølge Postholm (2010) er det spesielt tre tilnærminger som anvendes mest: fenomenologi, etnografi og kasusstudie. Fenomenologiske studier blir beskrevet som «den meningen mennesker legger i en opplevelse knyttet til en bestemt erfaring av et fenomen» (Giorgi 1985, Moustakas 1994, her i Postholm 2010 s. 41). Ofte skilles det mellom sosial fenomenologi der grupper av individer og deres meningsutvikling i sosial interaksjon undersøkes, og psykologisk fenomenologi der flere individers opplevelse av et fenomen studeres. Den etnografiske forskningen, med røtter i antropologien, har som mål å beskrive en kultur. Her blir menneskers daglige liv studert over en lengre periode, gjerne måneder (Postholm, 2010). En kasusstudie blir beskrevet av Merriam (1998, her i Postholm 2010) som beskrivende forskning. Her blir et system som er bundet til sted og tid utforsket, og fokuset kan være en hendelse, et program et individ, en aktivitet, en institusjon eller en sosial enhet. «Ved at fokus rettes mot et spesifikt kasus i dets kontekst makter en slik forskningstilnærming å avdekke interaksjonen mellom ulike faktorer som er karakteristiske for dette kasuset i denne settingen» (Postholm, 2010, s. 50). Dermed kan det være mulig å gi en fullstendig beskrivelse av det som blir studert.

Denne studien kan relateres til Merriam (1988) sin definisjon av en kasusstudie som beskrivende forskning, da jeg har hatt som mål å kunne gi detaljerte beskrivelser av kommunikasjonsmønstrenes kjennetegn i ulike klasserom, og i undervisning med og uten arbeidstavler. Kjennetegnene er det spesifikke kasus som har blitt forsket på i konteksten med matematiske samtaler. Ifølge Postholm (2010) kan både observasjon, intervju, filmopptak, lydopptak og studie av rapporter og dokumenter benyttes som datainnsamlingsmetoder i kasusstudier, ut fra hva som er mest praktisk og passer best. For å kunne analysere samtalene hadde jeg behov for å høre det som ble sagt gjentatte ganger, se hva elevene skrev på arbeidstavlene sine for å forstå hele konteksten og overføre materialet til tekst. Det var derfor nødvendig å samle inn datamateriale ved hjelp av videoopptak.

### 3.3 Utvalg

Når en forsker skal ta beslutninger basert på utvalget en ønsker å studere, er det ifølge Cohen et al. (2017) flere momenter å vurdere eller ta hensyn til: *størrelse, representativitet, utvalgsstrategi, tilgang og pågående forskningsmetode*. Cohen et al. (2017) presenterer en rekke faktorer som spiller inn når *størrelsen* på utvalget skal bestemmes, deriblant formålet med studien, nivået av konfidensialitet som kreves, datainnsamlingsmetoden som skal brukes og den studerte faktorens og forskningens variabler. Ifølge Cohen et al. (2017) vil beslutningene basert på disse faktorene gjøre at utvalget i kvalitativ forskning som regel er mindre enn i kvantitativ. Formålet med min studie har vært å undersøke hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elever i ulike klasserom, og om bruken av arbeidstavler hadde noe å si for dette mønsteret. Dette har krevd dybdeforskning, noe som har vært tidkrevende. Det samme har datainnsamling gjennom videoopptak vært, spesielt under bearbeidingen i etterkant av opptakene. I tillegg har opptakene ført til en del forarbeid og en rekke etiske betraktninger som har måttet tas hensyn til for å bevare informantenes konfidensialitet. Den siste faktoren handler om forskningens variabler, som i hovedsak består av undervisning med og uten arbeidstavler, samt ulike lærere og elevgrupper, tema, undervisningslengde, normer og faglig og sosial utvikling.

Utvalget måtte baseres på lærere som brukte arbeidstavler som en del av undervisningen, og var av den grunn ikke *representativt* for alle matematikklærere, som ifølge Cohen et al. (2017) er et moment å vurdere i beslutningene om utvalget. Videre bør forskeren vurdere om utvalget skal være tilfeldig eller strategisk. Siden lærerne måtte oppfylle kriteriene om å delta

i SUM-prosjektet og bruke arbeidstavler i undervisningen, er studien min basert på et *strategisk* utvalg. I tillegg må forskeren sørge for at *tilgangen* til informanter er tillatt og praktisk mulig å gjennomføre (Cohen et al., 2017). Som en del av SUM-prosjektet har tilgang på informanter, samtykke og godkjenning fra Norsk Senter for Forskningsdata på forhånd blitt ordnet av ansvarlige for prosjektet.

Slik Cohen et al. (2017) uttrykker det består utvalget i *kvalitativ forskningsmetode* av typiske trekk som at det er lite og strategisk, representativiteten er irrelevant og det er vanskelig å få tilgang. Disse trekkene kom også til syne i mine vurderinger, som sammen med begrensningene av et masterprosjekt og et valg om å samle inn datamateriale fra ulike klasserom for at studien skulle være mer enn et tilfeldig eksempel, førte til en beslutning om et utvalg av fem lærere fra mellomtrinnet som var tilknyttet SUM-prosjektet. For at jeg skulle få mulighet til å undersøke kommunikasjonsmønstrenes kjennetegn måtte undervisning hvor det foregikk matematiske diskusjoner filmes, både med og uten arbeidstavler. Jeg besluttet å samle inn data fra én time med arbeidstavler og én uten i hver av de fem klassene.

I stedet for å studere fem ulike klasserom med og uten arbeidstavler, kunne jeg for eksempel ha studert fem undervisningstimer med arbeidstavler og fem uten i én klasse for å komme mer i dybden på en praksis. Selv om dette ville gitt mer dybde i ett klasserom ville det også gitt mindre variasjon. Jeg var nysgjerrig på kjennetegnene i ulike klasserom og valgte variasjon fra flere framfor dybde i ett. Uten masterprosjektets begrensninger hadde det vært gunstig med både mer data fra hvert klasserom og flere enn fem ulike. Jeg anser denne studien som verdifull for undersøkelsene av hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i ulike klasserom, og med et potensiale for undersøkelsene av undervisningstimene med og uten arbeidstavler som det kan forskes videre på.

### **3.4 Innsamling og bearbeiding av data**

I forbindelse med SUM-prosjektet samarbeidet jeg med andre forskere om å innhente data i form av videoopptak fra slutten av 2019 til starten av 2021. Opptak av undervisningstimer uten arbeidstavler ble gjennomført først. Deretter ble elevene introdusert for arbeidstavlene, og fikk tid til å bli vant med undervisningsmetoden før det ble gjort opptak. Jeg benyttet opptak av ti undervisningstimer, med og uten arbeidstavler fra hver av de fem klassene på

mellomtrinnet. Fra undervisningstimene var klasseromsdiskursen det relevante for mitt forskningsprosjekt. Se vedlegg 2 for tema i de ulike undervisningstimene.

Slik Bjørndal (2013) uttrykker det betraktes transkripsjon, der interaksjon overføres til tekst, som en vanlig første form å bearbeide videoopptak på. Når transkriptet er utarbeidet gir det videre gode muligheter for oversiktlig og systematisk arbeid med analysen, og sitatene kan enkelt klippes rett ut fra transkriptet, som igjen forenkler skriveprosessen (Bjørndal, 2013). For å undersøke kjennetegnene i kommunikasjonsmønsteret var jeg avhengig av transkripsjoner slik at jeg kunne analysere hvert enkelt utsagn fra lærer og elev. I likhet med innsamling av data var også transkripsjon av videoopptakene et samarbeid i SUM-prosjektet.

### **3.5 Analysemetode og prosess**

Merriam & Tisdell (2016) trekker frem at hensikten med analysemetoder i kvalitativ forskning er å sortere det innsamlede datamaterialet slik at det blir gjort mer oversiktlig og håndterlig. Ofte er datamaterialet i kvalitative studier omfattende, og ifølge Postholm & Jacobsen (2018) starter analyseprosessen allerede med en gang forskeren er i feltet hvor materialet samles inn.

Som en analysemetode beskriver Braun & Clarke (2006) *tematisk analyse* for å identifisere, analysere og fastslå mønstre eller temaer i et datamateriale. Ved å analysere tematisk går en i dybden og åpner opp for en detaljert organisering og beskrivelse av materialet. En kan også gå videre i analysen og tolke ulike aspekt av temaet det forskes på (Boyatzis 1998, her i Braun & Clarke 2006). Tematisk analyse blir ifølge Braun & Clarke (2006) mye brukt, men har ikke blitt likestilt med for eksempel narrativ analyse eller grounded theory. Analysemetoden er ikke viet til et eksisterende teoretisk rammeverk, og kan brukes forskjellig innenfor flere ulike teoretiske rammer. I studien hadde jeg behov for å gjennomføre en detaljert analyse av hvert enkelt utsagn for å undersøke hvilke samtaletrekk som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elever i ulike klasserom, med og uten arbeidstavler. Jeg valgte å benytte tematisk analyse som metode, da jeg anså en nøyaktig gruppering av ulike samtaletrekk som nødvendig for å kunne identifisere disse mønstrene fra undervisningstimenenes matematiske samtaler.

I tillegg benyttet jeg Drageset & Allern (2021) sine teoretiske modeller for elev- og lærerinteraksjoner som allerede definerte mønstre eller temaer for å klassifisere utsagn i form

av koder. Modellene er bygd opp av en litteraturstudie med en bredde av utsagn, som var interessant å undersøke om fungerer på empiriske data. Bjørndal (2013) beskriver at koding er grunnleggende for analyse av videomateriale, og at de som regel består av korte setninger eller fremtredende, oppsummerende eller essensielle ord for en bestemt del. Analysen er en blanding av koding, hvor jeg brukte eksisterende koder for å se om de passet, og tematisk analyse, hvor jeg lette etter nye temaer som jeg brukte for å utvikle nye koder eller justere eksisterende. Kodene består av ulike varianter av *samtaletrekk*, og utgjør en empirisk videreutvikling av Drageset & Allern (2021) sine teoretiske modeller som bidro til å finne svar på hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elever i ulike klasserom. Videre ble det brukt som et verktøy for å sammenligne undervisning med og uten arbeidstavler.

Forskningsspørsmålet for studien er: *hvilke samtaletrekk kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i matematikk mellom lærer og elever i ulike klasserom, og på hvilken måte kan bruken av arbeidstavler som en del av undervisningen ha noe å si for kommunikasjonsmønsteret?* Første del av forskningsspørsmålet utgjorde den empiriske utviklingen av de teoretiske modellene til Drageset & Allern (2021) som verktøy for å studere kommunikasjon i klasserommet. Denne delen vektlegges mest da den var interessant, ga spennende resultater og tar stor plass i analysen. Videre ble verktøyene brukt til å se etter forskjeller mellom kommunikasjonsmønsterenes kjennetegn i undervisningstimer med og uten individuelle arbeidstavler. Til sammenligning ga ikke andre del av forskningsspørsmålet like spennende resultater, da forskjellene med og uten arbeidstavler ikke var like interessante og dermed tar mindre plass i analysen. I tillegg har de studerte undervisningstimene hatt forskjellig lengde, noe som ble utfordrende i sammenligningen. Med bakgrunn i dette vektlegges andre del av forskningsspørsmålet mindre.

### **3.6 Ethiske betraktninger**

Forskningens etiske prinsipper bør ivaretas før, under og etter forskningsprosessen. Postholm & Jacobsen (2018) beskriver tre grunnleggende krav for den norske forskningsetikken vedrørende forholdet mellom forsker og informant som jeg har passet på å ivareta: *informert samtykke, krav på privatliv og krav på å bli korrekt gjengitt*. Informantene i SUM-prosjektet deltok frivillig og fikk informasjon om hensikten med prosjektet før de signerte samtykkeskjema. For informantene under 15 år var det nødvendig med foresattes samtykke

(se vedlegg 3 for samtykkeskjema). Underveis i prosessen hadde informantene når som helst mulighet til et privatliv eller å trekke seg, og i disse tilfellene skulle elevene få et likeverdig tilbud. Resultatene er gjengitt nøyaktig og anonymt, og jeg har tatt hensyn til og holdt tilbake følsom, privat eller identifiserbar informasjon for å sikre informantenes privatliv. I tillegg satt jeg meg på forhånd inn i de forskningsetiske retningslinjene for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi for å fremme god og ansvarlig forskning, som blant annet fokuserer på at forskeren skal arbeide ut fra en grunnleggende respekt for menneskeverdet og opprettholde konfidensialitet (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016).

Ifølge Norsk senter for forskningsdata (NSD) skal all forskning som innebærer at personopplysninger blir behandlet, meldes til personvernombudet for forskning. Formålet med NSD sine personverntjenester er å sørge for at forskeren har lovlig tilgang til å samle inn nødvendige data. I og med at datamaterialet i min studie er basert på videooptak måtte prosjektet meldes til personvernombudet og godkjennes (Norsk senter for forskningsdata, 2021). Dette ble gjort av hovedansvarlig for SUM-prosjektet og gjelder også for min studie (se vedlegg 4 for kvittering fra NSD).

### **3.7 Vurdering av studiens kvalitet**

For å vurdere kvaliteten av en studie bør det reflekteres rundt forskningens reliabilitet og validitet. Ifølge Cohen et al. (2017) er reliabilitet en nødvendig forutsetning for validitet, og mangel på validitet gjør forskningen verdiløs. Det er ulike krav til kvalitet ut fra hvilken forskningsmetode som benyttes, og det å være bevisst på studiens kvalitet fra start kan forsterke reliabiliteten og validiteten ved at det tas valg deretter (Cohen et al., 2017).

Postholm & Jacobsen (2018) bruker begrepene *pålitelighet* for reliabilitet og *gyldighet* for validitet, og uttrykker at de har samme betydning som de tradisjonelle begrepene som ifølge Guba (1981, her i Postholm & Jacobsen 2018) har en positivistisk opprinnelse. I dette kapitlet vil jeg drøfte studiens kvalitet på bakgrunn av kvalitativ forskningsmetode, og jeg vil i likhet med Postholm & Jacobsen (2018) benytte meg av begrepene pålitelighet og gyldighet.



### **3.7.1 Studiens pålitelighet**

Postholm & Jacobsen (2018) beskriver at refleksjonen rundt studiens pålitelighet handler om hvordan forskeren og undersøkelsen kan ha påvirket resultatet. Dette krever: «at forskeren selv reflekterer over sin påvirkning, og at forskeren gjør forskningsprosessen synlig slik at andre kan reflektere over den» (Postholm & Jacobsen, 2018 s. 224). De data som er samlet inn utgjør et lite utvalg av undervisningstimene til lærerne og elevene som er med i studien. Om noe eksternt eller internt i klasserommet kan ha påvirket undervisningen, læreren eller elevene i en grad er umulig for meg som forsker å vite. Et menneske med filmkamera som er ukjent for elevene og plutselig er i klasserommet kan påvirke både elevene og læreren i en viss grad og dermed være en trussel for påliteligheten. For å minimere denne trusselen har vi fokusert på å stå i ro i et hjørne under hele filmingen, og unngått at elevene og læreren skulle få en opplevelse av at vi «fulgte med» på dem og hva de sa. Ulik øvingstid med arbeidstavler hos de ulike klassene er en annen trussel. For å gjøre øvingstiden mest mulig identisk har lærerne fått like god tid til å øve sammen med elevene sine, samt at de har fått jevnlig oppfølging og påminnelser. Videre har jeg etter beste evne gjort rede for hele forskningsprosessen, hvordan den har foregått og hvilke valg jeg har tatt medfølgende begrunnelse, slik at også leseren selv kan vurdere studiens pålitelighet.

### **3.7.2 Studiens gyldighet**

Det er vanlig å skille mellom indre og ytre gyldighet. Indre gyldighet dreier seg om, slik Postholm & Jacobsen (2018) forklarer det, i hvilken grad virkeligheten vi påstår at vi forsker på samsvarer med de teoriene og begrepene vi bruker for å beskrive virkeligheten, samt om det er grunnlag for å kunne uttale seg om årsak og virkning (kausalitet) ut fra forskningen som er gjort. Slik jeg har tolket og analysert lærer- og elevinteraksjonene i datamaterialet mitt, har jeg kunnet plassere dem i ulike kategorier og samtaletrekk som en empirisk utvikling av teoretiske modeller som danner utgangspunktet for funnene. Alle funn jeg oppfatter som viktige i studien har blitt presentert, og alle videre beskrivelser, tolkninger og analyser er grunnet i datamaterialet. I og med at arbeidstavlene er noe nytt som har blitt innført i undervisningen, kan forskjeller undersøkes og videre danne grunnlag for gjennomføring av større prosjekt som undersøker kausalitet.

Postholm & Jacobsen (2018) beskriver den ytre gyldigheten som i hvilken grad funnene i en kontekst kan overføres til andre ikke-studerte kontekster. Med andre ord handler den ytre

gyldigheten om overførbarhet eller generalisering. Ifølge Postholm & Jacobsen (2018) er overføring i et kvalitativt perspektiv knyttet til hvorvidt leseren kan kjenne seg igjen. Funnene i min studie kan være overførbare til matematikklærere i den grad at de kan reflektere rundt egen gjennomføring av en matematisk samtale, samt videre arbeid og diskusjoner om temaet. I teksten har jeg forsøkt å gjøre arbeidet mitt transparent gjennom å beskrive forskningen og gjennomføringen. Samtidig peker jeg på fremtidige forskningsmuligheter i kapittel 5.

## 4 Analyse og diskusjon

Analyse av data fremstilles og diskuteres gjennom tre delkapitler. De to første vektlegges mest og vedrører del 1 av forskningsspørsmålet; *hvilke samtaletrekk kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i matematikk mellom lærer og elever i ulike klasserom*, mens tredje kapittel omhandler del 2 av forskningsspørsmålet; *på hvilken måte kan bruken av arbeidstavler som en del av undervisningen ha noe å si for kommunikasjonsmønsteret*? I første del presenterer jeg de ulike lærerutsagnene som var til stede i dialogen mellom lærer og elever i de studerte undervisningstimene. Del to utgjør samme prosess, men med elevutsagnene. Jeg har benyttet Drageset & Allern (2021) sine teoretiske modeller for lærer- og elevinteraksjoner for å kategorisere utsagnene, samtidig som jeg har videreutviklet og justert dem med bakgrunn i observasjonene. Innenfor hver kategori presenteres observerte varianter av samtaletrekk med eksempler og andre karakteristiske trekk. Del tre viser relevante funn fra sammenligning av undervisningstimene med og uten arbeidstavler. Resultatene diskuteres underveis i delkapitlene og forankres i annen empirisk teori og teoretiske overveielser. Hvert eksempel på utsagn er direkte sitat og de viktigste utsagnene for hver kategori vises i kursiv. Lærer og elever er anonymisert ved at navnene er byttet ut.

### 4.1 Lærerinteraksjoner

#### 4.1.1 Fortelle eller informere elevene

I undervisningstimene observerte jeg fire varianter av samtaletrekk fra lærerinteraksjonene som går ut på å fortelle eller informere elevene: *informere*, *demonstrere*, *fortelle* og *validere*.

Interaksjoner som går ut på at læreren *informerer* elevene utgjør den første varianten. Utsagn 1 er hentet fra en sekvens der elevene arbeider med utregning av en kube.

Lærer: *Nå har jeg lyst at dere, dere vet hva svaret var på en sideflate. Nå kan det hende at det blir litt vanskelig. Dere skal finne (...) dere skal finne ut hva overflaten av hele kubene er nå. Og dere skal vise hvordan dere kommer frem til det. Tar litt tid (...) men dere skal og vise, ikke bare skrive et svar, dere skal vise meg, også vise regnemethoden.*

Utsagn 1: Informere

I utsagnet informerer læreren elevene om at de har funnet svaret på hvor stor én sideflate av kuben er, og at neste steg er å finne overflaten av hele kuben. Videre informerer læreren om at elevene må vise utregningen. Innholdet i informasjonen handler i liten grad om å lære elevene noe, men mer å informere om det matematiske som skal foregå. Utsagn 1 er et eksempel på informasjon om hva og hvordan noe skal gjennomføres. Å informere kan også gå ut på å gi opplysninger om tema eller spesifikke opplysninger om en oppgave.

Å *demonstrere* utgjør neste variant av å fortelle eller informere elevene. Utsagn 2 er hentet fra en tavlegjennomgang av en brøkoppgave om seksti tulipaner i forskjellige farger som elevene har arbeidet med.

