



UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Veien fra stor til liten tavle

En komparativ casestudie om lærerens tilrettelegging for matematisk kommunikasjon, samt bruk av tusjtafler for å øke elevaktiviteten

Heidi Hagen og Ina Margrethe Sørum

Masteroppgave i matematikdidaktikk, LER-3903, mai 2022

Forord

Dette forskningsprosjektet markerer avslutningen på vår videreutdanning som lærere ved UiT Norges arktiske universitet. Masterprogrammet i matematikdidaktikk har gitt oss verdifull kunnskap som vi tar med oss i læreryrket.

Først vil vi takke hverandre for en god, lærerik og morsom utvikling, og for å ha motivert hverandre underveis. Selv om vi ikke har sett hverandre fysisk, har vi møttes digitalt stort sett hver dag gjennom hele prosessen. Samarbeidet har fungert særdeles godt!

Vi ønsker videre å takke de som har vært med oss på denne reisen. Våre veiledere Ove Gunnar Drageset og Monica Nymoen Hansen fortjener en stor takk for å stille opp til alle døgnetstider, hverdag som helg, og for konstruktive tilbakemeldinger i prosessen.

Videre ønsker vi å takke våre medstudenter for gode diskusjoner og innspill, og for å ha bidratt til en fantastisk studietid.

Sist, men ikke minst, takk til våre familier som har levd for åpent kamera, med tomt kjøleskap og ferdigmat, fraværende mor og generelt vært mye overlatt til seg selv i denne prosessen. Takk for støtte, mat og oppmuntring i ei hektisk tid. Vi lover å ta tilbake rollen som adm.dir i familien AS.

Heidi Hagen og Ina Margrethe Sørum

Tromsø, mai 2022

Sammendrag

I vår masteroppgave er fokus på den matematiske kommunikasjonen mellom lærer og elever. Målet er å få en dypere innsikt i hvordan læreren legger opp til kommunikasjon i klasserommet. Samtidig ønsket vi å se på om tusjtaflene kunne være et verktøy for å øke elevaktiviteten. Problemstillingen vår er: *“Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon og hvordan kan tusjtaflene påvirke elevaktiviteten”*. I det teoretiske rammeverket presenterer vi fire nivåer for kommunikasjon (Brendefur og Frykholm, 2000). Deretter gjør vi rede for tradisjonell og undersøkende undervisning, ulike kommunikasjonsmønstre og produktive samtaler før vi til slutt knytter disse opp til de ulike nivåene i kommunikasjonen. I tillegg fremstiller vi en teoretisk modell for lærer- og elevinteraksjoner (Drageset og Allern, 2020). Avslutningsvis gjør vi rede for lærerens kompetanse og formativ vurdering.

Forskningsprosjektet vårt er et komparativ, kvalitativt, eksperimentell casestudie som er gjennomført med observasjon, kombinert med lyd- og videoopptak. Utvalget i prosjektet består av en lærer som tilfredsstilte våre krav, og datamaterialet består av til sammen seks undervisningstimer. Våre data ble transkribert, kodet og sortert inn i rammeverket til Drageset og Allern (2021). Rammeverket måtte justeres underveis ved å slå sammen opprinnelige samtaletrekk og å opprette en ny kategori med bakgrunn i empiri. Resultatet ga oss et overblikk over hvordan læreren legger opp til matematisk kommunikasjon, og om tusjtafle som verktøy påvirket elevaktiviteten.

Resultatene fra forskningen viser at læreren legger opp til kommunikasjon på ulike måter i undervisning uten tusjtafler og med tusjtafler. I undervisning uten tusjtafler foregår mye av kommunikasjonen ved at læreren demonstrerer og foreleser, og elevenes bidrag er korte svar uten forklaring. I undervisning med tusjtafler har kommunikasjonen beveget seg i retning av en mer elevaktiv undervisning. Dette skjer ved at lærer legger opp kommunikasjonen slik at elevenes tanker, ideer og strategier er i fokus.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning	1
1.1 Tema og bakgrunn for studien.....	1
1.2 Formål og problemstilling.....	3
1.3 Struktur for oppgaven	3
2 Teori og tidligere forskning	5
2.1 Fire nivå i kommunikasjonen	5
2.2 Ulike typer matematikkundervisning.....	6
2.2.1 Tradisjonell matematikkundervisning.....	6
2.2.2 Undersøkende matematikkundervisning	8
2.3 Uskrevne regler i klasserommet	9
2.4 Ulike kommunikasjonsmønstre	11
2.4.1 “Tradisjonelle kommunikasjonsmønstre”	11
2.4.2 Undersøkende kommunikasjonsmønstre.....	13
2.5 Produktive samtaler	17
2.5.1 Verktøy som kan støtte produktive samtaler	18
2.6 Rammeverk for lærerinteraksjoner og elevinteraksjoner	25
2.6.1 Lærerinteraksjoner	25
2.6.2 Elevinteraksjoner	28
2.7 Lærerens kompetanse.....	30
2.8 Formativ vurdering	32
3 Metode og empiri	34
3.1 Forskningsmetode og kunnskapssyn	34
3.2 Kvalitativ tilnærming	36
3.3 Utvalg.....	38
3.4 Datainnsamlingsmetode	39

3.4.1 Observasjon med lyd- og videoopptak.....	41
3.4.2 Gjennomføring av observasjon.....	41
3.5 Aksjonsforskning.....	42
3.6 Analysemetode	46
3.6.1 Samtaleanalyse.....	46
3.5.2 Gjennomføring av analyse.....	46
3.7 Validitet og reliabilitet	48
3.7.1 Validitet	48
3.7.2 Reliabilitet	49
3.8 Etske betraktninger	50
3.9 Forskningsdesign	51
4.1 Læreriinteraksjoner	53
4.1.1 Fortelle eller informere elevene.....	53
4.1.2 Støtte og lede elevene mot et svar.....	56
4.1.3 Fokuserer på detaljer av betydning	59
4.1.4 Få tilgang til og dele elevtenking.....	61
4.1.5 Bruke eller utvide elevideer.....	63
4.1.6 Utfordre elevideer	65
4.2 Elevinteraksjoner	68
4.2.1 (Bare) svar på matematiske spørsmål	68
4.2.2 Forklaring	70
4.2.3 Initiativ	73
4.2.4 Evaluering.....	74
4.2.5 Gjenta elevsvar	76
4.3 Beskrivelse av undervisning uten tusjtafler.....	79
4.4 Beskrivelse av undervisning med tusjtafler.....	81

5 Sammenligning og drøfting	83
5.1 Undervisning uten tusjtafler	83
5.2 Drøfting av undervisning med tusjtafler.....	85
5.3 Sammenligning.....	88
6 Konklusjon.....	97
6.1 Videre arbeid innenfor forskningsfeltet	99
7 Referanseliste	100

Figurliste

Figur 1 Kilpatrick's trådmodell av matematisk kompetanse	1
Figur 2 Egenprodusert modell over de fire nivåene av kommunikasjon (Brendefur og Frykholm, 2000)	6
Figur 3 IC-modellen (Alrø og Skovsmose, 2002)	14
Figur 4 Egenprodusert modell over de fem praksisene (Smith og Stein, 2011)	19
Figur 5 Oppsummering av samtaletrekk (Chapin m.fl., (2009) og Kazemi og Hintz (2014)	22
Figur 6 Egenprodusert modell over sammenhengen mellom nivå i kommunikasjon, stegene i en produktiv samtale og samtaletrekk	23
Figur 7 Drageset og Allerns (2021) modell over lærerinteraksjoner	26
Figur 8 Drageset og Allerns (2021) modell over elevinteraksjoner	28
Figur 9 Modell over en lærers undervisningskunnskap i matematikk (Ball m.fl., 2008)	31
Figur 10 Effekter av et tiltak i en komparativ casestudie (Postholm & Jacobsen, 2012)	38
Figur 11 Egenprodusert figur over fasene i vår aksjonsforskning	45
Figur 12 Eksempel på koding, utdrag fra transkribering	48
Figur 13 Modell over vårt forskningsdesign, etter Maxwells (2013) modell	52
Figur 14 Egenprodusert modell over oppbyggingen av vår analyse, basert på rammeverket til Drageset og Allern (2021)	53
Figur 15 Drageset og Allerns (2021) modell over lærerinteraksjoner og støttende samtaletrekk, med våre observerte samtaletrekk.	67

Figur 16 Drageset og Allerns (2021) modell over elevinteraksjoner og støttende samtaletrekk, med våre observerte samtaletrekk inkludert vår nye kategori	78
Figur 17 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av lærerinteraksjoner	79
Figur 18 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av elevinteraksjoner	80
Figur 19 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av lærerinteraksjoner	81
Figur 20 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av elevinteraksjoner	82
Figur 21 Egenprodusert oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av lærerinteraksjoner uten og med tusjtafler, samt endring innenfor hver kategori	89
Figur 22 Egenprodusert oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av elevinteraksjoner uten og med tusjtafler, samt endring innenfor hver kategori	90

Vedlegg

Vedlegg 1: Observasjonsskjema

Vedlegg 2: Observasjonsskjema, utfyllt

Vedlegg 3: Transkribering

Vedlegg 4: Samtykkeskjema

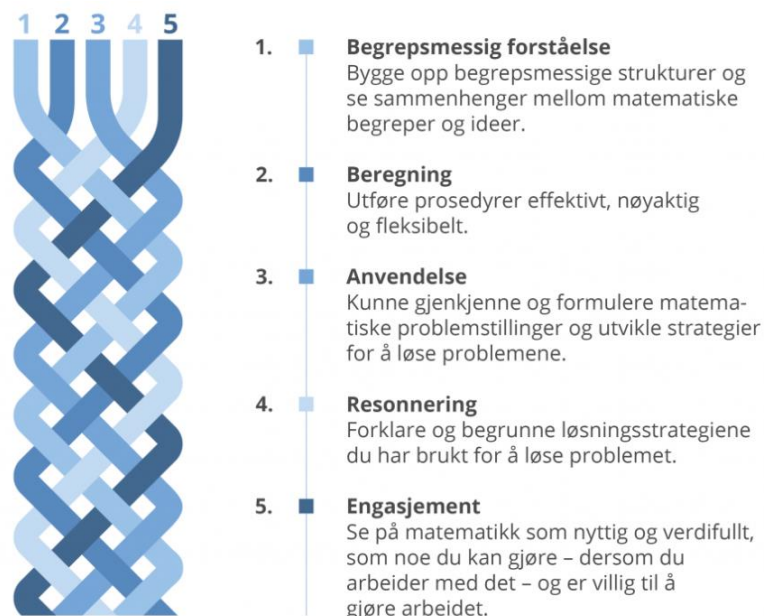
Vedlegg 5: Godkjenning fra NSD

1 Innledning

1.1 Tema og bakgrunn for studien

Læring skjer i sosial interaksjon med andre, der både språk og sosiale forhold bidrar til å utforme kunnskap (Vygotsky, 1978). Som lærere er det ikke vanskelig å si seg enig i det Vygotsky sier. Vi har gjennom vår videreutdanning fått dypere innsikt i hvor viktig kommunikasjonen er i undervisningen, ved at elevene får sette ord på egne tankerekker, strategier og resonnementer. Betydningen av en slik undervisning støttes av Franke m.fl. (2007) som sier at elevene selv må formulere og forklare tankegangen sin for å skape mening. Erfaringen vi har, tilsier at elevaktiviteten øker i takt med vårt fokus på kommunikasjon, vi må derfor være bevisst på hvordan vi legger til rette for kommunikasjon der elevenes ideer og refleksjoner er en sentral del av samtalen. Samtidig er det viktig å skape en kultur der uferdige tankerekker er viktige bidrag i en samtale. På denne måten blir terskelen for å bidra lavere, og vi ser at vi kan få flere aktive elever.

Betydningen av kommunikasjon vises også i læreplanen, heretter omtalt som LK 20 (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kjerneelementene som presenteres i planen danner grunnlaget for hva elevene må kunne for å mestre og anvende kunnskaper og ferdigheter i fagene (Kunnskapsdepartementet, 2019). De seks kjerneelementene i matematikk bygger på



Figur 1 Kilpatrick's trådmodell av matematisk kompetanse

kompetansemodellen til Niss (2002) og trådmodellen til Kilpatrick (2001), sistnevnte illustrert i figur 1¹. Modellene beskriver hva eleven må kunne for å utvikle matematisk kompetanse, og

¹ <https://www.matematikkenteret.no/l%C3%A6replan-i-matematikk/fra-l%C3%A6replan-til-praksis>

de ulike kompetansene er gjensidig avhengig av hverandre. Flere av kjerneelementene vektlegger kommunikasjon og utvikling av matematiske språk. I kjerneelementet “resonnering og argumentasjon” (Kunnskapsdepartementet, 2019) kan vi blant annet lese at elevene skal lage egne resonnementer for å utvikle forståelse, og de skal kunne argumentere for å begrunne sine resonnementer og fremgangsmåter. Språket er viktig for å kunne resonnerere og argumentere på veien mot forståelse, slik Vygotsky (1978) uttrykker. “Matematikk skal bidra til at elevane utviklar eit presist språk for resonnering, kritisk tenking og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering” (Kunnskapsdepartementet, 2019). Slik det kommer frem av utdraget skal elevene ikke bare øve seg på å snakke matematikk, men bruke fagbegreper for å kunne ha et presist språk. Det legges vekt på elevens resonnering, altså tankeprosessene rundt en oppgave eller et matematisk problem, og de slutninger det fører til. Det å stille seg spørsmålet “kan dette stemme? Hvorfor, hvorfor ikke” er eksempler på den kritiske tenkingen det er fokus på. Det betyr at vi som lærere må legge til rette for kommunikasjon der elevenes tanker kommer til uttrykk, og samtidig reflektere kritisk rundt løsningsstrategiene.

Chapin m.fl. (2013) sier at lærere som legger til rette for produktive samtaler, gir elevene muligheten til å utvikle sin matematiske forståelse. Det betyr at læreren har et særskilt ansvar for å legge til rette for en kommunikasjon som elevene kan lære av. Måten et spørsmål formuleres på kan være avgjørende for om kommunikasjonen drives videre etter et elevutsagn, eller om den stopper opp. Hattie (2009) har vært synlig i debatten om hva som påvirker elevenes presentasjoner, og han konkluderer med at det er lærerens kompetanse som er det sentrale for hvor godt elevene presterer. Læreren må derfor ha kunnskap om hvilke matematiske ideer og konsepter som henger sammen, slik at han kan planlegge en ønsket vei for samtalen med utgangspunkt i elevideene og resonneringene som oppstår.

Ei forutsetning for at elevene skal delta i samtalen i klasserommet, er at læreren legger til rette for et godt miljø i klassen, og at elevene føler seg trygge på at deres bidrag er verdifullt.

Franke m.fl. (2007) poengterer at de sosiale normene i et klasserom dominerer klasseromsinteraksjonene og påvirker arbeidet i matematikk. De normene vi finner spesifikt knyttet til matematikkfaget, kaller Yackel og Cobb (1996) for sosiomatematiske normer, og disse normene kan enten støtte eller begrense kommunikasjonen.

1.2 Formål og problemstilling

I vår videreutdanning ble vi introdusert for tusjtafler som verktøy i den matematiske samtalen. Tusjtaflene er på størrelse med et A4 ark og har samme funksjon som en whiteboard. Vi erfarte at tusjtafler gjorde noe med måten vi som lærere kommuniserte med elevene på, vi ble fokuserte på at vi måtte ta mer tak i elevenes tanker og ideer, da vi så at tusjtaflene hadde positiv effekt på elevenes deltakelse i kommunikasjonen.

Dette medførte at vi forsøkte å legge opp kommunikasjonen slik at elevene skulle forklare sine tanker og strategier, noe som er i tråd med kjerneelementet “resonnering og argumentasjon” (Kunnskapsdepartementet, 2019). Vi erfarte også at tusjtaflene ga oss et raskt overblikk over hva elevene mestret og hva de syntes var utfordrende, noe vi kunne ta med oss i planleggingen av neste time. Samtidig var det en mulighet for at det positive inntrykket vi hadde av bruken av tusjtaflene, var preget av vår subjektive mening.

Vi ble derfor nysgjerrige på hvordan en utvalgt lærer la opp til matematisk kommunikasjon og hvilken effekt tusjtaflene kunne ha på kommunikasjonen i et klasserom. Av den grunn ønsket vi å observere en lærer som systematisk innførte tusjtaflene i sin matematikkundervisning, men også å kunne veilede læreren i hvordan han la til rette for kommunikasjonen for å se om tusjtaflene kunne bidra til å øke elevaktiviteten. Dette er i tråd med det Hattie (2009) sier, om at det er viktig å jobbe med læreren fordi hans kompetanse er sentralt i forhold til hvor godt elevene presterer. For å kunne finne ut dette trengte vi et sammenligningsgrunnlag, og bestemte oss derfor for å observere kommunikasjon både før og etter at tusjtaflene ble innført, og se dette opp mot kommunikasjon med tusjtafler. Dette ledet oss til følgende problemstilling:

Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon i klasserommet, og hvordan kan tusjtafler påvirke elevaktiviteten?

1.3 Struktur for oppgaven

Masteravhandlingen består av seks hovedkapitler med underkapitler. I det førstkommende kapitlet gjør vi rede for teorigrunnlaget studien baserer seg på. Vi legger frem ulike typer undervisning og tilhørende kommunikasjonsmønster. Videre belyser vi viktigheten av produktive matematiske samtaler, samt hvilke verktøy læreren kan ta i bruk for at samtalene skal bli produktive. Rammeverket for lærer- og elevinteraksjoner presenteres, og lærerens

kompetanse gjøres rede for, før vi avslutningsvis presenterer teori knyttet til formativ vurdering.

Videre følger kapitlet der vi presenterer våre metodiske valg og beskriver datainnsamlingen og gjennomføringen av studien. Her går vi også inn på etiske betraktninger og studiens validitet og reliabilitet. Etter metodekapitlet følger kapitlet om analyse og funn, hvor vi analyserer og presenterer våre data med utgangspunkt i rammeverket til Drageset og Allern (2021). Deretter vil vi i studiens sammenligning- og drøftingskapittel gå inn på interessante funn, og drøfte de opp mot det teoretiske rammeverket. Avslutningsvis presenterer vi en konklusjon der vi besvarer vårt forskningsspørsmål.

2 Teori og tidligere forskning

Problemstillinga vår handler om kommunikasjon, vi vil derfor ha behov for forskning og teori som kan forklare og gjøre rede for hva matematisk kommunikasjon er, og teorier som kan fortelle noe om forholdet mellom lærer og elever i en helklassesamtale. Vi presenterer fire nivåer av kommunikasjon, siden disse nivåene hjelper oss i arbeidet med å systematisere samtalen i klasserommet. Videre gjør vi rede for ulike typer matematikkundervisning, og tilhørende kommunikasjonsmønstre for å kunne beskrive kommunikasjonen, før vi viser til verktøy læreren kan ta i bruk for å lede produktive samtaler. Drageset og Allerns (2021) rammeverk for lærer- og elevinteraksjoner blir også presentert, siden denne blir brukt som utgangspunkt for vår analyse.

2.1 Fire nivå i kommunikasjonen

Brendefur og Frykholm (2000) presenterer fire nivå av kommunikasjon som kan oppstå i klasserommet: *ensrettet*, *medvirkende*, *refleksiv* og *rik*. På det første nivået vil kommunikasjonen ifølge Brendefur og Frykholm (2000) være ensrettet. De beskriver at på dette nivået dominerer læreren kommunikasjonen ved å forelese og stille lukkede spørsmål der elevene bidrar med korte svar uten å dele sine tanker og ideer. Det andre nivået er, ifølge Brendefur og Frykholm (2000), medvirkende kommunikasjon, der elevene i større grad deler ideer og strategier, men dype tanker forekommer i liten grad. De sier videre at læreren er dominerende i kommunikasjonen også på dette nivået, vurderer og korrigerer elevenes utsagn, og utdyper at kommunikasjon på nivå en og to består av mønstre der læreren snakker annenhver gang.

Refleksiv kommunikasjon er, ifølge Brendefur og Frykholm (2000), et steg opp fra medvirkende kommunikasjon, ved at elevene må gjøre mer enn å presentere sine strategier og ideer. De sier at på dette nivået brukes innspill fra lærer og elever til refleksjon og diskusjon basert på de strategiene, ideene og tankene som dukker opp i den matematiske samtalen, der formålet er å skape en dypere forståelse av matematikken. Videre utdyper de at det ikke lenger er kun lærer som vurderer, også elevene kan avgjøre hva som er rett og galt. Lærer er på dette nivået ifølge Brendefur og Frykholm (2000) ikke lenger dominerende i kommunikasjonen. De sier videre at likhetstrekkene ved medvirkende og refleksiv

kommunikasjon er at elevene deler sine ideer og strategier, mens på det refleksive nivået reflekteres det rundt strategiene.

Rik kommunikasjon er, ifølge Brendefur og Frykholm (2000), det øverste nivået i deres hierarki. De utdyper at på dette nivået samarbeider lærer og elever tett om å utvikle elevenes forståelse, læreren legger til rette for kommunikasjon som kan endre elevenes oppfattelse av matematikken, og dermed elevenes matematiske forståelse. Kommunikasjonen gjør at læreren får innblikk i tankeprosessene til elevene, og dermed styrken og begrensningene de har (Brendefur & Frykholm, 2000). På dette nivået kreves det at elevene er aktive og utforskende, og læreren må utfordre og stille spørsmål mer enn han forklarer og definerer (Drageset, 2016). Brendefur og Frykholm (2000) legger til at nivåene er basert på forestillingen om at hvert nivå inneholder egenskaper til det forrige. De fire nivåene av kommunikasjon illustreres i figur 2.



Figur 2 Egenprodusert modell over de fire nivåene av kommunikasjon (Brendefur og Frykholm, 2000)

Drageset (2016) påpeker at man kan argumentere for både fordeler og ulemper med refleksiv og rik kommunikasjon. Han utdyper videre at elevenes deltakelse i kommunikasjonen vil være en styrke, men samtidig kan det at læreren trekker seg for mye tilbake være en svakhet.

De fire nivåene til Brendefur og Frykholm (2000) bygger opp under ulike typer matematikkundervisning.

2.2 Ulike typer matematikkundervisning

2.2.1 Tradisjonell matematikkundervisning

Alrø og Skovsmose (2006) sier at tradisjonell matematikkundervisning legger vekt på tavleundervisning og løsning av rutineoppgaver. De utdyper at i et slikt klasserom starter timen ofte med at lærer går gjennom en algoritme, et tema eller en prosedyre, og dette samsvarer gjerne med det som står i læreboka. Deretter jobber elevene med oppgaver som er lik det lærer har gjennomgått, læreren går rundt i klasserommet og hjelper, og elevene får samme typer oppgaver i lekse (Alrø & Skovsmose, 2006). Wæge (2007) kaller denne typen

undervisning for lærebok - og oppgavestyrte undervisning. Alrø og Skovsmose (2006) mener at en undervisning som fokuserer på oppgaveløsning er å arbeide innenfor det de kaller oppgaveparadigmet. Oppgaveparadigmet kan sammenlignes med det Mellin-Olsen (1996) kaller for oppgavediskursen siden det å løse oppgaver er det sentrale i undervisningen.

Felles for Alrø og Skovsmose (2006) og Mellin-Olsen (1996) er at de ser på tradisjonell undervisning som en undervisning der det gjennomgås en algoritme, før elevene skal løse oppgaver der de følger den gjennomgåtte algoritmen. En slik undervisning kan kobles opp mot det Skemp (1976) ser på som instrumentell tilnærming, elevene vet *hva* de skal gjøre, men ikke *hvorfor* de gjør det, og hvorfor det virker. Undervisning som har utgangspunkt i en instrumentell tilnærming kan dermed føre til en instrumentell forståelse hos elevene, der de følger en oppskrift på en fremgangsmåte for å komme frem til et svar. Skemp (1976) trekker frem at ved å bruke en instrumentell tilnærming kan det resultere i elever som har gode tekniske ferdigheter, men som ofte ikke kan bruke kunnskapen i møte med nye typer problemer. Han sier videre at en fordel med instrumentell tilnærming er at det er en relativt rask måte å undervise på.

I et tradisjonelt klasserom er ikke en tenkende kultur etablert, sier Liljedahl (2021), og poengterer at hvis vi skal få elevene til å tenke, så må vi gi dem noe å tenke på. Det er altså avgjørende hvilke oppgaver elevene møter. Oppgaver der elevene kun følger en prosedyre eller oppskrift som leder de mot løsningen, slik blant annet Alrø og Skovsmose (2006) definerer i oppgaveparadigmet, vil kunne være virkelighetsfjern og krever lite tenking. Et tradisjonelt klasserom preges av lukkede oppgaver, som ifølge Stedøy (2018) er oppgaver som ofte har ett riktig svar og en metode som gir dette svare. Eksempel på en lukket oppgave kan være å finne differansen mellom to tall. Så lenge elevene har en prosedyre for hvordan de kan løse denne oppgaven, kommer de frem til et svar. Liljedahl (2021) sier videre at det er typisk at læreren ikke forventer at elevene skal kunne løse et problem, elevene gir gjerne fort opp, og læreren kommer med en forklaring på problemet, eller leder elevene mot et svar. Å lede elevene mot et svar kan gjøres når lærer stiller lukkede spørsmål eller forenkler oppgaven på en slik måte at elevene kommer frem til et svar. Elevene er ikke vant til å diskutere, begrunne og argumentere i en slik undervisningsform. Tradisjonell undervisning kan kobles til de to første nivåene, ensrettet og medvirkende, i Brendefur og Frykholm (2000) nivå for kommunikasjon. På disse nivåene er lærer dominerende i kommunikasjonen, forelesning og

tavleundervisning blir hyppig brukt, og fokuset er på elevenes svar, ikke prosessen frem til svaret.

2.2.2 Undersøkende matematikkundervisning

Som alternativ til tradisjonell undervisning, finner vi mer elevaktive undervisningsformer, slik som undersøkende og utforskende undervisning. I undersøkende undervisning går lærer og elever i dybden og sammen undersøker et fenomen eller tema, en slik tilnærming kaller Alrø og Skovsmose (2006) for undersøkelseslandskap. Innenfor undersøkelseslandskapet får elevene mulighet til å være spørrende til det matematiske i undervisningen. Alrø og Skovsmose (2006) understreker at selv om det er læreren som starter en undersøkelsesprosess, må elevene inviteres med, og for at det skal være et ekte undersøkelseslandskap må elevene godta invitasjonen. Det betyr at lærer må ha fokus på oppgaver der elevene har mulighet til å være aktive og utforskende, og elevens aktivitet er avgjørende for fremdrifta. Enkelte forskere bruker ordet utforskende undervisning istedenfor undersøkende undervisning, men innholdet er tilnærmet likt. Vi vil heretter benytte oss av det ordet forskeren har brukt i sin forskning. Wæge (2007) sier at i utforskende undervisning fokuseres det på mer enn bare å finne riktig svar; det fokuseres blant annet også på å lete etter mønster, matematiske resonnementer eller å finne sammenhenger. Hun poengterer videre at i en utforskende matematikkundervisning legges det vekt på at elevene skal utvikle egne løsningsstrategier og derfor jobbes det mye med åpne oppgaver innenfor en slik tilnærming. En åpen oppgave har ofte flere løsningsmetoder og kan ha flere svar. Et eksempel på en åpen oppgave kan være: svaret er 48, hva er spørsmålet? En slik oppgave vil ha lav inngangsterskel slik at elevene kan bidra ut fra sitt ståsted.

Alrø og Skovsmose (2006) utdyper at selv om elevene jobber på en undersøkende måte, vil de noen ganger stå fast, og da er det læreren som må utfordre elevene slik at de kommer videre. De legger også vekt på at oppgavene er åpne og at det ikke fokuseres på en bestemt metode for å komme frem til et svar. Ved at elevene jobber på en undersøkende måte, legges det til rette for at de utvikler det Skemp (1976) kaller for relasjonell forståelse. De vet *hva* de skal gjøre og *hvorfor* det virker. Undervisning som tilrettelegger for relasjonell forståelse vil gi elevene mulighet til å benytte kunnskapen sin i møte med nye oppgaver uten en gitt fremgangsmåte, og legger til rette for at elevene kan utvikle egne løsningsstrategier. Det betyr at de har lært noe de kan bruke i nye sammenhenger. En slik undervisning vektlegger alle de

fem trådene i Kilpatrick's m.fl. (2001) trådmodell, ved at elevene må være engasjerte, utføre prosedyrer, forklare og resonnerer rundt strategiene, og kunne se sammenhengen mellom matematiske ideer. Det samme fokuset finner vi i LK 20 (Kunnskapsdepartementet, 2019) som legger opp til at elevene skal få en dypere innsikt og forståelse for matematiske fenomener.

Boaler (2009) sier at når man legger mer vekt på elevenes strategier enn antall korrekte svar, gis det mulighet for at flere elever kan oppleve mestring i matematikkundervisningen. Når undervisningen fokuserer på at elevene skal dele sine strategier, beveger kommunikasjonen seg bort fra det første nivået til Brendefur og Frykholm (2000), ensrettet kommunikasjon. Undersøkende undervisning vil befinne seg på de to øverste nivåene til Brendefur og Frykholm (2000) fordi elevene gjør mer enn å bare presentere en strategi, elevenes tanker blir brukt til å drive undervisningen og samtalen fremover. I motsetning til tradisjonell undervisning er elevene på disse nivåene aktive og utforskende, og læreren er ikke lengre dominerende i kommunikasjonen. Fokuset i undervisningen vil da være på hvordan elevene har løst en oppgave, altså selve prosessen mot et svar. En slik prosess vil være avhengig av de uskrevne reglene som gjelder i klasserommet.

2.3 Uskrevne regler i klasserommet

Matematikkundervisningen og interaksjonen i et klasserom kan ifølge Bauersfeld (1980) være vanskelig å forstå for en utenforstående, da den sosiale interaksjonen inneholder skjulte dimensjoner. Han sier videre at disse dimensjonene blant annet kan være regler, deltakernes bakgrunnsforståelse, forventinger, situasjoner og tolkninger. En forutsetning for kommunikasjon er den forståelsen som de ulike deltakerne har når de snakker til hverandre (Bauersfeld, 1980).

Yackel og Cobb (1996) skiller mellom sosiale normer og sosiomatematiske normer, og sier at disse har en betydning for kommunikasjonen i et klasserom. De sosiale normene handler om usagte regler og forventninger til oppførsel, og kan sammenlignes med Bauersfelds (1980) skjulte dimensjoner. De sosiale normene gjelder i alle fag, og kan for eksempel være hvordan du argumenterer for en mening, eller at et svar eller en løsning skal forklares. Å få gjort flest mulig oppgaver kan regnes som en sosial norm i en tradisjonell undervisning, mens i en

undersøkende undervisning kan normen være at det er greit å ha en annen løsning enn læreren.

De sosiomatematiske normene handler, ifølge Yackel og Cobb (1996), om det som skjer i matematikk som fag, og læreren har en viktig funksjon i danningen av disse. Det betyr at læreren må være bevisst sin rolle i hvordan det kommuniseres matematikk i klasserommet. Eksempel på en sosiomatematisk norm kan for eksempel være hva som regnes som en godkjent forklaring, eller hvilke løsninger eller strategier som ansees som effektive. I et tradisjonelt klasserom kan en sosiomatematisk norm være at "20" godtas som svar. I et klasserom med fokus på undersøkende undervisning kan en sosiomatematisk norm for eksempel være at du må forklare hvorfor du tenker at 20 kan være rett svar. Yackel og Cobb (1996) påstår at måten det kommuniseres på kan påvirke elevenes holdninger og oppfatninger i faget, og dermed også deres læring. De sier videre at elevenes adferd i klasserommet kan si noe om hvilke sosiomatematiske normer som er til stede, og disse normene kan enten støtte eller begrense kommunikasjonen i matematikklasserommet.

Samtidig beskriver Wood (1998) at de sosiomatematiske normene er avhengig av hvilken tilnærming undervisningen har. Han peker til studier som viser at elevene selv må undersøke, utforske, resonnere og kommunisere matematiske ideer for å fremme elevens forståelse i matematikk. Denne formen for undervisning kan sammenlignes med det vi tidligere har omtalt som undersøkende undervisning. Hovedforskjellen mellom tradisjonell og undersøkende undervisning er ifølge Wood (1998) hvilke sosiomatematiske normer som råder i klasserommet.

En annen som omtaler et lignende fenomen som de omtalte sosiomatematiske normene, er Brousseau (2002) som bruker begrepet didaktisk kontrakt. Han beskriver begrepet som en uskreven kontrakt mellom lærer og elever i en pedagogisk situasjon. Blomhøj (1995) utdyper at den didaktiske kontrakten går ut på å forklare hvilke holdninger, regler og forventninger som er til stede i et klasserom, og en forutsetning for undervisningen er etablering av en slik kontrakt.

