



UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap, og lærerutdanning

Utforskende matematikkundervisning i offentlig norsk skole sammenlignet med en internasjonal friskole

June Strand Åsheim og Elise Kristin Modell Høybakken

Masteroppgave i Grunnskolelærerutdanning 5.-10. trinn, mai 2022

LER-3903

Forord

Dette forskningsprosjektet er avslutningen på vårt femårige studieløp ved Norges Arktiske Universitet. Utdanningen har vært lærerik og utviklet oss som kommende lærere, i tillegg til å ha gitt oss vennskap for livet. Etter å ha fullført en master i Grunnskolelærerutdanning 5.-10. trinn, står vi igjen med kunnskap som vil komme oss til nytte i en kommende lærerhverdag.

Vi ønsker å benytte anledningen til å takke, først og fremst vår veileder, Arne Hole, som har stilt opp gjennom hele prosessen og gitt god veiledning basert på konstruktiv kritikk og gode råd. Til tross for at vi ikke alltid har vært enige i dine forslag, har det bestandig vist seg at du til syvende og sist har sittet med de riktige løsningene. Din kompetanse har kommet oss til nytte og denne masteren ville ikke vært den samme uten deg.

Vi vil også takke informantene som har samtykket til å delta i vår studie. Videre vil vi takke Jan Nyquist Roksvold og våre medstudenter, førstnevnte for å ha vært en fungerende biveileder uten å helt vite det selv. Sistnevnte for å ha bidratt til gode samtaler, mye humor og ikke minst støtte i en prosess som for de fleste av oss har vært lang, utfordrende og lærerik.

Sist, men ikke minst må vi takke hverandre for et svært godt samarbeid og latter på daglig basis, også når det har trengtes som mest.

June Strand Åsheim og Elise Kristin Modell Høybakken

Tromsø, mai 2022

Sammendrag

Denne masteroppgaven handler om forskjeller og likheter i matematikkundervisningen ved én internasjonal skole og to offentlige skoler. Fokuset er rettet mot utforskende arbeid, som er en interessant tematikk med tanke på i hvor stor grad Kunnskapsløftet 2020 inkluderer denne arbeidsformen. Vår problemstilling er: *Hvordan arbeides det med utforskende aktiviteter i matematikkfaget i en utvalgt internasjonal skole sammenlignet med offentlige skoler i Norge?*

Vårt teorikapittel belyser forskjellene ved en tradisjonell og en utforskende tilnærming i forbindelse med matematikkundervisning. I tillegg inkluderes teori angående blant annet matematisk kompetanse og tidligere forskning med fokus på utforskende og tradisjonell matematikkundervisning, og læringsutbyttet ved disse tilnærmingene.

Forskningsprosjektet er en kvalitativ studie, hvor vi benytter oss av observasjon og intervju som datainnsamlingsmetoder. Vårt utvalg består av tre skoler, hvor vi har observert matematikkundervisning i tillegg til å intervjuer fire lærere og til sammen 18 elever. I databehandlingsprosessen har vi i første omgang transkribert alle intervjuer fortløpende, før vi kodet både observasjonene og transkripsjonene. Dette gjorde det lettere for oss å se hva som var relevant, i tillegg til at vi enklere kunne se sammenhenger og forskjeller mellom skolene.

Resultatene fra prosjektet viser at det er forskjell på hvordan de to skoletypene arbeider med utforskende aktiviteter. De offentlige skolene praktiserer matematikkundervisning med tydelige tilknytninger til oppgaveparadigmet. Den internasjonale skolen har en tilnærming som ikke bærer preg av tradisjonelle undervisningsformer i samme grad, og arbeidsmåtene trekker få paralleller til det tradisjonelle oppgaveparadigmet. Den internasjonale skolen skiller seg fra de offentlige skolene ved at det ikke benyttes bøker, annet enn skrivebøker, i matematikkundervisningen. Imidlertid involveres tavleundervisning i begge skoletypene, men i motsetning til de offentlige skolene, benyttes tavla i liten grad ved den internasjonale skolen til gjennomgang av spesifikke eksempler som elevene senere skal få bruk for i oppgaveløsning.

Alt i alt indikerer funnene våre at den internasjonale skolen vi studerte oppfylder intensjonene i LK20 om utforskning i matematikkfaget i større grad enn de offentlige skolene vi besøkte.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Bakgrunn for studien.....	1
1.2	Aktualisering	3
2	Teori og tidligere forskning.....	5
2.1	Kunnskapsløftet 2020 og utforskning	5
2.2	Offentlig skole.....	6
2.3	Internasjonal skole og IB-programmet.....	7
2.4	Sosiokulturell læringsteori	8
2.5	Tradisjonell matematikkundervisning.....	9
2.6	Utforskende matematikkundervisning	11
2.6.1	SUM-prosjektet	15
2.6.2	Lærerkompetanse i matematikk	16
2.7	Matematisk kompetanse hos elever.....	18
2.7.1	Rammeverket til Kilpatrick et al.	19
2.7.2	KOM-prosjektet	21
2.8	Tidligere forskning relatert til utforskning i matematikk.....	25
2.8.1	Utforskende undervisning versus tradisjonell.....	25
2.8.2	PRIMAS.....	26
2.8.3	Utforskende arbeid og motivasjon	27
3	Metode.....	29
3.1	Kunnskapssyn.....	30
3.2	Oppgavens mål og forskningsdesign.....	31
3.3	Begrunnelse for valg av metoder	32
3.3.1	Observasjon	32

3.3.2	Intervju	33
3.4	Utvalg av skoler, trinn og informanter	34
3.5	Innsamling av data	35
3.6	Transkribering av intervjuer	37
3.7	Analyse av datamateriale	38
3.8	Reliabilitet og validitet	40
3.8.1	Reliabilitet	41
3.8.2	Validitet.....	44
3.9	Etisk ansvar	47
4	Resultater.....	49
4.1	Observasjoner	49
4.1.1	Observasjoner fra offentlig skole 1	49
4.1.2	Observasjoner fra offentlig skole 2	51
4.1.3	Observasjoner fra den internasjonale skolen.....	54
4.2	Lærerintervjuer	60
4.2.1	Lærerintervju ved offentlig skole 1	60
4.2.2	Lærerintervju ved offentlig skole 2	62
4.2.3	Lærerintervjuer ved internasjonal skole	65
4.2.3.1	Lærer 1	65
4.2.3.2	Lærer 2	67
4.3	Elevintervjuer	70
4.3.1	Elevintervjuer fra offentlig skole 1	70
4.3.2	Elevintervjuer fra offentlig skole 2	71
4.3.3	Elevintervjuer fra internasjonal skole	73
5	Funn og diskusjon	75
5.1	Funn 1: Bruk av lærebøker.....	75

5.2 Funn 2: Oppgaveparadigme	77
5.3 Funn 3: Tidspress	81
5.4 Funn 4: Utprøving og kreativitet	84
5.5 Funn 5: Definisjoner og terminologi	86
5.6 Funn 6: Nytte av matematikkfaget utenfor skolen	89
6 Konklusjon og videre forskning	93
6.1 Begrensninger ved studien	95
6.2 Videre forskning	95
Referanseliste	97
Vedlegg 1 – Observasjonsskjema	103
Vedlegg 2 - Intervjuguide lærere	106
Vedlegg 3 - Intervjuguide elever	109
Vedlegg 4 - Samtykkeskjema for deltakelse	111
Vedlegg 5 – Arbeidsark om kongruens (skole 3)	115
Vedlegg 6 - Kvittering fra NSD	117

Figurliste

Figur 1: Egenprodusert illustrasjon av læringsmiljøene til Skovsmose (2001, s. 126).....	13
Figur 2: Lærerkompetanse i matematikk (Ball et al., 2008, s. 403).....	17
Figur 3: Åtte delkompetanser i matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002, s. 45).	22
Figur 4: Figur fra video vist i klasserommet.	56

1 Innledning

Denne oppgaven baserer seg på en kvalitativ komparativ studie hvor vi ser på hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter i matematikkfaget i to ulike typer skoler i Norge. Skolene vi tar utgangspunkt i er henholdsvis en internasjonal friskole som følger IB-programmet (The International Baccalaureate, 2021a) og to offentlige norske skoler.

1.1 Bakgrunn for studien

Matematikk er et fag mange forbinder med tall og regler. Våre erfaringer fra barne- og ungdomsskolen tilsier at matematikkundervisning i stor grad dreier seg om tavleundervisning hvor lærer går gjennom en regel eller to, etterfulgt av at elevene løser oppgaver i arbeidsboka hvor man får bruk for det læreren nettopp gjennomgikk. Som lærerstudenter på femte året har vi opp gjennom årene gjennomført praksisperioder ved ulike skoler og i ulike klasser fordelt på 5.-10. trinn. Erfaringene fra våre praksisperioder gir oss et inntrykk av at matematikkundervisningen i dag er temmelig lik den vi selv opplevde som elever tilbake i tid. Likevel har vi opplevd ett unntak, da én av oss gjennomførte fjerdeårspraksisen ved en internasjonal skole. Den internasjonale skolen fulgte det internasjonale IB-programmet, undervisningsspråket var engelsk og skolen stilte krav til kleskoden til de ansatte. Dette er noen av punktene på lista over hva som opplevdes som annerledes fra den tradisjonelle, offentlige skolen.

Som studenter med matematikk som hovedfag, besto praksisperioden vår fjerdeåret av store mengder matematikkundervisning. En interessant erfaring fra undervisningen ved den internasjonale skolen, var at lærerne tilsynelatende ikke brukte bøker. I tillegg praktiserte de matematikkundervisningen på en annen måte enn den vi tidligere var kjent med.

Tilnærmingen bar preg av å være mer utforskende som følge av at elevene ofte måtte planlegge løsningsmetoder selv, i tillegg til at de forklarte og begrunnet egne valg i det matematiske arbeidet. Som student var det til tider vanskelig å passe inn i systemet på den internasjonale skolen, og den største utfordringen var å planlegge undervisning uten et læreverk å støtte seg til. Dette opplevdes til tider både frustrerende og håpløst.

Våre opplevelser fra samtidig gjennomførte praksiser ved to ulike skoler, har i ettertid skapt grobunn for gode samtaler hvor vi har delt erfaringene våre. Vi har diskutert likhetene og

forskjellene vi opplevde i offentlig og internasjonal skole. Ut fra våre samtaler kom det tydelig frem at undervisningen ved den internasjonale skolen skilte seg fra begge sine tidligere erfaringer, både når det gjelder egen skolegang og praksisperiodene vi har gjennomført i løpet av lærerstudiet. Vi ble nysgjerrige og ønsket å finne ut mer.

Et spørsmål vi stiller oss selv er om det kan være tilfeldig at vi opplevde så tydelige forskjeller mellom de to skoletypene, eller om det faktisk er slik at den internasjonale skolen, på generell basis, praktiserer andre arbeidsmåter og ikke benytter seg av lærebøker. Med hensyn til Kunnskapsløftet 2020 og det forsterkede fokuset på utforskende undervisning innenfor matematikkfaget, finner vi det også interessant å se nærmere på hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter i de to skolene. Med dette som utgangspunkt har vi kommet frem til følgende problemstilling:

Hvordan arbeides det med utforskende aktiviteter i matematikkfaget i en utvalgt internasjonal skole sammenlignet med offentlige skoler i Norge?

Vi ønsker å undersøke problemstillingen bredt. Imidlertid er vi spesielt interesserte i å undersøke om det er noen forskjeller når det gjelder utforskende arbeid i matematikkfaget. Derfor har vi valgt å konkretisere problemstillingen med følgende forskningsspørsmål:

- (1) *Hvilke inntrykk gir datainnsamlingen angående elevenes forhold til å arbeide utforskende?*
- (2) *Hvordan arbeider lærerne på de ulike skolene med å planlegge og gjennomføre utforskende matematikkundervisning?*

Disse to forskningsspørsmålene avgrenser problemstillingen vår på en hensiktsmessig måte, da de handler om likheter og forskjeller ved skolene vi skal gjennomføre vår forskning i.

Vi har tro på at ved å belyse likheter og forskjeller ved to typer skoler vi har erfart som relativt ulike, kan vi oppnå interessante diskusjoner og relevante funn. Forhåpentligvis vil det også være mulig å trekke frem aspekter som igjen kan skape nye refleksjoner og fungere som inspirasjon for matematikklærere.

1.2 Aktualisering

Studien adresserer hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter i to skoletyper. I tillegg til at det er interessant å studere matematikkundervisning i offentlige skoler sammenlignet med en internasjonal skole, er utforskende arbeid et dagsaktuelt tema. Studien og dens fokus på utforskende arbeid er ytterligere relevant på grunn av den nye læreplanen, Kunnskapsløftet 2020, der utforskning står sentralt i matematikkfaget. Ifølge opplæringens verdigrunnlag i den nye læreplanen, skal skolen la elevene utfolde skaperglede, engasjement og utforskertrang, og la de få erfaring ved å se muligheter og omsette ideer til handling (Kunnskapsdepartementet, 2017a). Videre er utforskning og problemløsning tittelen på ett av de seks kjerneelementene innenfor matematikkfaget, i tillegg til at det kommer tydelig frem i fagets kompetansemål at elevene skal lære seg å utforske i arbeid med matematikk.

2 Teori og tidligere forskning

I dette kapitlet vil vi presentere teori som er relevant for vår problemstilling og våre forskningsspørsmål, som skal hjelpe oss på veien mot å besvare disse.

2.1 Kunnskapsløftet 2020 og utforskning

I 2015 leverte Utdanningsforbundet sin høringsuttalelse om “NOU 2015:8 Framtidens skole. Fag og fagfornyelse” til Kunnskapsdepartementet. Høringsuttalelsen la frem anbefalinger til videre utvikling blant annet i grunnskolen, og fokuserte på fire kompetanseområder som et grunnlag for en fornyelse av skolens innhold. De fire kompetanseområdene er fagspesifikk kompetanse, kompetanse i å lære, kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta og kompetanse i å utforske og skape (NOU 2015:8, s. 8). Et resultat av dette er at blant annet utforske og skape har fått større plass i den endelige reviderte læreplanen, Kunnskapsløftet 2020.

Kunnskapsløftet 2020 (fra nå LK20) bygger på den nye overordnede delen av læreplanverket som ble ferdigstilt i 2017. Læreplanverkets overordnede del utdyper blant annet verdigrunnlaget i skolens formålsparagraf, hvor det formidles at elevene skal få rike muligheter til å utvikle engasjement og utforskertrang, i tillegg skal skolen respektere og dyrke fram forskjellige måter å utforske og skape på. Vektleggingen av utforskning kommer også tydelig frem i LK20 sin læreplan i matematikkfaget. Under fagrelevans og sentrale verdier står det at:

Matematikkfaget skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi de kompetanse i utforskning og problemløsning [...] Matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforskning og problemløsning, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på egen læring.

(Utdanningsdirektoratet, 2020).

Ser man på kompetansemålene i matematikkfaget kommer det også her tydelig frem at vekten på utforskning er betraktelig forsterket i LK20. Et av kompetansemålene etter 10.trinn er «Utforske og sammenligne egenskaper ved ulike funksjoner ved å bruke digitale verktøy», og

dette er ett av fem kompetansemål som involverer utforskning. En nevneverdig sammenligning er at begrepet utforskning kun ble nevnt én gang i kompetansemålene etter 10.trinn i LK06.

Den nye læreplanen skal også legge til rette for dybdelæring, og dette begrunner Utdanningsdirektoratet (2019) blant annet med at samfunnet og arbeidslivet endrer seg med ny teknologi, ny kunnskap og nye utfordringer. I den første rapporten fra Ludvigsenutvalget (NOU 2015:8, s. 57) ble rammeverket til Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) brukt til å beskrive matematisk kompetanse. Dette ble i rapporten brukt til å illustrere hvordan begrepet dybdelæring kunne operasjonaliseres i matematikkfaget. Begrepet dybdelæring leder i LK20 videre til de seks kjerneelementene i matematikk, der utforskende arbeid står sentralt (Utdanningsdirektoratet, 2020). De seks kjerneelementene er henholdsvis modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering, matematiske kunnskapsområder og (som tidligere nevnt) utforskning og problemløsning.

Under kjerneelementet utforskning og problemløsning formidles det at:

Utforskning i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene.

Når vi snakker om utforskning i denne oppgaven, tar vi utgangspunkt i samme definisjon som står beskrevet i kjerneelementet utforskning og problemløsning. Når det gjelder problemløsning ser vi på dette begrepet som svært nærliggende utforskende arbeid, ettersom utforskende arbeid og problemløsning ofte går hånd i hånd. Vi velger å ta utgangspunkt i kjerneelementets beskrivelse av problemløsning når vi benytter begrepet.

2.2 Offentlig skole

Den norske, offentlige grunnskolen er gratis og obligatorisk for barn i alderen 6 til 16 år (Utdanning, 2020). I Norge er det kommunene som har ansvaret for grunnskoleopplæringen, og denne opplæringen skal være gratis i tillegg til at elevene skal få nødvendige læremidler på skolen.

I opplæringsloven (1998, § 2-1) står det beskrevet slik:

Barn og unge har plikt til grunnskoleopplæring, og rett til ein offentleg grunnskoleopplæring i samsvar med denne lova og tilhøyrande forskrifter. Plikten kan ivaretaast gjennom offentleg grunnskoleopplæring eller gjennom anna, tilsvarende opplæring.

(Opplæringsloven, 1998)

Som vi ser er det presisert i den ovennevnte paragrafen at barn kan få opplæring gjennom annen tilstrekkelig opplæring, og i vårt tilfelle vil dette omhandle internasjonal skole med IB-program.

2.3 Internasjonal skole og IB-programmet

Den internasjonale skolen vi bruker som datakilde, er en friskole. Friskoler har sin egen lov, friskoleloven, som har som formål å "(...) medverke til at det kan opprettast og drivast frittstående skolar, slik at foreldre og elevar kan velje andre skolar enn dei offentlege, jf. menneskerettsloven § 2 nr. 2 (Friskolelova, 2003, § 1-1)". Det vil si at foreldrene selv søker sitt barn inn på en friskole om de ønsker, og skolen skal være åpen for å ta inn alle som oppfyller vilkårene for andre offentlige skoler i landet.

Som tidligere nevnt vil vi i vår studie se nærmere på undervisningspraksisen på en IB-skole. IB er en forkortelse for International Baccalaureate, og det finnes fire ulike programmer tilpasset ulike aldersgrupper. Organisasjonen for de ulike IB-programmene forklarer på sin hjemmeside at IB-programmet har som mål å fostre kritisk tenkning og etablere problemløsningsevner hos elevene, samt oppfordre til blant annet mangfold, nysgjerrighet og en sunn innstilling til læring (The International Baccalaureate, 2021b). Av de fire programmene er det MYP (Middle Years Programme) vi forholder oss til i vår forskning. Dette programmet er femårig og strekker seg over aldersgruppen 11-16 år. Det har som mål å utvikle elevens tillit til å styre egen læring og knytte forbindelser mellom læringen som foregår i klasserommet og i den virkelige verden. Elever som fullfører dette programmet skal ifølge IBO være godt rustet til å begynne på DP (IB Diploma) og CP (Career-Related Programme), som er to programmer egnet for de mellom 16 og 19 år som videre ønsker å følge et IB-program (The International Baccalaureate, 2021b).

2.4 Sosiokulturell læringsteori

Den russiske teoretikeren Lev Vygotsky (1896-1934) er kjent for sin sosiokulturelle teori. Ifølge Vygotskys teori er språket, nærmere bestemt talespråket, det viktigste redskapet en har for å tilegne seg kultur og felles kunnskaper (Imsen, 2020, s. 196-197). Vygotsky mener at læring kan forstås som en sosial prosess, ettersom det ikke foregår læring uten at individet står i et samspill med de sosiale omgivelsene. Imsen (2020, s. 191) forklarer hvordan læring kan forstås i relasjonen mellom individet og det sosiale og kulturelle feltet, hvor det kommer frem at sosialt fellesskap, kultur og språk danner grunnmuren i barns utvikling og læring.

Den proksimale utviklingssonen er et begrep som danner et viktig poeng i Vygotskys teori. Bråten (2005, s. 33) er en av flere som bruker begrepet *den nærmeste utviklingssonen* om den proksimale utviklingssonen. Den proksimale utviklingssonen belyser forskjellen på hva et barn kan klare alene, og hva det kan klare med hjelp og støtte fra en voksen eller andre med bredere kunnskap. Ifølge Bråten og Thurmann-Moe (2005, s. 123) dreier dette begrepet seg i stor grad om sosial samhandling som utgangspunkt for læring. Imsen (2020, s. 200) forklarer at ettersom utvikling beveger seg fra det sosiale til det individuelle, er et barn i stand til å utføre en handling i samspill med andre før det er i stand til å utføre den alene. Med andre ord lærer vi sammen med noen som kan mer enn oss selv, slik at vi kan utføre samme handling på et individuelt nivå i ettetid. Bråten (2005, s. 33) forklarer hvordan den proksimale utviklingssonen dreier seg om et samarbeid hvor man påvirker hverandre gjensidig, og hver part bidrar ut fra ens forutsetninger og premisser. Han tydeliggjør viktigheten av at enhver elev yter et personlig, unikt bidrag til en samarbeidsprosess, fremfor ensidig aktivitet fra lærerens side. Dette kan forstås som at eleven selv skal fungere som en aktiv agent i den pedagogiske prosessen.

I læreplanens overordnede del (Kunnskapsdepartementet, 2017b) legges det vekt på at elevene skal samarbeide. Det kommer her frem at lærere skal fremme samarbeid som gir elevene mot og trygghet til å ytre egne meninger, i tillegg skjer *danning* når elevene arbeider på egenhånd, og når de samarbeider med andre. Elevene skal også få mer erfaring i å uttrykke seg språklig, og i læreplanens overordnede del trekkes det frem at dialog står sentralt i sosial læring (Kunnskapsdepartementet, 2017b). Det finnes flere måter en lærer kan trene elevene sine i samarbeid og det å uttrykke seg språklig, men det er viktig å understreke at ikke alle disse bygger på Vygotskys teori om utvikling. For Vygotsky var det klart at bare en voksen,

eller en annen person som kan mer, kan fungere som en medierende hjelper for eleven (Imsen, 2020, s. 201).

Vygotskys teori knyttes stadig til begrepet mediering, som innebærer at språklige tegn trekkes inn i forholdet mellom stimulering og handling. Imsen (2020, s. 198) forklarer at mediering kan utnyttes i pedagogisk sammenheng, for eksempel i forbindelse med begrepstrening.

Imsen (2020, s. 201) forklarer også at dersom to elever som kan like mye, sitter sammen og samarbeider om å finne en løsning, er ikke dette mediering, men samarbeidslæring.

Vygotskys syn på mediering kan derimot knyttes til tavleundervisning, så lenge det foreligger et tankesamarbeid mellom læreren og eleven. Dette innebærer at læreren må forstå elevens nivå og sette seg inn i elevens tanker. Denne medieringen kan foregå både på elevnivå, i grupper og i en klasse som en helhet. Mediering dreier seg altså om overføring av strategier fra sosial samhandling til det enkelte individ, og ifølge Bråten og Thurmann-Moe (2005, s. 127) var Vygotsky blant de første som gjorde mediert læring til et utgangspunkt for pedagogisk praksis.

2.5 Tradisjonell matematikkundervisning

Alrø og Skovsmose (2006, s. 110) forklarer tradisjonell matematikkundervisning som en undervisningsform hvor tavleundervisning og løsning av rutineoppgaver dominerer. Læreren starter sin undervisning med å presentere nytt lærestoff til elevene, og normalt følges det som står i læreboken. Det nye lærestoffet kan for eksempel bestå av et matematisk tema, prosedyrer eller algoritmer. Deretter løser elevene utvalgte matematikkoppgaver med hjelp av lærestoffet læreren har presentert, samtidig som læreren går rundt og veileder og kontrollerer om oppgavene er løst riktig. Tradisjonell matematikkundervisning som går frem på denne måten defineres av Alrø og Skovsmose (2006, s. 110) som et oppgaveparadigme, hvor hovedfokus ligger på oppgaver, oppgaveløsning og korrigerende av feil som kan oppstå i elevenes løsninger. Det finnes ofte kun ett riktig svar på de matematiske spørsmålene. I oppgaveparadigmet er ofte bruk av læreboka dominerende, og ifølge Wæge (2007, s. 1) dominerer læreboka så mye at undervisningen kan kalles lærebok- og oppgavesentrert.

Alrø og Skovsmose (2003, s. 123) viser til at oppgaveparadigmet passer med det Stieg Mellin-Olsen (1996) beskriver som oppgavediskurs. Mellin-Olsen (1990, s. 47 sitert i Larsen, Hein & Wedege, 2006, s. 9) beskriver oppgavediskursen som et språk og en praksis som

læreren utøver, med tilknytning til institusjonen (skolen) og til matematikkundervisningens tradisjon. I oppgavediskursen arbeider man med oppgavesett som har bestemte kjennetegn, og oppgavene leder til neste oppgave eller til neste emne i boka og inviterer ikke til at elevene selv skal formulere problemstillinger. Larsen et al. (2006, s. 10) forklarer at undervisning ut fra oppgavesett plasserer elevene ut fra hvem som er raskest til å regne. Allerede på småtrinnet konkurreres det om hvem som er «raskest», og oppmerksomheten ligger mer på om oppgavebesvarelser er riktig, fremfor om man har forstått hva oppgaven går ut på.

Et annet kjennetegn med oppgavediskursen er at den kan skape differensieringsproblemer ettersom elevene ofte er på forskjellige steder i oppgavesettet, og at det da blir vanskelig for læreren å henvende seg faglig til klassen som en helhet. Larsen et al. (2006, s. 10) understreker at hvor elevene er i oppgavesettet ikke nødvendigvis er et uttrykk for regneforståelsen, men kanskje mer for hvor grundig elevene gjør oppgavene.

Opgavediskursen legger stor vekt på elevens regneferdigheter, noe som kan virke ekskluderende for svake eller langsomme elever i matematikkfaget. I følge Mellin-Olsen (1990, s. 52 sitert i Larsen et al. 2006, s. 10) oppstår det også problemer når elevene skal forholde seg til tekstoppaver da de ofte spør læreren om hjelp før de har satt seg inn i problemstillingen.

Boaler (2015) beskriver hvordan en tradisjonell tilnærming i matematikkundervisning viser seg i England. Boaler (2015, s. 58) sin beskrivelse er at undervisningen begynner med at læreren gir tavleundervisning hvor matematiske metoder presenteres for elevene, før de arbeider i læreboka. Hennes beskrivelse har mange fellestrekk med Alrø og Skovsmose (2006) sin beskrivelse av oppgaveparadigmet. I tillegg beskriver Boaler (2015, s. 59) at undervisningen er preget av individuelle oppgaver, der kunnskap reproduseres i ensomhet.

Boaler (2015, s. 46) skriver om hva som går galt i klasserommet og formidler at lærebøkene er fulle av meningsløse kontekster der de heller burde gitt elevene realistiske situasjoner som kan analyseres. Videre sier Boaler (2015, s. 47) at en effekt av dette er at elevene får redusert interesse for emnet siden det er mystisk og lite virkelighetsnært. En annen effekt hun nevner er at elevene venner seg til å ignorere konteksten og kun bruker tallene som er gitt i oppgaven, en strategi som ikke kan knyttes til en situasjon i virkeligheten. Hun argumenterer så for at kontekstoppaver i matematikk må være realistiske og øke elevenes interesse, eller få de til å

modellere et matematisk begrep (Boaler, 2015, s. 47). Mellin Olsen (1984, sitert i Lossius, 2007, s. 8) mener også at oppgavestyrte matematikkundervisning kan ha en uheldig effekt ettersom elevene ikke tenker over hva som står i oppgaveteksten. Han mener at det viktigste for elevene er å få rett svar, og at det eleven faktisk svarer på, altså innholdet i oppgaven, kommer i andre rekke.

2.6 Utforskende matematikkundervisning

I litteraturen finnes det flere ulike benevnelser på utforskende undervisning og utforskende arbeid i matematikkfaget, både på norsk og engelsk. I engelskspråklig litteratur finner man ofte betegnelser som *inquiry-based teaching* og *inquiry-oriented mathematics learning*. På norsk brukes begrepene *undersøkende-* og *utforskende matematikk* om hverandre. Vi har valgt å bruke utforskende matematikk ettersom det er denne benevnelsen som benyttes blant annet i LK20.

Utforskende undervisning beskrives av Artigue og Blomhøj (2013) som en undervisningsform hvor elevene inviteres til å arbeide likt som matematikere og forskere. Begrepet utforskning brukes både innen utdanning og dagliglivet for å referere til å søke forklaringer eller informasjon ved å stille spørsmål (Harlen, 2013, s. 12). Harlen (2013) mener også at det å lære matematikk gjennom utforskning kan tjene individuelle elevers personlige interesser og være til nytte for samfunnet. Han skriver at “For elever som enkeltpersoner gjør det dem i stand til å utvikle forståelsen, resonnementskreftene og holdningene som hjelper dem til å leve fysiske og følelsesmessige sunne og givende liv” (Harlen, 2013, s. 11). Med andre ord kan en utforskende tilnærming bidra til fordeler for eleven både når det kommer til faglig forståelse og det fysiske livet generelt. Harlen (2013, s. 31) konkluderer i sin artikkel med at utforskende undervisning og læring har potensiale til å motvirke mangel på interesse blant annet i matematikkfaget.

Utforskende undervisning og problemløsning er, som tidligere nevnt, to begreper som ofte går hånd i hånd. Ifølge Stedøy (2018, s. 3) skal elever gjennom utforskende undervisning utforske og undersøke en matematisk problemstilling. Hun forklarer videre at elever innenfor utforskende arbeid skal planlegge løsningsmetoder, forklare og begrunne løsningene, og oppmuntres til å stille nye spørsmål som de skal prøve å finne svar på. Utforskende undervisning skiller seg fra undervisning basert på et oppgaveparadigme, der elevene lærer

hvordan de skal løse oppgaven, men ikke hvorfor metoden virker. Stedøy (2018) skriver også at utforskende arbeid stimulerer til matematisk tenking og kritisk refleksjon, og at elevene ut fra dette kan utvikle begrepsmessig forståelse. Gjennom det utforskende arbeidet oppmuntres elevene til å generalisere og til å se sammenhenger i matematikkfaget, formidler Stedøy (2018, s. 3).

Som en motsetning til tradisjonell matematikkundervisning og oppgaveparadigmet, presenterer Skovsmose (2001, s. 123) undersøkelseslandskap. Han beskriver undersøkelseslandskap som «Et landskap som støtter undersøkende arbeid» (Skovsmose, 2001, s.123). I et slikt landskap inviterer læreren elevene til å delta i prosesser som innebærer utforskning og forklaring. Dette gjøres ved at lærer presenterer et tema eller et problem. Det er så opp til elevene å ta eierskap til prosessen og finne ut av hvordan de ønsker å løse problemet. Alrø og Skovsmose (2006, s. 113) understreker at elevene må inviteres med og godta invitasjonen for at det skal være et ekte undersøkelseslandskap. Videre forklarer Alrø og Skovsmose (2006, s. 116) at mesteparten av tiden går til at elevene engasjerer seg i utforskning og bringer prosessen fremover, men når de derimot står fast skal læreren utfordre elevene til å finne andre veier.