Lærer: *Ja. Mm. Men det går an å si tre tolvdelers også, for hvis man deler (...), deler det her inn og inn og inn så blir det tre tolvdelers. Hvordan skal jeg, kan jeg vise det. Skal vi se. Hvis vi gjør sånn, hvis dere henger med nå. Så skal jeg bare prøve å forklare det. For vi fant jo ut at halvparten var gul og halvparten var ikke gul. Også skulle dere jo ha en tredel her, da måtte dere jo dele inn den i tre på en måte. Og da, hvis vi da deler den også samtidig, men at vi sier bare liksom at det er tre tredelers. For det er jo fortsatt både halvparten. Ja. Også fant vi ut at de var rød. Da vet vi jo at alle de her er gul. Og så hvis vi deler hver av de her i to, ser dere det? Så får vi at en var rosa og resten var hvit. Og da kan vi på en måte dele de her inn også, (...) dele de også i to siden vi delte de i to. Og da ser dere at tre av alle de tolv delene er hvit. Mange ting å holde orden på. Ja. Bra.*

*Utsagn 2: Demonstrere*

Læreren forteller og tegner hvordan man kan dele opp en sirkel for å vise at tre tolvdelers av tulipanene er hvite. Først deler læreren sirkelen i to, så hver del i tre, og deretter alle delene i to, og poengterer samtidig fargene for de ulike delene. Utsagnet er typisk for denne varianten av samtaletrekk som går ut på at læreren demonstrerer hvordan en oppgave eller spesifikk utregning kan gjennomføres. Interaksjonene går ut på å fortelle og vise elevene noe matematisk, og som regel brukes tavla som verktøy.

Den tredje varianten handler om å *fortelle* elevene hva som er rett eller galt. Utsagn 3 er hentet fra en gjennomgang av regnestykket firehundre og sekstifem delt på tre. Der læreren forteller er teksten satt i kursiv.

Lærer: Hundre og fem minus nitti, da er det femten igjen og da er det tilbake til fem på hver. Og da får jeg minus femten. Og null. Hvor mye får jeg til svar her?

Even: Det samme som i stad, hundre og femtifem.

Lærer: Hundre og femtifem. *Så uansett hvordan vi deler det opp, eller hvordan vi velger å dele pengene, så får vi det samme svaret. Men så er det noen måter som er lurere å gjøre.. altså, noen måter som gjør oppgaven kortere. Det er som Ida sa, at hvis jeg begynner med én og én krone så kan jeg jo bruke hele boka før jeg kommer meg gjennom.*

#### *Utsagn 3: Fortelle*

I eksemplet bekrefter læreren at svaret på regnestykket er hundre og femtifem. Deretter forteller læreren at uansett hvordan regnestykket deles opp står man igjen med det samme svaret, men at noen måter er lurere enn andre for å ikke gjøre oppgaven så lang. Læreren forteller elevene hva som er riktig gjennom en kort konklusjon, noe som er typisk for denne varianten som også inneholder utsagn av typen korte forklaringer eller avklaringer der læreren forteller hva som er rett eller galt. Det som skiller å fortelle fra å demonstrere er at læreren, gjennom korte forklaringer eller konklusjoner, forteller elevene noe matematisk, mens demonstrasjon både går ut på å fortelle og vise en hel forklaring eller fullføre en oppgave gjennom flere ledd.

Å *validere* elevenes svar utgjør den siste varianten av å fortelle eller informere elevene.

Utsagn 4 er hentet fra gjennomgangen av en oppgave hvor elevene skulle finne trettifem prosent av trehundre kroner.

Lærer: Hvordan fant dere den siste fem-prosenten? (...) Ada hvordan fant dere den siste fem-prosenten?

Ada: Hvis ti prosent er tretti, så vil da halv, så vil da fem prosent være halvparten av tretti.

Lærer: Og da er det?

Ada: Femten.

Lærer: *Ja. (...) Bra.*

#### *Utsagn 4: Validere*

I eksemplet ber læreren en elev om å forklare hvordan gruppa regnet for å finne den siste fem-prosenten. Etter elevens forklaring spør læreren hva det blir, og får femten til svar. Læreren bekrefter eller validerer svaret ved å si «Ja. Bra», som er et kort utsagn uten forklaring og

representerer typiske utsagn for samtaletrekket. Validerende utsagn informerer om at svar og forklaringer er korrekt, og fungerer som en konklusjon eller avslutning.

Samtaletrekket *informere* handler om at læreren gir informasjon om hva og hvordan noe skal gjennomføres, *demonstrere* handler om å fortelle og vise noe matematisk, *fortelle* handler om å formidle hva som er rett og galt gjennom korte forklaringer eller konklusjoner, og *validere* handler om å bekrefte elevenes svar og forklaringer som en avslutning eller konklusjon. Alle disse samtaletrekkene går ut på at læreren er den som vet og deler sin kunnskap på ulike måter, og utgjør til sammen den mer generelle kategorien fortelle eller informere elevene. Samtaletrekkene utfyller hverandre med måten og mengden det fortelles eller informeres på, der validering gir informasjon på et lavt nivå ved å kun bekrefte svar og forklaringer, mens demonstrasjon gir utfyllende informasjon på et høyt nivå om hvordan noe gjøres gjennom flere steg. Selv om validering gir liten grad av informasjon, forekommer det ofte i diskusjonene at læreren bekrefter elevsvar og forklaringer. Kazemi & Hintz (2019) sin samtalestruktur hvor læreren definerer og oppklarer matematiske verktøy, representasjoner eller begreper for elevene handler i likhet med å informere, demonstrere, fortelle og validere, om at læreren formidler noe den vet. Utsagn hvor læreren validerer og informerer var til stede i alle undervisningstimene, mens utsagn som går ut på å fortelle var til stede i ni av ti. Derimot var utsagn hvor læreren demonstrerer kun til stede i fire av ti undervisningstimer.

Slik Drageset & Allern (2021) beskriver kategorien *fortelle eller informere elevene*, består den av interaksjoner for hvordan læreren deler innsikt i hvordan eller hvorfor noe gjøres, eller forteller elevene hva som er rett eller galt. I modellen presenterer Drageset & Allern (2021) to støttende samtaletrekk for kategorien. Det første er å *informere og foreslå* (Ponte & Quaresma, 2016) som handler om å introdusere informasjon, komme med forslag, presentere argumenter eller validere elevenes svar, mens det andre samtaletrekket er å *demonstrere* hvordan noe gjøres (Drageset, 2014). De observerte samtaletrekkene *informere* og *validere* er lik to av elementene fra det støttende samtaletrekket til Ponte & Quaresma (2016), *informere* og *foreslå*, som handler om nettopp det å introdusere informasjon og bekrefte elevsvar. Å *validere* kan også ses i sammenheng med Alrø & Skovsmose (2002) sin samtalekvalitet evaluere, som blant annet kan bestå av bekreftelse eller ros. Et av de andre observerte samtaletrekkene, *demonstrasjon*, er likt det støttende samtaletrekket til Drageset (2014) med samme navn.

Et samtaletrekk som derimot ikke finnes i Drageset & Allern (2021) sin modell er å *fortelle*. Det har noen likhetstrekk med de to elementene komme med forslag eller presentere argumenter fra Ponte & Quaresma (2016) sitt støttende samtaletrekk informere og foreslå, da å argumentere for eller foreslå noe på en måte kan fortelle elevene hva som er rett. Likevel blir det ikke helt det samme som å komme med en kort forklaring eller konklusjon om hva som er riktig, slik samtaletrekket fortelle går ut på. Etter min vurdering hører samtaletrekket til i kategorien fortelle eller informere, da det består av interaksjoner der læreren forteller elevene hva som er rett eller galt, som også er en del av Drageset & Allern (2021) sin beskrivelse av kategorien. Sett bort fra disse ulikhetene dekker både de støttende og observerte samtaletrekkene samme kategori med fokus på å fortelle og informere, og av den grunn benytter jeg meg av kategorien tross de små ulikhetene.

#### 4.1.2 Støtte eller lede elevene mot et svar

Ved å studere undervisningstimene observerer jeg to varianter av samtaletrekk fra lærerinteraksjonene som går ut på å støtte eller lede elevene mot et svar: *lede gjennom spørsmål* og *bekreftende underveis*.

Å *lede gjennom spørsmål* utgjør den første varianten. Utsagn 5 er hentet fra en gjennomgang av oppgaven to komma fire delt på tre.

Lærer: *Men to komma fire, det er tjuefire?*

Max: Tideler.

Lærer: Det er tjuefire tideler. (...) To komma fire er tjuefire tideler. (...) Ja vel. *Så hvis jeg har tjuefire tideler som jeg skal dele på tre, så ender jeg opp med å få åtte hva for noe?*

Hege: Tideler.

Lærer: Tideler ja. To komma fire, det er tjuefire tideler.

*Utsagn 5: Ledende gjennom spørsmål*

Læreren starter med å stille spørsmålet «to komma fire, det er tjuefire?», som forenkler oppgaven og leder elevene mot svaret «tideler». Det samme skjer i neste spørsmål hvor læreren spør hva slags åtte han ender opp med hvis han har tjuefire tideler som skal deles på tre. Læreren leder elevene mot svaret ved å stille spørsmål som forenkler oppgaven, og er et typisk eksempel på utsagn for dette samtaletrekket. Utsagnene består også av spørsmål som forenkler oppgaven i større eller mindre grad. Felles for spørsmålene er at de gjør oppgaven

eller problemet lettere, slik at elevene får hjelp til å komme seg videre mot et svar eller en strategi.

Den andre varianten av å støtte eller lede elevene mot et svar går ut på å *bekreft* *underveis* i en forklaring. Utsagn 6 er hentet fra gjennomgangen av en brøkoppgave om seksti tulipaner i forskjellige farger som elevene har arbeidet med.

Sara: Vi tenkte vi skulle ta halvparten av seksti.

Lærer: *Ja*.

Sara: Som er tretti.

Lærer: *Ja*.

Sara: Og da betyr det at den andre halvparten også er tretti.

Lærer: *Ja*. Fordi tretti pluss tretti er seksti.

Sara: Ja.

Lærer: *Ja*.

Sara: Og halvparten av tretti er jo ti.

Lærer: *Ja*.

Sara: Nei, en tredel av tretti er ti.

Lærer: En tredel av tretti er ti. Okay. Så da vet vi at det var, ehm tretti gule, også vet vi at det var ti røde.

*Utsagn 6: Bekrefte underveis*

Eksemplet viser en elev som forklarer hvordan gruppa har tenkt for å finne ut hvor mange av tulipanene som var røde. Underveis i forklaringen svarer læreren «ja» flere ganger, for å bekrefte eller anerkjenne eleven sin forklaring. Den siste gangen bekrefter læreren selv om eleven sier noe som er feil, men eleven retter seg selv med en gang og læreren validerer. Felles for utsagnene i denne varianten er at de består av korte og konkrete bekræftelsesord som læreren bruker underveis i en elev sin forklaring for å støtte eller anerkjenne at eleven er på rett spor. Å bekrefte underveis har likhetstrekk med å validere, men er likevel ikke det samme siden det går ut på å støtte og oppmuntre til å fortsette videre, mens å validere går ut på at læreren forteller eleven om svaret er korrekt og avslutter diskusjonen. Forskjellen er prinsipielt viktig, men kan av og til være vanskelig å skille.

Samtaletrekket *lede gjennom spørsmål* handler i ulik grad om å hjelpe elevene fremover mot et svar ved å stille spørsmål, og *bekreft underveis* handler om å støtte elevene i at de er på



riktig vei og dermed oppmuntre dem til å fortsette videre. Begge samtaletrekkene går ut på å bidra til at elevene skal komme frem til et svar, med ulik grad av støtte eller hjelp. Å bekrefte underveis handler i størst grad om å støtte elevene i at de er på riktig vei, som kan ha en motiverende effekt til å fortsette videre. Ved å lede gjennom spørsmål påvirkes derimot elevenes prosess med å komme seg videre i større grad. Samtaletrekkene utfyller hverandre og utgjør til sammen den mer generelle kategorien om å støtte eller lede elevene mot et svar. Utsagn hvor læreren bekreftet underveis var til stede i åtte av ti undervisningstimer, mens utsagn der læreren ledet gjennom spørsmål var til stede i samtlige timer.

Kategorien *støtte eller lede elevene mot et svar* blir beskrevet at Drageset & Allern (2021) som interaksjoner der læreren, uten å konkludere eller avslutte, hjelper elevenes fremgang mot et svar. Det presenteres syv samtaletrekk som Drageset & Allern (2021) anser som støttende for kategorien. Det første er å *støtte og veilede* gjennom spørsmål og observasjoner som peker i riktig retning (Ponte & Quaresma, 2016). Videre presenteres *åpen fremdrift*, *lukket fremdrift* og *forenkle* (Drageset, 2014), som er spørsmål eller hint med ulik grad av støtte, der forenkling gir mest støtte ved å gi hint eller ledende spørsmål som reduserer oppgavens kompleksitet. De tre siste støttende samtaletrekkene er *veiledet algoritmisk resonnement* (Lithner, 2008), *traktmønster* (Wood, 1998) og *topaze-effekt* (Brousseau & Balacheff, 1997) som Drageset & Allern (2021) relaterer til lærerdominerte mønstre i likhet med forenkling.

Det observerte samtaletrekket *lede gjennom spørsmål* ligner på samtlige av de støttende samtaletrekkene, bortsett fra *åpen fremdrift* (Drageset, 2014) som jeg ikke observerte i mine data. Spørsmålene som ble stilt var av typen lukket fremdrift eller spørsmål som forenkler oppgaven, noe som gjør at de ligner på de seks resterende samtaletrekkene som går ut på å hjelpe elevene mot en foretrukket vei. Varianten kan ha likhetstrekk med Fraivillig et al. (1999) sin komponent støtte hvor læreren blant annet kan minne elevene om lignende problemer de har arbeidet med, som også kan forbindes med å hjelpe elevene fremover.

Samtaletrekket som går ut på å *bekrefte underveis* eksisterer ikke i Drageset & Allern (2021) sin modell. Ut fra mine observasjoner av de ulike lærerinteraksjonene, mener jeg at det på lik linje med å lede gjennom spørsmål hører hjemme i kategorien å støtte eller lede elevene mot et svar, da lærerens bekræftelser underveis støtter elevens forklaringer og formidler at de er på riktig vei, samtidig som det kan motivere elevene til å fortsette videre. Til tross for at jeg i mine data ikke finner interaksjoner som handler om å støtte gjennom åpen fremdrift, og at jeg

utviklet samtaletrekket bekrefte underveis, benytter jeg meg av kategorien. Dette fordi jeg anser de observerte samtaletrekkene som tilstrekkelige for Drageset & Allern (2021) sin beskrivelse som handler om at læreren hjelper elevene fremover mot et svar. Slike interaksjoner gjør at læreren styrer samtalen aktivt og kan føre til et mønster der læreren snakker annenhver gang slik som IRE (Cazden, 1988).

### 4.1.3 Fokusere på detaljer av betydning

Jeg observerte to varianter av samtaletrekk fra lærerinteraksjonene som går ut på å fokusere på detaljer av betydning: *gjenta eller omformulere* og *oppsummere*.

Den første varianten utgjør *gjentakelser eller omformuleringer*. Utsagn 7 er hentet fra en diskusjon om en mønsterrekke av «emojier» som går fra sur munn til rett strek.

Lærer: Ja. Hvis det skulle repetert seg, hvordan burde jeg vist dette mønsteret da? Hvis jeg ville at det skulle bli surt igjen? Vetle?

Vetle: Tegnet to ganger på rad.

Lærer: Ja, *jeg kunne tegnet det på nytt igjen*.

*Utsagn 7: Gjenta eller omformulere*

Eksemplet viser en lærer som stiller spørsmål om hvordan han burde ha vist mønsteret hvis meningen var at det skulle repeteres, og en elev svarer «tegnnet to ganger på rad». Først validerer læreren svaret med å si ja, og omformulerer det deretter ved å si «jeg kunne tegnet det på nytt igjen». Læreren ser på eleven sitt svar som betydningsfullt og gjentar det i en omformulert versjon for å få elevene til å dvele ved det, samtidig som den nye formuleringen kan gi mer mening for enkelte. Samtaletrekket består av slike utsagn der læreren, som et direkte svar på et elevutsagn, belyser viktige detaljer, passer på at alle får svaret med seg og gjør det mer forståelig, enten ved å omformulere eller å gjenta direkte.

Lærerutsagn som går ut på å *oppsummere* det viktigste fra elevenes utsagn utgjør den andre varianten av å fokusere på detaljer av betydning. Utsagn 8 er hentet fra en diskusjon om hvordan regnestykket firehundre og nittiseks delt på seksten kan løses.

Lærer: Da har jeg åtti igjen. Fortsatt har jeg noe igjen. (...) Hvor mye vet jeg at jeg kan gi dere hver hvis jeg har åtti igjen? Dere er fortsatt seksten. Hvor mye er du helt sikker på at dere kan få hver? Ja?

Hans: Fem. For at, jeg tenkte at, ehm, hvis man ganger seksten med ti så blir det hundre og seksti.

Lærer: Ja.

Hans: Og hvis du deler det, ehm, ehm, hundre og seksti. Så blir det fem, hvis det går an å si, sånn at man liksom ganger med fem.

Lærer: Ja.

Hans: For at halvparten av ti er fem.

Lærer: Ja.

Hans: Og ti ganger seksten er hundre og seksti. Så halvparten vil bli åtti da.

Lærer: Så du vil si fem her?

Hans: Ja.

Lærer: *For fem ganger seksten er åtti. Da gikk, da gikk du veien om at å si at jeg vet at ti ganger seksten er hundre og seksti. Og da må fem ganger seksten være halvparten av hundre og seksti, og det er åtti. Bra Hans.*

*Utsagn 8: Oppsummere*

Eksempelet viser en lærer som spør elevene hvor mye hver av de seksten kan få når det er åtti igjen. En elev svarer fem og forklarer videre hvordan han har tenkt samtidig som læreren bekrefter underveis. Når eleven er ferdig med forklaringen sin og har bekreftet for læreren at svaret er fem, gjentar læreren det viktigste fra forklaringen for å legge fokus på detaljene og få elevene til å dvele ved dem. Først oppsummerer læreren med å si at fem ganger seksten er åtti, og fortsetter å oppsummere elevforklaringen ved å si at ti ganger seksten er hundre og seksti, så da må fem ganger seksten være halvparten av hundre og seksti, altså åtti. Eksemplet er typisk for kategorien som består av utsagn der læreren oppsummerer det viktigste fra en forklaring eller diskusjon for å tydeliggjøre og legge fokuset på viktige detaljer som alle burde bemerke seg, og for å se til at alle har fått det med seg. Det som skiller oppsummering fra å gjenta eller omformulere, er at læreren oppsummerer ved å belyse det viktigste fra en kompleks idé med flere trinn, og gjentar eller omformulerer derimot ved å belyse et enkelt utsagn eller spesifikk detalj. Læreren kan også oppsummere ved å ta opp tråden på noe som ble sagt ved en tidligere diskusjon.

Samtaletrekket *gjenta eller omformulere* handler om at læreren setter betydningsfulle elevutsagn eller detaljer i fokus, og *oppsummere* handler om at læreren belyser de viktigste detaljene fra en lengre diskusjon eller forklaring med flere trinn. I begge variantene tar læreren i bruk elevutsagn og vektlegger detaljene de anser som viktig at alle elevene får med seg og forstår, og som de ønsker at elevene skal dvele ved. Til sammen utgjør *gjenta eller omformulere* og *oppsummere* den mer generelle kategorien som går ut på at læreren fokuserer på detaljer av betydning som et direkte svar på elevutsagn. Åtte av ti undervisningstimer inneholdt utsagn der læreren gjentok eller omformulerte, og seks av ti inneholdt utsagn hvor læreren oppsummerte.

Slik Drageset & Allern (2021) beskriver kategorien *fokusere på detaljer av betydning* baserer den seg på elevinteraksjoner og handler om å legge vekt på det de synes er viktig under en dialog. Som støttende samtaletrekk presenteres *poengtere det viktigste* og *oppsummere* (Drageset, 2014), *gjenta/omformulere* (O'Connor & Michaels, 1993) og *koble sammen* (Rowland et al., 2005). Den observerte varianten *gjenta eller omformulere* er likt det støttende samtaletrekket med samme navn fra O'Connor & Michaels (1993), og varianten *oppsummere* er likt det støttende samtaletrekket til Drageset (2014) med samme navn. Et alternativ til de observerte variantene kan være det støttende samtaletrekket *poengtere det viktigste* fra Drageset (2014) som kan relateres til begge da de handler om å belyse viktige detaljer, og kan fungere som en slags sammenslått variant av å *gjenta eller omformulere* og *oppsummere*.

Chapin et al. (2013) sitt samtalegrep *gjenta* kan brukes for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre en idé, og Alrø og Skovsmose (2002) sin kvalitet reformulere handler om å *gjenta*, utfylle eller parafrasere. Begge disse kan relateres til det observerte samtaletrekket *gjenta eller omformulere* som går ut på nettopp det å legge fokus på viktige detaljer ved å *gjenta* eller modifisere elevenes utsagn. I tillegg kan Chapin et al. (2013) sitt samtalegrep *repetere sammenlignes* med den observerte varianten *oppsummere*, da begge går ut på å *gjenta* viktige deler av en kompleks idé for å få elevene til å dvele ved det og senke hastigheten på samtalen. I mine data observerte jeg i tillegg interaksjoner som går ut på å *koble sammen* (Rowland et al., 2005), men jeg anser de til å høre hjemme i kategorien *bruke, utvide eller utfordre elevideer*. Dette fordi jeg betrakter det å sammenligne ideer som å bruke de for å utvide elevtenkning eller utfordre elevene til å se etter sammenhenger. Se samtaletrekket *analysere og sammenligne* i kapittel 4.1.5. Til tross for det overførte samtaletrekket benytter jeg meg av kategorien, da jeg anser de observerte samtaletrekkene som dekkende for Drageset & Allern (2021) sin beskrivelse av kategorien som baseres på

elevinteraksjoner og handler om å legge vekt på det viktige under en dialog.