I et klasserom finner vi ifølge Blomhøj (1995) flere kjennetegn på den didaktiske kontrakten. Han sier videre at i tradisjonell undervisning kan et kjennetegn være at læreren omstendelig gjennomgår algoritmer og metoder som står i læreboka, og videre kun gir elevene oppgaver

som de på forhånd har fått redskaper eller instruksjoner for å kunne løse. Et annet kjennetegn kan være at svarene er korte, f.eks. representert med et tall, en figur eller en kort setning, og oppgaven ansees som løst når den er besvart. Videre kan et kjennetegn være at læreren skal bedømme en oppgave som er løst, og elevens læring vurderes kun ut fra om de kan regne ut oppgaven. En didaktisk kontrakt i en tradisjonell matematikkundervisning kan ifølge Blomhøj (1995) være positivt fordi elevene har tydelige rammer, og deltakerne vil føle seg trygge. Han utdyper likevel at den didaktiske kontrakten vil være dynamisk, og endres ut fra hvilken situasjon den befinner seg innenfor.

Når de etablerte normene i klasserommet utfordres, oppstår det ifølge Brousseau (2002) et brudd i den didaktiske kontrakten, som først blir synlige når noen utfordrer eller bryter dem. Han sier videre at et brudd vil medføre at elevene ikke vet hvordan de skal løse en oppgave, og på denne måten mister læreren kontrollen over hvordan elevene arbeider. En didaktisk kontrakt kan ifølge Brousseau (2002) reforhandles, noe som betyr at normene som tidligere var gjeldende må endres.

2.4 Ulike kommunikasjonsmønstre

Det finnes mange ulike måter å legge til rette for kommunikasjon i klasserommet. Ifølge Franke m.fl. (2007) er en viktig del av den matematiske kompetansen det å kunne kommunisere i matematikk. LK 20 (Kunnskapsdepartementet, 2019) utdyper at matematisk kompetanse har språklige aspekt som innebærer det å formidle, snakke om og resonnere rundt ideer. Vi vil videre presentere ulike kommunikasjonsmønstre som kan oppstå i klasserommet.

2.4.1 “Tradisjonelle kommunikasjonsmønstre”

Cazden (1988) refererer til at det såkalte IRE-mønsteret er det mest brukte kommunikasjonsmønsteret i tradisjonelle klasserom, og Wells (1993) estimerer at dette mønsteret utgjør hele 70% av kommunikasjonen. Særegenheten i denne kommunikasjonsformen er ifølge Sinclair og Coulthard (1975) at lærer stiller et spørsmål (initiativ), eleven svarer (respons), og lærer evaluerer (evaluering), og mønsteret her er at lærer og elev snakker annenhver gang. Franke m.fl. (2007) sier at kommunikasjonsmønsteret i et tradisjonelt klasserom kan karakteriseres ved at læreren snakker mest, for eksempel ved å forklare prosedyrer på en måte som gjør at elevene ikke trenger å kommunisere noe særlig -

verken med hverandre eller med lærer. Dette kan sammenlignes med IRE-mønsteret som Sinclair og Coulthard (1975) beskriver. En konsekvens av kommunikasjonsformer som denne kan være at elevene ikke lærer å resonnere eller argumenterer for valg av løsningsmetode slik LK 20 (Kunnskapsdepartementet, 2019) legger opp til. Drageset (2014) sier at innenfor IRE-mønsteret kan lærer være dominerende i kommunikasjonen i klasserommet, samtidig er det rom for at elevene bidrar mer enn å svare på lærerens spørsmål, og å evaluere om noe er riktig eller galt. Med bakgrunn i IRE som vanligvis legger opp til at elevene skal komme med svar på spørsmål, sier Drageset (2016) at dette kommunikasjonsmønsteret har fått et negativt stempel og derfor er et uønsket kommunikasjonsmønster i klasserommet. Wells (1993) påstår at selv om mønstret har fått et negativt stempel, finnes det ulike praksiser innenfor IRE og det kan derfor ikke stemples som bare negativt. Samtidig påpeker Alrø og Skovsmose (2004) at mønstret kan skape trygghet for elever og lærer fordi det er godt kjent og gjenkjennelig.

Et annet kommunikasjonsmønster, som gjerne blir brukt, er å fokusere på at elevene skal presentere løsningen sin. Ball m.fl. (2008) hevder at en slik kommunikasjon gjerne begrenses til "show and tell". I en slik kommunikasjon blir det lagt vekt på at elevene skal vise frem sine løsninger, uten at det legges opp til kommunikasjon rundt de ulike løsningene. Læreren inntar en passiv rolle og stiller sjelden kritiske spørsmål eller ber om at elevene skal begrunne løsningene sine. Alle innspillene til elevene blir behandlet på samme måte, og summen av ideene som fremkommer belyser lite av det læreren hadde som mål for timen. Vi kan sammenligne "show and tell" med det Kazemi og Hintz (2019) omtaler som åpen strategideling. I åpen strategideling er målet at flest mulig elever skal forklare og dele sine strategier, og en fordel vil være at elevene får innsikt i mange ulike strategier (Kazemi & Hintz, 2019). Ulempen kan være hvis det bare er fokus på strategiene, og sammenhengen mellom dem ikke blir løftet frem. Ved at fokuset er på å presentere løsningen sin uten videre forklaring av tankegang kan vi trekke paralleller til tradisjonell undervisning.

Et viktig aspekt ved matematisk kommunikasjon er hvordan lærer følger opp elevenes bidrag. Et kommunikasjonsmønster som kan opptre i undervisningen er det Brousseau (2002) omtaler som topazeeffekten. Han sier at et kjennetegn ved en slik undervisning er at svaret på oppgaven er kjent på forhånd, og læreren leder eleven frem til det svaret han ønsket, typisk er at læreren begynner med å gi hint, både eksplisitt og implisitt. Hvis det ikke er hjelp nok, begynner lærer å stille spørsmål som forenkler oppgavens kompleksitet slik at den blir enklere

og enklere og i verste fall har læreren til slutt gitt eleven både svaret og fremgangsmåten (Brousseau, 2002). En elev som har blitt ledet til svaret ved hjelp av lærerens forenklete spørsmål, kan ha gått glipp av den matematiske ideen bak oppgaven.

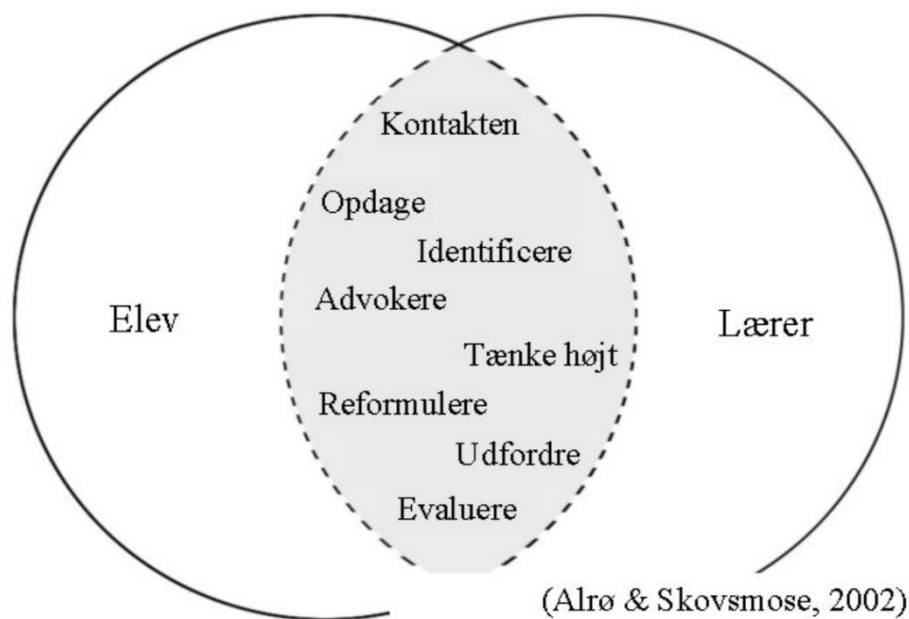
En underkategori av topazeffekten er, ifølge Kang og Kilpatrick (1992), traktmønsteret. Bauersfeld m.fl. (1988) ga fenomenet navnet traktmønster (funneling) fordi han sammenlignet spørsmålene som læreren stilte med ei trakt, de startet som åpne, men ble stadig snevrere. Wood (1998) sier at “funneling” er når lærere stiller en rekke spørsmål som får elevene til å komme frem til et svar ved at de stegvis, ved hjelp av spørsmålene lærer stiller, blir ledet frem til svaret. Han sier videre at i slike tilfeller er det lærerens forhåndsbestemte og foretrukne strategi som blir “fasiten” og elevene fratras retten til å tenke selv, og fører til at elevene ikke får eierskap til det som skjer i undervisningen. En kommunikasjon der lærer leder elevene frem til et svar tar bort fokuset fra at elevene skal tenke selv, og vil ha en instrumentell tilnærming. Vi kan derfor plassere kommunikasjonsmønsteret innenfor tradisjonell undervisning.

Både IRE, “show and tell” og topazeffekten er kommunikasjonsmønstre innenfor en tradisjonell undervisning, og kan plasseres innenfor Brendefur og Frykholms (2000) første og andre nivå, henholdsvis ensrettet og medvirkende kommunikasjon. Begrunnelsen for denne plasseringen baserer seg på at på disse nivåene er lærer dominerende i kommunikasjonen, og elev og lærer snakker stort sett annenhver gang. Tavla brukes til gjennomgang av oppgaver eller algoritmer, og lærer stiller lukkede spørsmål som ikke legger opp til at elevene skal utdype sin forklaring. De elevbidragene som blir delt kan inneholde ideer eller strategier, men det legges ikke opp til at elevene skal dele tanker rundt prosessen frem til svaret.

2.4.2 Undersøkende kommunikasjonsmønstre

Alrø og Skovsmose (2006) ønsket å utfordre den tradisjonelle undervisningsformen og la elevene være mer aktive i undervisningen ved å bidra mer i kommunikasjonen. De utviklet derfor en modell som skulle legge opp til en mer elevaktiv undervisning der elevene, i motsetning til oppgaveparadigmet, skulle jobbe innenfor det de kalte undersøkelseslandskapet. Innenfor undersøkelseslandskapet får elevene mulighet til å være spørrende til det matematiske i undervisningen, og dette er grunnlaget for Inquiry-Cooperation-modellen eller IC-modellen (Alrø & skovsmose, 2006). Ordet cooperation kan

oversettes med samarbeid og inquiry kan oversettes med undersøkende, eller som Johnsen-Høines og Alrø (2012) definerer; som å ha en spørrende væremåte. Med bakgrunn i disse definisjonene kan IC-modellen ses på som undersøkende samarbeid, gjerne dialogisk arbeid med undersøkende oppgaver og skiller ikke mellom elev og lærer i kommunikasjonen. Innenfor denne modellen er det åtte elementer som Alrø og Skovsmose (2002) mener kan være til stede i matematikkundervisningen. Disse elementene illustreres i figur 3, og er: *kontakte, oppdage, identifisere, advokere, tenke høyt, omformulere, utfordre og evaluere.*



Figur 3 IC-modellen (Alrø og Skovsmose, 2002)

Å *kontakte* handler ifølge Alrø og Skovsmose (2002) om at læreren og elevene retter seg mot hverandre for å samarbeide. De sier videre at det også handler om å være oppmerksom på og lytte aktivt til bidrag fra andre, og på denne måten dannes det en god relasjon som igjen er viktig for å kunne samarbeide. Det er også viktig å opprettholde en allerede etablert kontakt ved f.eks. å stille oppfølgingsspørsmål (Alrø & Skovsmose, 2002).

Alrø og Skovsmose (2002) forklarer videre at å *oppdage* vil si å finne ut noe man ikke tidligere visste, og både elever og lærer kan prøve å oppdage nye eller tidligere perspektiver på ulike måter, noe som kan skje ved at de stiller undrende eller oppklarende spørsmål. De sier videre at om elevene oppdager noe gjennom samarbeid, kan det være med på å bidra til at de utforsker ulike muligheter. Å oppdage innebærer også å stille “hva-” eller “hvis-spørsmål”

som igjen kan være med på at de oppdager nye ting, og om elevene får et eierskap til arbeidet de er i gang med er viktig innenfor denne kategorien (Alrø & Skovsmose, 2002).

Å *identifisere* innebærer ifølge Alrø og Skovsmose (2002) å oppdage eller utforske nye perspektiver som det er mulig å identifisere et matematisk innhold ut fra hva gruppen tidligere har oppdaget, og å gjøre det synlig for alle som er med i prosessen. Hva-eller hvis-spørsmålene fra forrige kategori får gjerne følge av et hvorfor-spørsmål som har en undrende tilnærming (Alrø & Skovsmose, 2002).

Alrø og Skovsmose (2002) beskriver å *advokere* som at flere elever arbeider med det samme, og det er viktig å få frem hva de allerede kan og vet, noe som fordrer at det er en felles forståelse blant elevene om at de ser ting fra ulike perspektiver, men også at alle disse perspektivene er bidrag i den pågående samtalen. De sier videre at alle elevene må være åpne og villige til å revurdere sine synspunkt for å etablere en felles forståelse om noe i gruppen. Det er ikke det samme som at de skal overbevise noen av de andre om at man har rett, men heller et middel for å oppnå felles forståelse (Alrø & Skovsmose, 2002).

Å *tenke høyt* betyr ifølge Alrø og Skovsmose (2002) at de tankene og ideene som oppstår underveis i arbeidet blir kommunisert til de andre underveis i prosessen, og tankene og ideene må ses på som en ressurs for gruppen. Denne kategorien inviterer til å stille hypotetiske spørsmål som gruppen i felleskap kan undersøke videre (Alrø & Skovsmose, 2002).

Å *reformulere* er en viktig prosess for å forstå hverandre ifølge Alrø og Skovsmose (2002), men også for å oppnå ny felles forståelse i situasjoner der deltakere samarbeider tett. De utdyper at denne kategorien innebærer at deltakerne gjentar det andre har sagt, at de utfyller hverandre, men også at de parafraserer, altså omformulerer det som er sagt.

Alrø og Skovsmose (2002) beskriver det å *parafrasere* som at de omformulerer eller reformulerer med egne ord det som er sagt, slik at deltakerne bekrefter at de har forstått, noe som igjen er med på å opprettholde kontakt i gruppen. De sier videre at å *utfordre* er å stille spørsmål til noe gruppen allerede har fått en forståelse for, dette blir ofte gjort ved at noen stiller et hypotetisk spørsmål som igjen åpner opp for å utforske ting på nytt. Et krav for at det skal være vellykket å utfordre, er at noen faktisk tar denne utfordringen og på den måten bidrar til nye forslag til løsninger (Alrø & Skovsmose, 2002).

Å *evaluere* gjøres ifølge Alrø og Skovsmose (2002) etter at elevene har kommet frem til et eller flere svar på problemet de arbeider med. De sier videre at dette kan forekomme på flere måter, f.eks. ved å påpeke feil, komme med kritikk eller støtte, bekreftelse eller ros. Alrø og Skovsmose (2002) presiserer at elementene i IC-modellen kan opptre i tilfeldig rekkefølge og at ikke alle elementene er med i alle undervisningssekvenser.

IC-modellen legger til rette for refleksjon og diskusjon i tillegg til at deltakerne samarbeider for å utvikle elevenes matematiske forståelse. Wiliam (2018) peker på fire faktorer som kan forklare hvorfor samarbeidslæring har en så god effekt. Den første faktoren er motivasjon, som handler om at elevene hjelper sine medelever gjennom strukturerte samarbeidshandlinger. Det er i deres egen interesse å gjøre det, dermed øker innsatsen. Den andre faktoren er det sosiale samholdet. Elevene hjelper hverandre fordi de bryr seg om gruppa og innsatsen øker på grunn av dette. Faktor tre handler om at elevene lærer av medelever som presterer på et høyere nivå og som kan engasjere seg i det medelevene strever med. Den fjerde faktoren går ut på at de elevene som gir hjelp må tenke klarere gjennom sine ideer.

Som ei motsetning til den tidligere omtalte funneling finner vi focusing. Wood (1998) beskriver focusing som et interaksjonsmønster der læreren lytter til elevenes bidrag, prøver å forstå elevens forklaringer og resonnementer, for deretter å veilede eleven ut fra hva de tenker istedenfor hvilken metode læreren foretrekker. Ved at læreren veileder elevene til å formulere sine løsninger blir det tydelig hva eleven har tenkt, samtidig som tankene blir forståelig for resten av klassen og læreren (Wood, 1998).

Både IC-modellen og focusing kan plasseres innenfor undersøkelseslandskapet som Alrø og Skovsmose (2006) beskriver, noe som igjen knyttes opp til nivå tre og fire i Brendefur og Frykholms (2000) nivå, henholdsvis refleksiv og rik kommunikasjon. Begrunnelsen for denne plasseringen, er at elevene er aktive og deres ideer, strategier og tanker brukes og bygges på hverandre for å skape felles forståelse. Læreren er ikke dominerende i kommunikasjonen i motsetning til på de to første nivåene. På disse nivåene vil kommunikasjonen inneholde kvaliteter som gjør at vi kan betegne kommunikasjonen som produktive samtaler.

2.5 Produktive samtaler

For å få produktive diskusjoner i klasserommet krever det at lærer legger opp til ei undervisning som inviterer elevene til å dele sine tanker og ideer. Chapin m.fl. (2013) poengterer at elevene må lytte, forstå og ta del i samtalen for at samtalen skal bli produktiv. Dette er i tråd med det tidligere omtalte undersøkelseslandskapet til Alrø og Skovsmose (2006), der eleven bør innta en spørrende og aktiv tilnærming til undervisningen. Chapin m.fl. (2013) sier at lærere som legger til rette for produktive samtaler, gir elevene muligheten til å utvikle sin matematiske forståelse. Franke m.fl. (2007) utdyper at det i matematiske samtaler ikke er nok å bare snakke matematikk, det må vektlegges at elevene selv skal tenke, formulere og forklare tankegangen sin for å skape mening. Den beste måten å kvalitetssikre om elevene forstår er å få de til å forklare ifølge Boaler (2009). På denne måten vil læreren kunne ha et godt overblikk over hvordan elevene tenker, samtidig som læreren ser hva den enkelte elev mestrer eller strever med.

Når elevene forklarer tenkingen sin, vil de ifølge Kazemi og Hintz (2014) også vise interesse for andres matematiske ideer, og da oppstår muligheten for at de kan delta i den matematiske samtalen. Dette kan sees i sammenheng med *å kontakte* som er et av elementene i den tidligere omtalte IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2002), der både lærer og elever retter seg mot hverandre og lytter aktivt til hverandres bidrag. Det å forklare tankegangen sin vil være å praktisere kompetansen Kilpatrick m.fl. (2001) kaller for resonnering, elevene må da forklare og begrunne løsningsstrategiene sine. Det at eleven forklarer sin tankegang virker særlig viktig for å kunne ha produktive matematiske samtaler, og er dermed essensiell for utviklingen av elevens matematiske kompetanse. Chapin m.fl. (2013) poengterer at det å skape mening skjer i hver enkelt elev, og er selve nøkkelen til forståelse og ny kunnskap.

Fire steg mot produktive samtaler

For å få mer produktive samtaler beskriver Chapin m.fl. (2009) fire steg læreren kan benytte seg av. Disse stegene må ikke forveksles med de fire nivåene for kommunikasjon til Brendefur og Frykholm (2000), som beskriver ulike nivå i kommunikasjonen. Ensrettet kommunikasjon vil ikke være representert i de fire stegene Chapin m.fl. (2009) beskriver, fordi de fire stegene handler om at elevene skal delta i kommunikasjonen, mens i ensrettet kommunikasjon dominerer læreren.

Det første steget går ut på å hjelpe elevene til å klargjøre og dele tankene sine. Det å hjelpe elevene til å forklare hva de tenker slik at det blir forståelig for andre vil være viktig, her kan både elever og lærer bidra. Dette kan sees i sammenheng med Brendefur og Frykholms (2000) medvirkende- og refleksiv kommunikasjon, der elevene deler sine tanker med hverandre. Samtidig vil det være viktig, slik Yackel og Cobb (1996) beskriver, å danne normer i klasserommet som fører til at elevene synes det er trygt å dele sine tanker i fellesskap.

Steg to vil ifølge Chapin m.fl. (2009) være å orientere elevene mot hverandre sin tenking. Ofte kan elevene være mest opptatt av hva de selv skal si, slik at de ikke har fokus på gode ideer og strategier som medelevene deler. Lærer kan velge å repetere viktige poenger som en elev sier, men lærer kan også be elever om å gjøre det for å ansvarliggjøre de i forhold til deres deltakelse i kommunikasjonen. Dette kan knyttes opp til elementet *å kontakte* presentert i IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2002), fordi læreren og elevene orienterer seg mot hverandre for å samarbeide. Samtidig kan vi trekke paralleller til medvirkende kommunikasjonen (Brendefur & Frykholm, 2000) fordi elevene kan presentere sine tanker og ideer.

Steg tre handler om at elevene skal utvikle egen evne til å resonnerer ved å begrunne valg de tar. Resonnering er ifølge Kilpatrick m.fl. (2001) limet i matematikken, og en av de fem trådene som illustrerer elevenes matematiske kompetanse. *Det fjerde steget* handler om at elevene skal engasjere seg i andres resonnementer og tankegang. Her kan blant annet lærer stille spørsmål om elevene er enig eller uenig. Ved at elevene selv resonnerer og engasjerer seg i andres tankerekker og resonnement, vil ifølge Chapin m.fl. (2009) den produktive samtalen eskalere. Det vil da være en kommunikasjon der elevene lærer av hverandre, og kan kobles opp mot rik kommunikasjon, som er det øverste nivået i Brendefur og Frykholms (2000) nivå av kommunikasjon.

For å kunne lede produktive samtaler trenger læreren noen verktøy som kan hjelpe han i prosessen.

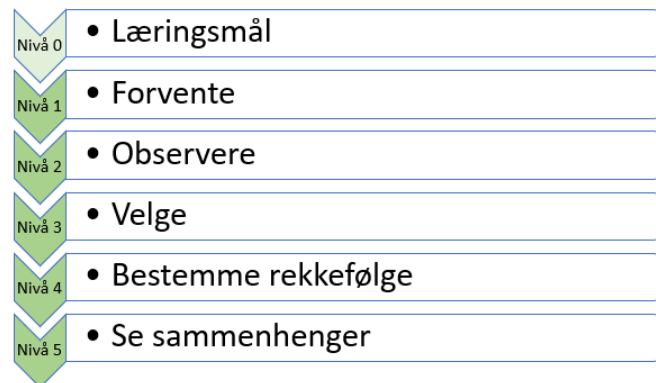
2.5.1 Verktøy som kan støtte produktive samtaler

Tidligere forskning har vist at for å få effektive diskusjoner i matematikklasserommet må elevene være deltakere i diskusjonen (Franke m.fl., 2007). Dette betyr at elevene blant annet

kan bidra med å presentere sine løsninger, argumentere for ulike løsninger og diskutere matematiske framstillinger. Hvordan kan en lærer undervise slik at det legges til rette for kommunikasjon og samtidig legges vekt på elevenes tenking? Vi vil videre presentere noen metoder og rammeverk som lærere kan benytte for å bruke elevenes bidrag til å fremme matematisk kommunikasjon.

Fem praksiser

Læreren rolle er ifølge Smith og Stein (2011) avgjørende for kvaliteten i matematiske samtaler. De sier at elever ofte tenker og resonnerer på et lavere nivå enn oppgaven burde tilsi, fordi læreren har manglende styring på diskusjonene som baserer seg på elevenes strategier og ideer. For å få undervisningen bort fra “show and tell” utviklet Smith og Stein (2011)



Figur 4 Egenprodusert modell over de fem praksisene (Smith og Stein, 2011)

metoden fem praksiser, illustrert i figur 4. De poengterer at metoden kan bidra til å hjelpe læreren å lede og strukturere produktive matematiske diskusjoner av høy kvalitet, med bakgrunn i elevenes bidrag. De fem praksisene er: *anta*, *overvåke*, *velge ut*, *velge rekkefølge* og *koble sammen*.

Å *anta* handler, ifølge Smith og Stein (2011), om å forutse elevenes matematiske bidrag. De beskriver praksisen med at læreren på forhånd utvikler forventninger om hvordan elevene vil møte en oppgave, hvilke strategier de vil bruke, og hvordan strategiene kan kobles til matematiske konsepter og ideer. De sier videre at læreren må *overvåke* elevenes bidrag når de jobber med matematikk. Dette kan gjøres ved at læreren beveger seg rundt i rommet for å observere og få oversikt over hvordan elevene tenker og løser en oppgave (Smith & Stein, 2011).

Å *velge ut* handler, ifølge Smith og Stein (2011), om å plukke ut de elevstrategiene som skal presenteres i fellesskap, og da med bakgrunn i målet for timen. De sier videre at å *velge rekkefølge* handler om at læreren velger en hensiktsmessig rekkefølge på de elevstrategiene som skal trekkes frem i fellesskap, slik at forutsetningene er best mulig for å nå timens mål.

Smith og Stein (2011) sier at den siste praksisen *koble sammen* handler om at læreren legger til rette for at elevene kan se sammenhenger mellom ulike elevstrategier, og koble de videre sammen til matematiske ideer.

Ved å bruke disse fem praksisene, kan læreren bruke elevenes tenking til å skape refleksjon i matematikklasserommet, og for å utvikle sentrale matematiske ideer er det hensiktsmessig at elevbidragene bygger på hverandre. Det er avgjørende at de foregående praksisene gjennomføres på en god måte siden praksisene bygger på hverandre (Smith & Stein, 2011). Kommunikasjon som bygger på de fem praksisene vil kunne sees i sammenheng med rik kommunikasjon slik Brendefur og Frykholm (2000) beskriver. Dette begrunnes med at lærer får innblikk i elevenes tanker, og legger til rette for kommunikasjon som kan endre elevenes oppfatning av matematikken, samtidig som elevene er aktive og utforskende.

I tillegg til disse fem praksisene mener Hiebert m.fl. (2007) at det finnes en “nullte” praksis som må ligge til grunn for de fem praksisene nevnt over, det er at læringsmålet for timen må være formulert tydelig og spesifikt, slik at ikke oppgaven bare blir en “happening”. De utdyper at læreren må ha en plan for hvor han skal lede elevene slik at han vet hva som skal vektlegges i kommunikasjonen, og tydelige læringsmål er essensielt for å lede en matematisk diskusjon frem til målet. For å hjelpe læreren til å lede produktive matematiske samtaler frem mot et mål, kan samtaletrekkene til Chapin m.fl. (2009) og Kazemi og Hintz (2014) brukes.

Samtaletrekk

Chapin m.fl. (2009) presenterer fem samtaletrekk læreren kan bruke for å lede produktive matematiske samtaler gjennom de fire stegene vi presenterte tidligere. I motsetning til de fem praksiser (Smith & Stein, 2011) vil samtaletrekkene gå grundigere inn på hvordan en lærer kan lede en matematisk samtale. Chapin m.fl. (2009) presenterer samtaletrekkene *gjenta*, *repetere*, *resonnere*, *tilføye* og *vente*. Kazemi og Hintz (2014) tilføyde noen år senere to samtaletrekk, *snu* og *snakk*, og *endre*.

Gjenta handler, ifølge Chapin m.fl. (2009), om at lærer gjentar alt, eller deler av et elevutsagn slik at eleven kan bekrefte om det er slik han tenkte. De sier videre at dette samtaletrekket kan brukes for å tydeliggjøre en ide eller oppklare et utsagn. Å *repetere* går ut på at en elev repeterer eller forklarer med egne ord det en medelev har sagt (Chapin m.fl., 2009). De utdyper at en av fordelene med dette grepet kan være at elevene får tid til å fordøye viktige

ideer ved at samtalen går saktere, samtidig som de hører ideene flere ganger. Både *gjenta* og *repetere* kan sammenlignes med å *reformulere* og *parafrasere* i Alrø og Skovsmoses (2002) IC-modell.

Chapin m.fl (2009) sier at ved å bruke samtaletrekket *resonnere* kan lærer stille spørsmål som f.eks. "Er du enig eller ikke, og hvorfor?". De sier videre at dette kan bidra til at elevene engasjerer seg i hverandres ideer, og sammenligner sin ide med andres. Dette kan sees i sammenheng med å *identifisere* i Alrø og Skovsmose (2002) IC-modell. Samtaletrekket *tilføye* oppfordrer elevene til å tilføye andre argumenter eller tanker i samtalen, men også utdype sine egne ideer enda mer (Chapin m.fl., 2009). For eksempel kan samtaletrekket *resonnere* føre til at elevene utdyper en tankerekke, som igjen kan utvikle en sosial norm om at elevenes ideer og tanker er viktig i kommunikasjonen. Samtidig kan bruk av samtaletrekket utvikle sosiomatematiske normer i klassen om at resonnement skal følge et utsagn, noe som også vil være et punkt i en didaktisk kontrakt. Å *vente* er, ifølge Chapin m.fl. (2009), at elevene skal få tid til å tenke uten at noen sier noe. Dette samtaletrekket kan være verdifull å bruke for å gi alle elevene muligheter til å delta i samtalen, også de som trenger mer tid til å tenke.

Snu og snakk kan, ifølge Kazemi og Hintz (2014), bidra til at elevene får øve seg på å sette ord på tankene sine til en medelev, og det kan bli lettere å ta ordet i plenum. De sier videre at det gis rom for elevene til å engasjere seg i tankene og ideene til en medelev, samtidig kan læreren bevege seg rundt å lytte til elevenes dialog, slik at han kan velge ut løsninger som skal presenteres i plenum. Dette kan sees i sammenheng med praksisene *overvåke* og *velge ut* som Smith og Stein (2011) presenterer i de fem praksisene. Ved *snu og snakk* oppmuntres alle elevene til å dele sine tanker og ideer, og kan sammenlignes med å *kontakte* i IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2002) der det å lytte aktivt til bidrag fra andre er sentralt. Samtidig kan det føles som en trygghet å dele en ide eller tanke som ikke bare er din, men som er diskutert med en medelev. På denne måten kan samtaletrekkene være med på å bygge opp en sosiomatematisk norm i klasserommet om at alle elevene skal bidra i den matematiske kommunikasjonen, og at alle elevenes tanker utsagn er verdifull i matematikklasserommet da det er summen av de som bringer kommunikasjonen fremover.

Endre vil, ifølge Kazemi og Hintz (2014), gi elevene rom for å endre sine tidligere tanker og utsagn ettersom de oppdager nye ting. Læreren kan bruke dette samtaletrekket ved å for eksempel stille spørsmål om noen ønsker å endre måten de har tenkt på når det kommer frem nye momenter i en matematisk samtale. Ved at lærer tar i bruk dette samtaletrekket kan den sosiomatematiske normen i klassen gradvis utvikles. Når nye aspekt kommer frem i den matematiske samtalen, kan elevene etter hvert selv endre sin forklaring eller tankegang, uten oppfordring fra lærer.

Samtaletrekkene oppsummeres i figur 5², med forklaring på hva læreren gjør, og fordelene med å bruke de ulike samtaletrekkene.

Samtaletrekk	Hva læreren gjør	Fordeler
GJENTA “Du sier at prosent betyr hundre?” “Så du sier at...?” “...er det det du mener?”	Gjentar (deler av) elevens utsagn, og ber eleven svare på om det er riktig oppfattet eller ikke. Bekrefter og avklarer.	Gjør elevenes ideer tilgjengelige for læreren og andre elever slik at de lettere kan følge med på det matematiske innholdet.
REPETERE “Kan du si hva han sa med egne ord?”	Spør en annen elev om å repetere medelevens resonnement.	Gir elevene tid til å fordøye en ide, samt å høre den på en annen måte, får bekreftet at andre elever virkelig hørte ideen. Viser elevene at deres ideer er viktige og tas på alvor.
RESONNERE “Er du enig eller uenig? Begrunn.” “Hva mener du om det?” “Hvorfor tror du det?”	Spør elevene om å bruke egne resonnement på andres resonnering. Presser på for å få frem resonnement.	Inngangsdør for å få frem elevenes tenking. Posisjonerer elevenes matematiske ideer som viktige. Hjelper elevene med å engasjere seg i hverandres resonnering.
TILFØYE “Har noen noe de vil føye til?” “Kari, du rekker opp hånda, har du noe å tilføye?”	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon.	Oppmuntrer elevene til å dele sine ideer. Bidrar til å etablere en norm om å se sammenhenger mellom elevenes matematiske ideer og bygge på dem.
VENTE “Ta den tiden du trenger...vi venter” (Tell sakte til 10 - minst)	Venter uten å si noe.	Bringer viktige bidrag fra flere elever inn i diskusjonen. Kommuniserer en forventning om at alle har viktige ideer de kan bidra med.
SNU OG SNAKK “Snu deg og snakk med eleven ved siden av deg”	Går rundt og lytter til samtalen og vurderer hvem som skal spørres.	Gir elevene mulighet til avklaringer og til å dele ideer. Gir elevene mulighet til å orientere seg mot hverandres tenking.
ENDRE “Har noen av dere endret tankegangen deres?”	Spør om noen av elevene har endret mening.	Gir elevene mulighet til å revurdere og endre tenkingen sin etter nye innspill.