Alrø og Skovsmose (2006) hevder at et undersøkelseslandskap fører til læringsaktiviteter som er blant annet likeverdige, uforutsigbare og undersøkende. I tillegg forklarer de at oppgavene innenfor et slikt landskap er åpne og ikke baseres på en korrekt løsningsmetode, eller ett korrekt svar. Skovsmose (2001, s. 123) mener at dersom man klarer å bevege seg mer i retning av undersøkelseslandskap kan dette bidra til å forlate den tradisjonelle matematikkundervisningen og gjøre elevene til mer aktive deltakere i egne læringsprosesser.

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelseslandskap
Referanser til «ren» matematikk	(1) Rene taloppgaver	(2) På let etter mønster og systemer i tall
Semi-referanser til «virkeligheten»	(3) Tekstoppgaver	(4) Problemløsningsoppgaver
Reelle referanser	(5) Reelle tallopplysninger	(6) Prosjektoppgaver med reelle problemstillinger

Figur 1: Egenprodusert illustrasjon av læringsmiljøene til Skovsmose (2001, s. 126).

Skovsmose (2001) illustrerer skillet mellom oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet i en matrise med to kolonner, slik som illustrert i figur 1. Skovsmose (2001) formidler at det innenfor de to undervisningsformene kan arbeides med ren matematikk, matematikk fra en semi-virkelighet og matematikk med utgangspunkt i virkeligheten. Oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskap gir til sammen seks ulike typer læringsmiljøer, hvorav miljø 1, 3 og 5 befinner seg innenfor oppgaveparadigmet (se figur 1). Videre befinner læringsmiljøene 2, 4 og 6 seg innenfor undersøkelseslandskap.

Læringsmiljø (1) domineres av rene taloppgaver som ikke er satt sammen med en konstruert eller reell virkelighet, og ofte finnes det en fasit tilknyttet oppgavene. Læringsmiljø (2) karakteriseres som et undersøkelseslandskap, og i likhet med (1) henter også dette læringsmiljøet sine referanser fra ren matematikk. Oppgavene innenfor dette læringsmiljøet er ifølge Skovsmose (2001) knyttet til tall og geometriske figurer, og er ikke satt inn i en kontekst. Læringsmiljø (3) plasseres innenfor oppgaveparadigmet, og henter sine referanser fra en semi-virkelighet, altså en konstruert virkelighet. Oppgavene er ofte tekstoppgaver som bygges opp rundt en fiktiv historie.

Videre har vi læringsmiljø (4), som i likhet med miljø (3) inneholder referanser til en konstruert virkelighet. Skovsmose (2001) forklarer at elevene i læringsmiljø (4) inviteres til å utforske og komme med forklaringer, via en konstruert virkelighet. Et eksempel på en oppgave her kan være at læreren formidler en historie som elevene skal sette seg inn i, hvor historien blir rammen for undervisningen. Videre skal elevene, i samarbeid med læreren,

konstruere en fiktiv virkelighet hvor det oppstår utfordringer som elevene inviteres til å finne en løsning på.

Læringsmiljø (5) baseres på matematikk med utgangspunkt i virkeligheten, og inneholder oppgaver som er bygget opp rundt virkelighetsnære situasjoner. Skovsmose (2001) gir et eksempel på en oppgave innenfor dette læringsmiljøet: «For eksempel kan tall om arbeidsledighet presenteres som en del av oppgaven, og basert på tallene kan det stilles spørsmål om nedgang eller økning av sysselsetting, hvor det kan gjøres sammenlikninger mellom for eksempel ulike tidsperioder og ulike land». Elevenes arbeid styres altså av de oppgaver og spørsmål læreren gir.

Det siste læringsmiljøet, miljø (6), baseres også på matematikk med utgangspunkt i virkeligheten, men innenfor dette læringsmiljøet styrer ikke læreren arbeidet til elevene. Skovsmose (2001) forklarer at læringsmiljø (6) er et undersøkelseslandskap med reelle referanser til virkeligheten, hvor prosjektarbeid er en vanlig arbeidsform. Han viser til et eksempel på arbeid innenfor dette læringsmiljøet, hvor elever utforsker energibruk på en eksisterende gård, og gjør utregninger knyttet til jordbruket. Under arbeidet fungerer læreren som en veileder, som bidrar til at nye diskusjoner dukker opp og elevene kritisk må vurdere egne fremgangsmåter og påliteligheten ved disse. Når et slikt prosjekt pågår, kan lærebøkene hvilke trygt i et hjørne av klasserommet (Skovsmose, 2001). Læringsmiljø (6) kjennetegnes ved at elevene inviteres inn i et prosjektarbeid hvor de utforsker ut fra egne erfaringer, nysgjerrighet og interesse. Dette undersøkelseslandskapet kan sees i sammenheng med Wæges (2007, s. 51) påstand om at undersøkende matematikkundervisning handler om mer enn bare å finne et riktig svar.

Det er tydelig at læringsmiljøene innenfor utforskende landskap skiller seg fra tradisjonell undervisning i matematikk, ettersom arbeidsformen bygges opp veldig ulikt fra oppgaveparadigmet. Blomhøj (2016, s. 152) mener at undersøkende undervisning kan sees på som en motpol til tradisjonell undervisning. Dette begrunner han blant annet med at bøker, metoder presentert av lærer og arbeid med oppgaver innenfor et bestemt tema, er aspekter som dominerer tradisjonell undervisning.

2.6.1 SUM-prosjektet

Når en snakker om utforskende matematikkundervisning i en norsk kontekst, er det hensiktsmessig å trekke frem SUM-prosjektet ved UiT - Norges arktiske universitet. SUM (Sammenheng gjennom undersøkende undervisning) er et fire år langt forskningsprosjekt, som ser på hvordan man kan benytte seg av undersøkende matematikkundervisning spesielt ved overganger innad i skolesystemet for å øke elevers motivasjon og læring. Overgangene det tas utgangspunkt i starter i barnehagen, går så videre til småtrinnet, mellomtrinnet, ungdomsskolen, videregående og deretter universitet. Blomhøj og Haavold (in press) forklarer at de i studien har hatt fokus på sammenheng, og ved å benytte seg av Jaworski (2004) sine tre nivåer av undersøkende undervisning, håper de å kunne opprettholde sammenhengen i overgangene i skolen.

Jaworski (2004) forklarer at hun ser utforskning i form av tre nivåer (egen oversettelse); utforskning i matematikk, utforskning i matematikkundervisning og forskning om utforskning som resulterer i utvikling av den matematiske undervisningspraksisen. Blomhøj og Haavold (in press) skriver at de på nivå 1, hvor det handler om utforskning i matematikk, ser på elevenes motivasjon og aktiviteter i den matematiske læringsprosessen. Her fokuseres det på hvordan elevene gir mening til matematikken og hvordan de utvikler en dyp forståelse. På nivå 2 ser Blomhøj og Haavold (in press) på sammenhengen mellom lærerens undervisningspraksis, og deres kunnskap om utforskende undervisning i matematikk med utfordringer elevene kan ha generelt i skoleløpet, og i overgangsfaser innad i skolesystemet. Målet med denne studien er at lærere skal kunne utvikle både matematisk og didaktisk kunnskap gjennom bruk av utforskning, for å kunne benytte seg av dette i undervisningssammenheng. Videre skriver de om nivå 3 at fokuset er sammenhengen mellom utviklingen av lærerpraksis og forskning på matematikkundervisning. Schön, sitert i Blomhøj og Haavold, (in press) viser til at en stor andel av lærere opplever at det er et sprik mellom teori og praksis.

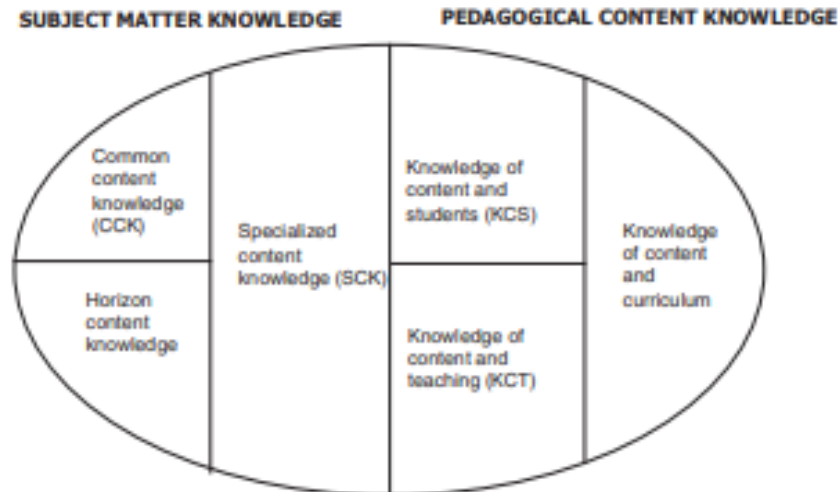
Det Blomhøj og Haavold (in press) trekker frem som sine funn dreier seg i all hovedsak om overgangen fra videregående skole til universitetsnivå. Ett av deres funn viser at lærerne synes det var vanskelig å utforme egne utforskende oppgaver fordi de selv uttrykte at de hadde lite erfaring med slike oppgaver fra før av. Et annet funn dreier seg om at lærerne synes det var vanskelig å gi kontrollen til elevene og la de utforske på egen hånd. Wæge (2007, s.

211) viser til egne resultater relatert til autonomi i klasserommet, hvor hun påpeker at når elevene tar med av kontrollen i klasserommet vil de i større grad lage egne løsningsstrategier og regler, og på denne måten øke den relasjonelle forståelsen og deres egen følelse av kompetanse. I tillegg synes lærerne det var vanskelig å la elevene arbeide alene med oppgavene uten å skulle korrigere de underveis i arbeidet. Blomhøj og Haavold (in press) viser også til en annen utfordring hvor spriket mellom kunnskapsnivået hos elevene var stort, hvor noen elever løste oppgavene raskt mens andre strevde tidlig i prosessen.

2.6.2 Lærerkompetanse i matematikk

Ball, Thames og Phelps (2008) påpeker at den matematiske kunnskapen som trengs for å undervise er flerdimensjonal. Ball et al. (2008) baserer seg på Shulman (1986) sin artikkel hvor han presenterer tre begreper som omhandler ulike områder av lærerkunnskap. Shulman (1986) så på forskjellene mellom lærerkunnskap på 1870-tallet da kunnskap om faginnhold var større vektlagt, og lærerkunnskap på 1980-tallet da fagpedagogikken sto sterkere. På bakgrunn av dette påpeker Shulman (1986) at behovet for et sammenhengende teoretisk rammeverk som omhandler lærerkunnskap var økende. Shulman (1986) presenterer så tre underkategorier av innholdskunnskap (vår oversettelse); *subject matter content knowledge* (kunnskap om emnet), *pedagogical content knowledge* (pedagogisk innholdskunnskap) og *curricular knowledge* (kunnskap om læreplanen). Ut fra disse begrepene så Ball et al. (2008) på ulike matematiske oppgaver som dukket opp i matematikkundervisningen, og hvilke kunnskaper lærerne måtte inneha for å kunne mestre disse. Med utgangspunkt i funnene fra denne studien, utviklet Ball et al. (2008) et rammeverk som baserte seg på praktisk teori om lærerkompetanse.

Rammeverket til Ball et al. (2008) tar utgangspunkt i Shulman (1986) sine to begreper *subject matter knowledge* og *pedagogical content knowledge*. Disse to begrepene har deretter fått tre underkategorier hver, hvor den siste av Shulman (1986) sine begreper, *curriculum knowledge*, har fått plass helt til høyre under pedagogisk innholdskunnskap.



Figur 2: Lærerkompetanse i matematikk (Ball et al., 2008, s. 403).

Common content knowledge (CCK)

Ball et al. (2008) beskriver innholdet i CCK som matematisk allmennkunnskap, altså kunnskap som alle aktive deltakere i samfunnet trenger. For at læreren skal være i stand til å løse oppgaver som blir gitt til elevene, i tillegg til å være kunnskapsrik nok til å kunne gjenkjenne feil i deres oppgaveløsning, er lærerkunnskap innen CCK avgjørende. Denne typen kunnskap er med andre ord bredere enn det som skjer i klasserommet.

Specialized content knowledge (SCK)

Denne kategorien handler om den matematiske kunnskapen som er særlig relevant for læreryrket. Ball et al. (2008) påpeker at denne typen kunnskap typisk ikke har andre nytteområder enn i undervisningssammenheng. Sammen med CCK og HCK (se under) faller SCK under det som i modellen kalles for pure *subject matter knowledge*. Dette er kunnskaper som kun omhandler selve matematikken en skal undervise i, eller som elevene på et eller annet tidspunkt skal lære. Dette blir påvirket av kunnskapen en har om pedagogikk eller elevene.

Horizon content knowledge (HCK)

Ball et al. (2008) skriver at denne kategorien handler om å ha en type horisontkunnskap som blant annet inkluderer hvordan lærestoffet til de ulike årstrinnene henger sammen. Den

handler blant annet om hvordan den matematikken du lærer dine elever, henger sammen med det de skal lære senere i utdanningsløpet.

Knowledge of content and students (KCS)

KCS dreier seg om at lærer kombinerer kunnskapen om elevene og kunnskapen om matematikken. Ball et al. (2008) påpeker at denne kategorien handler om å kunne forutse hva som motiverer elevene, og hva de synes er interessant, i tillegg til å kunne forutse hva de vil finne forvirrende eller vanskelig. Det vil si at du som lærer har nok kunnskap om alle elementene som er nevnt, og handler ut fra egen kompetanse og kunnskap.

Knowledge of content and teaching (KCT)

Kategorien innebærer å ha kunnskap både om undervisning og matematikk. Dette forklarer Ball et al. (2008) med et eksempel som handler om at læreren velger ut hvilket matematisk stoff som skal presenteres og undervises i klasserommet som en introduksjon, og hvilket stoff som skal gi elevene en større forståelse. Videre forklarer Ball et al. (2008) at slikt arbeid krever spesifikk matematisk forståelse, i tillegg til en forståelse av det pedagogiske som gagnar elevene.

Knowledge of content and curriculum

Denne kategorien er først og fremst et av Shulman (1986) sine tre begreper, som Ball et al. (2008) har valgt å plassere som en underkategori innenfor pedagogical content knowledge. Ifølge Ball et al. (2008) handler underkategorien om å ha kunnskap om pensumet til de ulike trinnene og hvordan man måler tilhørende kompetanse. I følge Shulman (1986) handler kategorien i tillegg om å kunne knytte matematikkundervisningen til noe som samtidig blir undervist i andre fag, og at en har kjennskap til det innholdet som har vært undervist og som skal bli undervist gjennom skolegangen.

2.7 Matematisk kompetanse hos elever

Skemp (1976) forklarer at det finnes to måter å se på ordet *forståelse* (understanding) på. Relasjonell forståelse (relational understanding) og instrumentell forståelse (instrumental understanding). Skemp (1976) formidler instrumentell forståelse som *rules without reason*, at man benytter seg av algoritmer uten at man forstår hvorfor de fungerer slik de gjør, i

motsetning til relasjonell forståelse som handler om at man vet hva man skal gjøre og hvorfor. Han forklarer videre at disse måtene å forstå matematikk på er så forskjellige at man bør se på de som to ulike typer matematikk (Skemp, 1976).

To begreper som kan sees på i sammenheng med Skemps begreper relasjonell og instrumentell kunnskap, er begrepene konseptuell kunnskap (conceptual knowledge) og prosedyrekunnskap (procedural knowledge) som benyttes av Hiebert og Lefevre (1986). Konseptuell kunnskap beskrives som et nettverk av kunnskap, som gjør det mulig å koble ny informasjon til eksisterende kunnskap (Hiebert og Lefevre, 1986). Denne definisjonen har mange likhetstrekk med begrepet relasjonell forståelse fra Skemp (1976), fordi begge begrepene innebærer at man tilegner seg en dypere forståelse.

Prosedyekunnskap kan sees i sammenheng med den instrumentelle forståelsen Skemp (1976) beskriver, ettersom Hiebert og Lefevre (1986) forklarer prosedyrekunnskap som en type kunnskap som baserer seg på algoritmer, symboler og regler for å løse matematiske oppgaver. Denne beskriver noe som kan minne om instrumentell forståelse. Videre forklarer Hiebert og Lefevre (1986) at konseptuell og prosedyrekunnskap bør sees i sammenheng, i motsetning til Skemp (1976) som mener at begrepene relasjonell- og instrumentell forståelse er to ulike måter å forstå matematikk på. Et argument for å se den konseptuelle kunnskapen i sammenheng med prosedyrekunnskapen, er fordi prosedyrekunnskapen gir et formelt språk og en rekke av handlinger som vil heve både nivået og anvendeligheten av den konseptuelle kunnskapen man innehar (Hiebert og Lefevre, 1986).

2.7.1 Rammeverket til Kilpatrick et al.

Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) presenterer sin definisjon av *mathematical proficiency* (oversatt til *matematisk kompetanse*), og de benytter i den forbindelse sitt eget rammeverk som viser fem kognitive endringer hos elever som de mener burde ligge til grunn for å lære matematikk på en god måte.

Disse fem er (vår oversettelse): *Konseptuell forståelse* (conceptual understanding), *prosedyreflyt* (procedural fluency), *strategisk kompetanse* (strategic competence), *adaptiv resonnering* (adaptive reasoning) og *produktiv oppfatning* (productive disposition). Kilpatrick

et al. (2001) påpeker at man trenger alle elementene for å oppnå matematisk kompetanse, det holder ikke å konsentrere seg om kun ett eller to elementer.

Konseptuell forståelse handler om å kunne knytte ny kunnskap sammen med tidligere erfart kunnskap. Det innebærer å ha en god nok forståelse til å vite hva man gjør og hvorfor det fungerer. På grunnlag av dette vil matematikken være enklere både å huske og anvende. Kilpatrick et al. (2001) sin definisjon av begrepet konseptuell forståelse sammenfaller med måten Hiebert og Lefevre (1986) har valgt å definere det på. Konseptuell forståelse handler også om å være i stand til å representere matematiske situasjoner på ulike måter, og vite hvilke prosedyrer som kreves.

Prosedyreflyt baserer seg på at man har kunnskap om matematiske prosedyrer, og at man vet når og hvor man anvender de. I tillegg legges det vekt på at man utfører disse prosedyrene på en korrekt og effektiv måte. Kilpatrick et al. (2001) påpeker at det er en sammenheng mellom konseptuell forståelse og prosedyreflyt. God konseptuell forståelse bidrar til å lære prosedyrer enklere, terskelen blir større for å gjøre feil og man minsker sjansen for å glemme. I noen tilfeller vil det også være lettere å benytte seg av prosedyrer for å styrke og utvikle forståelsen av matematiske begreper. Det kan i tillegg gå andre veien, at prosedyreflyt kan være en god start på veien mot konseptuell forståelse. Om en tilegner seg prosedyrekunnskap eller konseptuell kunnskap først, har dermed svært lite å si.

Strategisk kompetanse bygger på at man har evnen til å formulere matematiske problemer, representere de og deretter løse de (Kilpatrick, 2001). Kilpatrick et al. (2001) beskriver videre at dette kan minne om problemløsning på grunn av at man i ukjente situasjoner må kunne formulere det om til noe gjenkjennbart, og deretter finne en måte å presentere det matematisk slik at man kan løse problemet. Videre blir problemløsningsoppgaver forklart som «nonroutine problems», et problem man ikke har en oppskrift for å løse. Med andre ord behøver man strategisk kompetanse om man skal bli en god problemløser.

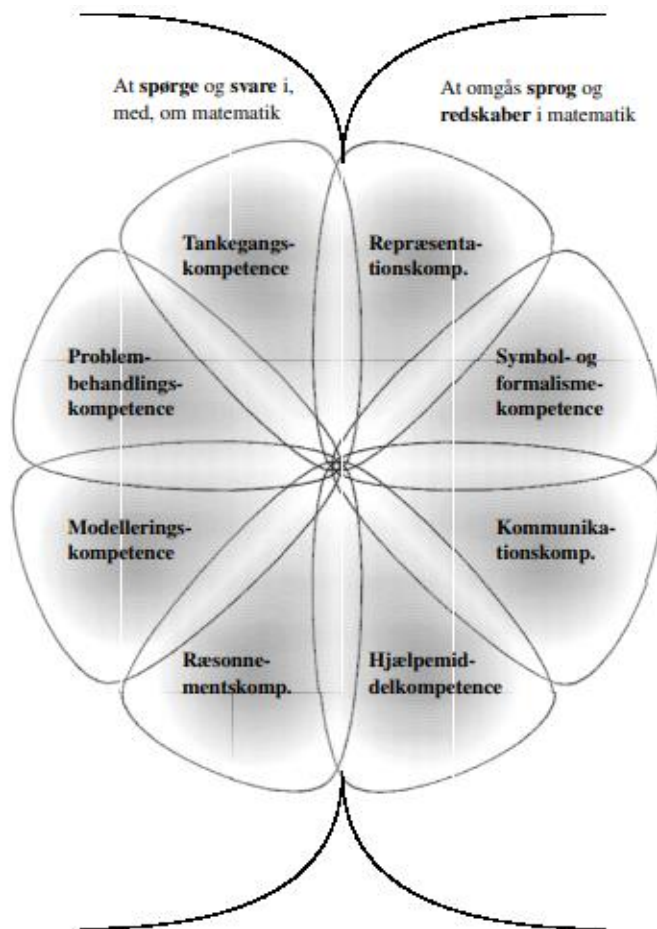
Adaptiv resonnering er å kunne tenke logisk, reflektere, forklare og begrunne. Det legges vekt på at man skal kunne resonnerer seg fram til hvilke metoder man burde benytte seg av i ulike matematiske situasjoner, og forklare framgangsmåten. Kilpatrick et al. (2001) viser til at adaptiv resonnering kommer til nytte når man navigerer seg gjennom fakta, prosedyrer, konsepter og løsningsmetoder og finner ut at de alle har en sammenheng med hverandre.

Produktiv oppfatning handler om at man ser på matematikk som noe logisk og nyttig, og at man oppfatter seg selv som en effektiv tilegner og utøver. Kilpatrick et al. (2001) forklarer at å utvikle en produktiv oppfatning krever at man ser hvordan det kan gagne en å ha utholdenhet og hvor stor belønningen blir om man klarer å gi mening til matematikkarbeidet. Begrepet kan dermed forstås som hvilken oppfatning av matematikk som gagnar enkeltpersonen i arbeidet sitt.

Begrepene konseptuell forståelse og prosedyreflyt fra rammeverket til Kilpatrick et al. (2001) kan dermed sees i sammenheng med Hiebert og Lefevre (1986) og Skemp (1976) sine begreper som omhandler mye av det samme. Det Kilpatrick et al. (2001) mener, i likhet med Hiebert og Lefevre (1986), er at ulike komponenter må sees i sammenheng for å oppnå god matematisk kompetanse. Kilpatrick et al. (2001) mener imidlertid til at det skal mer enn konseptuell forståelse og prosedyreflyt til, og bygger dermed videre på måtene både Skemp (1976) og Hiebert og Lefevre (1986) forklarer matematisk forståelse og kompetanse på.

2.7.2 KOM-prosjektet

Kompetencer og Matematikklæring (forkortet KOM) hadde som mål å inspirere til utvikling i matematikkundervisning, med fokus på kompetansebasert forståelse. Niss og Jensen (2002) presenterer matematisk kompetanse gjennom åtte deler som til sammen utgjør en fullstendig matematisk kompetanse.



Figur 3: Åtte delkompetanser i matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002, s. 45).

Niss og Jensen (2002, s. 44) påpeker at disse åtte begrepene er delt inn i to ulike grupper. De fire første begrepene som ligger plassert til venstre i figur 3, handler om å kunne spørre og svare innenfor matematikk, mens de fire siste begrepene handler om å kunne håndtere språket og redskapene i matematikk. Niss og Højgaard (2019) publiserte imidlertid en artikkel i 2019 hvor de kommenterte deres tidligere utgivelse, og påpekte at det var på tide å ta en ny titt på disse begrepene om kompetanse for å gi en oppdatert versjon av rammeverket. De kommenterer hvert av de åtte begrepene med oppdaterte forklaringer, med hensyn til at det i senere tid har blitt større oppmerksomhet rundt konseptuell forståelse i matematikkundervisningen. For å forklare disse åtte begrepene vil vi ta utgangspunkt i Niss og Jensen (2002), men fyller på med oppdatert informasjon fra Niss og Højgaard (2019).

Tankegangskompetanse handler om å kunne utøve matematisk tankegang, hvor eleven kan stille relevante matematiske spørsmål i tillegg til å ha innsikt i hvilke svar som forventes.

Denne kompetansen består også av at eleven har kjennskap til matematiske begreper og kan

skille mellom ulike påstander. Niss og Højgaard (2019) legger senere ekstra vekt på det å kunne delta i matematisk utforskning som en del av denne kompetansen. Niss og Jensen (2002, s. 48) viser eksempler på spørsmål som er typiske innenfor matematikk, og noen av disse er «Finnes det ...?» og «Kan det tenkes at ...». Videre viser de til hvilke svar som er passende til slike spørsmål, og det kan være «Ja, fordi ...» og «Det gjelder ... hvis og kun hvis ...».

Problembehandlingskompetanse dreier seg om å kunne formulere og løse matematiske problemer. Her må elevene kunne formulere, analysere og presisere ulike matematiske problemer, i tillegg til å kunne løse de, gjerne på forskjellige måter. Niss og Jensen (2002, s. 49) forklarer at slike problemer kan være både åpne, lukket, rene eller anvendte.

Problembehandlingskompetanse kan til forvirring være ganske likt begrepet *modelleringskompetanse*. Niss og Højgaard (2019) endrer dermed i senere tid ordlyden i forklaringen av *problembehandlingskompetanse* ved å vektlegge det strategiske aspektet av problemløsning. Endringen fremmer at kun problemer som allerede er i en matematisk form inngår i denne kompetansen, mens prosessen av å utforme matematiske problemer av andre situasjoner og kontekster faller inn under det neste begrepet om modellering.

Modelleringskompetanse er å kunne utforme matematiske modeller i tillegg til å kunne tolke, analysere og bedømme de. Dette vil si at elevene kan oversette en situasjon eller hendelse til matematikk, lage modeller på dette, og deretter løse de. Niss og Jensen (2002, s. 53) viser til eksempler på modelleringskompetanse, disse dreier seg blant annet om en undersøkelse på hva det koster å prate i mobiltelefonen og en undersøkelse på hvordan grunnplanet på et hus kan se ut om arealet er 120m^2 . Niss og Højgaard (2019) oppdaterer forklaringen av denne kategorien med å si at problembehandlingskompetanse og modelleringskompetanse henger sammen. Dette gjelder derimot kun i situasjoner hvor en håndterer matematiske problemer som har oppstått i den matematiske delen av modelleringsprosessen.

Resonneringskompetanse går ifølge Niss og Jensen (2002, s.54) ut på at eleven kan følge og deretter bedømme et matematisk resonnement. Spesielt dreier det seg om å forstå hva et matematisk bevis er og hvordan det skiller seg fra andre former for matematiske resonnementer. Det vil si at eleven må kunne vite når et matematisk resonnement er et bevis, og når det ikke er det. I tillegg innebærer kompetansen at eleven selv kan utforme gyldige

bevis basert på egne resonnementer. Niss og Højgaards (2019) oppdaterte kommentar viser til at begrepet i større grad handler om å kunne bruke resonnering som begrunnelse, i stedet for å fokusere på ulike måter å resonnerer på, slik det har vært gjort tidligere.

Representasjonskompetanse er det første begrepet i den andre gruppen, som omhandler å håndtere språk og redskaper i matematikk. Niss og Jensen (2002, s. 56) forklarer at *representasjonskompetanse* går ut på at eleven forstår og kan benytte seg av ulike representasjoner når det gjelder matematiske problemer, situasjoner eller fenomener. Elevene skal her ha kjennskap til ulike representasjonsformer slik at de har kompetansen til å velge hvilke som passer til problemet, i henhold til formålet og situasjonen. Eksempler på slike representasjoner er symboler, materiale, tabeller og diagrammer. Niss og Højgaard (2019) fremhever at denne kategorien handler om at eleven har kunnskap om et vidt spekter av representasjoner, i motsetning til de tre neste begrepene som omhandler hvert sitt representasjonsområde.

Det første representasjonsområdet er *symbol- og formalitetskompetanse*. Det handler om at elevene kan avkode og oversette symbolspråk til naturlig språk, og omvendt. I tillegg skal de kunne behandle og anvende utsagn og uttrykk som er vist ved symboler, altså formler. Niss og Jensen (2002, s. 58) viser noen eksempler på dette, blant annet at eleven skal kunne forstå at 406 står for fire hundredeler, ingen tiere og seks enere. Et annet eksempel viser til at eleven skal kunne forstå at $5 \cdot (3+4)$ ikke er det samme som $5 \cdot 3+4$.

Videre forklarer Niss og Jensen (2002, s. 60) det andre representasjonsområdet, som er *kommunikasjonskompetanse*. Denne kompetansen baserer seg på å kunne sette seg inn i og fortolke andres skriftlige, muntlige, eller visuelle matematiske utsagn og tekster. En skal også kunne uttrykke seg selv på ulike måter om matematiske temaer både skriftlig og muntlig, men også visuelt. Kompetansen handler altså om å kunne kommunisere om, med og i matematikken.

Hjelpemiddelkompetanse, som er det siste av de åtte begrepene, dreier seg om å ha kjennskap til hvilke matematiske redskaper som finnes, og deres egenskaper. I tillegg går det ut på å vite når og hvor det er hensiktsmessig å benytte seg av disse redskapene. Eksempler på slike redskaper er kalkulator, GeoGebra, Excel og linjal.

Niss og Højgaard (2019) sier videre i sin artikkel at alle de åtte begrepene er klare og tydelige hver for seg, men at de overlapper hverandre. Begrepenes sammenheng står sterkt hos Niss og Højgaard (2019), i likhet med begrepene til Hiebert og Lefevre (1986) og Kilpatrick et al. (2001). Et fellestrekk hos alle er at hver type kompetanse eller forståelse har noe eget som skiller seg fra de andre, likevel vil de andre kunne være til nytte, avhengig av situasjonen.

2.8 Tidligere forskning relatert til utforskning i matematikk

2.8.1 Utforskende undervisning versus tradisjonell

Cobb et al. (1991) studerte 10 klasser på andre trinn i ett år, med fokus på utforskende matematikk. Disse ti klassene ble sammenlignet med 8 andre klasser som var utenfor studien, og som hadde fått tradisjonell undervisning. Ved slutten av skoleåret fikk alle 18 klassene en prøve i grunnleggende regneferdigheter, og funnene til Cobb et al. (1991) gikk ut på at elevene som var inkluderte i studien utviklet en større begrepsforståelse, i tillegg til at elevene selv synes det var viktigere å forstå matematikken.

Noen andre som har forsket på utforskende- og tradisjonell undervisning er Wood og Sellers (1997). I sin artikkel presenterer de tre ulike grupper med elever, en gruppe som hadde fått to års undervisning i utforskende matematikk, en gruppe som hadde fått ett år med undervisning i utforskende matematikk og en gruppe som hadde fått kun lærebokstyrt undervisning. Måten de skulle sammenligne elevene på er svært lik måten Cobb et al. (1991) utførte sine målinger. En standardisert prøve i aritmetikk, og deretter elevenes motivasjon og tro på det å lære matematikk. Wood og Sellers (1997) forklarer at resultatene av studien viser at de elevene som hadde fått utforskende undervisning i to år, hadde betydelig høyere score på den standardiserte prøven. Wood og Sellers (1997) påpeker også at resultatene til de elevene som kun hadde fått ett år med undersøkende matematikkundervisning, lignet på resultatene til de elevene som hadde fått lærebokstyrt undervisning. Et annet interessant aspekt er at etter disse to årene med ulik undervisning gikk alle klassene over til lærebokstyrt undervisning, og klassen som hadde fått to år med utforskende undervisning scoret også på det senere tidspunktet høyere enn de to andre.