#### 4.1.4 Få tilgang til og dele elevtenkning

I undervisningstimene observerte jeg fire varianter av samtaletrekk som handler om å få tilgang til og dele elevtenkning: *lokke eller be om svar eller forslag, be om avklaring, be om begrunnelse og be om forklaring.*

Å *lokke eller be om svar eller forslag* på en oppgave utgjør den første varianten. Utsagn 9 er hentet fra en gjennomgang av en oppgave der elevene skulle finne ut hva de må betale for ei skjorte som koster femhundre kroner hvis de får tjue prosent i rabatt.

Lærer: Mm. (...) *Få se på. Okay. Hvordan tenkte, få se tavlen. (9s) Få se tavlene deres Klara og Amalie. (5s) Ja de ser ikke likedan ut. Det er interessant. (5s) Hold opp Markus. (...) Ehm, Ida. Hold opp tavlen din en gang til. Ser dere hva, hva som står på Ida sin tavle? Kan du fortelle oss det, Ida?*

Ida: Ehm, tjue prosent er det samme som en femdel.

*Utsagn 9: Lokke eller be om svar eller forslag*

Læreren ber elevene om å vise frem tavlene sine for å få oversikt over alle svarene. Deretter spør læreren en elev om hun kan fortelle hva hun har skrevet, og oppfordrer samtidig resten av elevene til å se på elevens tavle. I eksemplet lokker eller ber læreren om svar eller forslag både ved å be elevene om å snu tavlene og å be en elev om å fortelle hva hun har skrevet. Samtaletrekket består også av liknende utsagn hvor læreren stiller spørsmål til alle elevene, venter til noen rekker opp hånda og velger ut en som skal svare.

Den andre varianten går ut på å *be om avklaring*. Utsagn 10 er hentet fra en gjennomgang av regnestykket fem komma seks delt på åtte.

Noah: Jeg tenker egentlig ganske likt som vi gjorde i stad.

Lærer: Ja.

Noah: Og tar da femtiseks delt på åtte.

Lærer: Ja.

Noah: Som blir sju. (...) Fordi..

Lærer: *Så er svaret her sju?*

Noah: Nei, svaret da blir null komma sju.

Lærer: Og hvorfor blir det det, Noah?

Noah: Fordi det er femtiseks tideler.

*Utsagn 10: Be om avklaring*

I eksemplet forklarer en elev hvordan han har tenkt for å løse regnestykket. Midt i eksemplet pauser eleven forklaringen sin i noen sekunder etter han har sagt «som blir sju». Eleven fortsetter med «fordi», men sier ikke noe mer. Læreren stiller spørsmålet «så er svaret her sju?» for å få avklart om eleven mener at det er svaret. Eleven svarer nei på spørsmålet, og forteller at svaret blir null komma sju. Samtaletrekket defineres av slike utsagn der læreren stiller avklarende spørsmål for å få bekreftet om han/hun har forstått eleven riktig. I tillegg defineres det av utsagn der læreren ber elevene om å gjenta seg selv når de prater for lavt eller er vanskelig å forstå.

Å *be om begrunnelse* utgjør tredje variant av å få tilgang til og dele elevtenkning. Utsagn 11 er hentet fra en diskusjon om tideler og tusendeler.

Lærer: Det er ni tusendeler. Er, er tusendelene større eller mindre enn tidelene? (...) Vil du ha en tusendel Iben, eller vil du ha en tidel?

Iben: Tidel.

Lærer: *Hvorfor det?*

Iben: Fordi, hvis man deler noe i, ehm, tusen biter, så vil jo hver bit bli mindre.

Lærer: Ja.

Iben: Enn hvis du deler i ti.

Lærer: Ja. Helt sant.

*Utsagn 11: Be om begrunnelse*

Eksemplet viser en lærer som spør en elev om hun vil ha en tusendel eller en tidel. Eleven svarer tidel, og da ber læreren om begrunnelse ved å spørre hvorfor for å få tilgang til tankene

og argumentene som eleven baserer svaret på. Eleven begrunner svaret sitt med å si at hvis man deler noe i tusen biter så vil hver bit bli mindre enn hvis man deler i ti. Typisk for dette samtaletrekket er slike utsagn der læreren ber elevene om å argumentere for svaret sitt eller valgt metode.

Den siste varianten inneholder utsagn der læreren *ber elevene om forklaring* på hva et konsept eller en idé betyr, eller hvordan de kom frem til svaret sitt. Utsagn 12 er hentet fra gjennomgangen av en oppgave elevene har arbeidet med, der de skulle finne ut hva de må betale for ei skjorte som koster femhundre kroner hvis de får tjue prosent i rabatt.

Lærer: Albert, dere gjorde noe annet enn det igjen?

Albert: Ehm, vi fant hvor mye det blir i rabatt.

Lærer: Ja, *hvordan fant du det?*

Albert: Ehm, vi delte femhundre på ti.

Lærer: For da fant du?

Albert: Ti, ehm, ti prosent.

Lærer: Ja.

Albert: Også ganget vi det med to, som blir hundre.

Lærer: Så ganget du det med to som ble hundre. Hva gjorde du med hundre da?

Albert: Ehm, hundre tok jeg vekk fra femhundre.

*Utsagn 12: Be om forklaring*

I eksemplet starter læreren med å spørre en elev hva gruppa hans gjorde, og får til svar at de fant rabatten. Videre ber læreren om en forklaring på hvordan rabatten ble funnet, og får en beskrivelse fra eleven der de delte femhundre på ti og ganget med to som blir hundre, og at de deretter fjernet hundre fra femhundre. Læreren ber om forklaring på hvordan elevene kom frem til svaret sitt, som er typisk for samtaletrekket. Andre typiske utsagn går ut på at læreren ber om forklaring på hva et konsept eller en idé betyr.

Samtaletrekket *lokke eller be om svar eller forslag* handler om å invitere elevene til å dele ideene sine eller svare på en gitt oppgave, *be om avklaring* handler om å få oppklaring i noe som er utydelig, *be om begrunnelse* handler om å få tilgang til elevenes argumenter for hvorfor et svar er riktig eller en metode fungerer, og *be om forklaring* handler om å få tilgang til elevenes tanker om hvordan de kom frem til svaret sitt eller hva en idé eller et konsept betyr. Alle disse samtaletrekkene handler om ulike måter læreren forsøker å få elevene til å

dele tankene og ideene sine på, som et grunnlag for videre dialog og diskusjon. Ved å be om begrunnelse og be om forklaring søker læreren tilgang til elevtenkning på et høyere nivå enn det å lokke eller be om svar eller forslag gjør, da det å argumentere for eller forklare noe høyt krever at elevene resonnerer mer enn om de bare kommer med et svar. Å be om avklaring handler om å få tilgang til elevenes tanker på et lavt nivå, gjerne bare korte og enkle utsagn der eleven bekrefter, avkrefter eller gjentar seg selv. Utsagn som handler om å lokke eller be om svar eller forslag, be om avklaring og be om forklaring var til stede i alle studerte undervisningstimer, og utsagn som går ut på å be om begrunnelse var til stede i syv av ti.

Slik Drageset & Allern (2021) beskriver kategorien *få tilgang til og dele elevtenkning*, handler den om interaksjoner der læreren fokuserer på å få elevene til å dele tankene og ideene sine i klasseromsdiskursen. I modellen presenteres de fire støttende samtaletrekkene *lokke frem elevenes tanker* (Fraivillig et al., 1999), *invitere* elevene til å komme med forslag eller ideer (Ponte & Quaresma, 2016), få elevene til å *belyse detaljene* om hvordan de kom frem til ideen eller svaret sitt og *be om begrunnelse* (Drageset, 2014). Den første varianten jeg observerte, *lokke eller be om svar eller forslag*, kan relateres til de to støttende samtaletrekkene *invitere* elevene til å komme med forslag eller ideer og *lokke frem elevenes tanker*, som alle handler om at læreren forsøker å få elevene til å dele tankene og ideene sine. Det andre steget i Smith & Stein (2011) sitt rammeverk, *overvåke*, går ut på at læreren sirkulerer rundt i klasserommet for å følge med på elevenes arbeid i grupper. Elevarbeidet og overvåkingen kan være en måte å lokke frem elevenes tanker på, da gruppearbeid genererer samtaler som læreren kan lytte til og på den måten få oversikt over ideene og strategiene elevene bruker. I tillegg kan Kazemi & Hintz (2019) sin samtalestruktur åpen strategideling relateres til å lokke frem elevtenkning, da den går ut på å få elevene til å dele så mange strategier som mulig for å vise at det finnes store spektre av ulike løsninger som grunnlag for videre diskusjon og arbeid.

Videre er den observerte varianten *be om begrunnelse* lik det støttende samtaletrekket til Drageset (2014) med samme navn. Kazemi & Hintz (2019) sin målrettede samtale «*hvorfor? La oss begrunne*» har likhetstrekk med å be elevene om begrunnelse, da begge handler om at elevene skal kunne forklare hvorfor en strategi fungerer. Både det observerte samtaletrekket *be om forklaring* og det støttende samtaletrekket til Drageset (2014) *belyse detaljer*, handler begge om å få elevene til å forklare hvordan de kom frem til ideen eller svaret sitt, men å be om forklaring handler i tillegg om å forklare hva en idé eller et konsept betyr. Samtaletrekket *be om avklaring* eksisterer ikke i Drageset & Allern (2021) sin modell. Ut fra observasjonene mine av de ulike lærerinteraksjonene anser jeg at det på lik linje med å lokke eller be om svar



eller forslag, be om forklaring og be om begrunnelse, hører hjemme i kategorien få tilgang til og dele elevtenkning, da det handler om å få oppklaring i og dermed tilgang til elevenes tanker. Selv om jeg har observert flere samtaletrekk enn de som Drageset & Allern (2021) presenterer i modellen sin, vil jeg likevel bruke samme kategori, da alle observerte samtaletrekk handler om måter læreren forsøker å få elevene til å dele tankene og ideene sine på.

#### 4.1.5 Bruke, utvide eller utfordre elevideer

Jeg observert tre varianter av samtaletrekk som går ut på å bruke, utvide eller utfordre elevenes ideer: *analysere og sammenligne*, *generalisere* og *involvere andre*.

Den første varianten handler om å *analysere og sammenligne* elevideer. Utsagn 13 er hentet fra en diskusjon om tallrekker der to elever har forklart mønsteret i rekka på ulike måter.

*Lærer: Okay, så du gjorde det andre veien. Ina tenkte fire pluss tre er syv, minus en er seks, la til. Preben prøvde å se systemet den veien. Åtte pluss en er ni, minus tre er seks. Pluss en, minus tre. Interessant. Så dere den? Pluss tre, minus en, pluss tre, minus en, pluss tre.*

*Utsagn 13: Analysere og sammenligne*

Starten av utsagnet viser en lærer som sammenligner elevforklaringer ved å si at en elev «gjorde det andre veien», og sikter til en annen forklaring. Deretter oppsummerer læreren den første forklaringen, gjentar sammenligningen ved at eleven så systemet motsatt vei og oppsummerer den andre forklaringen. Videre analyserer læreren mønstrene og sammenligner forklaringene igjen ved å si «pluss en minus tre» og «pluss tre, minus en». I dette utsagnet analyserer læreren elevene sine forklaringer og definerer forskjellene mellom dem, som er typisk for dette samtaletrekket som går ut på å analysere og sammenligne elevene sine svar, ideer eller forklaringer, eller be elevene om å gjøre det.

Å *generalisere* elevenes ideer utgjør neste variant. Utsagn 14 er hentet fra en diskusjon etter at elevene har vist frem tegningene av en kube på arbeidstavlene sine.

Lærer: *Joda, men. Dere ser, er det noe som er likt hos nesten alle, her? Kan dere finne en lik, jeg ser noe når jeg ser rundt her, men klarer dere også se en lik ting? Michelle og Amelia, snu. Nei rekk opp hånda, så kan dere få komme med forslag. Det er en ting som er likt hos nesten alle når jeg ser. Emilie har du et forslag?*

*Utsagn 14: Generalisere*

Utsagnet viser en lærer som er ute etter å få elevene til å finne likheter mellom alle som har tegnet kubene riktig, og dermed utfordre dem til å finne ut hva som definerer en kube. Ved å si «er det noe som er likt hos nesten alle her» utfordrer læreren elevene til å trekke en generell slutning ut fra tegningene. Felles for utsagnene som handler om å generalisere er nettopp dette at læreren, enten ved å utfordre elevene eller påpeke det selv, trekker generelle slutninger blant elevenes svar, ideer eller forklaringer.

Den tredje varianten av å bruke, utvide eller utfordre elevideer handler om å *involvere andre* i en elevidé. Utsagn 15 er hentet fra en diskusjon om mønsterrekker, der en elev har svart hva som er neste mønster i rekka. Eleven har riktig antall prikker i mønsteret, men har ikke stilt de på rekke slik som resten av prikkene er.

Lærer: *Ville dere vært enig i at Mia sitt svar følger mønsteret eller ikke? Viljar, hva tenker du?*

Viljar: Jeg synes ikke hun følger mønsteret.

Lærer: Hvorfor ikke?

Viljar: Fordi en av prikkene er under.

Lærer: *Mm. Men regelen Nina foreslo var jo pluss en i hver, for hver gang, legge til en prikk hver gang. Må man ha med her at de skal legges på rekke også?*

Even: Nei.

Lærer: Tina?

Tina: Ja, jeg synes det, fordi det ville jo sett litt rart ut hvis det skulle vært sånn en, to, også.. også.. det synes jeg ser litt rart ut.

*Utsagn 15: Involvere andre*

I eksemplet spør læreren «Ville dere vært enig i at Mia sitt svar følger mønsteret eller ikke?», og involverer dermed de andre elevene i Mia sin idé. Videre spør læreren Viljar hva han tenker om ideen, som svarer at han ikke synes hun følger mønsteret fordi en av prikkene er under de andre. Deretter involverer læreren de andre elevene i forklaringen til Viljar, og tar

samtidig opp et annet forslag ved å si «Men regelen Nina foreslo var jo pluss en i hver, for hver gang, legge til en prikk hver gang. Må man ha med her at de skal legges på rekke også?». Læreren bruker og forsøker å utvide ideene eller utfordre elevene til å resonnerer eller evaluere ved å stille oppfølgingsspørsmål til hele elevgruppa, og er en typisk interaksjon i varianten som går ut på å involvere andre i en elevidé.

Samtaletrekket *analysere og sammenligne* handler om å påpeke eller utfordre elevene til å analysere og sammenligne strategier eller svar, *generalisere* handler om å påpeke eller utfordre elevene til å trekke generelle slutninger blant elevstrategier, og *involvere andre* handler om å engasjere andre for å utvide en elevidé eller utfordre elevene. Alle disse samtaletrekkene handler om ulike måter læreren kan ta i bruk elevenes svar, ideer eller strategier på, for å utvikle dem videre eller som en utfordring til å tenke annerledes eller utover. Gjennom å bruke, utvide eller utfordre elevideer kan læreren sette grunnlaget eller legge til rette for utforskende diskusjoner. At læreren analyserer og sammenligner eller generaliserer elevsvar handler om at læreren bruker eller utvider elevideer på et lavt nivå siden elevene blir fortalt hvordan det er, mens å utfordre elevene til å sammenligne, trekke generelle slutninger eller involvere andre handler om å bruke eller utvide elevideer på et høyere nivå ved å utfordre elevene til å resonnerer selv. Variantene *analysere og sammenligne* og *generalisere* var til stede i tre av ti undervisningstimer, mens varianten *involvere andre* var til stede i fem av ti.

Slik Drageset & Allern (2021) beskriver den femte kategorien handler den om at læreren *braker eller utvider elevideer*, og støttes av samtaletrekkene *utvide elevtenkning* ved å eksperimentere med alternative løsningsmetoder, *analysere og sammenligne metodene* eller *generalisere ideer* (Fraivillig et al., 1999), *oppmuntre til refleksjon*, *oppmuntre til resonnering* og *gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre til alternative fremgangsmåter* (Cengiz et al., 2011) og *utvikle elevideer i plenum* (Bjerkeli et al., 2021). Videre beskriver Drageset & Allern (2021) den sjette kategorien som interaksjoner hvor læreren *utfordrer ideer*, som støttes av samtaletrekkene *korrigerende spørsmål og foreslå en ny strategi* (Drageset, 2014), *utfordre* (Alrø & Skovsmose, 2002) og *utfordre* (Ponte og Quaresma, 2016).

I undervisningstimene observerte jeg flere utsagn som passet inn under både *bruke eller utvide elevideer* og *utfordre ideer* fra Drageset & Allern (2021) sin modell. De tre observerte samtaletrekkene *analysere og sammenligne*, *generalisere* og *involvere andre*, handler alle om

å bruke elevideer. I tillegg går flere av utsagnene i samtaletrekkene ut på å enten utvide eller utfordre ideene. Det er utfordrende å argumentere for hvorfor noen utsagn passer inn under bare den ene kategorien og ikke den andre, siden det å bruke eller utvide elevideer og utfordre ideer henger så tett sammen. På bakgrunn av dette har jeg samlet Drageset & Allern (2021) sine kategorier *bruke eller utvide elevideer* og *utfordre ideer* til kategorien *bruke, utvide eller utfordre elevideer*.

Det observerte samtaletrekket *analysere og sammenligne* er likt elementet med samme navn fra Fraivillig et al. (1999) sitt støttende samtaletrekk *utvide*. Varianten kan relateres til det støttende samtaletrekket *koble sammen* (Rowland et al., 2005) som Drageset & Allern (2021) presenterer i kategorien *fokusere på detaljer av betydning*, da jeg betrakter begge som lærerinteraksjoner hvor elevideer brukes og utvides ved å sammenligne ideene eller utfordre elevene til å gjøre det. Av den grunn har jeg flyttet samtaletrekket fra kategorien *fokusere på detaljer av betydning*, og slått det sammen med det observerte samtaletrekket *analysere og sammenligne* i kategorien *bruke, utvide eller utfordre*. To av Kazemi & Hintz (2019) sine målrettede samtaler, «*sammenligne og knytte sammen*» og «*hva er best og hvorfor?*», er ulike måter å bruke elevstrategier på ved å utfordre elevene til å analysere og sammenligne strategiene for å finne forskjeller, likheter og definere hva som er best til ulike problemer. Det samme gjelder Smith & Stein (2011) sin praksis *koble sammen*, som i likhet med å *analysere og sammenligne* går ut på å trekke sammenhenger mellom de presenterte strategiene.

Et av de andre observerte samtaletrekkene, *generalisere*, er likt elementet med samme navn fra Fraivillig et al. (1999) sitt støttende samtaletrekk *utvide*. Det siste observerte samtaletrekket, *involvere andre*, kan relateres til de resterende åtte støttende samtaletrekkene (se tabell 3) fra kategoriene *bruke eller utvide elevideer* og *utfordre ideer*, da alle kan gå ut på å involvere andre i diskusjonen av et forslag. Jeg fant det hensiktsmessig å samle alle i ett fordi mange av samtaletrekkene henger så tett sammen med hverandre og samtidig involverer andre elever, at det var vanskelig å skille de. Å involvere andre kan ses i sammenheng med Kazemi & Hintz (2019) sitt samtaletrekk *resonnere*, som går ut på å la elevene engasjere seg i hverandre sine ideer ved å stille de spørsmål som «*er du enig eller ikke, og hvorfor?*». I tillegg kan Drageset (2014) sitt samtalegrep som går ut på å be elever om å vurdere andre sine forslag være en måte å involvere andre på.