Figur 5 oppsummering av samtaletrekk (Chapin m.fl., (2009) og Kazemi og Hintz (2014)

² https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/samtaletrekk_tangenten.pdf

Samtaletrekkene som Chapin m.fl. (2009) og Kazemi og Hintz (2014) presenterer er et verktøy for å oppnå produktive matematiske samtaler. Vi har derfor valgt å lage en modell, illustrert i figur 6, som ser disse i sammenheng med de fire stegene for å oppnå produktive matematiske samtaler. Disse sees også opp mot Brendefur og Frykholms (2000) ulike nivå i kommunikasjon. Vi har valgt å utelate fem praksiser da vi mener disse ikke kan deles opp, de må opptre i sammenheng for å skape en produktiv samtale, og befinner seg derfor på det øverste nivået til Brendefur og Frykholm (2000).

Nivå i kommunikasjon (Brendefur og Frykholm)	Steg mot produktive samtaler (Chapin m.fl.)	Samtaletrekk (Chapin m.fl. og Kazemi & Hintz)	
Ensrettet			
Medvirkende	Steg 1: er å hjelpe individuelle elever med å klargjøre og dele sine egne tanker	-ventetid (Chapin m.fl.) -snu og snakk (Kazemi & Hintz)	-gjenta (Chapin m.fl.)
Refleksiv	Steg 2: er å hjelpe elever til å rette oppmerksomheten mot andre elevers tenking		-repetere (Chapin m.fl.) -tilføyte (Chapin m.fl.)
	Steg 3: er å hjelpe elever med å utdype resonnementene sine		-resonnere (Chapin m.fl.) -tilføyte (Chapin m.fl.)
Rik	Steg 4: er å hjelpe elever til å engasjere seg i andres resonnement.		-resonnere (Chapin m.fl.) -tilføyte (Chapin m.fl.) -endre (Kazemi & Hintz)

Figur 6 Egenprodusert modell over sammenhengen mellom nivå i kommunikasjon, stegene i en produktiv samtale og samtaletrekk

Ensrettet kommunikasjon står alene da produktive samtaler ikke samsvarer med en kommunikasjon som domineres av lærer og der elevene bidrar i liten grad.

Medvirkende kommunikasjon kan ses i sammenheng med steg 1 fordi det dreier seg om å få elevene til å bidra i kommunikasjonen, slik at de blir en del av samtalen. Her passer det å bruke samtaletrekket gjenta for å få elevene med inn i kommunikasjonen. Kommunikasjonen her er fremdeles dominert av lærer, men elevene bidrar noe.

Innenfor refleksiv kommunikasjon deltar elevene mer aktivt. Elevene bidrar her med egne (dype) tanker og resonnementer, samtidig som de må ta del i andre elevers tenking. For at

dette skal skje, kan samtaletrekkene *repetere*, *tilføye* og *resonnere* benyttes for å få tilgang til elevenes tanker, men også for at elevene skal engasjere seg i de andre elevenes tenking. Når disse samtaletrekkene benyttes, er elevene nødt til å uttrykke noe eller tenke over noe som andre elever har sagt. På dette nivået er elevene “refleksive”, de må altså reflektere over andre elevers bidrag i kommunikasjonen og på denne måten drives den matematiske samtalen fremover.

Det høyeste nivået på en produktiv matematisk samtale er rik kommunikasjon. På dette nivået må elevene gå mer inn i de andre elevenes resonnementer for å prøve og forstå hva de andre elevene tenker. Samtaletrekkene *resonnere*, *tilføye* og *endre* krever at elevene reflekterer over hva de andre elevene sier, og dermed vil samtaletrekkene bidra til at elevene klarer å engasjere seg i de andre elevenes resonnementer. Når elevene forstår hva de andre elevene tenker, oppstår en produktiv, rik matematisk samtale som legger til rette for læring.

Samtaletrekkene gir læreren et rammeverk i planlegging, strukturering og gjennomføring av produktive samtaler som igjen legger til rette for læring (Chapin m.fl., 2009 og Kazemi & Hintz, 2014). I en samtale vil også funksjonen til spørsmålene læreren stiller være av betydning (Mercer & Littleton, 2007). Noen spørsmål har bare ett riktig svar, mens andre spørsmål kan oppmuntre elevene til å tenke videre selv. Alrø og Skovsmose (2002) trekker frem at læreren ofte stiller en mengde spørsmål som han selv vet svaret på, og elevene vil dermed måtte gjette hva læreren tenker. Dette betyr at elevene er mer opptatt av hva læreren forventer at de skal svare, enn at det faktisk foregår en tankeprosess hos elevene, noe som kan sees i lys av tradisjonell undervisning og IRE-mønster. Schoenfeld (1998) mener at måten spørsmål stilles på kan påvirke hvordan elevene tenker. Han utdyper at hvis læreren stiller et hvorfor-spørsmål gjentatte ganger, vil elevene etter hvert svare på spørsmålet uten at det er stilt, og på denne måten endre elevenes tenking ved at de stiller seg spørsmålet selv. Dette kan være med på å utvikle de sosiomatematiske normene i klasserommet ved at elevene etter hvert vet hva som regnes som ei fullgod forklaring. Wiliam (2018) foreslår to grunner for å stille et spørsmål til elevene: for å skape tenking eller for å gi informasjon til læreren om hva de skal gjøre videre. Dette underbygges av Drageset (2016) som sier at læreren må utfordre elevene ved å stille spørsmål. Når læreren stiller spørsmål for å utfordre elevene vil kommunikasjonen være innenfor det øverste nivået i Brendefur og Frykholms (2000) fire nivå. Dette stiller krav til læreren i hvordan han formulerer seg når han kommuniserer med elevene.

Organisering av klasserommet

Flere forskere påpeker organiseringen av klasserommet som en faktor som kan bidra til kommunikasjon i klasserommet. Lee (2006) beskriver at den fysiske plasseringen av elevene har innvirkning på deres deltakelse i kommunikasjonen. Han foreslår at elevene skal samles rundt tavla foran i klasserommet, fordi læreren lettere får tilgang til elevbidragene, og det er mer naturlig for elevene å ta del i samtalen.

Liljedahl (2021) trekker også frem organisering som et viktig moment når det gjelder elevaktivitet. Han sier at måten et klasserom er organisert på gjør noe med forventningene til elevene i det øyeblikk de kommer inn i rommet. Han gir et eksempel på at hvis du kommer inn i et rom som er perfekt organisert vil det være vanskelig å generere tenking, fordi tenking er litt rotete. Det betyr at ved et tradisjonell utformet klasserom med pulter og stoler på rekke og rad, vil elevene vite hva som forventes av dem, noe som henger sammen med de sosiomatematiske normene i gruppa. Samtidig kan stoler i en halvsirkel si noe om forventet aktivitet, i tråd med det Lee (2006) sier om organisering.

2.6 Rammeverk for lærerinteraksjoner og elevinteraksjoner

Basert på blant annet litteraturen som vi har presentert over har Drageset og Allern (2021) utviklet et rammeverk for lærer - og elevinteraksjoner. Rammeverket består av seks kategorier for lærerinteraksjoner og fire kategorier for elevinteraksjoner som kan finnes i klasserommet. Ut fra disse kategoriene skal det ifølge Drageset og Allern (2021) være mulig å kategorisere alle utsagnene i kommunikasjonen mellom lærer og elever.

2.6.1 Lærerinteraksjoner

Som nevnt er det seks kategorier for lærerinteraksjoner med støttende samtaletrekk, oversikt i figur 7. Disse er: *fortelle eller informere elevene, støtte eller lede elevene mot et svar, fokusere på detaljer av betydning, få tilgang til og dele elevtenking, bruke eller utvide elevideer og utfordre ideer.*

Læreriinteraksjoner	Støttende samtaletrekk
Fortelle eller informere elevene	Informere og foreslå (Ponte & Quaresma 2016) Demonstrere (Drageset 2014)
Støtte eller lede elevene mot et svar	Støtte og veilede (Ponte & Quaresma 2016) Åpen fremdrift (Drageset 2014) Forenkke (Drageset 2014) Lukket fremdrift (Drageset 2014) Veiledet algoritmisk resonnement (Lithner 2008) Traktmønster (Wood 1998) Topaze-effekt (Brousseau & Balacheff 1997)
Fokusere på detaljer av betydning	Gjenta/omformulere (O'Connor & Michaels 1993) Poengtere (Drageset 2014) Oppsummere (Drageset 2014) Koble sammen (Rowland m.fl. 2005)
Få tilgang til og dele elevtenking	Lokke frem elevenes tanker (Fraivillig m.fl 1999) Belyse detaljer (Drageset 2014) Be om begrunnelse (2014) Invitere (Ponte & Quaresma 2016)
Bruke eller utvide elevdeer	Utvide elevtenking (Fraivillig m.fl 1999) Oppmuntre til refleksjon (Cengiz m. fl. 2011) Oppmuntre til resonnering (Cengiz m. fl. 2011) Gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre alternative fremgangsmåter (Cengiz m. fl. 2011) Utvikle elevdeer i plenum (Bjerkeli m. fl. 2021)
Utfordre ideer	Korrigerende spørsmål (Drageset 2014) Foreslå ny strategi (Drageset 2014) Utfordre (Alrø og Skovsmose 2002) Utfordre (Ponte & Quaresma 2016)

Figur 7 Drageset og Allerns (2021) modell over læreriinteraksjoner

Den første kategorien handler om hvordan læreren *forteller eller informerer elevene* om noe. Drageset og Allern (2021) beskriver at læreren kan gi informasjon, komme med forslag, presentere argumenter eller vurdere svar ved å fortelle og informere. De sier videre at lærere noen ganger viser hvordan noe skal utføres. Lærer deler i disse interaksjonene innsikt i hvordan eller hvorfor noe gjøres, eller forteller elevene hva som er riktig eller ikke. Typisk for denne interaksjonen er også å være klargjørende og å avslutte diskusjoner (Drageset & Allern, 2021). Denne kategorien kan sees i sammenheng med ensrettet kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) fordi læreren dominerer kommunikasjonen ved å blant annet presentere argumenter og komme med forslag.

Den andre kategorien beskriver Drageset og Allern (2021) som interaksjoner der læreren prøver å *støtte eller lede elevene mot et svar* på en oppgave. De beskriver at en måte å gjøre

dette på er ved å stille åpne spørsmål der spørsmål og problem presenteres uten å lede elevene til en foretrukket vei. En annen måte kan være ved forenkling av en oppgave der lærere gir informasjon gjennom hint eller ledende spørsmål som reduserer kompleksiteten i oppgaven. Drageset og Allern (2021) poengterer viktigheten av en balanse mellom støttende og mer aktiv veiledning. *Støtte eller lede elevene mot et svar* kan kobles mot medvirkende kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000). På dette nivået er lærer fortsatt dominerende i kommunikasjonen, men elevene slipper mer til. Samtidig kan kategorien kobles opp til ensrettet kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) fordi de ledende spørsmålene minner om lukkede spørsmål. Dette samsvarer med Brendefur og Frykholm (2000) som sier at hvert nivå inneholder egenskaper til det forrige.

Den tredje kategorien handler om hvordan *lærere fokuserer på viktige detaljer*. Drageset og Allern (2021) beskriver at lærere kan gjenta nøyaktig eller omformulere et elevutsagn for å poengtere viktigheten av dem, og også fremheve deler av et utsagn ved å bruke påminnelser eller oppsummeringer. De sier videre at lærer kan peke ut viktige ytringer ved å lage koblinger mellom konsepter og prosedyrer. På denne måten legger lærere vekt på det de synes er viktig i en dialog. Ved å fokusere på viktige detaljer, kan kategorien sees i sammenheng med refleksiv kommunikasjon i Brendefur og Frykholms (2000) nivådeling, elevene er delaktige og lærer bruker elevens ideer videre i kommunikasjonen. Samtidig kan kategorien kobles til medvirkende kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000), fordi læreren lager koblinger mellom konsepter og prosedyrer, som kan minne om at lærer fremdeles dominerer kommunikasjonen.

Den fjerde kategorien handler om hvordan lærere kan *få tilgang til og dele elevenes tanker*. Drageset og Allern (2021) beskriver at læreren kan be elevene om å belyse detaljer, enten om løsningsprosessen eller for å begrunne et svar. De sier videre at lærere kan invitere elever til å komme med forslag eller ideer for å få tilgang til deres tanker. Når lærer fokuserer på å få tilgang til elevenes tanker i plenum er det viktig at disse ideene også deles (Drageset & Allern, 2021). Kategorien henger sammen med refleksiv kommunikasjon (Brendefur & Frykholms, 2000) fordi når elevene begrunner et svar eller en løsningsprosess vil utsagnene oftere inneholde dyp tanker enn på forrige nivå. Hvis elevideene bare deles og ikke brukes videre vil kategorien kunne kobles til medvirkende kommunikasjon, slik Brendefur og Frykholm (2000) beskriver.

Innholdet i den femte kategorien går ut på å *bruke eller utvide elevideer*. Drageset og Allern (2021) forteller om tre måter en lærer kan gjøre dette på: oppmuntre til refleksjon, oppmuntre til resonnement og gå utover den opprinnelige metoden ved å presse på for alternative metoder. De sier videre at man kan utvide elevideer ved å bruke og utvikle ideene i plenum sammen med elevene i en utforskende diskurs. Å *bruke eller utvide elevideer* kan kobles til rik kommunikasjon i Brendefur og Frykholms (2000) nivådeling. Grunnen er at på dette nivået brukes elevideene til å drive kommunikasjon frem mot et ønsket mål, og lærer og elever samarbeider om å utvikle elevenes forståelse.

Den sjettede og siste kategorien handler om hvordan lærere kan *utfordre ideer*. Drageset og Allern (2021) sier at lærere kan utfordre ved å stille korrigerende spørsmål eller foreslå ny strategi for å endre retning eller løsningsprosess. De sier videre at å utfordre ideer, kan resultere i refleksjoner og matematiske diskusjoner. Kategorien samsvarer med rik kommunikasjon slik Brendefur og Frykholm (2000) beskriver, fordi lærere utfordrer elevene slik at diskusjonen inneholder refleksjoner, og på denne måten kan kommunikasjonen ta en ny retning.

2.6.2 Elevinteraksjoner

Elevinteraksjonene består av fire kategorier: (bare) svar på matematiske spørsmål, forklaring, initiativ og evaluering, oversikt i figur 8.

Elevinteraksjoner	Støttende samtaletrekk
(Bare) svar på matematiske spørsmål	Lærerstyrte svar (Drageset 2015) Uforklarte svar (Drageset 2015) Ufullstendige svar (Drageset 2015)
Forklaring	Advokere (Alrø & Skovsmose 2002) Tenke høyt (Alrø & Skovsmose 2002) Forklare handling (Drageset 2021) Forklare årsak (Drageset 2021) Forklare begrep (Drageset 2021)
Initiativ	Utfordre (Alrø & Skovsmose 2002) Elevinitiativ (Drageset 2015)
Evaluering	Evaluere (Alrø & Skovsmose 2002) Be om vurdering fra andre (Drageset 2014)

Figur 8 Drageset og Allerns (2021) modell over elevinteraksjoner

(Bare) svar på matematiske spørsmål er den første kategorien for elevinteraksjoner i rammeverket til Drageset og Allern (2021). Denne kategorien innbefatter ifølge Drageset og Allern (2021) svar på matematiske spørsmål som ikke inneholder noen form for informasjon om tenking, logikk eller prosess bak svaret. De utdyper at ordet “bare” ikke betyr at svarene er verdiløse, et uforklart svar kan likevel bety at eleven har dyp innsikt ved at det ligger en kompleks resonneringsprosess bak. (Bare) svar på matematiske spørsmål vil kunne plasseres i ensrettet kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) fordi elevene bidrar med korte svar uten dype tanker.

Forklaring er den andre kategorien i Drageset og Allerns (2021) rammeverk, og omhandler elevinteraksjoner som gir informasjon om tankegang eller prosess. Denne kategorien kan ifølge Drageset (2020) deles inn i tre typer; forklare handling, forklare grunnen og forklare konsept. Forklare handling er interaksjoner der eleven forklarer trinnene i en prosess for å komme frem til et svar. Forklare grunnen er interaksjonen der eleven forklarer hvorfor svaret eller metoden vil gi et riktig svar, og begrunnelsen har et tydelig fokus. Forklare konsept er interaksjoner der eleven artikulere hva et konsept eller en ide betyr. Denne kategorien kan kobles til refleksiv kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) fordi elevene bidrar med dype tanker gjennom å forklare og begrunne, men kan også kobles til medvirkende kommunikasjon i de tilfellene elevene forklarer handling da det nødvendigvis ikke er å dele dype tanker.

Den tredje kategorien er, ifølge Drageset og Allerns (2021) modell *initiativ*, som handler om initiativer elevene tar for å bryte flyten i samtalen. Dette kan skje på flere måter, blant annet ved å foreslå en ny ide, påpeke noe som de anser som viktig i kommunikasjonen, korrigere noen, be om avklaring eller spørre hva eller hvordan de skal gjøre noe. Det å utfordre kan også betegnes som en type initiativ. Kategorien kan sees i sammenheng med rik kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) fordi elevene er aktive og utforskende ved at de tar initiativ, men kan også kobles til refleksiv kommunikasjon fordi innspill fra elevene brukes til refleksjon og diskusjon.

Ifølge Drageset og Allern (2021) handler den fjerde kategorien av elevinteraksjoner om elever som *evaluerer*. Dette kan skje på flere måter, blant annet som støtte, råd, kritikk og retting av feil. Slik evaluering kan ifølge Drageset (2014) også komme etter oppfordring fra læreren om

å vurdere en annen elevs ide eller løsning. Drageset og Allern (2021) legger til at evaluering kan ligne på initiativene beskrevet ovenfor, men initiativene bringer noe nytt inn i samtalen. Å *evaluere* kan kobles opp mot rik kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) fordi elevene er aktive og reflekterer rundt andre elevers løsninger, samtidig som initiativet elevene tar bringer noe nytt inn i kommunikasjonen som igjen kan endre elevenes oppfatning av matematikken.

Metoden og rammeverkene presentert ovenfor beskriver hvordan en lærer kan legge til rette for produktive samtaler i klasserommet. For å kunne organisere en slik undervisning kreves det undervisningskunnskap i matematikk. Men hva er undervisningskunnskap?

2.7 Lærerens kompetanse

Tidligere forskning viser at det er kjent at en matematikklærer trenger både matematisk kunnskap og undervisningskunnskap, men det er uenigheter om hvilken kunnskap som er nødvendig (Jacobsen m.fl., 2014).

Shulman presenterte i 1986 artikkelen «Those who understand: Knowledge growth in teaching». Her fremkommer det er skille mellom fagkunnskap og pedagogikk. Shulman (1986) så altså et behov for et rammeverk som kunne kategorisere hvilke kunnskaper som er nødvendig for å undervise f.eks. i matematikk og han identifiserte to hovedkategorier: fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. Dette arbeidet har vært utgangspunkt for både studier og utvikling av rammeverk (Ball m.fl., 2008).

Balls m.fl. (2008) forskning bygde videre på Shulman (1986) og hans kategorier fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap når de gjennomførte en studie der målet var å kunne si noe om det å være matematikklærer og hvilken type kunnskap som da er nødvendig. De så altså på “Mathematical Knowledge *for* Teaching” (matematisk kunnskap *for* læring) og utviklet et rammeverk som videreførte Shulmans (1986) skille mellom fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap, men i tillegg opprettet de underkategorier for disse, illustrert i figur 9³.

³ <https://utdanningsforskning.no/artikler/2015/profesjonskunnskap-for-matematikklarerutdannere/>



Figur 9 Modell over en lærers undervisningskunnskap i matematikk (Ball m.fl., 2008)

Innenfor fagkunnskap identifiserte Ball m.fl. (2008) tre underkategorier av undervisningskunnskap for lærere som underviser i matematikk: *allmenn fagkunnskap*, *spesialisert fagkunnskap* og *matematisk horisontkunnskap*. *Allmenn fagkunnskap* defineres som matematikkunnskaper som brukes av alle. *Spesialisert fagkunnskap* er å identifisere og forstå matematiske ideer og hvilke muligheter ulike oppgaver kan ha, men også hvordan man best kan velge ut gode og hensiktsmessige representasjoner og modeller. Den allmenne fagkunnskapen gjør at man kan identifisere feile svar, men for å tolke hvorfor svaret blir feil trenger læreren spesialisert fagkunnskap (Ball m.fl., 2008). Spesialisert fagkunnskap kan kobles opp mot Smith og Steins (2011) fem praksiser for å lede produktive matematiske samtaler, fordi læreren må ha kunnskap om hvilke ideer som skal løftes frem, og i hvilken rekkefølge, slik at ideene bygger på hverandre og legger til rette for læring. Ball m.fl. (2008) sier videre at *matematisk horisontkunnskap* handler om lærerens kjennskap til matematikkfagets indre sammenheng og hvordan de matematiske emnene henger sammen.

Innenfor fagdidaktisk kunnskap identifiserte Ball m.fl. (2008) også tre underkategorier; *læreplankunnskap*, *kunnskap om faglig innhold og elever*, *kunnskap om faglig innhold og undervisning*. *Læreplankunnskap* handler om lærerens kunnskap om læreplaner og undervisningsmateriell. *Kunnskap om faglig innhold og elever* innebærer blant annet kunnskap om ulike måter elevene kan tenke på, og det å kunne forutsi hva elevene oppfatter som vanskelig, motiverende og interessant. *Kunnskap om faglig innhold og undervisning* kommer til uttrykk når undervisningen skal planlegges, og handler om fordeler og ulemper

ved ulike representasjoner. Dette kan kobles til Hieberts m.fl. (2007) nullte praksis som poengterer at læreren må ta utgangspunkt i målet for timen.

Lærerens valg av mål for timen kan gjøres på flere måter. En måte er å ta utgangspunkt i elevenes kompetanse, som kan kartlegges ved ulike typer vurdering, og læreren kan sette et mål som bringer læringen fremover.

2.8 Formativ vurdering

Formålet med vurdering er, ifølge forskrift til opplæringsloven (Forskrift til opplæringsloven, 2009, § 3-3), å gi elevene informasjon om hvilken kompetanse de har underveis i opplæringen. Det er ifølge Wiliam (2018) åpenbart at tilbakemelding på elevenes arbeid skal bidra til at de lærer, men det viser seg at det er langt vanskeligere enn antatt. Han sier at mye av tilbakemeldingen elevene får, har ingen eller liten effekt på deres læring. I følge Wiliam (2007) skal læreren i form av sitt mandat bygge opp elevenes kunnskap, ferdigheter og kompetanse, og for å oppnå dette er vurdering en nøkkelfaktor. Han utdyper at vurderingen skal vise læreren hvilken kompetanse eleven har og hvordan læreren kan hjelpe eleven mot å nå et ønsket mål.

Slik forskrift til opplæringsloven beskriver er underveisvurdering viktig i opplæringen, og Schoenfeld m.fl. (2014) påpeker at vurdering som skjer underveis i undervisningen vil være positivt for elevenes læring. Underveisvurdering kan brukes for å bringe eleven videre i sitt læringsarbeid, og for å utvikle sin matematiske kompetanse slik Kilpatrick (2001) beskriver i sin trådmodell. En slik kompetanse kommer til uttrykk når elevene får mulighet til å utforske og reflektere over sammenhenger i matematikk samtidig som de bruker fagbegreper i kommunikasjonen, noe som er i tråd med undersøkende undervisning.

Wiliam (2007) deler vurdering i tre hoveddeler. Den første er *formativ vurdering*, som er vurdering som skal fremme læring. Den andre er *summativ vurdering*, som skal finne ut hva eleven kan og fokuserer på kontroll fremfor læring. Den tredje er *evaluerende vurdering*, som er vurdering som skal si noe om kvaliteten på skolen og undervisningen. Heritage (2007) sier at formativ vurdering er en prosess som systematisk vurderer elevene mens de samhandler med læreren og reflekterer rundt læringsprosessen og veien videre.

Formålet med vurderingen er, som nevnt, å gi elevene informasjon om hvor de er i sin læring underveis i opplæringen. Boaler (2009) sier at den beste måten å kvalitetssikre om elevene forstår, er å få de til å forklare. Det betyr at læreren må legge til rette for at elevene får sette ord på sine tanker, ideer og erfaringer. På denne måten får lærer innsikt i hva den enkelte elev mestrer eller strever med. Innsikten læreren får kan ifølge Schoenfeld m.fl. (2014) brukes som utgangspunkt for planlegging av videre læring, både for den enkelte elev og for hele klassen.

Ramaprasads (1983) presenterer tre nøkkelfaktorer for formativ vurdering i undervisningen: vite hvor elevene er i sin læringsprosess, finne elevenes videre vei i læringsprosessen og hva som skal til for at elevene når læringsmålet. Formativ vurdering støtter elevenes læring, og lærerens oppgave er å legge til rette for dette ved at elevene får dele tanker og erfaringer i læringsprosessen. Innenfor både refleksiv og rik kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) kan læreren få innsikt i hva elevene mestrer og ikke, fordi elevene på disse nivåene deler sine tanker og strategier, noe som kan danne grunnlag for formativ vurdering.

For å få til god og hensiktsmessig formativ vurdering vil lærerens kunnskap om elevenes ståsted være viktig, samtidig trenger læreren også kunnskap om de matematiske sammenhengene, slik Ball m.fl. (2008) beskriver horisontkunnskap. Læreren må kunne identifisere de matematiske ideene elevene uttrykker, vite hvor elevene skal i sin læringsprosess, ha kunnskap om planlegging av god undervisning og kunnskap om elevene og ulike måter de kan tenke på, noe som er i tråd med det Ball m.fl. (2008) sier om en læreres kompetanse. Samtidig må læreren ha kunnskap om hvordan han kan legge til rette for kommunikasjon som bringer frem elevens tanker, ideer og resonnement. Det betyr at læreren må være bevisst i de valg han tar i planleggingen av undervisningen for å kunne veilede elevene på best mulig måte i sin læringsprosess. I en slik prosess vil formativ vurdering være verdifull. Undervisning som legger opp til en slik kommunikasjon vil befinne seg på det øverste nivået, rik kommunikasjon, i Brendefur og Frykholms (2000) nivådeling.

3 Metode og empiri

Denne studien baserer seg på følgende problemstilling: *Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon, og hvordan kan tusjtafler påvirke elevaktiviteten?* For å kunne svare på problemstillinga, trenger vi tilgang til en lærer som er villig til å innføre og bruke tusjtafler i sin matematikkundervisning. Vi trenger å undersøke hvordan læreren legger opp til matematisk kommunikasjon uten og med bruk av tusjtafler, og til å analysere og sammenligne om tusjtaflene kan påvirke elevaktiviteten. Datamaterialet vi samler inn må kunne gi oss innsikt i kommunikasjonen som oppstår mellom lærer og elever. I dette kapitlet beskrives og begrunnes studiens forskningsmetodiske valg, vårt forskningsdesign, datainnsamling, bearbeiding og analyse av datamaterialet. Videre belyser vi reliabiliteten og validiteten i studien, og de etiske betraktningene som er hensyntatt.

3.1 Forskningsmetode og kunnskapssyn

Ifølge Gleiss og Sæther (2021) handler forskning om å stille spørsmål og besvare de på en vitenskapelig måte. Ordet metode (“metode,” u.å) har vi fått fra de greske ordene “meta” og “hodos” og ordet betyr “veien fram til et bestemt mål”. Dette betyr at når vi skal forske på noe, må vi bestemme oss for hvilken vei eller metode vi skal velge for å finne svar på det vi vil forske på.

I litteraturen skilles det mellom kvalitative og kvantitative metoder når vi forsker.

Christoffersen og Johannessen (2018) sier at samfunnsforskning ikke nødvendigvis er *enten* kvalitativ *eller* kvantitativ - det er også mulig å kombinere disse i en og samme undersøkelse - det kan også variere hvor kvalitativ eller kvantitativ en forskning er. Hovedforskjellen mellom disse metodene er graden av fleksibilitet (Christoffersen & Johannessen, (2018). Dette henger sammen med om kategoriene som benyttes i analysen av datamaterialet er fastlagt på forhånd eller om det er rom for endring underveis (Gleiss & Sæter, 2021). Christoffersen og Johannesen (2018) utdyper at i kvalitative metoder er det rom for å tillate spontanitet og tilpasning i større grad enn ved kvantitativ metode. Kvantitativ metode er egnet til å få oversikt over et større utvalg, mens kvalitativ metode egner seg når man trenger åpenhet og fleksibilitet i det man forsker på (Gleiss & Sæther, 2021).

Forskning på det som skjer i skolen kalles sosial forskning, og beskrives av Cohen m.fl. (2018) som en forskning der man ser på den menneskelige atferden i

undervisningssituasjoner. Burrell og Morgan (1979, i Cohen m.fl., 2018) skiller mellom to tilnærminger innen sosial forskning - subjektivistisk og objektivistisk. De sier at innenfor en subjektivistisk tilnærming blir mennesket sett på som initiativtakende, kreative og frie, og kunnskap sees på som subjektivt, personlig og unikt. Innenfor en objektivistisk tilnærming blir mennesket sett på som et produkt av omgivelsene eller miljøet, forskningen konsentrerer seg om å oppdage generelle lover, og kunnskap blir sett på som hardt, håndfast og objektivt (Burrell & Morgan, 1979, i Cohen m.fl., 2018). Det subjektivistiske perspektivet har flere trekk av kvalitativ forskning, mens i det objektivistiske perspektivet vil ofte kvantitativ metode egne seg. Cohen fremhever at den tilnærmingen vi som forskere velger, påvirker hele prosjektet.

Ut fra studiens problemstilling ønsker vi et best mulig utgangspunkt for å kunne forstå kommunikasjonen i klasserommet, der elevaktiviteten og lærerens tilrettelegging er det essensielle. Nilssen (2012) sier at det er i møtet mellom oss forskere, elever og lærere at kunnskapen blir konstruert, det vil av den grunn være viktig at vi er nærmest mulig deltakerne. Fleksibilitet, slik Christoffersen og Johannessen (2018) beskriver, vil være nødvendig siden kommunikasjon er en interaksjon mellom mennesker, og det vil være hensiktsmessig å kunne ta tak i det uforutsette. Uforutsette hendelser vil kunne gi oss utfyllende data som vi kan analysere. Med bakgrunn i dette vil kvalitativ metode passe best i vårt prosjekt.

I prosessen med transkribering og koding, vil vår subjektive oppfatning og tidligere erfaringer være med å prege vårt arbeid. Vi vil derfor plassere vår forskning innenfor et subjektivistisk perspektiv, i tråd med Burrell og Morgans (1979, i Cohen m.fl., 2018) beskrivelse.

Postholm (2010) sier at kvalitative forskere nærmer seg sin forskning gjennom et verdenssyn eller et paradigme, og at vi som forskere har med oss et syn på verden og hvordan vi oppfatter virkeligheten. Hun gjengir tre slike verdenssyn eller paradigmer: kognitivism, konstruktivism og positivism. Kognitivism og positivism har et felles syn på at mennesker ikke selv konstruerer kunnskapen (Postholm, 2010). Dette står, ifølge Postholm (2010), i motsetning til det konstruktivistiske paradigmet der mennesker blir sett på som aktivt handlende, og at kunnskap blir dannet gjennom mening og forståelse i sosial samhandling med andre mennesker. Hun utdyper at en konstruktivistisk tilnærming legger

vekt på at det er vanskelig å skille mellom den som forsker og objektet det forskes på, slik at når vi studerer sosiale fenomener vil forskeren være i en interaksjon med de som studeres, og blir på den måten påvirket av de som studeres og vice versa (Postholm, 2017). Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) har det skjedd ei utvikling fra konstruktivisme til sosialkonstruktivisme. De utdyper at sosialkonstruktivisme går ut på at mennesker konstruerer sine oppfatninger i interaksjon med andre. Det sosiokulturelle perspektivet bygger, ifølge Dysthe (2001), på et konstruktivistisk syn på læring, der kunnskap blir konstruert gjennom samhandling med andre, og i en kontekst.

Vi skal forske på kommunikasjonen i et klasserom, og vil derfor ha en interaksjon med de som er til stede. Det vil derfor være umulig for oss og ikke bli påvirket av de vi skal studere, og det vil være umulig for dem å ikke bli påvirket av oss. Siden vår forskning vil konstrueres i sosial samhandling mellom forskere, lærer og elever, vil vi plassere vår forskning i et sosiokulturelt perspektiv.