Jo Boaler (1998) er ennå en forsker som har sett nærmere på utforskende tilnæringer i matematikkfaget. Hun har studert to forskjellige skoler med to forskjellige tilnæringer på

undervisningsformen over tre år. Den ene skolen opererte med lærebokstyrt undervisning og den andre skolen med en utforskende tilnærming. Boaler (1998) påpeker at i starten av studien ga hun samme oppgaver til alle elevene ved begge skolene, og hun fant ut at det ikke var signifikante forskjeller på de to gruppene med elever. Det hun imidlertid så etter tre år var at elevene med lærebokstyrt undervisning scoret dårligere enn den andre gruppen. Disse elevene lette etter hvilken metode som var mest egnet å anvende, noe som gjorde at det ble vanskelig å bruke matematikken de hadde lært i andre og ukjente situasjoner. De elevene som hadde tatt del i utforskende undervisning var enklere i stand til å anvende kunnskapen sin på andre måter og på flere områder, og klarte derfor å løse flere oppgaver.

2.8.2 PRIMAS

Det internasjonale prosjektet PRIMAS (Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education across Europe), er et tidligere gjennomført prosjekt som strakk seg over fire år (2010-2013), hvor tolv europeiske land var involverte. Ifølge Abril et al. (2013) er prosjektet ment som en ressurs for lærere på veien mot å implementere utforskende undervisning for sine elever. PRIMAS utviklet materialer som læreren kan benytte direkte i klasserommet, og i prosjektet presenteres fem sammensatte forståelser en kan oppnå ved utforskende undervisning. De fem forståelsene er henholdsvis (vår oversettelse): verdifullt utbytte, klasseromskultur, læreren, elevene og læringsmiljøet.

Abril et al. (2013) poengterer at tradisjonell undervisning typisk innebærer passive elever som skal lære fakta og øve på prosedyrer gjennom rutinepregede oppgaver. I utforskende undervisning, på den andre siden, er elevene aktive deltakere som blant annet stiller spørsmål, tar avgjørelser, utforsker ulike metoder via matematiske diskusjoner og samarbeid. Læreren rolle går i stor grad ut på å delta i prosessen ved å stille spørsmål og oppfordre elever til å begrunne og forklare hvordan de tenker. Abril et al. (2013) begrunner hvorfor utforskende arbeid bør ha en sentral plass i matematikkundervisning. Her argumenteres det med at det ikke lenger er holdbart at elevene kun lærer faktabasert kunnskap, og at elevens fremtidige arbeidsliv vil kreve kunnskaper som å kunne diskutere med kolleger, løse komplekse problemer, analysere data og gjennomføre selvstendige arbeidsoppgaver.

Imidlertid sier de også at det er utfordrende å gå fra tradisjonelle tilnæringer til utforskende, dette fordi lærere og elever er nødt til å venne seg til nye måter å undervise og lære på (Abril et al., 2013). PRIMAS kan sees som et verktøy som kan bistå lærere i en overgang til en mer utforskende undervisning, ettersom en slik overgang medfører pedagogiske utfordringer.

2.8.3 Utforskende arbeid og motivasjon

Wæge (2007, s. 214) diskuterer i sin doktoravhandling blant annet sammenhengen mellom utforskende matematikk og motivasjon, mer spesifikt hvordan motivasjonen for å lære matematikk utvikler seg når elevene arbeider utforskende. Hun utførte en designstudie hvor hun selv prøvde ut utforskende undervisningsopplegg i klasserommet. Wæge (2007, s. 2) forklarer at flere av hennes kollegaer hadde begrunnet sin bruk av tradisjonell undervisning med lite tid for å komme i mål med læreplanen. Hun ønsket å motbevise dette, ved å vise at det gikk an å arbeide innenfor læreplanen selv ved bruk av utforskende undervisning.

For å kunne måle motivasjonen til elevene utviklet hun et analyseredskap som la til rette for at hun kunne utføre detaljerte analyser av nettopp motivasjonen til elevene, og i all hovedsak hadde hun fokus på elevenes kompetanse og autonomi. Wæge (2007, s. 211) forklarer at elevenes følelse av kompetanse var større når de selv følte at de utviklet relasjonell forståelse. Videre påpeker hun at autonomien til elevene økte gjennom skoleåret, og dataene viste at omtrent halvparten av elevene fikk et større ønske om og oppmerksomhet rundt å utforme løsningsstrategier og regler i faget.

Resultatene Wæge (2007, s. 212) kommer frem til tyder på at elevens motivasjon påvirkes positivt av de tre faktorene undervisningsopplegg, samarbeid og det å finne egne løsningsstrategier. Hun nevner også at utviklingen av instrumentell og relasjonell forståelse påvirker elevens opplevelse av kompetanse i matematikkfaget. Videre påpeker Wæge (2007, s. 212) at elevenes motivasjon for å lære matematikk kan endres relativt mye i løpet av kort tid, ved endringer i matematikkundervisningen. Hun viser også til at hun oppnådde sitt eget mål om å overbevise kollegaene om at det fungerer godt å arbeide utforskende og oppnå alle målene i læreplanen.

3 Metode

Dette kapitlet beskriver forskningsmetodiske valg i vår prosess med å besvare følgende problemstilling:

Hvordan arbeides det med utforskende aktiviteter i matematikkfaget i en utvalgt internasjonal skole sammenlignet med offentlige skoler i Norge?

Innenfor samfunnsforskning kan man skille mellom de to ulike tilnærmingene kvalitativ- og kvantitativ metode. Thagaard (2018, s. 15) skriver at kvalitativ forskning søker en forståelse av sosiale fenomener, noe en kan få gjennom kontakt under intervju eller observasjon, eller gjennom analyser av tekster og visuelle uttrykksformer. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 17) beskriver kvalitative metoder som mer fleksible enn kvantitative, da de i større grad tillater spontanitet og tilpasninger mellom forsker og deltaker. I tillegg er relasjonen mellom forskeren og informantene mindre formell enn i kvantitativ forskning. Kvantitative metoder baserer seg i stor grad på formidling av informasjon om virkeligheten gjennom tall. Postholm og Jacobsen (2018, s. 89) forklarer at sosiale fenomener omsettes til tallmessige størrelser som kan behandles av statistiske analyser. Det er styrker og svakheter med begge forskningsmetodene og det varierer hvilken tilegning som egner seg best ut fra hva som skal forskes på.

Vi valgte å benytte oss av kvalitative metoder for å besvare vår problemstilling. Begrunnelsen for valget var at denne tilnærmingen ga oss muligheten til å både observere situasjonen i matematikkundervisningen ved de ulike skolene, samt at vi kunne intervjuere lærere og elever for å se på tematikken fra ulike ståsted.

Dette kapitlet har som formål å presentere og begrunne de kvalitative metodene vi har benyttet oss av. I tillegg vil vi forklare hvordan vi kom frem til utvalget av informanter, prosessen rundt selve datainnsamlingen og databehandlingen i ettertid. Videre drøftes studiens reliabilitet og validitet før vi avslutningsvis ser på etiske problemstillinger knyttet til forskningen.

3.1 Kunnskapssyn

Postholm og Jacobsen (2018, s. 45) skriver at «Et grunnleggende utgangspunkt i all empirisk forskning er en antakelse om at virkeligheten er noe som eksisterer uavhengig av den som forsker på virkeligheten». Ifølge Postholm (2010, s. 33) tar kvalitative forskere utgangspunkt i et paradigme eller et verdenssyn i sin forskning. Hun begrunner dette med at forskere har med seg et syn på verden eller et sett av antakelser som styrer retningen på forskningen, og verdenssynet gir et uttrykk for hvordan forskeren oppfatter verden.

Vi har lagt et konstruktivistisk kunnskapssyn til grunn for vår studie. Imsen (2020) beskriver konstruktivismen slik:

Konstruktivismen mener at kunnskap ikke er noe som fins «i seg selv», men derimot som et menneskelig produkt i vårt strev etter å forstå og forklare verden rundt oss.

(Imsen, 2020, s. 153).

Med dette så mener hun at kunnskap er menneskeskapt og at den konstrueres i de forståelsesformene vi har til å hjelpe oss med. Postholm og Jacobsen (2018, s. 49) skriver at en konstruktivistisk tilnærming også tar utgangspunkt i at det er umulig å skille forskeren fra objektet som studeres. De forklarer at forskeren må gå i interaksjon med de som studeres, ettersom kunnskap forstås som en konstruksjon av forståelse og mening skapt i møte mellom mennesker i sosial samhandling. Videre skriver Postholm og Jacobsen (2018, s. 49-50) at forståelsen av virkeligheten skjer i en kontinuerlig dialog mellom forsker og forskningsobjekt.

Når vi skal forske på hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter innenfor matematikkfaget i de to skoletypene, vil vi ha flere dialoger med informanter som følger av lærer- og elevintervjuer. I vår forskning kan vi bli påvirket av omgivelsene på lik linje som omgivelsene kan påvirkes av oss. Videre vil kunnskapen konstrueres i møte mellom informantene i sosial samhandling (undervisningen) og mellom oss som forskere og informanter (intervjuene). Dette medfører at vi enda mer spesifikt kan plassere tilnærmingen vi har i dette forskningsprosjektet innenfor en sosialkonstruktivistisk tilnærming, en tilnærming innenfor konstruktivismen hvor kunnskap ifølge Postholm og Jacobsen (2018, s. 50) konstrueres sammen med andre.

3.2 Oppgavens mål og forskningsdesign

Formålet med vår forskning er å se på hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter innenfor to offentlige og én internasjonal skole, og beskrive hva som synliggjøres ved en sammenligning av disse skolene.

For å besvare problemstillingen er det nødvendig å samle inn relevant datamateriale som kan belyse eventuelle forskjeller og likheter ved skolene, og dette krever et egnet forskningsdesign. Bryman (2016, s. 40) definerer forskningsdesign som rammen for hvordan man samler inn og analyserer data. Vi har valgt å benytte oss av de to kvalitative metodene observasjon og intervju, ettersom vi mener at disse metodene kan hjelpe oss med å hente inn interessant datamateriale som senere kan bidra til å besvare vår problemstilling. Etter alt datamateriale er innhentet har vi gjennomført det Postholm (2010, s. 91) kaller en deskriptiv analyse. Bruk av denne analysemetoden innebærer at vi har dannet oss en oversikt over materialet, lett etter mønster og fordelt informasjon inn i ulike kategorier. Denne måten å strukturere det på har gjort at vi har fått et overblikk over hva vi faktisk har av data, slik at vi enklere kan presentere det med skriftlig tekst.

Vi har lagt et sosialkonstruktivistisk syn til grunn for vår forskning. Betegnelsen sosialkonstruktivisme kommer ifølge Postholm og Jacobsen (2018, s. 50) av at virkeligheten konstrueres sammen med andre. De beskriver videre at denne epistemologien tar utgangspunkt i at mennesker ikke konstruerer sine oppfatninger av verden alene, men at de gjør det i interaksjon med andre. Videre formidler Postholm og Jacobsen at verden ikke er objektiv, men noe som vi mennesker aktivt konstruerer (2018, s. 51).

Postholm og Jacobsen (2018, s. 101) formidler at det i et konstruktivistisk syn ofte antas at virkeligheten i liten grad er stabil og objektiv, og at det derfor er lite hensiktsmessig å danne seg teorier om hvordan virkeligheten ser ut og henger sammen. Det blir derfor desto viktigere å forstå det dynamiske og unike, noe som krever en induktiv tilnærming. I vår forskningsprosess har vi hatt en induktiv tilnærming hvor vi har beveget oss fra empiri til teori. Nærmere beskrevet har vi gått inn i skolene med et åpent sinn, samlet inn relevant informasjon og til slutt satt oss inn i og systematisert dataen vi har innhentet.

3.3 Begrunnelse for valg av metoder

I diskusjonen om hvordan vi skulle sammenligne skolene kom vi raskt frem til at vi ønsket å benytte observasjon og intervju, da vi begge var enige om at dette var hensiktsmessige metoder for å innhente data i henhold til vår problemstilling. Skilbrei (2019, s. 77) forklarer at en kombinasjon av to innsamlingsmetoder ofte beskrives som metodetriangulering. Hun beskriver hvordan metodetriangulering innebærer at man forstår og behandler dataene som komplementære, altså at de utfyller hverandre enten ved å belyse det samme temaet på ulike måter, eller at dataene inkluderer de samme informantene.

Benyttelse av metodetriangulering ga oss muligheten til å være til stede i klasserommet og oppleve matematikkundervisningen i sin helhet, i tillegg til at vi kunne snakke med både lærere og elever utenfor klasserommet. Vi vil her utbrodere for våre valg av datainnsamlingsmetoder og forklare hvordan vi har gått frem innenfor begge metodene.

3.3.1 Observasjon

Ifølge Tjora (2021, s. 62) studerer man det folk gjør ved å observere, mens i intervjuer studerer man det folk sier at de gjør. Thagaard (2018, s. 73) forklarer at observasjon uten deltakelse kan være å foretrekke i studier hvor deltakelse fra forskeren kan bidra til å påvirke de relasjonene som skal studeres. Vi ønsket å observere hvordan matematikktimene i ulike klasserom var bygget opp, og studere blant annet arbeidsmåtene som ble benyttet. For å påvirke situasjonen minst mulig, og samtidig få et mest mulig korrekt bilde av hvordan matematikklæreren underviste og hvordan klassen arbeidet med matematikk, så vi det hensiktsmessig å ikke være deltakende selv. Bjørndal (2017, s. 33) beskriver observasjon hvor man ikke er deltakende selv, som observasjon av første orden, og formidler at man sikrer seg høy kvalitet av observasjoner dersom man kun er tilskuer i den pedagogiske situasjonen.

Vi ønsket detaljert informasjon om hva som foregikk i klasserommene under matematikkundervisningen, samtidig hadde vi et ønske om å avgrense observasjonen i henhold til hva vi trodde kunne komme til nytte under besvarelsen av problemstillingen vår. Vi avgjorde derfor å gjennomføre det Bjørndal (2017, s. 54) kaller for strukturert observasjon. For å oppnå strukturert observasjon utarbeidet vi observasjonsskjemaer med lukkede kategorier hvor vi spesifiserte hva vi skulle observere for å oppnå den ønskede avgrensningen.

I planleggingsfasen rundt hvordan vi skulle gjennomføre datainnsamlingen vurderte vi å kombinere observasjoner med spørreskjema eller intervju. Både spørreskjema og intervju ville gitt oss muligheten til å stille enkeltpersoner spørsmål med utgangspunkt i vår problemstilling, og sammenligne svarene vi fikk opp mot svarene fra personene som var intervjuet på de andre skolene. Likevel, etter å ha vurdert begge innsamlingsmetodene, kom vi frem til at vi ønsket å intervju.

3.3.2 Intervju

Det var flere grunner til at vi valgte intervju fremfor spørreskjema i vår datainnsamling. Bjørndal (2017, s. 115) hevder at spørreskjema, sammenlignet med intervju, gir mindre anledning til å samle inn dybdeinformasjon. I tillegg nevner han at man ikke har anledning til å oppklare eventuelle misforståelser. Vi ønsket også å ha muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål til eventuelle interessante svar som dukket opp underveis, og landet derfor på å gjennomføre semistrukturerte intervjuer. Tjora (2021, s. 127) bruker begrepet dybdeintervjuer om semistrukturerte intervjuer, og forklarer at denne intervjuformen baserer seg på åpne spørsmål som gir informantene muligheten til å gå i dybden dersom de har mye å fortelle. Som hovedregel brukes semistrukturerte intervjuer når man vil studere meninger, holdninger og erfaringer (Tjora, 2021, s. 128).

Etter å ha bestemt oss for å benytte semistrukturerte intervjuer, var neste steg i prosessen å utforme passende intervjuguider som skulle bidra til å holde oss innenfor en bestemt ramme under alle intervjuene. Kvale og Brinkmann (2015, s. 163) beskriver ulike måter å utforme intervjuguider på, og den som virket mest hensiktsmessig for oss var den tematiske oppbygningen. En tematisk oppbygning innebærer at intervjuguiden består av et sett med spørsmål i ulike kategorier som skal være hovedspørsmål under intervjuet, men man kan komme med oppfølgingsspørsmål underveis i intervjuet der det er hensiktsmessig. Som nevnt tidligere, ønsket vi å ha muligheten til å stille informanten spørsmål utenfor den oppsatte intervjuguiden for å følge opp interessante besvarelser. Ifølge Tjora (2021) er det flere fordeler med å veksle mellom forutbestemte spørsmål og spørsmål som dukker opp underveis i intervjusituasjonen. En intervjuguide som veksler mellom fullstendig formulerte spørsmål til ulike tema og mer uformelt rettede oppfølgingsspørsmål, kan skape god flyt i intervjuet og samtidig opprettholde forventningen om en intervjuerstyrt interaksjon (Tjora, 2021, s. 172).

Vi kom raskt frem til at det var fordelaktig å intervjuer både lærere og elever da dette kunne gi oss en innsikt i hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter, fra ulike perspektiver. Dette innebar at vi måtte lage to separate intervjuguider. Begge intervjuguidene tok for seg spørsmål med hensyn til vår problemstilling. Vi tok oss god tid til utformingen av intervjuguidene da det var viktig for oss å sørge for gjennomtenkte og relevante spørsmål med hensyn til tematikken for vår studie.

Vi bestemte oss for å gjennomføre intervjuer med lydopptak. Bruk av lydopptak gir oss en visshet om at vi får med oss det som blir sagt, mens vi i intervjusituasjonen kan konsentrere oss mer om deltakerne som snakker (Tjora, 2021, s. 180). Bruk av lydopptak sikret oss i tillegg at relevante deler av samtalen og essensen ikke forsvant, samtidig som det ga oss muligheten til å transkribere intervjuene til tekst i ettertid, slik at vi var sikre på at vi fikk med oss alt av informasjon. Ifølge Tjora (2021, s. 181) er lydopptak og transkripsjoner vesentlige for en skikkelig analyse, men man bør alltid ta notater ved siden av, i tilfelle det oppstår tekniske feil med opptakeren. I intervjuene vi gjennomførte hadde den ene av oss hovedansvar for å stille spørsmål og følge med på hvor vi befant oss i intervjuguiden, mens den andre tok notater og bidro med oppfølgingsspørsmål. I elevintervjuene bestemte vi oss for å intervjuer to og to elever samtidig, dette både for å gjøre intervjusituasjonen mindre skremmende, og fordi vi ønsket at elevene skulle få mulighet til å diskutere spørsmålene sammen.

3.4 Utvalg av skoler, trinn og informanter

Da vi skulle starte prosessen rundt vår datainnsamling innså vi raskt at vi behøvde informanter fra en internasjonal skole og en offentlig skole. Videre var vi klare på at vi ønsket å observere matematikkundervisningen ved disse skolene, i tillegg til å intervjuer både elever og lærere som tok del i undervisningen.

Vi landet på at vi ønsket å se nærmere på matematikkundervisningen på ungdomstrinnet ettersom det faglige ofte får større plass i et ungdomsskoleklasserom, enn i for eksempel en femteklasse. Vi bestemte oss derfor for å kontakte matematikklærere på åttende trinn. I tillegg til én internasjonal skole ønsket vi å hente inn data fra to offentlige skoler, ettersom dette ville gi oss et bredere sammenligningsgrunnlag.

Vi brukte bekjenskaper fra tidligere praksisperioder som inngangsdør. I tillegg til at den ene av oss hadde vært i praksis ved en internasjonal skole, hadde vi begge tidligere gjennomført praksisperioder ved flere offentlige skoler. Ut fra dette vurderte vi hvilke av disse skolene som kunne gi oss det sammenligningsgrunnlag og mangfoldet vi ønsket i vår oppgave. I tillegg til å kontakte en matematikklærer ved den internasjonale skolen besluttet vi å kontakte to mattelærere ved to ulike, offentlige ungdomsskoler. Den ene skolen var en fådelt distriktskole hvor 8., 9., og 10. trinn ble undervist sammen, og den andre en byskole hvor læreren underviste i matematikk på 8.trinn. Tanken bak dette var at disse antakelig kunne bidra til et nyansert bilde av den offentlige skolen, i tillegg til at vi synes det virket interessant å sammenligne to litt ulike offentlige skoler med den internasjonale skolen.

Vi kontaktet den internasjonale skolen først, ettersom vi var avhengige av et klarsignal fra denne for å kunne fullføre den tenkte studien. Responsen fra den internasjonale skolen var at vi gjerne måtte komme dit for innhenting av data, men at åttende og niende trinn hadde matematikkundervisningen sammen. Vi kom frem til at dette ikke hadde større betydning enn at vi ønsket å gjennomføre datainnsamlingen likevel. Tatt i betraktning at vi i denne oppgaven skulle se nærmere på hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter i matematikkundervisningen, ville ikke fordelingen av trinn nødvendigvis påvirke funnene i vesentlig grad.

Etter kort tid fikk vi også positivt svar fra de to offentlige skolene. De to offentlige skolene i kombinasjon med den internasjonale skolen ga oss et hensiktsmessig og ønsket utvalg for forskningen. Når det gjelder utvalget av informanter, intervjuet vi én mattelærer ved hver av de offentlige skolene, og to mattelærere ved den internasjonale skolen ettersom de var to lærere til stedet i undervisningen. I tillegg intervjuet vi 6 elever ved hver skole.

3.5 Innsamling av data

Før vi kunne sette i gang med datainnsamling måtte vi søke om godkjenning fra Norsk senter for forskningsdata (NSD). Selve søknadsprosessen til NSD førte til at planen vår fikk en mer detaljert ramme, og etter å ha fått godkjenning på søknaden kunne innsamlingen av data begynne.

Ved hver skole observerte vi matematikkundervisningen før vi gjennomførte intervjuer. Det var to grunner til denne rekkefølgen. For det første virket det fornuftig å bli litt bedre kjent med elevgruppen før intervjuene, og antakelig kunne det virke tryggere for de som skulle intervjues å ha sett oss i klasserommet et par ganger i forkant. For det andre virket det hensiktsmessig å observere først for å bli kjent med strukturen i undervisningen, slik at eventuelle spørsmål tilknyttet undervisningen kunne stilles i intervjuene.

I stedet for å gjennomføre forhåndstester av intervjuene ble vi enige om å benytte første intervju som en test for skjemaet. Thagaard (2018, s. 94) påpeker at man kan lære mye om seg selv i en intervjusituasjon ved å gjennomføre testintervju, slik at man er forberedt på sin egen rolle og slik at man mestrer intervjusituasjonen. Det kan derfor diskuteres om våre intervjuer kunne blitt forbedret dersom vi hadde utført pilotintervju før vi gikk i gang med de faktiske intervjuene.

Vi begynte datainnsamlingen ved en av de offentlige skolene, heretter kalt skole 1. Ved denne skolen opplevde vi at det fungerte godt å bruke første undervisning som en test for observasjonsskjemaet. Dette var effektivt da vi etter den første økta så tydelig hvordan vi burde endre på rekkefølgen av punktene i skjemaet, for å lettere kunne holde oversikt og ta effektive notater underveis i observasjonene fremover. Også etter gjennomføringen av det første lærerintervjuet så vi forbedringspotensialer, men denne gangen i tilknytning til formuleringen av enkelte spørsmål. Et eksempel er spørsmål seks, hvor vi først hadde formulert spørsmålet slik:

«Opplever du noen gang at din kompetanse begrenser deg i din planlegging og gjennomføring av undervisning?»

Og senere bestemte oss for å formulere det slik:

«Opplever du at din kompetanse bidrar til å øke kreativiteten i din planlegging og gjennomførelse av undervisning?»

Som det kommer frem ovenfor førte endringer til at spørsmålet ble mer positivt ladet, og vi hørtes mindre «dømmende» ut. Endringen gjorde at vi kunne trekke frem om kompetansen kunne bidra til økt kreativitet, fremfor å spørre om informanten følte seg begrenset. Også når det gjelder resterende spørsmål endret vi i all hovedsak på ordlyden, ettersom vi synes det var

viktig å stille mest mulig like spørsmål til alle intervjuobjektene, for å beholde muligheten til å sette ulike svar opp mot hverandre og sammenligne.

Til tross for at intervjuene etter små justeringer fungerte slik vi ønsket i praksis, møtte vi på noen andre utfordringer videre i innsamlingen av data. Som følger av koronapandemien fikk vi ikke gjennomført alle planlagte observasjonsøkter ved alle skolene, og det er derfor variasjon i hvor mange undervisningsøkter som er observert ved hver skole. På offentlig skole 1 og 2 observerte vi to matematikkøkter fordelt på to dager ved hver skole. Vi gjennomførte fire observasjonsøkter ved den internasjonale skolen, men valgte å skrive kun om tre av dagene på grunn av at deler av den fjerde økta gikk til å intervju elever. Vi hadde håpet å få gjennomført like mange observasjoner ved de to offentlige skolene for å få et likt sammenligningsgrunnlag, men det lot seg ikke gjøre, blant annet på grunn av lang reisevei og tiden vi hadde til rådighet. En annen utfordring vi møtte på var at diktafon-appen vi benyttet til lydopptak, hang seg opp under to forskjellige lærerintervjuer, slik at vi mistet lydopptaket av flere spørsmål. Dette resulterte i at vi i etterkant måtte etterspørre skriftlige besvarelser på noen av spørsmålene, noe vi var heldige å få.

3.6 Transkribering av intervjuer

Tjora (2021, s. 185) anbefaler bruk av lydopptak og transkribering av materialet i ettertid. Som nevnt i kapittel 3.3.2 benyttet vi lydopptak i våre intervjuer, og etter hvert intervju transkriberte vi lydopptakene slik at vi fikk intervjuene ned til tekst. I transkripsjonen fikk elevene og lærerne navn som «Elev 1», «Lærer 1» og så videre, for å ikke kunne bli identifisert i ettertid. Når vi transkriberte tok vi med ord som for eksempel «ehh...» og «tja...», for å tydeliggjøre pauser som indikerte at informantene tenkte. Tjora (2021, s. 185) påpeker at det er gunstig å inkludere samtlige ord ettersom det er vanskelig å vite hva som vil ha betydning i analysen. Blant annet mener han at dersom informantene leter etter ord kan dette tyde på en usikkerhet eller at de sliter med å ordlegge seg.

Det viktigste tapet fra selve intervjuet til transkripsjonen, er tap av visuelle ledetråder, eller *visual cues*, og informasjonen om stemningen i intervjuet (Tjora, 2021, s. 186). Ettersom vi som intervjuere gjennomførte transkriberingen selv, unngikk vi å miste så mye av denne informasjonen. Tjora (2021, s. 186-187) mener at dersom man leser en transkribert tekst fra et intervju man selv har deltatt i, er man straks tilbake i situasjonen og ser for seg kroppsspråk

og uttrykk som fant sted i intervjusituasjonen. Dette opplevde vi at stemte, når vi arbeidet med de transkriberte intervjuene i ettertid så vi automatisk tilbake til situasjonen som fant sted og følte at vi hadde intervjusituasjonen friskt i minne.

3.7 Analyse av datamateriale

Analyse er en aktiv prosess hvor man skaper mening gjennom å lage kategorier av elementer som har fellestrekk (Gleiss & Sæther, 2021, s. 170). Gleiss og Sæther (2021, s. 171) formidler at analyse er en prosess som starter lenge før man setter seg ned med datamaterialet, og dette er noe vi kjenner oss igjen i. Underveis i datainnsamlingen dannet vi oss fortløpende et bilde på hva vi satt med av informasjon, og fikk et inntrykk av at vi hentet inn mye relevant data ved bruk av våre valgte metoder. Vi opplevde at observasjoner i kombinasjon med intervjuer, var hensiktsmessig for å få et nyansert bilde av forskningsfeltet. Vi så også god nytteverdi i å benytte begge metodene ettersom observasjoner alene kanskje ikke hadde fremstilt virkeligheten på en like fullstendig måte.

Vi skiller mellom analyse og tolkning, og tar utgangspunkt i hvordan Christoffersen og Johannessen (2012, s. 94) beskriver begrepene. Analyse dreier seg om å dele opp datamaterialet i flere biter, og meningen er å finne et mønster i materialet som til slutt kan bidra til å trekke en konklusjon som kan svare på problemstillingen. Tolkning innebærer å sette noe inn i en større sammenheng. Ved tolkning er det vanlig å ta utgangspunkt i teori angående det området man forsker på, og se på sine funn opp mot eksisterende teori. Forskeren forsøker så å forstå og forklare funnene fra analysen, ved å tolke de (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 94). Analyseprosessen beskrives i dette kapittelet og tolkningen vil finne sted i kapittel 5.

Vi vil nå beskrive hvordan vi har gått frem for å bearbeide og analysere våre data. Skilbrei (2019, s. 182) beskriver tre trinn man kan benytte seg av i en analyseprosess, hvor det første trinnet dreier seg om tekstreduksjon, det andre koding og det tredje kategorisering. De tre trinnene kan benyttes sammen eller hver for seg. Vår vurdering var at tekstreduksjon før koding kunne føre til tap av relevant informasjon, og vi valgte derfor å gjennomføre trinn 1 og 2 sammen. Med hensyn til vårt omfattende datamateriale, sparte vi også tid ved å kombinere de to trinnene i én og samme prosess.

I forkant av kodingen og tekstreduksjonen skrev vi ut observasjonsnotatene og de transkriberte intervjuene til papirform, og leste gjennom alt nøye, flere ganger. Dette ga oss en bedre oversikt samtidig som vi kunne markere tekst og skrive notater i margen underveis når det dukket opp noe interessant. Vi forsøkte her å finne et mønster, og peke ut informasjon vi trodde kom til å være relevant for vår problemstilling, samtidig som vi markerte store mengder tekst som viste seg å være irrelevant og kunne fjernes. Dette bidro til å gjøre datamaterialet mer håndterbart.

Gleiss og Sæther (2021, s. 179) skriver at man står friere i kodingen dersom man benytter seg av induktiv analyse, ettersom analysen i større grad blir en åpen og kreativ prosess. I selve kodingsprosessen gikk vi frem med en induktiv tilnærming, som følger av at vi ikke utarbeidet spesifikke koder på forhånd. Vi brukte penner i forskjellige farger for å markere informasjon i ulike koder etter hvert som vi bearbeidet datamaterialet. I følge Gleiss og Sæther (2021, s. 178) er det ikke uvanlig at ulike forskere koder det samme datamaterialet på forskjellige måter, men vi opplevde tvert imot at vi kodet relativt likt. Vi satt sammen under prosessen, men kodet hver for oss. Når vi i etterkant så på det kodede materialet sammen, oppdaget vi at vi hadde merket oss mye av det samme. Vi var stort sett samkjørte om hvilken informasjon som passet med ulike koder.

En av kodene vi benyttet flere ganger var *tradisjonell undervisning*, og her er et eksempel på et elevsvar fra et elevintervju hvor vi begge benyttet denne koden:

«Læreren kommer inn døra, så hilser vi, så forklarer læreren noe på tavla eller så starter vi rett i boka».