Lærerinteraksjon	Støttende samtaletrekk	Observerte samtaletrekk
<b>Fortelle eller informere elevene</b>	Informere og foreslå (Ponte & Quaresma 2016) Demonstrere (Drageset 2014)	Informere Demonstrere Fortelle Validere
<b>Støtte eller lede elevene mot et svar</b>	Støtte og veilede (Ponte & Quaresma 2016) Åpen fremdrift (Drageset 2014) Forenkler (Drageset 2014) Lukket fremdrift (Drageset 2014) Veiledet algoritmisk resonnering (Lithner 2008) Traktmønster (Wood 1998) Topaze-effekt (Brousseau & Balacheff 1997)	Lede gjennom spørsmål Bekrefter underveis
<b>Fokusere på detaljer av betydning</b>	Gjenta/omformulere (O'Connor & Michaels 1993) Poengtere (Drageset 2014) Oppsummere (Drageset 2014) Koble sammen (Rowland et al. 2005)	Gjenta eller omformulere Oppsummere
<b>Få tilgang til og dele elevtenkning</b>	Lokke frem elevenes tanker (Fraivillig et al. 1999) Belyse detaljer (Drageset 2014) Be om begrunnelse (Drageset 2014) Invitere (Ponte & Quaresma 2016)	Lokke eller be om svar eller forslag Be om avklaring Be om begrunnelse Be om forklaring
<b>Bruke eller utvide elevideer</b>	Utvide elevtenkning (Fraivillig et al. 1999) Oppmuntre til refleksjon (Cengiz et al. 2011) Oppmuntre til resonnering (Cengiz et al. 2011) Gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre til alternative fremgangsmåter (Cengiz et al. 2011) Utvikle elevideer i plenum (Bjerkeli et al. 2021)	Analysere og sammenligne Generalisere Involvere andre
<b>Utfordre ideer</b>	Korrigerende spørsmål (Drageset 2014) Foreslå en ny strategi (Drageset 2014) Utfordre (Alrø & Skovsmose 2002) Utfordre (Ponte & Quaresma 2016)	

Tabell 3: Drageset & Allern (2021) sin modell "Lærerinteraksjoner" med observerte samtaletrekk

## 4.2 Elevinteraksjoner

### 4.2.1 (Bare) Svar på matematiske spørsmål

I undervisningstimene observerte jeg tre varianter av samtaletrekk fra elevinteraksjonene som går ut på å svare på matematiske spørsmål: *lærerstyrte svar*, *uforklarte svar* og *ufullstendige svar*.

Utsagn som går ut på at elevene gir *lærerstyrte svar* utgjør den første varianten. Utsagn 16 er hentet fra en gjennomgang av en tallrekke med tall fra to-gangen.

Line: To-gangen.

Lærer: To-gangen, ja. Mm. Fra det ene til det neste tallet, hvor mange er det imellom?

Hanne?

Hanne: *To*.

*Utsagn 16: Lærerstyrt svar*

Første utsagn i eksemplet viser en elev som svarer at mønsteret i tallrekka er to-gangen.

Læreren validerer svaret, spør en annen elev «Fra det ene til det neste tallet, hvor mange er det imellom?», og får «To» til svar. Elevsvaret baserer seg på et lett spørsmål som henger sammen med svaret til den første eleven, og som læreren i tillegg forenkler ved å si «Fra det ene til det neste tallet». Slike svar på veldig enkle eller hintende spørsmål er typisk for varianten lærerstyrte svar.

Neste variant utgjør *uforklarte svar*. Utsagn 17 er hentet fra en sekvens hvor elevene introduseres for en ny oppgave.

Lærer: Okay, nå kommer det en oppgave, og her, den vokser og vokser og vokser. Men den første informasjonen som dere skal få, det er Nils. Han selger blomster på torget. På mandag, da tjente han tusen kroner. Det er, femti prosent av det han vanligvis tjener på en dag. (...)

Hvor mye tjener han vanligvis på en dag da?

Espen: *To tusen*.

*Utsagn 17: Uforklart svar*

Læreren gir elevene informasjon om en mann som tjener tusen kroner på mandag, og utgjør femti prosent av det han vanligvis tjener. Videre spør læreren hvor mye mannen vanligvis tjener, og får «to tusen» til svar fra en elev uten forklaring eller begrunnelse. Denne varianten

består av slike utsagn der elevene svarer på en oppgave uten å inkludere informasjon om hvordan svaret ble funnet eller hvorfor de mener det er riktig. I motsetning til lærerstyrte svar, relateres de uforklarte svarene til oppgaver med mer normal eller krevende vanskelighetsgrad.

*Ufullstendige svar* utgjør den tredje varianten av svar på matematiske spørsmål. Utsagn 18 er hentet fra gjennomgangen av en oppgave elevene har arbeidet med, hvor de skulle regne tjue prosent av femhundre.

Kine: Ehm, jeg tenkte i alle fall sånn at man tok femhundre delt på ti, som er femti.

Lærer: Kine tok femhundre delt på ti. Hvorfor gjorde du det?

Kine: *Fordi. Det er jo det vi har lært, sånn at..*

Lærer: Hva fant du da?

Kine: Fordi da får jeg femti.

*Utsagn 18: Delsvar*

I eksemplet starter en elev med å forklare at hun tok femhundre delt på ti, som er femti. Når læreren spør hvorfor, svarer eleven «Fordi. Det er jo det vi har lært, sånn at..», som er et ufullstendig svar der læreren og resten av elevgruppa ikke får tak på eller forstår hva eleven mener. Varianten består av nettopp slike svar som ikke kan regnes som fullstendige, da de ikke gir den informasjonen som kreves av spørsmålet eller oppgaven, og spenner fra ganske ufullstendige til nesten fullstendige.

Samtaletrekket *lærerstyrte svar* er elevsvar på veldig enkle eller hintende spørsmål, *uforklarte svar* er svar på oppgaver uten å inkludere forklaringer eller begrunnelser og *ufullstendige svar* inneholder utilstrekkelig informasjon. Alle disse samtaletrekkene består av elevsvar på matematiske spørsmål, uten å inkludere ytterligere informasjon om prosessen bak svaret. Siden lærerstyrte svar relateres til veldig enkle eller hintende spørsmål krever de liten grad av resonnering, mens uforklarte svar krever resonnering i høyere grad, da elevene må finne svar på mer normale eller krevende oppgaver uten hint fra læreren. Derimot kan et ufullstendig svar kreve resonnering i varierende grad, alt ettersom hva oppgaven dreier seg om og hva eleven prøver å formidle. Utsagn hvor elevene ga lærerstyrte eller uforklarte svar var til stede i alle undervisningstimene, mens utsagn hvor elevene ga ufullstendige svar var til stede i fem av ti.

Drageset & Allern (2021) uttrykker at kategorien *(bare) svar på matematiske spørsmål* omfatter alle typer svar uten mer informasjon om elevens tankegang eller prosess bak svaret.

Som støttende samtaletrekk til kategorien presenteres *lærerstyrte svar*, *uforklarte svar* og *ufullstendige svar* (Drageset, 2015). I de studerte undervisningstimene observerte jeg alle disse tre formene for elevsvar, og benytter derfor kategorien med like varianter av samtaletrekk som Drageset & Allern (2021). Svarene inkluderer ikke elevtenkning og kan relateres til det Brendefur & Frykholm (2000) beskriver som ensrettet kommunikasjon, hvor læreren styrer aktivt med å stille lukkede spørsmål og får korte svar fra elevene slik som Cazden (1988) sitt IRE-mønster. I Drageset (2015) sin studie av fem klasserom utgjorde bare svar på matematiske spørsmål den dominerende delen av elevinteraksjonen, som også viste seg å være tilfelle i de studerte undervisningstimene.

#### 4.2.2 Forklaring

Jeg observerte fem varianter av samtaletrekk som går ut på at elevene gir en *forklaring*: *advokere*, *tenke høyt*, *forklare handlinger*, *forklare årsak* og *forklare begrep*.

Den første varianten av forklaring går ut på at elevene *advokerer*. Utsagn 19 er hentet fra en diskusjon om en mønsterrekke av «emojier» som går fra sur munn til rett strek.

Lærer: Noen andre som annerledes på det, Andreas?

Andreas: *Ehm, samme som Markus.*

Lærer: Enn du, Siri?

Siri: *Jeg tror enten at det kommer til å være helt rett eller at det kommer til å være kjempesur igjen.*

Lærer: Hva får deg til å tro det?

Siri: *For hvis det er et mønster så er det kanskje litt sur, litt mindre sur, enda litt mindre sur, veldig sur, enda litt mindre sur.*

*Utsagn 19: Advokere*

I eksemplet starter læreren med å spørre om det er noen som ser annerledes på et elevsvar. En elev svarer at han tenker det samme som Markus, og en annen elev svarer at hun tror at det enten kommer til å være helt rett eller kjempesur. Når læreren spør hva som får henne til å tro det, svarer hun «For hvis det er et mønster så er det kanskje litt sur, mindre sur, enda litt mindre sur, veldig sur, enda litt mindre sur». Den første eleven støtter en annen elev sin idé og den andre fremmer en idé og reflekterer deretter rundt ideen, som alle er typiske måter å



advokere på. I tillegg kan advokering gå ut på å diskutere eller argumentere for mulige løsningsstrategier.

Neste variant er å *tenke høyt*. Utsagn 20 er hentet fra en gjennomgang av utregningen for overflaten av en kube.

Tina: *Jeg har problemer med å gjøre det sånn for jeg kan ikke tjuefem-gangen.*

*Utsagn 20: Tenke høyt*

I eksemplet fremmer en elev at hun har problemer med å gjøre noe på samme måte som en annen elev fordi hun ikke kan tjuefem-gangen. Eleven uttrykker tankene sine høyt i diskusjonen og gir læreren informasjon om forståelsen sin, som er typisk for denne varianten av samtaletrekk. Utsagn der elevene tenker høyt kan også gi læreren informasjon om resonnement eller løsningsprosess.

Å *forklare handlinger* utgjør tredje variant. Utsagn 21 er hentet fra gjennomgangen av en oppgave elevene har arbeidet med, hvor de skulle finne trettifem prosent av trehundre.

Lærer: Ina og Preben har en annen løsning, hold opp tavlen deres så får vi se, for den, ehm, den så jeg ingen andre plass. Fortell oss Ina, hvordan dere tenkte.

Ina: *Vi fant ut, eller vi tok trehundre delt på ti da, og fant ut at ti prosent var tretti.*

Lærer: Ja.

Ina: *Ehm, også tok vi det ganger sju, på grunn av at halvparten av sytti er trettifem. Så da tok vi det ganger sju og det ble tohundre og ti. Så tok vi tohundre og ti delt på to, som da ble hundre og fem.*

*Utsagn 21: Forklare handlinger*

I eksemplet ber læreren en elev om å fortelle hvordan gruppa tenkte da de løste oppgaven. Først forklarer eleven at de tok trehundre delt på ti for å finne ti prosent som var tretti, og at de deretter ganget tretti med syv og delte på to. Eleven beskriver trinnene i utregningen for å løse oppgaven, og er typisk for denne varianten som består av slike utsagn der elevene forklarer handlingene sine. Utsagnene baseres som regel på spørsmålene «hva» eller «hvordan» fra læreren.

Fjerde variant er å *forklare årsak*. Utsagn 22 er hentet fra en diskusjon om hva slags prisme elevene har fremfor seg.

Lærer: Ja, det husker dere. Så jeg lurer litt på, hva slags type prisme er det her? Det var noe som definerte, prismene, jeg lurer på om dere husker det. Emma?

Emma: Rektangulært.

Lærer: Et rektangulært prisme. Hvordan, hvorfor kan du si at det er rektangulært?

Emma: *Ehm, fordi liksom, den siden der, den er liksom, det er to sider som er like lange og to sider som er like lange. Og da blir det den.*

*Utsagn 22: Forklare årsak*

Eksemplet viser en lærer som spør elevene hva slags prisme de ser, og får «rektangulært» til svar. Videre ber læreren om begrunnelse og eleven argumenterer for svaret sitt ved å si at det er fordi to og to sider er like lang. Argumentasjonen baseres på et hvorfor-spørsmål fra læreren, som er typisk for varianten. Å forklare årsak består av utsagn hvor elevene enten argumenterer for hvorfor et svar eller en valgt metode er riktig.

Å *forklare begrep* utgjør den siste varianten. Utsagn 23 er hentet fra en diskusjon om reglene for et spill som går ut på å addere og subtrahere hver sin tur med tallene på ei tallinje.

Lærer: Mm. Er det noen andre som har noen tanker om det her spillet, hvordan det er? (3s)

Daniel?

Daniel: *At de som er satt strek over kan man ikke bruke på nytt.*

Lærer: Okay. Mm. Skal vi se på det neste trekket så får vi se.

*Utsagn 23: Forklare begrep*

Eksemplet viser en lærer som spør om det er noen andre som har tanker om spillet, og en elev forklarer «At de som er satt stek over kan man ikke bruke på nytt». Eleven forklarer hva konseptet eller ideen med å streke over betyr. Å forklare begrep består av nettopp slike utsagn, hvor elevene artikulere hva et konsept eller en idé betyr.

Samtaletrekket *advokere* handler om å fremme egne ideer, støtte andre eller reflektere, diskutere eller argumentere for mulige løsningsstrategier, *tenke høyt* handler om å uttrykke tankene sine høyt og gi læreren informasjon om forståelse, resonnement eller løsningsprosess, *forklare handlinger* handler om å informere om trinnene, *forklare årsak* handler om å argumentere for et svar eller en metode, og *forklare begrep* handler om å artikulere hva som menes med en idé eller et konsept. Alle disse samtaletrekkene går ut på at elevene kommer

med en form for forklaring på noe, der de deler informasjon om tankegangen sin. Å tenke høyt består som regel av forklaringer og resonnement på et lavt nivå som elevene tar initiativ til selv, mens å advokere kan være like mye elevinitiativ som forespørsler fra læreren, og har dypere resonnement og forklaringer enn å tenke høyt. Derimot baserer forklaring av handlinger, årsak eller begrep seg som regel på oppfordringer fra læreren, og krever et høyere nivå av forklaringer der elevene er nødt til å resonnerer mer for å kunne beskrive hva, hvordan, hvorfor og hva betyr. Utsagn hvor elevene advokerte eller tenkte høyt var til stede i fem av ti undervisningstimer, mens utsagn hvor elevene forklarte handlinger var til stede i seks av ti. Videre var utsagn hvor elevene forklarte årsak til stede i åtte av ti undervisningstimer, og utsagn hvor de forklarte begrep var kun til stede i tre av ti.

Kategorien *forklaring* beskrives av Drageset & Allern (2021) som elevinteraksjoner der informasjon om tankegang eller prosess inkluderes, og støttes av samtaletrekkene *advokere* og *tenke høyt* (Alrø & Skovsmose, 2002), *forklare handlinger*, *forklare årsak* og *forklare begrep* (Drageset, 2021). I undervisningstimene observerte jeg alle støttende samtaletrekk, og benytter derfor Drageset & Allern (2021) sin kategori forklaring med identiske varianter. Slik Drageset (2015; 2021) beskriver samtaletrekkene forklare handlinger, årsak og begrep, oppstår de som oftest på forespørsel fra læreren, noe som stemmer med mine observasjoner fra undervisningstimene. Det samme gjelder Alrø & Skovsmose (2002) sin kvalitet advokere, som både kan opptre ved oppfordring fra læreren eller som initiativ. Samtaletrekkene kan blant annet framtre ved oppfordringer fra Fraivillig et al. (1999) sin komponent som går ut på å lokke frem, eller Ponte & Quaresma (2016) sin hovedtype invitere, som begge består av ulike måter å få tilgang til elevtenkning på. Tilfeller der advokering og forklaring av handlinger, årsak eller begrep oppstår ved oppfordring fra læreren, kan relateres til det Brendefur & Frykholm (2000) beskriver som medvirkende kommunikasjon hvor det fortsatt er et IRE-mønster der læreren styrer aktivt, men likevel inkluderer elevenes tanker, ideer og strategier.

### **4.2.3 Initiativ**

I undervisningstimene observerte jeg tre varianter av samtaletrekk fra elevinteraksjonene som går ut på å ta initiativ: *be om avklaring*, *presisere* og *foreslå en ny idé*.

Utsagn hvor elevene *ber om avklaring* utgjør den første varianten. Utsagn 24 er hentet fra en sekvens der læreren ber elevene om å tegne en kube.

Lærer: Prøv å tegne en kube.

Kine: Nå?

Lærer: Yes. Helt enkelt. Ikke noe dikkedarer på, eller sånn der der. Helt enkelt. (...) Det har dere øvd på.

Louise: Brettet ut, nei?

Lærer: Nei, det skal være i trede-form.

*Utsagn 24: Be om avklaring*

Eksemplet viser en elev som lurer på om kubens skal tegnes med en gang og spør «Nå?», noe læreren bekrefter ved å si «Yes». Videre lurer en annen elev på om den skal være brettet ut eller ikke, og læreren oppklarer for eleven at kubens skal tegnes i trede-form. Begge elevutsagnene i eksemplet handler om at elevene ønsker å få bekreftet eller få en oppklaring i noe de lurer på. Utsagnene er typiske for denne varianten av samtaletrekk som handler om at elevene tar initiativ til en samtale ved å be om avklaring, og kan også bestå av utsagn for å få læreren til å gjenta seg selv. Som regel ber elevene om avklaring ved å stille spørsmål.

Den andre varianten av elevinitiativ handler om å *presisere*. Utsagn 25 er hentet fra en diskusjon om et kvadrat som læreren viser frem for elevene.

Lærer: Det er et kvadrat. (...) Det kan jeg jo egentlig sjekke for her er det laget rutenett på. Og det er, hvis jeg teller her så er det en, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti. En, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte, ni, ti, så det er like mange ruter den veien, som den veien.

Markus: Det er ti ganger ti.

Stine: Det er et kvadrat.

*Utsagn 25: Presisere*

I eksemplet forteller læreren at firkanten er et kvadrat, og at man kan sjekke det ved å se på rutenettet som er tegnet på. Læreren teller høyt ti ruter en vei og ti en annen vei. Videre tar en elev initiativ ved å si «Det er ti ganger ti», mens en annen sier «Det er et kvadrat». Begge elevene påpeker noe de finner viktig under dialogen, som er typisk for denne varianten av samtaletrekk som går ut på at elevene tar initiativ ved å presisere.

Å foreslå en ny idé utgjør den tredje varianten. Utsagn 26 er hentet fra gjennomgangen av en brøkoppgave elevene har arbeidet med, om seksti tulipaner i forskjellige farger.

Lærer: Mm. Det er en måte å svare på. Femten sekstideler av tulipanene var hvit. Går det an å gjøre det litt enklere? (...) Ludvig hvordan tenkte dere?

Ludvig: *Man kan skrive en firedel.*

Lærer: Hvordan fant dere ut at det gikk an?

Ludvig: Fordi femten ganger fire er seksti.

Lærer: Ja. At da blir på en måte forholdet mellom de to tallene det samme.

Ludvig: *Også tror vi at man kan skrive to åttedeler.*

*Utsagn 26: Foreslå ny idé*

Eksemplet viser en lærer som spør en elev om det er mulig å gjøre femti sekstideler enklere. En elev foreslår at man kan skrive en firedel, og forklarer at det går an fordi femten ganger fire er seksti. Etter at læreren har validert svaret, sier eleven at de tror man kan skrive to åttedeler også. Begge forslagene på andre måter å skrive femti sekstideler på handler om at eleven tar initiativ ved å foreslå en ny idé, den første på oppfordring fra læreren og den andre på eget initiativ. Slike utsagn er typiske for varianten, som også består av utsagn der elevene foreslår nye ideer i form av hvordan noe kan løses eller hva som er riktig eller galt.

Samtaletrekket *be om avklaring* handler om å søke oppklaring i noe de lurer på, *presisere* handler om å påpeke noe de finner viktig under en dialog og *foreslå en ny idé* handler om å foreslå nye svar, hvordan noe kan løses eller hva som er riktig eller galt. Alle samtaletrekkene handler om ulike måter elevene kan ta initiativ på, der de tilfører noe nytt i en eksisterende diskusjon eller legger opp til en ny samtale eller diskusjon. Ved å be om avklaring legges det kun opp til en kort samtale om det eleven lurer på, og krever ikke så mye resonnering fra eleven sin side. Å be om avklaring kan dermed defineres som å ta initiativ på et lavt nivå. Derimot kan det å presisere bety at elevene har resonnert mer over det som er viktig i dialogen, og kan anses som initiativ på et høyere nivå. Å foreslå en ny idé handler i stor grad om resonnering siden elevene må tenke i nye baner, og kan tilføre nye og gode bidrag til klasseromsdiskursen. Dermed kan initiativ som går ut på å foreslå nye ideer være formen for elevinitiativ på høyest nivå. Utsagn hvor elevene ba om avklaring var til stede i åtte av ti undervisningstimer, og utsagn hvor elevene foreslo en ny idé var til stede i fem av ti. Videre var utsagn som går ut på at elevene presiserte kun til stede i fire av ti undervisningstimer.

For å beskrive kategorien *initiativ* benytter Drageset & Allern (2021) en definisjon av Drageset (2015) som handler om at elevene bryter strømmen i dialogen eller arbeidet. Som støttende samtaletrekk presenteres *elevinitiativ* i form av å påpeke noe de finner viktig under dialogen, foreslå en ny idé, korrigere noen, be om avklaring eller spørre hva eller hvordan noe skal gjøres (Drageset, 2015) og *utfordre* i form av å forsøke å styre en diskusjon i en annen retning eller stille hypotetiske spørsmål ved fastslått forståelse (Alrø & Skovsmose, 2002). De tre variantene jeg observerte, *be om avklaring*, *presisere* og *foreslå en ny idé*, kan alle relateres til tre av Drageset (2015) sine elevinitiativ. Å be om avklaring og foreslå en ny idé er lik elevinitiativene med samme navn, og presisere er lik initiativet påpeke noe de finner viktig under dialogen (jeg benytter begrepet presisere for enkelhetens skyld). Å spørre hva eller hvordan noe skal gjøres, som ifølge Drageset (2015) er en fjerde form for elevinitiativ, har likhetstrekk med samtaletrekket be om avklaring siden det kan gå ut på å få en oppklaring i det som skal gjøres.