3.2 Kvalitativ tilnærming

Christoffersen og Johannessen (2012) presenterer tre vanlige tilnærminger innenfor kvalitativ metode; etnografi, fenomenologi og casestudie, og hver av tilnærmingene har sine særtrekk. De beskriver etnografi med at målet til forskeren er å samle inn data som forteller noe om samfunn og kulturer, og har vært brukt inne utdanningsforskning siden begynnelsen av 1980-tallet. De sier videre at fenomenologi benyttes når forskeren ønsker å oppnå forståelse om et fenomen sett gjennom øynene til en informant. Den tredje tilnærmingen er casestudie, som brukes når man ønsker å finne ut noe spesifikt innenfor en eller noen få enheter (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Ut fra vår problemstilling ønsker vi å finne ut hvordan læreren legger til rette for kommunikasjon, om det skjer ei utvikling i samtalen mellom lærer og elever, samtidig som vi ser på forskjellen i elevenes aktivitet med og uten bruk av tusjtafler. Dette kan sies å være spesifikt innenfor en enhet, som i dette tilfelle er klassen, og vi plasserer derfor vår forskning innenfor casestudie. Vi ser det derfor naturlig med en kort redegjørelse for casestudie som metode.

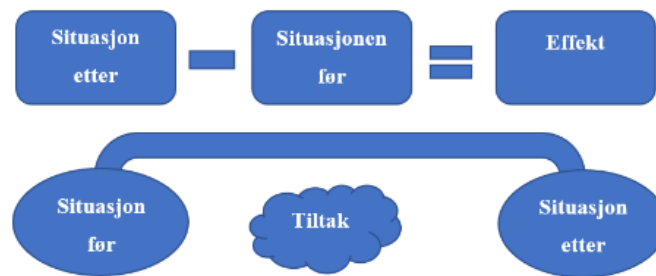
Christoffersen og Johannesen (2018) sier at det i samfunnsforskning er to kjennetegn ved en casestudie, en avgrenset oppmerksomhet mot det som skal studeres, og en dypest mulig

beskrivelse av det som skjer. Ifølge Yin (2009) er casestudie relevant når forskeren stiller et beskrivende, eller forklarende spørsmål. Han gir videre et eksempel på at et beskrivende spørsmål kan være “Hva skjer eller har skjedd?”, og et forklarende spørsmål kan være “hvordan eller hvorfor skjedde noe?”. Cohen m.fl. (2018) baserer seg på Yin (2009) når han sier at en casestudie krever dybde data, og forskeren må kunne samle inn data som er egnet for å kunne svare på problemstillingen. Han sier videre at forskeren må være gode lyttere, og i stand til å kunne lese mellom linjene.

Vår problemstilling er vinklet ut fra et hvordan-spørsmål, noe som samsvarer med Yins (2009) beskrivelse av når det er relevant å bruke casestudie som tilnærming. I vår forskning ser vi på hvordan **en** lærer legger opp til kommunikasjon i sin undervisning - både før og etter innføring av tusjtafler, og vi ser på hvordan elevaktiviteten er uten og med tusjtafler. Ei forutsetning for å få de dataene vi trenger, er at vi er fokusert når vi lytter til kommunikasjonen i klasserommet. På denne måten får vi med oss det som blir sagt, men også det som ikke uttrykkes med ord. Med andre ord fokuserer vi på en reell situasjon, ikke teorier som sier noe om hva som kan forventes i kommunikasjonen i et klasserom. Dette gir oss data som gjør at vi vil kunne svare på vår problemstilling.

Postholm og Jacobsen (2012) påpeker at det finnes flere ulike forskningsdesign innenfor casestudier, og at fellesnevneren er at et spesielt fenomen eller «case» skal studeres. De sier videre at de ulike designene i hovedsak kan plasseres innenfor enkeltstudier eller komparative studier. En enkelt-casestudie ønsker å gi en grundig forståelse innenfor en enkel case, og i en komparativ casestudie er det flere caser som studeres og deretter sammenlignes (Postholm & Jacobsen, 2012). Innenfor det som betegnes som komparative casestudier, finner vi eksperimentelle casestudier. Dette er studier som vil finne svar på hvilke konsekvenser et tiltak kan ha (Postholm & Jacobsen, 2012), illustrert i figur 10. I vår forskning ser vi om det skjer en utvikling i lærerens kommunikasjonsmønster og elevaktiviteten etter et tiltak, som i

dette tilfellet er innføring av tusjtafver. Da vi ser på om tusjtafver kan påvirke elevaktiviteten, vil det være behov for å analysere kommunikasjonen før og etter innføring av tusjtafver. Vi plasserer derfor vår forskning som en eksperimentell komparativ casestudie.



Figur 10 Effekter av et tiltak i en komparativ casestudie (Postholm & Jacobsen, 2012)

3.3 Utvalg

Ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) kjennetegner kvalitative metoder det å få mest mulig data ut fra informantene vi har til rådighet. For å få de informantene vi trenger, må vi ha en måte å finne dette utvalget på. Thagaard (2018) sier det er viktig at vi velger en utvelgingsprosess som passer problemstillingen når utvalget er relativt lite.

Ifølge Gleiss og Sæther (2021) betyr utvalg de enhetene vi vil samle data om, og det er vanlig å skille mellom to hovedformer for utvalg, sannsynlighetsutvalg og ikke-sannsynlighetsutvalg. De beskriver at sannsynlighetsutvalg ofte blir brukt innen kvantitativ forskning der målet er å generalisere informasjonen vi får fra utvalget, til en større populasjon. De sier videre at alle enheter har like stor sannsynlighet for å bli valgt, og det er tilfeldig hvilke enheter som velges ut. Ikke-sannsynlighetsutvalg kan benyttes i forskning med både kvalitativ og kvantitativ tilnærming, men her er ikke enhetene tilfeldig utvalgt, og vi kan derfor ikke generalisere fra utvalget til en større populasjon (Gleiss & Sæther, 2021). Ifølge Cohen m.fl. (2018) har et sannsynlighetsutvalg mindre sjanse for å vise ubalanse i det det forskes på, enn i et ikke-sannsynlighetsutvalg. Forskeren velger i ikke-sannsynlighetsutvalg deltakere ut fra kriterier som er forhåndsbestemt, dette kalles kriteriebaserte utvalg, eller strategisk utvalg (Gleiss & Sæther, 2021). Vårt kriterium var å finne en lærer som var villig til å innføre tusjtafver i sin undervisning. Vår utvelgelse vil derfor være et ikke-sannsynlighetsutvalg slik Gleiss og Sæther (2021) beskriver. Cohen m.fl. (2018) utdyper at i et ikke-sannsynlighetsutvalg blir ikke bredden i en populasjon presentert, men brukes for å representere eller få frem noe som er bestemt på forhånd.

På bakgrunn av våre kriterier var det en lærer i vårt nettverk som utpekte seg. Han er en erfaren lærer som har undervist i matematikk i over 20 år, tatt videreutdanning og viser særlig interesse for faget. Hans indre ønske om å bli en bedre matematikklærer veide også tungt. Det som avgjorde vårt valg, var at denne læreren ikke hadde tatt i bruk tusjtafler i sin undervisning. Ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) kan forskeren gjøre det som er enklest og mest bekvemmelig for å finne utvalget han trenger. Siden vi fant læreren i vårt eget nettverk, og han var innenfor de ønskede kriteriene, kan utvalget også betraktes som et bekvemmelighetsutvalg.

3.4 Datainnsamlingsmetode

Bjørndal (2019) sier at innenfor pedagogikken er det vanlig å se på observasjon som oppmerksom iakttagelse - det betyr at man skal prøve å observere noe som har pedagogisk betydning på en konsentrert måte. Christoffersen og Johannessen (2012) utdyper at når vi har direkte tilgang til det vi skal observere, for eksempel samhandling mellom elever og lærer i et klasserom, egner observasjon som metode seg godt. De sier videre at når vi observere bruker vi alle sansene våre for å oppfatte og forstå det vi observerer. Jacobsen (2005) poengterer at metoden har en begrensning ved at vi ser hva mennesker gjør, men ikke hvilke tanker eller opplevelser de har.

For å få et helhetlig bilde av kommunikasjonen i et klasserom er vi avhengig av å se samhandlingen i klasserommet, slik Christoffersen og Johannessen (2012) poengterer. Fokuset rettes mot det som blir sagt, men også den non-verbale kommunikasjonen vil være viktig for å danne seg et godt bilde av kommunikasjonen. Observasjon som metode vil derfor egne seg godt som datainnsamlingsmetode, den vil også kunne gi oss et så virkelighetsnært bilde av kommunikasjonen som mulig.

Gleiss og Sæther (2021) sier at når vi observerer kan vi ha ulike roller - fra fullstendig deltaker til fullstendig observatør. De sier videre at når man tar rollen som fullstendig deltaker vil observatøren prøve å delta i settingen der observasjonen foregår, men om man tar rollen som fullstendig observatør vil man ikke delta, kun observere. En slik måte å observere på kaller Bjørndal (2019) for *observasjon av første orden*. Han sier videre at dette står i kontrast til *observasjon av andre orden*, som er når observatøren selv er en del av den pedagogiske situasjonen som observeres, og observasjonen er ikke den primære oppgaven. Cohen m.fl.

(2018) utdyper at man er fullstendig observatør uavhengig av om man gjennomfører åpen eller skjult observasjon, altså om de som observeres vet at de blir observert eller om det foregår en observasjon som er skjult for deltakerne. I vår observasjon var vi til stede i undervisningen uten å delta. Elevene fikk kun informasjon om at vi (en av oss) skulle observere undervisningen, men at vårt hovedfokus var læreren. De fikk ikke vite at kommunikasjonen var utgangspunktet for vår studie, da vi tenkte dette kunne påvirke elevenes aktivitet i samtalen, slik at vi ikke ville få det reelle bildet.

For å få et best mulig bilde av det som skjedde i klasserommet brukte vi sansene våre og noterte underveis i observasjonene. Dette ville være verdifulle data når vi skulle analysere. For å ikke påvirke undervisningen, kommenterte vi ikke noe av det som foregikk i klasserommet, og vi inntok derfor rollen som fullstendig observatør. Vi anser vår observasjon som observasjon av første orden, da vår primære oppgave var å observere.

Når vi observerer må vi finne en måte å strukturere våre observasjoner på. Det er vanlig å skille mellom ustrukturert og strukturert observasjon. Når vi gjennomfører en strukturert observasjon, observerer vi ut fra allerede fastsatte kategorier (Cohen m.fl., 2018).

Christoffersen og Johannessen (2012) beskriver at en ustrukturert observasjon ikke har faste kategorier, men at man observerer med et åpent sinn. Som en mellomting mellom strukturert og ustrukturert observasjon, finner vi semistrukturert observasjon. Gleiss og Sæther (2021) sier at i en semistrukturert observasjon er noen av kategoriene fastsatt på forhånd, men det er også rom for å lage nye kategorier underveis ut fra det man observerer.

Vi har noen kategorier som er fastsatte på forhånd, f.eks. hvordan elevene og læreren er plassert, om elevene deltar i undervisningen og hvilke spørsmål læreren stiller. Dette samsvarer med de fastsatte kategoriene som Gleiss og Sæther (2021) beskriver, der vi ser på hva som skjer. Samtidig ser vi behovet for å kunne lage nye kategorier underveis, slik at vi får best mulig data fra våre observasjoner, i tråd med Gleiss og Sæther (2021) som utdyper at disse kategoriene handler om hvordan noe skjer. Vi velger derfor å bruke et semistrukturert observasjonsskjema som tilnærming, se vedlegg 1 og 2 for observasjonsskjema og eksempel fra en observasjon.

3.4.1 Observasjon med lyd- og videoopptak

Ifølge Jacobsen (2005) egner observasjon seg godt når vi ønsker å forske på hva mennesker faktisk gjør, ikke hva de sier at de gjør. Thagaard (2018) sier at video gir oss visuelle data på det vi skal forske på og vi får data på hvordan personer samhandler med hverandre. Postholm og Jacobsen (2018) presiserer at i klasseromsobservasjoner kan video- og lydopptak være nyttig for forskeren siden han neppe klarer notere ned det han ser i løpet av en observasjonsøkt.

For å svare på vår problemstilling “Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon, og hvordan kan tusjtafler påvirke elevaktiviteten?” var det viktig med data som kunne fortelle oss noe om dette. Vi anså det derfor som vanskelig å kun bruke observasjonsskjema for å samle inn data, da vi ikke ville klare å få med oss alt som skjedde i klasserommet. Vi var avhengige av å kunne gå tilbake i datamaterialet for å få med oss nyanser av det som ble sagt og gjort. For å kvalitetssikre våre observasjoner valgte vi videokamera og lydopptak. Fordelen var at vi kunne se og høre opptakene flere ganger, og dermed få utfyllende data. Samtidig kan det være en ulempe fordi elevene kan bli fokusert på at de blir filmet, og de vil derfor ikke opptre som i en normal undervisningssituasjon.

3.4.2 Gjennomføring av observasjon

Før vi gikk i gang med observasjonen gjorde vi oss kjent med utstyret vi skulle bruke. Vi hadde vært i klasserommet der observasjonen skulle foregå, slik at vi kunne prøve ut det vi mener var den beste plasseringen for kameraet, slik at det fanget opp mest mulig av klasserommet. Vi kvalitetssikret at vi hadde fullt ladet batteri og god lagringskapasitet på det tekniske utstyret. Videokameraet ble plassert bak i klasserommet slik at elevene skulle bli påvirket i minst mulig grad. Av samme grunn bestemte vi oss for at bare en av oss forskere skulle være til stede i klasserommet under datainnsamlingen. Vi brukte videokamera på stativ, samt to lydopptakere, der en ble plassert fremst og en bakerst i klasserommet. Lyden fra kamera og lydopptakere gjorde at vi sikret oss dialogen mellom lærer og elever.

Datainnsamlingen ble gjort over en periode på to måneder. Studiens problemstilling fokuserer på kommunikasjonen i klasserommet, og det var derfor viktig at kommunikasjonen dannet grunnlaget for vår studie. Vi valgte derfor å ikke innhente data fra annet individuelt elevarbeid, gruppearbeid eller andre ting som oppstod i undervisningen. Vi fokuserer heller

ikke på oppgavetyperne og det matematiske temaet i undervisningen, da kommunikasjonen var det essensielle. Undervisningstimene vi observerte hadde en varighet på 20-45 minutter hver.

Vi hadde ikke bestemt på forhånd hvor mange undervisningsøkter vi skulle observere. Vi var opptatt av at vi skulle få et godt bilde på kommunikasjonen i klasserommet, og ville observere nok undervisningsøkter til at vi hadde et tilfredsstillende bilde. Clarke m.fl. (2007) foreslår observasjon av ti undervisningstimer som et minimum for å karakterisere en lærers praksis. På grunn av pandemien og strenge restriksjoner ble det utfordrende å få tilgang til læreren og klassen for observasjon. Det var viktig for oss at vi fikk observert like mange økter uten og med tusjtafler, slik at vi lettere kunne sammenligne de, og bestemte oss derfor for å strebe etter observasjon av tre økter uten og tre økter med tusjtafler. Ut fra forutsetningene mente vi at dette skulle kunne gi oss et bilde av lærerens kommunikasjonsmønster og elevenes aktivitet.

Vår problemstilling handler blant annet om at vi skal se på om tusjtafler kan påvirke elevaktiviteten. Vi anså det som nødvendig å kunne påvirke hvordan læreren la til rette for kommunikasjon i undervisningen, og trengte å finne et verktøy som kunne hjelpe oss i dette arbeidet. Vårt valg ble derfor aksjonsforskning.

3.5 Aksjonsforskning

Tiller (2006) skriver at aksjonsforskning handler om å endre menneskers handle- og tenkemåte. Aksjonsforskning og aksjonslæring er nye begrep i skole- og utdanningssammenheng, men det er ifølge Tiller (2006) mye som tyder på at det vil bli nøkkelbegrep i fremtiden. Han sier videre at pedagogisk utviklingsarbeid, skolebasert vurdering, selvvurdering og internvurdering er begreper som knyttes opp mot aksjonsforskning. Vi vil videre utdype aksjonsforskning.

Kalleberg (1992) peker på tre ulike typer forskningsopplegg innenfor aksjonsforskning: *konstaterende*, *vurderende* og *konstruktive*. I et *konstaterende* opplegg er vi opptatt av hvordan noe er eller var, og hvordan det kommer til å bli. Innenfor dette opplegget er vi mest mulig nøytrale i forhold til aktørene og forskningsfeltet. I et *vurderende* opplegg er vi opptatt av den verdien en sosial realitet har, her er overbevisende argumentasjon viktig. Et *konstruktivt* opplegg har fokus på hva man kan gjøre for å omforme en realitet til en bedre realitet. Her må man argumentere for at det finnes realistiske og ønskelige alternativer.

Kalleberg (1992) definerer videre en tredelt typologi innenfor det konstruktive forskningsopplegget: *variasjon*, *imanasjon* og *intervensjon*. Den *varierende* forskningen vil lære av en faktisk virkelighet og begynner ikke med å forandre. Her er strategien å lære av det vellykkede eksempelet, altså noe som fungerer, da det vil være mer hensiktsmessig enn å se på de som er gått feil. Kalleberg (1992) poengterer at denne typen opplegg i utgangspunktet ikke inkluderes i definisjonen av den konstruktive samfunnsvitenskap. I *imanasjonen* forsøker man å forestille seg situasjoner ved å ta i bruk fantasien siden det ikke foreligger gode eksempler på det gitte tidspunkt. Innenfor *intervensjonen* vil forskeren gripe inn i det feltet som skal studeres, der utgangspunktet er å forbedre det. Målet her er å skape ny kunnskap og forbedre feltet du forsker i. Dette opplegget er ifølge Kalleberg (1992) det som klarest identifiseres som aksjonsforskning.

Tiller (2006) mener at aksjonsforskning ikke er en bestemt metode, men et helhetlig forskningsopplegg der forskeren tar aktivt del i et opplegg med mål om å forandre feltet det forskes i. Han poengterer videre at det er viktig at det produseres tekster i etterkant av et forskningsprosjekt slik at det har en vitenskapelig verdi, og fremhever at dette burde være et krav.

Den første delen av vår problemstilling går ut på at vi skal se på hvordan lærer legger til rette for kommunikasjon i klasserommet. Vi ser først på realiteten, altså hvordan kommunikasjonen er før vi har innført tusjtablene, og læreren ikke er påvirket. Videre vil vi i lærerens arbeid med å innføre tusjtablene i sin undervisning være med å påvirke det som skjer, og vi vil dermed være med å omforme realiteten. Med bakgrunn i Kallebergs (1992) og Tillers (2006) beskrivelse av aksjonsforskning plasserer vi dermed vår forskning innenfor denne metoden, og mer spesifikt innenfor det Kalleberg (1992) beskriver som et konstruktivt opplegg. Samtidig kan vi ikke utelukke de andre oppleggene helt.

Som nevnt sier Kalleberg (1992) at er det en tredelt typologi innenfor det konstruktive forskningsopplegget. Vårt utgangspunkt som forskere er å skape ny kunnskap med å påvirke en prosess for å se om det skjer en utvikling. Som både lærere og forskere, er målet å skape en bedre praksis, og vi plasserer dermed vår forskning innenfor typologien *intervensjon*, da vi griper inn i det feltet som skal studeres. Samtidig vil vi ha momenter fra den *varierende* forskningen, fordi vi starter med å lære av den faktiske virkeligheten, altså hvordan lærer

legger opp til matematisk kommunikasjon i de tre øktene før tusjtavlene ble innført. Fokuset her er ikke på det vellykkede eksempelet, men på å ha et åpent blikk for hvordan kommunikasjonen i klasserommet er. På dette tidspunktet i vår forskning observerer vi bare undervisningen slik den er, vi begynner ikke med aksjoner som kan endre kommunikasjonen før vi har et overblikk over kommunikasjonsmønsteret.

Det finnes ulike modeller for selve forskningsprosessen. Mertler (2009) presenterer fire faser; planleggingsfasen, handlingsfasen, utviklingsfasen og refleksjonsfasen. Planleggingsfasen er en av de viktigste fasene og går ut på å forme prosessen og identifisere og avgrense tema for forskningen. I denne fasen planlegges det også hvilken metode man skal benytte seg av i forskningen. Vi bestemte oss tidlig for at vi ønsket å forske på bruk av tusjtavler i matematisk kommunikasjon, og var avhengig av å finne en lærer som var interessert i å være med i vårt forskningsprosjekt.

Mertler (2009) sier at i *handlingsfasen* starter datainnsamlingen og den gjentas ofte i flere runder for å samle inn data. Han sier videre at neste steg etter datainnsamlingen vil være å analysere data, og her handler det om å strukturere data i mindre grupper som igjen danner grunnlaget for resultatene. I *utviklingsfasen* handler det ifølge Mertler (2009) om å ta utgangspunkt i resultatene og lage en plan for hvilke tiltak man kan igangsette for å skape utvikling. Befring (2015) legger til at handlingene er fremtidsrettet da ønsket er at prosessen skal føre til en utvikling i det fremtidige arbeidet. *Refleksjonsfasen* handler om å reflektere over hva du gjør, hvorfor du gjør det og hvilken effekt dette har (Mertler, 2009).

I *handlingsfasen* startet vi med datainnsamlingen ved å observere tre undervisningsøkter før innføring av tusjtavler, noe som ble gjort i løpet av tre uker. De neste ukene ble brukt til å transkribere alle de observerte øktene. Deretter gjennomgikk vi vårt datamateriale, strukturerte utsagnene ved å først lage koder, og deretter kode all transkribering. Vi tok først for oss alle lærerutsagnene deretter alle elevutsagnene. *Utviklingsfasen* og *refleksjonsfasen* ble gjort i samarbeid med læreren. Fokuset i dette samarbeidet var konsentrert rundt observasjonen og transkriberingen fra de første øktene, og vi gjennomgikk våre data sammen med læreren. Vi som forskere pekte på elementer i kommunikasjonen som vi ønsket å reflektere rundt sammen med læreren, og hadde med dette som utgangspunkt en

metakommunikasjon med læreren. Deretter kom vi med innspill til hvordan kommunikasjonen med elevene kunne utvikle seg videre, og da spesielt hvilke grep læreren kunne gjøre for å få elevene mer aktive. Arbeidet som ble gjort i handlingsfasen, utviklingsfasen og refleksjonsfasen ble gjort på nytt etter hver undervisningsøkt med bruk av tusjtafler. Etter en undervisningsøkt transkriberte vi kommunikasjonen, kodet de ulike utsagnene, gjennomførte samtale med læreren der vi gjennomgikk forrige økt, reflekterte og planla fokus for neste økt. Dette ble gjort om igjen i en syklisk prosess, illustrert i figur 11.



Figur 11 Egenprodusert figur over fasene i vår aksjonsforskning

Før læreren gjennomførte den første økta med tusjtafler gjennomførte vi (en av oss) en undervisningsøkt der disse ble brukt, slik at læreren kunne observere tusjtaflene i bruk. Grunnlaget for første gjennomføring av undervisning med tusjtafler var dermed lagt for læreren.

Ifølge Kemmis og Wilkinson (1998) har den deltakende aksjonsforskningen to mål. På den ene siden skal den hjelpe mennesker til å utforske sin egen situasjon hvis de skal kunne forandre den. På den andre siden skal den hjelpe mennesker til å forandre sin situasjon for å kunne utforske den. Aksjonsforskningen handler, som nevnt, ifølge Tiller (2006) om å endre menneskers handle- og tankemåte, eller i de sosio- materielle vilkår. Han poengterer at forskningen som aksjonsforskere gjør sammen med aktørene skal komme praktikerne, f.eks. lærerne til gode. Som aksjonsforskere vil vi dermed ikke bare kartlegge hva som skjer, men vi får muligheten til å påvirke det som skjer i klasserommet. I tillegg utforsker læreren sin egen situasjon gjennom aksjonene, slik at han kan utvikle sin praksis.

Samtidig rettes det kritikk mot aksjonsforskning som vitenskap. Ifølge Tiller (2006) handler noe av kritikken om at lojaliteten i forskningen er knyttet til aksjonen og ikke teorien, det stilles også spørsmål om det kan være vitenskap når man griper forandrende inn i de studerte felt. Han legger til at flere omtaler deltakende observasjon og aksjonsforskning som det samme.

3.6 Analysemetode

I dette kapitlet presenterer vi vår fremgangsmåte i organiseringen av datamaterialet. Målet med å finne en analysemetode er, ifølge Postholm og Jacobsen (2018), å kunne sortere det innsamlede datamaterialet i et større forskningsprosjekt, samtidig som det må kunne gjøres forståelig. Vårt analysearbeid var en tidkrevende prosess, vi gjennomgikk kategoriene og kodene flere ganger, endret og omformulerte til vi hadde data som var forståelig og kunne analyseres videre.

3.6.1 Samtaleanalyse

Skovholt m.fl. (2021) sier at med bakgrunn i menneskets evne til å kommunisere med andre har vi utviklet et språk vi bruker når vi kommuniserer, og at vi ved hjelp av dette språket kan samhandle i ulike sammenhenger. De sier videre at ved å analysere samtaler kan vi finne ut hvordan mennesker utfører sosiale handlinger i interaksjon med andre. I følge Postholm (2010) er samtaleanalyse en inngående studie av hvordan språket brukes mellom mennesker. Cohen m.fl. (2018) utdyper dette og sier samtaleanalyse er en egen form for diskursanalyse der det primære er å se på en samtale mellom to eller flere i en bestemt kontekst og undersøke hva de sier, hvordan de sier det, og hva formålet med samtalen er. Når datamaterialet består av lyd- og videoopptak fra ulike samtalsituasjoner sier Tholander og Cekaite (2015, i Postholm & Jakobsen, 2018) at samtaleanalyse kan anvendes. Vårt forskningsprosjekt er en studie av den matematiske kommunikasjonen mellom lærer og elever, og vi skal se på det som faktisk blir sagt, ikke det som ligger skjult i holdninger. Observasjonsmetoden vår er lyd - og videoopptak og vi transkriberer selv opptakene våre. Vi plasserer derfor vår forskning innenfor samtaleanalyse.

3.5.2 Gjennomføring av analyse

For å kunne gjennomføre analysen trenger vi et rammeverk som kan systematisere våre data. I teoridelen har vi presentert metoder og rammeverk som kan brukes i arbeidet med produktive samtaler i matematikk, blant annet samtaletrekkene til Chapin m.fl. (2009) og Kazemi og Hintz (2014), samt IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2006). Vi vil bruke Drageset og Allerns (2021) rammeverk som utgangspunkt for vår analyse, og vil supplere med elementer fra samtaletrekkene og IC-modellen. Grunnen til at vi kombinerer flere rammeverk er fordi vi ikke ønsker at ett rammeverk skal styre kategoriseringen vår. Dette kan føre til at vi går glipp av funn eller at vi plasserer utsagn feil.

Gleiss og Sæther (2021) sier at en analysemetode der kategoriene hentes fra datamaterialet kalles induktiv, og motsatt vil en deduktiv analysemetode være når kategoriene er etablert på forhånd. De sier videre at for å analysere kvalitative data må vi lage grupperinger av elementer som har noen fellestrekk, dette kalles kategorier. Vi startet analyseprosessen med å kategorisere utsagnene ut fra konteksten de sto i. Eksempel på kategorier av lærerinteraksjoner kan være at lærer kan *fortelle eller informere elevene* eller at lærer *støtter eller leder elevene mot et svar*. Da vi analyserte med bakgrunn i de fastsatte kategoriene i rammeverket til Drageset og Allern (2021), vil vår analysemetode først og fremst være deduktiv slik Gleiss og Sæther (2021) beskriver. Samtidig ble det lagt til en kategori som ikke fantes i rammeverket, noe som medførte at vår analysemetode ble en kombinasjon av induktiv og deduktiv. En slik kombinasjon kalles ifølge Gleiss og Sæther (2021) for abduktiv.

Transkribering er, ifølge Gleiss og Sæther (2021), den mest brukte måten å klargjøre opptak for analyse på. De sier videre at å transkribere er å lytte på opptak og gjøre disse opptakene om til skriftlig tekst. Nilssen (2012) sier at transkribering aldri vil bli nøyaktig siden forskeren allerede har avgjort hva det skal fokuseres på, og det non-verbale vil bli borte i prosessen fra opptak til tekst. For oss var det viktig å få en mest mulig korrekt gjengivelse av kommunikasjonen i klasserommet. Vi transkriberte derfor alle opptakene sammen, noe som var en møysommelig prosess, og er i tråd med det Tholander og Cekaite (2015, i Postholm & Jakobsen, 2018) sier om at det er viktig at det er forskeren som selv transkriberer datamaterialet. I de tilfellene vi ikke var helt sikker på hva som ble sagt, måtte vi bruke en av de andre lydildene vi hadde for å komplementere kommunikasjonen.

For å bli kjent med datamaterialet sier Gleiss og Sæther (2021) at det kan være nyttig å bruke koding som analysemetode. De sier videre at koding går ut på å dele opp dataene i mindre enheter og gi de en merkelapp, slik at disse kan sorteres i kategoriene i rammeverket. Etter at vi hadde gitt de ulike utsagnene koder ved å plassere de innenfor hver sin farge, plasserte vi de i rammeverket, og ga de navn ut fra hvilken kategori de tilhørte. Deretter gikk vi gjennom alle utsagn for å kvalitetssjekke at de var riktig kodet. Under vises et eksempel på et utdrag fra vår transkribering. For full oversikt og våre koder, se vedlegg 3.

Utdrag fra transkribering

Hun har skrevet 10 over 9+1 og 10 over 4+6 og så har hun skrevet likt over likhetstegnet. **Fin måte og vise hvordan elev 4 har tenkt.** Er det noen som har tenkt på en lignende måte som elev 4?

Figur 12 Eksempel på koding, utdrag fra transkribering

Figur 12 viser hvordan vi har kodet et lærerutsagn ved hjelp av farger. Vi finner både kodene/typene *oppsummering* innenfor kategorien *fokusere på detaljer av betydning, bekrefte* i kategorien *fortelle eller informere elevene og orientere mot hverandre sin tenking* i kategorien *bruke eller utvide elevideer*. På denne måten arbeidet vi systematisk med koding og kategorisering, slik at vi kunne analysere vårt datamateriale og til slutt svare på vår problemstilling.

3.7 Validitet og reliabilitet

Ifølge Gleiss og Sæther (2021) er validitet (gyldighet) og reliabilitet (pålitelighet) begreper som kan hjelpe oss som forskere å vurdere kvaliteten på forskningsprosjektet vårt. De poengterer at det er viktig at forskeren er åpen om styrker og svakheter ved eget forskningsdesign, og hvordan gjennomføringen ble utført. Det er likevel rom for at dataene vi har ikke speiler virkeligheten. Cohen m.fl. (2018) sier at en som forsker på nåtiden, kan være uvitende om hendelser som ligger i forkant av observasjonen. De sier videre at informantene kan være lite representative for det som forskes på, eller at settingen med observasjon kan føre til en annen atferd enn vanlig.

3.7.1 Validitet

Validitet handler om kvaliteten på vårt datamateriale, i tillegg til våre tolkninger og konklusjoner. Cohen m.fl. (2018) sier at det innenfor observasjonsbasert forskning er to typer validitet, indre og ytre. De sier videre at den ytre validiteten handler om forskningens særegenhet - hvordan vet vi at resultatet av denne forskningen også gjelder i andre situasjoner. Den indre validiteten handler om at forskeren blir påvirket av nærheten han har til gruppen det forskes på, altså hvordan vet vi at det vi observerer representerer virkeligheten (Cohen m.fl., 2018)? Gleiss og Sæther (2021) sier at det handler ikke om hvorvidt forskeren påvirker, men hvordan han påvirker. De poengterer videre at innenfor en sosialkonstruktivistisk tradisjon må de ulike delene av forskningsdesignet henge godt sammen for å være valide.

Underveis i vår arbeidsprosess har vi hele tiden beveget oss frem og tilbake mellom de ulike delene i oppgaven, og problemstillingen har alltid vært i fokus, slik at delene henger godt sammen. Ifølge Cohen m.fl. (2018) har casestudie en svakhet ved at funnene har begrenset generaliserbarhet siden det kun er forsket på ett enkelt tilfelle, noe som samsvarer med det de beskriver som ytre validitet. Vi vil derfor ikke kunne trekke slutninger basert på våre funn, men funnene kan være til nytte for andre, spesielt lærere. Cohen m.fl. (2018) poengterer likevel at en av styrkene med en casestudie er at de observerer årsak og virkning i en reell kontekst, noe som er i tråd med vår forskning der den reelle konteksten er et klasserom. Likevel kan lærer og elever være påvirket av vår tilstedeværelse, som igjen henger sammen med indre validitet. En måte elevene kan bli påvirket på er at de blir usikre og ikke vil snakke, eller at elever skal vise seg frem siden det er ukjente til stede. På denne måten kan vi få et bilde som ikke er reelt. Lærer kan også bli påvirket ved at han legger opp undervisningen annerledes enn han vanligvis gjør, og vi vil da ikke få innblikk i den reelle undervisningen.