Det vi ser i eksempelet over, er en elev som beskriver en typisk matematikktime i deres klasse. På grunn av tavleundervisningen som nevnes og bruken av mattebøker, mente vi at *tradisjonell undervisning* var en passende kode. Vi fant flere andre eksempler i datamaterialet som passet inn under koden *tradisjonell undervisning*, og bestemte oss derfor i ettertid for at denne koden kunne stå som en egen kategori. Det skal sies at vi senere i prosessen valgte å endre navnet på denne kategorien til *oppgaveparadigme*.

Som nevnt ovenfor er kategorisering det tredje trinnet i analyseprosessen til Skilbrei (2021, s. 182), og etter å ha redusert tekst og kodet datamaterialet påbegynte vi prosessen med å danne

flere kategorier. Det viste seg da at flere av kodene vi hadde benyttet, i likhet med *oppgaveparadigme*, egnert seg til å stå som en egen kategori. Eksempler på disse kodene er *tidspress* og *bruk av lærebøker*. Videre hadde vi flere koder med tilhørende eksempler, som vi derimot ikke benyttet som egne kategorier. Grunnen til dette var at vi valgte ut kategorier basert på hva som var mest relevant med hensyn til vår problemstilling.

Da vi var ferdige å etablere kategorier, strukturerte vi de ved å lage en tabell, hvor alle observasjonene og intervjubesvarelsene innenfor samme kategori ble satt i samme kolonne. Dette bidro til at vi fikk en bedre oversikt over den ulike informasjonen innenfor hver kategori, noe som gjorde det lettere å gjøre sammenligninger på tvers av skolene. Kategoriene vi kom frem til har videre lagt grunnlaget for våre funn, som presenteres i kapittel 5. Under hele analyseprosessen tok vi stilling til vår problemstilling om hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter i de ulike skolene. Dermed fikk vi trukket ut relevant informasjon fra datamaterialet, slik at vi kun satt igjen med informasjon som sto sentralt for vår studie.

Noe vi merket oss i bearbeidelsen av våre data, var at flere av tilfellene vi skulle notere i observasjonsskjemaet (se vedlegg 1) var irrelevante for vår studie. Dette medførte at vi ikke dro nytte av de videre i vårt arbeid med datamaterialet. Eksempler på observerte tilfeller vi ikke har fått bruk for er *håndsopprekning* og *støynivå*. I tillegg viste også noen av spørsmålene i intervjuguidene (se vedlegg 2 og 3) seg å være irrelevante. Eksempler på slike spørsmål var «*Kan dere nevne deres tre favorittfag i skolen?*» og «*Når dere blir delt i grupper, hvordan synes dere da det er å ta ordet og prate høyt?*», som begge er spørsmål tilknyttet elevintervjuene. Grunnen til at vi ikke fikk bruk for de ovennevnte eksemplene, var at våre egne observasjoner og elevbesvarelsene i disse tilfellene viste seg å ikke ha relevans for det vi ønsket å sette oss dypere inn i, med hensyn til problemstillingen for studien.

3.8 Reliabilitet og validitet

Det er viktig å belyse reliabiliteten og validiteten til en studie for å kunne drøfte i hvor stor grad studien kan si noe om et fenomen eller en problemstilling. Vi vil nå ta utgangspunkt i reliabiliteten og validiteten ved vår studie, og ved hjelp av dette vurdere reproduserbarheten og gyldigheten tilknyttet vår forskning.

3.8.1 Reliabilitet

Thagaard (2018, s. 187) forklarer at reliabilitet refererer til spørsmålet om en annen forsker som anvender de samme metodene vil komme frem til de samme resultatene. Gleiss og Sæther (2021, s. 202) formidler at det er vanlig å stille seg to spørsmål for å vurdere reliabiliteten i et forskningsprosjekt; 1) hvordan datamaterialet har blitt påvirket av måten det er blitt samlet inn på, og 2) om forskningsresultatene kan reproduseres av andre forskere.

Gleiss og Sæther (2021, s. 203) beskriver hvordan forskning kan påvirkes av ulike undersøkelseeffekter, eller *bias*, som kan oppstå i forskningen. Et bias er at forskningsdeltakere kan påvirkes av forskerens tilstedeværelse under observasjon. Vi har ingen garantier for at dynamikken i klasserommet og væremåten til elevene ikke har blitt påvirket av at vi har vært til stede for å observere. Det er imidlertid rimelig å anta at vi ikke har påvirket situasjonen i klasserommet i særlig høy grad, ettersom vi ikke gjennomførte deltakende observasjon. Likevel har vi vært to personer som begge har vært synlige i klasserommet, og det er sannsynlig at både lærer og elever kan ha endret atferd som følge av at de visste at de ble observert. For å minske sannsynligheten for endring av atferd, startet vi første økt i hver skole med å presentere oss og ufarliggjøre at vi skulle være til stede i klasserommet. Vi formidlet tydelig at alt av informasjon ville anonymiseres, både når vi presenterte oss selv og i samtykkeerklæringen (se vedlegg 4) som samtlige elever og lærere fikk en utskrift av. At vi har vært til stede i hver av klassene flere timer kan ha medført at lærere og elever ble mer vant til vår tilstedeværelse, likevel trenger det ikke bety at de har vært upåvirket av oss.

Et annet bias som kan påvirke forskningen, er hvordan forskere stiller spørsmål i intervjuene (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203). I våre intervjuer ble alle informantene stilt de samme spørsmålene ettersom vi tok utgangspunkt i en intervjuguide til hvert intervju. Vi hadde en klar ramme for hvilke spørsmål som skulle stilles til hver av informantene, men på grunn av at vi benyttet semistrukturerte intervjuer ble informantene stilt ulike oppfølgingsspørsmål. Oppfølgingsspørsmålene ble stilt når vi følte at vi ville vite mer om noe, og de var ikke de samme i hvert intervju.

Vi ser på det som en styrke for reliabiliteten at vi fulgte intervjuguider med spesifikke spørsmål til hver informant, men igjen kan det diskuteres i hvor stor grad formuleringen av

oppfølgingsspørsmålene har påvirket de svarene vi fikk. Oppfølgingsspørsmålene skapte rom for å gå dypere inn på interessante besvarelser, men det skapte også rom for at vi fikk ulik dybde i svarene fra informantene. I tillegg kan noen av spørsmålene ha vært ledende uten at vi har vært bevisste på det selv, noe som igjen kan ha påvirket svarene vi fikk.

Det er både fordeler og ulemper med å være to deltagende forskere i intervjusettinger. Ettersom vi var to hadde vi større mulighet til å komme på relevante oppfølgingsspørsmål underveis, noe vi ser på som en styrke. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 81) argumenterer for at det kan være berikende å være to når man gjennomfører intervjuer fordi begge da har noen å diskutere tolkningen med i ettertid. De nevner imidlertid også at det kan være hemmende å være to, ettersom informanten kan føle seg i mindretall og dermed oppleve det som voldsomt med to intervjuere. I våre elevintervjuer intervjuet vi to og to elever sammen, og en av begrunnelsene for dette var at det skulle oppleves mindre skummelt for elevene. Når det gjelder lærerintervjuene, derimot, intervjuet vi én og én, noe som kan ha påvirket opplevelsen til informanten i negativ retning.

Christoffersen og Johannessen (2012, s. 81) forklarer at kvaliteten på informasjonen som kommer ut av intervjuet, er avhengig av relasjonen mellom intervjuer(e) og informant(er). Vår kjennskap til lærerne fra tidligere kan ha påvirket hvordan vi forholdt oss til lærerne som intervjuobjekter, til tross for at vi forsøkte å holde oss så objektive som mulig. En forsker uten relasjoner til lærerne ville kanskje stilt andre oppfølgingsspørsmål, noe som kunne ført til andre resultater av intervjuene. Et annet forhold som kan påvirke intervjuet er formålet med undersøkelsen. Vårt formål var å se nærmere på hvordan de ulike skolene arbeidet med utforskende aktiviteter, med andre ord samlet vi inn data for å kunne fange opp og representere våre funn på en objektiv måte. Som forskere distanserte vi oss fra situasjonen ved å holde tilbake personlige synspunkter. Spørsmålene kom fra et ikke-kritisk ståsted, og ble stilt med stor åpenhet da vi ønsket å finne ut mer av systemet ved de ulike skolene, og ikke på noen måte bedømme noen eller noe.

Et tredje bias som kan ha en innvirkning på forskningen, er hvordan subjektive tilnærminger kan påvirke bearbeidelsen av datamaterialet (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203). Som følge av at vi har gjennomført praksisperioder ved samtlige skoler som er involvert i forskningen, er det sannsynlig at det har foreligget en forutinntatthet hos oss som forskere. Det er trolig at vi

ubevisst har antatt deler av hva som vil komme frem i datamaterialet, noe som kan ha påvirket bearbeidelsen av våre data. Som nevnt i kapittel 3.7 var vi samkjørte i kodingsprosessen, og det at vi kodet mye av materialet likt kan tyde på at våre subjektive tilnæringer har vært relativt like fra forskningens start. Gleiss og Sæther (2021, s. 203) forklarer at en måte å redusere et slikt bias på er ved å utføre *intercoder reliability*, som handler om at flere forskere koder det samme materiale uavhengige av hverandre for å utvikle en felles forståelse for kodingen. Etersom vi kodet relativt likt, er det rimelig å anta at det allerede lå en felles forståelse av datamaterialet til grunn.

Silverman (2014, s. 84, ref. i Thagaard, 2018, s. 188) argumenterer for at reliabiliteten kan styrkes ved å gjøre forskningsprosessen gjennomsiktig. Med dette mener han at man gir en detaljert beskrivelse av forskningsstrategi og analysemetoder slik at en utenforstående kan vurdere forskningsprosessen trinn for trinn. Vi har beskrevet vår forskningsstrategi og metode for analyse i detalj, slik at lesere av teksten kan sette seg inn i fremgangsmåtene og få et innblikk i de ulike prosessene vi har foretatt oss.

I hvor stor grad våre forskningsresultater kan reproduseres av andre er diskuterbart ettersom våre relasjoner til noen av informantene, som tidligere nevnt, kan ha påvirket informasjonen vi har innhentet. Likevel tror vi at dersom noen andre, uten tidligere kjennskap til disse konkrete skolene og lærerne, hadde gjennomført et identisk prosjekt, ville resultatene båret preg av mange likheter. Dette selvsagt med forbehold om at de samme skolene og lærerne inkluderes. Etersom vårt utvalg er lite, og vi kun ser på én internasjonal skole, har vi ingen garantier for at andre forskere nødvendigvis vil få de samme resultatene som oss ved å studere andre skoler. Vi ønsker også å legge til at det finnes relativt mange, og ganske ulike, internasjonale skoler her til lands, og ettersom vi kun har besøk en av disse, vet vi lite om hvordan resterende internasjonale skoler praktiserer matematikkundervisning.

I tillegg til at vi har et lite utvalg, har vi gjennomført få dager med observasjon og relativt få intervjuer. På det meste har vi observert fire matematikkøker ved en skole. Få dager med observasjon har antakeligvis gitt oss et relativt svakt bilde på hvordan de generelt arbeider i matematikkundervisningen. Intervjuene kan bekrefte eller avkrefte om bildet vi har dannet oss ser ut til å stemme, men til tross for dette vet vi lite om hvilke arbeidsmåter som benyttes i resterende matematikkundervisning i løpet av året. Vi fikk et svakere innsyn ved de offentlige

skolene ettersom vi kun observerte to matematikkøker ved disse. Til tross for at vi har samlet inn data ved to offentlige skoler kan ubalansen i antall gjennomførte observasjonsøker påvirke hvor godt sammenligningsgrunnlaget er.

3.8.2 Validitet

Validitet, eller gyldighet, sier noe om kvaliteten på datamaterialet og forskernes fortolkninger og konklusjoner (Gleiss & Sæther 2021, s. 201). Ifølge Mason (2018, s. 239 ref. i Thagaard 2018, s. 189) handler det også om gyldighet av tolkningene forskeren kommer frem til.

Thagaard (2018, s. 189) forklarer at begrepet validitet kan presiseres ved å stille spørsmål om de tolkningene man kommer frem til, er gyldige i forhold til den virkeligheten som er studert.

Postholm og Jacobsen (2018, s. 223) forklarer at validitet deles inn i to grupper, indre og ytre. Den indre validiteten handler om hvorvidt dataene er gyldige, i likhet med det Thagaard (2018, s. 189) skriver. Den ytre validiteten handler om hvorvidt resultatene kan generaliseres og om de er overførbare i den grad at man kan benytte seg av resultatene i en annen kontekst enn det som er studert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223). Den ytre validiteten vil i vårt tilfelle dreie seg om i hvor stor grad våre resultater kan overføres til andre skoler.

Vi har innhentet relevant informasjon ved bruk av våre kvalitative metoder. Alternativer til våre valgte metoder er ulike former for kvantitative metoder, eller andre kvalitative metoder som for eksempel videoopptak. Vår vurdering ble at dersom vi hadde gjennomført en kvantitativ undersøkelse, ville vi ikke fått muligheten til å gå like mye i dybden på vår forskning. Videre valgte vi ikke videoopptak, til tross for det store potensialet som ligger i videodata, slik som muligheten til å gjenoppleve situasjoner om igjen og kontrollere egne inntrykk og notater. Grunnen til dette er blant annet at bruk av videokamera kunne påvirket klasseromssituasjonen i større grad, og gitt større sannsynlighet for endret atferd hos forskningsdeltakerne. I tillegg er både transkribering og analyse ofte vanskeligere med bruk av videoopptak enn med lydopptak (Tjora, 2021, s. 117).

I vår forskning har vi vært opptatte av å oppleve praksisen som finner sted i de ulike matematikklasserommene, og å kunne være direkte i dialog med informantene. Observasjon og intervju som metoder har muliggjort dette, og gitt oss den mengden informasjonen vi ønsket. Som følge av at vi valgte semistrukturerte intervjuer har vi i tillegg hatt muligheten til

å stille oppfølgingsspørsmål der vi ønsket at informanten skulle utdype mer. Dette har gjort at vi har fått svar på alle eventuelle uklarheter og mer utfyllende besvarelser på interessante utsagn. Det er likevel ikke bare fordeler med oppfølgingsspørsmål, da de kan føre til at man mister den røde tråden underveis i et intervju, og at man bruker mye av ens egen og informantens tid på å snakke om tematikk som ikke er relevant. Våre transkriberte versjoner av intervjuene har gjort oss oppmerksomme på at mye av det som har kommet frem i intervjuene er irrelevant for vår forskning, og vi har sett at grunnen til dette ofte skyldes våre egne oppfølgingsspørsmål.

Et grep for å styrke validiteten er å kombinere ulike metoder (Gleiss & Sæther, 2021, s. 205). Etersom vi har benyttet metodetriangulering ved bruk av både intervju og observasjon, har vi fått informasjon om forskningsfeltet fra ulike vinkler. Intervjuer med lærere kan ifølge Gleiss og Sæther (2021, s. 206) gi innblikk i hvordan de fortolker egen undervisningspraksis, men ikke hva de faktisk gjør i klasserommet. Etersom vi også har observert undervisningen til de matematikklærerne vi har intervjuet, har vi fått se hvordan deres matematikkøker har vært bygget opp, og hvordan læreren har praktisert sin undervisning. Elevintervjuene har bidratt til at vi har fått enda en synsvinkel på undervisningen, da spørsmålene til elevene blant annet har omhandlet deres oppfattelse av undervisningen de tar del i. Metodetrianguleringen kan ha bidratt til en økt sannsynlighet for at informasjonen vi har innhentet er mest mulig korrekt.

I følge Gleiss og Sæther (2021, s. 205) kan validiteten også styrkes ved å sammenligne egne funn med tidligere forskning. Dersom det er samsvar mellom funnene på tvers av undersøkelser bidrar dette til å styrke validiteten til de konklusjonene man ender opp med. Vi har hatt utfordringer med å finne tidligere forskning som sammenligner offentlige skoler med internasjonale skoler. På grunn av dette har vi lite å sammenligne våre funn direkte opp mot. Likevel har vi satt oss inn i forskning som ser på både utforskende undervisning og tradisjonell undervisning, og elevers læringsutbytte ved de ulike tilnærmingene. Dette har gitt oss grunnlag for å sammenligne våre funn opp mot tidligere forskning. Det er likevel rimelig å anta at validiteten ville vært sterkere dersom den tidligere forskningen baserte seg på forskjeller og ulikheter rundt hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter ved offentlige og internasjonale skoler.

Til tross for at utvalget i denne studien er lite, er vår vurdering at det er egnet for å besvare problemstillingen. Det kan likevel diskuteres i hvor stor grad utvalget er representativt for andre skoler enn de som er inkluderte i nettopp vår forskning. Vi vet at alle norske skoler, ifølge LK20, skal inkludere utforskende undervisning i matematikkfaget, likevel vet vi ikke i hvor stor grad andre skoler enn de tre vi har studert, praktiserer denne undervisningsformen. Dette begrenser i hvor stor grad vi kan generalisere våre funn. Selv om vi ikke kan generalisere våre funn, betyr ikke det at vårt forskningsarbeid ikke er relevant for fremtidige studier.

Deltakervalidering dreier seg om å involvere forskningsdeltakere for å få deres syn på datamaterialet og de fortolkninger som er gjort (Gleiss & Sæther, 2021, s. 206). Vi har ikke tatt opp dialogen med våre informanter for å etterspørre deres syn på hverken vårt datamateriale eller våre fortolkninger av informasjonen som er innhentet. I etterkant av skolebesøkene har våre fortolkninger av den virkeligheten som fant sted, vært tilnærmet like. Etersom fortolkningene var såpass like, var det liten grunn til å tro at våre oppfatninger ikke stemte med virkeligheten. Dersom vi hadde inkludert deltakervalidering i vår forskning kunne det imidlertid bidratt til å styrke validiteten ettersom vi kunne fått en bekreftelse eller avkreftelse på om vår oppfattelse var korrekt.

Som følge av de tidligere nevnte bekjentskapene, har vi som forskere hatt ulike perspektiver i situasjonene rundt datainnsamlingen. Ved skolebesøkene var det alltid én av oss som hadde tilknytning til skolen som følge av å ha gjennomført praksisperioden sin der. Thagaard (2018, s. 190) forklarer at en tilknytning til miljøet kan bidra til at man kan forstå miljøet innenfra, men at det også kan føre til at man overser deler av betydning. Det er sannsynlig at våre tidligere erfaringer fra skolene har gitt oss forutinntattheter som kan ha påvirket oss som både observatører og intervjuere. At en av oss alltid hadde tidligere kjennskap til forskningsfeltet, kan imidlertid være positivt ettersom vi dermed hadde både et innenfra-perspektiv og et perspektiv fra en utenforstående. Sistnevnte perspektiv gir muligheten til en upåvirket oppfattelse og tolkning av virkeligheten som finner sted. Våre tidligere bekjentskap vil derfor fungere både som en styrke og en svakhet.

3.9 Etisk ansvar

Et viktig aspekt ved det forskningsetiske var å søke om godkjenning for prosjektet vårt hos Norsk Senter for forskningsdata (NSD). Ved å gjøre dette ble vi kjent med retningslinjene til NSD, noe som ga oss en rettesnor i det videre arbeidet med prosjektet. Retningslinjene omhandlet blant annet dataoppbevaring og behandlingen av personidentifikasjon. Vi endte opp med å benytte oss av Nettskjema med en tilhørende diktafonapp for lydopptak med telefoner, en selvbetjent løsning hvor dataen oppbevares i en kryptert sky. På denne måten fikk vi tatt lydopptak under intervjuene, og samtidig ivaretok vi de etiske retningslinjene til NSD angående datalagring. Videre var vi påpasselige med å ikke skrive navn på skoler, lærere eller elever, og der det var nødvendig benyttet vi oss av kodenavn som vi avtalte på forhånd. Eksempler på dette er at skolene fikk kodenavnene *skole 1*, *skole 2* og *skole 3*.

I tillegg til NSD fulgte vi Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH, 2021) sine retningslinjer og punkter. Mer spesifikt la vi vekt på punktene 5-21. Uten å gå for nøyre inn på hvert enkelt punkt tok vi spesielt hensyn til del B som omhandlet «Hensyn til personer». To av punktene under denne delen er punkt 15 «Samtykke til å delta i forskning» og 17 «Beskyttelse av barn» (NESH, 2021, s. 19). For å ivareta disse punktene utformet vi samtykkeskjemaer som alle deltakerne måtte godkjenne og skrive under på. Ettersom vi intervjuet barn under 18 år var det viktig at elevenes foresatte samtykket til deres deltakelse i studien, i tillegg til at vi spurte elevene om de kunne tenke seg å bli intervjuet den aktuelle dagen.

Det var viktig for oss å ikke fremstå påtrengende i lærerne og elevene sin hverdag. Vi tok derfor grep som å være fleksible med tanke på lærernes undervisning, og underveis i deres arbeidshverdag. Lærerne kom med forslag om når vi kunne besøke skolene, og vi forholdt oss bestandig til disse. I tillegg var vi påpasselige med å introdusere oss i alle klassene vi besøkte, slik at elevene kunne stille spørsmål angående vår tilstedeværelse om de hadde et behov det.

Gleiss og Sæther (2021, s. 92) forklarer at maktforholdet mellom intervjuer og informant er en forskningsetisk utfordring som kan finne sted. Det er vi som forskere som har stilt spørsmål rundt informantenes personlige tanker og erfaringer, og det er også vi som i ettertid har tolket informasjonen som har kommet frem. Det har derfor foreligget en skjevhet i maktforholdet mellom oss og informantene. Gleiss og Sæther (2021, s. 93) forklarer at denne

skjevheten gjør varsomhet rundt datainnsamlingen ekstra viktig. Vi har vært varsomme med informert samtykke og anonymisering, i tillegg til at vi har unngått å stille spørsmål som går på det psykososiale hos elever og lærere.

Ettersom vi har undersøkt undervisningspraksiser i skolen er det potensielt problematisk at forskningsdeltakere har følt at vi besøkte skolen for å evaluere ulike prestasjoner.

Lærerintervjuene har i relativt stor grad dreid seg om lærernes tanker rundt utforskende arbeid og i hvor stor grad de praktiserer undervisningsformen. I selve intervjuene har vi etterstrebet å fremstå nøytrale, ved å ikke komme med ytringer om hva vi mener om noe. Det er likevel ikke usannsynlig at lærerne, for eksempel, har følt seg i en noe presset situasjon som følge av at vi stilte spørsmål rundt deres måte å gjennomføre jobben sin på.

4 Resultater

I dette kapittelet presenterer vi de erfaringene vi har innhentet ved hjelp av de tidligere nevnte metodene, observasjon og intervju. Empirien presenteres ved å belyse svarene våre informanter har gitt oss i intervjuer, i tillegg til utklipp fra våre observasjonsnotater. På grunn av at vi gjennomførte datainnsamling ved tre ulike skoler, i tillegg til at vi benyttet oss av flere innsamlingsmetoder på samtlige skoler, skiller vi skolene og innsamlingsmetodene hver for seg. Først presenteres alle observasjoner, hvor vi begynner med å ta for oss den første offentlige skolen (skole 1), deretter den andre offentlige skolen (skole 2) og til slutt den internasjonale skolen (skole 3). Rekkefølgen vil være den samme når vi etterpå presenterer resultater fra lærer- og elevintervjuene.

4.1 Observasjoner

Vi vil her presentere resultater og interessante observasjoner fra samtlige skoler vi har forsket på. Verdt å nevne er at vi ikke tok hensyn til et bestemt trinn ved den fådelt skolen, skole 1. Grunnen til dette er at vi ønsket å se på undervisningens helhet, og dette innebar at våre observasjoner innenfor denne skolen går på tvers av trinn og tema. Det samme gjelder for den internasjonale skolen, skole 3, hvor 8.- og 9.-trinn fikk felles undervisning.

4.1.1 Observasjoner fra offentlig skole 1

Ved skole 1 observerte vi to matematikktimer over to ulike dager. Timene hadde ulik varighet, hvor den ene timen varte i 60 minutter og den andre i 90 minutter. Antallet elever til stede var redusert som følger av koronasykdom, og 9 av totalt 18 elever deltok i undervisningen de to dagene. Som nevnt tidligere er skolen fådelt, noe som betyr at hele ungdomsskolen er samlet og deltar i samme undervisning.

En observasjon vi gjorde oss ved skole 1, var at læreren benyttet seg av læreboka i undervisning, og elevene hadde hver sin arbeidsbok. I tillegg observerte vi at de ulike trinnene arbeidet med ulik tematikk. 8. trinn arbeidet med brøk, 9. trinn med areal og omkrets og 10. trinn arbeidet med funksjoner. Læreren startet undervisningen på tavla. Begge dagene ga hen tavleundervisning til alle tre trinnene samtidig, med generelle repetisjoner av fagstoff og noe terminologi. Et eksempel på dette er at læreren kom inn i klasserommet og startet økta med å

spørre; «Hva er et siffer?». Videre gikk de gjennom begreper som primtall, oddetall, partall og delelighet.

Etter tavlegjennomgangen fikk elevene beskjed om å hente fram bøkene. Da bøkene var hentet ble to klassetrinn satt i gang for å arbeide med oppgaver i boka, mens det tredje trinnet fikk tavleundervisning rettet mot det spesifikke temaet de arbeidet med i deres bok. Et eksempel på dette er et tilfelle hvor undervisningen startet med tavleundervisning for 9. trinn, mens 8.- og 10. trinn arbeidet med oppgaver i bøkene sine. Gjennomgangen for 9.trinn dreide seg i hovedsak om begreper som ble brukt i kapitlet de arbeidet med, og læreren gikk slavisk gjennom hvert element hvor hen startet med areal og omkrets og deretter bevegde seg til areal av trekant, omkrets av sirkel og lignende. Etter denne tavleundervisningen satte læreren 9.trinn i gang med individuelt arbeid i bøkene med å si: «Da jobber dere bare i boka der dere var». Videre fikk 8. trinn tavleundervisning.

Et annet eksempel på oppstart av undervisning er at læreren ankommer klasserommet og sier: «God morgen, finner dere bare frem bøkene», hvor hen så hadde 10 minutter med tavleundervisning for hele elevgruppen før bøkene ble tatt i bruk. Videre observerte vi at læreren spurte elevene om definisjonen på ulike begreper. Et eksempel er hvor læreren spurte “Hva er et partall?”, hvor en elev svarte “To, fire, seks osv..”, og læreren responderte med at partall er noe som kan deles på 2. Læreren definerte med andre ord et matematisk begrep for elevene sine. En annen observasjon vi gjorde oss var at læreren ledet elevene frem til et uttrykk når de ikke visste svaret. Læreren forklarte en fremgangsmåte på tavla, og spurte så elevene hva den kalles for, og fortsatte med «Dette kalles for tv ...? Tverr ...? Tverrsummen». Like etterpå bevegde læreren seg bakerst i klasserommet, pekte på en plakat som hang på veggen og poengterte “Her ser dere hvordan dere regner arealet av ulike figurer ... og volum”. Læreren stilte også spørsmål og ga beskjeder høyt i klasserommet. Et eksempel på dette er når læreren tegnet opp en trekant og markerte den med A, B og C i hvert av hjørnene, før hen sa «Husker dere at disse skal skrives med store bokstaver?».

Ved et tilfelle spurte læreren elevene i plenum «Hvordan ser et parallelogram ut, først og fremst?». Ingen elever responderte, og like etterpå sa læreren «To og to sider er parallelle, det er nesten som om alt er litt forskjøvet». Samtidig tegnet hen et parallelogram på tavla for å understreke sitt poeng. Vi observerte ved flere tilfeller at læreren inviterte elevene til å ta del i

matematikken som foregikk på tavla, hvor hen stilte spørsmål som «Hvordan kan vi vite det?», og «Hvordan finner jeg ut ...?». Vi observerte også at elevene så ut til å være konsentrerte når læreren forklarte og tegnet, ettersom det var lite støy og samtlige elever hadde blikket rettet mot det som foregikk fremme ved læreren.

I begge øktene vi observerte så vi at elevene arbeidet med oppgaver store deler av undervisninga, for utenom når det foregikk noe på tavla som de skulle følge med på. Når elevene arbeidet med oppgaver i læreboka var det lite eller ingen samarbeid mellom elevene. I observasjonsnotatene kommer det frem at det var et tilfelle var en elev som forflyttet seg til to andre elever som satt sammen fra før av. Utover dette var det individuelt arbeid og kun korte dialoger mellom elevene.

Til tross for at undervisningen hovedsakelig gikk til tavleundervisning og arbeid i bøkene, introduserte læreren et matematisk spill for elevene, på slutten av undervisningsøkta som varte i 90 minutter. Spillet dreide seg om geometri, og de ulike elevgruppene fikk et spill basert på oppgaver tilpasset deres nivå. I tillegg til dette spillet observerte vi også at læreren ved et tilfelle bygget videre på et elevspørsmål fra en elev på 10.trinn, og satte opp en funksjonsoppgave basert på et virkelighetsnært tema. Oppgaven læreren utformet dreide seg om torsketungeskjæring. Læreren gikk gjennom oppgaven sammen med elevene, og satte opp en verditabell for x og y på tavla. Deretter utformet hen en funksjon for hvor mye én elev tjener på å skjære x antall kg torsketunger. Læreren gikk gjennom oppgaven steg for steg, fra å lage verditabell til grafen var ferdigstilt. Det virket som at eksemplet førte til en forståelse hos elevene, ettersom de fulgte nøye med på tavla og arbeidet videre i boka etterpå uten flere spørsmål om det de tidligere hadde lurt på.

4.1.2 Observasjoner fra offentlig skole 2

Ved skole 2 observerte vi til sammen to matematikkøker, hvorav begge hadde varighet på 60 minutter. Den første dagen var det 19 elever, og den andre dagen var det 22 elever til stede. Klassen besto i utgangspunktet av 35 elever, men flere var hjemme på grunn av sykdom.

Matematikkundervisning dag 1

Den første delen av den første økta brukte læreren om lag fem minutter på å få klassen til å komme til ro, og elevene hadde hentet bøkene sine i forkant uten instruks fra læreren. Vi

observerte at lærerens metode for å få elevene til å rette oppmerksomheten mot hen og avslutte småpratene, var å stå helt stille og ikke si noe. Samtidig som læreren sto helt stille kom det et par elever bort til læreren for å spørre om de kunne få sitte ved siden av kameraten sin, hvor læreren svarte at de skulle begynne med å sette seg på sine faste plasser.

Tematikken for økta var brøk, og læreren startet undervisningen med å gjennomgå flere eksempler på tavla. Mens dette foregikk observerte vi at læreren hadde læreboka åpen på kateteret, og benyttet seg av denne. Et av eksemplene som ble gjennomgått var at alle lærerne på skolen skulle spise pizza, og for å illustrere mengden pizza tegnet læreren opp fem sirkler på tavla. Videre forklarte hen hvor mange lærere de er og delte inn sirklene for å demonstrere hvordan pizzaen kunne deles inn for at alle skulle få lik mengde. Underveis i tavleundervisningen minnte læreren elevene på en viktig regel for divisjon med brøk: "Det som er viktig å huske, er at den bakerste brøken i et delestykke med brøk, skal vi bestandig SNU". Her la læreren vekt på ordet «snu» samtidig som hen pekte på den bakerste brøken i et delestykke som var skrevet opp på tavla.

Etter 20 minutter tavleundervisning ble elevene satt i gang med oppgaver i boka. Elevene satt for seg selv under tavlegjennomgangen, men da de skulle arbeide i boka var det noen elever som forflyttet seg slik at de satte i grupper på to eller tre stykker. Underveis i arbeidet med oppgavene var det elever som hadde spørsmål, hvor læreren av og til svarte de individuelt, og noen ganger tok opp spørsmålet i plenum. Et eksempel på noe som ble gjennomgått felles var da læreren forklarte hva som måtte være tilfelle for at et tall skal være delelig med fem. Formidlingen fra lærer var at "(...) på den første oppgaven skal dere finne de som er delelig med fem. Og for å vite om det er delelig med fem så må tallet slutte på null eller fem (...)". I dette tilfellet observerte vi at elevgruppen satt stille og så ut til å følge nøye med på det læreren sa.

Underveis i økta dukket det opp flere spørsmål som fikk læreren til å be elevene om å følge med på tavla noen minutter. Ved et tilfelle gjennomgikk læreren multiplikasjon av brøk, hvor hen minnte elevene på hvordan man skal multiplisere brøker. Nedenfor presenteres et utklipp fra våre notater:

$$\frac{1}{3} \cdot 5 \Rightarrow \frac{1}{3} \xrightarrow{\cdot 5} \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$$

Etter å ha gjennomgått dette sa læreren «Vi skriver det ned i boka fordi det er en kjempeessensiell ting dere bør kunne». Elevene så ikke ut til å ha en egen regelbok i matematikkfaget ettersom samtlige brukte arbeidsboka til å skrive ned multiplikasjonsstykket læreren gjennomgikk.

Matematikkundervisning dag 2

Den andre matematikkøktta vi observerte startet med at elevene fikk tilbake en matematikkprøve som læreren var ferdig med å rette. Læreren brukte det første kvarteret av økta på å gjennomgå svarene på prøven, og elevene fulgte nøye med mens de satt på sine egne plasser. Underveis i gjennomgangen forklarte læreren hvordan de ulike oppgavene kunne løses, et eksempel på dette var at læreren sa «I denne oppgaven dreier det seg om delelighet med to, og da er det jo slik at tallet må slutte på et partall eller 0». Etter hvert som læreren rundet av gjennomgangen av prøven begynte elevene å snakke seg imellom om prøveresultatene. Elevene sammenlignet prøvesvarene sine, og et eksempel på dette er at en elev sa til en annen «Fikk du også 48 her?».

På et tidspunkt spurte en elev «Kan vi gjøre noe gøy?», og læreren svarte med «Ja vi skal gjøre noe gøy, vi skal arbeide med arbeidsplanen!». Dette arbeidet dreide seg om oppgaver fra boka, og arbeidsplanen var delt inn i tre ulike nivåer hvor elevene selv måtte velge hvilket nivå de arbeidet ut fra. I likhet med dagen før hadde elevene bøkene klar ved starten av timen, i tillegg til at de satte seg sammen i grupper etter eget ønske. Underveis i arbeidet i bøkene dukket det opp spørsmål om oppgaver hvor læreren gikk gjennom noen av dem på tavla, her er et eksempel (utklipp fra egne observasjonsnotater):

The diagram shows a mathematical problem being solved on a board. At the top, there are two squares, each containing three dots, representing the fraction $\frac{3}{4}$. These are added to a square containing one dot, representing $\frac{1}{4}$. Below this, the same two squares are shown again, but each is divided into four smaller squares, making a total of eight parts. The first square now has six dots (representing $\frac{6}{8}$) and the second has two dots (representing $\frac{2}{8}$). Below this, the fraction $\frac{1}{4}$ is written with a red minus sign. At the bottom, the final calculation is written in red: $\frac{8}{8} + \frac{4}{8} = \frac{12}{8} - \frac{3}{8} = \frac{9}{8}$.

Lærer tegner opp oppgaven på tavla, slik den står i boka (sort tekst)

for å demonstrere tegner lærer opp (i rødt) at han utvider brøken slik at den er mulig å dele opp i firedeler. Kommertil slutt frem til svaret ni åttedeler.

Læreren forklarte oppgaven slik det er beskrevet over, og etterpå satte elevene i gang med oppgaver fra arbeidsplanen igjen. Ved noen tilfeller var det kun et fåtall elever som fulgte med på tavla da læreren gjennomgikk oppgaver. Grunnen til dette var at flertallet av de som ikke fulgte med arbeidet videre for seg selv samtidig som læreren tok ordet. Læreren så ikke ut til å kreve at alle skulle følge med heller, ettersom hen ikke kommenterte noe da noen elever arbeidet videre for seg selv. Da undervisninga var over ga læreren beskjed om at elevene kunne pakke sammen bøkene og ta pause.

4.1.3 Observasjoner fra den internasjonale skolen

Ved den internasjonale skolen observerte vi 4 dager, men som forklart i kapittel 3 valgte vi å kun benytte oss av de første 3 dagene som observasjonsgrunnlag. Elevgruppen besto av 26 elever de to første dagene, og 19 elever den tredje dagen.

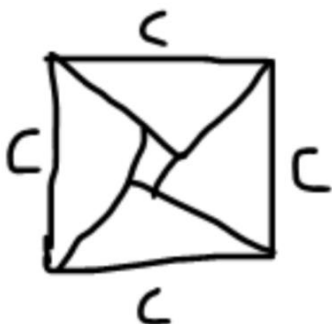
Undervisning dag 1

Det første vi observerte i skole 3 var at lærerne og elevene snakket sammen på engelsk, og stort sett all undervisning foregikk på engelsk. Vi observerte også at læreren ved noen tilfeller startet matematikkundervisningen uten å formidle til elevene hva de skulle arbeide med. Et eksempel er da læreren presenterte et bevis for Pythagoras setning, uten å fortelle at det var dette undervisningen skulle handle om. Læreren startet økta med å si «I dag skal vi se på to

bevis», og deretter begynte de rett på med praktisk arbeid rundt Pythagoras setning, uten at elevene visste hvilket bevis de arbeidet med.

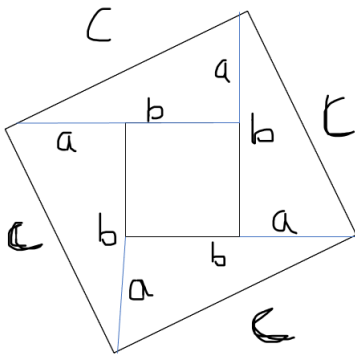
Elevene ble delt i små grupper på 2-3 stykker, og fikk utdelt fargede ark som de skulle brette og klippe på bestemte måter. Etter hvert i økta fikk elevene nye spørsmål og beskjeder om brettemetoder og ulike ting de skulle undersøke. Et av spørsmålene var «Hvor store er sidene nå?». Og en av instruksjonene som ble gitt var «Jeg vil at dere skal navngi trekantene deres, og sidene. Den lengste siden skal hete C, de to andre A og B». Etter denne instruksjonen tegnet læreren en trekant på tavla og navnga de ulike sidene for å illustrere for elevene.

En elevgruppe fikk underveis i brettearbeidet denne kommentaren fra lærer: «Dette er ikke bra nok, jeg ønsker det beste», og det ble gitt et nytt farget ark for å forsøke igjen. Elevene så ikke ut til å bli fornærmet av kommentaren, og startet om igjen på oppgaven på det nye arket. Litt senere i prosessen hadde samtlige grupper fått en firkant til resultat. Da sa læreren «Uten å måle denne, hva vet vi om denne firkanten?». Elevene kom med ulike besvarelser hvorav ett av dem var «Alle sidene er like lange». Senere spurte læreren «Hvordan kan vi finne arealet til en trekant når vi kun vet lengden på to av sidene?», elevene så ut til å reflektere over dette, men ingen kom med svar. Etter ulike instruksjoner hadde elevene klippet ut til sammen fire like trekanter, og de fikk forklart hvordan disse skulle legges inntil hverandre, via en YouTube-video. Elevene endte opp med en firkant hvor hver av sidene besto av den lengste siden, C, i trekantene deres. Under er en demonstrasjon hentet fra våre observasjonsnotater:



Inni firkanten er det et kvadrat i midten, slik det også var i videoen de nettopp så på. Læreren spurte så elevene «Hva har vi skapt her?» og «Hva vil dere kalle hullet i midten?». Én elev svarte at hullet i midten tilsvarer et kvadrat. Avslutningsvis spurte læreren «Hvor stor er firkanten i midten, og hvordan kan vi finne det ut?». Etter at elevene fikk litt betenkningstid

sa læreren at de skulle se videre på videoen, og se hvordan de løste det der. Figur 4 nedenfor viser en etterligning av figuren som ble vist i videoen:



Figur 4: Figur fra video vist i klasserommet.

Videoen formidlet følgende tekst i tillegg til figuren ovenfor:

$$\begin{aligned} \text{Area of square} &= c^2 \\ 4(\text{triangle}) + \text{small square (in the middle)} &= c^2 \\ 4(1/2 ab) + (b - a)^2 &= c^2 \\ &= a^2 + b^2 = c^2 \end{aligned}$$

Etter de hadde sett videosnutten sa læreren «Okei! Her hoppet de over mange steg, hvem vil komme opp på tavla og forsøke å forklare dette?». Et fåtall elever rakk opp hånda, og læreren pekte ut én av de til å komme opp og gi det et forsøk. Eleven forsøkte å forklare utregningen på tavla, og fikk forslag fra medelever underveis. Det diskutertes i plenum hva c^2 egentlig betyr i dette tilfellet, læreren veiledet litt underveis, og til slutt klarte de å bli klokere sammen og de så ut til å forstå utregningen.

Som observatører av denne undervisningsøkta forsto vi ganske lite av hva de holdt på med til å begynne med. Det var egentlig ikke før på slutten av timen da det kom frem at arkene de brukte var et hjelpemiddel for å forstå og bevise Pythagoras setning, at vi forsto arbeidsmåten og målet med undervisninga. I løpet av økta var det ingen av elevene eller lærerne som benyttet seg av bøker, elevene brukte kun arkene de fikk utdelt i tillegg til egne notatbøker. Helt på slutten av økta fikk elevene utdelt en figur de skulle utforske og forstå til dagen etter.

Undervisning dag 2

Under oppstarten til den andre matematikkundervisningen, gikk læreren gjennom målene for

timen på tavla. De to målene var «Jeg kan bruke kongruensteoremet for å avgjøre om to trekanter er kongruente» og «Jeg kan bevise Pythagoras teorem på minimum en måte». Etter å ha presentert målene og trukket frem noen spørsmål i forbindelse med dem, påbegynte arbeidet. Elevene fikk så utdelt hvert sitt ark med oppgaver. Arket besto av to sider med mange forskjellige trekanter, og temaet var kongruens (se vedlegg 5). Oppgaven var at elevene skulle finne ut om to og to trekanter var kongruente, hvor de skulle benytte seg av ulike postulater fra Euklid for å vurdere trekantene. Læreren sa at hen forventet at alle gjorde ferdig minimum halve arket, og uttrykte at side to var hakket mer krevende, for de som ønsket noe å bryne seg på. Etersom de fikk utdelt arbeidsark så observerte vi at ingen bøker ble tatt i bruk, i likhet med dagen før. Trengte elevene å skrive ned noe underveis gjorde de dette i egen notatbok.

Elevene arbeidet sammen i par og diskuterte trekantene. To elever som samarbeidet om oppgavearket, hadde en dialog hvor den ene eleven sa «Okei så.. jeg tror dette er AAS-postulatet» (angle-angle-side). Den andre eleven vurderte hans utsagn og det oppsto en diskusjon hvor de reflekterte rundt påstanden sammen. Det var vanskelig for oss å få ned alle elevutsagn ettersom det var høy muntlig aktivitet og elevene diskuterte oppgavene både med sidepartnere og lærer underveis i økta. Til tross for at vi ikke hørte alle spesifikke elevutsagn, observerte vi høy grad av faglige diskusjoner og engasjerte elever som arbeidet målrettet med de oppgavene som ble gitt.

På et tidspunkt klippet læreren ut flere av trekantene fra oppgavearket for å illustrere for to elever som satt sammen, hvorpå læreren sa «Det er ofte bra å være veldig visuell». Etter å ha veiledet disse to elevene gikk læreren bort til en elev som satt alene og sa «Du sitter alene, vil du gå og sette deg med de to og samarbeide med dem?». Vi opplevde dette som at læreren oppfordret eleven til å samarbeide med noen om trekant-oppgavene.

Vi observerte at læreren hovedsakelig veiledet elevene i plenum og gjennomgikk ulike ting på tavla samtidig som det foregikk en diskusjon med elevene, og ofte fikk hen elevene til å komme frem og tegne og forklare på tavla. For oss fremsto det som at læreren i stor grad samarbeidet med elevene og at de fant ut av matematiske spørsmål i felleskap. Elevene så ut til å være vant til å komme frem og forklare ting fremfor resten av klassen, og det oppsto ofte matematiske diskusjoner hvor flere elever i klassen var involverte.

En annen observasjon vi gjorde oss var at læreren stilte elever spørsmål for å veilede. Et eksempel på dette er da en elev påsto at to vinkler måtte være like, og læreren svarte med spørsmålet "Hvorfor må det være samme vinkel?". Dette gjorde at eleven måtte reflektere over sin egen påstand og vurdere hvorfor vinklene eventuelt var like, og om de i det hele tatt var like. Videre observerte vi at læreren ved ulike tidspunkt satte seg ned med enkeltelever og veiledet på norsk for de som synes tematikken var vanskelig, dette gjaldt for de elevene som hadde norsk som morsmål og muligens forsto noen ting bedre på norsk enn på engelsk.

Underveis i undervisningsøkta observerte vi at læreren sa: «Vi skal nå finne ut hvordan vi kan besvare spørsmål to med et bevis». Læreren involverte elevene og benyttet elevsvar for å komme frem til hvordan spørsmålet kunne besvares med et bevis. Etter dette samarbeidet jobbet elevene videre med arbeidsarket. Etter hvert som elevene ble ferdige med arbeidsarket fikk de beskjed om å hente frem PC-en og gå til en nettside hvor de skulle arbeide med bevis for Pythagoras setning. De skulle velge seg ett bevis for Pythagoras setning, studere det og forsøke å forstå det slik at de kunne forklare det til sidemannen etterpå. Elevene så ut til å arbeide konsentrerte på hver sin datamaskin, likevel hadde de faglige samtaler innimellom hvor de forsøkte å forklare beviset de studerte til den som satt ved siden av.

Læreren rundet av økta med å forklare hva som skulle skje fremover innenfor matematikkfaget: «Denne oppgaven var avsluttende for Pythagoras setning, neste uke kommer jeg til å gi dere en utfordring hvor dere får utdelt hvert deres bevis hvor dere skal presentere deres forståelse av det til noen andre». Læreren sa deretter at de i uka etter skal starte å arbeide med sirkelteoremer, før hen avsluttet timen med å si «But it is hip to be square».

Undervisning dag 3

Matematikkundervisninga dag 3 gikk rett på sak med at læreren sa «God ettermiddag, da kan dere hente skriveboka, skrive datoen og tegne en sirkel». Elevene fikk beskjed om å tegne en linje fra midten av sirkelen og ut til sirkelbuen. Læreren spurte så hva det kalles når man trekker en linje fra sentrum av sirkelen til et hvilket som helst punkt på sirkelbuen. Fem elever var delaktige i plenumsdiskusjonen som foregikk en liten stund før klassen fikk utdelt hvert sitt ark med sirkler. Læreren ga elevene instruksjoner om hva de skulle gjøre med den første sirkelen på arket, og instruksene veiledet elevene slik at de endte opp med å ha tegnet en

vinkel inne i sirkelen. Vinkelen gikk fra sentrum og ut til to punkter på sirkelbuen, og elevene fikk beskjed om å benytte gradskive for å måle vinkelen. Etterpå skulle elevene lage en ny vinkel på samme måte i neste sirkel på arket, og denne sirkelen var større enn den første. Deretter skulle de måle den nye vinkelen og sammenligne resultatene de fikk. Læreren spurte elevene: «Kan dere gi meg en tilbakemelding på hva dere har funnet ut, basert på eksperimentet dere utførte på de to sirklene?». En elev svarte at hen målte 90 grader i begge vinklene inne i sirklene.

Etter en plenumsdiskusjon hvor læreren snakket sammen med flere av elevene, fikk de beskjed om å definere begrepet *sektor*. I dette tilfellet presiserte læreren at hen ikke godtok utsagn som *pizzastykker* eller *kakestykker*. Etterpå fikk elevene i oppgave å gi en definisjon på et segment i en sirkel, skriftlig i boka si. Deretter ble ulike definisjoner presentert i plenum, og læreren engasjerte klassen til å diskutere de ulike definisjonene sammen før hen googlet de to begrepene de skulle definere. Læreren fant en definisjon på nett og leste denne høyt til klassen.

Etterpå sa læreren «Lag en sirkel i bøkene deres for vi skal nå definere de ulike delene av en sirkel». Læreren instruerte elevene til å tegne opp ulike deler av sirkelen, og navnga de ulike delene før hen sa «Nå skal dere forsøke å definere de ulike delene vi har navngitt og markert». Eksempler på deler av sirkelen som elevene skulle definere var (på engelsk): *arc*, *segment*, *circumference*, *chord* og *tangent*. Læreren ga elevene god tid til å forsøke å definere de ulike delene, og flere elever samarbeidet om oppgaven. Etter om lag femten minutter startet en plenumsdiskusjon hvor læreren tegnet opp en sirkel på tavla som inkluderte de ulike delene og navnene på dem. Læreren ønsket nå at elevene kom med forslag til definisjoner på de ulike delene.

Vi fikk et inntrykk av at elevene var trygge på å rekke opp hånden og komme med forslag selv om de ikke visste om de hadde rett svar. Flere elever kom med forslag på definisjoner som ikke stemte, og ved flere tilfeller svarte læreren at det var et godt forslag, men at det ikke var helt korrekt. Videre kunne hen også bygge videre på de ukorrekte svarene til elevene for å skape diskusjoner innad i klassen. Læreren brukte generelt elevsvar i undervisningen, og forsøkte å fiske frem det riktige svaret fra klassen. Det kunne virke som at læreren ønsket at elevene skulle komme med den riktige definisjonen selv ettersom hen ikke ga svaret, men hint

når de var på rett spor. Vi observerte at elevene fulgte nøye med på lærerens gjennomgang av de ulike navnene på delene i en sirkel, og elevene satt stille og tegnet og skrev ned i sin egen skrivebok. Resten av økta gikk til å arbeide med de ulike definisjonene, og vi observerte mange gode diskusjoner mellom lærere og elever. Ofte rakk ikke elevene opp hånda før de svarte, men det så ikke ut til å plage læreren ettersom hen ikke sa noe på det. Etter en klokke time var økta over, og elevene fikk beskjed om å rydde sammen og rydde klasserommet ettersom skoledagen var over.

4.2 Lærerintervjuer

4.2.1 Lærerintervju ved offentlig skole 1

Læreren ved skole 1 tok fireårig lærerutdanning i 1991, og har arbeidet som lærer siden 1995. I 2018 tok hen videreutdanning innenfor matematikk, for å få totalt 60 studiepoeng i faget. I intervjuet fortalte læreren at de i videreutdanningen lærte mer om hvordan de kunne bruke elevenes interesser i undervisningen for å gjøre den mer motiverende. Videre fortalte læreren at det ikke er noe hen har klart å gjøre så mye, og begrunner det med at det er vanskelig når hen underviser tre klasser som er slått sammen til en.

Vi spurte hvor mye utdanningen inneholdt utforskende matematikk, og læreren responderte med latter før hen svarte:

Ehm.. nei.. vi hadde ikke særlig mye om det, nei. [kort pause] Jeg tenker at en god del så må jeg faktisk bare bruke bøkene (...) ellers så har du ikke sjans (...).

Til spørsmålet om det å være matematikklærer svarte læreren at hen liker det veldig godt. Læreren forklarte at hen blir fort lei av å gjøre det samme, så til tross for at hen har jobbet som lærer i mange år har hen aldri hatt en bunke som snus og brukes om igjen. Læreren sa at hen alltid lager mye ekstraarbeid for seg selv ved å planlegge undervisning som krever en del forarbeid, som for eksempel å klippe opp puslespill til elevene. Læreren kommenterte at hen synes det er verd å gjøre ekstraarbeid ettersom det er gøy å lære elevene noe via lek. Hen rundet av svaret sitt med å si at det er mye man kan gjøre, både med tanke på spill og andre praktiske ting, men at det ofte er tiden som begrenser hvor kreativ hen får vært.

Når vi stilte spørsmål 5, om hen føler at læreplanen og kompetansemålene begrenser hen i forhold til ønskene om undervisning, svarer hen ja. Læreren la til at det ofte føles som at det er mye stoff man skal rekke å gå gjennom, som følger av elevenes tentamen og eksamen og så videre. Læreren sa deretter:

Men det er jo klart at det er nødt til å være slik at noe skal de ha lært, tenker jeg, [ler litt] jeg kan ikke bare lære de noe fordi jeg synes det er dritartig.

Til spørsmål 7 «Opplever du noen gang at ressursene i skolen slik som lærebøker, konkretiseringsmateriell og lignende, begrenser din planlegging og gjennomføring av undervisning?», svarte læreren ja. Læreren forklarte at hen gjerne skulle ønske de hadde mer konkretiseringsmateriell. Hen sa at «For eksempel innenfor brøk kunne jeg ha ønsket meg veldig mye mer». Videre sa hen at de har litt materiell på skolen, slik som tier- og hundrerstaver. Læreren forklarte også at de har fått nytt læreverk *Multi*, som er på nett, og at hen bruker mye tid på å sette seg inn i det. Læreren avsluttet svaret sitt med «Jeg får vel bruke mer tid på å finne ut av det, men jeg har ikke hatt den tiden ennå».

Spørsmål 8 dreier seg om hvilke tanker læreren har om utforskende arbeid i matematikkfaget. Læreren svarte her at «Det krever litt av deg som lærer, du må ha et slikt utgangspunkt» og:

Det er en veldig fin tanke at alt skal være utforskende, men når jeg har tre klasser så klarer jeg faktisk ikke det, det er bare slik hverdagen er.

Videre snakket vi om at utforskende undervisning er blitt en stor del av den nye læreplanen som kom i 2020, og her kommenterte læreren at det er noe som vil kreve mye av lærerne. Når det gjelder elevutbyttet i forbindelse med utforskende arbeid mente læreren at denne tilnærmingen kunne være veldig forvirrende for noen elever. Hen begrunnet dette med at det kan være utfordrende, spesielt for svake elever, å skulle forholde seg til at matematikk kan gjøres på flere måter. Hen sa at «For noen så er det bare å lære seg algoritmen og godta at sånn er det». Likevel sa læreren at hen liker når elevene får arbeide praktisk, og at hen forsøker å inkludere en aktivitet i undervisningen, spesielt når de har dobbelttime i matematikk.

Til spørsmål 15 «Noen mener det er vanskelig å underveisevurdere elevs læringsutbytte under og etter bruk av utforskende matematikk. Hva tenker du?» svarte læreren:

Ja, det er det jo. Og særlig hvis de jobber i grupper. (...) Sånn at, det er jo da litt vanskelig å vite hvor mye den, den og den har bidratt. (...) Men altså, det er jo ikke sånn at jeg har tid å snakke med alle elevene en gang i uka om hvordan de gjør det i matte. Og det høres ut som det er det man skal gjøre.

Denne besvarelsen forstår vi som at læreren synes det er vanskelig å oppnå vurdering for læring i tilknytning til utforskende arbeid i matematikkfaget. Videre forstår vi det som at læreren finner det utfordrende å vurdere elever når de arbeider i grupper, ettersom det er vanskelig å vite hvor mye enkeltelever bidrar i gruppa.

Da vi spurte læreren i hvor stor grad hen benytter seg av læreverk i sin arbeidshverdag fortalte hen at hen tar utgangspunkt i læreverket i sin planlegging og gjennomføring av undervisning. Læreren la til at hen følger bøker, og at disse gjør det enklere å vite hva de må rekke gjennom av faglig stoff.

4.2.2 Lærerintervju ved offentlig skole 2

Læreren ved skole 2 tok en fireårig lærerutdanning i 1992. I sin utdanning tok hen ekstra matematikkfag, som førte til at studieløpet ble avsluttet med tittelen adjunkt med opprykk. Læreren har siden da vært yrkesaktiv som lærer i 26 år, og arbeider enda i samme skole som hen startet sin lærerkarriere i. I 2021 tok hen etterutdanning i matematikkfaget som ga 30 ekstra studiepoeng, på grunn av at hen manglet 15 studiepoeng for å kunne undervise i matematikk på ungdomstrinnet hvor det kreves totale 60 poeng. I intervjuet fortalte læreren at etterutdanningen ikke hadde adressert den nye læreplanen (LK20) i særlig grad, men at dybdelæring og programmering ble tatt opp som temaer som krevde endringer og nytenking i skolen.

Da vi spurte læreren om den nye læreplanen utgjorde noen forskjell i undervisningshverdagen, fikk vi svaret:

Ikke i så stor grad som den burde ha gjort (...) i forhold til dybdelæring og sånn, det er en hektisk hverdag så hvordan skal du legge opp til å organisere det (...) så det blir litt tradisjonell undervisning. Man har jo planer og visjoner om å gjøre andre ting, men det viser seg å være litt vanskelig å få til.

Læreren la til at hen trodde at grunnen til dette blant annet var mangel på tid.

Videre spurte vi læreren hvor mye hen lærte om utforskende matematikk i utdanningen sin, hvor hen svarte at matematikkundervisningen på lærerskolen i all hovedsak baserte seg på ren regning. Etterutdanningen, derimot, bar større preg av oppgaver hvor de skulle intervjuer elever og gi de oppgaver for å diagnostisere etterpå. «Absolutt relevant og en fin ting å ha gjort», la hen til. Læreren sa deretter at etterutdanningen gjorde hen mer bevisst på at hen ikke snakker matematikk med elevene:

Vi snakker ikke matematikk, vi sitter jo og regner. Og i etterutdanningen var det veldig fokus på å prøve å få til relasjonell undervisning, altså det å forstå hvorfor du gjør de tingene du gjør fremfor å bare bruke algoritmer. Det synes jeg har vært litt artig, det å få elevene til å prate og forklare hvordan de tenker.

Til spørsmål 7, om læreren opplever at skolens ressurser kan begrense planlegging og gjennomføring av undervisning, var svaret «Til en viss grad». Læreren forklarte at hen kan bli litt vel mye styrt av læreboka, og sa at hen føler at hen må gjøre det som står der. Når det gjelder å finne på kreative undervisningsopplegg så mente hen at begrensningen ofte er læreren selv:

Begrensningen er vel som regel oss selv og hvor langt vi vil strekke oss for å gjøre noe annet (...) jeg tror det går på kreativiteten (...) jeg synes nok at jeg kan bli flinkere til å lage mer tilpasset opplegg og utforskende oppgaver.

Da vi spurte læreren i hvor stor grad utforskende matematikk prioriteres i undervisningen, svarte hen «Jeg tror ikke jeg er flink til å prioritere dette, jeg er ikke strukturert nok på det området der» og «Vi som fagseksjon på trinnet er heller ikke strukturerte nok, eller gode nok til å planlegge de tingene der». Læreren forklarte så at hen tror det kunne vært enklere dersom man var flere som samarbeidet om planleggingen av utforskende undervisning, men at struktur og mangel på tid likevel er faktorer som utfordrer:

Hvis man sitter en hel fagseksjon sammen og gjør disse tingene sammen så tror jeg det er mye enklere enn om du sitter alene (...) men å ha den tanken i hodet og være strukturerte på at dette er noe vi skal jobbe med, det er nok der vi ikke er flinke nok. Også spiller tida en rolle, det er en hektisk hverdag og vi må bare komme oss i mål.

Etterpå forklarte læreren at hen prøver å variere undervisningen for elevene. Hen forklarte for eksempel at elevene tidligere har måttet begrunne hvordan de tenkte når de arbeidet med regnestrategier.

Noe vi faktisk gjorde en god del i høst når vi startet opp med regnestrategier, var hoderegning med pluss, minus, gange og deling. Altså hvordan kan du tenke for å få elevene til å sette ord på det. Dette opplevde jeg som ganske okay, og elevene så at man kan gjøre ting på forskjellige måter.

Til spørsmål 11 «Hva tenker du om at utforskning utgjør en så stor del av matematikkfaget i LK20?», svarte læreren:

Det er utfordrende som lærer fordi det tvinger fram en noe ny tankegang for opplæringen. Vi har allerede pratet om dette her på trinnet, at det krever et større samarbeid og at vi må se på ulike måter å organisere undervisningen. Samtidig er det et lite spark til oss selv i å lage mer og flere oppgaver som tilegner seg tilpasset og variert undervisning. Dette er en møysommelig prosess i en allerede travel hverdag, men jeg tror at dette er det bare å kaste seg uti.

Her kommer det igjen frem at et samarbeid på tvers av kollegaene på trinnet kunne forenklet planleggingen av utforskende arbeid. Læreren trakk også igjen frem den travle hverdagen, men virket tilsynelatende positiv til å «kaste seg uti det». Da vi etterpå spurte læreren hvilke tanker hen har om elevers læringsutbytte i forbindelse med utforskende arbeid i matematikk, svarte hen:

Elever lærer på ulike måter, og tradisjonelt sett er vi kanskje ikke flinke nok til å variere undervisningen godt nok. Med dette tvinges det fram ulike måter å jobbe på. Det kan kanskje motivere elever som lærer på andre måter eller som sliter med motivasjonen i faget. Samtidig må det ligge noe grunnleggende i bunnen i faget. Ja takk begge deler er vel mottoet her.

Vi fulgte så opp med spørsmål 14 «Noen mener det er vanskelig å måle elevers læringsutbytte under utforskende arbeid med matematikk. Hva tenker du?». Til dette svarte læreren at det kunne være utfordrende hvis man tenker på vurdering som tradisjonelle prøver, men at man også kan vurdere elevene ut fra andre aspekter. Som eksempler på andre aspekter foreslo hen

muntlige forklaringer, deltakelse i diskusjoner, sluttresultater, samarbeidsevner og selve læringsprosessen til elevene.

4.2.3 Lærerintervjuer ved internasjonal skole

4.2.3.1 Lærer 1

Lærer 1 ved den internasjonale skolen har tatt lektorutdanning med hovedfagene biologi og kjemi. I etterkant av masteren, samtidig som hen underviste ved den internasjonale skolen, tok hen videreutdanning innenfor matematikk for å få 60 studiepoeng i faget. Læreren har vært yrkesaktiv og jobbet ved den internasjonale skolen i totalt fem år.

I intervjuet med lærer 1 kom det frem at hen ikke anser seg selv som bare en mattelærer selv om hen kun underviser i matematikk. Læreren sa at hen har fått mest bruk for kjemi- og biologifagene, og mener at dette har en sammenheng med at hen underviser innenfor IB-programmet. Læreren tror at utdanningen hen tok er en fordel for å jobbe ved den internasjonale skolen, og at dette bidrar til å stille sterkere i møte med elever som stiller avanserte og uventede spørsmål. Læreren lo litt og nevnte et eksempel hvor en elev spurte hva hen syntes om plasseringa av gravitasjonskonstanten i uttrykket for sorte hull. Læreren sa:

Du er jo aldri forberedt på den, liksom, men det er veldig gøy og skaper rom for en morsom diskusjon.

Da vi spurte i hvor stor grad læreren tror at utdanningen har gjort hen til den læreren hen er i dag, svarte læreren at utdanninga har bidratt, men at de personlige egenskapene veier tyngst. Læreren fortalte at hen alltid har vært kreativ rundt metoder, og at hen liker å prøve ut nye ting med elevene sine. Videre sa hen at det er viktig å tørre å bruke kreativiteten sin og prøve ut ting som ikke nødvendigvis fungerer. Til dette kommenterte læreren at det fine med å gjøre feil er at man kan reflektere rundt det som ikke fungerte, og deretter lære av det.

Når det gjelder lærerens videreutdanning i matematikk sa hen at de lærte en del om utforskende matematikk i kurset, men at mye av det de gjennomgikk var ting hen var godt kjent med fra før som følger av at hen arbeider ved den internasjonale skolen. Læreren fortalte at de har for vane å arbeide utforskende, og hen forklarte at en kan trekke mange paralleller mellom lærerens egen måte å undervise på og fagfornyelsen. Da vi spurte hva læreren synes om å være matematikklærer svarte hen:

Det er artig, jeg står i en evig kamp mellom elever som elsker matte og de som hater matte, det handler derfor om å gjøre matematikken til en artig ting (...).

Læreren sa så at for å gjøre matematikk gøy vektlegger hen kreative undervisningsøker i tillegg til relasjonsbygging. Videre forklarte hen at den ene retningen elevene skal vurderes i innenfor IB-programmet, er matematikk i det daglige liv:

Vi skal ha oppgaver og prøver som er rettet mot hvordan matematikken fungerer videre i livet til elevene.

Læreren sa at de har fått tilbakemeldinger fra elever som har gått ut av skolen, om at de er takknemlige for å ha lært matematikk som de får mye bruk for i hverdagen. Læreren kommenterte at hen opplever at elevene aksepterer matematikken bedre når de ser at den har relevans også utenfor skolen.

Spørsmål 5 i intervjuguiden dreier seg om hvorvidt læreren føler seg begrenset av læreplanen og kompetansemålene. Læreren responderte med latter, og sa:

IB legger jo opp til at vi skal arbeide slik vi gjør, vi har jo ingen bøker (...) og da står vi friere til å mikse og trikse med hvordan vi setter sammen undervisningen.

Læreren forklarte også at fordi hen aldri forholder seg til et kapittel, men kun temaer, er det enklere å inkludere flere av kompetansemålene på en og samme tid.

Til spørsmål 7 om følelse av begrensning som følge av skolens tilgang på ressurser, svarte læreren at hen av og til føler seg begrenset og legger til «Noen ganger er jeg for kreativ i forhold til hva vi har tilgang på». Læreren refererte til en gang hen lagde et opplegg som krevde flere terninger med tjue sider enn det skolen hadde tilgjengelig. Etterpå spurte vi hva hen tenker om temaet utforskende arbeid, hvorpå hen svarte at det stort sett er det de praktiserer. Videre forklarte hen at de foretrekker at elevene får oppdage matematikken selv, i stedet for at de blir belært. Læreren sa «Da sitter det bedre, tror jeg». Vi spurte også i hvor stor grad hen prioriterer denne undervisningsformen, hvor hen svarte «Maks prioritet, over alltid!». Et svar som tyder på at læreren prioriterer utforskende undervisning i stor grad.

Da vi spurte læreren hva hen tenker om at utforskende undervisning utgjør en så stor del av LK20 svarte hen «Hvorfor utgjør det ikke en større del, tenker jeg». Læreren sa så at hen tror

elevene har et større utbytte av å arbeide utforskende, og hen tror at elevene får større nytte av denne arbeidsformen fordi de faktisk får bruk for det utenfor skolen. Vi stilte deretter spørsmål 15 ved å si at noen synes det er vanskelig å undervise under utforskende arbeid, og spurte hva lærerens tanker om dette var. Da svarte hen «Hvorfor skal det være vanskelig?». Læreren sa at det kun er vanskelig dersom man for eksempel legger den utforskende oppgaven alt for langt unna det virkelige liv. Hen har flere forslag til hvordan læringsutbytte enkelt kan måles ved å la elevene viderefremme sin kunnskap. Læreren foreslo blant annet at man kan finne ut om elevene klarer å forklare det de har funnet ut, man kan be de lage modeller på det, og spørre om de kan se en overføringsverdi til andre settinger. Læreren sa også at:

Underveis har vi mange gruppe og individsamtaler, hvor vi sjekker hva de har funnet ut og hvilke steg de har gjort. Utforskende oppgaver skal ha like mye fokus på prosessen som på svaret, om ikke mer på førstnevnte.

Læreren uttrykte her at hen ikke synes det er vanskelig å vurdere elevene underveis i utforskende prosesser.

Vi spurte læreren i hvor stor grad hen ville si at hen benytter seg av læreverker, hvorpå hen svarte at elevene kun har skrivebøker og læreren selv benytter en internasjonal ressursbank som skolen har tilgang på. I ressursbanken finnes det også norske læreverker, men hen sa at:

I planleggingen bruker vi kanskje enkelte læreverker tydeligere, slik som IB MYP Mathematics 4 og 5 by concept for MYP 4-5, for eksempel. Men i timene bruker vi like gjerne ulike nettressurser og oppgavebanker vi liker bedre, filmer, forum, sosiale medier og lignende.

Her står MYP for Middle Year Programme. Læreren forklarte så at de bygger opp ulike læringsområder, også kjent som *units*, etter en sentral idé eller et uttrykk som de kaller «statement of inquiry». Videre fletter de inn ulike aspekter av matematikk i hver unit, og læreren forklarte at de med dette unngår spiralprinsippet.

4.2.3.2 Lærer 2

Lærer 2 ved den internasjonale skolen har jobbet som lærer siden 2000. Læreren har studert i Asia i fire år for å bli lærer, og hovedfaget var naturfag. Av de 22 årene læreren har vært

yrkesaktiv har hen arbeidet 14 av de innenfor IB. Læreren formidlet at hen har utviklet seg som lærer etter hen begynte å arbeide innenfor IB, og at hen oppdaget en ny måte å undervise på i møte med den internasjonale skolen.

Læreren sa at hen innenfor IB-programmet har større frihet til å utfolde seg som lærer. Videre understrekte læreren at hen synes det er viktig å la elevene ha det gøy i læringsprosessen, og at hen er opptatt av å være kreativ i utformingen av undervisningsopplegg. Da vi spurte om læreren synes læreplanen og kompetansemålene er begrensende, fikk vi et tydelig nei til svar. Læreren sa:

Det er en guide, og det er opp til hver enkelt hvordan man velger å bruke den (...) du må kjenne dine elever, vite hvor de er og hvem de er slik at du kan strekke deg lenger for å gi de mer kompetanse utover læreplanen.

Videre spurte vi om det hender at egen kompetanse kan begrense hen i planlegging og gjennomføring av undervisning, her svarte læreren ja. Hen utdypet med å si at det er i slike tilfeller det er viktig å være kreativ, spørre andre om råd og samarbeide. Læreren følte derimot ikke at skolens ressurser er en begrensning, og forklarte at hen improviserer dersom hen mangler materiell.

Lærerens tanker om utforskende undervisning var at det er interessant, gøy, og hen elsker hvordan det legges opp til en mulighet for å arbeide sammen med elevene. Læreren forklarte at når hen gir elevene sine et stort, utforskende problem, jobber hen sammen med dem for å vise at de står sammen om problemet. Da vi spurte om hen prioriterer denne arbeidsformen ofte, svarte hen med et tydelig «jadda!». Læreren la til at det er viktig at elevene har den nødvendige forståelsen for et matematisk tema, før hen slipper de løs med utforskende oppgaver. I tillegg sa hen at det er viktig å ha et tydelig mål for hva man ønsker at elevene skal oppnå med det utforskende arbeidet, og i denne sammenhengen påpekte læreren viktigheten av god undervisningsplanlegging. Da vi spurte om hen synes det er utfordrende å planlegge og gjennomføre gode utforskende læringsøkter svarte hen ja, og begrunnet svaret med at noen utforskende oppgaver kan være veldig vanskelige og kreve mye planlegging.

Læreren forklarte så hvordan hen går frem i forkant av en kommende *unit* (læringsområde). Hen sa at det meste av innsatsen og tiden går til selve planleggingsbiten, da hen ofte planlegger

en unit som skal vare i opptil sju uker. Videre forklarte læreren at når hen selv er fornøyd med resultatet av den planlagte uniten, forhører hen seg med elevene slik at de kan komme med innspill. Læreren refererte så til at det flere ganger har skjedd at hen presenterer en unit hvor elevene har kommet med så gode innspill til justeringer at de har fått endre på ting. Hen forklarte at det er positivt å gi elevene en følelse av eierskap ved å la de ta del i planleggingen ettersom dette kan øke deres motivasjon for å arbeide med uniten. Videre understreket læreren at elevene må begrunne sine ønsker om endring før de kan godkjennes:

Men elevene må alltid begrunne sine forslag om endring til meg, det er nødvendig at endringene oppfyller visse kriterier i forhold til mål og læringsutbytte (...) elevene kan komme med et forslag som vi diskuterer i plenum for å finne ut om alle er enige. Hvis alle er enige kommer elevene til å arbeide med uniten, fordi de ønsker det.

Etter å ha sagt dette, la læreren til at det ikke alltid er rom for elevinnspill. Hen sa «*Det hender også at elevene bare må gjøre akkurat det jeg sier, fordi jeg bestemmer*», mens hen lo litt.

Da vi stilte spørsmål 11, som dreier seg om lærerens tanker om at LK20 inkluderer mer utforskende arbeid, svarte lærer 2 at hen synes det er veldig bra. Hen sa at den norske skolen burde bli mer utforskende ettersom denne arbeidsformen gir større rom for å anvende matematikk flere steder. Hen sa også:

Alle faktaene kan man søke opp på YouTube, der kan man lære de fleste repetitive ting. Men hvordan kan man anvende denne kunnskapen og disse faktaene til noe annet? Det kan man ikke finne på YouTube.

Læreren sa også at strategiene hen bruker ikke endres av LK20, ettersom hen allerede arbeider utforskende med elevene sine. Videre spurte vi hva læreren ser på som fordelene med utforskende arbeid, hvor hen svarte:

Med alle elevene jeg har hatt, har en av fordelene vært at det har gjort dem til tenkere (...) I tillegg har de fått mange ferdigheter, slik som selvregulering, bli bedre på å budsjettere tiden sin, organisere, ta notater og så videre. IB er ferdighetsbasert, og de ferdighetene elevene tilegner seg kan være fordelaktige for elevene i fremtidige studieløp og i arbeidssammenheng.

Til spørsmål 15 «Noen mener det er vanskelig å undervisevurdere elevens læringsutbytte under utforskende arbeid i matematikk, hva tenker du?» svarte læreren «Hvorfor?». Hun forstår ikke helt problemstillingen, og vi fulgte derfor opp med å spørre hvordan hun forholder seg til undervisvurdering når elevene arbeider utforskende. Til dette svarte læreren at hun sørger for å snakke med elevene hver for seg underveis i arbeidet, og spør hvordan det går og hvordan de ligger an i arbeidet. Læreren forklarte også at hun forsøker å nå alle elevene i løpet av hver økt, også de mest selvstendige, ettersom de også må følges opp.

Avslutningsvis spurte vi hvilket forhold hun har til arbeidsbøker i matematikk og i hvor stor grad hun benytter seg av dem. Læreren svarte da at bøker kun er der for å inspirere, men at hun selv finner på hva som skal skje i undervisningen. Læreren forklarte at hun ikke begrenses av bøker, men bruker oppgaver hun finner både i bøker og på nett, og bygger videre på de for å forme de etter egne ønsker.

4.3 Elevintervjuer

4.3.1 Elevintervjuer fra offentlig skole 1

Elevene vi intervjuet var tilfeldig utvalgte, og de stilte mer enn gjerne opp da vi spurte de. Samtlige elever som ble intervjuet ved skole 1 ytret at de likte å arbeide med matematikk, men at det kunne bli litt ensformig om de bare jobber i boka. Vi spurte hva de synes om å arbeide i boka, og svaret var; «Det er greit, men kjedelig». Ellers var elevene generelt fornøyde med undervisningen, og en elev påpekte at matematikken hjelper når hun er på kjøkkenet hjemme:

(...) jeg liker å bake, og matematikk hjelper meg veldig med det. Sånn med desiliter og sånn.

I forbindelse med matematikk og praksis kom det frem at enkelte elever synes det er morsommere å arbeide praktisk med matematikk, og en elev fortalte at det er kjedelig med vanlig matematikk, men at det er gøy å ha matte fordypning. Til dette spurte vi om det er det faget de ikke har bok, hvor eleven anerkjente det og svarte: «Ja, der vi bygget hus».

Som nevnt poengterte elevene at det kan bli kjedelig å arbeide med oppgaver fra boka:

(...) når vi bare jobber i boka hele dagen er det ganske kjedelig (...).

De uttrykte imidlertid at de synes det er gøy og at de husker ting bedre om de arbeider praktisk og utenfor boka. I en bisetning spurte vi elevene om de hadde noen forslag til hvordan man kan gjøre matematikkundervisningene litt morsommere, hvorpå en elev svarte; «Gruppearbeid og mer praktisk arbeid». Videre spurte vi om de tror de kunne lært matematikk ved å arbeide praktisk, og dette svarte de ja til. En elev forklarte en annen måte hen liker å arbeide på: «(...) hvis jeg kunne velge mellom å jobbe alene og jobbe i grupper så hadde jeg valgt grupper, for det gjør vi nesten aldri». Dette var en annen elev også enig i, og fortalte: «Jeg lærer godt på flere måter. (...) når vi først arbeider alene, også skal vi på slutten jobbe to og to».

Til spørsmål 5 hvor vi spurte om elevene kan forklare en typisk matematikktime fra læreren kommer inn døra, fikk vi til svar at de henter boka, læreren forklarer noe på tavla også arbeider de i boka resten av timen. En elev forklarte: «Ja, hun kommer inn, så hilser vi, så forklarer hun litt på tavla eller så starter vi rett i bøkene». Videre stilte vi spørsmål 6, om elevene noen ganger får en oppgave som kan minne om et problem, men hvor elevene selv må finne ut hva som skal til for å løse problemet. Til dette gikk samtlige svar ut på at elevene ikke tror det har skjedd før.

4.3.2 Elevintervjuer fra offentlig skole 2

I likhet med den første offentlige skolen var elevene ved skole 2 også tilfeldig utvalgte, og hadde ingen innvendinger mot å bli intervjuet da vi spurte. Generelt var elevene her også fornøyd med matematikkfaget, men noen poengterte at: «Det spørres litt hva vi har om». Vi spurte om matematikkfaget er gøy, hvor vi fikk svaret:

(...) Det spørres liksom på oppgavene fordi vi pleier å få oppgaver hvor man må finne fellesnevner og plusse og sånn. Ja også blir det ganske kjedelig hvis du skal gjøre fra oppgave a til f liksom.

Videre svarte en elev: «Det kan kanskje bli litt mye av det samme til tider». En annen elev sa at de bruker å arbeide mest i oppgaveboka, men at:

Såne fysiske oppgaver og gruppearbeid er ganske morsomt.

I tillegg fikk vi besvarelsen: «Det er gøy når vi har prosjekter der vi må gjøre noe (...) tidligere i høst gikk vi ut og skulle telle biler, det var artig. Så skulle vi regne hvor mange biler som passerte i minuttet og sånn». Den andre eleven i samme intervju la til:

Jeg føler at jeg husker det bedre enn slike vanlige oppgaver i boka.

Når det kommer til gruppearbeid kom det fram at elevene føler at de lærer mer enn når de arbeider for seg selv. Her fikk vi blant annet svarene:

(...) for da kan man diskutere med de andre og sånn, og sammenligne svar (...)

Og

(...) da får man innspill fra flere synsvinkler på et problem, så kan man finne den måten det er best å gjøre det på.

Ut fra dette ser det ut som elevene setter pris på gruppearbeid, og at de liker denne måten å arbeide på.

Vi spurte deretter om dette scenarioet noen ganger fant sted: «At læreren kommer inn til matematikktimen, forklarer noe på tavla og at elevene deretter skal gjøre oppgaver der de får bruk for det læreren har gått gjennom på tavla». Til dette fikk vi svaret: «Ja, læreren bruker å vise på tavla hva vi skal gjøre og hvordan man gjør det og sånn, før vi jobber med oppgaver».

En annen elev svarte:

Læreren kommer inn døra (...) også begynner han å forklare et eller annet på tavla (...) og så sier han etterpå «ja, dere kan bare fortsette med (...) de oppgavene vi skal gjøre», og så er det bare å sette i gang også rekker du opp hånda hvis du trenger hjelp da.

Videre stilte vi elevene spørsmål 6 som også er et scenario. De skulle da svare på om det noen gang skjedde at de fikk en oppgave som kunne minne om et problem, hvor de selv måtte finne ut hva som skulle til for å løse oppgaven eller problemet. Her var det en elev som formidlet at det ikke var så vanlig, mens en annen sa at hen ikke har opplevd det.

4.3.3 Elevintervjuer fra internasjonal skole

Elevene ved den internasjonale skolen ble også tilfeldig valgt ut av oss, men det avhengte litt av hva de skulle gjøre akkurat da intervjuene fant sted. Noen ble dermed valgt ut fordi de var ledige på det tidspunktet vi skulle gjennomføre intervjuer, og fordi de hadde lyst til å delta. I henhold til intervjuguidene så startet vi med å spørre elevene om de liker å ha matematikk, hvorpå en elev sa at hen liker det, mens en annen sa «(...) Kanskje ikke favoritten min. Men det er vel mer subjektivt». På oppfølgingsspørsmål om de kan si noe om hva de er fornøyde med ved matematikkundervisningen er det flere elever som er fornøyde med veiledelsen fra lærer, hvor en elev utdypet:

Jeg er veldig fornøyd med hvordan lærerne forklarer til deg på flere forskjellige måter (...) De kan gi deg eksempler og noen lærere gir deg i stedet veiledelsen hvor de gir deg svaret, også skal du finne ut hvordan de fikk svaret (...) Det får du vite.

En annen elev påpekte også at hen liker at selv om en har vanskeligheter med å lære enkelte ting, så lærer du på en måte som er tilpasset en selv. I samme kontekst er det et par elever som etter spørsmål fra oss om hvilke oppgaver de liker i matematikk, forklarte at når oppgavene er mer aktive, så er det lettere å følge med. Videre poengterte en elev:

(...) a, b, c, d oppgaver er kjedelige. Det er mindre interaktivt.

En annen elev sa:

Jeg liker geometri, men å bevise det er ikke noe gøy.

Da vi spurte elevene om hva de tenker på når vi sier utforskende matematikk, fikk vi svar som «Det er noe man må undersøke» og «Det er noe man må utforske». Vi fikk også dette svaret fra en elev:

Finne ut om forskjellige områder i matematikk (...) sånn som vi har nå, sånn at vi utforsker masse formler og ser mønstre i ting og figurer og sånt.

Samme elev forklarte at en gang fikk de lite forklaring av lærer før hen satt i gang med en oppgave «(...) vi hadde en unit som handlet om mønstre (...) vi skulle bare finne mønstre (...) og det er kun et perlebrett liksom». Da vi spurte om det er mest vanlig å jobbe

individuellt, i par eller i grupper når de løser slike oppgaver, fortalte elevene at det er vanlig at de arbeider i par eller grupper, men at det kommer an på oppgaven. En elev sa:

De [les: lærerne] prøver først å få oss individuell, og når de har tenkt at nå kan de det individuell, så sender de oss i grupper for å prøve. Så det er mye gruppearbeid på skolen.

I forbindelse med gruppearbeid påpekte en annen elev at læringsutbyttet er større om hen arbeider sammen med en annen person. Dette var det flere som stilte seg bak, og sa at de lærer bedre ved å arbeide i grupper eller par. Det påpektes imidlertid at det matematiske nivået til samarbeidspartneren har noe å si for læringen som foregår mellom elevene.

(...) når jeg har blitt satt på en gruppe med folk som er på et høyere nivå enn meg, så har de bare gjort det så raskt at jeg ikke har fått det med meg en gang. Og da er det ingen progresjon.

Videre fortsatte eleven:

Det er best å være på samme nivå på gruppearbeid, og det å utvikle seg samtidig.

Det viste seg at flere elever var enige i dette, at en gruppesammensetning med samme matematisk nivå er det beste for å kunne utvikle seg på en best mulig måte i faget.

Selv om det fremsto som elevene kjenner til det å utforske i undervisningen, spurte vi elevene om det følgende scenarioet noen gang har skjedd. Elevene får en oppgave som minner om et problem og hvor de selv må finne ut hva som skal til for å løse oppgaven eller problemet, hvor de får lite eller ingen forklaring av læreren. Samtlige elever bekreftet at dette var kjent for dem. En elev svarte: «Det har skjedd! Jeg tror det var faktisk ... i går!».

5 Funn og diskusjon

I dette kapittelet skal vi presentere de viktigste funnene som kommer frem i resultatene våre. Våre funn baserer seg på kombinasjoner av stoff hentet fra ulike deler av resultatkapittelet, og noen funn belyses av informasjon fra både observasjoner og intervjuer, mens andre bygger på informasjon kun fra én datakilde.

5.1 Funn 1: Bruk av lærebøker

Det første funnet vi vil trekke fram dreier seg om bruk av læremidler i undervisningen er:

Lærerne og elevene ved den internasjonale skolen vi studerte, arbeidet uten bøker. De offentlige skolene fremstår mer lærebokstyrt.

Som vi så i kapittel 4 arbeidet lærerne ved den internasjonale skolen i stor grad uten tradisjonelle lærebøker, dette var synlig både i våre observasjoner og i intervjuene. I observasjonene så vi at det ikke ble benyttet bøker de dagene vi var til stede ved den internasjonale skolen. Som en erstatning for bøker fikk elevene utdelt muntlige beskjeder om hva som skulle gjøres, og ark med oppgaver. De offentlige skolene benyttet seg derimot av et satt læreverk. Måten bøkene ble brukt på i disse skolene var at elevene først fikk tavleundervisning og deretter arbeidet de med oppgaver fra boken. I kapittel 2.5 viste vi til Alrø og Skovsmoses (2006) beskrivelser av oppgaveparadigme, og undervisningen som foregikk på de offentlige skolene faller inn under dette som følge av tavleundervisningen og bruken av bøker som nevnt ovenfor. Lærerne ved de offentlige skolene formidlet i intervjuene at bøkene dominerer deres undervisning av ulike grunner, og slik Wæge (2007, s. 1) forklarer det, bidrar bøkene til at undervisningen blir lærebok- og oppgavesentrert.

Videre dokumenteres det i både lærer- og elevintervjuene at elevene ved skole 3 ikke har lærebøker som benyttes i undervisning. Jmfør kapittel 4.2.3.1 ser vi at lærer 1 sa «Vi har jo ingen bøker, og da står vi friere (...)». I intervjuet med lærer 2 fra den internasjonale skolen (jmfør kapittel 4.2.3.2) kom det imidlertid frem at de noen ganger benytter bøker i forbindelse med planlegging av undervisning. Til tross for dette benyttes hovedsakelig ulike nettressurser i undervisningssammenheng, slik som filmer, forum og eller sosiale medier. En av lærerne ved den internasjonale skolen forklarer i tillegg at de kun forholder seg til temaer, og at det derfor er lettere å inkludere flere kompetansemål enn ellers.

Ser vi på hva læreren ved skole 2 sier, er det tydelig at hen har en annen oppfatning av sin egen undervisningsplanlegging. Jamfør kapittel 4.2.2 forklarer læreren at hen til en viss grad føler at skolens ressurser kan begrense hen i sin planlegging av undervisning. Videre forklarte læreren at følelsen av å bli styrt av læreboken er til stede, og hen føler at hen må gjøre det som står der. Læreren ved skole 1 forklarte også at hen tar utgangspunkt i læreboka ved planlegging og gjennomføring av undervisning. Det lærerne ved de offentlige skolene formidler kan tyde på at de er vant til å være knyttet til et læreverk. Det kan også tenkes at det er mindre krevende å benytte seg av læreverket som er satt, enn å gå utenfor pensum for å finne oppgaver til elevene, spesielt dersom de ikke har for vane å planlegge undervisning uten bruk av bøker.

Det er sannsynlig at det krever mer av lærere å planlegge utforskende undervisning. Når det gjelder utforskende prosesser, som blant annet innebærer at læreren må gi fra seg en betraktelig del av kontrollen, vil det være avgjørende at hen har tilstrekkelige kunnskaper innenfor kategorien SCK i rammeverket til Ball et al. (2008). Se kapittel 2.6.2. Ettersom utforskende oppgaver ifølge Alrø og Skovsmose (2006) ofte har mer enn ett korrekt svar, må læreren være i stand til å forholde seg til uventede situasjoner som følge av ulike fremgangsmåter og løsningsforslag fra elevene. Nettopp det å kjenne til ulike tilnæringsmåter til et gitt matematisk problem er sentralt innenfor kunnskapskategorien SCK. Uforutsigbare undervisningsøkter, som utforskende undervisning ofte fører til, krever mer av læreren, og kompetanse innenfor SCK vil i slike tilfeller være essensielt.

Våre data tyder på at den internasjonale skolen ikke benytter seg av andre bøker enn skrivebøkene til elevene, men i intervjuet med lærer 1 (kap. 4.2.3.2) kommer det frem at lærerne av og til bruker lærebøker. Læreren sa at slike bøker kun fungerer som en inspirasjon, og at det ikke er innholdet i bøkene som avgjør hva som skal skje i undervisningen. Hen forklarte videre at hen ikke lar seg begrense av bøker, men at hen kan finne oppgaver i de som kan bygges videre på etter eget ønske, og deretter benyttes i undervisning. Vi tolker denne besvarelsen som at læreren ikke slavisk følger bøker i sammenheng med planlegging og gjennomføring av undervisning, slik lærerne ved de offentlige skolene ser ut til å gjøre i stor grad.

Elevintervjuene ved de offentlige skolene (jmfør kapittel 4.3.1 og 4.3.2) bekrefter vår antakelse om at bøker i stor grad styrer undervisningen. I intervjuene formidlet de at de synes det kan bli "mye av det samme" og "kjedelig" å jobbe med oppgaver i boka, samtidig som noen uttrykte at de husker ting bedre når de arbeider mer praktisk, og utenfor boka. Det som kommer frem i disse intervjuene viser til at bruk av læreboka er noe de kjenner godt til, spesielt tolker vi utsagnet om at det kan bli «mye av det samme» som at bøkene ofte er involverte i matematikkundervisningen.

5.2 Funn 2: Oppgaveparadigme

Vårt neste funn har å gjøre med oppgavematerialet som benyttes i undervisningen.

Resultatene våre indikerer at elevene ved de offentlige skolene er vant til å arbeide innenfor det tradisjonelle oppgaveparadigmet, og at de synes undervisningen til tider bærer preg av litt lite variasjon.

Det kommer frem i funn 1 at undervisningen ved de offentlige skolene i stor grad styres av bøker. Som vi så i kapittel 2.5 er det flere likhetstrekk med Boaler (2015) og Alrø og Skovsmose (2006) sine beskrivelser av tradisjonell undervisning. Boaler (2015) påpeker at en effekt av å arbeide i bøker er at elevene får redusert interesse for emnet, fordi det er så lite virkelighetsnært. Ser vi på hva Harlen (2013) formidler, så kan utforskende undervisning motvirke mangel på interesse i matematikkfaget. Elevutsagnet som ble belyst i funn 1, hvor det kommer frem at det er kjedelig å jobbe med oppgaver i boka, samsvarer med Boaler (2015) og Harlen (2013) sine synspunkter. Til tross for at elevene ved de offentlige skolene ikke nødvendigvis finner matematikken uinteressant, kan det tenkes at de ville hatt godt utbytte av mer utforskende tilnærminger. Slik Skovsmose (2001) formidler, kan undervisning innenfor undersøkende landskap bidra til at elevene blir aktive deltakere i egne læringsprosesser, dermed tror vi at denne typen undervisning kunne bidratt til å øke elevenes motivasjon i faget. Dette tror vi fordi en utforskende tilnærming, slik som undersøkende landskap gir, kan utfordre elevene på en positiv måte ved å gi de større eierskap i de matematiske prosessene.

Vårt datamateriale indikerer at det arbeides utforskende ved den internasjonale skolen. I kapittel 4.3.3 kommer det frem et elevutsagn hvor en elev sier at hen liker å arbeide med

geometri, men at det ikke er noe særlig gøy å «bevise det». Da vi i elevintervjuene spurte elevene ved den internasjonale skolen hva de forbinder med utforskende matematikk, fikk vi flere svar som dreide seg om at det er noe man «må undersøke». I tillegg fikk vi dette svaret: «Finne ut om forskjellige områder i matematikk (...) sånn som vi har nå, at vi utforsker masse formler og ser mønstre i ting og figurer og sånt». Sistnevnte svar tyder på at eleven er kjent med utforskende arbeid, ettersom hen trekker paralleller mellom arbeidsformen og det de gjør i undervisningen. Våre observasjoner fra den internasjonale skolen (jamfør kapittel 4.1.3) viser at når utforskende tilnærminger finner sted i klasserommet, er elevene muntlig aktive og deltar i diskusjoner både i plenum og med hverandre. Dette gir oss et inntrykk av at elevene er vant til å arbeide på denne måten.

Videre er det interessant å nevne at vi som forskere i den første observasjonsøkta ikke forsto målet med undervisningen før på slutten av økta. Denne økta arbeidet elevene med å forstå og bevise Pytagoras teorem, uten å ha blitt fortalt at dette var målet med undervisningen. Slik Stedøy (2018) formidler, kan utforskende arbeid stimulere til matematisk tenking og kritisk refleksjon, noe som kan bidra til utvikling av begrepsmessig forståelse. At elevene selv skulle sette seg inn i Pytagoras teorem ved å utforske en relevant figur, slik de gjorde i undervisningen, kan ha ført til en større begrepsmessig forståelse.

I kapittel 4.3.1 og 4.3.2 kom det frem at elevene ved de offentlige skolene ønsket mer gruppearbeid, ettersom det var den måten de selv trodde de lærte best på. Én elev var svært spesifikk og forklarte at man ved gruppearbeid kan få innspill fra flere synsvinkler og komme frem til den beste måten å løse oppgaver på. Jamfør kapittel 2.4 og den proksimale utviklingssonen i Vygotskys teori, som passer godt med denne elevens utsagn om samarbeidets betydning. Ifølge den sosiokulturelle læringsteorien kan elevene best oppnå læring og utvikle seg ved å samarbeide. Gruppearbeid gir lærere muligheten til å plassere elever på ulike nivåer sammen, og i tilfeller hvor en elev innehar større kunnskap innenfor faget, vil en annen elev som deltar i gruppearbeidet kunne oppnå mye mer, som følge av den proksimale utviklingssonen.

I kapittel 4.1.3 belyses et eksempel hvor læreren ved den internasjonale skolen oppfordrer til gruppearbeid, læreren gikk bort til en elev og sa: «Du sitter alene, vil du gå og sette deg med de to og samarbeide med dem?». Denne invitasjonen kan tolkes som at læreren ser det mest

hensiktsmessig at eleven samarbeider med andre fremfor å sitte alene. Elevintervjuene ved denne skolen har videre gitt oss et inntrykk av at de ofte arbeider i grupper i matematikkundervisningen. Elevene uttrykker også i intervjuene at de liker denne måten å jobbe på, blant annet fordi de mener at de lærer bedre dersom de samarbeider med noen.

Til tross for at mange elever liker gruppearbeid, kommer det frem at det matematiske nivået til samarbeidspartnere spiller en rolle for hvor mye de føler at de lærer ved arbeidsmetoden. En elev (jamfør kapittel 4.3.3) påpekte at dersom hen ble satt på en gruppe med noen på et høyere nivå enn seg selv, oppnås ingen progresjon. Med utgangspunkt i den proksimale utviklingssonen (jamfør kapittel 2.4) kan elever, som tidligere nevnt, lære mer dersom de samarbeider med noen på et høyere nivå enn dem selv. Det kan derfor tenkes at eleven som uttrykte at ingen progresjon fant sted i samarbeid med noen på høyere nivå, har vært plassert med noen på et for høyt matematisk nivå i forhold til hen selv. Det er sannsynlig å anta at et større læringsutbytte kan finne sted dersom spriket mellom elevenes kompetanse ikke er for stort.

Selv om det kommer frem at de i en viss utstrekning arbeider i grupper også ved de offentlige skolene, gir våre data et tydelig inntrykk av at denne arbeidsmåten benyttes mer ved den internasjonale skolen. En mulig årsak kan være at det er vanskelig for lærere å sette elever til gruppearbeid i situasjoner hvor læreboken skal benyttes. Dette fordi oppgavene i bøkene i mange tilfeller er mest tilpasset individuelt arbeid, ofte med korte og ganske like oppgaver, hvor hensikten er at elevene skal bruke en gitt algoritme for å løse dem. Selv om det kanskje kan være vanskeligere å legge til rette for gruppearbeid når det arbeides under oppgaveparadigmet, og Boaler (2015, s. 59) mener at oppgaveparadigmet er preget av individuelle oppgaver hvor kunnskapen reproduseres i ensomhet, er det lite som tilsier at gruppearbeid ikke er gjennomførbart i slike settinger. Våre observasjoner fra de offentlige skolene bekrefter at det arbeides med gruppearbeid til tross for at undervisningen er preget av et oppgaveparadigme.

Selv om man i et klasserom arbeider under det tradisjonelle oppgaveparadigmet, må man som lærer arbeide for å oppfylle læreplanens målsetninger relatert til kommunikasjonskompetanse og muntlig matematikkarbeid. Med utgangspunkt i den sosiokulturelle læringsteorien kan elevene altså ha utbytte av å jobbe i grupper, også når de arbeider under et tradisjonelt

oppgaveparadigme, så fremst de snakker om hva de gjør. En dialog rundt det matematiske arbeidet kan bidra til økt relasjonell forståelse, ifølge Skemp (1976). Videre kan det tenkes, med utgangspunkt i Skemps (1976) beskrivelser av instrumentell forståelse, at arbeid under oppgaveparadigmet kan lede til mindre forståelse for hvorfor ulike algoritmer fungerer. Ser man på det Mellin-Olsen (1984, sitert i Lossius, 2007) sier om oppgavestyrte matematikkundervisning, er det i så fall rimelig å anta at elevene ved de offentlige skolene ikke nødvendigvis får en like dyp forståelse innenfor matematikkfaget.

I kapittel 4.3.1 og 4.3.2 beskrev elevene typiske matematikkøker ved de offentlige skolene. Her formidlet de at det er typisk at læreren kommer inn i klasserommet, viser noe på tavla og at elevene deretter arbeider i bøkene sine. Videre formidler læreren (jamfør kapittel 4.2.2) at elevene «ikke snakker matematikk», men at de sitter og regner. Denne informasjonen bekrefter at de offentlige skolene bærer preg av et tradisjonelt oppgaveparadigme. Som nevnt i kapittel 2.7.1 er det å kunne snakke matematikk en type elevkunnskap som er viktig i forbindelse med adaptiv resonnering, slik dette beskrives i Kilpatrick et al. (2001) sitt rammeverk. I likhet med adaptiv resonnering handler Niss og Jensen (2002) sitt begrep *kommunikasjonskompetanse* om det å kunne uttrykke seg selv matematisk. Det er derfor rimelig å tro at det er hensiktsmessig å arbeide med matematikk på en slik måte at elevene oppfordres til å snakke om det faglige.

Jamfør kapittel 4.1.2 er det flere eksempler som viser at elevene ved skole 2 selv kan velge om de ønsker å arbeide individuelt, eller i grupper. Vi observerte ved to tilfeller (jamfør kapittel 4.1.2) at elevene satte seg i grupper etter eget ønske. I et elevintervju fra skole 2 (jamfør kapittel 4.3.2) kommer det frem at elevene ønsker å arbeide i grupper, noe de begrunner med at de da lærer mer, fordi det gir dem muligheten til å diskutere med andre. I situasjoner hvor elevene samarbeider kan det tenkes at de snakker mer om matematikken, enn det læreren får med seg. Med andre ord er det ikke sikkert at det stemmer det som læreren sier om at de kun sitter og regner. Det kan også her nevnes at læreren ved skole 2 (jamfør kapittel 4.2.2), ved et tidligere tilfelle har oppmuntret elevene til å snakke om matematikk ved å få de til å forklare hvordan de tenker. Læreren kommenterte at dette var gøy. Dette tyder på at læreren har forsøkt andre metoder enn å kun sitte å regne matematikk, og ettersom hen synes det var gøy er det ikke utenkelig at hen på et tidspunkt vil inkludere mer av denne måten å jobbe på.

Lærerne ved de ulike skolene har forskjellige synspunkter på elevers læringsutbytte knyttet til utforskende arbeid i matematikk. I kapittel 4.2.1 kommer det frem at læreren ved skole 1 tror utforskende arbeid kan være både utfordrende og forvirrende for noen elever. Grunnen til dette er at det, spesielt for svakere elever, vil være mer utfordrende å forholde seg til at oppgaver kan løses på flere måter. Hen sier (jamfør kapittel 4.2.1) at: «For noen så er det bare å lære seg algoritmen og godta at sånn er det». Denne påstanden kan tolkes som at læreren argumenterer for arbeid under oppgaveparadigmet. Videre kan det antas at læreren innehar kunnskapen som Ball et al. (2008) kaller for KCS, ettersom læreren her viser at hen har kunnskap om hva som kan forvirre egne elever.

I kapittel 4.2.2 kommer det frem at læreren ved skole 2 tror at elever kan ha utbytte av utforskende tilnærminger. Hen mener at arbeidsmåten kan økte motivasjonen til elever som lærer på ulike måter eller sliter med motivasjon i faget. Læreren formidler videre at det må ligge noe grunnleggende i faget, før hen sier: «Ja takk begge deler» til de to tilnærmingene. Dette kan tolkes som at læreren ser på en kombinasjon av tradisjonelt og utforskende arbeid som hensiktsmessig. Verd å nevne er at læreren kommenterer at de ved skole 2 burde vært flinkere til å variere undervisningen. Hen sier også at det er utfordrende å planlegge utforskende undervisning ettersom det tvinger frem en ny tankegang for opplæringen, i tillegg til at det vil kreve et større samarbeid på tvers av kollegaene å implementere denne tilnærmingen. Alt i alt tyder lærerens formidling på at hen har et ønske om mer utforskende arbeid, men at det kan være krevende å oppnå ettersom det innebærer en endring av lærerens egen og skolens struktur. I kapittel 2.8.1 underbygges det læreren uttrykker, ettersom det her kommer frem at det er utfordrende å gå fra tradisjonelle tilnærminger til utforskende, fordi det innebærer pedagogiske utfordringer. Abril et al. (2013) begrunner dette med at lærere og elever er nødt til å tilvenne seg nye måter å jobbe på, noe som sammenfaller med det lærer 2 formidler.

5.3 Funn 3: Tidspress

Videre vil vi trekke frem et funn som dreier seg om lærerne, og det å finne tid til planlegging av utforskende arbeid:

Resultatene våre tyder på at lærerne ved de offentlige skolene i mindre grad enn lærerne ved den internasjonale skolen, finner tid til å implementere utforskende arbeid og praktiske og problembaserte oppgaver i sin undervisning.

Læreren ved skole 1 formidlet i kapittel 4.2.1 sine tanker om utforskende undervisning ved å si at det krever mer fra læreren og at man må ha *et slikt utgangspunkt*. Med *et slikt utgangspunkt* kan det tenkes at læreren mener det er en fordel å ha et annet utgangspunkt enn hen selv har i sin lærerhverdag, for å kunne legge til rette for utforskende undervisning. Læreren sier også at det er en veldig fin tanke at alt skal være utforskende, men at slik hverdagen er så er det ikke oppnåelig.

Læreren ved skole 2 formidlet at hen kunne vært flinkere til å lage utforskende oppgaver. I intervjuet sa læreren at hen blir mye styrt av læreboka, og at hen begrenses i å utforme kreative undervisningsopplegg. Når det gjelder ulike faktorer som begrenser hen, nevnes blant annet hen selv, kreativitet, tidsmangel og struktur. Blomhøj og Haavold (in press) trekker i sine funn frem at lærerne synes det kan være vanskelig å utforme egne utforskende oppgaver når en har lite erfaring med den typen oppgaver fra før. Det kan tenkes at en av grunnene til at læreren finner det vanskelig å oppnå utforskende undervisning er nettopp at hen har lite erfaring med det fra tidligere. De fleste som har arbeidet som matematikklærere over flere år har antakelig funnet en struktur som fungerer for dem. Dersom utforskende undervisning ikke har hatt en plass i deres undervisningshverdag tidligere, vil det innebære at de må endre på strukturen og være åpne for å tenke nytt og annerledes. En interessant bemerkning i denne sammenhengen, er at kollegaene til Wæge (2007) begrunnet sin bruk av tradisjonell undervisning med lite tid til å komme i mål med læreplanen. Det kan derfor tenkes at læreplanen og dens struktur ufrivillig legger et press på lærerne som kan oppfattes som overveldende og krevende, og derfor gjør det vanskelig for lærerne å endre sin undervisningspraksis.

Læreren ved skole 2 sa også følgende i intervjuet: «Hvis man sitter en hel fagseksjon sammen og gjør disse tingene sammen så tror jeg det er mye enklere enn om du sitter alene», noe som viser til utfordringen med å være alene om planlegging av utforskende arbeid. Det er antakelig tryggere for en lærer å ha et lærerteam å samarbeide med og kunne støtte seg til, spesielt i situasjoner hvor man skal prøve ut tilnærminger man kanskje ikke er godt kjent med

fra før. Som vi ser i funn 2 kan det virke som lærerne ved de offentlige skolene i stor grad arbeider under det tradisjonelle oppgaveparadigmet, og det kan tenkes at en av grunnene kan være at utforskende undervisning er en tilnærming de ikke føler seg trygge på.

Kapittel 4.2.3 viser til at lærerne ved den internasjonale skolen ikke synes det er utfordrende å lage utforskende oppgaver til elevene. I disse intervjuene formidles det at det er lagt opp til at elevene skal arbeide utforskende. I kapittel 4.2.3.2 ser vi at lærer 2 imidlertid mener at noen utforskende oppgaver kan være vanskelig og kreve en del planlegging. I motsetning til de offentlige skolene, trekkes likevel ikke tiden frem som en begrensingsfaktor hos lærerne ved den internasjonale skolen. Et annet poeng lærer 2 er svært tydelig på, er at hvis man føler på at ens egen kompetanse kommer til kort, er det viktig å spørre andre om hjelp og benytte seg av kreativiteten sin. I tillegg til at det ser ut til at lærerne benytter seg av utforskende oppgaver i høy grad, formidler lærer 2 at hen synes det er viktig at elevene har den grunnleggende forståelsen av matematikken før hen slipper de løs på det utforskende arbeidet. Dette kan knyttes til det Ball (2008) forklarer om KCT, som blant annet handler om at læreren har nok kunnskap om emnet til å vite hva slags stoff elevene bør bli introdusert for og hva de bør jobbe videre med.

Det kommer frem i kapittel 4.2.3.1 at lærer 1 ved den internasjonale skolen prioriterer utforskende undervisning. Da vi spurte i hvor stor grad hen prioriterer undervisningsformen svarte hen «Maks prioritet, over alltid». Dette svaret kan tolkes som at utforskende undervisning er en stor del av praksisen til lærer 1. Da vi derimot stilte læreren ved skole 1 det samme spørsmålet (jamfør kapittel 4.2.1), kom det frem at hen synes det er vanskelig å lage utforskende opplegg når elevene er på ulike trinn. Videre sier hen at det blir mye ekstraarbeid av å planlegge undervisning som krever en del forarbeid, noe vi tolker som at det er mer tidsbesparende å planlegge undervisning med utgangspunkt i bøker.

Læreren ved skole 2 mener at utforskende undervisning er utfordrende fordi det tvinger fram en ny tankegang for opplæringen. Hen påpekte at det er en møysommelig prosess å lage flere oppgaver for å blant annet styrke tilpasset undervisning, og understrekte at hverdagen allerede er travel. Imidlertid sa hen også: «Men jeg tror at dette er det bare å kaste seg uti». I disse utsagnene trekker læreren frem den travle hverdagen som en begrensende faktor, men likevel

virker hen tilsynelatende positiv til å ta utfordringen med å endre tankegangen.

5.4 Funn 4: Utprøving og kreativitet

Vårt fjerde funn dreier seg om det å prøve ut nye ting, være kreativ og lære av feil i undervisningssammenheng:

Resultatene våre indikerer at lærerne ved den internasjonale skolen er positive til å prøve ut nye ting og være kreative.

Som vi ser i kapittel 4.2.3.1, sa lærer 1 ved den internasjonale skolen at utdanningen har bidratt til at hen har blitt den læreren hen er i dag, men at de personlige egenskapene til læreren likevel veier tyngst. Læreren sier at hen bestandig har vært kreativ rundt bruk av metoder og liker å prøve ut nye ting i klasserommet. Videre er det interessant at hen mener det er viktig å tørre å bruke kreativiteten sin, i tillegg til å prøve ut ting som ikke nødvendigvis fungerer. Robinson (2011, s. 142) formidler at kreativitet innebærer å sette fantasien sin i bruk, noe som leder til at kreativitet kan sees på som anvendt fantasi. Han skriver også at «Folk er ikke kreative i det abstrakte; de er kreative i noe: i matematikk, i ingeniørfag, i skiving, i musikk, i næringslivet, i hva som helst» (Robinson, 2011, s. 142). Lærer 1 ved den internasjonale skolen forklarer at for å skape gøyale undervisningsøkter for elevene vektlegger hen relasjonsbygging og kreative opplegg.

Vi kan også se i kapittel 4.2.3.1, at lærer 1 sa at skolens ressurser av og til begrenser hen, noe som begrunnes med at kreativiteten noen ganger er for stor i forhold til hva de har tilgang på. Som vi så i funn 1 arbeidet den internasjonale skolen uten lærebøker, og lærer 1 vektla at dette medfører en større frihet til å «Mikse og trikse» med hvordan undervisningen blir satt sammen. Det fremstår som at hen setter pris på friheten og det kan antas at lærerens kreativitet gjør det enklere å utforme opplegg uten bruk av lærebøker.

Det er rimelig å anta at Ball et al. (2008) sin kunnskapskategori KCS vil være avgjørende i forbindelse med planlegging av oppgaver for undervisning som ikke er relatert til lærebøker. Som nevnt i kapittel 2.6.2, dreier KCS seg blant annet om å kunne kombinere kunnskap om elever og matematikk for å kunne forutse hva som motiverer elevene. Det vil derfor være sannsynlig at en slik kunnskap vil forenkle en prosess med å planlegge fruktbart

undervisningsopplegg for spesifikke elever, utenfor boka. Det er likevel ikke gitt at hvilken som helst lærer ville satt pris på friheten som lærer 1 ved den internasjonale skolen trekker frem. Det kan tenkes at det for mange lærere er en utfordring å ikke ha bøker man kan støtte seg til, selv om man har omfattende kunnskaper av typen KCS. Hvordan man er vant til å jobbe spiller antakelig en avgjørende rolle, og det å planlegge undervisning uten å benytte lærebøker vil kanskje være en utfordring for de fleste til å begynne med, når man ikke har for vane å arbeide på denne måten.

Noe som er nevneverdig er at lærer 1 ved den internasjonale skolen har arbeidet ved samme skole siden hen startet sin yrkeskarriere, med andre ord har hen helt fra begynnelsen av vært vant til å arbeide innenfor IB-programmets rammer. Dette kan påvirke hvordan læreren ser på planlegging av undervisning uten lærebøker og bruk av kreativitet. Dersom hen tidligere hadde arbeidet i en offentlig skole som bar preg av en kultur hvor lærebøker sto sentralt, kan det hende hen hadde funnet det mer utfordrende å være løsrevet fra bøker.

I kapittel 4.2.3.2 ser vi at lærer 2 ved den internasjonale skolen understreker at det er viktig å være kreativ, spørre andre om råd og samarbeide med andre i situasjoner rundt planlegging hvor hen føler at egen kompetanse ikke strekker til. Her ser vi igjen at bruk av kreativitet trekkes frem som et hjelpemiddel for å mestre planlegging av undervisning. Læreren sa også at skolens ressurser ikke er en begrensning i planleggingen, ettersom hen er vant til å improvisere i situasjoner hvor materiell mangler. Det kan antas at lærer 2 har enklere for å improvisere ettersom hen er vant til å bruke sin kreativitet. Slik vi ser det er det en sammenheng mellom det å improvisere og å være kreativ, ettersom improvisasjon kan innebære å ta ting på sparket og finne løsninger som ikke nødvendigvis dukker opp naturlig.

I intervjuet med lærer 1 (jamfør kap. 4.2.3.1) kom det også frem at læreren ser en verdi i det å prøve ut ting i sin undervisning som ikke fungerer. Hen sier at "Det fine med å gjøre feil er at man kan reflektere rundt det som ikke fungerte, og lære av det". Med en slik holdning er det kanskje lettere å prøve ut varierte undervisningsopplegg. Tatt i betraktning hva lærerne ved den internasjonale skolen formidler, tolker vi det som at de er positive til å prøve ut nye ting, og vante til å benytte egen kreativitet i planleggingsfasen og i undervisningssammenheng.

5.5 Funn 5: Definisjoner og terminologi

Gjennomgående i observasjonsnotatene og i intervjuene kommer det fram at:

Lærerne ved de offentlige skolene fokuserer relativt mye på definisjoner og terminologi, mens den internasjonale skolen i større grad vektlegger å bevise og spørre «hvorfor».

I kapittel 4.1.1 er det flere eksempler som tyder på at læreren ved skole 1 var opptatt av terminologi og definisjoner i sin undervisning. Et eksempel er situasjonen der læreren spurte sine elever hva et siffer er, etterfulgt av spørsmål om hva printall, oddetall, partall og delelighet er. Videre minnet læreren elevene om begrepet tverrsum, ved å selv lede dem frem til begrepet. Etterpå påpekte læreren hvor elevene kunne finne oppskriften for beregninger av areal og volum. Vi observerte også ved flere tilfeller at læreren besvarte sitt eget spørsmål når det gjaldt terminologi. Et typisk eksempel på dette er da læreren spurte elevene hvordan et parallellogram ser ut, se kapittel 4.1.1. Her var det ingen elever som responderte, så læreren sa: «To og to sider er parallelle, det er nesten som om alt er litt forskjøvet».

Ved skole 2 (jamfør kap. 4.1.2) fant vi liknende eksempler som ved skole 1. Læreren forklarte her hva som skal til for at et tall er delelig med fem. I tillegg ville hen at elevene skulle skrive hvordan man multipliserer to brøker sammen, ned i boka si. Begrunnelsen for dette var at: «Det er en kjempeessensiell ting dere bør kunne». Dette tyder på at elevene ikke nødvendigvis skulle sette seg inn i multiplikasjonsalgoritmen, men huske den bedre ved å skrive den ned. På et senere tidspunkt sa læreren: «Det som er viktig å huske, er at den bakerste brøken i et delestykke med brøk, skal vi bestandig snu!». Disse to eksemplene viser to måter å tilegne seg matematisk kompetanse på, som kan knyttes til Skemp (1976) og den instrumentelle forståelsen, hvor man ikke nødvendigvis forstår hvorfor en algoritme fungerer slik den gjør.

I kapittel 4.1.3 observerte vi at lærerne ved den internasjonale skolen stilte spørsmål som «Uten å måle denne, hva vet vi om denne firkanten?» og «Hvordan kan vi finne arealet til en trekant når vi kun vet lengden på to av sidene?». I disse eksemplene ser vi at ordlyden i spørsmålene skiller seg fra ordlyden til lærerne ved de offentlige skolene. I motsetning til å vise elevene hvordan de regner arealet på en trekant spør læreren hvordan de skal finne det ut.

Skovsmose (2001) forklarer at hans undersøkelseslandskap innebærer at elevene er aktive deltakere i egne læringsprosesser. Det at elevene ved den internasjonale skolen selv skal finne ut hvordan man finner arealet til en trekant når de kun vet to sidelengder, gjør at de blir nødt til å gå dypere inn i læringsprosessen enn de måtte ha gjort dersom læreren ga de algoritmen.

En annen relevant observasjon vi gjorde oss var at læreren på den internasjonale skolen ville at elevene skulle diskutere ulike definisjoner med hverandre, og etterpå definere ulike deler av en sirkel i plenum. Vi kan dermed se at det ikke bare var et fokus på definisjoner i de offentlige skolene, men også i den internasjonale. Det som imidlertid er verdt å merke seg er hvordan det arbeides med definisjoner. I skole 1 og 2 ser det ut til at lærerne stilte spørsmål om definisjoner og ønsket svar med en gang, noe vi får inntrykk av ettersom læreren ga elevene relativt kort betenkningstid. I kapittel 4.1.1 så vi at læreren ofte svarte selv når elevene ikke ga respons etter kort tid, noe som antakeligvis kan ha en sammenheng med den korte betenkningstiden. Ved skole 3, på den andre siden, tok læreren seg god tid, og lot elevene selv forsøke å resonnerer seg fram. Et eksempel fra kapittel 4.1.3 viser blant annet at læreren ga elevene god tid i arbeidet med å definere de ulike delene av en sirkel.

I kapittel 4.1.3 ser vi at læreren ved den internasjonale skolen stilte en elev et motspørsmål da eleven påsto at to vinkler var like. Læreren sa: «Hvorfor må det være samme vinkel?». Dette eksempelet viser at læreren ikke veileder eleven med å gi svaret eller si at elevens påstand er riktig eller feil, men at læreren responderer på en måte som gjør at eleven må reflektere og begrunne. Stedøy (2018) formidler at matematisk tenking og kritisk refleksjon er kjennetegn ved utforskende arbeid, og ser vi på motspørsmålet fra læreren ser vi at dette inviterer eleven til å kritisk vurdere egen påstand. Spørsmålet om hvorfor vinklene må være like inviterer også eleven til matematisk tenking.

Det kommer også frem fra observasjonene ved den samme skolen (kap. 4.1.3) at elevene skulle besvare et spørsmål med et bevis sammen med lærer, ettersom læreren sa: «Vi skal nå finne ut hvordan vi kan besvare spørsmål 2 med et bevis». At læreren benyttet ordet *bevis* tydet på at de skulle begrunne eller bevise noe matematisk. Læreren signaliserte at hen og elevene skal finne ut noe sammen ved å si «Vi skal nå ...». I kapittel 4.2.3.2 så vi at lærer 2 ved den internasjonale skolen også vier seg med elevene. Hen sier at hen elsker hvordan

utforskende undervisning gir muligheten til å arbeide sammen med elevene, og at hen samarbeider med dem for å vise at de står sammen om problemet.

Ved den internasjonale skolen startet den ene økta med at målene for timen ble presentert (jmfør kapittel 4.1.3). Det første målet var at elevene skulle lære seg å bruke kongruenssetningene til å bestemme om to trekanter er kongruente. Ser man på Skemp (1976) sitt begrep relasjonell forståelse, kan arbeidsmåten knyttes tett til dette. Elevene kan oppnå relasjonell forståelse ettersom de først må forstå hvordan kongruenssetningene fungerer og vite hvordan de kan tas i bruk, før de kan benytte de til å vurdere trekantene. Matematisk tenking og kritisk refleksjon kan, ifølge Stedøy (2018), føre til at elevene utvikler begrepsmessig forståelse. Når elevene skal benytte kongruenssetningen til å vurdere om trekanter er kongruente er de nødt til å sette seg inn i setningene for å kunne benytte de, med andre ord må de forstå hvordan de fungerer i praksis. Dette betyr at dersom elevene får til oppgaven kan det innebære at de tilegner seg en større forståelse av kongruensbegrepet. En motsetning til denne typen oppgave kunne vært at elevene skulle terpe på ulike kongruenssetninger uten å bruke de i praksis, en tilnærming som kan føre til instrumentell forståelse og som kan minne om måten det ofte arbeides på under et oppgaveparadigme i Skovsmose og Alrøs forstand (Alrø og Skovsmose, 2006).

Det andre målet for økta var at elevene skulle lære å bevise Pytagoras' setning på minimum én måte. Dette viser at elevene skulle benytte matematikk for å bevise noe, i tillegg til at de skulle kunne gjøre det på flere enn én måte. Alrø og Skovsmose (2006) forklarer at oppgavene innenfor et undersøkelseslandskap ikke baseres på kun én korrekt løsningsmetode eller ett korrekt svar. Det er ikke urimelig å tenke seg at elevene arbeidet innenfor et undersøkelseslandskap når de skulle oppnå det andre målet for timen. Det at de skal kunne bevise Pytagoras-teoremet på flere enn en måte, gjør at elevene vil få se at det finnes flere måter å komme frem til samme resultat, i denne sammenheng, teoremet. Som vi kan se i kapittel 2.5, er et typisk kjennetegn ved det tradisjonelle oppgaveparadigmet at oppgavene elevene skal løse ofte kun kan knyttes til ett riktig svar. Med utgangspunkt i hvordan oppgaveparadigmet beskrives, skiller det andre målet for timen seg fra denne arbeidsformen ettersom en målsetning her er at elevene skal komme frem til flere enn én måte å løse noe matematisk.

5.6 Funn 6: Nytte av matematikkfaget utenfor skolen

Det siste hovedfunnet vi vil trekke frem, er dette:

Lærerne ved den internasjonale skolen legger stor vekt på matematikkens relevans for elevenes liv utenfor klasserommet.

Som vi så i kapittel 4.2.3.1, kom det frem at lærer 1 ved den internasjonale skolen tror at elevene har et større utbytte av å arbeide utforskende, og at de har mer nytte av denne arbeidsformen ettersom det gir kunnskap som også kan anvendes utenfor skolen. I LK20 formidles det at matematikkfaget skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi de kompetanse i utforskning og problemløsning. Harlen (2013) mener at elever som lærer matematikk gjennom utforskning er bedre rustet til å leve fysiske og følelsesmessige sunne og givende liv. Det kan trekkes paralleller mellom det lærer 1, LK20 og Harlen (2013) formidler, ettersom alle ser på utforskning som en måte å forberede elevene på situasjoner også utenfor skolesammenheng.

I kapittel 2.3 kommer det fram at MYP-programmet innenfor IB har som mål å blant annet utvikle elever til å knytte egne forbindelser fra læringen som foregår i klasserommet, til det som foregår i den virkelige verden. Dette er antakelig med på å påvirke hvordan lærerne ved den internasjonale skolen arbeider. Lærer 1 (jmfør kap. 4.2.3.1) forklarte at en av retningene elevene skal vurderes i innenfor IB-programmet, er matematikk i det daglige liv, og at lærerne derfor skal gi oppgaver og prøver som tar hensyn til dette. Lærer 2 ved den internasjonale skolen syntes det er veldig bra at LK20 inkluderer mer utforskende arbeid i matematikkfaget, og begrunnet dette blant annet med at arbeidsformen gir større rom for å anvende matematikk flere steder. I tillegg til dette sa hen at alle faktaene som repetitive oppgaver ofte innebærer, er mulig å finne ved et YouTube søk, men at man ikke kan lære på YouTube hvordan denne kunnskapen kan anvendes til andre ting enn ren matematikk. Dette understreker lærerens tanker om at utforskende arbeid legger mer til rette for å lære matematikk som er anvendbar også på andre områder enn i undervisningen.

I samme intervju spurte vi læreren hvilke fordeler hen mener utforskende arbeid medfører, hvor hen svarte at en av fordelene er de ferdighetene elevene sitter igjen med. Blant disse ferdighetene nevnte hen at elevene har blitt bedre på å budsjettere tid, selvregulering,

organisering og å ta notater. Slik vi ser det er samtlige av disse ferdighetene fordelaktig å inneha på mange områder, for eksempel i fremtidige eventuelle studier, i arbeidslivet og i hverdagen generelt. Lærer 1 bekreftet nettopp dette ved å si (jamfør kap. 4.2.3.2) at IB er ferdighetsbasert og at de ferdighetene elevene tilegner seg kan være fordelaktige for elevene i fremtidige studieløp og i arbeidssammenheng.

I kapittel 4.2.3.1 kommer det frem at den internasjonale skolen har opplevd at elever som har gått ut av grunnskolen, senere kommer med tilbakemeldinger om at de er takknemlige for å ha lært matematikk som de har fått mye bruk for i hverdagen sin. Dette viser at det lærerne sier om at de praktiserer matematikkundervisning som skal tilegne elever kunnskap de kan få bruk for i det daglige liv, ser ut til å faktisk fungere.

Det er i all hovedsak ved den internasjonale skolen at lærerne viser at de legger vekt på å forberede elevene på et liv utenfor skolen. Det skal likevel nevnes at læreren ved skole 1 også trakk inn eksempler som kan bidra til at elevene ser større sammenhenger i matematikk utenfor klasserommet. Observasjonene fra skole 1 (kap. 4.1.1) viser til et eksempel hvor læreren tok utgangspunkt i en virkelighetsnær tematikk, torsketungeskjæring, for å veilede elevene med en funksjonsoppgave hvor de sto fast. Dette eksempelet skilte seg fra de tradisjonelle tendensene vi ellers så i de offentlige skolene. Tilnærmingen læreren benyttet, kan sees i sammenheng med Skovsmose (2001) sin tabell over ulike læringsmiljøer. Dette fordi oppgaven ikke er ren matematikk, men heller ikke et åpent landskap for elevene å undersøke. Læreren trakk paralleller mellom funksjoner og et reelt yrke som elevene kjenner til, og inviterte elevene til å finne ut hvor mye man kan tjene på tungeskjæring, i tillegg til å etterpå utforme en graf som presenterte inntekten. Oppgaven kan derfor plasseres innenfor landskap nummer 5 i Skovsmose (2001) sin tabell, et landskap hvor fokus på løsningen er til stede, mens det refereres til et virkelighetsnært tema som elevene kan relatere til. At læreren trakk inn en tematikk som tungeskjæring, som var kjent for elevene i dette lokalmiljøet, kan ha bidratt til at elevene så en større sammenheng mellom matematikken på skolen og livet utenom.

Som nevnt i kapittel 2.6.2 innebærer kunnskapsområdet KCS i Ball (2008) sitt rammeverk for lærerkompetanse blant annet evne til å kombinere kunnskap om elever og matematikk, og forutse hva som motiverer og interesserer elevene. Læreren ved skole 1 visste at elevene

kunne relatere til tungeskjæring, og benyttet seg av denne kunnskapen. Det kan også tenkes at hen benyttet seg av nettopp dette eksemplet fordi hen trodde dette var noe som kunne motivere og interessere elevene i større grad enn eksempler som baserer seg på ren matematikk uten sammenheng til en kjent virkelighet.

I elevintervjuene fra skole 1 (offentlig skole, kap. 4.3.1) så vi et eksempel på en elev som syntes matematikken kom til hjelp på fritiden. Hen sa at hen liker å bake, og at matematikken hjelper veldig når hen står på kjøkkenet og skal måle. Eleven nevnte at for eksempel desiliter blir lettere å forholde seg til takket være matematikkundervisningen hen har på skolen. Dette eksempelet viser en elev som ser nytteverdi av matematikkfaget utenfor skolen, og det er derfor viktig å poengtere at også de offentlige skolene praktiserer matematikk som elevene kan ha nytte av utenfor klasserommet.

6 Konklusjon og videre forskning

Problemstillingen i vår studie var:

Hvordan arbeides det med utforskende aktiviteter i matematikkfaget i en utvalgt internasjonal skole sammenlignet med offentlige skoler i Norge?

For å belyse denne problemstillingen, formulerte vi to forskningsspørsmål som vi vil besvare før vi forsøker å komme til en avsluttende konklusjon.

(1) Hvilke inntrykk gir datainnsamlingen angående elevenes forhold til å arbeide utforskende?

(2) Hvordan arbeider lærerne på de ulike skolene med å planlegge og gjennomføre utforskende matematikkundervisning?

Når det gjelder det første forskningsspørsmålet, tyder våre funn på at elevene ved den internasjonale skolen er godt kjent med utforskende arbeid. Dette inntrykket får vi blant annet ved å ta utgangspunkt i lærernes utsagn om at de praktiserer utforskende arbeid. Videre underbygger funn 2 vår antakelse, ettersom det her kommer frem at elevene selv sier at de arbeider med å utforske formler og å se mønstre i figurer. Utover dette er det lite i vår datainnsamling som kan benyttes for å direkte kunne si noe om elevenes forhold til utforskende undervisning. Siden vi i liten grad observerte utforskende arbeid ved de offentlige skolene, har vi begrenset grunnlag for å konkludere noe når det gjelder hvilket forhold elevene ved de offentlige skolene har til å arbeide utforskende. Datainnsamlingen ved de offentlige skolene gir ingen indikasjoner på at utforskende tilnærminger finner sted, og dermed vet vi også lite om hvilket forhold elevene har til arbeidsformen. Med andre ord setter vårt datamateriale oss bare delvis i stand til å besvare forskningsspørsmål 1.

Vedrørende det andre forskningsspørsmålet, kommer det frem i funn 1 at lærerne ved den internasjonale skolen i liten grad benytter bøker til planlegging av undervisning, og at det i selve undervisningen ikke benyttes andre bøker enn elevenes notatbøker. IB-programmet som skolen følger, legger opp til at de skal arbeide utforskende med sine elever. Funn 2 viser at elevene ofte samarbeider om oppgaver som fremstår utforskende i matematikkundervisningen. Dette kan henge sammen med at de ved den internasjonale skolen

arbeider mer i grupper enn de gjør ved de offentlige skolene. Funn 3 belyser at lærerne ved den internasjonale skolen i mindre grad ser på tid som en begrensende faktor i planlegging og gjennomføring av utforskende undervisning. I samme funn ser vi at lærerne ved den internasjonale skolen ofte prioriterer utforskende matematikkundervisning. Videre kommer det frem i funn 4 at kreativitet er en benyttet egenskap som ser ut til å verdsettes i forbindelse med planlegging av utforskende arbeid. I funn 5 kommer det frem at lærerne inviterer elevene til å blant annet tenke kritisk og forklare og begrunne egne løsninger. Det kommer også frem at lærerne gir elevene oppgaver som skal løses på mer enn én måte.

Når det gjelder de offentlige skolene, indikerer funn 1 at lærerne her i stor grad benytter seg av lærebøker til planlegging og gjennomføring av sin undervisning. Videre viser funn 2 at lærerne ofte praktiserer undervisning hvor elevene arbeider under det tradisjonelle oppgaveparadigmet. Funn 5 indikerer at lærerne vektlegger algoritmer, og at elevene skal huske regler i forbindelse med disse. Videre tydeliggjør funn 3 at tid oppleves som en begrensende faktor for implementering av utforskende undervisning i de offentlige skolene, i tillegg til at det å endre på undervisningsvaner vil kreve en omorganisering av deres struktur.

Når det gjelder selve problemstillingen vi har arbeidet ut fra, kan vi i kortform formulere følgende svar:

Funnene våre indikerer at den internasjonale skolen vi studerte oppfyller intensjonene i LK20 vedrørende utforskning i matematikkfaget i større grad enn de offentlige skolene vi besøkte.

I dagens situasjon, der LK20 er en læreplan som er i ferd med å operasjonaliseres i skolen, viser konklusjonen vi kommer frem til verdien av diskusjon og utveksling av ideer på tvers av skoleslagene. Det er dermed ikke sagt at den offentlige skolen slavisk bør etterligne det som gjøres ved for eksempel friskolen vi studerte, men at det foreligger et potensiale for utvikling. Den nye læreplanen vil kreve utvikling på flere områder, og i matematikkfaget vil det for mange skoler være nødvendig med nytenking og strukturelle endringer for at utforskning skal få en større plass i undervisningen. Det er ikke til å stikke under en stol at mange lærere i dagens skole føler på et tidspres for å rekke over daglige plikter i forbindelse med sitt yrke. Hvis man krever at matematikklærere skal implementere utforskende tilnærminger i sin undervisning, er det viktig at rammebetingelsene legger til rette for denne typen arbeid.

6.1 Begrensninger ved studien

Studien vår begrenses av at utvalget er lite. På grunn av tiden vi har hatt til rådighet, baserer forskningen i denne studien seg på relativt få dager med observasjon, og intervjuer med et fåtall av elevene i klassene. Dersom vi skulle gjennomført studien i et større format, ville vi lagt vekt på å samle inn observasjonsnotater over flere dager, gjerne over et betraktelig større tidsrom. I tillegg ville vi intervjuet flere informanter. Ettersom vi kun har gjennomført datainnsamling på tre ulike skoler har vi, som tidligere nevnt, lite grunnlag for å anta at våre funn er generaliserbare til resterende norske ungdomsskoler.

Implementeringen av LK20 er en pågående prosess, og blant annet er eksamensordningen på 10. trinn og i videregående skole enda ikke avklart. På grunn av at summative vurderingsformer er svært styrende for undervisningens innhold, er det rimelig å si at det er noe tidlig å vurdere hvordan et kjerneelement som «utforskning og problemløsning» faktisk vil operasjonaliseres i norsk offentlig skole på sikt.

6.2 Videre forskning

Våre tanker om videre forskning tilknyttet denne studien er parallelle til begrensningene beskrevet ovenfor. Blant annet ville det vært interessant å ha bedre tid til observasjon og intervju enn vi hadde innenfor rammen av denne masteroppgaven. Et utvidet tidsrom til observasjon vil kunne vise endringer over tid, noe som ville gitt et sterkere grunnlag for å trekke konklusjoner om hvordan undervisningen faktisk foregår i det aktuelle klasserommet. Ved å intervju flere elever vil man få tilgang til et bredere spekter av tanker og erfaringer, noe som også kan bidra til en dypere forståelse av forskningsfeltet generelt sett.

Det vil være interessant å se på forskjeller og likheter ved hvordan det arbeides med utforskende aktiviteter i et større antall skoler, blant annet for å i større grad kunne belyse hvordan offentlige skoler typisk forholder seg til den nye læreplanen. På grunn av at implementeringen av den nye læreplanen er en pågående prosess, kan det videre tenkes at det om noen år har skjedd større endringer i skolestrukturen. Om noen år vil lærere i den offentlige skolen ha hatt lengre tid til å implementere LK20, og det vil derfor være interessant å gjøre liknende studier som vår på et senere tidspunkt.

I vår forskning har vi ikke sett på elementer som motivasjon hos elever ved de ulike skoletypene, eller brukt konkrete målinger av elevers læringsutbytte i matematikkfaget ved de ulike tilnærmingene tradisjonell og utforskende undervisning. I et større forskningsprosjekt ville det være interessant å inkludere begge disse aspektene i forskningsdesignet.

Referanseliste

- Abril, A. M. et al. (2013). *Inquiry-based Learning in Maths and Science Classes: What it is and how it Works-Examples-Experiences*. University of Education, Pedagogische Hochschule.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning – udvikling af IC-modellen. I Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (Red.), *Kunne det tænkes?: om matematiklæring*. (s. 110-126). Danmark: Forlag Malling Beck
- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 797-810. Hentet fra <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11858-013-0506-6.pdf>
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). *Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?* *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407
- Bjørndal, C. R. P. (2017). Det vurderende øyet: *Observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning* (3. utg.). Oslo: Gyldendal.
- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. Frederiksberg: Frydenlund
- Blomhøj, M. & Haavold, P. Ø. Coherence through inquiry-based mathematics education. *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.
- Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29(1). s. 41-62.
- Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom - Helping children learn and love maths*. London: Souvenir Press.
- Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5th ed.). Oxford: Oxford University Press

- Bråten, I. (2005). Om Vygotskys liv og lære. I Bråten, I. (Red.), *Vygotsky i pedagogikken*. (s. 13-42). Oslo: Cappelen Akademisk Forlag
- Bråten, I. & Thurmann-Moe, A. C. (2005). Den nærmeste utviklingssonen som utgangspunkt for pedagogisk praksis. I Bråten, I. (Red.), *Vygotsky i pedagogikken*. (s. 123.142). Oslo: Cappelen Akademisk Forlag
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B. & Perlwitz, M. (1991). Assessment of a Problem-Centered Second-Grade Mathematics Project. *Journal for Research in Mathematics Education*. 22(1). s. 3-29.
- Friskolelova. (2003). Lov om frittstående skolar (LOV-2003-07-04-84). Hentet fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2003-07-04-84#KAPITTEL_5
- Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Oslo: Cappelen Damm.
- Harlen, W. (2013). Inquiry-based learning in science and mathematics. *Review of science, mathematics and ICT education*, 7(2), 9-33.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert & P. Lefevre (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. (s. 1-27). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Imsen, G. (2020). *Elevers verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (6. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Jaworski, B. (2004). Grappling with complexity: co-learning in inquiry communities in mathematics teaching development. Proceedings of the 28th Conference of the

- International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 1, ss. 17-36).
Norge: Universitetet i Agder.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. USA: National Academy Press.
- Kunnskapsdepartementet (2017b). *Overordnet del - sosial læring og utvikling*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/sosial-laring-og-utvikling/>
- Kunnskapsdepartementet. (2017a). *Overordnet del – skaperglede, engasjement og utforskertrang*. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/opplaringens-verdigrunnlag/1.4-skaperglede-engasjement-og-utforskertrang/>
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3.utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Larsen, A. F., Hein, M. & Wedege, T. (2006). Undersøgende læringsmiljø i matematik. *MONA-Matematik-og Naturfagsdidaktik*(4) ss. 7-70.
- Lossius, M. H. (2007). Uteskole – en mulighet for å øke forståelsen av måling? *Tangenten*(2), ss. 7-10. Hentet fra <http://www.caspar.no/tangenten/2007/t-2007-2.pdf>
- Mason, J. (2018). *Qualitative Researching*. (3.utg). Sage: London I Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. ed.). Bergen: Fagbokforlaget
- Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk - Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten*(2), ss. 2-4. Hentet fra <http://www.caspar.no/tangenten/2009/t-2009-2.pdf>
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora* (5. utg.). Hentet fra <https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.pdf>

- Niss, M. & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102, 9-28. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. København: Undervisningsministeriet.
- NOU2015:8. (2015). *Framtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf>
- Opplæringsloven. (1998). Lov om grunnskolen og den videregående opplæringa (LOV-1998-07-17-61). Hentet fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61#KAPITTEL_2
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Oslo: Cappelen Damm.
- Robinson, K. (2001). *Out of our minds: Learning to be creative* (2.utg.) Hoboken N.J.: Capstone
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), ss. 4-14.
- Silverman, D. (2014). *Interpreting Qualitative Data*. 5.utg. Sage. London I Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder*. (5. utg.) Bergen: Fagbokforlaget.
- Skemp, R. R. (1976). Relational and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching*, 77, ss. 20-26.

- Skilbrei, M.-L. (2019). *Kvalitative metoder: planlegging, gjennomføring og etisk refleksjon* (1. utgave). Bergen: Fagbokforlaget.
- Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33, 123-132.
- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelandskaber. I Skovsmose, O. & Blomhøj, M. (Red.) *Kan det virkelig passe? Om matematiklæring* (s. 143-158). København: L&R Uddannelse.
- Stedøy, M. I. (2018, november). Utforskende matematikkundervisning. *Realfagsløyper*. S. 1-8. Hentet fra <https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-08/T2.P1.M3A%20Artikkel%20Utforskende%20undervisning.pdf>
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Bergen: Fagbokforlaget
- The International Baccalaureate. (2021, 26. oktober). About the IB. Hentet fra <https://ibo.org/about-the-ib/>
- The International Baccalaureate. (2021, 26. oktober). Programmes. Hentet fra <https://ibo.org/programmes/>
- Tjora, A. (2021). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (4. utgave). Oslo: Gyldendal.
- Utdanning. (2020, 13. November). Grunnskole. Hentet fra https://utdanning.no/tema/nyttig_informasjon/grunnskole
- Utdanningsdirektoratet. (2019). Hva er nytt i læreplanverket? Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-nytt-i-lareplanverket/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020, 1. august.). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05). Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob>

Wood, T. & Sellers, P. (1997). Deepening the Analysis: Longitudinal Assessment of a Problem-Centered Mathematics Program. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28(2). s. 163-186.

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning* (Doktoravhandling). Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, Trondheim.

Vedlegg 1 – Observasjonsskjema

Observasjonsskjema

Observasjonsnotater fra skole nr:

dato:

timens varighet:

antall elever i timen:

tema:

Definisjon utforskende undervisning og arbeid:

- når eleven får enten et problem, en case eller et tema som de skal utforske og stille spørsmål ved.

Seks elementer som inngår i utforskende arbeid: **spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre.**

1. Hvor lang tid bruker læreren for å sette i gang elevene på starten av timen?

Beskriv hva læreren gjør konkret.

Notater:

2. Er elevene selvstendige i arbeidet rett etter at lærer har satt de i gang? (eksempler)

Notater:

3. Lærers metoder/utsagn for å hjelpe elever videre med oppgaver som er vanskelige.

Notater:
Skriv sitater.

4. Andre utsagn fra lærer (plenum).

Notater:

<p>5. Elevaktivitet/utsagn</p> <p>Er spørsmålene fra elevene til lærerne utforskende? (eksempler)</p>	<p>Notater:</p> <ul style="list-style-type: none"> - «Kan vi...» - «Er det mulig å...» 	
<p>6. Oppgavene</p> <p>- hvilke oppgaver arbeider elevene med (type aktiviteter)</p>	<p>Notater:</p> <p>Er oppgavene utforskende i utgangspunktet?</p>	
<p>7. Bruk av lærebøker, både lærer og elever</p>	<p>Notater:</p>	
<p>8. Støynivå.</p>	<p>Notater:</p> <p>Beskriv om det er positivt eller negativt støy.</p>	
<p>9. Håndsopprekning.</p>	<p>Notater:</p> <p>Kryss av for ant.</p>	
<p>10. Hvor mange forskjellige elever er involvert i plenumsdiskusjoner.</p>	<p>Notater:</p>	
<p>11. Hva er arbeidsmetoden? Grupper, individuelt etc.</p>	<p>Notater:</p> <p>Utforskende? Hvordan kommuniserer elevene.</p>	
<p>12. Hvordan arbeider elevene i grupper? For eksempel arbeidsfordeling osv.</p>	<p>Notater:</p>	

13. Hvordan er dialogen mellom elevene under arbeidet?

Notater:

14. Oppsummering av timen.

Notater:

Konkrete eksempler.

Vedlegg 2 - Intervjuguide lærere

Intervjuguide lærere		
Tema	Tematisk spørsmål	Stikkord og forslag til eventuelle oppfølgingsspørsmål
1: Lærerens utdanning	1: kan du fortelle litt om din utdanning?	- har du matematikkfaget i din lærerutdanning? -
	2: I hvor stor grad føler du at din utdanning har gjort deg til den læreren du er i dag?	-hva er det isåfall som har formet deg til den læreren du er?
	3: Hvor mye lærte du om utforskende matematikk i din utdanning? *Justerte spørsmålet til: Rettet din utdanning et fokus mot utforskende undervisning, og eventuelt på hvilken måte?*	- var det fokus på hvordan du kunne bruke det i din kommende matematikkundervisning? - følte du deg rustet til å bedrive utforskende matematikk når du avsluttet utdanningen? - hvis ingenting: når/hvordan ble du først presentert for utforskende arbeid i matte?
2: Matematikklæreren	4: Hva synes du om å være matematikklærer?	hvis trivsel: hva gjør at du trives?
3: Begrensninger	5: Opplever du noen ganger at læreplanen og kompetansemålene begrenser deg i.f.t. dine ønsker om undervisningen?	oppbygning, ønsket tema, din kreativitet osv.. sjelden, av og til eller ofte?

	<p>6: opplever du noen gang at din kompetanse begrenser deg i din planlegging og gjennomføring av undervisning?</p> <p>*Justert spørsmålet til: Opplever du at din kompetanse bidrar til å øke kreativiteten i din planlegging og gjennomførelse av undervisning?*</p>	<p>sjelden, av og til eller ofte?</p>
	<p>7: Opplever du noen ganger at ressursene i skolen (lærebøker, konkret.mat. osv.) begrenser din planlegging og gjennomføring av undervisning?</p>	<p>sjelden, av og til eller ofte?</p>
<p>4: utforskende arbeid</p>	<p>8. Hva tenker du om temaet utforskende arbeid i matematikk?</p>	
	<p>9. Prioriterer du denne undervisningsformen?</p>	<p>Hvis ja/nei: Hvorfor og hvordan?</p>
	<p>10. Syntes du det er utfordrende å få til (planlegge og gjennomføre) god utforskende matematikk?</p> <p>*Justerte dette spørsmålet til: Hvordan synes du det er å planlegge og gjennomføre utforskende matematikk?*</p>	<p>tror du dette påvirker hvor ofte du gjennomfører utforskende matematikk i din undervisning?</p>

	11. Hva tenker du om at utforskende undervisning utgjør en så stor del av LK20?	
	12: Hva er dine tanker om elevutbytte i forhold til utforskende matematikk?	Ang. sluttresultater og diverse nasjonale prøver etc.
	13: Tror du skolene kunne lagt bedre til rette for å jobbe utforskende? Hvordan?	Ville du jobbet mer utforskende hvis det var lagt ennå mer til rette for det?
	14: På hvilken måte mener du at din skole kan legge til rette for at mer utforskende arbeid i matematikk skal være gjennomførbart?	tid, ressurser....
	15. Noen mener det er vanskelig å måle/underveisvurdere elevers læringsutbytte under og etter bruk av utforskende matematikk. Hva tenker du?	
5: Resurser	16: I hvor stor grad benytter du deg av læreverk (lærebøker, oppgavebøker etc) i <u>planleggingen</u> og i <u>gjennomføringen</u> av din undervisning?	aldri sjelden av og til ofte bestandig

Vedlegg 3 - Intervjuguide elever

Intervjuguide elever		
Tema	Tematisk spørsmål	Stikkord for eventuelle oppfølgingsspørsmål
1: Holdning til matematikkfaget	1: Liker dere å ha matematikk på skolen?	- bra? hvorfor? - er matematikk gøy? evt. hvorfor ikke?
	2: Kan dere si noe om hva dere er fornøyde med ved matematikkundervisningen på skolen?	- hva kunne eventuelt vært bedre/annerledes?
	3: Kan dere nevne deres tre favorittfag i skolen?	
2: Forhold til utforskende undervisning	4: Hvis vi sier utforskende matematikk - hva tenker dere på da?	hva forbinder dere med... har dere noen eksempler?
	5: Pleier dette å skje: læreren kommer inn til matematikktimen og forklarer noe på tavla, deretter skal dere gjøre oppgaver hvor dere får bruk for det dere nettopp lærte på tavla?	Hvis ja: hvor ofte? hva syntes dere om denne måten å jobbe på? forstår dere? lærer dere noe? lærer dere det så godt at dere tror dere husker det senere? Hvis nei: hvordan pleier dere da å jobbe?

	6: Skjer dette noen ganger: dere får en oppgave som kan minne om et problem, hvor dere elever selv må finne ut hva som skal til for å løse oppgaven/problemet? lite eller ingen forklaring gis av lærer	Hvis ja: hvor ofte? kommer dere på et eksempel på en slik oppgave? jobber dere som regel i grupper når dere får slike oppgaver, eller?
4. Elevene og matematikk	7: Synes dere matematikk er gøy?	Hvis ja: kan dere forklare hva som gjør at matematikk er gøy? Hvis nei: forklar hvorfor.
	8: I matematikk kan elevene arbeide alene, i par eller i grupper hvor man er flere enn to. Hvordan tror dere at dere selv lærer best?	Lærer dere godt på flere måter? Hva liker dere best av disse tre?
5: Elevene og gruppearbeid	9: Når dere blir delt i grupper, hvordan synes dere da det er å ta ordet og prate høyt?	Har det stor betydning hvem dere havner på gruppe med, tror dere? Hvorfor?

Vedlegg 4 - Samtykkeskjema for deltakelse

Vil du delta i forskningsprosjektet

«Matematikkundervisning ved ungdomstrinnet på en internasjonal skole og norske offentlige ungdomsskoler»

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se nærmere på matematikkundervisning på et ungdomsskoletrinn, ved flere skoler, hvor en av skolene er en internasjonal skole. Formålet er i all hovedsak å se på likheter og forskjeller på matematikkundervisningens oppbygning ved de respektive skolene, med et ekstra fokus på utforskende undervisning. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

|

Formål

Vi er to lektorstudenter ved universitetet i Tromsø, hvor én av oss tidligere har vært i praksis ved en internasjonal skole. Vi er begge studenter som har deltatt i praksis ved ikke-internasjonale skoler, eller *tradisjonelle skoler*, som vi i denne studien har valgt å bruke som en fellesbetegnelse for disse skolene. Etter å ha diskutert opplevelsene fra praksis kommer vi frem til at det ser ut til å være en interessant forskjell når det gjelder måten det arbeides med matematikkfaget på i den internasjonale skolen, og de tradisjonelle skolene. På bakgrunn av dette ønsker vi å se nærmere på matematikkundervisningen på et bestemt ungdomstrinn ved flere skoler, og prøve å finne ut hva som skiller de to typene skoler fra hverandre når det kommer til matematikkundervisningen. Nærmere bestemt kommer vi til å se på hvilke undervisningsmetoder lærere bruker, hvor mye tid som går til de ulike delene av undervisningsøkta og hvordan elevene forholder seg til matematikkfaget. Vi vil også rette et fokus mot utforskende undervisning, da dette er en sentral del av den nye læreplanen, LK20.

Med forbehold om små endringer kommer vi til å ta utgangspunkt i en problemstilling som lyder som denne:

Likheter og forskjeller ved matematikkundervisning på ungdomstrinnet ved tradisjonelle, norske skoler og en skole som følger IB-programmet.

Med utgangspunkt i denne problemstillingen har vi som mål å skrive en, forhåpentligvis spennende og interessant mastergrad. Det er lite tidligere forskning som sammenligner internasjonale skoler i Norge med statlige, tradisjonelle norske skoler.

Vi syntes derfor det er både interessant og viktig at det rettes oppmerksomhet mot dette, og håper vi kan komme frem til funn som kan lære oss noe om både den internasjonale skolen og de tradisjonelle skolene.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

UiT, Norges arktiske universitet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi spør nettopp deg om å delta i denne studien ettersom du er elev eller lærer ved ungdomstrinnet på enten en internasjonal skole eller en annen, tradisjonell skole i Nord-Norge. Det vil være elever og lærere fra ungdomstrinnet ved ca. fire ulike skoler som får tilbudet om å delta.

Hva innebærer det for deg å delta?

Vi planlegger å bruke forskningsmetodene observasjon av undervisning og intervju, hvor det under intervjuene vil bli tatt lydopptak for å enklere kunne arbeide med informasjonen fra intervjuene i ettertid. Observasjonen vil være ikke-deltakende og basere seg kun på notater som tas underveis når vi observerer.

Observasjonen

Man kan velge å kun samtykke til observasjon, og behøver altså ikke å delta i intervjuer i tillegg for å kunne delta.

Dersom du samtykker til observasjon

- Innebærer dette at vi vil være til stedet i klasserommet i matematikkundervisningen en periode på +/- 1 uke. Vi kommer ikke til å delta i undervisningen, men kun ta notater. Det vil ikke bli tatt notater som sier noe om hvem som sier eller gjør noe, alt vil anonymiseres.

Intervju

Det vil bli gjennomført intervjuer for matematikklærere og elever hver for seg, hvor det stilles ulike spørsmål ut fra om du er lærer eller elev.

Dersom du deltar i intervju som lærer:

- Deltar du på et intervju som inneholder spørsmål som angår deg som matematikklærer og matematikkundervisningen du gir.
- Vi vil ta lydopptak og notater fra intervjuet, men alt kommer til å anonymiseres slik at ingen kan finne ut hvem som er intervjuet og har besvart spørsmålene.

Dersom du samtykker til å delta i intervju som elev:

- Kan du bli spurt om å delta på et intervju med spørsmål som angår matematikkundervisningen ved deres skole.
- Elever vil bli intervjuet sammen to og to, og blant annet vil vi snakke sammen om en matematikkoppgave.
- Vi planlegger å ta lydopptak og notater fra intervjuet, men alt kommer til å anonymiseres slik at ingen kan finne ut hvem som er intervjuet.

Foresatte til barn under 16 år kan få se intervjuguiden på forhånd. Dersom dette er ønskelig må du/dere kontakte oss på kontaktinfo som oppgis bakerst i dette skjemaet.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Den eneste opplysningen vi kommer til å ta med oss er hvilken type skole de elevene/lærerne som observeres og intervjues, kommer fra. Dette gjør vi for å kunne skille mellom observasjoner og besvarelser fra internasjonal og ikke-internasjonal skole.

- De som vil ha tilgang på datamaterialet fra observasjoner og intervjuer, er studentene som gjennomfører forskningen, Elise Høybakken og June Strand Åsheim. I tillegg vil vår veileder Arne Hole ved UiO (Universitetet i Oslo) ha tilgang på materialet.

- De eneste personopplysningene som innsamles vil være navn på skolen og navnet i samtykkeskjemaet.
- Både navn på person og navn på skole vil anonymiseres før videre bruk.
 - Skolene vil få kodenavn som «skole 1», «skole 2» og så videre. Det samme gjelder elever og lærere, de vil få navn som erstattes av koder som «elev 1», «lærer 1» osv.
 - Erstatningskodene vil lagres på en egen oversiktsliste over navn på skoler som er adskilt fra øvrige data.
- Lydopptak vil transkriberes til tekst og det vil ikke være mulig å finne ut hvem som har deltatt i lydopptakene.
- Ingen deltakere i prosjektet vil kunne gjenkjennes i publikasjonen, kun anonymiserte sitater eller annen anonymisert informasjon fra observasjon og intervjuer kan forekomme i den endelige masteroppgaven.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Lydopptakene og personopplysninger vil slettes når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er i løpet av juni 2022. Deler av den anonymiserte dataen vil komme frem i masteroppgaven som er antatt å være ferdigstilt i juni 2022.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *UiT Norges arktiske universitet* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

UiT, Norges arktiske universitet ved

- Masterstudent: Elise Høybakken, cho077@uit.no, tlf: 0047 41662552

- Masterstudent: June Strand Åsheim, juneaasheim@hotmail.com, tlf: 0047 90604526

- Prosjektets hovedansvarlige: Jan Nyquist Roksvold, jan.n.roksvold@uit.no, tlf: 77646141

- Vårt personvernombud: Joakim Bakkevold, personvernombud@uit.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Elise Høybakken og June Strand Åsheim, Norges arktiske universitet.

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Matematikkundervisning ved ungdomstrinnet på en internasjonal skole og norske offentlige ungdomsskoler», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

Samtykke, lærer:

- å delta i *observasjon*
- å delta i *intervju hvor det blir tatt lydopptak*

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(signatur lærer, dato)

Samtykke, elev:

- å delta i *observasjon*
- å delta i *intervju hvor det blir tatt lydopptak*

(elev under 16 år krever samtykke fra foresatt)

Jeg samtykker til at (elevens navn og etternavn) _____
deltar i studien, og at opplysningene behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(signatur deltakers foresatte, dato)

Vedlegg 5 – Arbeidsark om kongruens (skole 3)

From the markings on the figures, decide if the triangles are congruent by SSS, SAS, AAS, ASA, or HL. If none, write N.

36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. _____ 52. _____ 53. _____ 54. _____ 55. _____






Name the congruent triangles and tell why they are congruent (SSS, SAS, ASA, AAS, or HL).





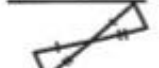
56. 57. 58. 59. 60. 56. $\triangle ABC \cong$ _____ 57. $\triangle ABC \cong$ _____ 58. $\triangle ABC \cong$ _____ 59. $\triangle ABC \cong$ _____ 60. $\triangle ABC \cong$ _____
Why: _____

61. 62. 63. 64. 65. 61. $\triangle PQR \cong$ _____ 62. $\triangle PQR \cong$ _____ 63. $\triangle PQR \cong$ _____ 64. $\triangle PQR \cong$ _____ 65. $\triangle PQR \cong$ _____
Why: _____




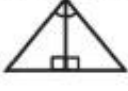

What else is needed to prove these triangles congruent by:
66. AAS? _____ \cong _____
or _____ \cong _____ 67. SAS? _____ \cong _____




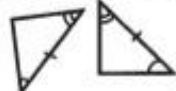

From the markings on the figures, decide if the triangles are congruent by SSS or SAS. If neither, write N.

1.  2.  3.  4.  5. 






6.  7.  8.  9.  10. 





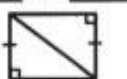
From the markings on the figures, decide if the triangles are congruent by ASA or AAS. If neither, write N.

11.  12.  13.  14.  15. 



16.  17.  18.  19.  20. 



From the markings on the figures, decide if the triangles are congruent by HL. If not, write N.

21.  22.  23.  24.  25. 

26.  27.  28.  29.  30. 

What else is needed to prove these triangles congruent by:

31. AAS? $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  34. SSS? $\triangle PQR \cong \triangle STU$ 

32. ASA? $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  35. SAS? $\triangle PQR \cong \triangle STU$ 

Vedlegg 6 - Kvittering fra NSD

10.05.2022, 09:23

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



Vurdering

Referansenummer

925420

Prosjekttittel

Likheter og forskjeller ved en internasjonal skole som følger IB-programmet og en eller flere offentlige skoler.

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Jan Nyquist Roksvold, jan.n.roksvold@uit.no, tlf: 77646141

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Elise Høybakken, eho077@uit.no, tlf: 41662552

Prosjektperiode

27.09.2021 - 01.12.2022

Vurdering (1)

08.11.2021 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 08.11.2021 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.12.2022.

LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 1

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 2

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Nettskjema er databehandler i prosjektet. NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fulle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Markus Celiussen

Lykke til med prosjektet!