Jeg har også observert interaksjoner som går ut på å korrigere noen, Drageset (2015) sin femte form for elevinitiativ, men som evaluering i stedet for initiativ. Se begrunnelse og sammenligning i kapittel 4.2.4. Derimot har jeg ikke observert utsagn som går ut på å utfordre i form av å styre en diskusjon i en annen retning eller stille hypotetiske spørsmål ved fastslått forståelse. Til tross for ulikhetene velger jeg å bruke Drageset & Allern (2021) sin kategori initiativ, da jeg anser de observerte samtaletrekkene som dekkende for ulike elevinitiativ. I tilfeller der elevene tar initiativ ved å bryte samtalestrømmen er det ikke lengre et mønster der læreren styrer aktivt og snakker annenhver gang, slik som Cazden (1988) beskriver IRE-mønstret. Elevene bidrar i disse tilfellene til klasseromsdiskursen i større grad enn når de kun svarer på spørsmål, og kan influere til å nå det Brendefur & Frykholm (2000) beskriver som refleksiv, og kanskje noen tilfeller rik kommunikasjon hvor elevene er aktive, selvstendige og utforskende i egen læringsprosess. Dersom læreren utvider elevtenkning ved å oppmuntre til refleksjon, oppmuntre til resonnering eller gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre til å bruke alternative fremgangsmåter, slik Cengiz et al. (2011) foreslår, oppfordres elevene samtidig til å ta mer initiativ.

#### **4.2.4 Evaluering**

Jeg observerte fire varianter av samtaletrekk som handler om at elevene *evaluerer: bekrefte, rose, påpeke feil og gi konstruktiv kritikk eller råd*.

Å *bekreft*e utgjør den første varianten. Utsagn 27 er hentet fra en diskusjon om et divisjonsstykke.

Ellen: Det blir sekstito.

Andreas: *Sekstito, ja.*

*Utsagn 27: Bekreft*e

Eksemplet viser en elev som forteller at svaret blir sekstito, og en annen elev gjentar svaret ved å si «Sekstito, ja». Elev nummer to evaluerer svaret til den første eleven ved å bekrefte at det er riktig, slik som utsagnene i denne varianten går ut på. Varianten kan ha likhetstrekk med å advokere (fra kategorien forklaring) som blant annet kan handle om å støtte en elevidé, men forskjellen er at en evaluering i form av en bekreftelse fungerer som en avslutning eller konklusjon, mens å støtte en elevidé i form av å advokere foregår underveis i en diskusjon.

Neste variant utgjør evalueringen gi *ros*. Utsagn 28 er hentet fra en gjennomgang av ulike måter å regne overflaten av en kube.

Brage: Jeg tenkte bare seks ganger tjuufem.

Lærer: Det visste du ble?

Mina: *Det var smart.*

*Utsagn 28: Rose*

Eksemplet viser en elev som forklarer at han tenkte seks ganger tjuufem, og videre spør læreren «Det visste du ble?». Før eleven rekker å svare sier en annen elev «Det var smart» for å rose regnemethoden. Denne varianten av samtaletrekk består av slike utsagn, der elever evaluerer andre gjennom å komplimentere strategier eller ideer.

Å *påpeke feil* utgjør den tredje varianten. Utsagn 29 er hentet fra en diskusjon om bredden på et rektangulært prisme som elevene har fremfor seg.

Lærer: Nei du må nesten reise deg også må du vise. Hvor mener du bredden kan være? (Eleven peker) Er den bredden?

Tina: Tror det.

Edvard: *Det er feil.*

*Utsagn 29: Påpeke feil*

I eksemplet ber læreren en elev om å reise seg og vise hvor hun mener bredden kan være. Eleven peker på en side, og når læreren spør om hun mener at det er bredden svarer eleven

«Tror det». Deretter evaluerer en annen elev svaret ved å påpeke at det er feil. Slike utsagn hvor elevene påpeker at svaret er galt er typisk for denne varianten, som også består av utsagn der elevene påpeker hva som er galt.

Den siste varianten av evaluering går ut på å *gi konstruktiv kritikk eller råd*. Utsagn 30 er hentet fra en gjennomgang av en oppgave der elevene skulle vise regnestykket fem ganger fem ved å tegne det i et rutenett.

Lærer: Hvordan har du tenkt, ehm, Tobias?

Tobias: Jeg vet ikke, men jeg tok fem ganger fem, så.

Lærer: Ja for du har tegnet?

Tobias: Fem ned.

Lærer: Ja.

Tobias: Og fem. (Eleven viser fem ruter nedover og fem ruter bortover på arbeidstavlen sin.

Han har ikke fylt inn resten av rutene)

Sara: *Hvis du hadde hatt de her rutene så hadde du hatt akkurat det samme som oss.*

*Utsagn 30: Gi konstruktiv kritikk eller råd*

Eksemplet viser en lærer som spør en elev hvordan han har tenkt. Eleven svarer at han ikke vet, men at han tok fem ganger fem. Læreren spør videre «Ja for du har tegnet?», og da svarer eleven at han har tegnet fem ned og fem, samtidig som han viser fem ruter nedover og fem ruter bortover. Eleven har ikke fylt inn alle rutene, og en annen elev sier «Hvis du hadde hatt de her rutene så hadde du hatt akkurat det samme som oss». Med dette utsagnet evaluerer eleven svaret eller tegningen til den andre eleven ved å gi konstruktiv kritikk eller råd om hvordan eleven kunne gjort det for at det skulle blitt riktig, og er et eksempel som definerer samtaletrekket.

Samtaletrekket *bekreft* handler om godkjenne noen andre sitt svar, idé eller forklaring, *rose* handler om å gi komplimenter til andre sine strategier eller ideer, *påpeke feil* handler om å uttrykke at et svar er galt, eller fortelle hva som er galt, og *gi konstruktiv kritikk eller råd* handler om å fortelle hva eleven kunne gjort for å få det riktig. Alle samtaletrekkene handler om ulike måter å bedømme andre sine svar på ved å uttrykke egne meninger. Å bekrefte eller rose kan ses på som evaluering på et lavt nivå, da slike utsagn som regel består av enkle ord eller setninger uten at det ligger et resonnement eller en forklaring bak. Det samme gjelder å påpeke at noe er feil. Derimot kan det å påpeke hva som er feil eller gi konstruktiv kritikk eller råd handle om å evaluere på et høyere nivå, da det krever forklaringer eller resonnement



fra elevene. Utsagn hvor elevene bekreftet var til stede i to av ti undervisningstimer, mens utsagn hvor elevene påpekte feil var til stede i fire av ti. Derimot var utsagn hvor elevene ga ros eller konstruktiv kritikk eller råd kun til stede i én undervisningstime.

Slik Drageset & Allern (2021) beskriver det kommer evalueringer som et direkte svar på en idé eller forklaring fra en annen person, og er derfor ulik fra initiativ som bringer inn noe nytt og ikke som et svar. Som støttende samtaletrekk for kategorien presenteres samtalekvaliteten *evaluere* som går ut på å gi konstruktiv kritikk, bekreftelse, råd, ros eller påpeke feil (Alrø & Skovsmose, 2002) og *vurdere andre elever* basert på en forespørsel fra læreren (Drageset, 2014). Alle de fire samtaletrekkene jeg observerte, *bekreftelse, rose, påpeke feil* og *gi konstruktiv kritikk eller råd*, er lik elementene fra det støttende samtaletrekket til Alrø & Skovsmose (2002) med samme navn, bortsett fra at jeg har slått sammen konstruktiv kritikk og råd. Grunnen til dette var at utsagnet jeg observerte (utsagn 30) kan ses på som både konstruktiv kritikk og råd, og det ble derfor vanskelig for meg å argumentere for kun ett av samtaletrekkene. Det støttende samtaletrekket korrigerer noen (Drageset, 2015) i kategorien initiativ, kan ligne på variantene påpeke feil og gi konstruktiv kritikk eller råd, som også kommer som et direkte svar for å fortelle at noe er feil og eventuelt gi kritikk eller råd for å rette den opp. Ulikt Drageset & Allern (2021) betrakter jeg å korrigerer noen som en form for evaluering i stedet for initiativ, men fungerer ikke som en egen variant da jeg anser påpeke feil og gi konstruktiv kritikk eller råd som dekkende for slike utsagn.

Videre har jeg ikke fremstilt et eget samtaletrekk som går ut på å vurdere andre elever basert på en forespørsel fra læreren, men har istedenfor plassert slike utsagn sammen med de fire andre samtaletrekkene, siden vurderingene som også er basert på forespørsel fra læreren enten handler om å bekrefte, rose, påpeke feil eller gi konstruktiv kritikk eller råd. Sett bort fra de små endringene jeg har gjort benytter jeg likevel Drageset & Allern (2021) sin kategori evaluering, da jeg betrakter den og egne observasjoner som ganske like. I og med at kategorien består av utsagn der elevene svarer direkte på noen andre sitt svar, vil ikke samtaler som består av evalueringer ha IRE-mønstre (Cazden, 1988) eller mønstre i de to laveste nivåene i Brendefur & Frykholm (2000) sin oversikt av kommunikasjonsmønstre, siden disse mønstrene krever at læreren styrer aktivt og snakker annenhver gang. Derimot kan mønstre hvor elevene svarer direkte i form av en evaluering ha et refleksivt nivå, og setter grunnlag for dypere undersøkelser og diskusjoner. For at kommunikasjonsmønstrer skal nå et rikt nivå, kreves det at evalueringene bidrar til det Brendefur & Frykholm (2000) uttrykker som endringer i elevenes oppfattelse av matematikk og den matematiske forståelsen, hvor

tankegangen hos elevene er undersøkende, selvstendig og søker utfordringer. I et rikt kommunikasjonsnivå kan det tenkes at elevene vil få et større fokus på å evaluere sitt eget tankesett og sin egen matematiske forståelse.

<b>Elevinteraksjon</b>	<b>Støttende samtaletrekk</b>	<b>Observerte samtaletrekk</b>
<b>(Bare) svar på matematiske spørsmål</b>	Lærerstyrte svar (Drageset 2015) Uforklarte svar (Drageset 2015) Ufullstendige svar (Drageset 2015)	Ufullstendige svar Lærerstyrte svar Uforklarte svar
<b>Forklaring</b>	Advokere (Alrø & Skovsmose 2002) Tenke høyt (Alrø & Skovsmose 2002) Forklare handling (Drageset 2021) Forklare årsak (Drageset 2021) Forklare begrep (Drageset 2021)	Tenke høyt Advokere Forklare årsak Forklare handlinger Forklare begrep
<b>Initiativ</b>	Utfordre (Alrø & Skovsmose 2002) Elevinitiativ (Drageset 2015)	Be om avklaring Predisere Foreslå en ny idé
<b>Evaluering</b>	Evaluerer (Alrø & Skovsmose 2002) Be om vurdering fra andre elever (Drageset 2014)	Bekreftelse Rose Påpeke feil Gi konstruktiv kritikk eller råd

Tabell 4: Drageset & Allern (2021) sin modell "Elevinteraksjoner" med observerte samtaletrekk

### 4.3 Undervisningstimer med og uten arbeidstavler

Jeg har analysert én undervisningstime med arbeidstavler og én uten fra hver av de fem klassene. For å sammenligne undervisningstimene har jeg opprettet tabeller hvor antall utsagn og gjennomsnittlig prosentandel i hver kategori og samtaletrekk illustreres. I datamaterialet var utfordringen at timene til dels hadde svært ulik lengde, og ved å regne ut gjennomsnittlig prosentandel har jeg utjevnet forskjellene slik at ikke enkelttimer dominerer antallet.

Eksempelvis inneholder en av undervisningstimene 264 lærerinteraksjoner, mens en annen kun inneholder 19. Se vedlegg 5 for fullstendig tabell av samtaletrekkes forekomst i de ulike undervisningstimene. For å synliggjøre forskjeller med og uten arbeidstavler er det brukt

fargekoder, hvor grønt viser minst forskjell og rød mest. Alt uten farge har en forskjell på under to prosent.

### 4.3.1 Lærerinteraksjoner

Total med 523 utsagn			Total uten 328 utsagn			Total av alt 851 utsagn			Kategori
Antall med	Prosent med	Gj.snitt prosent	Antall uten	Prosent uten	Gj.snitt prosent	Antall	Gj.snitt prosent		
140	26,8 %	21,7 %	64	19,5 %	25,2 %	204	23,4 %	Fortelle eller informere	
74	14,1 %	9,6 %	15	4,6 %	6,2 %	89	7,9 %	Informere	
4	0,8 %	1,0 %	5	1,5 %	2,4 %	9	1,7 %	Demonstrere	
27	5,2 %	4,0 %	17	5,2 %	6,6 %	44	5,3 %	Fortelle	
35	6,7 %	7,1 %	27	8,2 %	10,0 %	62	8,6 %	Validere	
104	19,9 %	20,7 %	92	28,0 %	26,5 %	196	23,6 %	Støtte eller lede elevene mot et svar	
74	14,1 %	14,5 %	67	20,4 %	21,2 %	141	17,8 %	Lede gjennom spørsmål	
30	5,7 %	6,2 %	25	7,6 %	5,3 %	55	5,8 %	Bekreftende underveis	
64	12,2 %	11,8 %	50	15,2 %	12,7 %	114	12,2 %	Fokusere på detaljer av betydning	
56	10,7 %	9,1 %	46	14,0 %	11,2 %	102	10,1 %	Gjenta eller omformulere	
8	1,5 %	2,7 %	4	1,2 %	1,5 %	12	2,1 %	Oppsummere	
189	36,1 %	41,5 %	118	36,0 %	34,2 %	307	37,8 %	Få tilgang til og dele elevtenkning	
98	18,7 %	22,5 %	33	10,1 %	10,3 %	131	16,4 %	Lokke eller be om svar eller forslag	
24	4,6 %	4,6 %	31	9,5 %	9,8 %	55	7,2 %	Be om avklaring	
18	3,4 %	4,0 %	13	4,0 %	3,3 %	31	3,7 %	Be om begrunnelse	
49	9,4 %	10,4 %	41	12,5 %	10,7 %	90	10,6 %	Be om forklaring	
26	5,0 %	4,4 %	4	1,2 %	1,5 %	30	2,9 %	Bruke, utvide eller utfordre	
7	1,3 %	1,2 %	0	0,0 %	0,0 %	7	0,6 %	Analysere og sammenligne	
9	1,7 %	1,2 %	0	0,0 %	0,0 %	9	0,6 %	Generalisere	
10	1,9 %	2,0 %	4	1,2 %	1,5 %	14	1,7 %	Involvere andre	
		2,0 < 5,0			forskjell i prosent				
		5,0 < 8,0			forskjell i prosent				
		8,0 < 11,0			forskjell i prosent				
		> 11			forskjell i prosent				

Tabell 5: Sammenligning av lærerinteraksjoner med og uten arbeidstavler

Tabell 5 viser lærerinteraksjoner med og uten bruk av arbeidstavler, hvor gjennomsnittlig prosentandel er nøkkelsammenligningen. I begge formene for undervisning er det mange utsagn som går ut på å fortelle eller informere, støtte eller lede elevene mot et svar og få tilgang til og dele elevtenkning. Videre er det litt færre utsagn som går ut på å fokusere på detaljer av betydning, og relativt få som går ut på å bruke, utvide eller utfordre elevene. I kategoriene fortelle eller informere og fokusere på detaljer av betydning er det, i likhet med tilhørende samtaletrekk, lite forskjell i den gjennomsnittlige prosentandelen.

Derimot er det større forskjeller på over fem prosent i kategorien støtte og lede elevene mot et svar, særlig gjennom samtaletrekket *ledede gjennom spørsmål* hvor timene uten arbeidstavler dominerer. Det samme gjelder i kategorien få tilgang til og dele elevtenkning, gjennom samtaletrekkene *lokke eller be om svar eller forslag* der timene med arbeidstavler dominerer, og *be om avklaring* der timene uten arbeidstavler dominerer, begge med mer det dobbelte. I

kategorien bruke, utvide eller utfordre elevideer er prosentandelen liten i begge formene for undervisning, men det er likevel en stor forskjell hvor timene med arbeidstavler har tre ganger så høy andel som timene uten.

Det er tydelige forskjeller hvor lærerinteraksjonene i timene med arbeidstavler går ut på å få mer tilgang til og dele elevtenkning, mer bruk av, utvide eller utfordre elevideer, og mindre støtte eller lede elevene mot et svar. Samtidig er det også tydelige likheter hvor begge formene for undervisning likevel har en stor andel lærerinteraksjoner som går ut på å fortelle eller informere elevene, støtte eller lede elevene mot et svar og få tilgang til og dele elevtenkning. Både timene med og uten arbeidstavler er preget av et tradisjonelt IRE-mønster (Cazden, 1988) hvor læreren er aktiv styrer av samtalen ved å ofte fortelle, informere, støtte eller lede. Likevel øker en vesentlig andel interaksjoner som går ut på å få tilgang til og dele, og bruke, utvide eller utfordre elevideer med arbeidstavler. Slike interaksjoner er elevsentrerte og er en viktig del av Stein & Smith (2011) sine fem praksiser og i flere av Kazemi & Hintz (2019) sine målrettede samtaler, som går ut på å få tilgang til elevenes strategier og ideer som grunnlag for klasseromsdiskursen.

### 4.3.2 Elevinteraksjoner

Total med			Total uten			Total av alt			Kategori
Antall med	Prosent med	Gj.snitt prosent	Antall uten	Prosent uten	Gj.snitt prosent	Antall	Gj.snitt prosent		
170	41,8 %	49,9 %	132	56,4 %	60,0 %	302	55,0 %	(Bare) svar på matematiske spørsmål	
12	2,9 %	3,1 %	11	4,7 %	3,2 %	23	3,1 %	Delsvar	
116	28,5 %	33,5 %	64	27,4 %	28,4 %	180	31,0 %	Lærerstyrte svar	
42	10,3 %	13,3 %	57	24,4 %	28,4 %	99	20,8 %	Uforklarte svar	
115	28,3 %	31,4 %	84	35,9 %	28,9 %	199	30,2 %	Forklaring	
31	7,6 %	3,6 %	7	3,0 %	3,8 %	38	3,7 %	Tenke høyt	
11	2,7 %	2,8 %	9	3,8 %	3,0 %	20	2,9 %	Advokere	
37	9,1 %	11,9 %	34	14,5 %	4,6 %	71	8,3 %	Forklare årsak	
33	8,1 %	10,1 %	31	13,2 %	7,1 %	64	8,6 %	Forklare handlinger	
3	0,7 %	3,0 %	3	1,3 %	3,0 %	6	3,0 %	Forklare begrep	
101	24,8 %	15,5 %	16	6,8 %	10,0 %	117	12,7 %	Initiativ	
70	17,2 %	11,7 %	8	3,4 %	5,3 %	78	8,5 %	Be om avklaring	
9	2,2 %	1,1 %	3	1,3 %	2,1 %	12	1,6 %	Presisere	
22	5,4 %	2,6 %	5	2,1 %	2,5 %	27	2,6 %	Foreslå ny idé	
21	5,2 %	3,2 %	2	0,9 %	1,1 %	23	2,2 %	Evaluering	
4	1,0 %	0,3 %	1	0,4 %	0,6 %	5	0,4 %	Bekreftede	
2	0,5 %	0,2 %	0	0,0 %	0,0 %	2	0,1 %	Rose	
14	3,4 %	2,6 %	1	0,4 %	0,6 %	15	1,6 %	Påpeke feil	
1	0,2 %	0,1 %	0	0,0 %	0,0 %	1	0,0 %	Kritikk eller råd	
		2,0 < 5,0						forskjell i prosent	
		5,0 < 8,0						forskjell i prosent	
		8,0 < 11,0						forskjell i prosent	
		> 11						forskjell i prosent	

Tabell 6: Sammenligning av elevinteraksjoner med og uten arbeidstavler

Tabell 6 viser elevinteraksjoner med og uten bruk av arbeidstavler. I begge formene for undervisning er det mange utsagn som går ut på å svare på matematiske spørsmål og forklare, færre som går ut på å ta initiativ og relativt få utsagn der elevene evaluerer. Det er lite forskjell i den gjennomsnittlige prosentandelen for kategorien forklaring, med unntak av samtaletrekket *forklare årsak* som dominerer med mer enn det dobbelte i timene med arbeidstavler. I tillegg er det lite forskjell i elevinitiativene *presisere* og *foreslå ny idé*, svar som er *ufullstendige* og evalueringene *bekreftede*, *rose* og *gi kritikk eller råd*.