3.7.2 Reliabilitet

“Reliabiliteten handler om kvaliteten på forskningsprosessen og hvorvidt undersøkelsen er til å stole på” (Gleiss & Sæther, 2021). Vi vil i vår forskning ikke ha direkte påvirkning på undervisningen, og anser derfor forskningsprosessen vår som pålitelig. Likevel kan forskningsdeltakerne påvirkes ved at vi er til stede, slik at våre data ikke blir representative. I klasserommet opptrer vi så diskret som mulig for å minimere vår påvirkning.

Kodingen av vårt datamateriale kan også påvirkes av vår subjektive tilnærming, altså at vi har en forutinntatt holdning. Dette kan for eksempel være at vi tilegner et utsagn noen kvaliteter det ikke har, eller motsatt, at vi ikke ser utsagnet i den rette konteksten slik at dens fulle mening ikke kommer frem. Cohen m.fl. (2018) omtaler denne forutinntatte holdningen som bias, og sier at denne vil være umulig å fjerne helt. For å minimere bias forsøker vi å være objektiv, slik at dataene taler for seg selv. Vi har gjort all transkribering og koding i samarbeid, der diskusjoner har vært verdifull og avklarende for hvilken kategori og type utsagnet skulle plasseres i, noe som har bidratt til å minimere den forutinntatte holdningen. I tillegg er transkriberingen og kodingen presentert for læreren, noe som kvalitetssikret innholdet i kommunikasjonen, og at de ulike kodene samsvarer med lærerens utsagn. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) konstaterer

at det stilles høye krav til forskerens begrunnelse for de valg som gjøres, og kvaliteten på dokumentasjon. Dette for at forutinntatte oppfatninger skal prege forskningen minst mulig.

Metodekritikk

Slik tidligere beskrevet baserer vår studie seg på seks observerte undervisningsøkter, selv om det hadde vært ønskelig med flere. Hvis omfanget av vår studie hadde vært av lengre varighet kunne vi fått et annet resultat, da vi hadde hatt mulighet til å kunne gjennomføre flere aksjoner. Vi har sett på lærerens kommunikasjonsmønster i klasserommet knyttet til tusjtaflene, men trolig ville andre verktøy også kunne fungere for å fremme elevdeltakelse. Ved at vi bare har studert en lærer, vil vi ikke kunne generalisere funnene, slik Cohen m.fl. (2018) beskriver ytre validitet, da omfanget er for lite. Til tross for dette vil vi hevde at vi har fanget hvordan denne læreren legger til rette for matematisk kommunikasjon både uten og med bruk av tusjtafler.

Den kvalitative studien vil påvirkes av oss som forskere, da vi fokuserer på det som er interessant og relevant for vår problemstilling. Det betyr at vår transkribering, koding, kategorisering og eksempler som fremheves i analysen og drøftingen, vil være påvirket av hva vi anser som betydningsfullt. Samtidig vil vårt samarbeid og mange diskusjoner gjennom hele analyseprosessen minimere at vår subjektive holdning og oppfatning fremkommer. Likevel vil elevene og læreren kunne bli påvirket av oss og videokamera, slik at våre data ikke representerer virkeligheten, i tråd med det Gleiss og Sæther (2021) sier om at forskeren påvirker situasjonen. For å minimere denne påvirkningen, besluttet vi at bare en av oss forskere skulle være til stede i klasserommet under observasjonen. Videre valgte vi å ha kamera bakerst i klasserommet, slik at deltakerne skulle bli minst mulig distraheret. På tross av begrensningene som beskrevet anser vi vårt arbeid som verdifullt.

3.8 Etske betraktninger

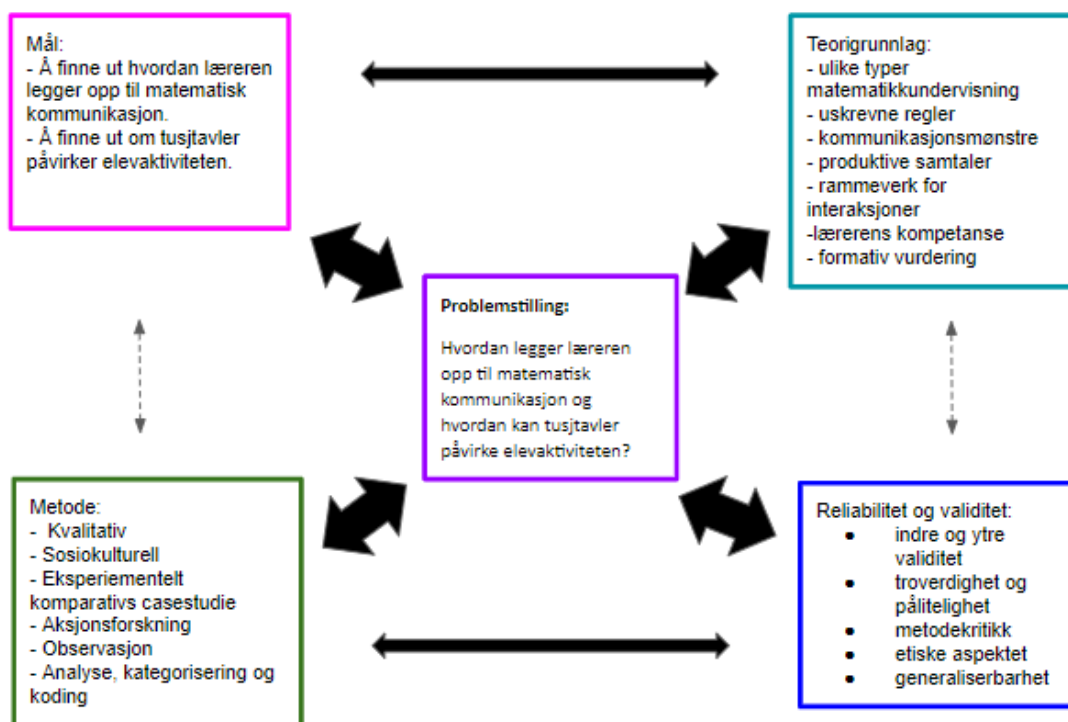
I kvalitativ forskning blir menneskelige prosesser undersøkt i en naturlig setting. Dette innebærer at vi må ta hensyn til deltakerne i forskningen. Postholm (2010) sier at i et godt kvalitativt forskningsprosjekt, respekterer forskerne deltakerne og deres deltakelse blir verdsatt i hele prosessen. Cohen m.fl. (2018) sier at vi må ta etiske hensyn når vi driver forskning med observasjon, og at etiske komiteer må gi tillatelse til å drive slik forskning.

I Norge har den nasjonale komitè for samfunnsfag og humaniora, NESH, utviklet forskningsetiske retningslinjer i henhold til det etiske aspektet som oppstår mellom forsker og forskningsdeltakere. NESH (2021) peker på tre sentrale prinsipper innenfor forskningsetikk; *informert samtykke, konfidensialitet og anonymisering* samt *å unngå negative konsekvenser for deltakerne*. Det første prinsippet, *informert samtykke*, er et viktig grunnprinsipp i all forskning, og et av kravene er at deltakelse skal være frivillig, informert, utvetydig og dokumentert. Det andre prinsippet, *konfidensialitet og anonymisering*, handler om at vi ikke kan avsløre informasjon deltakerne har gitt i løpet av forskningen. NESH (2021) legger til at deltakerne må anonymiseres slik at det ikke er mulig å spore informasjon til bestemte deltakere. De sier videre at det tredje prinsippet er *å unngå negative konsekvenser* for deltakerne, som innebærer at ingen skal ta skade av å delta i forskningen. Samtykkeskjema fra deltakerne er vedlagt, se vedlegg 4. For å imøtekomme retningslinjene ble informasjon om forskningsprosjektet sendt til NSD (Norsk Senter for Forskningsdata) for godkjenning, se svar vedlegg 5.

Ifølge Gleiss og Sæther (2021) er det vanskelig å unngå at forskningen blir påvirket av forskeren (bias), og for å forsøke og være så objektive som mulig vil vi prøve å ha en refleksiv tilnærming til forskningen. De beskriver refleksiv tilnærming som at vi som forskere må være oppmerksomme på maktforholdet mellom oss og deltakere i forskningen, slik at ikke deltakerne føler seg som den svake part, men oppfatter at deres deltakelse er viktig.

3.9 Forskningsdesign

Som et forskningsdesign har vi valgt å bruke Maxwells (2013) modell, som kan fungere som en ramme når vi skal gjennomføre vår studie. Ifølge Maxwell (2013) egner modellen seg for kvalitativ forskning, og består av fem komponenter forbundet med hverandre, samtidig som de er gjensidig påvirket av hverandre. Modellen skiller seg fra andre forskningsdesign på den måten at forskeren kan bevege seg mellom komponentene underveis i sin forskning (Maxwell, 2013). Vårt forskningsdesign er illustrert i figur 13.



Figur 13 Modell over vårt forskningsdesign, etter Maxwells (2013) modell

Problemstillingen er plassert i midten av modellen og binder sammen øvre og nedre del i designet. Ifølge Maxwell (2013) er den øvre delen, med komponentene *mål*, *teorigrunnlag* og *problemstilling*, hjørnene i en trekant, og utvikles tidlig i forskningsprosessen. Han sier videre at den nedre delen består av komponentene *metode*, *validitet* og *problemstilling*, og danner hjørnene i en trekant nederst i modellen, og som omhandler den operasjonelle delen av forskningsprosessen. Metodene skal hjelpe forskeren med å svare på problemstillingen og unngå at validiteten forringer forskningens troverdighet (Maxwell, 2013). Ifølge Maxwell (2013) kan modellen konstrueres og rekonstrueres, dette gjøres ved at forskeren beveger seg mellom de ulike komponentene. For oss som forskere er det verdifullt å kunne endre og justere underveis i vår forskningsprosess, og bevege oss frem og tilbake mellom de ulike komponentene ettersom ny viten og forståelse oppstår.

4 Analyse og funn

Gjennom dette kapitlet ønsker vi, ved å analysere våre data, danne grunnlaget som kan hjelpe oss å besvare studiens problemstilling. Analysen består av tre delkapitler. I den første delen tar vi for oss de forskjellige typene lærerutsagn som kom frem i kommunikasjonen mellom lærer og elever. Ved å legge frem eksempler og situasjonsbeskrivelser vil vi prøve å belyse lærerens tilrettelegging for kommunikasjon i klasserommet. Vi legger først frem data, deretter setter vi navn på det vi ser før vi til slutt oppsummerer. Dette er et bevisst valg fordi vi ønsker at leseren skal få se data før han blir fortalt hva dataene viser, og på denne måten gjøre prosessen mer transparent. I del to gjør vi det samme, men med elevutsagnene. Dataene presentert i de to første delkapitlene analyseres opp mot rammeverket til Drageset og Allern (2021), og vi kommenterer avvik underveis. Til sist i hvert delkapittel har vi oppsummert funn knyttet opp til rammeverket. I den siste delen oppsummerer vi alle våre funn og knytter de til undervisning uten og med tusjtavler.

Figur 14 viser oppbyggingen av vår analyse.

Lærerinteraksjonene er delt i seks kategorier og innenfor hver kategori finner vi et antall typer/samtaletrekk.

4.1 Lærerinteraksjoner

4.1.1 Fortelle eller informere elevene

I de undervisningstimene vi observerte, fant vi flere lærerinteraksjoner som handler om at læreren på en eller annen måte forteller eller informerer elevene om noe. Ifølge Drageset og Allern (2021) kan det være mange måter å fortelle og informere elevene på. Det som er felles i denne kategorien er at det handler om å fortelle og informere elevene om noe som handler om matematikk, eller hvordan vi jobber med og samtaler om matematikk. Innenfor denne kategorien kan læreren også forklare hvordan eller hvorfor noe skal gjøres samt vurdere



Figur 14 Egenprodusert modell over oppbyggingen av vår analyse, basert på rammeverket til Drageset og Allern (2021)

gyldigheten av det som blir sagt. Ut fra det vi ser i vår datamateriale, har vi delt disse inn i tre typer.

I en time der elevene skulle lære en ny metode for divisjon, så vi følgende dialog:

22.L: Idag skal vi lære en hemmelig metode for divisjon. Metoden er gjemt i skapet. Hva tror dere det er? Noen som la merke til noe da dere kom?

23.E2: En ballong

(Lærer tar frem en ballong fra skapet og får en elev til å spreng ballongen. Det kommer da frem en lapp der det står "ballongmetoden").

24.L: Den metoden vi har her (*peker på tavla der 936:3 er løst ved å dele opp i hundrere, tiere og enere*) fungerer bare når tallene går opp. Det blir fort en ganske vanskelig metode hvis tallene ikke stemmer. Vi skal nå lære å dele med ballongmetoden, for den funker på alle tall.

Utdrag 1

I utsagn 22 gir læreren opplysninger om at elevene idag skal lære en hemmelig metode for divisjon. Læreren begrunner videre i utsagn 24 at denne metoden fungerer på alle tall. Vi ser at læreren først gir opplysninger om hva elevene skal lære, og kommer deretter med en begrunnelse på hvorfor dette er nødvendig. Dette er et eksempel på den første typen av fortelle og informere, som vi har kalt *opplyse*. Denne måten å opplyse på finner vi ofte i vårt datamateriale, typisk er at disse forekommer i starten av ei undervisningsøkt.

En annen måte å fortelle og informere elevene på kommer fram i utdraget under der det jobbes med divisjon i plenum:

12:L: *Lærer viser hvordan man kan dividere 963:3 ved å dele opp i hundrere, tiere og enere på denne måten.*

$$900:3 =$$

$$60:3 =$$

$$3:3 =$$

Hvis vi starter på toppen på 900:3. Hva blir det? (*skriver 300 på tavla*) Så går vi videre til tierne, 60:3 (*skriver 20 på tavla*) Til slutt tar vi enerne, 6:3 (*skriver 2 på tavla*). Det som er lurt, er å skrive tallene under hverandre med ener under ener, tier under tier. Da blir det enklere å regne ut. Siden det er enerplassen så skriver jeg 2 her (*viser på tavla at 2 skal stå på enerplassen*). Og så kan jeg bare regne ut.

Utdrag 2

Her viser lærer en metode elevene kan bruke i divisjon. Først deles hundrerne på tre og svaret skrives opp. Deretter tierne og til slutt enerne. Her ser vi at læreren forteller elevene hvordan

de skal løse hele oppgaven. Dette blir dermed en demonstrasjon av alle steg fra start til slutt, og vi har kalt denne typen *demonstrere*, som er den andre typen innenfor kategorien fortelle og informere elevene. Læreren bruker ofte demonstrasjon i undervisningsøkter der nye metoder presenteres, eller når elevene står fast. Han bruker gjerne krittavla i slike demonstrasjoner. Slike demonstrasjoner forekommer ofte i vårt datamateriale, typisk i forbindelse med presentasjon av en metode elevene skal lære. Demonstrasjonene varer gjerne over tid, med få og korte innspill fra elevene.

En tredje måte å fortelle og informere elevene på kommer fram i utdraget under der elevene jobber med prosent:

67:L:Hvor mye blir 50% av 100 kroner? (*Flere hender oppe*)
68:E1: 50 kr
69:L: Ja, flott! Hvordan tenkte du når du kom frem til 50 kroner?
70:E1: At...fordi $5+5$ er 10. Jeg eh..deler på 2.
71:L: Okey, lurt tenkt. Hvorfor deler du det på 2?
72:E1: ja for du kan gange eh gange 5 to ganger
73:L: Kjempebra.

Utdrag 3

I dette eksemplet spør læreren etter hvordan eleven tenker. Elev 1 forklarer hvordan han kommer frem til svaret, og lærer bekrefter med å si "ja, flott". Videre ber lærer om forklaring på hvordan eleven kom frem til svaret, der lærer responderer med å svare "lurt tenkt" og "kjempebra". Med det siste utsagnet bekrefter og avslutter læreren dialogen. Utsagnene fra læreren er av typen *bekreftede*, er korte, og brukes ofte i undervisningen, gjerne etter hvert elevutsagn. Slike utsagn er typisk for denne læreren.

Et annet eksempel på å bekrefte finner vi i ei økt der tema er likhetstegnet.

71:L: Bra. Du bruker en veldig lur strategi der. Da viser du at du forstår likhetstegnet fordi du har like stor verdi på begge sider.

Utdrag 4

Her ser vi at lærer, i tillegg til kort å bekrefte med “bra”, legger til en begrunnelse for at eleven har forståelse for likhetstegnet. *Bekreft* med påfølgende begrunnelse finner vi sjelden i vårt datamateriale.

I en undervisningssituasjon vil det være behov for at læreren forteller og informere elevene. Dette kan skje på ulike måter. Samtaletrekket *opplyse* handler om å gi opplysninger, som oftest om hva og hvordan noe skal gjøres, *demonstrere* skjer ved at noe blir vist matematisk, og *bekreft* handler om å gi respons på elevenes utsagn. Felles for disse samtaletrekkene, er at det er lærer som styrer retningen på undervisningen og som på ulike måter deler av sin kunnskap. Når lærer bekrefter gis det lite informasjon, ofte bare i form av et “ja” eller “bra”, mens det innenfor å informere og demonstrere gis mer utfyllende informasjon. I tillegg innehar demonstrere en annen dimensjon ved at lærer både viser og forklarer, gjerne en fremgangsmåte. Dette er i tråd med Drageset og Allerns (2021) rammeverk som sier at læreren deler innsikt i hvordan eller hvorfor noe gjennomføres, eller forteller elevene hva som er riktig eller galt. Innenfor denne kategorien snakker lærer og elever stort sett annenhver gang.

Modellen til Drageset og Allern (2021) presenterer to typer støttende samtaletrekk, *informere/foreslå* og *demonstrere*, innenfor denne kategorien. Vi har kalt samtaletrekket informere/foreslå for å opplyse, men innholdet samsvarer med Drageset og Allerns (2021) samtaletrekk. I vårt datamateriale fant vi utstrakt bruk av bekreftelse fra lærer, og fant det derfor hensiktsmessig å skille ut disse utsagnene som et eget samtaletrekk, det ble kalt *bekreft*.

4.1.2 Støtte og lede elevene mot et svar

I dialog med elevene kan lærer *støtte og lede eleven mot et svar*. Drageset og Allern (2021) sier at dette kan gjøres på flere måter, enten ved at lærer støtter og veileder elevene gjennom åpne spørsmål, eller at lærer forenkler oppgaven gjennom hint eller ledende spørsmål slik at oppgaven blir enklere. I vårt datamateriale fant vi tre typer av støtte og lede elevene mot et svar.

Her er et utdrag der elevene bruker ballongmetoden, som er en metode for divisjon.

34:L:Nå kan dere prøve å stille opp 524:3 inni ballongen. Husker dere hvor tallene skal skrives? Hvor skal hundrerplassen? Hvor skal tierplassen? Hvor skal enerplassen? Hvor skal jeg plassere det tallet jeg skal dele 524 på? Er det noen som husker hvordan vi starter når vi bruker ballongmetoden? Hvor begynner jeg? 524:3

Utdrag 5

I utsagn 34 stiller lærer mange spørsmål til klassen. Han spør om elevene husker hvor tallene skal skrives, hvor hundrerplassen skal, hvor enerplassen skal, og hvor han skal plassere det tallet han skal dele 524 på. Videre spør han om noen husker hvor de skal starte når de bruker ballongmetoden, og følger opp med “hvor begynner jeg?” Her ser vi at lærer stiller mange spørsmål som kan minne om ei huskeliste. Lærer gir ikke tid og rom for elevene til å tenke ut et svar, og legger derfor ikke opp til at elevene skal svare før han stiller neste spørsmål. Ved at læreren stiller disse spørsmålene leder han elevene mot et svar på oppgaven. Denne måten å støtte og lede elevene mot et svar er typisk, og kan plasseres under typen *lede gjennom spørsmål*. En slik måte å stille spørsmål på forekommer ofte i vårt datamateriale.

Dette utdraget er hentet fra en økt der elevene jobbet med divisjon. Oppgaven det jobbes med er 22 delt på tre.

112:L: Ja, 21. Har jeg noe til overs da?
113:E2: Eh, jeg er usikker
114:L: Jeg skal jo opp til 22, så hvor mye er til overs?
115:E2:En
116:L: Ja, jeg har en til overs. Hvor skal jeg gjøre av den eneren, tror du elev to? Syv gange tre er tjueen. Hvor skal jeg gjøre av den siste?

Utdrag 6

Et annet eksempel på å lede gjennom spørsmål, finner vi i dette utdraget. I utsagn 112 spør lærer elev to om han har noe til overs. Eleven er usikker, så i utsagn 114 følger lærer opp med “jeg skal jo opp til 22, så hvor mye er til overs?” Dette eksempelet viser at når en elev ikke kan svare på et spørsmål som er stilt, følger lærer opp med et annet spørsmål for å lede eleven mot et svar. Dette er et eksempel på å *lede gjennom spørsmål* og hører inn under kategorien støtte og lede elevene mot et svar. Læreren stiller ofte spørsmål, og legger gjerne til et nytt

spørsmål før elevene har svart. På denne måten leder læreren eleven/klassen mot et svar. Denne måten å lede gjennom spørsmål på ser vi typisk i forbindelse med gjennomgang av en fremgangsmåte.

Utdraget nedenfor er fra ei økt med fokus på sammenhengen mellom prosent og brøk.

34: Ja. To hundredeler er den som går mest igjen og det er riktig. Det er det samme som 2%. Så er det noen som har svar to av ti. Hva tenker dere om det?

Utdrag 7

Læreren stiller her spørsmålet “hva tenker dere om det”. Dette er et åpent spørsmål som oppfordrer elevene til refleksjon om to hundredeler er det samme som to prosent. *Åpne spørsmål* er en type som hører inn under kategorien støtte eller lede elevene mot et svar. Slike åpne spørsmål brukes av og til av læreren. Dette er typisk i de situasjonene der lærer stiller spørsmål til hele klassen, eller at elevene skal ta stilling til et utsagn som en annen elev har presentert.

Her følger et eksempel fra gjennomgangen av divisjonsalgoritmen. Oppgaven som presenteres på tavla er 524 delt på tre.

15:E: en
16:L: Ja, det er en. Da skriver jeg en her (*skriver 1 etter likhetstegnet i regnestykket*), fordi en gange tre er tre (*skriver 3 under 5*). Husker dere, her må dere huske, her kommer det ei minuslinje. Hva blir 5 minus 3?

Utdrag 8

Vi ser her at læreren responderer på noe en elev har sagt, og viser med demonstrasjon hvor tallet 1 skal stå. Deretter følger læreren opp med å stille spørsmålet “hva blir fem minus tre?”. Spørsmålet er av typen *lukket*, da det bare har ett riktig svar, og plasseres i kategorien støtte og lede elevene mot et svar. Slike spørsmål forekommer av og til, da i forbindelse med gjennomgang av ny metode.

Kategorien støtte og lede elevene mot et svar har ulike innfallsvinkler med ulik grad av støtte for elevene. På den ene siden fungerer lærer som en støtte ved å lede eleven mot en løsning gjennom åpne spørsmål, mens en annen innfallsvinkel vil være å forenkle med å stille ledende spørsmål som reduserer kompleksiteten i oppgaven. Samtaletrekket *åpne spørsmål* handler

om at lærer stiller spørsmål som ikke bare har ett svar, og det kreves en tankeprosess hos elevene, slik Alrø og Skovsmose (2006) vektlegger i sitt undersøkelseslandskap.

Samtaletrekket *lede gjennom spørsmål* handler om å hjelpe elevene til å komme videre mot et svar, *lukkede spørsmål* handler om å stille spørsmål som stort sett bare har ett gyldig svar.

Felles for disse to typene er at oppgaven forenkles slik at det kreves mindre av elevene enn om åpne spørsmål hadde vært stilt, og kan minne om det Drageset (2014) beskriver som en tradisjonell undervisningsform og oppgaveparadigmet til Alrø og Skovsmose (2006).

Drageset og Allern (2021) presenterer syv støttende samtaletrekk som delvis overlapper hverandre innenfor denne kategorien. *Veiledet algoritmisk resonnement* fant vi ikke i vårt datamateriale. Ut fra vårt datamateriale har vi kodet tre samtaletrekk. Disse har samme innhold som de seks resterende samtaletrekkene i rammeverket, men vi har slått noen sammen og gitt de navn som samsvarer med vårt datamateriale. Våre samtaletrekk er mindre overlappende og mer observerbar. Vi har dermed beholdt innholdet i kategorien. Drageset og Allerns (2021) støttende samtaletrekk, *støtte og veilede*, *forenkle*, *traktmønster* og *topaz* har vi slått sammen til *lede gjennom spørsmål*. *Lukket fremdrift* samsvarer med vårt samtaletrekk *lukket spørsmål*, og *åpen fremdrift* tilsvarer vårt samtaletrekk *åpent spørsmål*.

4.1.3 Fokuserer på detaljer av betydning

I dialogen med elevene kan lærer fokusere på detaljer av betydning. Ifølge Drageset og Allern (2021) kan læreren i denne kategorien gjenta eller omformulere elevutsagn, eller oppsummere det som er viktig å poengtere. I vårt datamateriale fant vi to typer innenfor kategorien fokusere på detaljer av betydning.

Utdraget under er hentet fra en time elevene jobbet med desimaltall, og samtalen handlet om 0,5 og 0,50 er det samme.

<p>28:E4: at når man har desimaltall, hvis man putter på flere nuller bakerst, så endrer ikke tallet seg. Det er det samme uansett.</p> <p>29:L:Hva heter den plassen der den ekstra nullen står? Husker dere det? (<i>ser utover klassen</i>). Det er flere som husker. Kjempefint.</p> <p>30:E5: Hundredel</p> <p>31:L: Ja, han har lagt til en hundredelsplass. Men det er som elev 4 sier, det er helt, akkurat det samme. Det er like mye. Det er samme verdi på 0,5 og 0,50. Veldig bra.</p>
--

Utdrag 9

Eleven forklarer at et desimaltall ikke endrer seg om man setter på flere nuller på slutten av tallet, og lærer følger opp med spørsmål om hva plassen den ekstra nullen skal stå på heter. Elev 5 svarer hundredel. I utsagn 31 gjentar og omformulerer lærer det eleven sa med ”han har lagt til hundredelsplass”. Dette eksempelet viser *gjentakelse* og er den ene typen av kategorien fokusere på detaljer av betydning. Gjentakelse kan komme som både eksakt gjentakelse og som gjentakelse med omformulering. Å gjenta finner vi ofte i vårt datamateriale, og er typisk, særlig når lærer skal poengtere viktige momenter.

Her jobber elevene med desimaltall, og samtalen handler om tideler og hundredeler.

116:L: En tiendel og ti hundredeler - er det det samme?

117:E13: det er samme verdien.

118:L: ja, det er samme, like stor del kan du si. Men det er likevel en forskjell. Hva er forskjellen på ti hundredeler og en tiendel?

119:E9: man kan jo bare sette en null bak begge to.

120:L: Ja. Hvis jeg har ti av hundre, så har jeg jo nettopp ti av hundre. Da er det noe som er delt inn i hundre deler og så har jeg ti av dem. Ikke sant. Men hvis jeg har en av ti, er det jo noe som er delt i ti og så har jeg en del. Men ja, det gir like stor mengde. Ja.

Utdrag 10

Lærer spør om en tidel og ti hundredeler er det samme. Elev 13 svarer at det har samme verdi. Lærer bekrefter det eleven sier og følger opp med et spørsmål om hva forskjellen er. Elev 9 svarer at du kan sette en null bak begge. I utsagn 120 oppsummerer læreren både det elev 13 og det elev 9 har svart. Utdraget viser *oppsummering*, som er den andre typen av denne kategorien. Å oppsummere finner vi ofte i vårt datamateriale. Dette er typisk i de situasjonene der lærer trekker ut det viktigste en elev har sagt.

Kategorien fokusere på detaljer av betydning brukes av lærer for å belyse viktige matematiske elementer. Samtaletrekket *gjenta* handler om at læreren gjentar alt eller deler av det en elev sier for å poengtere viktigheten av det som blir sagt, og *oppsummere* handler om at læreren trekker ut det viktigste fra en diskusjon eller forklaring og oppsummerer det til elevene. Felles for disse samtaltrekkene er at de tar utgangspunkt i elevutsagn for å vektlegge matematiske konsepter slik Drageset og Allern (2021) beskriver.

I vårt datamateriale observerte vi samtaltrekket *koble sammen* som Drageset og Allern (2021) har i sitt rammeverk, men dette ble alltid gjort som ei oppsummering, derfor er *koble*

sammen plassert innenfor samtaletrekket *oppsummering*. Vi fant flere utsagn som minnet om å *poengtere*, men disse passet bedre i andre kategorier, og ble plassert der.

4.1.4 Få tilgang til og dele elevtenking

I dialogen med elevene kan læreren jobbe med å få tilgang til og dele elevtenking. Drageset og Allern (2021) sier at ved å belyse detaljer eller å få flere elever med i samtalen kan læreren fremme elevtenking. I de timene vi observerte fant vi fire typer der lærer fikk tilgang til og dele elevtenking.

Her jobber elevene med omgjøring mellom meter, desimeter, centimeter og millimeter.

52:E11: fordi det er 100 centimeter i en meter 53:L:Ja, det er 100 centimeter i en meter. Millimeter - der har de aller fleste av dere skrevet 3000 millimeter. At det er det samme som 3 meter. Hvorfor er det sånn?
--

Utdrag 11

Her sier en elev at det er 100 cm i en meter. Lærer bekrefter at dette er riktig og oppsummerer med å si at han ser de fleste elevene har svart at 3 meter er 3000 millimeter. Deretter spør lærer om hvorfor det er slik. Ved at læreren stiller et hvorfor spørsmål, inviteres elevene til å begrunne sammenhengen mellom de ulike enhetene. Dette eksempelet viser at lærer *ber om begrunnelse* og er den første typen innenfor kategorien få tilgang til og dele elevtenking. I vårt datamateriale finner vi at lærer ber om begrunnelse av og til, som regel i forbindelse med en prosedyre elevene har utført.

Her jobber elevene med prosentregning og oppgaven er å finne 50% av 100 kr.

17:L: (<i>skriver 100 kr = 100% på tavla.</i>) Så da er spørsmålet, hvor mye blir da 50%? Hvor mye blir 50%? Mange hender oppe her, fint. 18: E 3: 50 kr 19: L: ja, flott! Hvordan tenkte du når du kom frem til 50 kroner?

Utdrag 12

Lærer begynner med å skrive en oppgave der elevene skal finne 50% av 100 kr på tavla. En elev svarer 50 kr og læreren bekrefter at dette er riktig. Deretter stiller læreren et oppfølgingsspørsmål om hvordan eleven har tenkt for å komme frem til svaret. Ved at læreren stiller hvordan-spørsmål, får eleven mulighet til å dele tankegangen sin og elevene vil da få

tilgang til hverandres tanker. Samtaletrekket *forklare tankegang* er den andre typen i kategorien få tilgang til og dele elevtenking. Å forklare tankegang finner vi ofte i vårt datamateriale, typisk i situasjoner der elevene har svart på en oppgave eller et spørsmål.

Her jobber elevene med subtraksjonsoppgaven $500 - 273,4$.

33:E8:Jeg tenkte basically det samme som resten av klassen, men jeg glemte å låne. 36:L:Hvor glemte du å låne? 37:E8: Eh, vi har jo 500. Så da er det to nuller og de kan jeg ikke låne fra. Jeg må låne fremst, på femmeren.

Utdrag 13

Her svarer eleven at han har glemte å låne. Lærer spør hvor eleven glemte å låne og får til svar at han må låne fremst. Ved at lærer spør om hvor han har glemte å låne fra, får han tilgang til hvordan eleven har tenkt. Læreren stiller spørsmål for å *be om avklaring*, og hører til kategorien få tilgang til og dele elevtenking. Samtaletrekket brukes sjelden, og kan ikke sies å være typisk for denne læreren.

I denne økta jobbet elevene med omgjøring mellom enheter.

47:E9: fordi man kan dele 23 på 10 så det blir 2,3 meter, og så kan man gange det med 100 også får man 230 centimeter. 48:L: er det noen som kan gjenta det elev 9 sa?

Utdrag 14

Eksempelet viser at eleven deler et resonnement om hvordan man kan gjøre om mellom enheter. I utsagn 48 spør lærer klassen om det er noen som kan gjenta det eleven sa. Lærer prøver å involvere andre elever ved at han oppfordrer de til å gjenta det en elev har sagt. Samtaletrekket *involvere andre* er den siste typen innenfor kategorien få tilgang til å dele elevtenking. Lærer involverer ofte andre elever, noe som typisk viser seg ved å få de til å gjenta det en annen elev har sagt.

For at en lærer skal kunne veilede elevene er det viktig at læreren får tilgang til elevenes tanker. Dette kan gjøres på flere måter. Samtaletrekket *be om begrunnelse* handler om at elevene skal begrunne sitt svar, *forklare tankegang* handler om hvordan elevene har tenkt, *be om avklaring* handler om å få oppklaring i noe som er utydelig og *å involvere andre* handler om at elever blir invitert til å dele sine eller andres tanker. Felles for disse samtaletrekkene er

at de handler om måter lærer kan få tilgang til og dele elevens tanker, i tråd med Drageset og Allerns (2021) rammeverk om å fremkalle elevtenking. Når læreren ber om begrunnelse eller forklaring av tankegang, utfordrer han elevene på et høyt plan. Lærer ber om avklaring på et elevutsagn hvis ei forklaring er utydelig, og kan involvere andre ved å be om gjentakelse av noe en annen elev har sagt. Dette vil være på et lavere nivå enn begrunnelse eller forklare tankegang.

Det støttende samtaletrekket *lokke frem elevenes tanker* er en av typene i denne kategorien i Drageset og Allerns (2021) rammeverk, men disse utsagnene har vi plassert under typen *lede gjennom spørsmål* i kategorien *støtte og lede elevene mot et svar*, da våre data viste at læreren fungerte som en støtte i elevenes utsagn. Vi finner flere utsagn som passer med Drageset og Allerns (2021) samtaletrekk *belyse detaljer*, men disse er plassert innenfor andre samtaletrekk som passet bedre, både innenfor denne og andre kategorier. Samtaletrekket *invitere andre* (Drageset & Allern, 2021) har vi kalt for å *involvere andre*.

4.1.5 Bruke eller utvide elevideer

Drageset og Allern (2021) sier at i forlengelsen av å få tilgang til elevenes ideer, er det mulig å bruke eller utvide disse ideene. De sier videre at måter å gjøre dette på kan være å oppmuntre elevene til refleksjon og resonnering, og til å presse på for alternative metoder. Læreren kan også utvikle ideer sammen med elevene. I vårt datamateriale fant vi fire typer innenfor kategorien bruke eller utvide elevideer.

Her er utdrag fra en samtale om hvilket desimaltall som er det samme som 2%.

38:L:Kan du si hva du har svart på desimaltall?

39:E7: Null komma to

40:L: Null komma to. Elev 11, du har også svart null komma to. Eh, men hos resten står det null komma null to (*lærer ser på tusjtaflene til elevene*). Hva tenker dere om det? Hva er det som er det samme som 2%?

Utdrag 15

Her ber læreren eleven si hva han har svart på desimaltall. Eleven svarer “null komma to”, og lærer henvender seg til elev 11 og påpeker at han har svart det samme, og at hos resten av klassen står det 0,02. Videre spør læreren hva klassen tenker om det, og hva som er det samme som 2%. Lærer bruker dermed elevens feile svar til å oppmuntre de andre elevene til refleksjon med å spørre hva de tenker om elevens svar. Samtaletrekket *bruk av feilsvar* er den

første typen i kategorien bruke eller utvide elevideer. Lærers bruk av elevenes feile svar forekommer av og til, da i situasjoner der lærer ønsker at elevene skal reflektere over hvorfor det er galt.

Dette utdraget er fra ei økt der elevene jobbet med likhetstegnet og oppgaven $9+1=___+6$.

56:L: Hun har skrevet 10 over $9+1$ og 10 over $4+6$ og så har hun skrevet likt over likhetstegnet. Fin måte og vise hvordan elev 4 har tenkt. Er det noen som har tenkt på en lignende måte som elev 4? Er det noen som greier se på tavlene at noen har tenkt ganske likt som elev 4. Prøv å se. Rekk opp hånda hvis du klarer se noen du tror har tenkt likt.

Utdrag 16

I utsagn 56 beskriver læreren hva en elev har skrevet på sin tusjtafle, og ber elevene se på hverandres tavler om noen har svart på lignende måte. Her bruker læreren elevens ide for å oppmuntre elevene til å sammenligne sine løsninger. *Sammenligne elevideer* er den andre typen av å *bruke eller utvide elevideer*. Dette samtaletrekket bruker læreren i liten grad, og det er derfor ikke typisk for denne læreren.

Dette eksempelet er hentet fra samme økta der elevene jobbet med likhetstegnet, og hadde fått oppgaven $43+27=___+42$

63:E9: $43 + 27$ er 70. Og så var det 42 som var på andre sida og da tok jeg bare 28 i tillegg.
64:L: Bra. Er det noen som har tenkt på en annen måte enn elev 9?

Utdrag 17

Her forklarer elev 9 hvordan han har tenkt, lærer bekrefter med “bra” og følger opp med spørsmål om noen har tenkt på en annen måte. Lærer bruker elevideen til elev 9 for å oppmuntre elevene til å komme med en alternativ metode. *Alternativ metode* er den tredje typen av kategorien bruke eller utvide elevideer. Samtaletrekket brukes i liten grad, og kan ikke sies å være typisk for denne læreren.

I dette utdraget brukes tusjtaflene til å løse oppgaven $9 + _ = 4 + 6$.

34: L: nå kan dere snu tavlene. Se på de andre sine tavler. Prøv å forstå hvordan dem har tenkt.

Utdrag 18

Læreren ber elevene om å se på andre sine tavler og prøve å forstå hvordan de andre kan ha tenkt. På denne måten oppfordrer læreren elevene til å *orientere seg mot hverandre sin tenking*, som er siste type i kategorien bruke eller utvide elevideer. Denne typen brukes av og til.

Når læreren har fått tilgang til elevenes ideer kan læreren bruke disse ideene for å bygge videre på, og utvikle nye tanker og ideer. Dette kan gjøres på ulike måter. Samtaletrekket *bruk av feilsvar* handler om at lærer skaper refleksjon og resonnering hos elevene med utgangspunkt i et svar som er feil. Å *sammenligne elevideer* handler om at læreren oppfordrer elevene til å se etter likheter og ulikheter i løsningene som er presentert. Samtaletrekket *alternativ metode* handler om at lærer oppmuntrer elevene til å finne en annen metode, og *orientere seg mot hverandre sin tenking* handler om at læreren oppmuntrer elevene til å sette seg inn i andres løsninger og tankerekker. Felles for disse samtaletrekkene er at de handler om å bruke og utvikle elevens ideer, i likhet med Drageset og Allerns (2021) rammeverk.

Innholdet i de støttende samtaletrekkene i Drageset og Allerns (2021) rammeverk samsvarer med innholdet i våre observerte samtaletrekk, men vi har valgt å gi de egne navn som passet mer med hvordan de ble brukt. Det støttende samtaletrekkene *utvide elevtenking* i Drageset og Allerns (2021) rammeverk er plassert i vårt samtaletrekk *bruk av feilsvar*, og vårt samtaletrekk *sammenligne elevideer* passer sammen med de støttende samtaletrekkene *oppmuntre til refleksjon* og *oppmuntre til resonnering*. Det støttende samtaletrekket *gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre alternative fremgangsmåter* har vi kalt *alternativ metode*. Vårt samtaletrekk *orientere elevene mot hverandre sin tenking* minner om det støttende samtaletrekket *utvikle elevideer i plenum* (Drageset og Allern, 2021).

4.1.6 Utfordre elevideer

Læreren kan utfordre elevenes ideer for å endre retning på en løsningsprosess. Ifølge Drageset og Allern (2021) kan dette gjøres ved å stille spørsmål eller gi råd om ny strategi. I vårt datamateriale fant vi en type under kategorien utfordre elevideer.

I denne økta jobbet elevene med likhetstegnet og oppgaven $7 + 5 = \underline{\quad} - 4$ på tusjtavlene.

67: L: Ser dere at her står det $7 + 5$ og så har hun skrevet er lik $12 - 4 = 8$. Hva har elev 5 tenkt her? (elevtavla viser: $7 + 5 = 12 - 4 = 8$)

I dette utsagnet oppsummerer lærer hva en elev har skrevet på sin tusjtafle. Han oppfordrer de andre elevene til å finne ut hvordan eleven kan ha tenkt. Eleven viser manglende forståelse for bruk av likhetstegnet, og læreren velger å bruke denne presentasjonen for å utfordre elevene til å resonnerer rundt oppgaven. På denne måten utfordrer læreren elevene til å endre retning på en presentert løsning. *Utfordre elevideer* er den eneste typen i kategorien utfordre elevideer. Denne typen brukes sjelden.

I en undervisningssituasjon kan lærer i tillegg til å evaluere elevsvar som riktige, velge å bruke elevenes feilsvar som utgangspunkt for refleksjon. Samtaletrekket *utfordre elevideer* handler om at læreren stiller spørsmål eller gir råd om annen fremgangsmåte. Det å utfordre elevenes ideer på denne måten samsvarer med Alrø og Skovsmoses (2006) undersøkelseslandskap.

Innenfor denne kategorien fant vi bare en type samtaletrekk som samsvarte med Drageset og Allerns (2021) rammeverk. Vi observerte samtaletrekk som minnet om det støttende samtaletrekket *foreslå ny strategi* (Drageset og Allern, 2021), men disse ble plassert i andre typer som vi synes passet bedre. Vi observerte ingen lærerutsagn som passet med det støttende samtaletrekkene *korrigerende spørsmål*.

Lærerinteraksjoner	Støttende samtaletrekk	våre observerte samtaletrekk
Fortelle eller informere elevene	Informere og foreslå (Ponte & Quaresma 2016) Demonstrere (Drageset 2014)	- opplyse - demonstrere - bekrefte
Støtte eller lede elevene mot et svar	Støtte og veilede (Ponte & Quaresma 2016) Åpen fremdrift (Drageset 2014) Forenkle (Drageset 2014) Lukket fremdrift (Drageset 2014) Veiledet algoritmisk resonnement (Lithner 2008) Traktmønster (Wood 1998) Topaze-effekt (Brousseau & Balacheff 1997)	- lede gjennom spm - åpne spørsmål - lukket spørsmål
Fokusere på detaljer av betydning	Gjenta/omformulere (O'Connor & Michaels 1993) Poengtere (Drageset 2014) Oppsummere (Drageset 2014) Koble sammen (Rowland m.fl. 2005)	- gjenta/omformuler - oppsummere
Få tilgang til og dele elevtenking	Lokke frem elevenes tanker (Fraivillig m.fl 1999) Belyse detaljer (Drageset 2014) Be om begrunnelse (2014) Invitere (Ponte & Quaresma 2016)	-be om begrunnelse -forklare tankegang -be om avklaring -involvere andre
Bruke eller utvide elevideer	Utvide elevtenking (Fraivillig m.fl 1999) Oppmuntre til refleksjon (Cengiz m. fl. 2011) Oppmuntre til resonnering (Cengiz m. fl. 2011) Gå bort fra den første fremgangsmåten ved å utfordre alternative fremgangsmåter (Cengiz m. fl. 2011) Utvikle elevideer i plenum (Bjerkeli m. fl. 2021)	-bruk av feilsvar - sammenligne elevideer - alternativ metode - orientere elevene mot hverandres tenking
Utfordre ideer	Korrigerende spørsmål (Drageset 2014) Foreslå ny strategi (Drageset 2014) Utfordre (Alrø og Skovsmose 2002) Utfordre (Ponte & Quaresma 2016)	-utfordre elevenes ideer

Figur 15 Drageset og Allerns (2021) modell over lærerinteraksjoner og støttende samtaletrekk, med våre observerte samtaletrekk.

Figur 15 viser rammeverket og våre observerte samtaletrekk. Vi vil videre kort oppsummere avvik fra rammeverket til Drageset og Allern (2021) som er beskrevet tidligere i analysen.

Innenfor *kategorien fortelle og informere* har vi lagt til samtaletrekket *bekreft*. Innenfor kategorien *støtte og lede elevene mot et svar* var det opprinnelig syv støttende samtaletrekk. Disse har vi omgjort til tre samtaletrekk som sammen dekker innholdet i den opprinnelige kategorien. Vi fant to støttende samtaletrekk innenfor kategorien *fokusere på detaljer av betydning*, mot rammeverket som har fire. Innenfor kategorien *få tilgang til og dele elevtenking* finner vi ikke samtaletrekket *belyse detaljer*, og vi har opprettet en ny type, *be om avklaring*. Samtidig er *lokke frem elevenes tanker* plassert i andre typer. Samtaletrekket *invitere andre* har vi kalt for *involvere andre*. I kategorien *bruke eller utvide elevideer* presenterer Drageset og Allern (2021) fem støttende samtaletrekk, mens vi slo sammen to, slik at vi totalt hadde fire samtaletrekk i denne kategorien, men med andre navn. Innenfor kategorien *utfordre ideer* fant vi lite utsagn som passet, vi slo derfor sammen de tre støttende samtaletrekkene fra rammeverket, til typen *utfordre elevenes ideer*.

4.2 Elevinteraksjoner

4.2.1 (Bare) svar på matematiske spørsmål

I de undervisningstimene vi observerte, fant vi flere elevinteraksjoner som går ut på at elevene (bare) svarer på matematiske spørsmål. Ifølge Drageset og Allern (2021) er det flere måter å gjøre dette på. Ut fra vårt datamateriale har vi delt kategorien (bare) svar på matematiske spørsmål inn i tre typer.

Dette utdraget er fra ei økt der elevene jobbet med oppgaven: hvor mye er 100% når de får oppgitt at 25% er 4.

66.L: Ja, kjempefint, det er en god måte å gjøre det på. Du tar bare 4 gange 25 det blir 100, da vet du at du må gange 4 med 4 for å få 16. Det er det du også gjorde elev 9?

67.E9: ja

68.L: ja flott. Elev 10, skal vi snakke om hva du har tenkt?

69.E10: Nei

70.L: Nei du vil ikke snakke, det er helt ok. Enn du, elev 11? Du har også endt opp med at 100 % er 16. Du har skrevet at $25\%=4$, $100\%=16$. Hvordan har du tenkt for å komme frem til det? Ganget du?

73.E11: ja

Utdrag 20

I dette utdraget ser vi eksempler på elevsvar som ikke inneholder matematikk eller noen form for informasjon om tankeprosessen til elevene. I utsagn 66 stiller lærer et ledende ja/nei-

spørsmål, som eleven svarer “ja” på. I utsagn 69 svarer eleven “nei” på spørsmål fra lærer om de skal snakke om hva eleven har tenkt. I utsagn 73 ser vi at eleven svarer “ja” når læreren spurte om eleven ganget. Utdraget viser at elevenes svar er lærerstyrte uten innhold av matematikk eller informasjon om elevenes tankegang. Dette er eksempler på *(bare) svar uten matematikk* og er den første typen i denne kategorien. Denne måten å svare på finner vi svært ofte i vårt datamateriale, og kan sies å være typiske elevsvar for denne elevgruppa.

Dette er fra ei økt der elevene jobber med ballongmetoden

23. L: Ja, da blir det fire (<i>skriver fire under syv</i>). Fire ganger tre, hva blir det? Det var jo noen som så det her da. 24. E: tolv 25. L: Ja, det blir tolv. Hvor mye har jeg igjen da? Skal opp til 14. 26. E: to

Utdrag 21

I dette utdraget ser vi flere eksempler på elevsvar som omhandler matematikk, men heller ikke her inneholder svarene noen informasjon om hvordan elevene har kommet frem til svaret. I utsagn 23 stiller læreren spørsmålet “fire ganger tre, hva blir det?” Elevsvaret inneholder svaret på gangestykket, men ikke noe mer. Elevsvaret i utsagn 26 er “to”, noe som er svaret på spørsmålet “Hvor mye har jeg igjen da? Skal opp til 14?” Utdraget viser lærerstyrte svar som inneholder matematikk, men ingen informasjon om elevenes tankegang. Disse elevutsagnene er eksempler på *(bare) svar med matematikk*, som er den andre typen svar innenfor denne kategorien. I vår datamateriale finner vi ofte denne måten å svare på og kan sies å være typiske elevsvar.

Dette er fra ei økt der elevene jobbet med omgjøring mellom lengdeenhetene

77. L: hva har du skrevet på meter plassen? 78. E8: 9,0 meter. 79. L: 9,0 meter, okey. 80: E8: nei jeg mente ikke det, vent. 81. L: okey, du har kommet på litt andre tanker. Elev 2, hva har du skrevet på meter plassen? 82. E1: ehm, jeg fikk ikke tid
--

Utdrag 22

I dette utdraget begynner eleven med et matematisk svar i utsagn 78. Når lærer gjentar svaret, korrigerer eleven seg selv og sier “nei, jeg mente ikke det. Vent.” Når lærer spør en annen elev om hva han har skrevet på meter-plassen, svarer eleven i utsagn 82 “Ehm, jeg fikk ikke tid”. Utdraget viser at lærer stiller spørsmål, men det elevene svarer er ikke svar på spørsmålene. Disse eksemplene viser *ufullstendige svar*, og er den siste typen innenfor denne kategorien. I vårt datamateriale finner vi sjelden denne måten å svare på.

Elevene kan svare på spørsmål læreren stiller på flere måter. Samtaletrekket (*bare*) *svaret uten matematikk* er elevsvar som ikke inneholder noe matematikk, mens (*bare*) *svaret med matematikk* er svar som inneholder matematikk. Det siste samtaletrekket i denne kategorien er *ufullstendige svar*, som er elevsvar som ikke svarer på lærerens spørsmål. Felles for disse typene er at elevene svarer på lærerstyrte spørsmål, det vil si at elevene gir korte uforklarte svar som ikke inneholder noen informasjon om hvordan eleven har kommet frem til svaret, altså tankeprosessen bak et svar. Kategorien (*bare*) svar på matematiske spørsmål er ifølge Drageset og Allern (2021) dominerende i kommunikasjonen i et tradisjonelt klasserom.

I våre data skiller vi (*bare*) *svaret uten matematikk* og (*bare*) *svaret med matematikk*. Dette er nyanser som ikke fremkommer i rammeverket, og er dermed en videreutvikling. Bakgrunnen for dette er at (*bare*) *svaret med matematikk* gir en pekepinn på om det har foregått noe tenking. Elevsvar som består av “ja” eller “nei sier oss lite om tankeprosessen bak svaret. Vi har i tillegg valgt å navngi typene slik at de samsvarte med vårt datamateriale.

4.2.2 Forklaring

En annen type elevinteraksjon vi observerte er elevsvar som inneholder forklaring. Ifølge Drageset og Allern (2021) er det flere måter å gi ei forklaring på. Det som er felles for denne kategorien er at svarene inneholder informasjon om tenking, logikk eller prosess bak et svar. Ut fra vårt datamateriale har vi delt kategorien forklaring i tre typer.

Utdraget under er fra en time der elevene jobbet med oppgaven: “hvor mange prosent utgjør 15 av 50?”.

76.L.Er det noen som vil forklare hvordan de tenkte? Ja, vil du starte elev 9?
77.E9: at...jeg tok en sånn tabell,(har laget en rekke med ti bokser og skrevet fem inne i hver boks) så ti og fem (peker på en boks med fem inne i) også liksom tok jeg tre (peker på tre bokser) og da må det bli 15. Så må liksom dette (peker på en boks), dette er ti fordi liksom ti prosent av 50 er fem, så man tar bare sånn tre (peker på tre bokser) også blir det 30.

Utdrag 23

I utsagn 77 viser og forklarer eleven at han har laget en tabell med ti bokser og skrevet fem inne i hver boks, deretter pekte han på tre bokser og sier at de må bli 15 til sammen. Videre peker eleven på en boks og sier at dette er ti fordi ti prosent av 50 er fem, og sier til slutt at han tar tre bokser som blir 50. Med denne forklaringen ser vi at eleven viser og forklarer hvert steg han har gjort i løsningsprosessen. Dette er et eksempel på at eleven *forklarer handling*, og er den første typen i kategorien forklaring. Denne måten å svare på finner vi ofte i vårt datamateriale, og kan sies å være typisk for denne elevgruppa.

Dette utdraget er fra en samtale om hvorfor 30 desimeter er det samme som tre meter.

33.L.Hvorfor er det slik at 30 desimeter er det samme som tre meter?
34.E4: Fordi det er ti desimeter i en meter.

Utdrag 24

Lærer stiller spørsmål om hvorfor 30 desimeter er det samme som tre meter. Eleven svarer at det er fordi ti desimeter er det samme som en meter. Med dette svaret forklarer eleven at 30 desimeter er det samme som tre meter med å gå veien om at ti desimeter er det samme som en meter. Eleven *forklarer årsaken* til svaret, og er den andre typen i kategorien forklaring. Forklaringer som denne finner vi ofte i vårt datamateriale, og kan sies å være typisk for denne elevgruppa.

Her er et eksempel fra en time der elevene jobbet med en divisjonsoppgave som får rest.

47:L:Hva betyr egentlig rest? Hva er det for noe?

48:E: Når du deler, hvis du har et regnestykke der du får noe til overs. Det er det du ender opp med der nede (*peker mot tavla*).

Utdrag 25

I utsagn 48 svarer eleven at rest er det du får til overs når du deler, mens han peker mot tavla og viser til det som ikke går an å dele mer. Her ser vi at eleven forklarer hva begrepet rest betyr, selv om forklaringen er noe mangelfull. *Forklare begrep* er den tredje typen i kategorien forklaring. Denne formen for forklaring finner vi sjelden i vårt datamateriale.

Sammenlignet med kategorien hvor elevene (bare) svarer på matematiske spørsmål, kan elevene innenfor denne kategorien forklare svarene sine på flere måter. Samtaletrekket *forklare handling*, innebærer et svar med forklaring på hvordan elevene har kommet frem til svaret, det vil si selve prosessen. Samtaletrekket *forklare årsak* handler om at elevene gir et svar med begrunnelse på hvorfor et svar blir riktig, og *forklare begrep* er forklaring på hva et begrep betyr. Felles for disse tre typene, og i likhet med Drageset og Allerns (2021) rammeverk, inneholder svarene forklaring som gir informasjon om elevforståelse ved at elevene gir utfyllende svar.

I Drageset og Allerns (2021) rammeverk deles kategorien forklaring inn i fem typer. I vårt datamateriale fant vi ingen elevutsagn som passet inn i typene *advokere* og *tenke høyt* i deres rammeverk. De forklarer advokere med at elevene argumenterer i sin forklaring. Vi fant utsagn som kunne vært plassert i denne typen, men vi valgte å plassere disse under typen *forklare årsak* fordi argumentene var ei forklaring på hvorfor, altså årsak. Ifølge Drageset og Allern (2021) handler typen *tenke høyt* om at elevenes forklaring er mindre formell og kan inneholde en utforskende tenkemåte. I vårt datamateriale fant vi utsagn som kunne minne om å tenke høyt, men disse hadde alltid forklaring med årsak eller handling, de ble derfor plassert i henholdsvis *forklare handling* eller *forklare årsak*.

4.2.3 Initiativ

I kommunikasjonen i klasserommet svarer ikke elevene bare på spørsmål, de kan også ta initiativ og komme med utsagn som ikke er svar på spørsmål. Ifølge Drageset og Allern (2021) er det flere måter elevene kan ta initiativ i samtalen på. Ut fra vårt datamateriale har vi delt disse inn i tre typer.

Her jobber elevene med likeverdig brøk.

102: L: 10/100 ja. Kjempefint. Er det flere som har skrevet 10/100? Ja, elev 7 har også skrevet 10/100. Da har dere tenkt helt likt. Elev 8 har også skrevet 10/100. Ja, kjempefint. Er det noen som har skrevet noe annet enn 10/100? Ja. (*henvender seg til elev 9*) Hva har du skrevet?
103: E9: en tiendedel
104: L: en tiendedel, ja. Og det har også elev 4, 5 og 2 også gjort og elev 1. Kjempefint.
105: E1: det er samme verdien.

Utdrag 26

I utsagn 102 ser vi at læreren sier at elevene som har svart 10/100 tenker likt, deretter spør han om noen har skrevet noe annet. Elev 9 svarer “en tiendedel”, og lærer bekrefter svaret. I utsagn 105 tar elev 1 initiativ og sier “det er samme verdien.” Med dette *påpeker* elev 9 at 10/100 og 1/10 er det samme. Dette er den første typen innenfor kategorien initiativ. At elever påpeker noe finner vi sjelden i vårt datamateriale.

Her jobber elevene med oppgaven: skriv 50% som brøk og desimaltall.

12. E1: Femti ut av hundre (*har skrevet 50/100 på tusjtafla*), blir det halvparten?
13. L: Ja. Kjempebra. Er det noen som har lyst å si noe til det elev 1, på brøken til elev 1? (*Henvender seg til elev 2*) Hva tenker du om den, det som elev 1 har gjort?
14. E2: Det er jo riktig, men hvis man skal forkorte den kan det jo stå en andredel.

Utdrag 27

Her ser vi at elev 1 foreslår at brøken 50/100 er det samme som 50%, og lærer følger opp med å spørre hva elevene tenker om det elev 1 har gjort. Vi ser i utsagn 14 at elev 2 svarer “..hvis man skal forkorte den, kan det jo stå en andredel”. Her ser vi at elev 2 *foreslår en ny ide*, som er den andre typen av kategorien initiativ. Slike utsagn finner vi sjelden i vårt datamateriale.

Her jobber elevene med å skrive en oppgitt prosent som desimaltall og brøk.

9. L: Den første oppgaven dere får er...på di tavle skal du skrive 50% som brøk og desimaltall.

10.E7: er det det samme hva jeg skriver?

11: L: Du bestemmer helt selv hvordan brøken skal være, bare den tilsvarer 50%. Åkei. Da tror jeg vi er klar. Er dere klare til å vise. 1-2-3-vis...(venter 30 sekund) Artig. Her var det litt ulike svar. (henvender seg til elev 1) Den brøken du har skrevet, hva har du skrevet der?

12. E1:Femti ut av hundre (har skrevet 50/100 på arbeidstavla), blir det halvparten?

Utdrag 28

Her ser vi at elevene får i oppgave å skrive 50% som brøk og desimaltall. Eleven spør i utsagn 10 om det er det samme hva han skriver, noe læreren bekrefter. Deretter spør læreren en elev om han kan si hva han har skrevet. I utsagn 12 svarer elev 1 “femti ut av hundre”, og spør samtidig “blir det halvparten?” I begge disse eksemplene er elevene usikre, og *ber om avklaring* fra lærer. Dette er den siste typen innenfor kategorien initiativ. At elevene ber om avklaring finner vi sjelden i vårt datamateriale.

Vi finner tre ulike måter elevene kan ta initiativ på. Samtaletrekket *påpeke* handler om at elevene kommer med utsagn som påpeker noe de synes er viktig i samtalen, og *foreslå ny ide* handler om at elevene tar initiativ ved å foreslå en ny ide til hvordan noe kan løses. Begge disse samtaletrekkene har til felles at eleven kommer med informasjon som kan heve det matematiske innholdet i samtalen. Når elevene tar initiativ tyder det på at elevene godtar invitasjonen til å delta i det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for undersøkelseslandskap. *Be om avklaring* handler om at eleven spør læreren om hva eller hvordan noe skal gjøres. I tråd med Drageset og Allerns (2021) rammeverk, har denne kategorien til felles at elevene på en eller annen måte lager brudd i flyten i samtalen.

I Drageset og Allerns (2021) rammeverk presenteres to typer samtaletrekk, utfordre og elevinitiativer. I vår datamateriale fant vi tre typer som handlet både om å ta initiativ og å utfordre, og har samme innhold som kategorien i rammeverket. Disse samtaletrekkene har vi kalt *påpeker noe*, *foreslå ny ide* og *ber om avklaring fra lærer*, noe som betyr at vi har videreutviklet rammeverket.

4.2.4 Evaluering

I dialogen i klasserommet kan elevene noen ganger evaluere andre elever. Drageset og Allern (2021) sier at dette kan gjøres på flere måter, enten ved at elevene kommenterer andre elevers

utsagn direkte, eller ved at lærer kommer med en forespørsel om å vurdere en annen elevs ide eller løsning. I vårt datamateriale fant vi tre typer av evaluering.

Her er et utdrag fra en samtale der elevene jobbet med divisjon.

49:L: Ja, hvor mange ganger er det tre går opp i fem. Da må jeg tenke fem, eller under fem. 50:E A: Det er to, eller vent litt. nei...det må jo bli en. Ja det er en, jeg er sikker.

Utdrag 29

Her spør lærer om hvor mange ganger 3 går opp i fem. I utsagn 50 ser vi at eleven svarer “Det er to, eller vent litt. Nei...det må jo bli en. Ja, det er en, jeg er sikker”. I dette utsagnet gir eleven først et svar, før han ombestemmer seg og endrer svaret sitt. Ved at eleven først gir et svar for selv å korrigere dette svaret, kan vi plassere under *evaluere seg selv* som er den første typen innenfor denne kategorien. At elevene evaluerer seg selv på denne måten ser vi sjelden i vårt datamateriale.

Underfølger et utdrag fra en time der elevene jobbet med likhetstegnet.

54. E8: hun tenkte at $7+5$ blir tolv, og så $12 - 4$ blir 8. 55. L: Ja. Ser dere det. $7 + 5$ er lik tolv. Det der er kjempefort å tenke. Elev 3 - hva tenker du det elev 5 har gjort? 56. E3: Bra. Smart.

Utdrag 30

I utsagn 55 påpeker læreren det eleven har svart og oppfordrer elev 3 til å si hva han tenker om det eleven har svart. Vi ser i utsagn 56 at eleven svarer “Bra, Smart.”. Vi ser i dette utdraget at eleven evaluerer andre elevers utsagn, i dette tilfellet med ros. *Evaluering av andre* er den andre typen i kategorien evaluering. At elever evaluerer andre elever på denne måten ser vi sjelden.

Her er også et utdrag fra en time elevene jobbet med likhetstegnet.

49. L: Når vi nå snur tavlene, så vil jeg at du skal studere de andre tavlene og finne minst en person som du tror har tenkt på samme måte som deg. Rekk opp handa når du har funnet noen. Åkei. 1-2-3-vis. Ja, Er det noen som har funnet noen som du tror har tenkt likt som deg selv? Elev 1, har du funnet noen som du tenker det samme som deg?
50. E1: ja, elev 2.
51. L: ser dere på tavlene til elev 1 og elev 2. Hva er det som er likt her?
52. E1: jeg tror begge tenkte at syv pluss fem er tolv og at 16-4 også blir tolv.

Utdrag 31

I utsagn 49 ber læreren elevene om å finne en annen elev som har tenkt på samme måte som dem. Elev 1 svarer i utsagn 50 at elev 2 har tenkt på samme måte som han har gjort. Lærer spør så om hva det er som er likt. I utsagn 52 er svaret til eleven at “jeg tror at begge tenkte at syv pluss fem er tolv og at seksten minus fire også blir tolv”. *Vurdering av andre* er den siste typen innenfor kategorien evaluering. En slik form for vurdering finner vi sjelden i vårt datamateriale.

Evaluering kan gjøres på flere måter. Samtaletrekket *evaluere* handler om at elevene evaluerer et svar de selv eller andre elever har gitt. Denne måten å evaluere på kommer som en direkte respons på et elevsvar, er som regel korte, og kan inneholde både ros og kritikk. Samtaletrekket *vurdering av andre* handler om at vurderingen av et elevsvar kommer etter forespørsel fra lærer. Felles for disse er at elevene evaluerer eller vurderer et svar de selv eller andre har gitt. I likhet med Drageset og Allerns (2021) rammeverk gir elevene evalueringer som direkte respons på en annen elevs forklaring, og etter forespørsel fra lærer om å vurdere en annen elevs forklaring.

I rammeverket til Drageset og Allern (2021) er det beskrevet to typer innenfor kategorien evaluere, *evaluere* og *be om vurdering fra andre elever*. I vårt datamateriale fant vi i tillegg elever som evaluerte seg selv. Vi så det derfor som nødvendig å lage en egen type for disse utsagnene. Denne typen kalte vi for å *evaluere seg selv*.

4.2.5 Gjenta elevsvar

I samtalen i klasserommet kan en elev bli oppfordret av læreren til å gjenta det en annen elev har sagt. I vårt datamateriale fant vi to typer innenfor kategorien gjenta elevsvar.

Dette skjedde i en time der elevene jobbet med omgjøring mellom måleenheter.

33:L:Hvorfor er det slik at 30 desimeter er det samme som tre meter?
34:E4: Fordi det er ti desimeter i en meter.
35:Ja. Elev 12, kan du gjenta det forrige elev sa nå? Fordi det er....
36:E12: det er ti desimeter i en meter.
37:L. Ja. Kan du gjenta det han sa, elev 13?
38:E13: Det er ti desimeter i en meter

Utdrag 32

I dette utdraget stiller lærer spørsmål om hvorfor det er slik at 30 desimeter er det samme som tre meter. En elev svarer at det er fordi det er ti desimeter i en meter. Lærer henvender seg til elev 12 og ber han om å gjenta det forrige elev sa. I utsagn 36 ser vi at eleven gjentar nøyaktig det elev 4 sa. Lærer ber en annen elev om å gjenta det som er sagt. I utsagn 38 gjentar elev 13 nøyaktig det som både elev 4 og elev 12 har sagt. Å *gjenta nøyaktig* er den første typen i kategorien gjenta elevsvar. Denne måte å gjenta et elevsvar på finner vi av og til i vårt datamateriale, som regel der lærer ønsker å fokusere på viktige detaljer.