I kategorien (bare) svar på matematiske spørsmål er det vesentlige forskjeller i gjennomsnittlig prosentandel, særlig gjennom samtaletrekket *lærerstyrte svar* hvor timene med arbeidstavler dominerer, og samtaletrekket *uforklarte svar* hvor timene uten arbeidstavler dominerer med mer enn det dobbelte. Det samme gjelder for kategorien initiativ gjennom samtaletrekket *be om avklaring*, som dominerer med mer enn det dobbelte i timene med arbeidstavler. Prosentandelen for timene med og uten arbeidstavler i kategorien evaluering er liten, men har likevel en stor forskjell hvor andelen i timene med arbeidstavler er tre ganger høyere som i timene uten.

Sammenligningene viser flere forskjeller i elevenes interaksjoner, hvor timene med arbeidstavler består av mindre svar på matematiske spørsmål og mer initiativ, evaluering og forklaring av årsak og handlinger. Det er samtidig klare likheter der størsteparten av alle utsagn i både timene med og uten arbeidstavler likevel går ut på at elevene svarer på matematiske spørsmål eller forklarer, som i likhet med lærerinteraksjonene tyder på undervisning som er preget av et IRE-mønster der elevene responderer på læreren sine initiativ (Cazden, 1988). Når det er sagt øker andelen interaksjoner som går ut på at elevene bryter samtalestrømmen og tar initiativ eller evaluerer i timene der arbeidstavlene brukes. Ved slike interaksjoner bidrar elevene mer aktivt til den matematiske samtalen og motsetter det tradisjonelle mønstret, som ifølge Cobb (2000) er helt sentralt for elevenes utvikling i matematikk, og som er vesentlig for å kunne oppnå det Brendefur & Frykholm (2000) beskriver som kommunikasjon på et refleksivt nivå der samtalen består av dypere undersøkelser, diskusjoner og refleksjoner basert på elevenes strategier og ideer.

## 5 Konklusjon

Formålet med denne studien har vært å undersøke forskningsspørsmålet: *Hvilke samtaletrekk kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i matematikk mellom lærer og elever i ulike klasserom, og på hvilken måte kan bruken av arbeidstavler som en del av undervisningen ha noe å si for kommunikasjonsmønsteret?* Studiens empiri er basert på videoopptak og transkripsjoner fra undervisningstimer med og uten arbeidstavler fra fem ulike klasserom, hvor jeg har analysert hvert enkelt lærer- og elevutsagn. I analysen benyttet jeg eksisterende teoretiske modeller for lærer- og elevinteraksjoner som kan oppstå i matematiske samtaler, utviklet av Drageset & Allern (2021) (se tabell 1 og 2). Modellene er basert på referanser som jeg har prøvd ut på empiri for å kategorisere alle observerte samtaletrekk. Ut fra analysen av datamaterialet har jeg bekreftet deler av de teoretiske modellene, men fant også ting som bør endres på (se tabell 3 og 4).

Fire av de seks hovedkategoriene i Drageset & Allern (2021) sin teoretiske modell for lærerinteraksjoner har jeg beholdt da de fungerte fint på mine data, men kategori fem «bruke eller utvide elevideer» og kategori seks «utfordre ideer» var vanskelig å skille i datamaterialet, slik at jeg slo de sammen til kategorien «bruke, utvide eller utfordre elevideer». De tilhørende ni samtaletrekkene har jeg slått sammen til *analysere og sammenligne, generalisere og involvere andre*. Videre har jeg flyttet og slått sammen samtaletrekket *koble sammen* fra kategorien «fokusere på detaljer av betydning» til samtaletrekket *analysere og sammenligne* i kategorien «bruke, utvide eller utfordre elevideer», da det i mine data tyder på at læreren tar i bruk og utvider elevtenkning eller utfordrer elevene til å sammenligne ideer og strategier. I tillegg til disse justeringene førte bruken av tematisk analyse til at jeg fant og videre definerte samtaletrekkene *fortelle, bekrefte underveis* og *be om avklaring* som ikke eksisterer i Drageset & Allern (2021) sin teoretiske modell.

Blant elevenes utsagn har jeg latt de fire hovedkategoriene i Drageset & Allern (2021) sin modell stå, da de var ideelle for mine data. Her mangler jeg observasjoner av samtaletrekket *utfordre*, i form av å styre en diskusjon i en annen retning eller stille hypotetiske spørsmål ved fastslått forståelse i kategorien «initiativ». I tillegg flyttet jeg et samtaletrekk fra kategorien «initiativ» til kategorien «evaluere» som går ut på å *korrigere*, da mine data tyder på at dette er en måte elevene evaluerer på i form av å informere om eller rette andre sine feil.

Videre ble de nye empiriske modellene brukt til å sammenligne undervisningstimene med og uten arbeidstavler. Jeg telte forekomsten av hvert samtaletrekk og sammenfattet tabeller som viste forskjeller (se tabell 5 og 6). Sammenligningene viste at undervisningstimene med arbeidstavler besto av færre interaksjoner hvor elevene kun svarte på matematiske spørsmål. Derimot tok elevene mer initiativ, evaluerte mer og forklarte årsak og handlinger oftere. Samtidig søkte lærerne mer tilgang til elevtenkning, og tok oftere i bruk elevideer for å utvide dem eller utfordre elevene, og sjeldnere støttet eller ledet elevene mot et svar. Likevel gikk størsteparten av alle elevutsagn i begge formene for undervisning ut på å svare på matematiske spørsmål og forklare, og store deler av lærernes utsagn i begge undervisningsformene handlet om å fortelle eller informere elevene, støtte eller lede elevene mot et svar og få tilgang til og dele elevtenkning. Både timene med og uten arbeidstavler var preget av et tradisjonelt IRE-mønster (Cazden, 1988) hvor læreren styrte aktivt ved å fortelle, informere, støtte eller lede, og elevene responderte på lærernes henvendelser til tross for større elevmedvirkning i timene med arbeidstavler.

En empirisk videreutvikling av Drageset & Allern (2021) sine referansebaserte modeller for lærer- og elevinteraksjoner i klasseromsdiskursen førte til noen endringer, og ble videre et nyttig verktøy å bruke i sammenligningen av undervisning med og uten arbeidstavler. Resultatene viste at små tiltak i hvordan læreren legger opp til en matematisk samtale kan faktisk ha noe å si for lærerens fokus og elevenes bidrag til samtalen. Videreutviklingen av de teoretiske modellene til Drageset & Allern (2021) kan brukes til å analysere matematiske samtaler i klasserommet og beskrive forskjeller mellom ulike typer undervisning som er viktige for elevene sin læring. Videre kunne det vært interessant å følge med på en langvarig bruk av arbeidstavlene for å se om det etter hvert kan ha en større positiv effekt på det tradisjonelle mønsteret i klasseromsdiskursen, samt å lytte til lærernes erfaringer av implementeringen i forbindelse med SUM-prosjektet.

## Bibliografi

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in mathematics education: intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). Dialogic learning in collaborative investigation. *Nordic studies in mathematics education*(2), ss. 36-62.
- Bjørndal, C. R. (2013). Videoobservasjon som forsknings- og utviklingsredskap i skolen . I M. Brekke, & T. (. Tiller, *Læreren som forsker. Innføring i forskningsarbeid i skolen* (ss. 157-172). Oslo: Universitetsforlaget.
- Bjerkeli, K. (2017). *Kunsten å snakke matematikk*. Masteroppgave. Trondheim: NTNU.
- Bjerkeli, K., Drageset, O. G., & Eidissen, T. (2021). *A sharing environment - How a highly regarded teacher deliberately develops, shares, and uses student ideas as the core element of teaching*. Ikke publisert: Sendt til review.
- Blomhøj, M., & Haavold, P. Ø. (2016). *SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching*. UiT: Ikke publisert.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). *Using thematic analysis in psychology*. Auckland, New Zealand: Edward Arnold (Publishers) Ltd.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), ss. 125-153.
- Brousseau, G., & Balacheff, N. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.
- Cazden, C. (1988). *Classroom discourse: the language of teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011, Mars 8). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*. DOI 10.1007/s10857-011-9179-7, 14, ss. 355–374.



- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2013). *Talk moves: a teacher's guide for using classroom discussions in math, grades K-6* (3. utg.). Sausalito, California: Math Solutions.
- Cobb, P. (2000). The Importance of a Situated View of Learning to the Design of Research and Instruction. I J. Boaler (Red.), *Multiple perspectives on mathematics teaching & learning* (ss. 45-82). Stamford, CT: Ablex Pub.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2017). *Research Methods in Education* (8. utg.). London: Routledge.
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016, april). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet Februar 22, 2021 fra forskningsetikk.no: <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/>
- Drageset, O. G. (2014, Februar 1). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational studies in mathematics*, 2(85), ss. 281-304.
- Drageset, O. G. (2015). Different types of student comments in the mathematics classroom . *Mathematical Behavior*, 38, ss. 29–40.
- Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I M. Johnsen-Høines, & R. Herheim (Red.), *Matematikksamtaler. Undervisning og læring – analytiske perspektiv* (ss. 121-132). Bergen: Caspar Forlag AS.
- Drageset, O. G. (2021, Mars). Exploring student explanations: What types can be observed, and how do teachers initiate and respond to them? *NOMAD*, 26(1).
- Drageset, O. G., & Allern, T. H. (2021). *A drama approach to mathematics teaching*. Ikke publisert. Sendt til review.
- Fraivillig, J. L., Murphy, L. A., & Fuson, K. C. (1999, Mars). Advancing children's mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(148).

- Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Oslo: Cappelen Damm AS.
- Kunnskapsdepartementet. (2018, Juni 26). *Kjerneelementer i fag*. Hentet Januar 20, 2020 fra regjeringen.no:  
<https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. New York: Cambridge University Press.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), ss. 255-276.
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2016). *Qualitative research : a guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass, a Wiley Brand.
- Norsk senter for forskningsdata. (2021, Februar 17). *Oppslagsverk for personvern i forskning*. Hentet fra NSD - Norsk senter for forskningsdata:  
<https://www.nsd.no/personverntjenester/oppslagsverk-for-personvern-i-forskning>
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educ Stud Math (93)* DOI 10.1007/s10649-016-9681-z, ss. 51-66.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Ringdal, K. (2018). *Enhet og mangfold. Samfunnsvitenskapelig forskning og kvantitativ metode* (4. utgave. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The Knowledge Quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*(8), ss. 255-281.

- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Wells, G. (1993). Reevaluating the IRF Sequence: A Proposal for the Articulation of Theories of Activity and Discourse for the Analysis of Teaching and Learning in the Classroom. *Linguistics and Education*, 1(5), ss. 1-37.
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing? I H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpiska, *Language and communication in the mathematics classroom* (ss. 167-178). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

## Tabelloversikt

Tabell 1: Lærerinteraksjoner .....	10
Tabell 2: Elevinteraksjoner .....	13
Tabell 3: Lærerinteraksjoner med observerte samtaletrekk .....	45
Tabell 4: Elevinteraksjoner med observerte samtaletrekk .....	58
Tabell 5: Sammenligning av lærerinteraksjoner med og uten arbeidstavler .....	59
Tabell 6: Sammenligning av elevinteraksjoner med og uten arbeidstavler .....	60

## Liste over vedlegg

Vedlegg 1: Beskrivelse av SUM-prosjektet .....	69
Vedlegg 2: Tema i undervisningstimene .....	79
Vedlegg 3: Samtykkeskjema .....	80
Vedlegg 4: Kvittering fra NSD .....	82
Vedlegg 5: Forekomst av hvert utsagn i undervisningstimene .....	85

### **SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching**

SUM is the acronym for the Norwegian title of the project: “Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning”. It is an ambitious four year research and developmental project with the aim of contributing to the development of and coherence in children’s and students’ motivation for, activities in, and learning of mathematics throughout the educational system from kindergarten to higher education. The means for achieving this aim is development of competences for inquiry based mathematics teaching and activities among the participating pedagogues and mathematics teachers.

The term inquiry refers back to the work of John Dewey (1933), who developed an entire pedagogical theory on the assumption that motivated investigations of our surroundings and related reflections, condensed as reflective inquiry, is the driving force for the development of all types of human knowledge. Inquiry based mathematics education (IBME) or teaching thus means setting the scene for the learners’ motivated investigation in and with mathematics with the purpose of challenging their reflections and supporting their learning of mathematics. The concept is explained in more details in section 4; see also Artigue and Blomhøj (2013).

Strategically the project focuses on five transitions in the educational system, where particular challenges with developing and retaining students’ motivation for and learning of mathematics are evident in the practice of mathematics teaching and in research. These are:

Kindergarten => Primary school => Middle school => Lower secondary => Upper secondary => University

The first and the three latest of these transitions are characterised by changes in the institutional context of the mathematics teaching and are therefore the most distinctive. However, at all five transitions students typically experience a discontinuity in their mathematics teaching. Classes here often get a new mathematics teacher; the textbook change in character; new concepts, representations and methods are introduced; new competence based aims are introduced in the mathematics curriculum in Norway at grade 2, 4, 7, 10; the dominant formats of the students’ activities also vary, and so does the use of IT tools.

In general, at these transitions the mathematics classroom culture changes. Of course, some of these changes are part of the intended curricular progression. However, for some students these changes cause loss in confidence in and motivation for mathematics. The basic assumption behind the SUM project is that it is possible to use inquiry based mathematics teaching to develop and maintain the joy of and motivation for mathematics over the transitions (ZDM, 2013). There is a strong reciprocal positive effect of motivation for and self-efficacy in mathematics on the one hand, and students’ success in the learning of mathematics in school on the other hand (Williams and Williams, 2010). Moreover, through collaboration between teachers and researchers it is possible to focus inquiry based activities on helping the students to overcome identified challenges in the learning of key mathematical concepts, representations and methods at each of the transitions. Here mathematics education research has a lot to offer both in relation to specific learning difficulties and concerning methods for systematic development of courses of lessons – such as didactical engineering (Artigue, 2014). By working in the project for three years in close collaboration with colleagues and researchers, the teachers will develop mathematical and didactical competences for a practice of teaching, which can contribute to coherence in the students’ learning of mathematics over the transitions.

For each of the transitions a group of 12 teachers (10 for the transition to university) and 2 researchers will be formed. In these groups the teachers will be teaching mathematics at three grade levels – two before and one after the transition. In addition, there will be two smaller transition groups that focus on culturally responsive teaching as it is defined by Gay (2013); one group focuses on the transition from Sámi kindergarten to primary school and one group focuses on lower secondary school’s preparation for vocational education in upper secondary school. The group will be working together for three consecutive school years in the project. Intentionally, in a group four teachers will be teaching at the same grade level each year at two different schools. Each year the group will design, test (in the teachers’ own classes) and evaluate three inquiry based courses of 5-10 lessons for each of the three grades related to the transition. For all grade levels, the experimental courses will be implementable within the existing curricula. For the

transition to the university level, the inquiry-based activities may be limited to upper secondary school, but the plan is to have two university mathematics lecturers participate in the working group and collaborate with the upper secondary school teachers in designing and evaluating the inquiry-based courses. In the first transition four pedagogues from two kindergartens will participate with activities for groups of children. In the following text the terms “teacher” and “teaching” include the special case of “pedagogue” and “activity” in relation to the first transition. (See section 5 for details on the organisation of the project.)

### **1. Knowledge and competence needs**

The SUM project addresses the development of knowledge and competences at four systemic levels: (1) the pedagogues and mathematics teachers participating in the project; (2) the kindergartens and the educational institutions involved in the developmental work in the project; (3) the researchers and mathematics teacher educators involved in the project; (4) and the mathematics teacher education at UiT.

(1) The pedagogues in kindergarten and the mathematics teachers at schools are the key agents for developing practices of inquiry, which can help developing and maintaining children’s and students’ motivation for and learning of mathematics throughout the educational system. In particular, there is a need for competences for designing and utilising inquiry based activities, which allow for differentiating support and challenges to different groups of students at the at five transitions.

However in order to develop the necessary knowledge and competences the teachers need to be given opportunities and support from research for experimenting with integrating inquiry based activities and teaching in their own practices in collaboration with colleagues (Boaler, 2008). The SUM project is designed for providing exactly such opportunities. Moreover, the pedagogues and the mathematics teachers will have the option of utilising their participation in the project to improve their formal merits in the mathematics teacher education program at UiT. Subject to some additional requirements in terms of reports on the development work conducted in the project the pedagogues and teachers can take a 10 ECTS course at master level at UiT each year they are participating in the SUM project.

(2) Encouragement and support from the institutional owners and from the school leaders in particular is a precondition for the realisation and success of the project. During the project there might appear situations where the teachers feel the project as very challenging. In such situations, the support from the school leader may constitute the crucial difference between success and failure for the project at that particular school. Therefore, all participating institutions are recruited through official canals and with a contract describing their obligations and benefits related to the project. See section 5 for details. Moreover, the involved institutions will participate with teachers in as many of the transition groups as possible and relevant, and with two teachers at each grade level. In this way the SUM project is designed to support and utilise collaboration and informal interactions among the participating teachers at the same school during the project.

However, the anchoring of the experimental work during the project in the whole group of mathematics teachers at a school is crucial for a sustainable development of competences at that school after the project. The school leaders are the key agents for this to happen. Therefore the project leadership will be addressing this issue and provide support for school based initiatives to that effect during the project. Especially, regarding the transitions with change in institution the kindergartens and schools may see an institutional advantage in developing and branding their profile related to helping children and students to overcome the transitions in mathematics.

(3) The researchers in the SUM project are all member of the mathematics education research group at UiT in Tromsø. They are all also educators in mathematics teacher education – except one who are teaching at the engineering education – and together they cover mathematics teaching in all four teacher education programs: Teacher for kindergarten and for grade 1-7, 5-10, and 8-13.

The researchers will bring their knowledge and competences regarding inquiry based mathematics teaching and transition related challenges into the developmental work in the groups. Each of them will be drawing on various degrees of experiences from collaboration with teachers in developmental and research projects. A

common knowledge base about inquiry based mathematics teaching and didactical issues related to each of the five transitions in mathematics have already been established in the research group. This knowledge and these competences will be put into play in the developmental work in the groups. Moreover, in collaboration with the teachers the researchers will formulate and investigate more specific questions in relation to the transition in focus and the students' learning from the inquiry based courses conducted. Examples of possible themes for such research projects are presented in section 4.

Through these activities the SUM project will provide excellent opportunities for the researchers to develop their competences for collaboration with pedagogues and teachers in ways which facilitate and utilise the interplay between research and development of teaching practices. The fact that 9 researchers from the research group in mathematics education at UiT in Tromsø will be participating in the project provides a strong basis for collaboration in the group on publication of research papers based on the findings related to each of the transitions as well as on the project design and findings in general. For each of the researchers the project will contribute to his or her formal research merit with the possible effect of advancement, and for the group as a whole, the project will for sure contribute to the coherence in and continued development of the research milieu in mathematics education. Moreover, in relation to the project, two recruitment positions in mathematics education research will be established at UiT. One of these positions is already in process. Already during the project, as teacher educators the researchers can draw on their experiences, materials and findings from the project in their own teaching in the relation to mathematical and/or didactical issues. On a higher level, the SUM project can serve as a well-documented case in the teacher education at UiT of a project establishing interplay between research and the development of teaching practices of which the teacher educators have personal experiences.

(4) Together the group of researchers in the SUM project covers most of the mathematics teaching at the mathematics teacher education programs at UiT in Tromsø. Moreover, this group is very active in developing the mathematics teaching in the teacher education. Therefore, for UiT the project can be expected to contribute to the development of all three programs for mathematics teacher education in a very direct way.

## 2. Objectives

The main objective for the SUM project is:

*The development of the participating teachers' competences for designing, teaching and evaluating inquiry based courses of lessons in their mathematics teaching in collaboration with colleagues with the particular aim of contributing to coherence in the students' motivation for and learning of mathematics at the transitions in the system of mathematics education.*

The design for the SUM project (briefly described above and explained in detail in section 5), enables the gradual fulfilment of this main objective through the three years of research and developmental work at the institutions. The process will be assessed by means of the following sub-objectives:

- It is an objective each year to produce rich descriptions of the inquiry based courses conducted at each grade level and including the teachers' related reflections. Such descriptions will be of value for the dissemination of IBME and the development of the practice of mathematics teaching, as well as a basis for research.
- For each year and each transition, it is an objective to publish at least two exemplary cases of inquiry based courses in a format suitable for implementation by other teachers.
- For each year the researchers attached to each group will document the work of the group with particular emphasis on how the courses are addressing the quest for coherence across the grades involved in the particular transition. These reports will be discussed in the groups.
- The development of the teachers' competencies in relation to the main objective will be analysed each year based on the courses conducted and questionnaires and/or interviews to/with the teachers.
- The teachers participating in the project will be given the opportunity to take a 10 ECTS point course at the mathematics teacher education program at UiT based on their work in the project per

year. In order to achieve this merit the teachers need to write a report documenting and reflecting on one of the courses or on issues related to more courses conducted in the project. It is an objective that at least 2/3 of the teachers make use of this opportunity per year.