Utdraget under er hentet fra en time der samtalen handlet om hvorfor 23 desimeter er 230 centimeter.

63:E9: at man kan ta 23 og dele det på ti og få 2,3 meter, og så gange det med 100, så får man 230
64:L: ja. Elev 7, kan du gjenta det elev 9 sa
65:E7: Han sier at du får 2,3 meter hvis du deler 23 på ti, og så kan man gange med 100 så får man 230, tror jeg

Utdrag 33

I utsagn 63 forklarer elev 9 hvorfor 23 desimeter er det samme som 230 centimeter. Lærer ber elev 7 om å gjenta det som er sagt. I utsagn 65 gjentar eleven med egne ord utsagnet til elev 9. Vi ser at rekkefølgen i utsagnene til elev 7 og elev 9 er ulikt, men innholdet er det samme. *Gjenta med egne ord* er den andre typen i kategorien gjenta elevsvar. I vårt datamateriale finner vi denne typen av og til, som regel der svaret som skal gjentas inneholder et resonnement.

Kategorien gjenta elevsvar kan skje på to måter. *Gjenta nøyaktig* handler om at et elevsvar gjentas nøyaktig slik en elev har uttalt. *Gjenta med egne ord* handler om at en elev

omformulerer det en elev har sagt og sier det med egne ord. Felles for begge disse typene er at innholdet i et elevutsagn gjentas på oppfordring fra lærer.

I Drageset og Allerns (2021) rammeverk finnes det ikke en kategori der *gjenta elevsvar* passer inn. Vi så derfor et behov for å opprette en ny kategori der disse elevsvarene kunne plasseres. Utsagnene kunne vært plassert i kategorien forklaring, men siden det ikke er elevenes egne forklaringer, men repetisjon av en annens forklaring, så vi behovet for å skille disse, derfor ble den nye kategorien opprettet.

Elevinteraksjoner	Støttende samtaletrekk	våre observerte samtaletrekk
(Bare) svar på matematiske spørsmål	Lærerstyrte svar (Drageset 2015) Uforklarte svar (Drageset 2015) Ufullstendige svar (Drageset 2015)	bare svar u/matematikk bare svar m/matematikk ufullstendige svar
Forklaring	Advokere (Alrø & Skovsmose 2002) Tenke høyt (Alrø & Skovsmose 2002) Forklare handling (Drageset 2021) Forklare årsak (Drageset 2021) Forklare begrep (Drageset 2021)	forklarer handling forklarer grunnen/årsak forklarer begrep
Initiativ	Utfordre (Alrø & Skovsmose 2002) Elevinitiativ (Drageset 2015)	påpeker noe foreslå ny ide ber om avklaring fra lærer
Evaluering	Evaluerer (Alrø & Skovsmose 2002) Be om vurdering fra andre ((Drageset 2014)	evaluere seg selv evaluere andre
Gjenta elevsvar (ny kategori)	Gjenta (Chapin m.fl., 2009)	gjenta nøyaktig gjenta med egne ord

Figur 16 Drageset og Allerns (2021) modell over elevinteraksjoner og støttende samtaletrekk, med våre observerte samtaletrekk inkludert vår nye kategori

4.3 Beskrivelse av undervisning uten tusjtafler

Vi har slått sammen de tre undervisningsøktene uten tusjtafler og de tre undervisningsøktene med tusjtafler, og omgjort totalt antall utsagn til en gjennomsnittlig prosentandel av de totale utsagnene. Dette har vi gjort innenfor lærer - og elevinteraksjonene hver for seg. På grunn av avrunding, vil det i de enkelte kolonnene kunne være avvik slik at det ikke til sammen blir 100 %.

Lærerinteraksjoner	observerte samtaletrekk	gj. sn	totalt
Fortelle eller informere elevene	opplyse demonstrere bekrefte	21 % 10 % 35 %	66 %
Støtte og lede elevene mot et svar	lede gjennom spørsmål åpne spørsmål lukkede spørsmål	21 % 2 % 4 %	28 %
Fokusere på detaljer av betydning	gjentakelse/omformulering oppsummering	1 % 2 %	3 %
få tilgang til og dele elevtenking	ber om begrunnelser forklare tankegang be om avklaring involvere andre	1 % 1 % 0 % 1 %	3%
bruke eller utvide elevideer	bruk av feilsvar sammenligne elevideer alternativ metode orientere seg mot hverandre sin tenking	0 % 0 % 0 % 0 %	0 %
Utfordre elevideer	utfordre elevideer	0 %	0 %

Figur 17 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av lærerinteraksjoner

Ut fra analysen (figur 17) kan vi se at typiske lærerutsagn i undervisning uten bruk av tusjtafler er kategoriene *fortelle og informere elevene* og *støtte og lede elevene mot et svar*. Kategorien *fortelle og informere elevene* er dominerende i kommunikasjonen, med 66 % av lærerutsagnene. I denne kategorien er typen *opplyse* representert med i gjennomsnitt 21 % av alle lærerutsagnene, typen *demonstrere* med et gjennomsnitt på 10 % og typen *bekrefte* med et gjennomsnitt på 35 %. Kategorien *støtte og lede elevene mot et svar* er representert med i gjennomsnitt 28 % av lærerutsagnene, der typen *lede gjennom spørsmål* står for 21 % av lærerutsagnene.

Elevinteraksjoner	observerte samtaletrekk	gj. snitt	Totalt
(Bare) svar på matematiske spørsmål	(bare) svar uten matematikk	16 %	77 %
	(bare) svar med matematikk	55 %	
	ufullstendige svar	1 %	
Forklaring	forklare handling	11 %	18 %
	forklare årsak	1 %	
	forklare begrep	1 %	
Initiativ	påpeke	0 %	1 %
	foreslår en ny ide	2 %	
	ber om avklaring	0 %	
Evaluering	evaluere seg selv	3 %	4 %
	evaluering av andre	0 %	
	vurdering av andre	0 %	

Figur 18 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av elevinteraksjoner

Figur 18 viser at typiske elevutsagn i undervisning uten tustjavler befinner seg i kategorien *(bare) svar på matematiske spørsmål*, der hele 77 % av elevutsagnene ligger. Typen *(bare) svar med matematikk* står for i gjennomsnitt 55 % av de totale elevutsagnene og typen *(bare) svar uten matematikk* med 16 %. Kategorien *forklaring* er representert i 18 % av de totale elevutsagnene, der typen *forklare handling* står for 11 % av de totale elevutsagn.

Observasjonen viser, se vedlegg 2, at klasserommet er organisert med pulter og stoler på rekke og rad, der elevene sitter alene. Lærer står fremst i klasserommet, og bruker krittavla eller smartboarden til å demonstrere, og elevene noterer ofte det læreren skriver på tavla. Målet for timen blir skrevet på tavla. Elevene som deltar muntlig rekker opp handa, de andre blir som regel ikke spurt. Det er alltid noen av elevene som ikke følger med på undervisninga. Det er en lærer til stede.

4.4 Beskrivelse av undervisning med tusjtavler

Lærerinteraksjoner	observerte samtaletrekk	gj. sn	totalt
Fortelle eller informere elevene	opplyse demonstrere bekrefte	12 % 0 % 24 %	36 %
Støtte og lede elevene mot et svar	lede gjennom spørsmål åpne spørsmål lukkede spørsmål	2 % 4 % 4 %	10 %
Fokusere på detaljer av betydning	gjentakelse/omformulering oppsummering	7 % 11 %	18 %
få tilgang til og dele elevtenking	ber om begrunnelser forklare tankegang be om avklaring involvere andre	7 % 9 % 2 % 7 %	25 %
bruke eller utvide elevideer	bruk av feilsvar sammenligne elevideer alternativ metode orientere seg mot hverandre sin tenking	2 % 2 % 1 % 3 %	8 %
Utfordre elevideer	utfordre elevideer	1 %	1 %

Figur 19 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av lærerinteraksjoner

Analysen viser at i undervisning med bruk av tusjtavler forekommer kategorien *fortelle eller informere elevene* i gjennomsnitt i 36% av utsagnene, og er den kategorien for lærerinteraksjoner som forekommer mest. Innenfor denne kategorien ser vi at typen *bekrefte* er størst. Kategorien *få tilgang til og dele elevtenking* forekommer i 25 % av utsagnene, der typen *forklare tankegang* forekommer mest. Kategorien *fokusere på detaljer av betydning* er representert i gjennomsnitt i 18 % av utsagnene.

Elevinteraksjoner	observerte samtaletrekk	snitt	totalt
(Bare) svar på matematiske spørsmål	(bare) svar uten matematikk (bare)svar med matematikk ufullstendige svar	21 % 17 % 3 %	41 %
Forklaring	forklare handling forklare årsak forklare begrep	16 % 25 % 2 %	42 %
Initiativ	påpeke foreslår en ny ide ber om avklaring	0 % 1 % 4 %	6 %
Evaluering	evaluere seg selv evaluering av andre vurdering av andre	0 % 2 % 3 %	5 %
Gjenta	gjenta nøyaktig gjenta med egne ord	3 % 3 %	6 %

Figur 20 Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av elevinteraksjoner

For elevinteraksjonene er det kategorien *forklaring* som er størst med sine 42 % av elevutsagnene, der *forklare årsak* er den mest fremtredende typen. Analysen viser også at kategorien *(bare) svar på matematiske spørsmål* er stor, og forekommer i gjennomsnitt i 41 % av utsagnene, og typen *(bare) svar uten matematikk* er den mest brukte.

Observasjonen viser at elevene sitter på en stol i en halvsirkel fremme i klasserommet, med lærer plassert i åpningen, og elevene har kun ei tusjtafle med tusj i fanget. Lærer gir elevene oppgaver, både muntlig og skriftlig, og disse skal løse på tusjtaflene. Tenketid blir gitt hver gang elevene har fått en oppgave, og lærer styrer hvem som skal forklare sin løsning. Det er en lærer til stede i klasserommet.

5 Sammenligning og drøfting

Vi har valgt å dele dette kapitlet inn i tre deler. I den første delen drøfter vi kommunikasjonen uten bruk av tusjtafler. I den andre delen gjør vi det samme, men med tusjtafler. Dette danner grunnlaget for å kunne sammenligne kommunikasjonen slik at vi kan besvare vår problemstilling: *Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon, og hvordan kan tusjtafler påvirke elevaktiviteten?* Til sist vil vi sammenligne kommunikasjon uten og med bruk av tusjtafler, og kort gjøre rede for lærerens kompetanse knyttet opp mot kommunikasjon uten og med tusjtafler. Gjennomgående vil vi belyse de funnene vi anser som mest interessante, og drøfte disse opp mot relevant teori.

5.1 Undervisning uten tusjtafler

I vår analyse kommer det tydelig frem at flestparten av utsagnene til læreren er innenfor kategorien *fortelle og informere elevene*. Lærer opplyser ofte elevene i undervisningsøkten i form av å gi informasjon, blant annet ved å presentere målet for timen eller oppsummere noe elevene har jobbet med tidligere. Samtidig demonstrerer læreren fremgangsmåter på tavla, noe som kan kobles opp mot Alrø og Skovsmoses (2006) beskrivelse av tradisjonell undervisning. Slike demonstrasjoner brukes i store deler av undervisningsøkta. Elevene får mulighet å bidra i kommunikasjonen ved at læreren stiller lukkede spørsmål. Han venter deretter tre-fem sekunder før han ber en elev om å svare, og svarene brukes i lærerens demonstrasjon. Spørsmålene læreren stiller er av en slik art at elevene svarer uten forklaring, gjerne med enkeltord som f.eks. ja eller 36. Læreren legger opp til at elevene skal avgi et svar, men det forventes ikke at de skal forklare svaret sitt. Det betyr at de bidragene elevene kommer med er styrt av lærerens spørsmål.

En slik kommunikasjon kan bygge opp under en sosiomatematisk norm, slik Yackel og Cobb (1996) beskriver, om at korte svar uten forklaring godtas av både lærer og elever. Det betyr at elevene vet at de ikke trenger å forklare eller utdype svaret sitt. En slik tilnærming kan sees i sammenheng med instrumentell undervisning slik Skemp (1976) beskriver, elevene vet hva de skal gjøre, men ikke hvorfor. Siden spørsmålene er lukket, følger det naturlig at elevintraksjonene vil være i kategorien *(bare) svar på matematiske spørsmål*. Denne måten å stille spørsmål på er stikk i strid med det Wiliam (2018) sier, om at vi bare skal stille spørsmål for å skape tenking hos elevene, eller for å gi informasjon til lærere om hva elevene skal gjøre

videre. Likevel er ikke alle elevutsagn uten forklaring. Vi ser at flere av elevutsagnene inneholder forklaring, der de fleste går ut på å forklare handling. Når elevene forklarer ei handling forklarer de som regel en fremgangsmåte.

Vi ser at en annen fremtredende kategori i undervisning uten tusjtafler er *støtte og lede elevene mot et svar*, som de nevnte lukkede spørsmålene er en del av. Læreren følger ofte opp med nye spørsmål hvis elevene ikke svarer på det foregående, og på denne måten leder han elevene mot et svar, slik Wood (1998) beskriver funneling. Dermed styrer lærer elevenes utsagn. Denne måten å stille spørsmål på fremheves også av Alrø og Skovsmose (2002) som sier at når læreren selv vet svaret på spørsmål han stiller, må elevene nærmest gjette hva læreren er ute etter. Fokuset er dermed på lærerens foretrukne løsningsmetode eller svar.

Bekreftelse er en type som brukes ofte i undervisning uten tusjtafler. Analysen viser at etter de fleste elevutsagn bekrefter læreren om svaret er riktig eller galt, og kommunikasjonen bærer dermed preg av et mønster der lærer og elever snakker annenhver gang, noe som kan kobles til IRE-mønsteret Sinclair og Coulthard (1975) beskriver. Når en elev svarer feil spør læreren som regel en annen elev om han kan svare. Ved at læreren hele tiden bekrefter elevenes utsagn, kan det være med på å bygge opp under en sosiomatematisk norm om at læreren må bekrefte at elevenes utsagn er riktige for at de skal være gyldige, og kan sees i lys av lærerens viktige rolle i danningen av de sosiomatematiske normene som Yackel og Cobb (1996) beskriver. Dette kan føre til et klasseromsklima der feile svar ikke er verdifulle, noe som igjen kan føre til at færre elever deltar. Likevel sier Alrø og Skovsmose (2004) at IRE-mønsteret kan skape trygghet for både elever og lærere siden det er en kjent kommunikasjonsform.

Observasjonen viser at klasserommet er organisert med stoler og pulter på rekke og rad, vendt mot smartboarden fremst i klasserommet. Vi ser også at det er få elever som deltar i kommunikasjonen, og flere av elevene tegner i boka si mens læreren har gjennomgang på tavla. De elevene som deltar i kommunikasjonen er bare de som rekker opp handa, altså de som ønsker å bidra. En slik lav elevdeltakelse kan knyttes opp til elevenes forventning ut fra organiseringen av klasserommet, slik Liljedahl (2021) poengterer.

Analysen viser klare indikasjoner på at kommunikasjonen forgår etter det såkalte IRE-mønsteret. Læreren dominerer kommunikasjonen ved å stille spørsmål slik at han styrer elevene i ønsket retning, og elevenes tanker blir ikke presentert, noe som kan sammenlignes

med Brendefyr og Frykholms (2000) beskrivelse av ensrettet kommunikasjon. Samtidig viser analysen at kommunikasjon også har en viss samhandling mellom elever og lærer, altså det Brendefur og Frykholm (2000) omtaler som medvirkende kommunikasjon. På dette nivået begrenser kommunikasjonen seg til at læreren stiller ledende spørsmål for å hjelpe elever som er usikre eller svarer feil. I denne samhandlingen deltar elevene med få eller ingen tanker om hva eller hvorfor de gjør noe. Dette kan sees i sammenheng med det Liljedahl (2021) sier om at en tenkende kultur ikke er etablert. Han sier videre at for at vi skal få elevene til å tenke, må vi gi dem noe å tenke på.

5.2 Drøfting av undervisning med tusjtafler

Observasjonen viser at elevene sitter på stoler i en halvsirkel slik at alle ser alle, og elevene har hver sin individuelle tusjtafle til å skrive på. En slik måte å organisere klasserommet på samsvarer med det Lee (2006) sier om organisering for at elevene skal delta mer i samtalen. Utformingen kan også skape forventning til at elevene skal delta i kommunikasjonen, og kan sees i sammenheng med Liljedahl (2021) som sier at dette er viktig i forhold til elevaktiviteten.

Når læreren gir elevene en oppgave de skal løse på sine tusjtafler, viser analysen at de samtidig får god tenketid. Oppgavene elevene skal løse på tusjtafla gis både muntlig og skriftlig av læreren, og er utformet slik at de skaper tenking. På denne måten kan alle elevene få tid til å tenke og flere elever får dermed mulighet til å bidra i kommunikasjonen. Tenketid kan kobles til Chapin m.fl. (2009) samtaletrekk *vente*. Når elevene jobber på tusjtaflene deltar de fra første stund etter at lærer har presentert en oppgave. Læreren legger til rette for at elevenes strategier deles med hverandre. Dette skjer ved at elevene snur tusjtaflene sine inn mot halvsirkelen slik at de andre elevene kan se bidragene. Dette kan ses i lys av å *advokere* ved at flere elever arbeider med det samme, og elevene får frem det de kan og vet, slik Alrø og Skovsmose (2002) beskriver. Tusjtaflene danner utgangspunktet for samtalen, der det ofte legges opp til at elevene skal forklare sin tankegang med bakgrunn i representasjonen på tusjtafla. En slik undervisning kan sees i lys av undersøkende undervisning, som Alrø og Skovsmose (2002) beskriver, ved at elevene er aktive og utforskende. Ved at fokuset er på å dele strategier, kan kommunikasjonen sammenlignes med åpen strategideling slik Kazemi og Hintz (2019) beskriver. Deling av tanker og strategier vises gjennom lærerkategorien *få*

tilgang til og dele elevtenking som er fremtredende i kommunikasjon med tusjtafler, der læreren oppmuntrer elevene til å forklare.

Vi ser at kategorien *få tilgang til og dele elevtenking* ofte opptrer sammen med elevkategorien *forklaring*. Dette kan forklares med at når læreren ønsker å få frem elevenes tanker, følger elevene med utsagn innenfor kategorien *forklaring*. Læreren stiller åpne spørsmål som blant annet “kan du forklare hvordan du tenkte”, han vektlegger ingen bestemt strategi, men har rettet fokus mot elevenes tanker. Dette kan sammenlignes med *å tenke høyt* i Alrø og Skovsmoses (2002) IC-modell, der de beskriver at tankene og ideene som oppstår underveis i arbeidet må kommuniseres til de andre, da tankene og ideene vil være en ressurs for gruppen. Det å forklare tankegangen sin kan også knyttes opp til å resonnerer, som Kilpatrick m.fl. (2001) slår fast er limet i matematikken. Undervisning som legger til rette for at elevene skal dele sine tanker, kan sees i sammenheng med sosiomatematiske normer slik Yackel og Cobb (1996) beskriver, ved at normene skapes av forventningene elevene har.

I tillegg viser analysen at kategorien *fortelle eller informere elevene* er størst, der typen *bekreft* er mest brukt. Læreren bekrefter elevenes utsagn underveis i et resonnement, som kan henge sammen med at elevenes resonnement er lange, og lærer bekrefter elevenes pågående forklaringer. På denne måten vil læreren fungere som en støtte for elevene i deres forklaringer.

Analysen viser at kategorien *forklaring* er den mest brukte elevkategorien, der typen *forklare årsak* er klart mest brukt. Når elevene forklarer årsak handler det om å begrunne, altså forklare hvorfor. Dette kan f.eks. være ei forklaring på hvorfor deres eller andres løsninger stemmer eller ikke. På denne måten handler ikke kommunikasjonen lengre om å bare dele strategier, men begrunnelse tilfører en ny dimensjon i samtalen. Det å tenke selv, formulere og forklare tankegangen sin for å skape mening støttes av Franke m.fl. (2007), som utdyper at det i matematiske samtaler ikke er nok å bare snakke matematikk. Ved at elevene forklarer tenkingen sin, vil de ifølge Kazemi og Hintz (2014) også vise interesse for andres matematiske ideer. Noen ganger anser læreren elevenes tanker for så verdifulle at de trenger å bli gjentatt. Læreren bruker samtaletrekket *repetere* (Chapin m.fl., 2009) for å få elevene til å gjenta det en annen elev har sagt. Slike utsagn var ikke mulig å plassere innenfor

elevinteraksjonene i rammeverket, og vi så det derfor som nødvendig å opprette en ny kategori. Denne kategorien kalte vi *gjenta*.

Analysen vår viser at undervisningen også har lærerutsagn innenfor kategorien *utfordre elevideer*. Læreren kan bruke elevenes feilsvar som utgangspunkt for videre refleksjon, og på denne måten orienteres elevene mot hverandre sin tenking, noe som kan kobles opp til å *kontakte* som Alrø og Skovsmose (2002) presenterer i IC-modellen. Når elevene engasjerer seg i hverandres tankerekker lærer de av hverandre, noe som også kan sees i sammenheng med det Wiliam (2018) sier om samarbeidslæring, elevene lærer av elever som presterer på et høyere nivå.

Læreren får tilgang til elevenes løsninger når de snur tavlene sine, og vil kunne gi læreren et raskt overblikk over hva klassen får til, noe som kan minne om Smith og Steins (2011) praksis å *overvåke*. Tusjtavlene i seg selv kan ikke gi læreren fullstendig informasjon over hva den enkelte elev mestrer eller strever med, men gir læreren et oversiktsbilde, som danner grunnlag for den videre undervisningen. Ved at elevene forklarer sin løsning som er presentert på tusjtavla, vil læreren få dypere kunnskap om elevenes tanker, som igjen forteller noe om elevenes forståelse slik Skemp (1976) beskriver. Tusjtavler og forklaring i kombinasjon kan fortelle læreren om den enkelte elevs forståelse. Dette kan sees i sammenheng med Boaler (2009) som sier at den beste måten å kvalitetssikre om elevene forstår er å få de til å forklare. I praksis vil dette gi grunnlag for at læreren kan bruke det Wiliam (2018) omtaler som formativ vurdering, som vil være en rettesnor for læreren for å kunne justere sin undervisning ut fra elevutsagnene som fremkommer. Hvis elevenes forklaringer viser manglende innsikt gir dette læreren en indikasjon på at undervisningen må tilpasses ytterligere. På samme måte får læreren kjennskap til om undervisningen ikke er utfordrende nok.

I kommunikasjon der elevene deler strategier og løsninger med hverandre, men også reflekterer rundt ulike ideer, vil være det Brendefur og Frykholm (2000) omtaler som refleksiv kommunikasjon, og er det tredje nivået i deres modell. Det betyr at vi kan plassere kommunikasjon med bruk av tusjtavler på dette nivået. Samtidig vil kommunikasjonen også være medvirkende (Brendefur & Frykholm, 2000) ved at det er fokus på deling av løsningsstrategier, men ikke alltid reflekteres rundt presenterte strategier. Ved at elevene er

aktive, og lærer stiller mer spørsmål enn ha demonstrerer og forklarer, kan kommunikasjonen også være innenfor rik kommunikasjon slik Brendefur og Frykholm (2000) beskriver.

Det betyr at kommunikasjon med tusjtafles befinner seg på nivåene medvirkende, refleksiv og rik, i tråd med Brendefur og Frykholm (2000) som sier at hvert nivå har noen av egenskapene til det foregående nivået.

5.3 Sammenligning

Når vi sammenligner kommunikasjonen i klasserommet uten og med bruk av tusjtafles finner vi klare forskjeller. Vi velger å ta utgangspunkt i lærerens kommunikasjonsmønster, og bruker lærerkategoriene som utgangspunkt når vi skal presentere de største forskjellene i kommunikasjonen. Elevkategoriene vil følge som en naturlig konsekvens av lærerens kommunikasjonsmønster, og disse blir diskutert underveis. Vi forklarer og diskuterer de fire lærerkategoriene med størst forskjell *fortelle og informere elevene, støtte og lede elevene mot et svar, få tilgang til og dele elevtenking og fokusere på detaljer av betydning*. Vi vil også kort redegjøre for normer og struktur knyttet opp til kommunikasjonen, før vi avslutningsvis diskuterer lærerens kompetanse. Oversikt over prosentvis fordeling og endring innenfor lærer- og elevinteraksjoner, uten og med tusjtafles, illustrert i figur 21 og 22.

Lærer-interaksjoner	observerte samtaletrekk	U/TAVLER		M/TAVLER		endring
		gj. sn	totalt	gj. snitt	totalt	
Fortelle eller informere elevene	opplyse demonstrere bekrefte	21 % 10 % 35 %	66 %	12 % 0 % 24 %	36 %	- 30 %
Støtte og lede elevene mot et svar	lede gjennom spørsmål åpne spørsmål lukkede spørsmål bekrefte underveis	21 % 2 % 4 % 1 %	28 %	2 % 4 % 4 % 0 %	10 %	-18 %
Fokusere på detaljer av betydning	gjentakelse/omformulering oppsummering	1 % 2 %	3 %	7 % 11 %	18 %	+15 %
få tilgang til og dele elevtenking	ber om begrunnelser forklare tankegang be om avklaring involvere andre	1 % 1 % 0 % 1 %	3%	7 % 9 % 2 % 7 %	25 %	+22 %
bruke eller utvide elevideer	bruk av feilsvar sammenligne elevideer alternativ metode orientere seg mot hverandre sin tenking	0 % 0 % 0 % 0 %	0 %	2 % 2 % 1 % 3 %	8 %	+8 %
Utfordre elevideer	utfordre elevideer	0 %	0 %	1 %	1 %	+1 %

Figur 21 Egenprodusert oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av lærerinteraksjoner uten og med tusjtafler, samt endring innenfor hver kategori

		MED TAVLER		UTEN TAVLER		endring
		gj. snitt	totalt	gj. snitt	totalt	
Elevinteraksjoner	observerte samtaletrekk					
(Bare) svar på matematiske spørsmål	(bare) svar u/matematikk (bare) svar m/matematikk ufullstendige svar	16 % 55 % 1 %	77 %	21 % 17 % 3 %	41 %	-36 %
Forklaring	forklare handling forklare årsak forklare begrep	11 % 1 % 1 %	18 %	16 % 25 % 2 %	42 %	+24 %
Initiativ	påpeke foreslår en ny ide ber om avklaring	0 % 2 % 0 %	1 %	0 % 1 % 4 %	6 %	+5 %
Evaluering	evaluere seg selv evaluering av andre vurdering av andre	3 % 0 % 0 %	4 %	0 % 2 % 3 %	5 %	+1 %
Gjenta	gjenta nøyaktig gjenta med egne ord	—	—	3 % 3 %	6 %	+6 %

Figur 22 Egenprodusert oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av elevinteraksjoner uten og med tusjtafler, samt endring innenfor hver kategori

Fortelle eller informere

Analysen viser at kategorien *fortelle eller informere* elevene nesten er halvert etter at tusjtaflene ble innført. Det som særlig utpeker seg er at samtaletrekket *demonstrere* brukes i alle undervisningsøktene uten tusjtafler, men forekommer ikke etter at tusjtaflene er innført. Når lærer demonstrer og foreleser brukes mye av undervisningstiden på dette, elevene deltar ved å svare kort på lærerens spørsmål, og undervisningen befinner seg da innenfor et tradisjonelt kommunikasjonsmønster, og kan minne om IRE-mønsteret som Sinclair og Coulthard (1975) beskriver. Når elevene jobber på tusjtaflene forekommer ingen demonstrasjoner, det legges tvert imot til rette for at elevenes strategier deles med hverandre og tenkingen til elevene er da mer i fokus. Læreren beveger seg delvis fra en som dominerer samtalen til en som tilrettelegger for deling av elevideer, da elevene i undervisning med tusjtafler oppmuntres til å dele sine tanker og strategier.

Støtte og lede elevene mot et svar

Analysen viser at kategorien *støtte og lede elevene mot et svar*, forekommer i mye større grad i undervisning uten bruk av tusjtafler enn med. Dette fremkommer særlig i typen *lede*

gjennom spørsmål som har den største forskjellen av alle typene vi observerte. Uten tusjtafler ledes elevene mot lærerens foretrukne strategi og svar, og kan minne om det Alrø og Skovsmose (2002) sier om at elevene gjetter hva læreren tenker. I motsetning får kommunikasjon med tusjtafler frem elevenes løsningsmetoder, og lærer støtter elevene slik Wood (1998) beskriver "focusing, ut fra hva de tenker istedenfor hvilken metode læreren foretrekker.

Åpne spørsmål blir brukt i både undervisning uten og med tusjtafler, men det er likevel en stor forskjell i den videre kommunikasjonen etter at et åpent spørsmål er stilt. Når tusjtaflene ikke er i bruk starter gjerne læreren med å stille et åpent spørsmål, men gir ikke elevene nok tid til å tenke seg om før han følger opp med et nytt spørsmål. Dette fører til at lærer senker kravene til elevene ved å forenkle oppgavene, og kan sammenlignes med det Bauersfeld (1988) betegner som traktmønster. Når tusjtaflene er i bruk stilles det gjerne et åpent spørsmål, men her gir læreren elevene tenketid uten å følge opp med et nytt spørsmål som forenkler oppgaven. Ved at lærer gir elevene lang tenketid kan det gis signaler til elevene at han venter til alle er klar med en løsning. På denne måten får elevene tid til å tenke og utforske oppgaven som gis, og kan sees i sammenheng med Mercer og Littleton (2007) som sier at funksjonene til spørsmålene er viktig.

Få tilgang til og dele elevtenking

Videre viser analysen at kategorien *få tilgang til å dele elevtenking* har en stor økning etter at tusjtaflene ble innført. Når læreren får tilgang til elevtenking stiller han spørsmål som gjør at elevene må forklare sine tanker. Det kan tyde på at det som tidligere var korte utsagn uten forklaring, har ved hjelp av lærerens spørsmål blitt til utsagn med forklaring, og kan sees i sammenheng med nedgang i lærerkategorien *lede gjennom spørsmål*, og økning i lærerkategorien *få tilgang til og dele elevtenking*. Vi ser dermed at måten lærer stiller spørsmål på har noe å si for hvordan elevene svarer, og kan ses i sammenheng med Schoenfeld (1998) som sier at spørsmålene påvirker tenkingen.

Ved at elevene forklarer tenkingen sin, vil de ifølge Kazemi og Hintz (2014) også vise interesse for andres matematiske ideer. Når elevene viser tusjtaflene til de andre elevene vil løsningene vises, og elevene inviteres til å forklare sine ideer og strategier med bakgrunn i sin tavle. En forklaring vil inneholde resonnement, ideer eller tanker som vi ikke vil få innblikk i ved de korte elevutsagnene som ofte befinner seg i kommunikasjon uten tusjtafler. Dette gjør

at elevene kan lære av hverandre, i motsetning til kommunikasjon der elevene bare bidrar med korte svar uten forklaring.

Ved at lærer har fått tilgang til elevenes tanker har han også mulighet til å bruke elevenes tanker videre i kommunikasjonen. Dette vises ved at læreren bruker elevvideer i større grad med tusjtafler for å føre samtalen fremover, og bygger videre på ideene som elevene har presentert. Når læreren ser tusjtaflene gir dette han en mulighet til å bygge videre på de elevbidragene som blir presentert. Muligheten for å bygge på elevenes ideer og strategier vil være liten i kommunikasjon uten tavler, fordi læreren ikke har samme tilgang til elevenes tanker, hverken gjennom forklaring eller ved en synlig representasjon. I forlengelsen kan læreren velge ut de elevbidragene han mener er et steg på veien mot timens mål, og deretter velge rekkefølge de skal presenteres i, i tråd med Smith og Steins (2011) praksiser *å velge ut* og *å velge rekkefølge*. Læreren bruker dermed elementer fra Smith og Stein (2011) sine fem praksiser for å nå målet for samtalen. Selv om vi ser tendenser til at læreren dominerer kommunikasjonen i mindre grad, kan vi ikke slå fast at dette skjer, da læreren ikke konsekvent bygger videre på elevideene eller utfordrer de. De mulighetene som tusjtaflene gir ved at læreren har tilgang til elevenes tanker, strategier og forklaringer, vil være meget begrenset i kommunikasjon uten tusjtafler der elevene gir korte svar uten forklaring.

Fokusere på detaljer av betydning

Analysen viser at læreren gjentar og oppsummerer elevutsagn i langt større grad med bruk av tusjtafler enn uten. Det å gjenta et elevutsagn slik at det blir tydelig kan sammenlignes med samtaletrekket *gjenta* til Chapin m.fl. (2009). Dette kan tyde på at lærer har fokus på at alle elevene skal ha mulighet til å følge med og lære av kommunikasjonen ved at han repeterer viktige matematiske ideer. Dette fokuset gjenspeiler seg også i elevenes utsagn. Lærer oppfordrer elevene til å gjenta viktige utsagn i kommunikasjonen, enten nøyaktig eller med egne ord, slik at elevene kan fordøye ideene som presenteres. Dette kan sammenlignes med både Chapins m.fl. (2009) samtaletrekk *repetere*, og *reformulere og parafrasere* i Alrø og Skovsmoses (2002) IC-modell. Fokuset på å belyse viktige matematiske ideer, finner vi lite av i undervisning uten tusjtafler. Det er verdt å nevne at ingen av elevutsagnene uten bruk av tusjtafler hadde noe som minnet om denne måten å belyse matematiske ideer på. Dette betyr at elevene har liten tid til refleksjon rundt de matematiske ideene som presenteres i kommunikasjon uten tusjtafler. Samtidig kan det fortelle oss at lærer har et mål for

undervisningsøkten og repeterer ideene som fører til at målet blir nådd, i tråd med den nullte praksisen Hiebert (2007) beskriver. Å repetere viktige matematiske ideer kan kobles til Chapins m.fl. (2009) samtaletrekk *gjenta* og *repetere*, som bidrar til en mer produktiv matematisk samtale. Likevel trenger ikke kommunikasjonen alltid å ha et matematisk mål, noen ganger er målet at elevene skal dele sine løsningsstrategier, og henger sammen med det Kazemi og Hintz (2014) omtaler som åpen strategideling.

Vi observerte at tusjtablene ikke alltid fungerte optimalt som utgangspunkt for kommunikasjon. Som tidligere nevnt var ikke vårt fokus å se på oppgavetyper, likevel observerte vi at noen oppgavetyper passet bedre enn andre. Vi så at prosedyreoppgaver og memoreringsoppgaver viste seg å ikke gi rom for de gode diskusjonene, da oppgavene ble utformet slik at elevene måtte vise flere steg på tusjtafva. Dette resulterte i at den muntlige gjennomgangen tok lang tid, og flere elever mister fokus når det går for lang tid mellom oppgavene som gis.

Det kan tenkes at det beste utgangspunktet for å jobbe med tusjtablene er oppgaver som det kan reflekteres rundt, for eksempel noe som elevene strever med, eller innlæring av nytt tema. Elevene vil da mest sannsynlig ha ulike svar som danner et godt utgangspunkt for diskusjon.

Normer og struktur

I kommunikasjon uten tusjtafver var den sosiomatematiske normen i klasserommet at elevene kunne komme med utsagn bestående av ett enkelt ord, og uten forklaring. Når tusjtablene ble innført oppsto et brudd i den didaktiske kontrakten (Brousseau, 2002) ved at disse enkle utsagnene ikke holdt mål lengre. Læreren la, ved hjelp av tusjtablene, opp til kommunikasjon der elevene skulle forklare mer, slik at tanker, strategier og begrunnelse ble en del av elevenes utsagn. Bruddet førte til at det måtte opprettes en ny didaktisk kontrakt, slik Brousseau (2002) beskriver. Denne kontrakten gikk ut på at elevene nå måtte bidra med sine tanker og strategier. Et vedvarende kommunikasjonsmønster der lærer tilrettelegger for og elevene deler resonnementer, vil føre til en ny sosiomatematisk norm slik Yackel og Cobb (1996) beskriver. Korte utsagn uten forklaring godtas ikke lengre som svar, men må følges av ei forklaring. Dette kan være en medvirkende faktor til at elevaktiviteten øker.

I tillegg til kommunikasjon med bruk av tusjtafver kan organiseringen av klasserommet ha påvirkning på kommunikasjonen. Ved at elevene sitter i en halvsirkel foran læreren får

elevene muligheten til å se og høre hverandre, slik Lee (2006) foreslår. Dette for å øke sjansen for en samtale, noe som i tillegg øker muligheten for læring. Tusjtafler og organisering vil ikke alene utgjøre en forskjell i elevaktiviteten, men i kombinasjon med lærerens måte å tilrettelegge for kommunikasjon kan det ha tydelige effekter.

Til sammenligning forventes det ikke, i samme grad, at elevene skal presentere sin løsning for klassen når de sitter ved pulten sin, noe som samsvar med det Liljedahl (2021) sier, om at organisering har innvirkning på elevaktiviteten. Dette gjør at elevene kan innta en mer passiv rolle der de lettere kan velge å ikke delta. Et viktig moment er at i undervisning uten tavler ber elevene om ordet ved å rekke opp handa. Til sammenligning legges det ikke opp til at elevene skal rekke opp handa når tusjtaflene brukes. Lærer legger til rette for elevaktivitet ved at han oppfordrer elevene til å presentere sin løsning, forklare en annen elevs arbeid, repetere eller sammenligne løsninger eller strategier. På denne måten kan elevene ikke innta en passiv rolle slik de ofte gjør i kommunikasjon uten tusjtafler.

Lærerens kompetanse

Lærerens kompetanse kommer til uttrykk på ulike måter i undervisningen uten og med bruk av tusjtafler. Siden det er samme læreren som underviser i alle øktene, og forskningen foregikk over relativt kort tid, kan vi ta høyde for at han også innehar samme kompetanse i alle seks øktene.

Ball m.fl. (2008) beskriver at den allmenne fagkunnskapen er matematikkunnskaper alle kan bruke. De sier videre at denne kunnskapen gjør at man kan identifisere feile svar, men for å tolke hvorfor svaret blir feil trenger læreren spesialisert fagkunnskap. I undervisning uten tusjtafler viser læreren sin kompetanse gjennom å forelese og demonstrere fremgangsmåter på krittavla, noe de fleste kan gjøre hvis de husker algoritmen. Lærerens kunnskap kommer også til uttrykk når han vurderer om et elevutsagn er riktig eller galt. Dette betyr at den kunnskapen læreren viser i undervisning uten tusjtafler, harmonerer med beskrivelsen av allmen fagkunnskap som Ball m.fl. (2008) beskriver. Når en elev kommer med et ukorrekt svar, spør læreren en annen elev om å svare. Han viser da ikke sin spesialiserte fagkunnskap til å gripe tak i, og reflektere rundt elevens ide. Dette er undervisning som er stikk i strid med det Boaler (2009) sier, om at undervisning der elevenes strategier vektlegges mer enn antall korrekte svar, åpner opp for en matematikkundervisning der flere elever opplever mestring.

Ball m.fl. (2008) beskriver spesialisert fagkunnskap med at læreren kan identifisere og forstå matematiske ideer og hvilke muligheter ulike oppgaver kan ha, men også hvordan man best kan velge ut gode og hensiktsmessige representasjoner og modeller. De sier videre at det å tolke hvorfor et svar blir feil krever spesialisert fagkunnskap. I undervisning med tusjtafler benytter lærerens seg av den kompetansen han har på en annen måte. Analysen viser at læreren belyser viktige matematiske ideer, blant annet ved at elevideer gjentas og omformuleres, og for å kunne gjøre dette må han bruke sin spesialiserte fagkunnskap for å identifisere og forstå ideene, slik Ball m.fl. (2008) beskriver. Videre bruker læreren elevideene som utgangspunkt for videre kommunikasjon, blant annet ved å ta utgangspunkt i et ukorrekt svar. Han må dermed vite hvilke representasjoner som er hensiktsmessige å bruke, men også hvorfor svaret blir feil. Slik bruk av kunnskap handler om den spesialiserte fagkunnskapen Ball m.fl. (2008) beskriver.

Kunnskap om faglig innhold og elever er vanskelig å observere i undervisning uten tusjtafler, men vi kan anta at den er til stede siden læreren har undervist klassen over flere år. Samtidig kan det tenkes at få og korte elevsvar vises ved at læreren ikke har tilrettelagt undervisningen nok ut fra hva elevene synes er vanskelig, og ut fra motivasjon og interesse hos elevene, slik Ball m.fl. (2008) påpeker er viktig i lærerens kompetanse. *Kunnskap om faglig innhold og elever* i lærers kompetanse, kommer tydeligere frem, og vil også utvikles, når tusjtaflene er en del av undervisningen. Ved at elevene deltar i kommunikasjonen med forklaringer og begrunnelser, vil lærer få dypere kunnskap om elevenes tenkemåter, deres styrker og begrensninger. Dette vil kunne danne grunnlag for formativ vurdering slik Wiliam (2018) beskriver. En undervisning som bruker formativ vurdering vil kunne være mer effektiv fordi læreren kan bruke tiden på det elevene synes er vanskelig, og som de strever med.

Som ei oppsummering av kommunikasjonen i klasserommet ser vi at når lærer tar i bruk tusjtafler bryter han delvis ut av det tradisjonelle IRE-mønsteret som preget kommunikasjonen i undervisningen uten tusjtafler, og kommer over på en mer elevaktiv undervisning. Dette skjer ved at lærer bruker tusjtaflene for å få frem elevenes bidrag, som igjen er utgangspunktet for den videre kommunikasjonen. Det betyr at det er elevenes tanker, strategier og forklaringer som driver kommunikasjonen fremover, og læreren klarer delvis å slippe kontrollen ved at han forklarer og demonstrerer mindre, og på den måten ikke er dominerende i kommunikasjonen.

Utviklingen i kommunikasjonen har beveget seg fra ensrettet og medvirkende kommunikasjon på nivå 1 og 2 i Brendefur og Frykholms (2000) nivå, over til mer refleksiv kommunikasjon på nivå 3 etter at tusjtaflene ble innført. Ved at lærer også har økt fokus på deling av elevstrategier, ideer og tanker vil grunnlaget være til stede for å bevege seg i retning av rik kommunikasjon, som er det øverste nivået i Brendefur og Frykholms (2000) modell. Lærerens kompetanse har også innvirkning på hvordan han bygger videre på elevenes utsagn. På denne måten kan kommunikasjonen i klasserommet bli rikere, slik Brendefur og Frykholm (2000) beskriver, ved at læreren tilrettelegger mer for kommunikasjon med bruk av tusjtafler. Flere elever deltar med sine tanker og strategier, og vi vil bevege oss i retning av det Liljedahl (2021) omtaler som et tenkende klasserom.

6 Konklusjon

I denne studien har vi ønsket å undersøke følgende problemstilling: “*Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon og hvordan kan tusjtafler påvirke elevaktiviteten*”? Det problemstillingen påpeker var formålet med denne studien, var å finne ut av hvordan en utvalgt lærer legger opp til matematisk kommunikasjon, og om innføring av tusjtafler kan påvirke elevaktiviteten. Studiens empiri er basert på observasjon, filmopptak, lydopptak og transkribering av alle de observerte undervisningsøktene.

For å kunne svare på problemstillinga, begynte vi arbeidet med å finne en lærer som var villig til å innføre tusjtafler, samtidig som han ville la seg observere og være med på aksjonsforskning for å endre sin praksis. Læreren ble valgt i eget nettverk.

Den utvalgte læreren ble observert og filmet slik han vanligvis drev undervisning. Deretter ble han, ved hjelp av aksjonsforskning, påvirket til å endre praksis, samtidig som tusjtafler ble innført som verktøy. For å kunne sammenligne kommunikasjonen ble læreren også filmet etter innføring av tusjtafler. Gjennom å analyse datamaterialet, ved hjelp av Drageset og Allerns (2021) rammeverk, har vi fått tilstrekkelig innsikt i datamaterialet til at vi kan svare på vår problemstilling.

Gjennom studien har vi avdekket funn om hvordan læreren og elevene kommuniserer, både før og etter innføringen av tusjtaflene innenfor hver av kategoriene i Drageset og Allerns (2021) rammeverk. Her erfarte vi at de seks lærerkategoriene i rammeverket, med mindre justeringer, passet fint i forhold til våre data. Innenfor elevkategoriene så vi behovet for en ny kategori, og opprettet denne. Vi videreutviklet dermed rammeverket på bakgrunn av empiri, i motsetning til Drageset og Allerns (2021) rammeverk som er basert på teori.

Analysen ga oss konkrete funn innenfor kommunikasjonen både uten og med tusjtafler, noe som gjorde at vi kunne se tydelige forskjeller i kommunikasjonen. Analysen viste at før aksjonsforskningen startet, bar kommunikasjonen preg av IRE-mønsteret, der læreren dominerer kommunikasjonen ved å forelese og demonstrere prosedyrer. Det meste av kommunikasjonen befant seg innenfor kategoriene *fortelle eller informere elevene og å støtte og lede elevene mot et svar*. Som en naturlig konsekvens av dette, var elevenes bidrag i kommunikasjonen stort sett korte svar på matematiske spørsmål og befant seg innenfor

kategorien *(bare) svar på matematiske spørsmål*. Ut fra dette kan vi si at kommunikasjonen befinner seg på nivå 1, ensrettet kommunikasjon, i Brendefur og Frykholms (2000) modell. En slik kommunikasjon er ikke ønskelig innenfor matematikkundervisning fordi elevene bare blir passive mottakere.

Gjennom aksjonsforskninga, fikk læreren veiledning på hvordan han kunne styre samtalen med bakgrunn i elevenes utsagn. Samtidig ble han oppfordret til å la elevene slippe til med sine tanker og resonnementer. I denne prosessen var vi tett på og pekte på momenter vi reflekterte over sammen med læreren, og utgangspunktet for disse samtalen var transkriberingen av kommunikasjonen fra den forrige økten. Målet vårt var at læreren selv skulle se sitt kommunikasjonsmønster slik at han kunne gjøre nødvendige grep i prosessen mot en mer elevaktiv kommunikasjon.

Etter aksjonsforskninga viste analysen at kategorien *fortelle og informere* fortsatt var størst, men det var stor endring i kategoriene *støtte og lede elevene mot et svar, fokusere på detaljer av betydning og få tilgang til å dele elevtenking*. En liten del av utsagnene befant seg også innenfor *bruke eller utvide elevideer*. Dette funnet tyder på at aksjonsforskningen påvirket læreren til å endre praksis slik at elevene ble mer aktive ved at de fikk dele sine tanker og resonnementer. Mesteparten av elevutsagnene befant seg fremdeles innenfor kategoriene *(bare) svar på matematiske spørsmål* og *forklaring*, men kategorien *forklaring* hadde økt i omfang, noe som samsvarer med at aksjonsforskningen ønsket å endre det tidligere registrerte kommunikasjonsmønsteret.

Studiens problemstilling etterspør på hvilken måte læreren legger opp til matematisk kommunikasjon og hvordan tusjtavlene kan påvirke elevaktiviteten.

Samlet sett tyder analysen på at læreren gjennom aksjonsforskning har utviklet sin praksis, og gått fra å dominere undervisningen med demonstrasjon og forelesning, til en undervisning der demonstrasjon er fraværende og fokuset er flyttet over på elevenes forklaringer. Lærers utvikling kommer blant annet til syne gjennom måten han stiller spørsmål på, at han gir elevene tid til å tenke og på den måten legger til rette for elevenes bidrag i kommunikasjonen. Siden elevene deltar mer aktivt i kommunikasjonen ved å komme med tanker, strategier, forklaringer og resonnementer, der tusjtavla brukes som utgangspunkt, har elevenes deltakelse

økt. Med bakgrunn i Brendefur og Frykholms (2000) nivådeling, har undervisningen gått fra å være ensrettet og medvirkende til å være på medvirkende og refleksivt nivå. Ved at lærer også har økt fokus på deling av elevstrategier, ideer og tanker, og elever og lærer samarbeider tett om å utvikle elevenes forståelse, vil grunnlaget være til stede for å bevege seg i retning av rik kommunikasjon, som er det øverste nivået i Brendefur og Frykholms (2000) nivå.

6.1 Videre arbeid innenfor forskningsfeltet

Innenfor det matematikdidaktiske forskningsfeltet sitter man igjen med flere spørsmål etter en slik studie. Vi har kun sett på **en** lærers kommunikasjonsmønster og hans prosess med innføring av tusjtafler. Studien kan dermed ikke si noe om vi hadde fått samme resultat hvis vi gjennomførte vår forskning i et annet klasserom og med en annen lærer og andre elever. Derfor kunne det vært interessant å gjennomføre samme forskning i flere klasserom og gjerne i en større skala. I tillegg kunne det vært interessant å forske på hvordan man kan endre lærers praksis slik at kategoriene *bruke og utvide elevtenking* og *utfordre elevideene* ville vært mer representert.

Samtidig vil de forskjellene vi har funnet være betydningsfulle, tusjtaflene sammen med fokus på å utvikle lærerens interaksjoner har potensiale til å øke elevaktiviteten.

7 Referanseliste

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique*: Kluwer Academic.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). Dialogic learning in collaborative investigation. *Nordic Studies in Mathematics Education, No 2*, ss. 39-62.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning - udvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose, M. Blomhøj, H. Alrø, H. Bødtkjer, B. Dahl, I. M. Christiansen, . . . T. Wedege, *Kunne det tænkes? - om matematikklæring* (ss. 110-126). Danmark: Forlag Malling Beck A/S.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching? What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.
- Befring, E. (2015). *Forskningsmetoder i utdanningsvitenskap*. Cappelen Damm Akademisk
- Bjørndal, Cato R. P. (2019). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3. utg.) Gyldendal.
- Blomhøj, M. (1995). Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen. *Kognition og pædagogik, 4*(3), 15-25.
- Brendefur, J. L., & Frykholm, J. (2000, 05). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers' Conceptions and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, ss. 125-153.
- Brousseau, G. (2002). Elements for a modelling. I N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield (Red.), *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990* (bd. 19, s. 29-37). Dordrecht: Springer Netherlands.
- Boaler, J. (2009). *The elephant in the classroom : helping children learn and love maths* (Rev. utg.). London: Souvenir.
- Bauersfeld, H. (1980). Hidden Dimensions in the So-Called Reality of a Mathematics Classroom. *Educational Studies in Mathematics, 11*(1), 23-41.
- Bauersfeld, H., Krummheuer, G., & Voigt, J. (1988). Interactional theory of learning and teaching mathematics and related microethnographical studies. In H. G. Steiner & A. Vermandel (Eds.), *Foundations and methodology of the discipline of mathematics education* (pp. 174-188). Antwerp: Proceedings of the Theory of Mathematics Education Conference.
- Cazden, C. (1988). *Classroom discourse: the language of teaching and learning*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Chapin, S., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2013). *Talk moves: A teacher's guide for using*

classroom discussions in math (3. utg). California: Sausalito.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions in math : a teacher's guide for using talk moves to support the common core and more, grades K6* (3. utg.). Sausalito, Calif: Math Solutions

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018): *Research methods in education* (8.utg.). New York: Routledge.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2018): *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag AS.

Clarke, D., Mesiti, C., O'Keefe, C., Xu, L., Jablonka, E., Mok, I., & Shimizu, Y. (2007). *Addressing the challenge of legitimate international comparisons of classroom practice*. 46(5), 280-293.

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 281-304. 10.1007/s10649-013-9515-1. Hentet fra <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1>

Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytisk perspektiv* (ss. 169-180). Bergen: Caspar Forlag.

Drageset, O. G., & Allern, T. H. (2021). *A drama approach to mathematics teaching*. Ikke publisert. Sendt til review.

Drageset, O. G. (2020). *Exploring student explanations. What types can be observed, and how do teachers initiate and respond to them?* Submitted for review.

Dysthe, O. (Red). (2001). *Dialog, samspel og læring*. Abstrakt forlag.

Figur 1: Kilpatrick, J. (2001) Trådmodellen. Tett på kjerneelementene. Hentet fra <https://www.matematikkcenteret.no/1%C3%A6replan-i-matematikk/1%C3%A6replan-til-praksis> (15.05.2022)

Figur 5: *Samtaletrekk for å støtte klasseromsdiskusjoner* (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014). Hentet fra https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/samtaletrekk_tangenten.pdf (09.05.2022)

Figur 9: Valenta, A., og Enge, O., *Undervisningskunnskap i matematikk*. Hentet fra <https://utdanningsforskning.no/artikler/2015/profesjonskunnskap-for-matematikklaererutdannere/> (09.05.2022)

Forskrift til opplæringsloven. (2009) Forskrift til opplæringsloven. Kapittel 3. Individuell vurdering i grunnskolen og i videregående opplæring. Hentet fra <https://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2006-06-23-724> (05.05.2022)

- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester & M. National Council of Teachers of (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 1* (B. 1, s. 225-256). Charlotte, N.C: Information Age.
- Gleiss, Marielle Stigum & Sæther, Elin (2021): *Forskningsmetode for lærerstudenter*. Oslo: Cappelen Damm AS.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses related to achievement*. London: Routledge.
- Heritage, M. (2007). Formative Assessment: What Do Teachers Need to Know and Do? *Phi Delta Kappan*, 89(2), ss. 140-145. doi:<https://doi.org/10.1177/003172170708900210>
- Hiebert, J., Morris, A. K., Berk, D., & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), 47-61.
- Jacobsen, A., Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2014). Undervisningskunnskap i matematikk for lærere på 5. - 10. trinn. I T. S. Gustavsen, K. R. C. Hinna, I. C. Borge & P. S. Andersen (Red.), *QED 5-10: matematikk for grunnskolelærerutdanningen* (bd. 2, s. 567-588). Kristiansand: Cappelen Damm Akademisk.
- Jacobsen, Dag Ingvar (2005): *Hvordan gjennomføre undersøkelser? Innføring i samfunnsvitenskapelig metode*. Kristiansand S: Høyskoleforlaget AS
- Johnsen-Høines, M. & Alrø, H. (2012). Læringssamtalen i matematikkfagets praksis - Bok 1. I: M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.). *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis: Bok 1* (s. 5-9). Bergen: Caspar.
- Kalleberg, R. (1992). *Konstruktiv samfunnsvitenskap. En fagteoretisk plassering av «aksjonsforskning»*. (LSO rapport nr. 24). Oslo: Universitetet i Oslo. Hentet fra <https://www.nb.no/nbsok/nb/7c6843f1fb5922a33d7df92ffe0f849a?index=3#3> (05.05.2022)
- Kang, W. & Kilpatrick, J. (1992), 'Didactic transposition in mathematics textbooks', *For the Learning of Mathematics* 12(1), 2-7.
- Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional Talk: How to Structure and Lead Productive Mathematical Discussions*. Portland: Stenhouse Publishers.
- Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Oslo: Cappelen Damm AS.
- Kemmis, S., & Wilkinson, M. (1998). Participatory action research and the study of practice. In B. Atweh, S. Kemmis, & P. Weeks (Eds.), *Action research in practice: Partnerships for social justice in education* (pp. 21-36). London: Routledge.

- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kunnskapsdepartementet (2019) *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob> (05.05.2022)
- Lee, C. (2006). *Language for Learning Mathematics : Assessment for Learning in Practice*. Berkshire: Berkshire, GBR: Open University Press.
- Liljedahl, P. 2021. *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12*
14 Teaching Practices for Enhancing Learning. SAGE Publications Inc
- Maxwell, J. A. (2013). *A qualitative research design: An interactive (Vol. 41)*. New York: Sage publications.
- Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk - Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten*(2), ss. 2-4.
- Mercer, N., & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the development of children's thinking: A sociocultural approach*. Oxon: Routledge.
- Mertler, C. A. (2009). *Action Research -Teachers as Researchers in the Classroom* (2. utgave) USA: SAGE publications.
- Metode (2022, 05.05.2022). I ordbokene.no. <https://ordbokene.no/bm/38154/metode>
- Nilssen, V. L. (2012). *Analyse i kvalitative studier : den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget
- NESH. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. Hentet fra <https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.pdf> (04.04.2022)
- Niss, M., & Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematikklæring - Ideer og inspirasjon til utvikling af matematikundervisning i Danmark*. Roskilde: Roskilde Universitetscenter.
- NSD - NSD - Norsk senter for forskningsdata. (04.04.2022). nsd.no. Hentet fra NSD – Personverntjenester: <https://www.nsd.no/personverntjenester/>
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode; en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasesstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M., B. (Red). (2017). *Kunnskap for en bedre skole*. Fagbokforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i*

- lærerutdanning*. Oslo: Cappelen damm akademisk.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011) *Læreren med forskerblikk Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Høyskoleforlaget.
- Ramaprasad, A. (1983). On the definition of feedback. *Behavioral Science*, 28, ss. 4-13.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1-94. [https://doi.org/10.1016/S1080-9724\(99\)80076-7](https://doi.org/10.1016/S1080-9724(99)80076-7)
- Schoenfeld, A. H., & Floden, R. E., & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). An introduction to the TRU Math dimensions. Berkeley: Graduate School of Education, University of California, Berkeley/East Lansing, MI: College of Education, Michigan State University. Hentet fra <http://map.mathshell.org/materials/pd.php>. (hentet 05.05.2022)
- Sinclair, J. M., & Coulthard, M. (1975). *Towards an analysis of discourse*. London: Oxford University Press.
- Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding*. University of Warwick: Department of Education
- Skovholt, K., Landmark, A. M. L., Sikveland, R. O. & Solem, M. S (2021). *Samtaleanalyse en praktisk innføring*. Oslo. Cappelen Damm Akademisk.
- Smith, M., & Stein, M. (2011). *Five Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- Stedøy, Ingvill (2018). Utforskende matematikkundervisning. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T2.P1.M3A%20Artikkel%20Utforskende%20undervisning_0.pdf (hentet 05.05.2022)
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, ss. 313-340. doi:<https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Tiller, T. (2006). *Aksjonslæring - forskende partnerskap i skolen: motoren i det nye læringsløftet*. Kristiansand: Høyskoleforlaget
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitative metoder*. Bergen: Fagbokforlaget.

- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. I M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & Souberman, (Red.). Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Wells, G. (1993). Reevaluating the IRF Sequence: A Proposal for the Articulation of Theories of Activity and Discourse for the Analysis of Teaching and Learning in the Classroom. *Linguistics and Education*, 1(5), ss. 1-37.
- Wiliam, Dylan (2018). *Embedded formative assessment*. Solution tree press.
- Wiliam, D. (2007). Keeping learning on track. I F. K. Lester & M. National Council of Teachers of (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 1* (B. 1, s. 1053-1098). Charlotte, N.C: Information Age
- Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focusing? I H. Steinbring, M. G. Bussi, & A. Sierpinksa (Red.), *Language and 87 Communication in the Mathematics Classroom* (ss. 167-178). Reston, Virginia: National council of teachers of mathematics
- Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning*. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet (NTNU).
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477. doi: 10.2307/749877
- Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: Sage

VEDLEGG 1

OBSERVASJONSSKJEMA

<p>Hvordan er klasserommet organisert med stoler og pulter <input type="checkbox"/></p> <p>Hva gjør elevene under samtalen</p> <p>Non verbal kommunikasjon</p> <p>Hvor mange elever deltar muntlig</p> <p>Hvordan reagerer eleven når svar presenteres</p> <p>Bruk av krittavle og smartboard</p> <p>Åpen observasjon</p>	
---	--

VEDLEGG 2

OBSERVASJONSSKJEMA	
Hvordan er klasserommet organisert med stoler og pulter	- pulter på rekke, elevene sitter en og en vendt mot tavla
Hva gjør elevene under samtalen	- 2 elever tegner i boka, 1 elev leser i ei bok
Non verbal kommunikasjon	
Hvor mange elever deltar muntlig - (5)	
Hvordan reagerer eleven når svar presenteres - ingen negative observasjoner	
Bruk av krittavle og smartboard	- bruker tavla til demonstrasjon, står ved tavla under kommunikasjonen
Åpen observasjon	- elevene skriver det som læreren skriver på tavla, i boka si - lærer skriver målet for timen på tavla. Elevene som svarer reker opp banda (5 stk) de andre blir ikke spurt 1 lærer tilstede i timen 14 elever

VEDLEGG 3

Øversikt over fargekoder transkribering

Lærerinteraksjoner

Hovedkategorier for lærerinteraksjoner	koding
1. Fortelle eller informere elevene	opplyse demonstrere bekrefte
2. Støtte og lede elevene mot et svar	forenkle/lede gjennom (losing)spm åpne spm- var obs her lukket spørsmål bekrefte underveis
3. Fokuser på detaljer av betydning	gjenta/omformuler (lys rød 3) oppsummere(lys gul 3) koblinger(lys cyan 3) fokuser på detaljer
4. Få tilgang til og dele elevtenking	be om begrunnelse (mørk gul 1) forklare tankegang (mørk gul 2) be om avklaring
5. Bruke eller utvide elevideer	bruke elevideer/eller ikke generalisere(lys grønn 1) analysere og sammenlikne(LYS MAGENTA 1) involvere andre bruke/utvikle elevideer orientere elevene mot hverandres tenking(mørk grå 1)
6. Utfordre ideer	utfordre elevenes ideer(lys magenta 3)

Elevinteraksjoner

(bare) svar på matematiske spørsmål	bare svar y/matematikk bare svar m/matematikk ufullstendige svar
forklaring	advokere(argumentere) tenke høyt(mer utforskende, mindre formell) forklarer handling(beskriv prosesser) forklarer grunnen/årsak(hvorfor) forklarer begrep
initiativ	utfordre, styre diskusjonen i annen retning, mørk grå 1 påpeker noe foreslå ny ide, mørk gul 2 ber om avklaring fra lærer
evaluering	evaluere seg selv evaluere andre med ros, kritikk, råd, retting av feil tenker det samme som annen elev (lys rød 3) be om vurdering fra andre(vurdering av andre)
gjenta elevsvar	gjenta elevsvar
sammenligning	sammenligning - likhet sammenligne - ulikhet

VEDLEGG 4

Vil du delta i forskningsprosjektet

”Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon, og hvordan kan tusjtvavler påvirke elevaktiviteten?”

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på om det er grep en lærer kan gjøre for å øke den muntlige aktiviteten i klasserommet. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med prosjektet er å forske på om det er grep en lærer kan gjøre for å øke den muntlige aktiviteten i klasserommet slik at elevene inntar en mer aktiv rolle i undervisningen og på den måten lærer mer. Omfanget av dette prosjektet er observasjon av 6 undervisningsøkter som hver har varighet på 20-45 min. Problemstillingen vi skal analysere er: “Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon og hvordan kan tusjtvavler påvirke elevaktiviteten”? Forskningsprosjektet skal bli til en masteroppgave som skal inneholde inntil 36000 ord.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

UiT- Norges arktiske universitet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Utvalget til denne studien er hentet fra eget nettverk og det er kun klasse xx som får denne henvendelsen.

Hva innebærer det for deg å delta?

Metoden som benyttes til å samle inn data er observasjon med lyd- og filmopptak. Dataene som samles inn gjelder kommunikasjon i klasserommet. Opptakene vil bli lagret på Share-point ved UiT.

- Hvis eleven skal delta i prosjektet innebærer det at han/hun deltar i 6 undervisningstimer som det vil bli gjort lyd- og videoopptak av. Kameraet plasseres bakerst i klasserommet slik at det ikke vil bli nærbilder av noen elever.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Forskningen gjøres i ordinære undervisningstimer og deltakelse/ikke deltakelse vil ikke påvirke elevens forhold til skolen eller lærer. Elever som ikke deltar vil få et alternativt opplegg de timene det skal gjøres lyd-/filmopptak.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det er kun vi, XX OG XX+ veileder XX som får tilgang til datamaterialet.
- I forbindelse med masteroppgaven vil det ikke fremkomme navn eller kjønn på utsagn som benyttes.
- Det er kun XX og XX som skal samle inn og bearbeide data.
-

Ingen deltakere vil kunne gjenkjennes i den ferdige oppgaven. Eventuelle utsagn som benyttes vil anonymiseres helt.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 16. mai 2022. Etter prosjektslutt vil datamaterialet slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om eleven basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Uit - Norges arktiske universitet har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger
-

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- XX
-

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

XX XX OG XX
(Forsker/veileder)

studenter

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet "*Hvordan legger læreren opp til matematisk kommunikasjon og hvordan kan tusjtafler påvirke elevaktiviteten*"?, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i *undervisningen mens observasjonen pågår*.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

VEDLEGG 5



Vurdering

Referansenummer

103251

Prosjekttittel

Fagdidaktisk mastergradsoppgave i matematikdidaktikk

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Prosjektperiode

01.10.2021 - 17.05.2022

Vurdering (1)

02.03.2022 - Vurdert

OM VURDERINGEN

Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 17.05.2022.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den

registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

<https://meldeskjema.nsd.no/vurdering/6156e26e-254b-4837-ab4a-196ee30e91c9/1/2>

07.05.2022, 15:32 Meldeskjema for behandling av personopplysninger

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen:

- om lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet.

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til Personverntjenester ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: [nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema](https://meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema) Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Lene Chr. M. Brandt

Lykke til med prosjektet!