- The teachers' knowledge about inquiry based mathematics teaching and their beliefs about mathematics and mathematics teaching will be surveyed by means of a questionnaire and qualitative interviews with selected teachers in the beginning and at the end of the project. It is an objective that at least 80% of the teachers have developed their knowledge and have experienced a growth in their competences for inquiry based mathematics teaching.

### **Related research objective**

The main objective for the development of the teachers' competences relies on the assumption that inquiry based mathematics teaching has a potential for motivating and supporting children's and students' learning of mathematics over the transitions. Artigue and Blomhøj (2013) discuss the pedagogical origin of inquiry based mathematics education (IBME) and its relations to major theoretical frameworks in mathematics education research. References to exemplary cases of inquiry based mathematics teaching at various levels are presented and discussed. However, as a theoretical framework, IBME is still developing. The SUM project, where teachers and researchers will be working together on designing, testing and evaluating inquiry based courses over three years, will therefore form a fruitful basis for pursuing the research objective for the SUM project, namely:

*Contributing to the further theoretical development of inquiry based mathematics teaching and researching its potentials and limitations for overcoming challenges in the practice of mathematics teaching related in particular to the five transitions.*

The criterion for the fulfilment of this research objective is the publication of at least one paper in a level 2 mathematics education research journal on the use and development of IBME in the SUM project. In addition and as sub-objectives, in relation to each of the transitions the SUM project should contribute with new knowledge on IBME and the didactical challenges related to that particular transition. The criterion here is the publication of one research paper for each of the five transitions in level 1 or 2 journals.

Moreover, each group will formulate and investigate specific research questions related to the challenges in the teaching and learning of mathematics they identify as important in relation to the transition in focus. Some examples of possible research question will be given in section 4. However, it is an important feature of the SUM project that the teachers should play a key role in identifying the challenges that they find relevant and important in relation to the development of their practices. The choices of themes for developmental work will of course also influence, which research questions it is possible and relevant to investigate in relation to each of the transitions. Therefore, these research themes cannot be finally decided on beforehand.

### **3. Frontiers of knowledge and technology**

In general, the SUM project is about developing the practice of mathematics teaching in interplay with research. There is solid evidence from mathematics education research internationally that in order for theoretical ideas and teaching approaches developed in research to form a basis for sustainable development of mathematics teaching practice at school, the teachers need to be involved in the whole process of didactical design (Boaler, 2008). This includes the identification of the challenges to be addressed in developing the practice of teaching in question, the didactical design, the testing in practice, the assessment of the students learning, evaluation of the design and related reflections for re-designing the courses. The SUM project establishes exactly such conditions for collaboration over three school years between teachers representing different grade levels, and in some cases also different institutions, and researchers in mathematics education. In close collaboration the groups will go through the process of designing, testing and evaluating inquiry based courses three times each school year and nine times during the whole project. This process of didactical design will be supported by different approaches and methods developed in research such as didactical engineering (Artigue, 2014) or communicative approaches (Stein et al., 2008).



For the participating teachers, the project will provide a substantial experience with addressing issues of motivation and coherence at the transition in focus through inquiry based mathematics teaching. In that sense the design of SUM builds on what is known about developing mathematics teaching practice in direction of inquiry in interplay with research (ZDM, 2013).

In Norway there has been one larger project with a similar design focusing on interplay between research and the development of practices of mathematics teaching. It is the KUL project (Kunnskap, utdanning og læring), which was based at the University of Agder and running 2004-2007 (Bjuland & Jaworski, 2009). The methodology used and further developed in KUL regarding co-learning partnership (Jaworski, 2003) will also be used in SUM for establishing and communicating the mode of collaboration in the groups and as a background for analysing and documenting the work for the groups in the yearly reports.

Internationally in the latest decade IBME have been promoted in cross national policy documents for mathematics and science education as one of the possible answers for the quest of better recruitment of young people to higher mathematics and science based education (Rocard et al. 2007). The EU-system has financed numerous of large projects on teachers' professional development in relation to IBME and IBSE. The web portal [www.scientix.eu](http://www.scientix.eu) gives easy access to the materials for teachers and students developed in these projects. In particular the project PRIMAS include many ideas for inquiry based courses of lessons in mathematics teaching from middle to high school, [www.primas-project.eu](http://www.primas-project.eu), ZDM (2013). Especially with respect to the use of concrete manipulatives and the use of IT as base for the students' inquiry activities and their related IT base communication and production this material represents the state of the art within didactical design for IBME. The SUM project will build upon experiences, results and materials from these projects.

#### **4. Research tasks and design and scientific methods**

The research in the SUM project addresses the overall theme of coherence through inquiry based mathematics teaching at three different levels, namely: (1) coherence and interplay between mathematics education research and development of mathematics teaching practice; (2) coherence in the teachers practices and their knowledge and beliefs about IBME and challenges related to the particular transitions in the system of mathematics teaching; and (3) coherence in the children's and students' motivation for and learning of mathematics at each of the transitions.

On level 1 the research task is to establish and investigate the functioning of co-learning partnerships in the five transition groups with respect to the main objective of the project. The overall methodology for this is based on Wagner (1997) and Jaworski (2003). The design of the project with collaboration for three consecutive school years in intentionally the same group of teachers and researchers provides very good conditions for such research.

On level 2 the research task is to document and explain the teachers' development of their teaching practice during the project. The methods used will be analyses of the courses conducted and related classroom observations; qualitative interviews with each teacher in the beginning of the project and at the end of each school year, and one group interview before the last experimental course each school year with the four teachers teaching at the same grade level. In addition the teachers' development during the project will be surveyed through a questionnaire to all teachers in the project in the beginning of each school year.

On level 3 the research task is to document and explain the students' development in terms of their learning of, motivation for, confidence in and beliefs about mathematics. The design of the SUM project will enable the following of the same children and students for three consecutive school years. In each of transition groups four classes will participate in the project for three years. That is the groups of children from kindergarten and the classes at grade 3; grade 6; grade 9; and grade vg 2 at the first school year of the project, 17/18.

Of course, not all children will be followed across the transitions where the type of institution changes (for example Kindergarten => Primary school, or Lower secondary school => Upper secondary school). However, the kindergartens and schools are chosen strategically so as the vast majority of the students will

continue in a project school after the transition.. With respect to the last transition, the students' leaving vg 3 after the second school year, 18/19, cannot all be expected to continue with university mathematics, and those that do will probably start their studies at different universities. Here, we will follow up as many students as possible. In addition, the same number of classes will be followed in the project for two and one school year respectively. Hereby, the SUM project will provide an excellent opportunity for researching the long term effects on students of integrating inquiry based teaching in the practice of mathematics teaching (without curricular changes) across the transitions.

The developmental work in the transition groups will be supported by an introduction to IBME (Blomhøj, 2016). The following 3-phased didactical model for inquiry based courses in mathematics teaching will be presented and discussed with the teachers:

- Phase 1: Setting the scene for the students' inquiry work
- tell a story, refer to or create student experiences to motivate the inquiry work
  - establish a challenge or a problem in a context that makes sense for the students
  - create classroom dialogues about the meaning of the situation
  - how could this be fun or interesting and important for life and/or mathematics?
  - establish and communicate the didactic environment for the students' work, i.e. the temporal and practical conditions of the work
  - present and argue for the product requirements and assessment format.
- Phase 2: The students' independent (of the teacher) investigative work
- sufficient time, freedom and support for students' investigative work
  - support and challenge through dialogues with the dominant questions to groups or individual students being: What are you thinking?, How did you find out?, Why is it right?, ...
  - considering differentiated support or challenges to different groups of students
  - preparing through construction of dialogues.
- Phase 3: Joint reflections and supporting the students' learning of mathematics in class
- the students' experiences and results is systematized and shared in the class eventually through the students' (IT based) presentation of their work and products
  - classroom dialogues focused on reflections on the mathematical elements in the work
  - key concepts and methods are pinpointed and unfolded mathematical for the class
  - the mathematical knowledge rooted in the students' work is institutionalized for the class using multiple relevant representations and underlining mathematical points and connections.

This model or similar models has proven useful for teachers in several development projects on IBME, ZDM (2013), and will be used in the SUM project as a starting point for the collaboration with the teachers. The model can also be used for structuring and analyzing the individual courses in papers for research and developmental journals in mathematics education as mentioned below. However, as mentioned in section 2 it is part of the research objective to develop further the concept of IBME. This includes, as an important element, discussing and developing didactic models for designing inquiry based courses for different grades and with the focus on supporting coherence in the students motivation for and learning of mathematics at the transitions. Therefore, the concrete experiences with using and developing further this model can serve as empirical basis for the fulfilment of the research objective of the project.

The inquiry based courses developed by the transition groups should as already underlined focus on challenges with motivating and supporting the students' mathematical learning at each transition, which are experienced or recognized as important by teachers. As a general methodology for research connected to the design of and experimentation with teaching units in mathematics, the SUM project will make use of didactical engineering (Artigue, 2014).

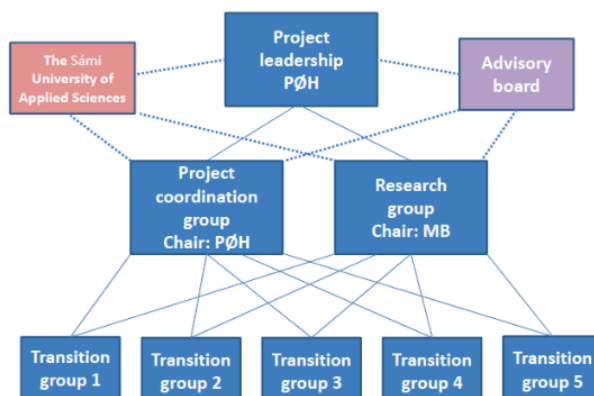
The following preliminary themes for research foci at the different transitions are pinpointed:

- How can IBME be first introduced at the different levels in the educational system?
- How can IBME play a major role in the introduction of more formal mathematics?
- How can IBME courses be designed and implemented in order to overcome some of the specific learning difficulties, identified by research, at each level?

- How can communication and sharing of ideas in IBME be developed across major transition so that students can maintain their interest in mathematics?
- How do students' mathematical understanding and beliefs about the nature of mathematics evolve when they regularly engage in inquiry-based activities over a longer time-period?

## 5. Organization and project plan

The project organization is depicted in the following organization diagram:



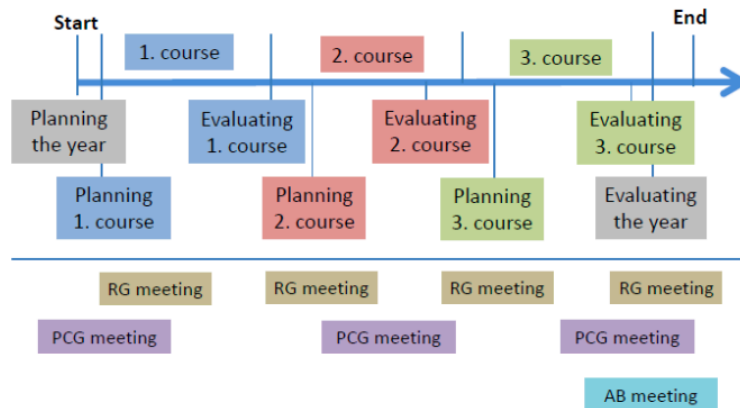
**The transition groups (TG)** are the fundamental element of the organization of the SUM project. Here the developmental work and research will be conducted in collaboration between teachers and researchers. Each transition group is chaired by a researcher who is also member of the research group. **The research group (RG)** supports and coordinates the research and looks for connections across the transition groups. This group will have seven members including a representative from the Sámi University of Applied Sciences (SámiUni) and the chair of the group Morten Blomhøj (MB, prof. II at UiT). The group will work before and after the experimental teaching and during the three school years the group will meet at least two times each semester. The research group will be in dialogue with and take advises from the advisory board. **The project coordination group (PCG)** will be responsible for the anchoring of the project in the institutions and for securing the logistics and budget conditions for the work for the transition groups. The group will consists of leadership representatives from all the involved kindergartens and schools, a researcher from each of the transition groups, a representative from the SámiUni, and the chair of the group Per Øystein Haavold (PØH, leader of the research group in mathematics education, UiT), who is also the leader and budget responsible for the entire project. There will be a considerable overlap of members with the research group in order to ensure flow of information and coordination of decisions between the two groups. PCG will meet at least three times during each of the three school years.

**The international advisory board (AB) consists of:** Prof. Barbara Jaworski (Loughborough University, UK), Prof. Bharath Sriraman (University of Montana, US), and Prof. Katja Maass (Freiburg University, Germany). There are all invited based on their particular experiences and research expertise related to the theme of the project, and on the basis of previous productive collaborations with researchers involved in SUM. Barbara Jaworki has concrete experiences from a similar project in Norway (Bjuland & Jaworski, 2009), and many years of research experiences developing and using methods for systematic collaboration between research in mathematics education and development of teaching practices; Bharath Sriraman has a very strong record of publishing research in mathematics education based collaborative projects and he has extensive experiences collaborating with the Norwegian and other Nordic researchers. Katja Maass has been and is still leading large EU projects on professional development for mathematics. In particular she was the leader of the PRIMAS project: Promoting inquiry-based learning in mathematics and science at both primary and secondary levels across Europe ([www.primas-project.eu](http://www.primas-project.eu)). Research approaches and results as well as teaching materials for inquiry based courses from PRIMAS constitute a strong element in the fundament for the SUM project. AB will meet at least five times during the project.

**6. Important milestones**

The tentative project period is May 1 2017 to 31 March 2021. In the period April – June 2017 organisation of and first meeting in PCG, RG and AB will take place. Before June 15 all TGs should be formed. In the period after the end of the third year of experimental teaching and until the end of the project the focus will be on research and communicating the project results.

During each of the three school years the activity time line will be as depicted in the follow diagram.



**7. Financial contribution by collaborating partner(s) (NOK 1 000)**

Financing partner	Cash financing (KNOK)
Two kindergartens, two primary schools, two lower secondary schools, two upper secondary schools.	4078
UiT Research and project coordination	7927
From Research Council	7388

**8. Other collaboration**

We will collaborate with researchers from The Sámi University of Applied Sciences.

**9. Impact for national knowledge base and competence-building**

The SUM project will have direct influence on the participating teachers’ and researchers professional development. The teachers and the researchers will collaborate in regular meetings for three years on designing and evaluating implemented inquiry based teaching in their own practice. Thus, for the teachers the SUM will pose an opportunity for substantial professional development as a mathematics teacher. In addition, we have included the option for formal competency for the teachers. Each year in project, the teachers will have the opportunity to take a 10 ECTS course at master level. Teachers completing all three courses during the project can get merit for the main master course (30 ECTS) if they want to continue and take a master in teacher education within mathematics education at UiT. The exams on these three courses will be reports and presentations demonstrating that the teachers can use research and theory to reflect on planning and implementing inquiry based courses in mathematics. Teachers not taking the courses will participate on equal terms in the project, but without any demand on reports and presentations connecting theory and action.

The foundation of the project in selected institutions and the involvement and commitment of the leadership of the kindergartens and the teaching institutions create good condition of sustainable institutionalization of the inquiry based teaching practices developed in the project. Hereby, the SUM project can help creating conditions for continuous interplay between mathematics education research and development of mathematics teaching practice at the involved institutions is.

As already mentioned, for researchers, the SUM project constitute an excellent opportunity to establish or deepen the relationship between their research in mathematics education and their teaching practices in mathematics teacher education. Moreover, since the entire research group in mathematics education, which is also responsible for the development of the mathematics teacher education at UiT, is participating in the project, the research experiences and results will be institutionalized in teacher education.

### **10. Relevance for the partners and society**

First, SUM provides the students the opportunities to work with important mathematics in investigative, collaborative and exploratory settings, which, can contribute to more engagement, increased motivation and deeper learning in mathematics. This means that the students participating in this project will experience teaching more relevant to the national aims for mathematics (NOU 2015:8). Also, the teachers will learn how to renew and develop their teaching gradually, in cooperation with researchers and based on research. And not least, the researchers participating will be able to develop theory coordinated with practice for three years, creating new knowledge for use in teacher education. Given that this project becomes a success, the knowledge developed and working method can be used on a larger scale to gradually develop mathematics teaching, seen as a continuum from kindergarten to university instead of separate parts.

The project will contribute to politicians, educators and leaders in school and pre-school by revealing knowledge of a) how the employed in an educational institution develop knowledge about inquiry based mathematics education and b) how the leaders of an educational institutions experience their institutions' participation in research and developmental work with a focus on the transitions in the educational system. The project is also in accordance with several of key strategic documents at the University of Tromsø. This project will help promote cultural and social development in the north through building knowledge and human capital. The project's focus on mathematics teaching from preschool and throughout the compulsory school and into university level, underlines its closeness to practice and to the society. This is in accordance with the University's strategy plan, which claims that UiT will be a national leader in teacher education and offer research-based education of the highest international quality standards. In accordance with the HSL Faculty's strategy plan, the project aims to build a strong research group that is leading in the field of inquiry based mathematics education in Norway. In accordance with this plan, our project will publish overall results and results from each of the five transitions in popular scientific journals of national level as well as in international scientific high ranked journals – which would probably influence the international field of mathematics education and improve our theoretical understanding of inquiry based teaching in mathematics. One of the Departments of Education's overarching aims is to strengthen relations between research and education. This is in line with our project, where the project is intertwined with the mathematics education at all levels in our department.

### **11. Dissemination and communication of results**

The SUM project will produce publications of five different kinds. (1) The inquiry based courses with evaluations and related reflections by the teachers and researchers will be published through various media. The total collection of the courses will be made available through a project web site. Exemplary cases will be published in Nordic journals for developmental work in mathematics (e.g. *Tangenten*, *MONA* (peer-reviewed)). In some of cases the teachers could be co-authors together with the researchers of such papers and some of these papers could be based on the teachers writings/assignments related to the master courses mentioned above. Possibly, selections of courses related to a specific transition and combined with reflections concerning issues of mathematical and/or didactical coherence related to that particular transition could be published in books for teachers and student teachers. We also intend to organize and hold a conference where we present our results from SUM, in which the target groups are researchers, teachers and master students. (2) Papers for peer-reviewed (mathematics) education research journals (level 1) on specific research questions in IBME and particular transition challenges. Such papers can be written and published already during the project, possibly in the *Nordic Studies in Mathematics Education* or international journals. (3) Papers on the teachers' development during the project with regard to their practice of teaching and their knowledge and beliefs about IBME and the challenges that the students might experience at the transitions. (4) Papers on the development over the project in the students' learning of mathematics and in their

motivation for mathematics and beliefs related to mathematics and mathematics learning and its possible relations to their work in the inquiry based courses. Potentially for both 3 and 4, the research will be of high relevance internationally and publishable in level 1 or 2 research journals in mathematics education. (5) Papers or a monograph on the SUM project as whole with emphasis on the interplay between research and the integration of IBME in the practice of mathematics teaching. The design, magnitude and duration of the SUM project will make such research relevant for international scene of mathematics education research.

## 12. Environmental impacts

The project in itself will have little or no direct environmental impacts, but there are many possibilities of using climate and the environment as contexts in IBME.

## 13. Ethical concerns

The project's main goal is to contribute to the improvement of the teaching of mathematics; the focus is the teaching and not the pupils. At school level this project aims to develop a) instruments for measuring mathematical competences, b) teaching example(s) that are presented in a video. The focus is not the pupils' scores in mathematics, but their learning outcomes are tested in order to measure how the teaching works and how the instrument for measuring mathematical understanding works. Some lessons will be video recorded and beforehand the pupils and their parents carefully will be informed, according to the national guidelines, which they can withdraw from the project at any time they want.

## 14. Gender issues

There are still are textbooks in mathematics for upper secondary school, accepted for the curriculum LK06, where all the authors are male. At the UiT- The Arctic University of Norway's department of mathematics, women hold less than one third of the permanent scientific positions. Two out of five leading researchers in this project are female and one of them work at the faculty of science. The project may support her further development towards a full professor. Auxiliary research questions dealing specifically with gender and mathematics education will also be developed during the research project.

## Literature

- Artigue, M. (2014). Didactic engineering in mathematics education. In S. Lerman (eds.) *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 159-162). Springer Netherlands.
- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualising inquiry based education in mathematics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education* 45 (6), 798-810.
- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. København: Frydenlund.
- Bjuland, R., & Jaworski, B. (2009). Teachers' perspectives on collaboration with didacticians to create an inquiry community. *Research in Mathematics Education*, 11(1), 21-38.
- Boaler, J. (2008). Bridging the gap between research and practice: International examples of success. In Menghini, M., Furinghetti, F., Giacardi, L. & Arzarello, F. (eds.): *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education*. Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana, s. 91-104.
- Dewey, J. (1933). *How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process*. Boston, MA: Heath.
- Gay, G. (2013). Teaching to and through cultural diversity. *Curriculum Inquiry*, 41(1), 48-70.
- Jaworski, B. (2003). Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development: Towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. *Educational studies in mathematics*, 54(2-3), 249-282.
- NOU 2015:8 (2015). *Fremtidens skole. Fornylse av fag og kompetanser*.
- Rocard M, Csermely P., Jorde D., Lenzen D., Walberg-Henriksson H. & Hemmo V. (2007). *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Commission Européenne, Direction générale de la recherche, Science, économie et société.
- Rønning, F (2014). *Overgang fra videregående opplæring til universitet/høgskole - UHRs undersøkelse* Presentation available at [http://www.uhr.no/documents/5\\_R\\_nning\\_inspirasjonsseminar\\_UHR\\_HiST\\_NTNU\\_110614.pdf](http://www.uhr.no/documents/5_R_nning_inspirasjonsseminar_UHR_HiST_NTNU_110614.pdf)
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*, 10(4), 313-340.
- Wagner, J.: 1997, 'The unavoidable intervention of educational research: A framework for reconsidering research-practitioner cooperation'. *Educational Researcher* 26(7), 13-22.
- Williams, T., & Williams, K. (2010). Self-efficacy and performance in mathematics: Reciprocal determinism in 33 nations. *Journal of Educational Psychology* 102 (2), 453-466.
- ZDM (2013): Implementation of inquiry based learning in day to day teaching. Thematic issue of *ZDM The International Journal on Mathematics Education* 45 (6).

## **Vedlegg 2: Tema i undervisningstimene**

Klasse 1: Tema i timene med og uten arbeidstavler var *geometri*.

Klasse 2: Tema i timen med arbeidstavler var *prosentregning*, og tema i timen uten var *divisjon*.

Klasse 3: Tema i timen med arbeidstavler var *brøk*, og tema i timen uten var *addisjon og subtraksjon med tallinje*.

Klasse 4: Tema i timen med arbeidstavler var *brøk, desimaltall og prosent*, og tema i timen uten var *divisjon*.

Klasse 5: Tema i timene med og uten arbeidstavler var *mønster og tallrekker*.

Alle går på mellomtrinnet.

## Vedlegg 3: Samtykkeskjema

### Invitasjon til å delta i prosjekt

# Bruk av små tavler i samtaler i matematikk

#### Presentasjon:

Basert på eit studie av ein særleg flink lærar sin undervisning, og korleis denne brukte små tavler som ein viktig del av undervisninga, har vi utvikla eit lite prosjekt der vi prøver ut desse tavlene i ulike klasser og på ulike skular i Tromsø.

Formålet er å samanlikne vanlege matematikk-timar med timar der tavlene er i bruk. Desse tavlene blir brukt for å løyse matematikk og for å dele løysingar og forslag slik at desse kan diskuteras.

For å studere dette vil vi filme to timar i klassa, og kanskje to ekstra om det trengs (maksimalt fire totalt). Filminga vil fokusere på læraren, men det er viktig å få med elevane sine forslag (særleg kva dei seier og kva dei viser fram på tavla).

Dette er eit prosjekt som heng saman med SUM-prosjektet ved UiT – Norges Arktiske Universitet. SUM-prosjektet ser på utviklinga av undersøkende matematikk i samarbeid med ei rekke skular i Tromsø.

#### Om opplegget og gjennomføring:

Først vil prosjektleiaren være med lærarane og vise fram bruken av tavler. Så vil filming foregå i løpet av våren 2020 (og hausten 2020 om spesielle forseinkingar skulle oppstå).

#### Formelle avklaringar:

Prosjektet er ein del av SUM og er meldt inn til Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste (NSD) som ivaretar personvernet i forskning ved UiT – Norges Arktiske Universitet.

Opptaka blir lagra trygt på datamaskin ved UiT og blir berre tilgjengelig for prosjektmedarbeidarane. Etter at prosjektet er slutt vil alle opptak bli sletta, dvs i løpet av 2021.

Det er frivillig å delta og man kan på eit kvart tidspunkt og utan grunngjeving trekke seg frå undersøkinga.

Med helsing frå

*Ove Gunnar Drageset*

prosjektleiaren

Kontaktinformasjon:

UiT – Norges Arktiske Universitet

Ove Gunnar Drageset

[ove.drageset@uit.no](mailto:ove.drageset@uit.no)

tlf 77660274



*Svarslipp*

Barnets

navn: \_\_\_\_\_

Jeg godkjenner med dette deltakelse i prosjektet Drama og matematikk. Deltakelsen innebærer filming av aktiviteter barnet deltar i.

Barnets underskrift: \_\_\_\_\_ Dato: \_\_\_\_\_

Foresattes underskrift: \_\_\_\_\_ Dato: \_\_\_\_\_

## Vedlegg 4a: Oppdatert kvittering fra NSD

29.3.2021

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



### NSD sin vurdering

#### Prosjektittel

SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching

#### Referansenummer

363390

#### Registrert

08.02.2021 av Per Øystein Haavold - per.oystein.haavold@uit.no

#### Behandlingsansvarlig institusjon

UiT – Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

#### Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Per Øystein Haavold, per.oystein.haavold@uit.no, tlf: 47409395

#### Type prosjekt

Forskerprosjekt

#### Prosjektperiode

01.05.2017 - 31.10.2021

#### Status

11.03.2021 - Vurdert

### Vurdering (1)

---

#### 11.03.2021 - Vurdert

##### BAKGRUNN

Behandlingen av personopplysninger ble opprinnelig meldt inn til NSD 06.06.2017 (NSD sin ref: 54660) og vurdert under personopplysningsloven som var gjeldende på det tidspunktet.

08.02.2021 meldte prosjektleder inn en endring av prosjektet som bestod i en utsettelse av prosjektslutt til 31.12.2021.

Det er vår vurdering at behandlingen/hele prosjektet vil være i samsvar med den gjeldende personvernlovgivningen, så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 11.03.2021 med vedlegg.

Behandlingen kan fortsette.

#### MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

#### TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 31.12.2021. Opprinnelig prosjektslutt var 31.12.2020.

#### LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet har innhentet samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger.

Vår vurdering er at prosjektet la opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det var en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Samtykket vurderes som gyldig også etter gjeldende personvernregelverk.

Lovlig grunnlag for behandlingen er den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

#### PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at behandlingen av personopplysninger følger prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte har fått tilfredsstillende informasjon og har samtykket til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger er samlet inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

#### DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte mottok var tilstrekkelig/godt utformet under personopplysningsloven som var gjeldende på det tidspunktet.

Det vurderes at informasjonen også er tilstrekkelig for å innhente et informert samtykke og oppfylle informasjonsplikten etter nytt personvernregelverk. Informasjonen oppfylder krav til form, jf. personvernforordningen art. 12.1, og mangler kun informasjon om nye rettigheter og kontaktopplysninger til institusjonens personvernombud for å oppfylle alle krav til innhold, jf. art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

#### FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfylder kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

29.3.2021

Meldeskjema for behandling av personopplysninger

**OPPFØLGING AV PROSJEKTET**

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til videre med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Gry Henriksen  
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

## Vedlegg 4b: Original kvittering fra NSD



Per Øystein Haavold

9006 TROMSØ

Vår dato: 06.09.2017

Vår ref: 54660 / 3 / LAR

Deres dato:

Deres ref:

### Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 06.06.2017.

Meldingen gjelder prosjektet:

<i>54660</i>	<i>SUM - Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning</i>
<i>Behandlingsansvarlig</i>	<i>UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder</i>
<i>Daglig ansvarlig</i>	<i>Per Øystein Haavold</i>

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget [skjema](#). Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en [offentlig database](#).

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2020, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Dersom noe er uklart ta gjerne kontakt over telefon.

Vennlig hilsen

Marianne Høgetveit Myhren

*Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.*

Lasse André Raa

Kontaktperson: Lasse André Raa tlf: 55 58 20 59 / [Lasse.Raa@nsd.no](mailto:Lasse.Raa@nsd.no)  
Vedlegg: Prosjektvurdering



### SAMARBEIDSSSTUDIE

Prosjektet er en internasjonal samarbeidsstudie. UiT Norges arktiske universitet er behandlingsansvarlig institusjon for den norske delen. Personvernombudet forutsetter at ansvaret for behandlingen av personopplysninger er avklart mellom institusjonene. Vi anbefaler at det inngås en avtale som omfatter ansvarsfordeling, ansvarsstruktur, hvem som initierer prosjektet, bruk av data og eventuelt eierskap.

### INFORMASJON OG SAMTYKKE

Utvalget informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskriv og samtykkeerklæring, slik de foreligger i reviderte utgaver av 24.08.2017 og 05.09.2017, er godt utformet.

Det foreligger imidlertid et avvik mellom prosjektslutt oppgitt i meldeskjema og i informasjonsskrivene. Personvernombudet legger til grunn at sistnevnte stemmer, og har derfor endret prosjektslutt til 31.12.2020.

### BARN I FORSKNING

Deltakelse i forskning skal alltid være frivillig for barnet selv om foreldrene samtykker på barnets vegne. Dette innebærer at barnet bør få tilpasset informasjon og at forsker må få barnets aksept under datainnsamlingen. I tråd med dette, bør den som foretar datainnsamlingen ha tilstrekkelig kompetanse til å tilpasse fremgangsmåten slik at barnets behov ivaretas.

### BARN I FORSKNING

Personvernombudet vurderer at ungdommer som har fylt 15 år kan samtykke selv til å delta i dette prosjektet, så lenge de får tilpasset informasjon om prosjektet, og at det sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det. Det forutsettes at forsker følger retningslinjer for den enkelte skole.

### DATASIKKERHET

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger UiT Norges arktiske universitet sine interne rutiner for datasikkerhet.

### PUBLISERING AV PERSONOPPLYSNINGER

Det oppgis at indirekte identifiserende personopplysninger kan bli publisert. Personvernombudet legger til grunn at det i så fall foreligger eksplisitt samtykke fra den enkelte til dette. Vi anbefaler dessuten at deltakerne gis anledning til å lese igjennom egne opplysninger og godkjenne disse før publisering.

### PROSJEKTSLUTT

Forventet prosjektslutt er 31.12.2020. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres.

Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:

- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)



## Vedlegg 5: Forekomst av hvert utsagn i undervisningstimene

Lærer og antall utsagn	Lærer 1 med 264		Lærer 1 uten 54		Lærer 2 med 62		Lærer 2 uten 34		Lærer 3 med 103	
	Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med
<b>Lærersats</b>										
<b>Fortelle eller informere</b>	<b>93</b>	<b>35,2 %</b>	<b>13</b>	<b>24,1 %</b>	<b>16</b>	<b>25,8 %</b>	<b>13</b>	<b>38,2 %</b>	<b>16</b>	<b>15,5 %</b>
Informere	59	22,3 %	3	5,6 %	1	1,6 %	4	11,8 %	7	6,8 %
Demonstrere	1	0,4 %	0	0,0 %	2	3,2 %	0	0,0 %	0	0,0 %
Fortelle	17	6,4 %	5	9,3 %	4	6,5 %	3	8,8 %	3	2,9 %
Validere	16	6,1 %	5	9,3 %	9	14,5 %	6	17,6 %	6	5,8 %
<b>Støtte eller lede elevene mot et svar</b>	<b>48</b>	<b>18,2 %</b>	<b>20</b>	<b>37,0 %</b>	<b>22</b>	<b>35,5 %</b>	<b>10</b>	<b>29,4 %</b>	<b>20</b>	<b>19,4 %</b>
Lede gjennom spørsmål	39	14,8 %	19	35,2 %	11	17,7 %	8	23,5 %	11	10,7 %
Bekreftede underveis	9	3,4 %	1	1,9 %	11	17,7 %	2	5,9 %	9	8,7 %
<b>Fokuserer på detaljer av betydning</b>	<b>26</b>	<b>9,8 %</b>	<b>9</b>	<b>16,7 %</b>	<b>7</b>	<b>11,3 %</b>	<b>2</b>	<b>5,9 %</b>	<b>21</b>	<b>20,4 %</b>
Gjenta eller omformulere	25	9,5 %	9	16,7 %	4	6,5 %	0	0,0 %	18	17,5 %
Oppsummere	1	0,4 %	0	0,0 %	3	4,8 %	2	5,9 %	3	2,9 %
<b>Få tilgang til og dele elevtenkning</b>	<b>85</b>	<b>32,2 %</b>	<b>12</b>	<b>22,2 %</b>	<b>14</b>	<b>22,6 %</b>	<b>8</b>	<b>23,5 %</b>	<b>40</b>	<b>38,8 %</b>
Lokke eller be om svar eller forslag	47	17,8 %	4	7,4 %	3	4,8 %	4	11,8 %	16	15,5 %
Be om avklaring	16	6,1 %	3	5,6 %	1	1,6 %	3	8,8 %	5	4,9 %
Be om begrunnelse	4	1,5 %	3	5,6 %	5	8,1 %	0	0,0 %	4	3,9 %
Be om forklaring	18	6,8 %	2	3,7 %	5	8,1 %	1	2,9 %	15	14,6 %
<b>Bruke, utvide eller utfordre</b>	<b>12</b>	<b>4,5 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>3</b>	<b>4,8 %</b>	<b>1</b>	<b>2,9 %</b>	<b>6</b>	<b>5,8 %</b>
Analysere og sammenligne	2	0,8 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	4	3,9 %
Generalisere	6	2,3 %	0	0,0 %	1	1,6 %	0	0,0 %	2	1,9 %
Involvere andre	4	1,5 %	0	0,0 %	2	3,2 %	1	2,9 %	0	0,0 %

Lærer og antall utsagn	Lærer 3 uten 129		Lærer 4 med 75		Lærer 4 uten 69		Lærer 5 med 19		Lærer 5 uten 42	
	Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten
<b>Fortelle eller informere</b>	<b>8</b>	<b>6,2 %</b>	<b>12</b>	<b>16,0 %</b>	<b>15</b>	<b>21,7 %</b>	<b>3</b>	<b>15,8 %</b>	<b>15</b>	<b>35,7 %</b>
Informere	1	0,8 %	5	6,7 %	4	5,8 %	2	10,5 %	3	7,1 %
Demonstrere	0	0,0 %	1	1,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %	5	11,9 %
Fortelle	3	2,3 %	3	4,0 %	2	2,9 %	0	0,0 %	4	9,5 %
Validere	4	3,1 %	3	4,0 %	9	13,0 %	1	5,3 %	3	7,1 %
<b>Støtte eller lede elevene mot et svar</b>	<b>48</b>	<b>37,2 %</b>	<b>11</b>	<b>14,7 %</b>	<b>5</b>	<b>7,2 %</b>	<b>3</b>	<b>15,8 %</b>	<b>9</b>	<b>21,4 %</b>
Lede gjennom spørsmål	27	20,9 %	10	13,3 %	5	7,2 %	3	15,8 %	8	19,0 %
Bekreftede underveis	21	16,3 %	1	1,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1	2,4 %
<b>Fokuserer på detaljer av betydning</b>	<b>26</b>	<b>20,2 %</b>	<b>9</b>	<b>12,0 %</b>	<b>11</b>	<b>15,9 %</b>	<b>1</b>	<b>5,3 %</b>	<b>2</b>	<b>4,8 %</b>
Gjenta eller omformulere	24	18,6 %	9	12,0 %	11	15,9 %	0	0,0 %	2	4,8 %
Oppsummere	2	1,6 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1	5,3 %	0	0,0 %
<b>Få tilgang til og dele elevtenkning</b>	<b>47</b>	<b>36,4 %</b>	<b>38</b>	<b>50,7 %</b>	<b>35</b>	<b>50,7 %</b>	<b>12</b>	<b>63,2 %</b>	<b>16</b>	<b>38,1 %</b>
Lokke eller be om svar	11	8,5 %	24	32,0 %	10	14,5 %	8	42,1 %	4	9,5 %
Be om avklaring	12	9,3 %	0	0,0 %	6	8,7 %	2	10,5 %	7	16,7 %
Be om begrunnelse	5	3,9 %	5	6,7 %	5	7,2 %	0	0,0 %	0	0,0 %
Be om forklaring	19	14,7 %	9	12,0 %	14	20,3 %	2	10,5 %	5	11,9 %
<b>Bruke, utvide eller utfordre</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>5</b>	<b>6,7 %</b>	<b>3</b>	<b>4,3 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>
Analysere og sammenl.	0	0,0 %	1	1,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
Generalisere	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
Involvere andre	0	0,0 %	4	5,3 %	3	4,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %

Elevevtsagn	Lærer og antall utsagn	Lærer 1 med 250		Lærer 1 uten 36		Lærer 2 med 40		Lærer 2 uten 20		Lærer 3 med 65	
		Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med
	<b>(Bare) svar på matematiske spørsmål</b>	<b>95</b>	<b>38,0 %</b>	<b>29</b>	<b>80,6 %</b>	<b>21</b>	<b>52,5 %</b>	<b>13</b>	<b>65,0 %</b>	<b>31</b>	<b>47,7 %</b>
	Delsvar	6	2,4 %	0	0,0 %	4	10,0 %	0	0,0 %	2	3,1 %
	Lærerstyrte svar	63	25,2 %	18	50,0 %	13	32,5 %	6	30,0 %	22	33,8 %
	Uforklarte svar	26	10,4 %	11	30,6 %	4	10,0 %	7	35,0 %	7	10,8 %
	<b>Forklaring</b>	<b>53</b>	<b>21,2 %</b>	<b>5</b>	<b>13,9 %</b>	<b>14</b>	<b>35,0 %</b>	<b>3</b>	<b>15,0 %</b>	<b>26</b>	<b>40,0 %</b>
	Tenke høyt	28	11,2 %	1	2,8 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Advokere	5	2,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2	3,1 %
	Forklare årsak	10	4,0 %	2	5,6 %	9	22,5 %	0	0,0 %	10	15,4 %
	Forklare handlinger	8	3,2 %	2	5,6 %	5	12,5 %	0	0,0 %	14	21,5 %
	Forklare begrep	2	0,8 %	0	0,0 %	0	0,0 %	3	15,0 %	0	0,0 %
	<b>Initiativ</b>	<b>85</b>	<b>34,0 %</b>	<b>2</b>	<b>5,6 %</b>	<b>4</b>	<b>10,0 %</b>	<b>4</b>	<b>20,0 %</b>	<b>8</b>	<b>12,3 %</b>
	Be om avklaring	57	22,8 %	0	0,0 %	1	2,5 %	2	10,0 %	8	12,3 %
	Presisere	8	3,2 %	0	0,0 %	1	2,5 %	1	5,0 %	0	0,0 %
	Foreslå ny idé	20	8,0 %	2	5,6 %	2	5,0 %	1	5,0 %	0	0,0 %
	<b>Evaluering</b>	<b>17</b>	<b>6,8 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>1</b>	<b>2,5 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>
	Bekreftelse	4	1,6 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Rose	2	0,8 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Påpeke feil	10	4,0 %	0	0,0 %	1	2,5 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Kritikk eller råd	1	0,4 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %

Elevevtsagn	Lærer og antall utsagn	Lærer 3 uten 97		Lærer 4 med 45		Lærer 4 uten 46		Lærer 5 med 7		Lærer 5 uten 35	
		Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten	Antall med	Prosent med	Antall uten	Prosent uten
	<b>(Bare) svar på matematiske spørsmål</b>	<b>48</b>	<b>49,5 %</b>	<b>18</b>	<b>40,0 %</b>	<b>22</b>	<b>47,8 %</b>	<b>5</b>	<b>71,4 %</b>	<b>20</b>	<b>57,1 %</b>
	Delsvar	7	7,2 %	0	0,0 %	4	8,7 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Lærerstyrte svar	27	27,8 %	15	33,3 %	4	8,7 %	3	42,9 %	9	25,7 %
	Uforklarte svar	14	14,4 %	3	6,7 %	14	30,4 %	2	28,6 %	11	31,4 %
	<b>Forklaring</b>	<b>47</b>	<b>48,5 %</b>	<b>21</b>	<b>46,7 %</b>	<b>23</b>	<b>50,0 %</b>	<b>1</b>	<b>14,3 %</b>	<b>6</b>	<b>17,1 %</b>
	Tenke høyt	0	0,0 %	3	6,7 %	1	2,2 %	0	0,0 %	5	14,3 %
	Advokere	4	4,1 %	4	8,9 %	5	10,9 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Forklare årsak	14	14,4 %	8	17,8 %	17	37,0 %	0	0,0 %	1	2,9 %
	Forklare handlinger	29	29,9 %	6	13,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Forklare begrep	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1	14,3 %	0	0,0 %
	<b>Initiativ</b>	<b>2</b>	<b>2,1 %</b>	<b>3</b>	<b>6,7 %</b>	<b>1</b>	<b>2,2 %</b>	<b>1</b>	<b>14,3 %</b>	<b>7</b>	<b>20,0 %</b>
	Be om avklaring	0	0,0 %	3	6,7 %	1	2,2 %	1	14,3 %	5	14,3 %
	Presisere	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2	5,7 %
	Foreslå ny idé	2	2,1 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	<b>Evaluering</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>3</b>	<b>6,7 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>0</b>	<b>0,0 %</b>	<b>2</b>	<b>5,7 %</b>
	Bekreftelse	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1	2,9 %
	Rose	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %
	Påpeke feil	0	0,0 %	3	6,7 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1	2,9 %
	Kritikk eller råd	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %

