UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Modellering ved bedriftsbesøk

Mattis Engelbrecht Christiansen

Mastergradsoppgave i LER-3913, vår 2022

Sammendrag

Denne oppgaven tar for seg modellering i matematikk. Matematiske modeller brukes i dag på mange områder. De kan brukes til å analysere aksjepriser, værforhold, miljøforandringer og rakettoppskytninger. Modeller er en av de mest virkelighetsnære formene for matematikk der man setter sammen den matematiske og virkelige verden for å komme frem til et resultat. En av de store endringene i den nye læreplanen går på modellering som har blitt en av de mer sentrale områdene innen matematikk (Berget & Bolstad, 2019.)

I denne oppgaven tar vi for oss elevenes møte med modellering og hvordan en tiende klasse løser en slik oppgave. Læreren ser på noen sentrale punkter som samspiller med problemstillingen i oppgaven, blant annet hvilken tidligere tilegnet matematikk-kunnskap elevene vil bruke for å utvikle en matematisk modell som løser problemstillingen. Hvordan vil elevene gå frem for å løse en oppgave innen matematisk modellering. I hvilken grad vil praktiske situasjoner være relevant for undervisning i modellering. Hvilken forståelse for matematisk modellering sitter elevene igjen med etter endt prosjekt.

For å finne svar på problemstillingen tar jeg utgangspunkt i modelleringsprosessen til Blum & Leiss (2007) og kategoriserer hvor elevene befinner seg i modellen. Jeg studerer hvor stor innvirkning autentisitet har på elevene gjennom de sosiale landskapene de befinner seg i definert av Skovsmose (2011). I tillegg analyserer jeg gruppens sammensetning gjennom den sosiokulturelle læringsteorien til Vygotskij (1962, 1978)

Nøkkelord: Modellering, sosiokulturell læringsteori, autentisk matematikk, utforskende landskap, realisme, praktisk matematikk,

Abstrakt

This paper is focusing on mathematical modelling. Mathematical modelling is used in a wide range of fields, like analyses of stock prices, weather, environmental change, and rocket launches. Models are among the most “real-world” forms of mathematics, where one combines mathematics and observable reality to arrive at a conclusion. One of the biggest changes in the new national curriculum is the focus om modelling as a pivotal area of mathematics. (Berget & Bolstad, 2019.)

I’ll focus on a class of tenth graders and their experience of a task of mathematical modelling. The teacher looks at a few central markers that influence the thesis of this paper, among them; What prior mathematic skills they will use to develop a mathematical model to solve the problem. How the pupils will arrive at a solution using mathematical modelling. To what degree are situational factors relevant while teaching modelling. What degree of understanding does the pupils have of mathematical modelling at the end of the project.

To arrive at a conclusion to my thesis I build on the modelling process of Blum & Leiss (2007) and categorise the pupils according to the model. I study the influence of authenticity on the pupils through the milieus they occupy, defined by Skovsmose (2011). Furthermore I analyse the group composition through Vygotskijs (1962, 1978) sociocultural theory

Keywords: Modelling, sociocultural theory, authentic mathematics., Landscapes of investigation, realism, practical mathematics.

Innholdsfortegnelse

1 Forord

Da jeg første gang fikk høre begrepet modellering var dette ikke noe jeg hadde et forhold til fra tidligere. Da universitetets forelesere diskuterte det i klasserommet fikk jeg ikke stort mer ut av det enn at dette var noe som skulle være med til å forme elevenes forståelse av matematikk. Da valget skulle falle på hvilket fokus denne masteroppgaven skulle ha må jeg ærlig innrømme at den kunne inneholdt hva som helst innen matematikkundervisning. Da en av foreleserne nevnte begrepet modellering enda en gang, tenkte jeg for meg selv at dette er et tema som er viktig å forske mer på. Om det allikevel skulle skrives en master om hvilket som helst tema kunne jeg like gjerne velge en mastergrad som satte fokuset mot noe som ikke nødvendigvis er et tema med mye fagstoff, men et som kan være med til å utvikle meg og de som eventuelt leser den, til å bli bedre lærere. Jeg mener, det er vel tross alt derfor vi skriver en mastergrad, vi skal gjøre et dypdykk i et tema uavhengig av tidligere kunnskap på området og vise at vi kan sette oss inn i forskerrollen på relevante temaer for grunnskolelærere. Jeg vil ikke påstå at dette var et tema jeg kjente særlig godt til, til å begynne med. Det var heller slik at etter utallige gjennomlesninger av diverse artikler at jeg tenkte «hvorfor ikke ta for meg hele begrepet problemløsning i stedet for modellering». Det var ikke før jeg satt meg ned for å formulere en oppgave for elevene at den praktiske nytten av modellering gjorde seg til kjenne. Jo mere jeg skrev om emnet, jo klarere ble det også for meg selv. Er det ikke dette som er kjernen i John Deweys filosofi, «Learning by doing».

Jeg velger å starte denne oppgaven som jeg startet studiet, med et utsagn fra en av mine studievenner på kullet før meg som sa. «Hvis du vil ha en A på eksamen refererer du til John Deweys utsagn, Learning by doing.» Jeg startet ut studiet med å ikke vite hvem Dewey var, på samme måte som jeg ikke hadde mye kjennskap til modellering denne gangen. Med denne mastergraden vil jeg gjerne takke alle de flotte studentene og lærerne, de dyktige elevene mine og alle som har vært med til å forme meg til den læreren jeg har blitt i dag.

2 Introduksjon

For å ta høyde for et samfunn i stadig endring der vi opplever nye normer og regler, nye arbeidsplasser, miljøendringer og må ta stilling til store samfunnsspørsmål er skolen en essensiell arena for at elevene skal kunne navigere i en verden under kontinuerlig endring.

For å gi elevene undervisning som er samstemt med den globale utviklingen, har man siden Allmueskolens inntog i Norge i 1739 utviklet og tilpasset læreplanverket slik at man kan oppnå dannelse, kunnskaper og ferdigheter i takt med samfunnet rundt oss selv.

Fra vår første lærebok og vårt første læreplanverk «Erik Pontoppidans - Sannhet til gudfryktighet» fra 1737, Gjennom Norges første skolelov fra 1848.

«*Det skal være Almueskolernes Formaal at understøtte den huuslige Opdragelse i at bibringe Ungdommen en sand christelig Oplysning og derhos at forskaffe den de Kundskaber og Færdigheder, som ethvert Medlem av Statssamfundet bør besitte*» (NOU 1995: 9, s. 10),

til skolen som vi kjenner den i dag, har man i Norge med jevne mellomrom utvidet og endret læreplanverket. Den aller nyeste utvidelsen av læreplanverket er i dag LK20. I denne utvidelsen kan vi se at Utdanningsdirektoratet har gjort endringer tilpasset den utforskende og undrende eleven. Ved å legge til rette for dybdelæring og endre hvordan vi skal vurdere elevenes kompetanse heter det nå «å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning» (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Det er med utgangspunkt i det nye læreplanverket jeg skal ta stilling til begrepet modellering i matematikk. Dette er et begrep som har fått en betydelig større plass i læreplanverket. Fra LK0. til LK 20 gikk begrepet modellering fra å bli nevnt 38 ganger til 76 ganger (Berget & Bolstad, 2019, s. 90), noe som også peker mot at læreplanen skal gi elevene et større og bredere perspektiv på matematikk.

Som tema ønsker jeg å gjennomføre en case studie der elevene skal få delta på bedriftsbesøk til en lokal næringsmiddelprodusent. Her skal elevene få et innblikk i hvordan en ny-oppstartet bedrift kan legge tilrette for fremtidig overlevelse gjennom matematisk modellering. Min problemstilling legger vekt på kunnskapsmålene i matematikk på 10 trinn.

Dette er en case studie der jeg forsker på; hvordan vil elever i 10. trinn løse en case ved hjelp av matematisk modellering tilknyttet en praktisk situasjon ved et bedriftsbesøk?

I denne problemstillingen har jeg fire underspørsmål som kan komme ut av problemstillingen;

- Hvilken tidligere tilegnet matematikk-kunnskap vil elevene bruke for å utvikle en matematisk modell som løser problemstillingen.
- Hvordan vil elevene gå frem for å løse en oppgave innen matematisk modellering.
- I hvilken grad vil praktiske situasjoner være relevant for undervisning i modellering.
- Hvilken forståelse for matematisk modellering sitter elevene igjen med etter endt prosjekt.

Jeg har alltid selv hatt en stor interesse for gründervirksomhet. Dette fordi det å være en gründer kan innebære aktivering på alle områder man kan tenke seg. En gründer skal være selvstendig så vel som samarbeidsvillig. Man må være praktisk anlagt og være i stand til å gjøre det fysiske arbeidet, men også beherske det administrative arbeid som er en forutsetning for å lykkes. Jeg er selv utlært innenfor flere forskjellige yrker. Jeg har jobbet mange år innen helse og omsorg, tatt en bachelorgrad i økonomi og har flere år med utdannelse innen Klima, energi og miljøteknikk. I dag jobber jeg som lærer, eier en bedrift og følger lærerstudiet. Denne oppgaven vil være med til å kunne aktivere disse sidene i min hverdag, der informantene er mine elever og bedriften er min egen.

3 Teori

Teorien som brukes I dette prosjektet vil i stor grad dreie seg om modellering på forskjellige plan. Dette innebærer å undersøke hva modellering er, i hvilken grad det er forsket på dette tidligere og hvilken relevans det har for skolen i dag. En stor del av modellering er å kunne koble matematikken og det virkelige liv sammen, derfor vil også noe av teorien basere seg på relasjonell forståelse av matematikk.

3.1 Eleven og lærerens læringsmetoder innen matematisk modellering.

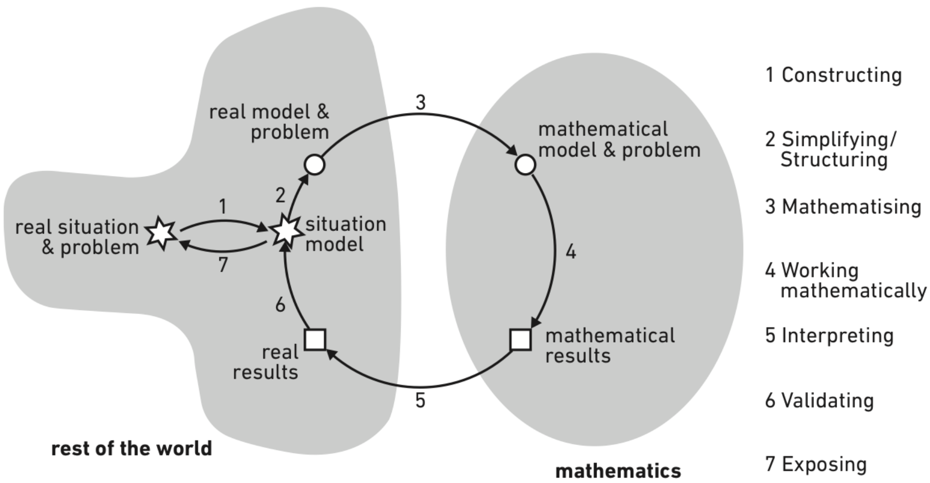
Schukajlow et al. (2011) har forsket på modellering i matematikk og elevers motivasjon for å arbeide med modellering som en del av det å kunne trekke paralleller mellom matematikk og det de kaller for reality eller den virkelige verden. I Denne artikkelen tar forskerne for seg det de kaller for «didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self – regulating and directed by tasks» også kalt DISUM. Ved hjelp av denne forskningsmetoden prøver de å finne ut hvordan elever og lærere arbeider med vanskelige modelleringsoppgaver og i hvilken grad lærerens kontroll over oppgaven har noe å si for elevenes motivasjon med tanke på følelser, verdier og interesser, og elevenes forventning til egen selvstendighet i forhold til oppgaveløsning.

Niss et al. (2007), deler matematikk oppgaver inn i 3 forskjellige kategorier. Modelling problems, (dressed up) word problems og intra-mathematical problems

Modelling problems eller modelleringsoppgaver på norsk tar for seg modellen til Blum & Leiss (2007) som deler modellering i matematikk opp i 7 forskjellige deler hvor de skiller mellom matematikk og det de definerer som den virkelige verden.

- Det første steget er å forstå problemet og avgjøre hva som må gjøres.
- Det andre steget er å konstruere en modell for hva det er vi må finne en løsning på og innhente den informasjonen det er behov for i den virkelige verden.
- Det tredje steget går på å overføre denne modellen til en matematisk modell som vi kan løse.
- I det fjerde steget skal vi bruke den matematiske modellen for å komme frem til et resultat på problemet.

- Det femte steget handler om å tilbakeføre det matematiske resultatet til den virkelige verden,
- før man i steg seks vurderer resultatet for å komme frem til om dette er en brukbar løsning på det opprinnelige problemet.
- I steg syv skal man argumentere for løsningen i steg seks og kunne knytte løsningen opp mot det opprinnelige problemet.



Figur 1: modelleringsprosessen (Blum & Leiss, 2007).

«Dressed up» word problems er andre formen for matematikk oppgaver som har både elementer fra matematikk og resten av verden. En slik oppgave er forskjellig fra modelleringsoppgaver da det ikke gir rom for at elevene må gjøre antagelser eller finne ut hvilke matematiske faktorer som spiller inn i oppgaven. Dette er noe som allerede er gitt i formen av en oppgave som både er skriftlig og matematisk.

Intra-mathematical problems er den tredje formen for matematikk oppgaver. Disse oppgavene er rene matematikk oppgaver som ikke kobles opp mot det virkelige liv. Oppgavene bærer gjerne preg av å skulle løses med en gitt algoritme uten kontekst.

Blum og Leiss (2007) beskriver hvordan elever kan utvikle seg gjennom modellering. De tar for seg hva som definerer god matematikk undervisning gjennom 3 forskjellige punkter og knytter dette opp mot DISUM.

- Bred tilrettelegging innenfor matematiske temaer slik at elevene skal kunne tilegne seg et bredt spekter av matematisk kompetanse, derunder modellering og det å kunne knytte matematikken opp mot noe relasjonelt.

- Kognitiv aktivering av elever der de får muligheten til å implementere strategier og reflektere over eget arbeid slik at de kan føle selvstendighet og regulere seg selv i oppgaven.
- Et effektivt og mer elevstyrt klasserom som fremmer samarbeid i det å dele opp oppgaver og reflektere på egenhånd samt å bruke elevenes misoppfatninger som et redskap innen undervisningen.

De forklarer hvordan man i undersøkelser gjort i Tyskland fant ut at man ved bruk av modellering ofte lar vær å reflektere på slutten av oppgavene. Lærerne tar ofte styringen i oppgaven slik at man får en delvis lærerstyrt oppgave som gir lite rom for refleksjon over eget arbeid.

Blum og Leiss (2007) mener at aktiv bruk av problemløsningsstrategier i klasserommet og riktig fokus på selvstendig arbeid veiledet av lærere, kan være positivt for elevenes måloppnåelse.

Ved hjelp av DISUM metoden lot Schukajlow et al. (2011) elevene jobbe med de forskjellige formene for matematisk problemløsning. Her prøvde de å finne ut hvilke følelser elevene hadde gjennom prosjektet, kjedet de seg, syntes de det var spennende, eller morsomt? De stilte spørsmål for å belyse om elevene syntes det var interessant og følte de at det ga dem noe av verdi? I tillegg prøvde de å finne ut av om elevenes forventning til å løse oppgaven spiller en rolle.

Konklusjonen av forskningen ved bruk av DISUM er at de ikke kunne se noen endring i elevenes følelser, interesser, verdier eller forventning til de forskjellige formene for undervisning. Det de kunne se var at graden av lærerens styring på oppgavene gjorde en forskjell. Elevene som hadde mer selvstyrt undervisning, viste en høyere grad av motivasjon. Elevene oppga at de følte en større interesse og entusiasme samt motivasjon i oppgaveløsningen.

3.2 Sosiokulturell læringsteori

Det finnes mange måter å lære på. I følge Skaalvik & Skaalvik (2014) kan vi ikke med sikkerhet si hva som aktiverer læringsprosessen i mennesket. Læringsteori er med til å forklare både hva som skjer mentalt når læring finner sted samt hva som er gode betingelser for læring Skaalvik & Skaalvik (2014, s. 28).

Flere læringsteorier har blitt utviklet gjennom tiden, blant annet sosiokulturell læringsteori uttenkt av den russiske psykologen Leo Vygoskij (1962, 1978, s. 63). Et sosiokulturelt perspektiv på læring fokuserer på elevens kultur og miljø. Den viser til at den sosiale påvirkningen elevene har hatt gjennom sin utvikling knyttes til hvordan man oppnår læring. Samhandling med andre mennesker er en sentral del av dette perspektivet og viser til hvordan elevene gjennom dette samspillet utvikler sine kunnskaper og ferdigheter.

For å belyse denne formen for samspill kategoriserer Vygotskij kunnskapen til elevene i oppnådd kompetanse, den nærmeste utviklingssonen og fremtidig kompetanse. Oppnådd og fremtidig kompetanse er det elevene har lært og lærer i fremtiden, mens den nærmeste utviklingssonen er den kompetansen elevene kan oppnå med veiledning og hjelp fra en som innehar denne kompetansen. Når elevene oppnår den nødvendige kompetansen, vil eleven kunne utføre oppgaven uten veiledning og hjelp på et senere tidspunkt. Dagens form for tilpasset undervisning fokuserer på nettopp nærmeste utviklingssone. Vi kartlegger elevenes forutsetninger for videre læring for så å tilrettelegge for veiledning og kompetanseheving innen et felt elven jobber mot å mestre.

Dynamisk kartlegging er en form for testing som er med til å belyse hvilke forutsetninger den enkelte elev har for videre kompetanseheving. Det finnes ingen oppskrift på hvordan dynamiske tester skal lages (Skaalvik og Skaalvik 2014, s. 65), men dette betyr ikke at de ikke har likhetstrekk. Kartleggingen skal finne ut hva som skal til for at eleven skal kunne utvikle sine ferdigheter. Ofte er den satt til en sosial situasjon der læreren gjennom samhandling med eleven kan finne sterke eller svake punkter i elevens kunnskapsnivå og lage en videre plan for utvikling.

Essensen i Vygotskijs teori er at undervisningen skal fokusere på den nærmeste utviklingssonen. Hvordan kan vi på best mulig måte veilede elevene igjennom oppgaven for at de skal oppnå mest mulig læring. Denne formen for veiledning defineres som et «stilas» man bygger rundt eleven for at denne skal få mest mulig ut av oppgaven. Jo bedre dette stillaset er jo mer læring oppnår eleven. Selv om læreren er med til å gi eleven mest mulig støtte og veiledning, belager sosiokulturell læringsteori seg også på samspill og dialog mellom elevene der elevene også er med til å lære av hverandre og bidra til egen læring.

Tharp og Gallimore (1988) har konkretisert veiledningen stillasbyggingen i sosialkulturell teori. De deler oppfølgingen av elevene inn i;

- *Demonstrasjon* der læreren demonstrerer for elevene hvordan man gjennomfører en aktivitet eller ferdighet.
- *Belønning* der elevene belønnes i en eller annen form.
- *Informativ tilbakemelding* der lærer henter ut relevant informasjon fra elevenes forklaringer eller løsningsprosesser og bekrefter riktig tankegang og refleksjon, noe som forsterker kunnskapen til elevene på de områdene man jobber med.
- Riktig formulerte *Spørsmål* som er med til å veilede elevene slik at de får en større forståelse for hva de jobber med
- *Instruksjon* som naturlig skal med i undervisningen på temaet elevene jobber med. Dette kan være forskjellige former for formidling og veiledning til oppgave.
- *Kognitiv strukturering* som er med til å strukturere elevenes tankegang og refleksjon slik at de kan kategorisere de forskjellige områdene de jobber med.

Tharp og Gallimore (1988) fremhever og viktighet av den emosjonelle støtten i undervisningen. Denne emosjonelle støtten er viktig for elevene slik at de ikke mister motivasjon og får en positiv forsterkning av det å jobbe med oppgaven. Elever som er mer selvgående i oppgavene har ikke et like stort behov for emosjonell støtte, men nødvendigheten for støtte vil aldri helt bortfalle fra undervisningen.

Dysthe (2001) tar for seg læring i et praksisfelleskap der man jobber sammen i gruppe for å tilegne seg kunnskap, noe man omtaler som sosiale praksiser. Ved å jobbe sammen vil man kunne reflektere og trekke konklusjoner på forskjellige områder, og den samlede kunnskapsmengden gruppen har fra tidligere kan være med til å finne en felles løsning og forståelse for oppgaven. Dysthe (2001) mener derfor at elevene burde jobbe med autentiske oppgaver som gruppen kan samarbeide om og få en relasjonell forståelse av. Man deler opp arbeid i praksisfellesskap som ytre sosial og indre kognitiv prosess, der det ytre henviser til den sosiale innhenting og deling av kunnskap, og der den indre henviser til måten vi prosesserer denne kunnskapen inne i oss selv.

3.3 Hvordan virkelige mennesker virkelig trenger matematikk i den virkelige verden.

Pauline Vos (2018) har skrevet en artikkel som omhandler hvordan man som lærer ofte fokuserer på matematikkundervisning tynget av tung teori, og ikke praktiserer en matematikkundervisning som fokuserer på det virkelige aspektet bak teorien. Hun forteller at den relasjonelle matematikken som undervises i ofte, beskriver et matematisk problem som ikke virker autentisk eller virkelighetsnært for elevene. Regnefortelling brukes ofte av lærere for å skape en variasjon rundt matematikken slik at alt ikke er ren teori, men er ofte konstruert slik at det ikke er fortellinger som er en realitet i elevenes møter med hverdagen.

Vos forteller at matematikk skal handle om refleksjon, kreativitet, samarbeid og hvor viktig det er for å kunne løse problemer i den virkelige verden.

For å definere begrepet autentisk beskriver hun det som et spørsmål elevene kunne funnet på å stille, men at man ved å sette sammen en autentisk situasjon med et autentisk spørsmål ikke alltid vil kunne fange elevenes relasjonelle forståelse. Forskeren må prøve å forutse hva elevene vil se på som autentisk,

Vos beskriver et eksperiment som involverer et busseksperiment utført av Palm (2008). I denne undersøkelsen bruker Palm to kontrollgrupper. Begge gruppene får utlevert regnefortellingen, men den ene gruppen blir i tillegg satt i et scenario der de skal utøve hvordan denne bestillingen av busser foregår. Elevene gjorde autentiske undersøkelser underveis som viste at den gruppen som var i et scenario klarte å innhente mer informasjon og se løsninger som den andre gruppen ikke klarte. Aktiviteten var autentisk da de måtte utføre en oppgave noen i denne situasjonen måtte ha gjort i virkeligheten.

Palm (2009) beskriver noen måter man kan se om et problem er autentisk. Kan hendelsen oppstå i virkeligheten? Kan spørsmålet bli basert på denne hendelsen? Presentasjonen av oppgaven, løsningsmåter, omstendigheten rundt aktiviteten og hva som skal til for å løse denne oppgaven. Ser vi på beskrivelsen over kan vi se at flere av disse definisjonene kan gå parallelt med modelleringsprosessen til Blum og Leiss (2007) der elevene flytter seg mellom den matematiske og virkelige verden.

De fleste oppgaver i skolen vil ikke være 100% autentisk. Du kan introdusere så mange elementer som mulig til oppgaven for å oppnå en så høy grad av realisme som mulig, men selv med et virkelighetsaspekt vil ikke konsekvensene av utregningen være med som en faktor. Vos beskriver flere typer situasjoner der man prøver å få en oppgave så autentisk som mulig. Dette kan være f.eks. flysimulatorer og arbeidssituasjoner, men disse vil ikke inneholde konsekvensene av å gjøre en feil i et ekte fly eller på en ekte arbeidsplass.

Vos tar for seg at man kan se på noe autentisk som en sosial konstruksjon. Da må problemet være noe som oppstår utenfor skolen, i tillegg til at man benytter seg av noe eller noen som gir validitet til problemet.

Et viktig steg mot det å jobbe med autentiske oppgaver er matematisk modellering. Modellering lager realistiske situasjoner som ikke nødvendigvis er autentiske, men som kan sette elevene inn i en rolle som er autentisk for noen i denne situasjonen.

Vos forteller at modellering ikke nødvendigvis er med til å skape en bedre forståelse for den tradisjonelle typen matematikk, men at den gjør elevene mer allsidige og løsningsorienterte i forskjellige typer oppgaver.

3.4 Utforskende landskap

Ole Skovsmose (2011) tar for seg begrepet utforskende landskap innen matematikken. Utforskende landskap identifiserer hvor matematikken finner sted og hvilken påvirkning det har på eleven. En slik identifikasjon av hvor læring foregår kan hjelpe læreren til å gjøre matematikkundervisningen mer meningsfull og dermed aktivere læring og interesse for eleven. Skovsmose belyser at du ved å regulere landskapet også regulerer elevenes prestasjoner. Med et større fokus på landskap kan man som lærer få elevene til å prestere best mulig. Landskap begrenses ikke bare til visse typer aktiviteter, men finner sted innen alle typer matematikk. Velger du å ta for deg et stort og bredt landskap til selv de minste oppgavene vil problemstillingen bli stor og krevende.

Skovsmose (2011) beskriver spesielt det sosiale landskap som elevene jobber innenfor. I Modellen nedenfor har Skovsmose identifisert 6 forskjellige punkter for å definere det sosiale landskap.

	Sequences of exercises	Landscapes of investigation
References to pure mathematics	(1)	(2)
References to a semi-reality	(3)	(4)
Real-life references	(5)	(6)

Figur 2: Sosiale landskap for læring (Skovsmose, 2011)

(1) Henviser til den tradisjonelle formen for oppgaveløsning. Dette kan være oppgaver som typisk sier: Løs ligningen, forenkle uttrykket, regn ut, osv. Disse oppgavene er veldig vanlig i norsk skole og tar ikke elevene ut av klasseroms landskapet.

(2) Er hvor elevene jobber med visuelle tall og figur representasjoner i klasserommet som f.eks. geometriske figurer.

(3) Er der elevene jobber med noe som er en semi-realitet. Dette er også et hyppig brukt landskap i skolen som karakteriseres ved den typiske formen for regnefortelling. Elevene skal gjøre utregninger basert på informasjon tatt ut fra en beskrivende realistisk situasjon.

(4) Karakteriseres ved undervisning der elevene simulerer en realistisk situasjon for å utføre en matematisk aktivitet. Denne simulasjonen tas ikke ut av klasserommet, men skal være med til å gi elevene følelsen av at de jobber med noe autentisk. Dette kan være gjennom digitale hjelpemidler, rollespill, osv.

(5) Er den type landskap der elevene må innhente informasjon fra det virkelige liv for så å implementere det i sin oppgave. Slike typer oppgaver kan være at elevene må kontakte andre eller gjøre undersøkelser på internett for å kunne løse den gitte oppgaven.

(6) Er den mest realistiske formen for aktivitet, der elevene jobber med en oppgave som kjennes ektefølt og virkelighetsnært. Der elevene settes inn i en virkelig situasjon for så å løse en matematisk aktivitet. Da oppgaven er i regi av skolen vil den ikke være 100% lik virkeligheten, men den vil være tilnærmet. For å eksemplifisere dette kan man vise til studenter på universitetet som hyres til å konstruere en fremtidig skole for kommunen. Selv om det er en oppgave relatert til arbeidslivet der løsningen kan bli implementert, er den fortsatt i regi av skolen.

Disse 6 formene for sosiale landskap representerer i mange tilfeller hvordan undervisningen er lagt opp i dag. Skolen er et sted læring foregår og dermed og et sted der mesteparten av undervisningen blir lagt. Dette betyr ikke at det ikke er forskjeller mellom lærere og skoler. Men noen former for matematikk føles det mer trygt og komfortabelt å undervise i, gjennom kontrollerte former på skolebenken. Skovsmose trekker spesielt frem landskapene (1) og (3) som de mest tradisjonelle formene for undervisning. Her kommer det han kaller for risiko sone frem. Noen landskap er mindre risikabel å jobbe i enn andre. Velger vi å forske mer på enkle løsninger kan vi fort komme inn i situasjoner der man som lærer kan stå overfor et spørsmål som ikke har en like klar løsning. Skal elevene jobbe med oppgaven, vis funksjonen f(x) = 5x+12 i et koordinatsystem, kan dette for de som er kjent med lineære funksjoner og koordinatsystem være en enkel oppgave. Vi kan i tillegg be elevene følge landskapet i nr. (3) for å utarbeide en regnefortelling som viser til oppgaven. Går vi derimot ut og ber elevene lage en funksjon av snødybden i skolegården over tid, kan dette inneholde flere problemstillinger og risikosoner som læreren ikke er komfortabel med. Skovsmose viser til at jo lengere du kommer ut i en autentisk realistisk situasjon med elevene, jo mer må læreren gjøre for å være sikker og komfortabel i situasjonen.

Essensen i det med å jobbe i ulike landskap er derimot ikke det med å sikre seg at man alltid har fullstendig kontroll over situasjonen. Skovsmose beskriver det at en hensiktsmessig flyt mellom de forskjellige landskapene er med til å skape mest mulig læring for eleven. Det å kunne variere mellom både realistiske oppgaver og rene matematikk oppgaver er med til å sette elevene inn i forskjellige landskap som samlet sett kan øke elevenes læring i matematikk.

3.5 Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga

Berget & Bolstad (2019) tar for seg modellering sin plass i det nye kunnskapsløftet og fagfornyelsen. De har forsket på den økende frekvensen av ordet modellering i læreplanverket og tar for seg grunner til å arbeide med modellering samt ulike perspektiv på modellering. Modellering er en stor del av det å kunne knytte matematikken opp mot noe rasjonelt og det dagligdagse. Berget og Bolstad (2019) referer også til Blum (2015, s. 81) som beskriver fire forskjellige syn vi har på matematikk som gir grunnlag for bruken av modellering i skolen.

Disse synene forklarer han som, pragmatisk, formativ, kulturell og psykologisk

- Den *Pragmatiske* er at elevene må kunne relatere oppgaven til det virkelige liv for å forstå matematikken
- Den *Formative* er at elevene skal utvikle sin generelle kompetanse i matematikk, da inngår modelleringskompetanse, men også argumentasjonskompetanse.
- Den *Kulturelle* er at man må kunne se matematikken i samfunnet for å få et bilde av matematikk som den vitenskapen den er.
- Den *psykologiske* er at opplevelser fra hverdagslivet kan få elevene til å bli mer interessert i matematikk. I modellering kan du strukturere oppgavene slik at elevene kan forstå det på en bedre måte.

Berget & Bolstad (2019) konkluderer med at modellering er en viktig del av det nye læreverket LK20. Det tar opp en betydelig større plass enn tidligere, De ser også en sammenheng mellom de syv stegene i modelleringsprosessen og de fire ferdighetsområdene i den grunnleggende ferdigheten å regne.

3.6 Rational understanding and instrumental understanding

Skemp (1976) går inn på sammenhengene mellom relasjonell forståelse og instrumentell forståelse. Relasjonell forståelse er det gjenkjennelige som vi kan relatere til, mens instrumentell forståelse er det abstrakte og algoritmiske. Gjennom sin artikkel og forskning kommer han frem til at måten du kan se disse to formene for kunnskap på er ved å se på det som to forskjellige måter å se på den samme byen. Noen oppgaver vil være enklere å løse ved hjelp av den instrumentelle forståelsen slik som delestykker med brøk, mens noen vil være enklere å løse med den relasjonelle forståelsen slik som det å skulle kunne forklare hva en brøk er. Skemp (1976) mener at det kan komme to problemstillinger.

- Elever som ønsker å forstå instrumentelt, får en lærer som prøver å få dem til å forstå rasjonelt
- Elever som ønsker å forstå rasjonelt, får en lærer som prøver å få dem til å forstå instrumentelt

Innenfor modellering tar du i bruk begge disse metodene ved å skulle se på et relasjonelt problem som kan løses ved å ta den inn i den instrumentelle og abstrakte matematiske verden.

4 Metode

Å utføre en oppgave innen modellering krever at læreren gir en klar oppgaveformulering samt at man avsetter nødvendig tid til undervisning. Fremdriftsplanen til den delen av prosjektet elevene deltar i er satt til 2 uker. Analyseenheten Yin (2007) er en tiende klasse ved en distriksskole med en liten elevgruppe. Elevene innehar forskjellig kompetanse og interesse innenfor konkret og tradisjonell matematikk. Elevene er tidligere gjort kjent med at dette prosjektet skal utføres uten å få en innføring i modellering. Elevene er kjent med diverse digitale hjelpemidler som Excel og Geogebra, i tillegg har de gjort flere oppgaver som omhandler lineære og annengradsfunksjoner, regnskap og budsjett.

4.1 Forskningsmetode for lærerutdanning

I boken Forskningsmetode for lærerutdanning (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 111) refererer de til Yin (2007) som kategoriserer fem punkter som er spesielt viktig for en case studie i tillegg til et sjette punkt som de selv har tatt med.

- En problemstilling som definerer hva casen skal undersøke
- En teoretisk antakelse i tilknytning til studien. Dette vil si hva man som forsker selv tenker kan være utfallet av studien.
- Analyseenheten som skal forskes på. Her velger man ut hvilke ulike personer eller enheter som skal være grunnlaget for analyse i studien.
- Den logiske sammenhengen mellom data og antagelsene er den sammenhengen som kommer frem mellom den teoretiske antagelsen og den teorien som allerede er på feltet. Det vil være naturlig å teoretisk forankre studien innen det feltet som skal forskes på. Forarbeid og etterarbeid til en case vil knyttes opp mot den teoretiske antagelsen og allerede eksisterende teorien.
- Kriterium for å tolke funnene vil være der forskeren vil finne mening i datamaterialet og jobbe ut ifra teorien og den teoretiske antagelsen man har i studien. En slik måte å undersøke datamaterialet på vil være med til å avdekke om det er grunnlag for antagelsen eller om det kommer frem nye og interessante funn.

Det sjette punktet er rapport av case studien. Dette vil være en nøyaktig beskrivelse av fremgangsmåten i casen. En slik beskrivelse vil være med til å gjøre studien mer oversiktlig og skape en rød tråd gjennom prosessen.

4.2 Kvalitativ metode

Kvalitativ forskning handler om det å kunne komme nærmere inn på forskningsdeltageren for å studere deltagerens perspektiv. Det handler om det å kunne trekke ut informasjon fra det bildet forskningsdeltageren skaper, tolke denne informasjonen, for så å forankre det i teori. Kvalitativ metode handler om opplevelsene deltagere i en studie gjennomgår og hvilke erfaringer og kunnskaper de benytter seg av i en gitt situasjon.

I denne studien vil jeg som forsker ta høyde for at arbeidet blir påvirket av mine egne subjektive og individuelle teorier (Postholm, 2020, s. 35), noe som gjør at elevene må få så mye kreativ frihet som mulig. Dette for at oppgaven ikke skal bli påvirket av lærer i alt for høy grad. Jeg har dermed valgt å formulere meg på en slik måte overfor elevene at de skal få prøve seg frem i de valgene de tar underveis. Jeg vil veilede elevene underveis i oppgaven og la dem evaluere om de har funnet riktig løsningsmetode eller ikke. Mener elevene de har gjennomført oppgaven vil jeg stille spørsmål rundt oppgaveløsningen som kan føre til at elevene finner flere måter de kan løse oppgaven på.

Informantene i forskningen vil bli utvalgt gjennom bekvemmelighetsutvelgelse (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 52). Begrunnelsen for denne type utvelgelse er at elevene kommer fra en distrikts skole der gruppen mulige informanter innenfor problemstillingen er meget lav. Selv om dataene er hentet fra et lite utvalg er dette en gruppe elever som har utviklet seg i samme klasse gjennom flere år. elevene har både en felles klassekultur og en individuell kultur utenfor skolen. Noen av elevene setter pris på praktiske oppgaver mens noen setter pris på den mer tradisjonelle lærerstyrte formen for læring.

Innen kvalitativ forskning finner vi to begreper, induksjon og deduksjon. Induksjon vil si at situasjonen forskningsdeltageren er satt til er med til å bestemme utfallet av hva som forskes på, deretter tolkes resultatene fra situasjonen i forhold til forskerens erfaringer, opplevelser og teorier (Postholm 2020, s. 26). Deduksjon vil si at forskeren utarbeider faste variabler i forskningsspørsmålet som gjør at oppgaven ikke er preget av den situasjonen forskningsobjektet er satt i (Postholm, 2020, s. 36.). Ut ifra denne oppgaven vil vi ha et induktivt blikk på forskningsdeltageren der hen er satt i en situasjon som jeg som forsker skal tolke. Det fremstår noen elementer av deduksjon der forskningsdeltageren har noen faste rammer hen opererer innenfor.

4.2.1 Observasjon

I denne oppgaven har jeg valgt observasjon som en av de avgjørende formene for datainnsamling. Observasjon vil være med til å kunne gi innsyn i hvordan elevene tenker og utfører oppgaven. Jeg kan som forskeren i denne oppgaven distansere meg fra elevenes løsningsprosess og gi dem kreative frihet til å komme med resultater ikke kun basert på mine egne antagelser, men også elevenes. For å utføre dette gikk jeg igjennom oppgaven på forhånd for å kartlegge hvordan jeg selv ville løst oppgaven. I tillegg prøvde jeg å holde meg bevisst på å bruke spørsmål som kunne lede elevene videre, i stedet for å fortelle elevene hvordan de skulle gå frem. En av utfordringene med dette var at jeg som lærer hadde vanskelig for å ikke gi forskningsdeltagerne veiledning med grunnlag i mine egne antakelser. Dette gjorde at deltagerne til tider kunne vinkle vekk fra egne løsningsmetoder og over på lærerens metode.

I denne oppgaven der jeg er en kvalitativ observatør vil jeg forholde meg så induktiv som mulig. Oppgaven er lagt opp slik at elevene skal ha størst mulig grad av selvstendighet i hvordan de velger å løse den. Oppgaven er i seg selv bygget rundt observatørens egne antagelser noe som gjør at oppgaven også inneholder preg av det deduktive, da observatøren forankrer det som observeres gjennom antagelser man har fått fra teori vil det alltid være en interaksjon mellom induksjon og deduksjon. Under dette samspillet utvikler forskeren en forståelse av forskningsfeltet og forskningsdeltagernes meningsuttalelser (Postholm, 2022, s. 57).

Jeg har valgt å legge oppgaven opp som en delvis lærerstyrt åpen oppgave, noe som gjør at jeg som observatør tidvis vil være deltagende. Jeg vil prøve å forholde meg til oppfølgingsspørsmål (Rubin & Rubin, 2005) som henviser til en av fem spørsmål man stiller for å prøve å få eleven dypere inn i sin egen tankegang. Ved å komme med bekreftende utsagn underveis i oppgaven som «hvis jeg har forstått det riktig tenker du», «jeg vil bare bekrefte det du har sagt, du mener at» og «så det dere har kommet frem til». Slike utsagn gjør eleven mer reflektert over egne utsagn. Det er mulig at når elevene får en liten oppsummering på hvor de er i løypen vil utdype og forklare seg videre til neste steg.

Observasjonene som er gjort i denne oppgaven noteres ned av forskeren underveis. Dette kan være observasjoner knyttet direkte til løsningsmetode, men også situasjonsbetingede observasjoner som er med til å tolke det endelige utfallet av prosjektet.

4.2.2 Intervju

For å supplere metoden observasjon har jeg også valgt å ta med intervju i denne oppgaven. Intervju vil være med til å svare på eventuelle spørsmål som forskeren har både før og etter oppgaven. Denne oppgaven tar i bruk det som kalles for halvformelle gruppeintervju der det første intervjuet er et semi-strukturert intervju og det andre er et ustrukturert intervju (Postholm, 2020. s. 72-73)

Et halvformelt gruppeintervju tar for seg situasjoner der forskningsdeltagerne gjennomgår de samme hendelsene og kan utdype sammen, hvordan de opplever et tema eller prosjekt. Jeg anser denne formen for intervju som praktisk i forhold til deltagergruppen som er valgt. Deltagerne består av en gruppe på få elever som kjenner hverandre fra tidligere. Det at noen av elevene er sterk teoretisk, og noen er sterk praktisk vil gjøre at gruppen kan spille på hverandre når det kommer til hvordan de opplever temaet og løser oppgaven. Deltagerne er også godt kjent med hverandre på skolen og i fritiden noe som kan skape et tryggere rom for å uttale seg.

Et semi-strukturert intervju i startfasen av prosjektet gjør at forskeren kan gå inn i intervju situasjonen med noen forberedte spørsmål. Dette kan være med til å fremme datainnsamling, men vil og være med til at deltagerne kan komme med motspørsmål eller opplysninger som gjør at det vil være hensiktsmessig å formulere flere spørsmål underveis. Et slikt intervju kan være med til å endre forskerens forestillinger og antagelser forut for oppgaven. Dette kan potensielt skape en søken etter flere faktorer i oppgaveløsningen. Dette intervjuet vil legges inn i en vanlig undervisningstime, der spørsmål fra læreren vil være intervjuspørsmålene. Når elevene har fått informasjon om hva studien handler om vil de få spørsmål knyttet til temaet modellering. Dette vil skape rom for at elevene kan sette seg inn i temaet. Spørsmål fra elevene vil være med til å gjøre oppgaven semi-strukturert da forskeren kan utdype og forme nye spørsmål underveis. I innledende begrepsavklaring og intervju vil dette skape rom for bredere utvikling av oppgaven og oppfølgingsspørsmål til gjennomgang av i det avsluttende intervju, dette gjør at man skal kunne gå mer i dybden på oppgavens resultater (Postholm, 2020, s. 80).

Et ustrukturert intervju, også kalt et åpent intervju er praktisk i situasjoner der du ønsker å finne deltagerens oppfatning av oppgaven. Du står her fritt til å stille spørsmål som kan fremme forskningsspørsmålet og få et klarere bilde av hvordan deltageren tenker. Ut ifra deltagerens synspunkt kan du forme spørsmål tilpasset den situasjonen deltageren er i. Dette vil gjøre det enklere å finne svar på problemstillingen da den tar høyde for deltagerens kunnskapsoppnåelse. Intervjuet vil være ett avsluttende intervju som fokuserer på elevenes gjennomførelse. Hvilke resultater kom elevene frem til, hvordan gikk de frem for å løse oppgaven og hvilken innvirkning hadde bedriftsbesøket på den relasjonelle forståelsen av oppgaven?

4.3 Forskningsetiske refleksjoner

Under prosjektet vil lærer være tett på elevene i forhold til oppgaven. Selv om oppgaven bærer preg av å være delvis lærerstyrt er det gjort klart på forhånd at forskningsarbeidet gjennomføres i den faste matematikk undervisningen. En viktig del av etikk innen forskning er den informasjonen som blir gitt til deltagere av studien (Postholm, 2020, s. 145). Det er viktig at deltagerne i studien får så mye informasjon som mulig angående studien i tillegg informasjon om hva som kreves av dem. Anonymitet er essensielt, og det er viktig at man innsamler og kasserer datamateriale i studiet slik at alles identitet forblir anonym. Det er viktig å følge de formelle retningslinjene innen etikk og forskning selv om jeg i mitt prosjekt allerede har god kjennskap til elevene.

I denne oppgaven har jeg valgt å fjerne så mange «uvanlige» elementer som mulig fra forskningen. Jeg vil gjerne se elevene gjennomføre denne oppgaven i så naturlige omgivelser som mulig. Da elevene allerede er godt kjent med meg fra tidligere velger jeg å kun ta notater fra arbeid og observasjon, i tillegg til elevenes skriftlige fremstillinger av oppgaven. Kamera og lydopptak kan tidvis virke som en forstyrrende faktor der elevene handler utenfor hva de vanligvis ville gjort i en slik oppgave, dette kan være fordi elevene føler et ubehag ved video/lyd-situasjonen som medfører at elevene ikke deler all den informasjonen de ønsker (Bjørndal, 2017, s. 84). Bjørndal (2017, s. 85) henviser og til tidsperspektivet, der video og lyd kan være en tidstyv i forhold til tiden oppgaven vil ta å gjennomføre.

Det at deltagerne i denne studien er barn gjør også at det er mange flere hensyn som må tas. Studien skal godkjennes av foreldrene, og en nøye utforming prosjektet skal sendes inn. Det at jeg allerede har god kjennskap til foreldre og elever kan være med til å gjøre foreldrene mere trygg på at deres barn skal være med i forskningsstudiet.

Postholm (2020, s. 148) beskriver hvordan et nært forhold mellom forsker og deltager kan gjøre at deltager åpner seg mer for forskeren slik at man kan få informasjon man ikke ellers ville fått. Det er her viktig å tenke at dette kan gå begge veier. Deltagerne kan være mer åpen og gi dypere forklaringer på spørsmål, men de kan også dreie på sannheten for å gi forskeren det svaret de er ute etter. Det er viktig å gjøre det klart for deltager at alle svar er korrekt og at de ikke finnes noen feil svar.

For meg som lærer er det viktig at jeg skiller mellom det å være en lærer og en forsker. Man må under forskningsprosessen ikke la den personlige interessen i oppgaven spille inn på hva som forskes på i det som kalles solidaritetskonflikten (Dalen, 2004, s. 149)

En viktig del man må ta hensyn til er lærerens maktforhold over elevene. Maktforhold viser til hvordan læreren til dels kan utøve noe av sin makt overfor elevene til f.eks. å gjøre en oppgave i timen. Denne formen for makt er noe elevene kan oppleve når de blir forespurt om å delta i forskningsprosjektet. Læreren innehar her den *formelle makten* (Bergem, 2011, s. 35) der læreren setter dagsorden for hva elevene skal jobbe med, i tillegg til at læreren er den som setter vurderinger på elevens arbeid. Dette kan bety at elevene ikke føler de har noe valg annet enn å bli med i oppgaven. For å fjerne noe av makten fra læreren og unngå at elevene skal føle seg tvungen til å delta, har lærer gjort det klart at denne undervisningstimen ikke spiller med på karaktersettingen. Elevene har og fått et informasjonsskriv som gjør dette klart. informasjonsskrivet skal skrives under på av elev og foreldre slik at foreldre og er med i beslutningen om elevene skal være på prosjektet.

4.4 Relabilitet og validitet

For å ta for meg oppgavens relabilitet og validitet må jeg ta forbehold om at dette er en kvalitativ studie. Relabiliteten i oppgaven referer til oppgavens pålitelighet, og mulighet for å reproduseres (Vetteranta, 2020, s. 169). En oppgave som denne vil kunne reproduseres i den forstand at den tar utgangspunkt i et tema som er standardisert i forskjellige bedrifter. Funnene vil dog være vanskelig å reprodusere da oppgaven fremlegges på en måte der elevene står mye friere til å finne et resultat, noe som vil være påvirket av elevenes kognitive strukturering.. Det kan og være forskjellige metoder for hvordan andre bedrifter legger frem sitt arbeid med budsjett og nullpunktsanalyser.

Ved å vurdere begrepet validitet tar vi for oss om utførelsen av oppgaven tar for seg det vi spør om og om resultatene er gyldig (Vetteranta, 2020, s. 170). Denne oppgaven hensyntar sentrale teoretikere innen modellering og læringsteorier. Ved at det kun er mitt eget syn på hvordan forskningsdeltagerne gjennomgår oppgaven vil mine antagelser om hva elevene tenker og gjør spille inn på gyldigheten. Ved å kun bruke notateter i oppgaven vil jeg som observatør heller ikke få med meg det fulle bildet av hva som skjer i oppgaven, noe som betyr at jeg må forholde meg så nøyaktig som mulig i mine tolkninger gjennom observasjon. Intervjusituasjonene jeg bruker baserer seg på undervisningstimer som foregår gjennom en åpen samtale rundt temaet. Denne formen for intervju vil og kunne være med til å ikke få med helt nøyaktige representasjoner av elevenes innspill.

4.5 Utforming av oppgave og undervisningsplan

Det første steget i denne prosessen var å utarbeide en plan for hvilke kompetansemål som skulle følges, hvilken oppgave som kan knyttes opp mot problemstillingen og hvilken fremdriftsplan oppgaven skulle ha. For å utforme undervisningsplan og oppgave har jeg tatt høyde for punktene utarbeidet av Yin (2007). Jeg har ønsket å lage en oppgave som kan fokusere på en essensiell del av det å drive en bedrift, nemlig faste og variable kostnader, og på hvilket tidspunkt en bedrift vil drive kostnadseffektivt, derav finne et svar på problemstillingen i oppgaven. Min antagelse er at elevene vil løse denne oppgaven ved å utarbeide to funksjoner, der x = antall kilo de produserer. En funksjon for kostnad (variable kostnader * x + faste kostnader) og en funksjon for inntekt (salgspris * x). Begge disse funksjonene vil elevene bruke til å finne ut hvor mange enheter de må produsere for å få ett overskudd, en såkalt nullpunktsanalyse. Jeg som forsker antar at elevene vil ta i bruk Geogebra for å løse oppgaven da dette er noe de har tatt i bruk ved flere anledninger. Det at elevene besøker en bedrift i forkant av oppgaven vil teoretisk sett gi elevene muligheten til å knytte det relasjonelle og instrumentelle sammen til en felles forståelse for hva det å drive en bedrift innebærer. Ved å knytte oppgaven til begge disse forståelsene er vi med til å unngå problemstillingene til Skemp (1976).

Ved første gjennomgang av hvilke kompetansemål som ville være relevant for problemstillingen er det naturlig å se på kompetansemål som fokuserer på modellering. Kompetansemålene:

- Bruke funksjoner i modellering og argumentere for fremgangsmåter og resultater
- Modellere situasjoner knyttet til reelle datasett, presentere resultatene og argumentere for at modellene er gyldige.

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 14)

Disse kompetansemål har jeg sett ut som essensielle for gjennomføring av prosjektet. Ved nærmere analyse av datamateriale og utforming av oppgave har det og kommet frem at kompetansemålene:

- Utforske og sammenligne egenskaper ved ulike funksjoner ved å bruke digitale verktøy
- Regne ut stigningstallet til en lineær funksjon og bruke det til å forklare begrepene endring per enhet og gjennomsnittsfart.
- Hente ut og tolke relevant informasjon fra tekster om kjøp og salg og ulike typer lån og bruke det til å formulere og løse problemer
- Planlegge, utføre og presentere et utforskende arbeid knyttet til personlig økonomi

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 13)

også er høyst relevant i denne oppgaven. Det å drive en virksomhet kan være med til å aktivere alle kompetansemål innen matematikk. Oppgavens utforming hadde heller ikke alle disse kompetansemålene i fokus da det ikke virket relevant for oppgaven på gjeldende tidspunkt. Elevenes utførelse har dog vært med til å endre min egen oppfatningen av hvor mange kompetansemål som kan knyttes sammen. Utførelse av denne oppgaven vil bestå av fire deler, En undervisningstime om modellering avholdt som et gruppeintervju med begrepsavklaring, en innledende modelleringsoppgave, et bedriftsbesøk og en avsluttende caseoppgave.

Oppgaven er bygget opp i en slik måte at elevenes matematiske landskap (Skovsmose, 2011) vil være flytende mellom ren matematikk og realisme. Tidvis vil elevene være i et klasselandskap der de arbeider med abstrakt matematikk for så å gå videre til oppgaver knyttet til en høyere grad av realisme og tilbake til abstrakt matematikk.

4.6 Innledende intervju og begrepsavklaring

Jeg har valg å kalle del 1 for en kombinert undervisning og intervju situasjon, som vil invitere elevene til tanker og refleksjon rundt hva begrepet modellering består av. Intervjuformen skal være et innledende halvformelt Gruppeintervju (Postholm, 2020, s. 72) med alle elevene som deltagere. Dette intervjuet vil undersøke elevenes forkunnskaper til relevant matematikk kunnskap i henhold til gjennomføring av oppgaven. Dette for å kunne identifisere kompetanseheving innenfor case studien. Et slikt intervju vil være strukturert med en antagelse om at elever vil ha en høy løsningsgrad av case oppgaven i tilknytning til dette bedriftsbesøket.

Denne delen av oppgaven blir utført i en undervisningstime på 45 minutter. Elevene blir spurt hvilke tanker de har rundt begrepet modellering og hva de tror det kan være. Denne timen er utarbeidet for å kunne få en formening om hva elevene kan fra før og om de har noen forkunnskaper om temaet. Elevene får lov til å diskutere seg imellom, noe som er med til å la dem reflektere og drøfte hva temaet omhandler. Elevene skal bruke denne timen til å gjøre seg kjent med, og forske selv på eksempler der man bruker modellering, før vi på slutten av timen gjennomgår i hvilke sammenhenger man bruker matematisk modellering i en bedrift. elevene skal også gjøre seg kjent med Modelleringsprosessen til Blum og Leiss (2007). Elevene skal forstå hva de skal lære og hva som blir forventet av dem (Utdanningsdirektoratet, 2021, s. 15).

4.7 Innledende modelleringsoppgave

Hovedfokuset i denne masteroppgaven omhandler hvordan elevene vil løse en modelleringsoppgave knyttet til et bedriftsbesøk. For å nå dette målet har jeg som tillegg valgt å følge anbefalingen til Skovsmose (2011 s. 45) om ikke å forhaste seg rett fra de sosiale landskapene (1) og (3) til et landskap preget av høy realisme. For å kunne forberede elevene for en oppgave påvirket av mer realisme gjennomfører elevene en oppgave som opererer i et landskap påvirket av en mindre autentisk situasjon og mer påvirket av semi-realisme. Ved å se på elevenes gjennomførelsesevne i denne oppgaven vil det kunne vise paralleller mellom innledende og avsluttende oppgave slik som i busseksperimentet til Palm (2008)

Elevene gjennomfører en oppgave inspirert av Trude Sundtjønn (Sundtjønn, 2022). Oppgaven innebærer at elevene gjennom egen forskning skal finne ut hvor fort en kanne tømmes for vann. Elevenes oppgave er:

Oppgave i modellering:

Foran dere ser dere en kanne som rommer 25 liter vann. Denne kannen inneholder nå 12 liter vann.

1. Første del av oppgaven er å finne ut hvor lang tid det det vil ta før kannen inneholder 4 liter vann hvis dere åpner tappen for fullt. Kan dere komme frem til en modell som man kan bruke til å måle dette

2. Andre del av oppgaven er å finne ut hvor lang tid det vil ta for 50 liter vann å renne ut av kannen ved hjelp av modellen dere er kommet frem til.

3. Tredje del av oppgaven er å bruke modellen dere er kommet frem til for å måle nøyaktig hvor lang tid det vil ta for en full kanne med 25 liter å tømmes. Prøv deretter å fyll kannen for å sjekke modellens validitet.

4. Gjennomgang av forsøket. Hva har vi lært og hvordan kan vi jobbe videre med modellering.

Del 1. er til for å la elevene forske på hvilken metode de vil bruke for å måle tid og vannstand. Læreren legger frem alle hjelpemidler og gjør det i tillegg klart for elevene at de har muligheten til å bruke det utstyret de mener er mest hensiktsmessig å bruke. Elevene har tilgang på det de vil ha av utstyr som blant annet målebeger, målestokk, bøtter med målestreker, tidtaker osv. Elevene skal selv finne frem til hvilken metode de vil bruke for å gjøre de nødvendige målingene. De får alle beskjed om at de har full kreativ frihet i sin utførelse.

Del 2. vil teste elevenes modell. Er de målene de har gjort riktige? I dette punktet henviser lærer til Geogebra om elevene ikke allerede har tatt det i bruk. Læreren går mer inn på begrepet regresjon og hvordan det kan brukes i matematikk. Denne delen av oppgaven fokuserer og mer på den teoretiske kunnskapen elevene har tilegnet seg underveis, oppgaven kan gjennomføres ved hjelp av kannen de har tilgjengelig, men det vil kreve noe merarbeid i det at elevene må fylle kannen to ganger i tillegg til å ta hensyn til at vanntrykket vil endres begge gangene.

Del 3. Læreren spør elevene om de kan lage/endre modellen som viser oss hvor lang tid det vil ta for 25 liter vann å renne ut av kannen. Deretter skal elevene fylla kannen igjen for så å helle ut vannet. Dette vil være med til å gi elevene den abstrakte og konkrete konklusjonen på om modellen faktisk virker.

Del 4. skal gi elevene en oppsummering der vi kan reflektere og drøfte oppgaven. Elevene skal med dette ha lært grunnleggende modellering som skal være essensielt i hovedoppgaven til prosjektet.

4.8 Bedriftsbesøk

Del tre skal bestå av et bedriftsbesøk til en lokal næringsmiddelprodusent. Her skal elevene bruke 1-2 timer av tid til en praktisk oppgave og en teoretisk del. Elevene skal her være deltagende i produksjonslinjen til foredling av røkt laks og den administrative delen rundt drift. I denne delen av gjennomføringen vil det matematiske landskapet ha en meget høy grad av realisme. Elevene gjør en arbeidsinnsats på lik linje med arbeidstakere noe som er med til å forsterke autentisiteten av undervisningen i høy grad (Vos 2018).

Ved produksjonslinjen skal elevene være med til å starte produksjon på sitt eget stykke røkt laks der de bruker tilgjengelige råvarer som skal til for å lage et produkt klart for salg. Her må elevene jobbe med mengder og oppskrift for å kunne regne seg frem til riktige forhold mellom råvarene slik at de får et salgbart produkt. Da elevene som deltar i studien er forskjellig med hensyn til å være praktisk eller teoretisk anlagt vil en slik oppgave være med til å engasjere både deltagerne som setter pris på praktiske oppgaver og de som setter pris på teoretiske oppgaver.

Den administrative delen skal vise elevene hva som inngår i det å sette opp en inntekts- og kostnadsoversikt, et budsjett og hvordan en slik bedrift forholder seg til kunder og hvordan man stiller seg i forhold til bærekraft. Denne typen undervisning vil kunne sikte mer inn på de elevene som er glad i den teoretiske formen for undervisning.

4.9 avsluttende caseoppgave

Her skal elevene jobbe med det de har lært. Det er også her vi skal begynne å se resultatene av forskningsprosessen.

Den avsluttende oppgaven i denne undersøkelsen baserer seg på hvilke områder elevene har jobbet med tidligere. Elevene får i denne oppgaven regne ut et overskudd for bedriften de har besøkt som produserer røkt laks. Oppgaven inneholder oppskriften på 1 kilo røkt laks. I oppskriften er prisen på 1,30 kg laks og røykespon oppgitt. Dette fordi disse produktene kan være vanskelig å finne en pris på, i tillegg til at lakseprisen skal være en variabel senere i oppgaven.

Oppgaven er en delvis lærerstyrt åpen oppgave som er delt inn i tre steg:

Oppskrift på 1 kilo røykalaks

- 1,30 kg laks – til 90 kr. pr kg
- 70 gram salt
- 7 gram sukker

- Røykespon – 2 kr pr. Kg Laks
- 1 laksebrett
- 1 vakuumpose

I en bedrift jobber du med to typer kostnader

- variable kostnader som endrer seg etter hvor mye du produserer
- Faste kostnad som er uavhengig av hvor mye du produserer.

1. Din oppgave er: Hvor mange kilo (og gram) laks må du produsere for å gå med et overskudd (tjene mer penger enn du bruker). Lag en matematisk modell som kan vise dette, og presenter det på en visuell måte.
   Du bestemmer selv hva du vil selge laksen for pr. kg. men det er viktig å kunne begrunne hvorfor dette er en realistisk pris.
   Prisene på ingrediensene til 1 kilo røkt laks kan du finne ved hjelp av butikker på nett.

2. Etter starten av krigen i Ukraina har lakseprisen steget til 115 kr. pr. 1,30 kg. Hvilket utslag har dette på fremstillingen dere har laget og hvordan kan dere sette prisøkningen inn i modellen?

3. Hva har vi lært?

Bilde: https://laksefakta.no/lakseoppdrett-i-norge/hvor-frisk-er-oppdrettslaksen/

I steg en får elevene utlevert oppgaven. Bedriften har noen faste kostnader i året som er oppgitt i tillegg til to av de variable kostnadene. Elevene bruker internett og allerede oppsatte priser for å stadfeste hvor mye som skal produseres, deretter skal dette inn i modelleringsprosessen for å finne løsningen på problemet: Hvor mange kilo røkt laks må bedriften produsere for å gå med et overskudd. Utenom bruken av modelleringsprosessen til Blum og Leiss (2007) har elevene her full kreativ frihet i hvordan de vil løse problemet.

Elevene skal selv bestemme en realistisk pris på produktet noe som innebærer at elevene ikke bare kan sette inntekt pr. kg er lik totale kostnader.

I steg to skal elevene vise resultater for oppgaven og argumentere for hvorfor de har brukt den fremgangsmåten de viser til. Dette vil gi elevene en mulighet for refleksjon og evaluering av eget arbeid. En slik oppgave vil beskrives som en Implisitt komparativ case der elevene skal fokusere på en spesifikk oppgave (Stake, 1995, s. 173), ved å ta utgangspunkt i tidligere forskning om modellering og tidligere prosjekter som DISUM prosjektet kan jeg med denne oppgaven innhente informasjon om elevenes arbeid i den matematiske verden og den virkelige verden, for så å sette informasjonen opp mot det som tidligere er forsket på på området. Dette vil skape et grunnlag for å kunne analysere dataene som kommer fra casen. Denne delen av oppgaven lager en variabel elevene må forholde seg til. Prisen på laks er styrt av makroøkonomiske faktorer, noe som i dette tilfellet gjør at prisen er høyere på grund av krigen i Ukraina. Dette er med til at elevene kan reflektere over de samfunnsmessige påvirkninger man utsettes for når man driver en bedrift. Oppgaven vil være med til å teste om elevenes modell er riktig, og om den kan brukes i flere tilfeller.

I steg tre skal elevene svare på spørsmål om hvilken fremgangsmåte de hadde i prosjektet, og hvordan de er kommet frem til sin endelige konklusjon. Eleven kan også her reflektere over om de kunne ha gjort noen ting annerledes og om dette ville være reelt i en virkelig situasjon. Hva mener de selv de har fått ut av oppgaven? Et semistrukturert intervju vil være med til å fange opp elevens tankegang rundt matematikken i oppgaven. For å oppnå vurdering for læring er det særdeles viktig å kunne forklare sin fremgangsmåte og tankeprosess rundt modellering, i henhold til steg seks og syv i modelleringsprosessen for å gi et inntrykk av elevenes kompetansehevning. Det er viktig å gi elevene mulighet for vurdering av egen læring som er fastsatt av Utdanningsdirektoratet (2021, s. 15) der det står at eleven skal delta i vurderingen av eget arbeid og reflektere over egen læring og faglige utvikling.

4.10 Datamateriale

Ved gjennomgang av prosjektet og for å analysere data vil jeg ta høyde for elevenes første intervju, observasjoner, caseoppgaver og oppfølgingsintervju. På Hvilken måte har elevene utviklet seg gjennom arbeidsprosessen? Har elevene opplevd kompetanseheving innenfor modellering og en økt forståelse og dybdelæring i matematikk?

Case oppgaven elevene gjennomfører vil kunne spisse inn det avsluttende punktet «hva har vi lært», slik at spørsmålene til elevene skaper mulighet for flere svar og bredere refleksjon fra elevens side. Casen i seg selv vil basere seg på teoretisk antagelse Yin (2007, s. 110), antagelsen er at et bedriftsbesøk vil være med til å sette modellering i et slik perspektiv at elevene ville kunne skape et relasjonelt bilde av den virkelige verden og matematikkens verden.

Analysen vil basere seg på teoretisk analyse (Postholm, 2020, s. 99) der utgangspunktet for studien vil veie elevenes forståelse og møte med modellering opp mot teori. Ved å være en lærer i dette klasserommet vil det å bruke en teoretisk tilnærming til oppgaven hjelpe meg til å distansere meg fra det fra elevene som jeg har god kjennskap til. «*Teori gjør det kjente fremmed, slik at det kan oppdages og forstås*» (Erickson 1986, s. 100). Man vil ifølge Postholm (2020) bedre kunne finne resultater i datamaterialet knyttet til kjente miljøer ved hjelp av å knytte materialet opp mot teorien.

5 Funn og analyse

I denne delen av oppgaven vil jeg gå igjennom de fire undervisningstimene der forsker og forskningsdeltagere samhandler. For å anonymisere elevene i klassen velger jeg å kalle elevene Camilla, Nora, Steffen, Gøran og Ketil. undersøkelsen består kun av fem elever på bakgrunn av bekvemmelighetsutvelgelse (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 52), da skolen ikke har mer en fem elever i 10. klasse. I elevenes gjennomføring av oppgaver vil jeg fargekode i hvilken del av modelleringsprosessen elevene jobber. Dette vil gjøre drøftingen mer oversiktlig og gjøre det mulig å sammenligne hvordan elevene jobber med modellering før og etter bedriftsbesøket.

Fargekodene jeg benytter meg av er

- Problemet oppstår, og elevene må finne ut hva de skal løse.
- Elevene forenkler problemet og innhenter informasjon.
- Elevene bruker informasjonen de har hentet til å lage en matematisk modell
- Elevene bruker modellen til å komme frem til et svar på oppgaven
- Elevene tar modellen tilbake til virkelige verden for å se om det er en gyldig løsning
- Elevene analyserer gyldigheten av modellen og om den virker samme typer problem
- Elevene argumenterer for gyldigheten i forrige steg for å bestemme om de må tilbake for å formulere modellen på en annen måte eller om den stemmer.
- Jeg velger og å lage en åttende fargekode som skal registrere hvor mye læreren påvirker elevene gjennom oppgaven

5.1 Forskerens forberedelser til oppgaven

Jeg har valgt å skrive hvordan jeg som forsker vil gå frem for å løse disse oppgavene. Dette vil være med til å gi et klarere bilde av hvordan jeg selv tenker slik at jeg kan prøve å ikke la min løsningsmetode påvirke hvordan elevene velger å løse oppgaven. Dette er også med til å gi et klarere bilde av hvordan jeg vil gå frem for å få så mye informasjon som mulig til forskningsprosessen.

5.1.1 Innledende intervju og begrepsavklaring

Da jeg har kjennskap til denne gruppen elever fra tidligere vet jeg hva elevene har lært og til dels hvilke emner innen matematikk som fanger den enkelte elev. Ut ifra grunnlaget som elevene har fra tidligere vil jeg som forsker formulere spørsmålet i intervjuet slik at elevene kan bruke sine tidligere kunnskaper i svarene på spørsmålet. Jeg vil anta at elevene i denne delen av prosjektet klarer å drøfte seg frem til hva matematisk modellering handler om. Elevene er kun gjort kjent med begrepet, men ikke hva det innebærer. Intervjuspørsmålene som jeg går inn i klasserommet med er;

- Hvordan vil dere som elever si at dere lærer mest matematikk? Gjennom noe praktisk eller teoretisk?
- Kan dere gjennom samtaler med andre elever tenke dere til hva matematisk modellering handler om?
- Kan dere lage en matematisk modell hvis dere ble spurt om det?
- Hva tror dere modelleringsprosessen (figur 1.) til Blum & Leiss (2007) går ut på?

Alle disse intervjuspørsmålene er med til å kunne tilrettelegge for oppfølgingsspørsmål som da vil gjøre at forskningsdeltageren kan reflektere over hvordan han/hun kan komme frem til en konklusjon.

5.1.2 Innledende modelleringsoppgave

I denne oppgaven skal elevene finne ut av hvor lang tid det tar for vannet i en kanne å renne ut. I forskerens første møte med oppgaven har jeg valgt å løse oppgaven for å se hvor hensiktsmessig den vil være i et modelleringsprosjekt. Dette vil også vise hvordan den kan være med til å løse case oppgaven som er elevenes hovedoppgave.

Den første oppgaven ber oss om å finne ut hvor lang tid det vil ta for kannen å tømmes fra 12 liter til 4 liter. Jeg velger i dette tilfellet å ta frem en tidtaker og lar vannet renne ut i en bøtte som viser mål fra 1 til 15 liter. Jeg skrur på tidtakeren og stopper den når bøtten er fylt med 8 liter vann. Dette gir meg et resultat.

Den andre oppgaven vår er å finne ut, hvor lang tid vil det ta for vannet i en bøtte med 50 liter vann å renne ut. Jeg anser her regresjon som det mest hensiktsmessige verktøyet i oppgaveløsningen. Regresjon er ikke et tema elevene er kjent med fra tidligere. De har derimot kjennskap til lineære og andregradsfunksjoner. Jeg bestemmer meg for å samle inn datapunkter for dette tilfellet. Jeg tar igjen frem stoppeklokken og samler datapunkter for hver liter som renner ut av kannen fra 12 til 0 liter. Dette er med til å skape en andregradsfunksjon og ikke en lineær funksjon. Dette kan være en fallgruve da det ikke er sikkert at elevene tar høyde for vanntrykket i kannen. Jeg plotter dataen inn i regneark funksjonen i Geogebra og finner ut at jo mindre vann der er i kannen jo saktere renner vannet ut. Jeg overfører punktene til koordinatsystemet og ber Geogebra utføre en regresjonsanalyse som andregradsfunksjon. Dette er med til å vise 12 resultater. Jeg velger etter regresjonsanalysen å sette y=50 og finner skjæringspunktet for så å lese av x-verdien. x-verdien viser oss hvor lang tid det vil ta for kannen å helle ut 38 liter. Denne tiden summerer jeg med tiden det tar for kannen å helle ut 12 liter.

Den tredje oppgaven ber oss om å regne ut hvor lag tid det vil ta for kannen å helle ut 25 liter. Jeg bruker den samme regresjonsanalysen fra forrige oppgave og setter y=25. Jeg finner skjæringspunktet og leser av hvor lang tid kannen bruker på å tømme 25 – 12 liter og 12 – 0 liter. Jeg summerer disse to og finner svaret i oppgaven. For å teste min modell fyller jeg nå kannen med 25 liter og lar den renne ut i vasken. Denne modellen viser seg å være delvis nøyaktig der tiden i modellen ikke helt samsvarer tiden det fysisk tok. Jeg velger dermed å se på dette som en ikke helt nøyaktig modell da faktorene for helningen eller åpning kan ha blitt endret underveis.

5.1.3 Bedriftsbesøk

Bedriftsbesøket forberedes for elevene slik at elevene kommer inn i produksjonsfasen. Her bruker jeg som forsker tid til å forberede hva som kan være hensiktsmessig for elevene å lære i forhold til oppgaven. Mengden råvarer som skal brukes i produksjonen og hvilke metoder administrasjonen bruker for å regne ut lønnsomhet er to av tingene som skal bli tatt i betraktning. Jeg anser prisen for variable og faste kostnader som meget viktig for å skape en relasjonell forståelse mellom bedrift og modellering. Dagen før oppgaven legges råvarene frem slik at de er lett tilgjengelig med måleutstyr for å måle mengder. Jeg velger å forklare konseptet overskudd i stedet for å vise dette i excel eller regnskapsprogram. Dette vil være med til å skape enda mer frihet for elevene til å løse oppgaven slik at jeg som forsker ikke har alt for stor påvirkning på hvordan elevene vil løse oppgaven.

5.1.4 Avsluttende case oppgave

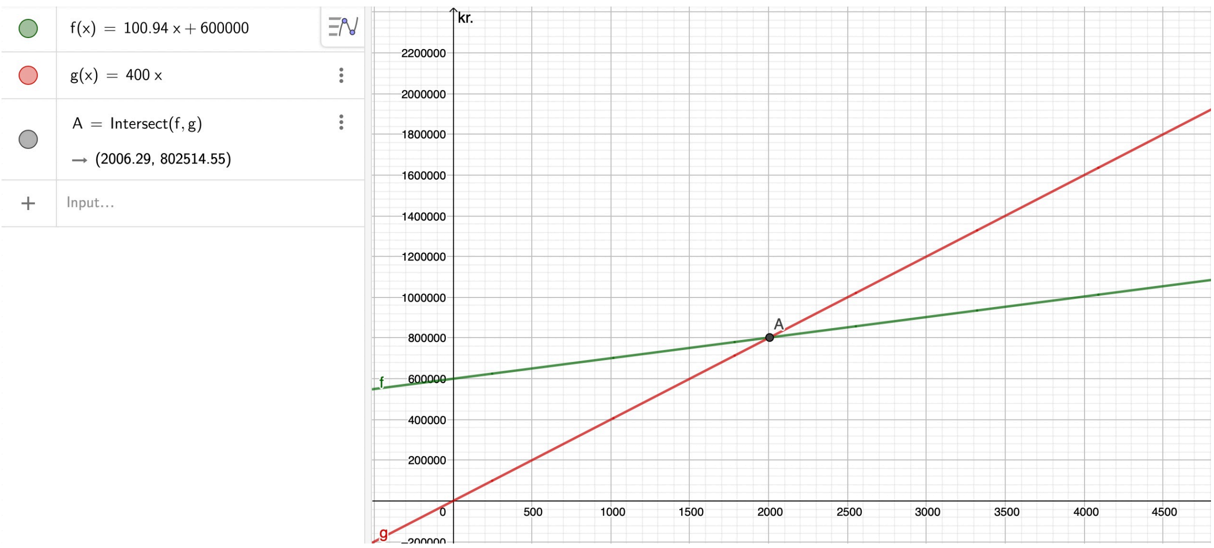
I denne oppgaven tar jeg for meg tallene som foreligger i oppskriften. De faste og variable kostnadene er kostnader som gjenspeiler virkeligheten, men som kan være vanskelig å komme frem til om man ikke er ansatt i bedriften. Oppgaven sier at man skal komme frem til hvor mye laks som skal produseres for at bedriften går med overskudd.

Jeg oppretter et Excel-ark og plotter inn tallene for faste og variable kostnader som allerede er oppgitt. Jeg går deretter inn på nett for å finne prisen på de resterende råvarene. Flere av råvarene selges i større mengder enn det som er oppgitt i oppgaven, noe som gjør at jeg må regne meg frem til den mengden som tilsvarer produksjon av 1 kg røkt laks. Dette gjøres ved å finne ut hva summen er pr. gram for så å multiplisere dette med mengden gram som skal brukes. Der produkter ikke er oppgitt i vekt, men i antall, deler jeg summen på antall det er oppgitt i pakken man kjøper. Når man har funnet summen for det man trenger for å produsere 1 kg røkt laks. Har man kommet frem til det som kalles for en produktkalkyle. Når produktkalkylen er laget, velger jeg å fastsette prisen per enhet solgt til 400 kr. Da dette er en pris som er tilnærmet gjennomsnittet i markedet.

Jeg velger å lage en lineær funksjon for både kostnads og inntektsfunksjonen der x = enheter produsert;

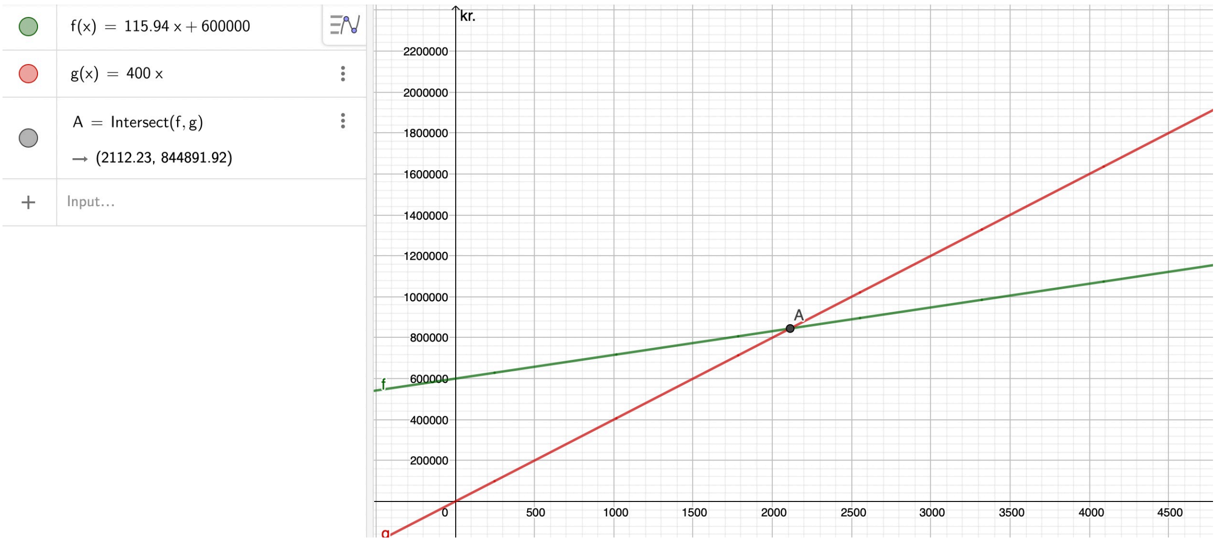
Kostnadsfunksjonen: 100,94 * x + 600000

Inntektsfunksjonen: 400 * X



Grønn linje f(x) viser kostnadsfunksjonen, mens rød linje g(x) viser inntektsfunksjonen. A Viser skjæringspunktet og fastsetter overskuddet/nullpunktet ved 2006,29 kg. Lineære funksjoner som inneholder stigningstall, konstantledd og variabler er noe elevene tidligere har plottet inn i Geogebra.

Andre del av oppgaven tar for seg en dagsaktuell situasjon der lakseprisen har steget pga. Krigen i Ukraina. Lakseprisen kan øke men også falle og det er viktig å ta høyde for i en beregning av variable kostnader. I denne oppgaven velger jeg å endre kostnadsfunksjonen slik at den variable kostnaden øker. Da lakseprisen har økt fra 90 til 115 kr må variable kostnader øke tilsvarende.



Her kan vi se at antall enheter som må produseres for å gå med overskudd endres til 2112,23 kg. Denne delen av oppgaven vil være med til å kontrollere om modellen faktisk kan bli brukt og også endret i forhold til hvilke variabler vi møter.

Som avslutning på prosjektet kommer vi i denne oppgaven til del tre, «hva har vi lært»? I denne oppgaven går jeg elevene etter i sømmene for å se hvordan utviklingen har vært fra første oppgave til denne. Ut ifra resultatene fra de forskjellige delene av prosjektet vil jeg her kunne formulere spørsmål til elevene som de kan utdype og forklare. Det er viktig at jeg som lærer tar forbehold om at elevene kan tenke helt annerledes enn meg når det kommer til hvordan de løser oppgavene, noe som gjør at jeg må prøve å få ut av elevene hva de tenker på gitte tidspunkt i prosessen.

5.2 Analyse av første undervisningstime (45 minutter)

Lærer kommer inn i klasserommet. Elevene har en oppstarts rutine der alle elevene står for læreren ved pultene sine. Læreren hilser, og elevene setter seg ned. Læreren forteller elevene at de denne uken skal jobbe med et modelleringsprosjekt som de har fått beskjed om tidligere og at elevene må levere inn informasjon og samtykkeskjema som de foresatte har underskrevet.

5.2.1 Elevenes første møte med begrepet modellering

Læreren spør elevene om hva de tenker om et slikt prosjekt?

Elevene sitter i stillhet før Nora rekker opp en hånd og sier at hun tror det kan bli interessant. Deretter lurer hun på om de kan få en liten gjennomgang av hva de skal gjøre

Læreren forteller elevene at de igjennom 4 forskjellige sesjoner som både er praktiske og teoretiske skal finne fram til hvordan elever i 10. trinn vil løse en case ved hjelp av matematisk modellering tilknyttet en praktisk situasjon ved et bedriftsbesøk.

Dette blir etterfulgt av det første spørsmålet for timen.

5.2.2 I hvilken type undervisning vil dere som elever si at dere lærer matematikk best?

Etter litt betenkningstid omformulerer læreren spørsmålet til å være at elevene skal rekke opp en hånd hvis de lærer best av å jobbe med matematikk i boken. Hvis de lærer best av å jobbe med konkreter som ting og utstyr, altså noe fysisk, lar de vær med å rekke opp hånden.

Camilla rekker opp hånden og sier at det kommer an på situasjonen. Hun sier at hun liker å vite hva som skjer når hun løser en oppgave. Derfor er det av og til vanskelig å vite hva som skjer hvis man bare løser det i boken. Nora sier seg enig i Camilla sitt svar. Steffen sier han aller helst vil jobbe med praktiske oppgaver mens Gøran og Ketil sier de ikke helt vet.

Læreren går videre til neste spørsmål.

5.2.3 Kan dere gjennom samtaler med andre elever tenke dere til hva matematisk modellering handler om?

Elevene setter seg sammen og diskuterer spørsmålet. Læreren sier at elevene godt kan bruke internett til å forske på det etter noen minutters diskusjon. Elevene klarer ikke helt å komme frem til en felles konklusjon, noe som gjør at Ketil tar frem pcen. Elevene søker opp modellering på internett for å finne et mer definitivt svar. Nora rekker opp hånden og spør om modellering er det samme som en formel, f.eks formelen for omkrets i til en sirkel.

Læreren forteller at det kan det godt være og spør om det kan være flere fremstillinger vi kjenner til som kan kjennetegne en matematisk modell.

Elevene diskuterer litt sammen og fremstår som litt usikre. Lærer spør om de har jobbet med noe tidligere som kan minne om en matematisk modell.

Camilla spør om funksjoner kan være en matematisk modell og om disse kan ha noe med modellering å gjøre.

I det første spørsmålet har elevene kommet frem til to av måtene man kan formulere en matematisk modell på. Det ene er ved hjelp av formler til å løse geometriske figurer, mens den andre er å bruke funksjoner til å løse forskjellige ligninger. Læreren velger å fortelle eleven om hvor vi kan se matematiske formler. Noen er mindre avanserte som dem vi bruker i enkle regnestykker som f.eks. for å regne ut omkretsen til en sirkel, mens noen av modellene kan være meget avanserte, som f.eks. modeller som regner ut hvordan været eller miljøet endrer seg. Lærer forteller også at modellenes nøyaktighet kan være varierende etter hvor mange variabler som kan være med til å påvirke modellen. Deretter går man videre til neste spørsmål.

5.2.4 Kunne dere laget en matematisk modell hvis dere ble spurt om det?

Elevene får med dette spørsmålet mulighet til å konstruere en matematisk modell. Elevene snakker sammen kort før Camilla sier at 10x vil være en matematisk modell. Læreren spør om eleven kan utdype dette og får tilbake at dette er en modell som øker med 10 hver gang vi øker x med 1.

Elevene er kommet frem til et eksempel som viser en enkel matematisk modell, som grafisk vil vise en lineær funksjon. Dette er ikke noe læreren gjør elevene bevisst på, på nåværende tidspunkt. Elevene skal selv vise sin modell visuelt når de skal begynne å løse oppgaver.

5.2.5 Hva tror dere modelleringsprosessen (figur 1) går ut på?

Elevene får en gjennomgang i modelleringsprosessen til Blum & Leiss (2007). Læreren forteller at det er denne de skal jobbe ut ifra når de løser oppgaven. Læreren forklarer elevene forskjellen mellom den matematiske og fysiske verden, noe elevene bekrefter at de forstår. Når læreren spør elevene om hvorfor denne modellen kan være lur å ta hensyn til, svarer ingen av elevene. Lærer forklarer at elevene gjennom hele livet vil komme over forskjellige problemer i det virkelige liv som de må finne en løsning på. Nora spør om hvorfor det er så mange punker i modellen, hvorfor vi ikke bare finner problemet for så å løse det med en gang og bruke det i den virkelige verden?
Lærer forklarer at disse punktene er med til å beskrive prosessen vi gjennomgår, og at punktene også er med til å bekrefte om modellen kan brukes i flere tilfeller og ikke bare i et enkelt tilfelle.

5.3 Analyse av andre undervisningstime (90 minutter)

Elevene kommer til timen og får beskjed om at de skal trekke ut i et større lokale de kan jobbe i. En av elevene er syk så elevgruppen består av 4 elever. Lærer har lagt frem forskjellige hjelpemidler som elevene kan bruke i oppgaven, i tillegg har lærer forhåndsfylt kannen som de skal bruke i oppgaven med 12 liter vann. Elevene får beskjed om at de gjerne må bruke annet utstyr som vi har på skolen selv om det ikke er lagt frem. Elevene går litt frem og tilbake mellom utstyret før de setter seg ned. Lærer forteller elevene at dette er andre del av prosjektet og at de her skal utføre en oppgave. Elevene får utdelt oppgaven og starter.

5.3.1 Fra 12 til 4 liter

Ketil og Camilla setter straks i gang med å lese oppgaven, for å finne ut hva de skal gjøre. Camilla leser høyt fra oppgaven slik at også Steffen og Gøran får med seg hva de skal gjøre.

Ketil henvender seg til lærer og spør hvor mange liter kannen inneholder og får til svar at den rommer 12 liter.

Camilla og Ketil går sammen om å studere utstyret som er lagt frem. Ketil ser i bøtten og finner ut at den har mål for liter. Ketil sier til gruppen at de kan bruke bøtten til å måle hvor lang til det vil ta for en liter å renne ut for så å gange det med 8. Gruppen blir enige om at dette er en god ide, og Ketil begynner å tømme ut vann mens Camilla tar tiden.

1) Elevene i gruppen jobber her sammen for å hente inn informasjon om oppgaven og omgivelsene. De opererer innenfor den virkelige verden der gjenstandene læreren har lagt frem blir en sentral del av problemstillingen. Elevene går ikke ut av det fysiske rommet de er i for å innhente flere hjelpemidler. Ketil begynner modelleringsprosessen og utformer en form for tidlig løsning.

Elevene kommer frem til at det tar 6,82 sekunder å helle ut 1 liter vann. Gøran tar frem kalkulatoren og slår inn 6,82 og ganger dette med 8. Han sier at det totalt vil ta 54,56 sekunder å helle ut 8 liter vann.

Læreren spør om elevene kan bruke informasjonen de nå har kommet frem til for å lage en modell. Camilla sier at modellen er 6,82 ganger antall liter vann vi skal tømme ut.

Gruppen kommenterer at de synes det var en meget lett oppgave og spør om det er riktig. Læreren sier at de kan prøve å tømme ut de resterende 7 literne inntil det er 4 liter igjen for å se om det stemmer med deres antakelser.

2) Elevene er tidlig ute med å bruke sin modell til å løse problemet. Elevene tar seg ikke mye tid til refleksjon, men løsningen de er kommet frem til er en åpenbar løsning på problemet.

Gruppen begynner å tømme ut vannet og Ketil kommenterer at han synes vannet rant fortere til å begynne med. Camilla kommenterer at det kan virke til at det tar lengere tid enn de hadde trodd.

Camilla sier at det tok 1 minutt og 15,10 sekunder. Gruppen diskuterer rundt hvorfor det ble slik, og Steffen kommenterer at det kan være som læreren hadde sagt tidligere at modeller ikke alltid er helt nøyaktig

Gruppen ser på lærer. Læreren spør elevene hvilken informasjon de har fått ut av forsøket fram til nå. Gruppen forteller at de har funnet ut hvor lag tid det vil ta å tømme ut 1. liter vann, som de så har ganget med antall liter de skal tømme ut. Deretter har de latt 7 liter vann renne ut og funnet ut at det tar lengere tid. Lærer spør elevene om de kan vise dette for ham visuelt på noe vis. Camilla sier at de kan bruke en graf.

3) Her tester elevene gyldigheten av sin modell der 6,82 sekunder * x = 54,56 sekunder i den virkelige verden. Elevene kommer frem til at modellen antar at det vil ta 54,56 sekunder å tømme ut vannet mens vannet i realiteten to 75,10 sekunder å renne ut. Lærer påvirker elevene ved å spørre om de kan finne en visuell representasjon av hva som skjer

Camilla tegner et koordinatsystem i boken. Læreren spør hva som skal være på x og y aksen. Ketil sier at tid skal være på x-aksen og liter skal være på y-aksen. Camilla spør hvordan hvilke grafer man kan lage, Læreren tegner en lineær, en andregrads- og en tredjegradsfunksjon vedsiden av koordinatsystemet.

Camilla sier at de kan bruke en lineær funksjon og hun ber Ketil bekrefte dette. Gruppa blir enige om at det er det de vil bruke for å visualisere sin funksjon.

Læreren ønsker gjerne å styre elevene litt tilbake på opplevelsen av avviket i modellen og det virkelige liv. Læreren spør derfor elevene om de kan finne ut hvor lang tid det vil ta å tømme ut vannet fra 25 liter til 4 liter.

4) Camilla tar kontroll over oppgaven og går direkte til spekteret mellom den virkelige verden og matematikken. Læreren går igjen inn og påvirker elevene til å ta et steg tilbake for å reflektere over hva de er kommet frem til.

Gruppen bruker sin modell, 6,82 sekunder gange antall liter. Tar 6,82 * 21 og finner ut at det vil ta 170,5 sekunder å helle ut 21 liter vann.

Lærer spør deretter elevene. «Riktig, så det tar altså 170,5 sekunder å tømme ut 21 liter, men dere har jo akkurat tømt ut 7 liter vann som tok 1,15 sekunder». Gruppen har på dette punktet ikke regnet med den ene literen med vann som de tømte ut i starten av oppgaven. Gruppen blir her oppmerksom på dette noe som betyr at det vil ta enda lengere tid enn 1,15 sekunder.

Gruppen ser på den lineære modellen de har laget og riktig nok viser den 170,5 sekunder.

Læreren spør gruppen om det kan ha noe med vekten av vannet å gjøre?

Gruppen snakker litt sammen før Camilla sier at det vil hun tro. Lærer sier at elevene kan prøve å helle 12 liter tilbake i bøtten for å gjøre forsøket igjen. Gruppen heller vannet tilbake og klargjør for et nytt forsøk.

5) I denne seansen løser gruppen oppgaven ut ifra modellen de har laget til å begynne med. Læreren prøver å oppsummere hva elevene har gjort. Dette fører til at elevene blir oppmerksomme på resultatene i den matematiske verden ikke er helt tilsvarende resultatene i den virkelige verden.

Lærer observerer denne gangen at gruppen har en større helning på kannen ved å holde den i en vinkel noe han ikke velger å kommentere der og da. Gruppen kommenterer helningen underveis og Ketil spør om ikke det vil få vannet til å renne fortere, men gruppen snakker ikke noe særlig rundt det.

Camilla tar tiden og finner ut at tiden det tar før vannet er redusert fra 12 liter til 4 liter er 1 minutt og 2,8 sekunder. Gøran sier at tiden det tok ved første forsøk var 75,10 sekunder, denne gangen tok det 62,8 sekunder.

Lærer spør gruppen hva forskjellen mellom disse to resultatene er. Gruppen tar frem kalkulatoren og regner ut at det det er 13,1 sekunder forskjell. Læreren spør hvordan det kan ha seg at det blir denne forskjellen.

6) Elevene jobber innen den matematiske verden, men gjør endringer i den virkelige verden som har en påvirkning på informasjonen de bruker for å lage sin modell. Derfor har den virkelige verden en innvirkning på den matematiske verden.

Ketil sier at forskjellen kommer av at tuten ikke har vært like mye åpen

Lærer forteller at vi nå er kommet til et punkt i modellering som kan være vanskelig, og det er at variablene vi jobber ut ifra som ikke er med i modellen må være lik fra forsøk til forsøk. Læreren spør hvilke endringer som skjedde i andre forsøk.

Gruppen diskuterer litt, men Ketil kommer frem til at kannen helte mere denne gangen enn den gjorde første gang. Læreren spør hva dette har å si. Steffen svarer at det gjør at vannet renner ut raskere. Hvorfor det spør læreren? Ingen av elevene velger å svare, så læreren spør igjen om vannet vill renne raskere hvis det er større vekt som presser mot tuten?

Gruppen kommer til enighet om at det gjør det. Gruppen står på dette punktet litt fast så læreren velger å hjelpe dem litt på vei ved å spørre om vannet renner raskere ut i ved full kanne enn hvis det er lite vann i kanna.

7) Læreren kommer med flere former for innspill til elevene som har en direkte påvirkning på diskursen. Læreren stiller spørsmål for å få elevene til å reflektere over sine svar og kommer med alternativer til refleksjonsspørsmål.

Ja kommer det fra Ketil. Hvorfor det? Gruppen snakker litt sammen før Gøran sier at vanntrykket presser vannet ut av kannen. Læreren oppmuntrer gruppen til å fortsette på denne tankegangen og Camilla sier at de kan prøve å se hvor lang tid det tar fra 12 til 6 liter, og hvor lang tid det vil ta fra 6 til 0 liter.

Gruppen fyller igjen vannkannen og tar opp tidtakeren. Passer på at kannen ikke har noe helning før de åpner tuten og lar vannet renne. Under forsøket samler gruppen seg rundt kannen og uttrykker at de mener å kunne se at vannet går saktere ut jo mindre vann det er i kannen. Camilla sier at det tar 55,96 sekunder å tømme ut 6 liter vann. Elevene tømmer ut det resterende vannet og kommenterer mot slutten at det nå går meget sakte. Camilla sier at de siste 6 literne med vann tok 2 minutter og 13,17 sekunder. Det blir 137,17 sekunder.

8) Elevene går alle inn i den virkelige verden igjen for å gjøre undersøkelser. De har kommet frem til at de må gjøre ny informasjonsinnhenting for å kunne konstruere en modell som representerer virkeligheten. På dette tidspunktet har elevene begynt å lage en modell som også vil representere den senere oppgaven, da de nå tar høyde for at alt vannet skal renne ut av kannen.

Gruppen går til friminutt og får beskjed av lærer om å reflektere litt over hvor de er i oppgaven til de kommer inn igjen.

Når gruppen kommer inn igjen bekrefter læreren informasjonen og sier at de nå har konstatert hvor lang tid det tar for vannet å renne ut med to forskjellige intervall. Hva vil gruppen gjøre videre?

Gruppen snakker litt sammen og kommer frem til at de vil tegne en graf. Læreren spør hvilken graf de vil tegne og gruppen er enige om at de vil tegne en lineær graf. Camilla tar opp boken og tegner en lineær graf. Læreren spør om gruppen kan fortelle hva de tenker om denne grafen. Gruppen sier at grafen går i forskjellig tempo. Læreren spør gruppen om en lineær graf kan bekrefte de datapunktene elevene allerede har funnet.

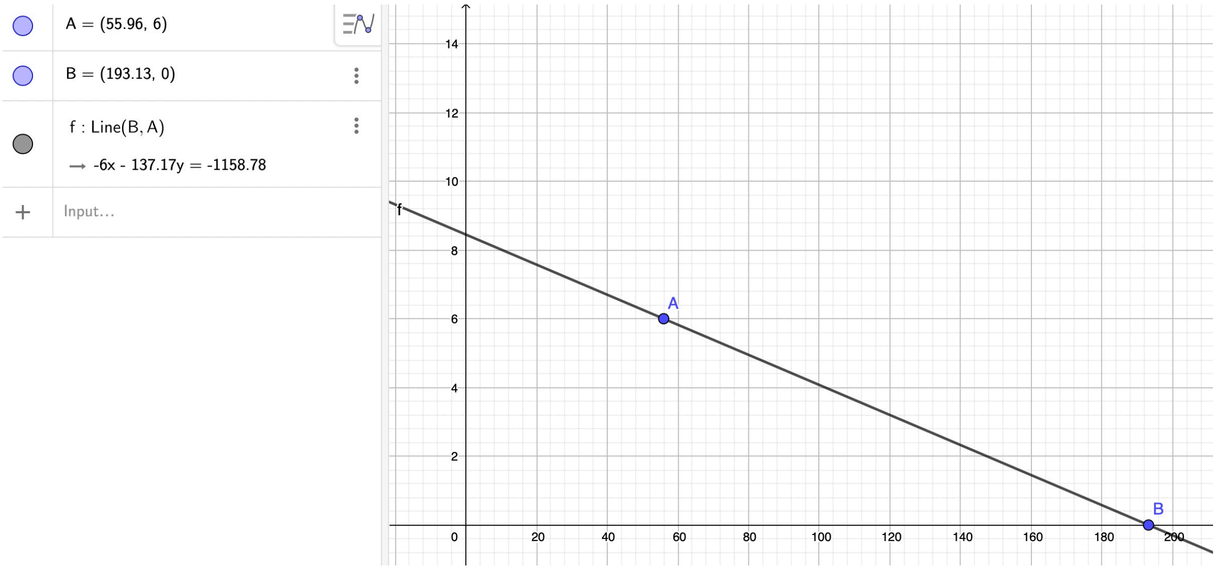
Da læreren nevner datapunkter ser gruppen spørrende på lærer som da sammenligner koordinater med punkter i et koordinatsystem.

Gruppen skal til å plotte inn sine datapunkt i koordinatsystemet, men ender opp med å ta frem Geogebra da dette vil gjøre det lettere for dem å sette nøyaktige punkter. Gruppen lager punktene (55,96 , 6) og (137,17 , 0). Elevene endrer mening da de innser at de må legge sammen punktene for å finne ut hvor funksjonen treffer x-aksen. Elevene lager punktet (193,13 , 0).

9) Elevene jobber her innenfor den matematiske verden. De plasserer datapunktene de har fått inn i et koordinatsystem i en bok, men forflytter seg til Geogebra når læreren snakker om koordinater i et koordinatsystem. Ved å plotte inn sine punkter kan de se at den lineære funksjonen de har laget ikke representerer hva de har av informasjon, og at de må ta den totale tiden for å finne ut hvor lang tid det tar før alt vannet renner ut.

Ketil spør om dette er svaret på oppgaven. Læreren svarer at de kan prøve å trekke opp linjen mellom punktene og studere den.

Gruppen trekker linjen mellom punktene i koordinatsystemet, Ketil sier at det ser ut som det er riktig.

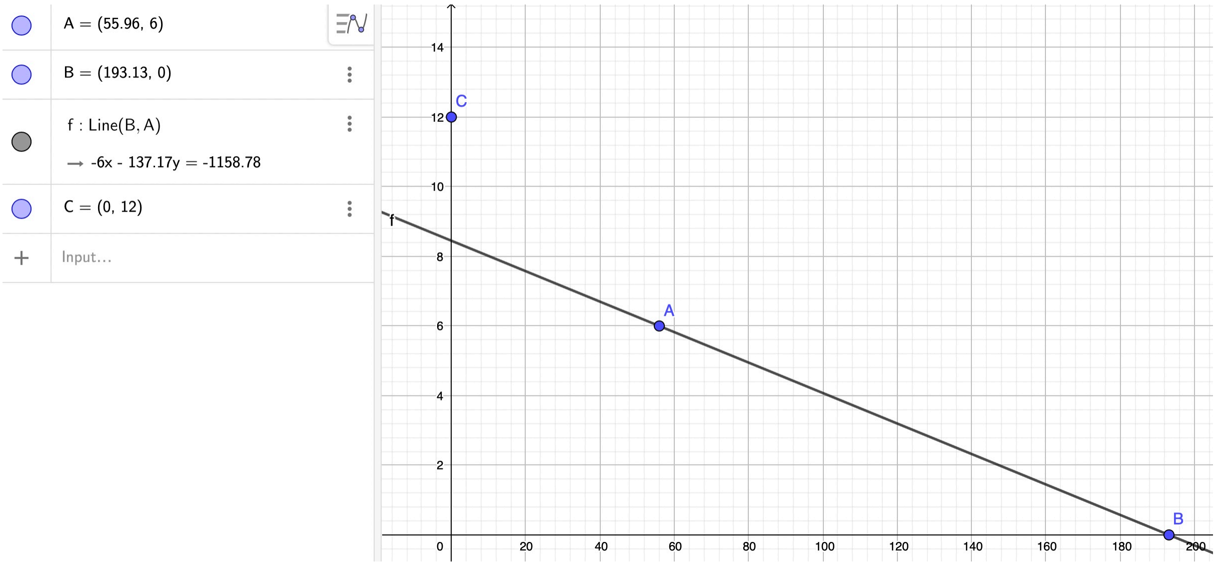


Lærer ber gruppen om å ta en liten ekstra titt på den grafiske fremstillingen. Da gruppen ikke ser noe mere ut ifra grafen spør lærer om en lineær graf faktisk kan vise at vanntrykket endrer seg, og stiller spørsmålet: «Vil en lineær funksjon vise den samme endringen for hver enhet eller vil endringen være variabel for hver enhet»? Gruppen ser nå at det ikke kan være riktig.

Lærer spør om elevene har tatt alle datapunktene med i beregningen, eller om de har ett punkt som de ikke trenger å regne ut for å vite hva er.

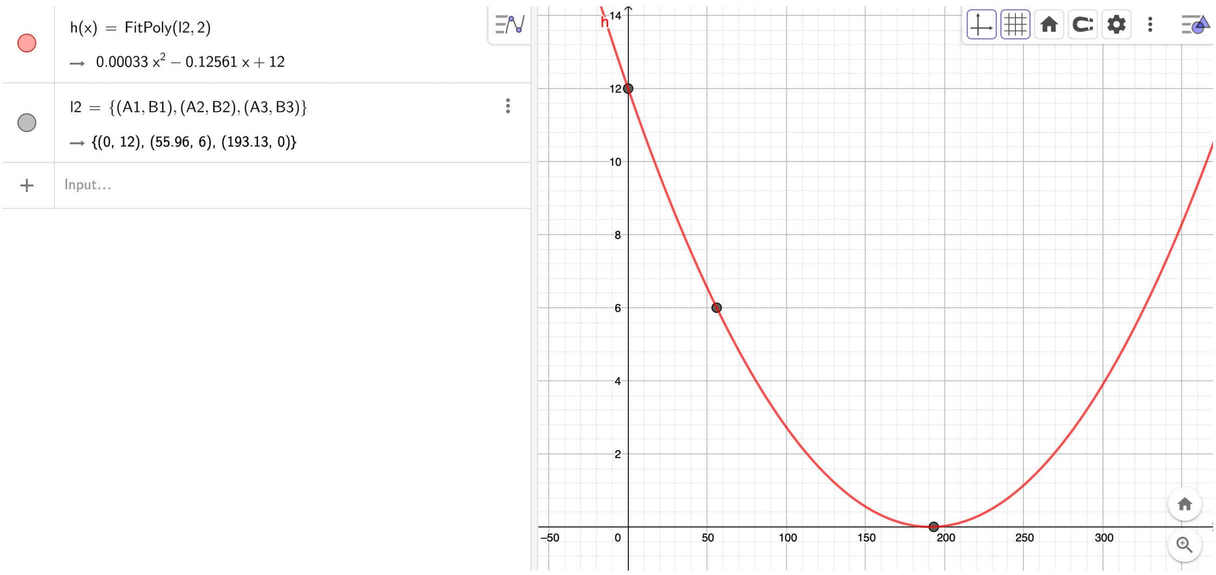
Camilla sier at det første datapunktet på 12 liter mangler. Læreren oppfordrer gruppen til å følge dette sporet og Camilla setter inn datapunktet (0 , 12)

10) Den ene eleven går over til gyldighetsvurdering. Læreren kommer med innspill for å belyse at den visuelle representasjonen ikke starter med 12 liter. I dette tilfellet holder elevene seg mellom den virkelige og matematiske verden og bruker den visuelle representasjonen til å finne den manglende informasjon de ikke har med.



Gruppen ser nå at den lineære funksjonen ikke treffer alle punktene. Lærer spør hvilken funksjon de må bruke for å treffe alle disse punktene. Ketil kommer fort med svaret at det er en slik funksjon som starter ut i toppen, men som flater ut etter hvert. Læreren spør om de husker navnet og Camilla svarer at det er en andregradsfunksjon.

Gruppen har på dette tidspunktet ikke lært om begrepet regresjon. Læreren velger å gå inn i oppgaven for å fortelle hva regresjon kan brukes til og hvordan man kan bruke dette til modellering. Sammen med regneark i Geogebra får elevene mulighet til å plotte inn sine datapunkter i regnearket. Deretter veileder læreren elevene til å trykke på regresjonsanalyse. og plassere dette inn i Geogebra.



Gruppen har nå kommet frem til en graf som viser vannet som renner ut av kannen fra tolv liter. Elevene har i tillegg funnet frem til en funksjon som hører til denne grafen.

11) Gruppen har fått en gjennomgang der læreren tar elevene ut av modelleringsprosessen for å gi en gjennomgang i et tema elevene ikke kjenner fra tidligere. Læreren implementerer regresjonsanalyse basert på gruppens datapunkter noe som gir elevene en annen visuell representasjon enn de selv kom frem til. Læreren poengterer at elevenes måte å fremstilling ikke er feil i den grad en lineær funksjon kan vise den mest hensiktsmessige statiske ruten i datapunktene.

5.3.2 Fra 50 til 0 liter.

Læreren spør elevene om de nå ut ifra denne grafen kan finne ut hvor lang tid det vil ta for kannen å tømmes for 50 liter vann?

Gruppen diskuterer problemstillingen og hvordan de kan endre tallene i regnearket for så å plassere inn tallene her. Gruppen prøver å gjøre dette, men kommer raskt frem til at de ikke har data for x aksen, kun y aksen som de kan plassere i regnearket.

Lærer henviser til Geogebra og spør om det er noen formler eller annet de kan sette inn for å finne svaret.

Gruppen sitter sammen og snakker en stund før læreren spør om elevene kan bekrefte de forskjellige punktene i koordinatsystemet. Camilla sier at y er liter mens x er tid. Lærer spør så om elevene ut ifra dette kan vite hvor lang tid det vil ta for vannet å renne ut.

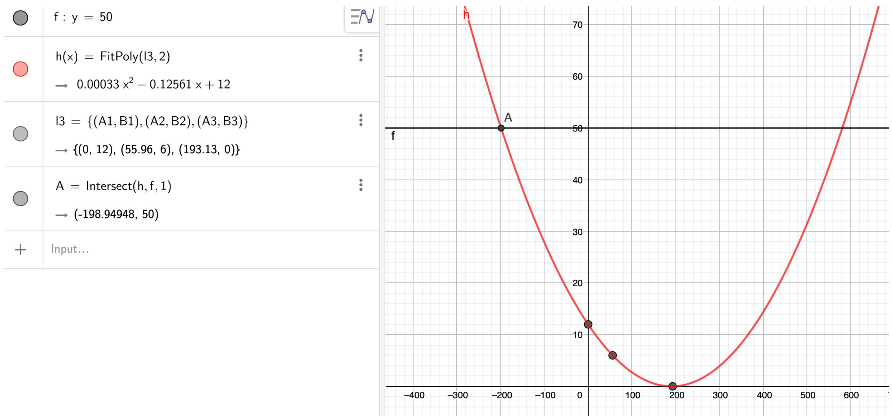
Gruppen forstørrer koordinatsystemet og læreren peker til x og y aksen og spør om han forstår det slik at den viser sekunder og liter, og om vi ved hjelp av punktene kan finne frem til 50 liter. Ketil peker til 50 liter. Læreren spør om gruppen kan se noen sammenheng mellom punktet Ketil har vist til og grafen de allerede har?

Gøran sier at de kan bruke konstruksjonen de har lært gjennom geometri for å løse oppgaven. Læreren forteller at de godt kan bruke en del av konstruksjon for å komme frem til svaret.

12) Gruppen går her litt imellom virkelig og matematisk verden. Elevene har ikke kommet frem til at de kan bruke den visuelle representasjonen til å finne koordinaten de må finne for å klare oppgaven, men er til å begynne med inne

på riktig spor og vurderer å bruke informasjonen de har i fra forrige problem til å løse dette.

Camilla sier at de burde lage en linje ut fra 50 for å finne et skjæringspunkt mellom de to aksene. Gruppen trekker en strek ut fra y aksen og lager et skjæringspunkt mellom grafen og y=50



Gøran sier at de nå kan konstruere en 90 grader ut fra punktet A. Lærer sier at det kan de godt gjøre, men er det noen måte å finne svaret på nå?

Ketil oppdager svaret og sier at det vil ta 199 sekunder å helle ut alt vannet. Lærer spør om de nå har riktig svar?

Gruppen diskuterer litt før Camilla sier at de må regne med de 12 literne som ikke er med i de 199 sekundene. Gruppen gjør regnestykket 198,94 + 193,13 og kommer frem til svaret 392,07.

13) Ut ifra den visuelle representasjonen gruppen allerede har, finner de nå en måte å løse oppgaven på. De plasserer en normal inn for y verdien 50 og finner skjæringspunktet. Denne prosessen foregår i den matematiske verden der den modellen viser løsningen. Ved samtale om hvilken informasjon gruppen er kommet frem til går elevene tilbake til den virkelige verden finner løsningen ved å ta med de 12 literne de ikke har regnet med.

5.3.3 Fra 25 til 0 liter.

Nå har elevene kommet til et punkt der de skal finne ut hvor lang tid det tar for vannet å renne ut når man fyller kannen med 25 liter. Læreren spør om elevene kan regne ut dette med modellen deres mens han fyller kannen.

Gruppen jobber sammen om å gjenskape den forrige undersøkelsen med 50 liter. Gruppen setter y=25, finner skjæringspunktet og finner ut at det fra 25 – 12 liter tar 84,71 sekunder, mens det fra 12 – 0 liter tar 193,13 sekunder. Elevene summerer disse og kommer frem til at det vil ta 277,84 sekunder å tømme hele kannen.

Gruppen tar frem stoppeklokken og begynner å helle vann fra kannen, Ketil ytrer at han er redd for at det blir feil.

Læreren tar en liten diskusjon med gruppen mens vannet renner ut og diskuterer dette med nøyaktigheten av modellen og at det ikke alltid er slik at en modell er 100% riktig. Ketil spør om NASA sine modeller og om de er hundre prosent, noe lærer sier ikke alltid er tilfellet.

Kannen tømmes for vann på 295 sekunder. Læreren spør om dette bekrefter gyldigheten av vår modell?

Gruppen diskuterer sammen, Camilla sier hun mener den er gyldig og Ketil er litt usikker. Gøran og steffen har meldt seg litt ut av gruppesammarbeidet på dette tidspunktet. Men sier de mener modellen er gyldig når lærer etterspør et svar. Elevene får til svar at det kommer an på hva de mener er akseptabelt og at de gjennom flere datapunkter muligvis ville hatt en mer nøyaktig modell.

14) Elevene jobber i siste del av oppgaven ut ifra modellen de har utarbeidet i første og andre oppgave. De vurderer modellens gyldighet og om den kan passe til oppgaven de skal løse denne gangen. I dette tilfellet finner elevene et resultat ut fra den matematiske verden, men holder seg i den virkelige verden for å finne ut om den matematiske modellen viser svar på oppgaven. Elevene bruker den fysiske representasjonen av oppgaven, nemlig vannkannen til å vurdere gyldigheten. Gruppen ender opp med en felles enighet om at modellen er gyldig og kan brukes til denne typen oppgaver. Dette er med forbehold om at modellen ville hatt en høyere grad av nøyaktighet med flere datapunkter.

5.4 Analyse av avsluttende Case-oppgave (90 minutter)

Elevene har gjennomført et bedriftsbesøk der de har fått en innføring i hva som kreves for å drive en bedrift. Elevene har vært med i praktiske og administrative oppgaver i bedriftens arbeidstid. Elevene har fått prøve å jobbe i et miljø der rutiner og nøyaktighet er særs viktig. Tilbake på skolen forteller lærer om hvilken oppgave de skal løse. Elevene er stadig fire stykker.

5.4.1 Finne priser og regne seg frem til et overskudd

Gruppen starter med å lese oppgavearket og gå igjennom oppskriften for å produsere 1. kilo røkt laks. Ketil kommer med spørsmål til oppgaveformuleringen og om de skal finne prisene på internett.

Lærer henviser til modelleringsmodellen til Blum & Leiss (2007) og forteller at dette er en strukturert måte å gå igjennom oppgaven og at det er noe de kan prøve på.

Tre av elevene begynner å lete etter priser mens Camilla sier at de kan skrive prisene inn på excel. Ketil sier de kan bruke en av de tidligere regnskapsmalene de har fått i løpet av skoleåret. Camilla finner frem denne malen og skriver inn de faste kostnadene.

	Inntekter	Kostnader		Resultat
		600000		-600000
Totalt	0	600000		

Gruppen finner frem forskjellige priser på råvarer ut ifra nettsidene de bruker. Steffen sier at det kan være lurt å finne billige nettsider, og kommenterer at prisen på salt var veldig høy på den nettsiden han er på. Gøran sier de kan gå på Ebay men Steffen sier at de ikke kan velge noe som er så billig at det ikke er godt nok.

Gruppen finner flere av prisene til det de skal bruke i produksjonen, ved hjelp av forskjellige nettsider. Når de synes at prisen er for høy leter de videre på nettet. Gruppen skriver ned prisene som er oppgitt i større mengde og antall enn de skal bruke.

15) Gruppen gjør en naturlig fordeling der tre av dem tar for seg informasjonssamlingen i den virkelige verden og en begynner å bevege seg over i den matematiske verden for å lage modellen. Elevene snakker sammen underveis i informasjonsinnhentingen, ikke bare for å finne priser, men også for å finne priser som vil være mest mulig kostnadseffektivt for bedriften.

Camilla sier at de har behov for 7 gram sukker, og at ett kilo koster 21,1 kr.

Ketil sier at de må ta 21,1 delt på 100, Camilla sier de må dele på 1000 for å finne 1 gram. Ketil sier at det er 10 gram de vil komme frem til, derfor ønsker han å dele det på 10. Camilla regner ber Ketil ta 21,1 delt på 1000.

Ketil og Camilla snakker litt rundt hverandre og ender opp med å regne ut på kalkulatoren at 7 gram sukker tilsvarer 1,477 kr.

Læreren spør gruppen om han har forstått det riktig at 1000 gram koster 21,1 kr og 7 gram koster 1,477 kr. Gruppen sier at det må være gjort en feil og de gjør regnestykket på nytt. Elevene kommer nå frem til at 7 gram sukker koster 0,1477 kr.

Steffen har funnet frem til at saltet koster 878 kr for 25 kg. Camilla tar 878 delt på 25000 og kommer frem til at salt koster 0,03512 kr. Da er total prisen 2,4584 for saltet

Ketil undersøker prisen på laksebrett og kommer frem til at 25 laksebrett koster 59 kr. Camilla slår det inn på kalkulatoren og kommer frem til at det koster 2,39 kr pr laksebrett.

Steffen finner frem til den siste prisen ved å regne ut at 1 vakuumpose koster 1,8639

Elevene begynner å sette inn prisene de har funnet i Excelark og kommer frem til at det totalt koster 98,86 kr å produsere 1. kg røkt laks.

16) Elevene jobber samlet for å få informasjonen de har funnet frem til inn i den matematiske verden. I all hovedsak leverer den ene eleven informasjon fra den virkelige verden til den matematiske, en elev går ut og inn i den matematiske verden, mens den siste jobber innenfor den matematiske verden. Elevene

misforstår her hverandre underveis noe som gjør at de mister tråden i oppgaven, noe som får læreren til å komme med en undersøkende kommentar for å se om elevene oppfatter at de har en feil et sted.

	Inntekter	Kostnader		Resultat
		600000		-600098,86
		90		
		2		
		0,1477		
		1,8639		
		2,39		
		2,4584		
Totalt	0	600098,86		

Gruppen spør lærer om det er viktig at prisen er helt nøyaktig. Læreren spør om dette kan gjøre modellen mer usikker?

Ketil begynner å reflektere om hvilken pris de må ta for deres produkt og sier han mener de skal ta 500 kr. Pr kilo. Gøran sier han synes det er dyrt og ville heller tatt 150 til 250 kr. Steffen sier at dette er en luksuslaks som de burda ta mange penger for. Ketil går på nett for å sjekke forskjellige priser.

På internett finner gruppen forskjellige priser på laks, noen så lavt som 96 kr pr kilo, og noen på 400 kr pr kilo. Gruppen kommer til enighet om at 500 kr. er riktig pris.

17) Elevene bruker noe tid til å finne en riktig pris på produktet. De bruker både internett og egen intuisjon av hva de selv synes er en rimelig pris. Elevene reflekterer over kjøpevillighet og kommer frem til at det for et håndverksprodukt burde koste litt mer. Dette er en refleksjon i den virkelige verden som elevene kan ta med til den matematiske verden.

Gruppen spør læreren om han synes de går for fort frem, og om de gjør det riktig. Læreren sier at det må være opp til dem selv å avgjøre om de har gjort det riktig. Ketil sier han mener de er kommet frem til riktig løsning i modellen og viser excel arket.

	Inntekter	Kostnader		Resultat
	500	600000		-599598,86
		90		
		2		
		0,1477		
		1,8639		
		2,39		
		2,4584		
Totalt	500	600098,86		

Læreren spør om hva dette excel arket viser og ber gruppen se på resultatet. Camilla sier at de taper penger. Læreren spør hvordan de kan løse dette, og gruppen mener de bare må prøve seg frem. Læreren viser elevene formelen på excel for hvordan de kan multiplisere tallene med x antall kilo.

Gruppen prøver seg frem ved å sette inn forskjellig antall kilo laks. Gruppen kommer frem til at de vil gå med 105,44 kr i overskudd.

18) Gruppen jobber her ut ifra at de ikke skal finne nullpunktet som viser det nøyaktige overskudd. Skulle elevene kun finne nøyaktig antall kilo ville svaret elevene kom frem til være gjeldende. De har til nå regnet seg frem i oppgaven ved hjelp av gjettning.

Læreren spør om gruppen kan forklare fremgangsmåten. Gruppen forteller at de har funnet kostnader for å produsere 1 kilo røkt laks og multiplisere dette med antall laks de vil produsere. I tillegg har de bestemt en pris som de ganger med dette tallet.

Læreren spør om de kan lage en matematisk modell av hva det er som foregår i utregningen. Camilla sier at de kan ta inntekt-utgift=sum

Gruppen blir spurt om det er flere måter de kan vise dette på som en matematisk modell? Etter et stykke tid sier Steffen at vi kan multiplisere noe med tallet 98,86. Camilla sier at de kan ta 98x=utgiftene. Læreren spør om det og er en formel for inntektene? Camilla sier at det er prisen de selger laksen for ganger antall kilo. Gruppen kommer frem til at de kan ta x * 500 for å symbolisere inntektene.

19) Her kommer noe av lærerens antagelser på løsningsmetode til syne. Ved å spørre elevene om de kan representere oppgaven på flere måter begynner elevene å jobbe mot et annet svar enn det de er kommet frem til. Inntekt-utgift=sum er et reelt svar for å finne overskudd, men vil være vanskelig å bruke som visuell representasjon der de skal finne et nøyaktig overskudd.

Timen er nå over og elevene får beskjed om å tenke litt over hva de er kommet frem til når de er ute i friminuttet.

Timen starter igjen og lærer spør om elevene har reflektert over oppgaven. Gruppen forteller at de tror Geogebra kan brukes til å vise en graf av hva de er kommet frem til.

Gruppen tar frem Geogebra og skriver inn inntektsfunksjonen 500*x. Den lineære funksjonen viser seg på skjermen og lærer spør elevene om denne grafen viser hvor mye vi tjener pr. kilo. Ketil bekrefter at dette er tilfellet.

Læreren spør elevene hva neste steg kan være. Elevene åpner regneark funksjonen og skriver inn tallene 748000 og 747894,56. Læreren spør elevene om inntekter – kostnader vil vise en graf eller en koordinat i koordinatsystemet. Gøran sier at den vil vise oss et punkt på grafen vi allerede har i funksjonen.
Læreren spør om den vil vise oss når vi går med overskudd eller vil den vise oss når vi går med 105 kr i overskudd.

20) Gruppen velger her å bruke Geogebra for å vise modellen som representerer inntekt og kostnad. Inntektsfunksjonen har mindre faktorer enn kostnadsfunksjonen og elevene setter denne inn i Geogebra for å vise inntekt pr. kilo. Når elevene skal finne en funksjon for kostnader jobber de ut ifra et overskudd på 105 kr. En tankegang elevene skal få jobbe videre med

Gruppen blir enige om at den ikke vil vise nøyaktig overskudd og finner ut at de også må lage en funksjon for utgiftene. Gruppen snakker om å dele kostnadene i gram og læreren spør om de da tar høyde for at når kiloene i inntektsfunksjonen endrer seg vil og kiloene i utgiftene endre seg. Camilla sier at de kan ta 98,86*x,
Læreren ber gruppen skrive opp formlene for kostnad og inntekt på tavlen. Gruppen skriver 500*x = I og 98,86*x = k.

læreren spør elevene om det er flere ting de mangler. Camilla sier at de ikke har tatt med det faste utgiftene på 600000.

Gruppen får spørsmål om det er en eller annen måte vi kan se at noe er en lineær funksjon. Gruppen har forteller at de har lært om stigningstall, konstantledd og variabler. De blir spurt om de kan gjøre noe med dette i denne oppgaven.

21) Elevene jobber finner at de skal utarbeide to forskjellige funksjoner som viser inntekt og kostnad. Når elevene skriver funksjonene opp på tavlen leder læreren elevene inn på tidligere tilegnet kunnskap, noe som og baserer seg på antagelser av hvordan elevene skal løse oppgaven. Elevene kommer fort inn på stigningstall, konstantledd og variabler når diskusjonen dreier seg om kjennetegn på lineære funksjoner.

Camilla skriver funksjonen 98,86x+600000 på tavlen. Hun spør om det er dette vi er ute etter. Gruppen skriver inn formelen i Geogebra der inntektsfunksjonen allerede er. De ser ikke grafen, men Steffen ber dem zoome ut slik at de kommer opp til tallet 600000. Læreren spør hva det er vi ser, og Ketil sier at overskuddet ligger i skjæringen mellom de to grafene. Gruppen finner skjæringspunktet og kommer frem til at de må produsere 1495 kilo og 747 gram.

Læreren ber elevene forklare hva grafen beskriver. Gruppen forteller at kostnadsfunksjonen starter på 600000 fordi det er tallet vi må betale uansett. De forteller at når man går 1 bort på x aksen vil kostnadene stige med 98,86 kr mens inntektene vil stige med 500 kr.

22) Når elevene er kommet frem til begge funksjonene skriver de disse inn i Geogebra. Ved å se på skjæringspunktet kommer elevene frem til et svar som gir nøyaktig overskudd. Argumenterer for gyldigheten av modellen og forventer den vil være gyldig for flere typer oppgaver med samme utgangspunkt

5.4.2 Lakseprisen øker

gruppen begynner på oppgave to der de skal finne ut hvordan de kan ta høyde for at lakseprisen er steget til 115 kr. Ketil sier at de kan øke prisen på laksen med 115 kr. Da vil vi få et overskudd mye tidligere.

Lærer spør elevene hva lakseprisen var tidligere og hva den er nå. Camilla svarer at den var 90 og at den nå er 115. Gruppen diskuterer litt sammen og finner ut at de kan ta den variable kostnaden de allerede har og plusse på 25. Elevene kommer da frem til funksjonen 123,86x+600000. Ved å se på funksjonen finner de nå ut at de må produsere 1596,15 kg for å gå med overskudd.

Gruppen blir spurt om de mener dette er et gyldig svar. Gruppen sier at de kun trengte å legge til 15 kr. og at dette vil vise en økning i de variable kostnadene.

23) Elevene starter ut neste oppgave med å analysere oppgaven før de henter inn informasjon. Læreren kommer med et ledende spørsmål som belyser at elevene skal se på den tidligere lakseprisen kontra den nye. Elevene kommer frem til at de skal øke den variable kostnaden med 25 kroner, noe som endrer skjøringspunktet til funksjonene. Gruppen argumenterer for at denne typen modell vil være hensiktsmessig å bruke i oppgaver der du skal finne et overskudd innenfor kostnads og inntekts funksjon.

5.4.3 Hva har elevene lært

Læreren spør gruppen om den mener dette kan være en metode å modellere inntekter og utgifter til en bedrift. Gruppen får muligheten til å tenke seg litt om og sier at det virker litt enkelt. Lærer tar frem Budsjettet og nullpunktsanalysen til bedriften de har besøkt. Her kan elevene se at det er store likheter mellom deres nullpunktsanalyse og det som viser hva bedriften har regnet ut. Prisen på inntektsfunksjonen er tilnærmet den samme og nullpunktsanalysen ser lik ut med noe annerledes kostnader. Gruppen blir spurt om de har fått en større forståelse for modellering. Etter et stykke tid sier gruppen at de skjønte det mot slutten, når de kom frem til svaret. Noe vi vil diskutere videre i drøftingen

6 Drøfting

Drøftingsdelen av denne oppgaven tar for seg analysen og modelleringsoppgaven. Dette består i både arbeidet til lærer og elev. Jeg vil vurdere det elevene har jobbet med i innledende og avsluttende oppgave for å ta høyde for «Hvordan vil elever i 10. trinn løse en case ved hjelp av matematisk modellering tilknyttet en praktisk situasjon ved et bedriftsbesøk». Den tar for seg 23 forskjellige punkter som diskuterer elevenes fremgangsmåter og lærerens påvirkning. Oppgaven skal opprinnelig kun ta høyde for den avsluttende oppgaven, men gjennom å veie den innledende og avsluttende oppgaven opp mot hverandre kan man finne et svar på forskningsspørsmålet ved å se på en oppgave preget av lav autentisitet opp mot oppgaven med en høy grad av autentisitet. Sammenligningen av lærerens og elevens forestillinger av oppgaven vil drøfte alle delene av prosjektet, mens drøftingen rundt elevenes direkte arbeid med modelleringsoppgaver vil ta høyde for den innledende og avsluttende oppgaven for å se om vi kan finne forskjeller i elevenes fremgangsmåter i direkte oppgaveløsning. Sammenligningen av lærers og elevenes oppgave vil også fokusere på påvirkningen fra antagelsene til lærer. Under elevenes direkte arbeid med oppgavene vil vi se på elevenes samspill mellom den matematiske verden og den virkelige verden visualisert i modelleringsmodellen (figur 1) til Blum og leiss (2007)

6.1 Sammenligning av lærers og elevenes fremgangsmåte

Elevene er ikke tidligere kjent med oppgaver som omhandler modellering noe som gjør at lærer har en stor påvirkning i forhold til hvordan elevene vil angripe oppgaven som blir gitt. Lærer har i dette tilfellet mye kunnskap om kostnads og inntekts-funksjoner da dette er noe han jobber med. Dette gir læreren en antagelse av at elevene vil bruke en form for grafisk fremstilling som de har jobbet med tidligere på året i modelleringsprosessen.

6.1.1 Innledende intervju

Struktureringen av oppgaven der elevene introduseres for temaet som gruppe og avslutter som gruppe gjør at læreren underveis i prosjektet kan sammenligne fremgangsmåten til elevene med sin egen og finne misoppfatninger eller uforutsette løsningsforslag. Elevene fikk i del en, en innføring av læreren som prøver å avdekke elevenes deduksjon av matematisk modellering. Ut ifra spørsmålene hadde læreren tenkt at elevene sammen ville drøfte seg frem til en matematisk modell, noe elevene endte opp med å gjøre i samspill med læreren.

6.1.2 Innledende oppgave

I del en av den innledende oppgaven er det læreren som finner oppgaven og velger en som han mener kan brukes som en innledning til temaet modellering. Læreren har muligheten til å bruke oppgaveformuleringen til Sundtjønn (2022) og dermed se hvilken fremgangsmåte som kan være hensiktsmessig for å gjøre videre undersøkelser. Læreren anser det som naturlig for ham i oppgaven å regne ut hvor mye vann som renner ut av kannen ved å ta tiden det vil ta å helle ut 8 liter vann fra kannen. Dette er derimot ikke med til å lage en nøyaktig matematisk modell, den er faktisk med til å holde læreren mer i den virkelige verden. Elevene jobbet derimot ut ifra endring pr enhet. Noe som de med utsagnet «6,82 * antall liter» viser er en matematisk modell. Læreren påvirker også elevene en del i hele oppgaven med sine hint til at elevene må ta høyde for vanntrykket. Læreren har ikke vært helt klar på at den matematiske modellen må ha like forutsetninger fra gang til gang, men selv om elevene ikke tar høyde for vanntrykket til å begynne med, er faktoren med hvor stor åpning det er på kannen et tema underveis. Lærerens påvirkning er med til å sette elevene i en retning av å samle forskjellige datapunkter i utførelsen, noe som igjen får elevene til å gå mer mot lærerens løsningsmetode. Elevene har jobbet med hvordan lage lineære funksjoner tidligere, men er ikke kjent med hvordan man kan lage en annengradsfunksjon ved hjelp av regresjon på samme måte som læreren. Dette gjør at lærerens antagelser fører oppgaven mer inn på undervisning mot slutten av del en. Man kan stille seg spørsmålet her om elevene kunne kommet til andre løsninger som ville vært like adekvat uten innblandingen, blant annet ved å tømme vannet ut av hele kannen to ganger for så å finne svaret oppgaven ba om.

Den neste delen av oppgaven tar for seg den ferdig fremstilte grafen noe læreren i sin løsning av oppgaven brukte til å finne koordinaten som viste 50 på y aksen. Læreren er her og bevist på at elevene jobber med geometri i timene de har utenom prosjektet og konstruerer normaler i denne typen undervisning. Ved å prøve å bekrefte tankegangen til elevene om at y-aksen viser liter og x-aksen viser tid henviser han her til at elevene må sette et større fokus på sammenhengen mellom disse to, læreren bruker ordet «liter» og «50 liter» i samme setning noe som gir en ekstra pekepinn på hva elevene skal se etter. Elevene konstruerer en normal ut ifra punktet y=50.

I den siste delen av oppgaven løser både elever og lærer det tilnærmet likt. Lærer kommer med en del mindre innspill i den siste del av oppgaven. Elevene har både jobbet med den abstrakte representasjonen der de har løst oppgaven ved hjelp av en funksjon og de har jobbet med den konkrete representasjonen der de har tømt vann ut av kannen.

6.1.3 Bedriftsbesøk

Elevene samles på skolen og oppgaven gjennomføres ved hjelp av at lærer står for gjennomføring av besøket. Det hadde vært ønskelig i dette tilfellet at det var andre som kunne ført undervisningen slik at elevene fikk en mer realistisk opplevelse, men det var ikke andre til stede på lokalet på daværende tidspunkt. Elevene startet ved besøket å gå igjennom hva den praktiske og administrative delen bestod av. Da elevene skulle gjennomføre den praktiske delen fikk elevene en visuell representasjon av hvor mye råstoff man tar i bruk ved hver enkelt produksjon for å få en mengde forståelse. Elevene fikk beskjed om at nøyaktighet i et slikt yrke er viktig for at det praktiske og administrative skal kunne flyte i samsvar med hverandre. I den administrative delen av bedriften fikk elevene en gjennomgang av forskjellige typer kostnader og hvordan de fungerer. Lærer ville ikke her påvirke elevene for mye i forhold til oppgaven og avsto dermed fra å vise elevene bedriftens budsjett og nullpunkt analyse. I denne oppgaven er fokuset på hvordan de skal løse modelleringsoppgaven, ikke hvordan de skal kunne speile et allerede eksisterende budsjett.

6.1.4 Avsluttende oppgave

I del en av den avsluttende oppgaven starter elevene ut med å jobbe med oppgaven ved å hente informasjon. Elevene begynner med å sette det inn i en tidligere regnskaps mal, noe læreren ikke hadde forventet. Denne regnskapsmalen var mer omfattende enn det læreren antok elevene ville gjøre. Læreren fant summen av de variable kostnadene, summerte disse og laget en lineær funksjon. Antagelsen var og at elevene som har jobbet over 3-4 måneder med lineære funksjoner ville gå direkte til denne løsningsmetoden. Elevene gjorde derimot en mer omfattende budsjettsanalyse der fokuset var mer på produktkalkyle og bruken av inntekt – kostnad, enn det var på bruk av en funksjon. Dette er og mere virkelighetsnært i forhold til at en bedrift først vil utarbeide en produktkalkyle og et eventuelt budsjett før man går over til å jobbe med en nullpunktsanalyse. Elevene kommer fort frem til en funksjon som representerer inntektene, men leter litt mer etter en funksjon for utgiftene. Skiftet mellom å bruke Excel og Geogebra som to forskjellige digitale hjelpemidler er ikke noe læreren hadde forutsett, noe som kan komme av at elevene tidlige har jobbet med disse separat og ikke sammen. Ved at læreren påvirker elevene til å se etter flere måter å vise til inntektene og utgiftene benytter elevene seg av funksjoner og Geogebra. Elevene plasserer inntektsfunksjonen i Geogebra, men når de skal plassere kostnadene i Geogebra går de tilbake til Excel og fokuserer på inntekter – kostnader igjen. Læreren benytter seg av noen spørsmål som viser skillet mellom en koordinat og en lineær funksjon, noe som gjør at elevene finner frem til at de skal benytte seg av en lineær funksjon. Når elevene kommer inn på hvordan kostnadsfunksjonen skal se ut kommer de fort frem til en funksjon som viser det, men lærer påvirker igjen elevene ved å lede dem inn på stigningstall, konstantledd og variabler. Når elevene kommer frem til disse begrepene begynner de å nøste opp i oppgaven og bruker samme metode som læreren for å finne et svar.

6.2 Gruppens arbeid med oppgaven

Vi vil i denne delen av drøftingsoppgaven se nærmere på hvordan elevene jobber innenfor den matematiske modellen til Blum og Leiss (2007). Ut ifra denne tolker jeg hvor elevene ligger i den virkelige og matematiske verden. Jeg har valgt å samle resultatene fra begge oppgavene slik at man kan få et bilde over hvor elevene hovedsakelig befinner seg. Tabellen under viser hvor mye elevene jobber innenfor de 7 forskjellige stegene som skiller den matematiske og virkelige verden. De første to stegene foregår i den virkelige verden der elevene jobber med tolkning og informasjonsinnhenting. Steg tre tar for seg hvordan elevene setter informasjonen de har funnet inn matematikkens verden ved hjelp av en modell og foregår i overgangen fra den virkelige verden til matematikkens verden. Steg fire er foregår i den matematiske og henviser til at elevene jobber med å løse modellen for å komme frem til et svar. Steg 5 tar modellen ut av den matematiske verden for å se om den er gyldig. Steg 6 og 7 foregår i den virkelige verden, her analyserer og vurderer man gyldigheten av modellen.

1. Problemet oppstår, og elevene må finne ut hva de skal løse	3. 4,22%
2. Elevene forenkler problemet og innhenter informasjon	15. 21,12%
3. Elevene bruker informasjonen de har hentet til å lage en matematisk modell	23 32,39%
4. Elevene bruker modellen til å komme frem til et svar på oppgaven	9. 12,67%
5. Elevene tar modellen tilbake til virkelige verden for å se om det er en gyldig løsning	7. 9,85%

6. Elevene analyserer gyldigheten av modellen og om den virker samme typer problem	11. 15,49%
7. Elevene argumenterer for gyldigheten i forrige steg for å bestemme om de må tilbake for å formulere modellen på en annen måte eller om den stemmer.	3. 4,22%

Denne tabellen som viser gjennomsnittet i elevenes arbeid innenfor de to verdenene, er fordelt i antall handlinger innenfor steget og hvor mange prosent dette utgjør av hele modelleringsprosessen. Resultatet av denne fordelingen er at elevene jobber mest med å hente inn informasjon til oppgaven for så å få dette inn i en matematisk modell fra steg 1 – 3. Denne prosessen utgjør 57,73%. Arbeidet i den matematiske verden og tilbakeføring til den virkelige verden utgjør 22,85% i steg 4 og 5, mens analyse og resultat tilbake i den virkelige verden utgjør 19,71%. Man kan som forsker tolke disse resultatene på mange måter. Du kan se på det som at elevene lager ett bredt fundament av informasjon som gjør at de ikke har behov for å bruke tid på å lage en modell eller vurdere gyldigheten. Du kan også se på det som at elevene tidlig oppdager ugyldige modeller må tilbake til stegene 1-3 for å gjøre utbedringen.

Jeg skal i de neste to avsnittene se på den innledende og avsluttende oppgaven og trekke konklusjoner av funn i analysen. Tidvis henviser jeg og til punktene i analysen som går fra 1) til 22)

6.2.1 Innledende oppgave

I den Innledende oppgaven ser vi elevene jobbe med en oppgaveformulering de ikke er kjent med fra tidligere. Elevene starter med å samle informasjon før de relativt tidlig kommer frem til en modell de ønsker å ta i bruk. Modellen løses i den matematiske verden og blir tatt tilbake for å vurdere gyldigheten. Her finner de ut at de må tilbake å gjøre endringer og prøve på nytt.

Dette kan synes gjennom stegene 2 – 4 der elevene bruker tilnærmet like mye tid. Elevene finner informasjon i den virkelige verden, krysser over til den matematiske verder ved å lage en modell, for så å løse modellen. Når elevene kommer frem til et svar, bruker de ikke så mye tid på å reflektere over hvordan den kan føres til den virkelige verden der de kan vurdere gyldigheten i steg nummer 6, vurderingene finner vi i punktene 3, 6, 7, 10, 11, 12 og 14 i analysen. Elevene bruker her en god del mer tid i steg 6 i forhold til gjennomsnitts prosenten.

Analysen viser er at de flere ganger kommer frem til et svar som de vurderer som ugyldig, for så å gå tilbake og innhente mer informasjon. Punktene 1, 8, 11 og 12 i analysen er punkter der elevene henter informasjon til oppgaven som de setter inn i en matematisk modell.

Elevene er ikke så godt kjent med oppgaven og trekker litt tidlige konklusjoner. Det at de skal vurdere modellens gyldighet er med til å la elevene gå tilbake og se hvordan de skal komme til en modell som gjenspeiler virkeligheten mer nøyaktig. Oppgaven bærer dog mer preg av dette i den første delen av oppgaven. Etter hvert som elevene blir kjent med modelleringsprosessen bruker de mer tid på å bruke modellen de har laget. Dette viser til dels en form for prøving og feiling, der de tester flere modeller de kan prøve gyldigheten til.

Når gruppen er kommet frem til en modell de anser som gyldig bruker de ikke mye tid på å argumentere for gyldigheten.

Elevene jobber innenfor den matematiske verden 30,3 prosent. Det betyr at elevene i den innledende oppgaven jobber mest med den matematiske verden og videre vurderer løsningen de er kommet frem til gjennom dette.

1. Problemet oppstår, og elevene må finne ut hva de skal løse	1. 3,03%
2. Elevene forenkler problemet og innhenter informasjon	6. 18,18%
3. Elevene bruker informasjonen de har hentet til å lage en matematisk modell	6. 18,18%
4. Elevene bruker modellen til å komme frem til et svar på oppgaven	6. 18,18%
5. Elevene tar modellen tilbake til virkelige verden for å se om det er en gyldig løsning	4. 12,12%
6. Elevene analyserer gyldigheten av modellen og om den virker samme typer problem	9. 27,27%
7. Elevene argumenterer for gyldigheten i forrige steg for å bestemme om de må tilbake for å formulere modellen på en annen måte eller om den stemmer.	1. 3,03%

6.2.2 Avsluttende oppgave

I den avsluttende oppgaven begynner elevene arbeidet i den virkelige verden, og tar seg mer tid til å finne hva spørsmålet går ut på. Elevene går inn for en fordeling der tre av elevene jobber i den virkelige verden mens den fjerde eleven begynner å konstruere modellen som skal brukes til oppgaven noe som belyses i punkt nummer 15 i analysen. Elevene bruker mye tid til å hente inn nøyaktig informasjon og setter denne informasjonen inn i modellen underveis som de jobber. Når elevene mener de, har innhentet nok informasjon går de videre til å plassere dette inn i modellen. Elevene tar seg tid med modellen og behøver ikke bruke mye tid på å analysere og vurdere gyldighet av modellen når de kommer frem til et resultat.

Vi kan i den avsluttende oppgaven se at elevene følger modelleringsprosessen til Blum & Leiss mer strømlinjeformet enn de gjorde i den innledende oppgaven. Elevene tar seg god tid til å finne informasjon og sette denne inn i en modell. Når elevene da skal regne ut om modellen er riktig jobber de mindre innenfor den matematiske verden. Legger vi sammen tiden elevene bruker imellom den matematiske og virkelige verden kan vi se at 52,62% av tiden blir brukt i steg 3 og 5. noe som kan tyde på at elevene er mer oppsatt på å jobbe i periferien av de to verdenene før de velger å analysere og vurdere gyldighet. Elevene bruker betydelig mindre tid på å analysere gyldigheten kun vist i punktene 20 og 21. det viser seg også at elevene henter inn det meste av informasjon de tar i bruk i starten av oppgaven, slik at det ikke er nødvendig å gå tilbake for å innhente mer informasjon.

1. Problemet oppstår, og elevene må finne ut hva de skal løse	2. 5,26%
2. Elevene forenkler problemet og innhenter informasjon	9. 23,68%
3. Elevene bruker informasjonen de har hentet til å lage en matematisk modell	17. 44,73%
4. Elevene bruker modellen til å komme frem til et svar på oppgaven	3. 7,89%
5. Elevene tar modellen tilbake til virkelige verden for å se om det er en gyldig løsning	3. 7,89%
6. Elevene analyserer gyldigheten av modellen og om den virker samme typer problem	2. 5,26%

7. Elevene argumenterer for gyldigheten i forrige steg for å bestemme om de må tilbake for å formulere modellen på en annen måte eller om den stemmer.	2. 5,26%

6.2.3 Sammendrag av innledende og avsluttende oppgave

Disse to oppgavene viser noen forskjeller som er viktig å sammenstille. Vi er kommet frem til at elevene i innledende oppgave belager seg mye på en metode der de henter ut informasjon, setter det inn i en modell for så å vurdere gyldighet, og gå tilbake til første steg når modellen ikke er gyldig. I forhold til modelleringsprosessen (figur 1) til Blum og Leiss (2007) hopper elevene frem og tilbake mellom stegene 2, 3, 4 og 6.

I oppgave to bruker elevene mye tid på å finne informasjon som fører dem til en modell de mener er riktig. Det meste av elevenes arbeid foregår i stegene 2 og 3, noe som forsterker fundamentet til modellen. Når elevene er kommet frem til en modell de mener er tilfredsstillende gjør de utregningen, for så å hente svaret ut til den virkelige verden og vurdere resultatet. Vi kan se at de tidvis jobber litt inne i begge verdenene og går litt over i stegene 2, 4 og 5 imens de utarbeider modellen.

6.3 Læringslandskapet

I denne problemstillingen er det viktig å få frem hvordan elevene jobber sammen og hvilke faktorer som spiller inn under arbeidet. En av rollene i dette samspillet kan være det sosiale landskapet elevene jobber i (Skovsmose, 2011). Ved å ta høyde for de 6 punktene jeg omtaler i kapittel 2.4 vet jeg at elevgruppen oppgaven utføres sammen med har brukt mye tid innenfor landskapene (1) og (3) noe som Skovsmose bekrefter er en av de mer vanlige formene for tradisjonell undervisning. Denne oppgaven vil ta elevene ut av den rene matematikk undervisningen og gå inn på den semi-realistiske og realistiske formen for undervisning.

Det første vi må ta høyde for er hva som karakteriserer om noe er realistisk eller ikke. En god måte å vurdere hvilken grad av realisme oppgaven innehar kan være å se til Vos (2018). Vos beskriver hvordan autentisiteten i oppgaven gir elevene en følelse av realisme. Du kan komme over oppgaver som er autentisk for lærer men ikke elever, en som er autentisk for et fåtall elever, og oppgaver som ikke er autentisk i det hele tatt. Du kan godt gi elevene en oppgave som har en autentisk formulering, men som viser seg å ikke være en autentisk situasjon og motsatt. Da oppgaven har en innledende og avsluttende del velger vi å begynne med den innledende del.

Vi stiller spørsmålene til Palm (2009); kan hendelsen oppstå i virkeligheten, kan spørsmålet bli basert på hendelsen, presenteres oppgaven som noe realistisk, vil løsningsmetoden være realistisk, hvilke omstendigheter har vi rundt hendelsen og hvordan kan den løses. En oppgave der elevene skal tømme en kanne for vann inntil et vist punkt vil sjelden være en problemstilling elevene står overfor, men spørsmålet i oppgaven baserer seg på en hendelse elevene skal jobbe med. Det kan være vanskelig og rettferdiggjøre en hensikt med å tømme kannen for vann, men løsningsmetoden vil kunne gi et svar på hvor lang tid dette vil ta. Elevene gjennomfører oppgaven på skolen noe som ikke gjør omstendighetene til en del av en autentisk situasjon, men vi kan løse situasjonen under de gitte omstendighetene.

Gjennom svarene på disse spørsmålene vil jeg kalle denne oppgaven for halv autentisk på bakgrunn av hvilken relevans dette spørsmålet kan ha for elevene. Ved å kalle oppgaven for halv autentisk kan vi knytte dette opp mot det sosiale landskapet til Skovsmose (2011) se på denne oppgaven som semi-realistisk. Ser vi på de 6 punktene befinner semi-realisme seg innenfor oppgaver der elevene jobber med tekstoppgaver og simulerer en aktivitet som tidvis føles autentisk. En oppgave der elevene skal tømme ut vann fra en kanne kan ses på som en praktisk oppgave, der det at elevene skal jobbe med både den fysiske og abstrakte representasjonen vil være med til å skape en viss form for realisme.

I den avsluttende oppgaven stiller vi oss de samme spørsmålene som i den innledende oppgaven: Hendelsen elevene jobber med kan skje i virkeligheten og er en arbeidshverdag for mange, ikke bare med hensyn på fiskeforedlingsbedrifter, men bedrifter generelt. Spørsmålet baserer seg på en reell situasjon som alle produksjonsbedrifter må ta hensyn til. Løsningsmetoden elevene bruker kan være en realistisk løsning på et realistisk problem. Elevenes omstendigheter for oppgaven er satt til både skole og bedrift noe som minsker autentisiteten noe, men oppgaven løses gjennom en realistisk metode.

Spørsmålene vi stiller oss peker mot en oppgave preget av en meget høy grad av autentisitet. Landskapet elevene jobber innenfor vil derfor være preget av punktene (5) og (6) i Skovsmoses definisjon av sosiale landskap. Elevene henter reell informasjon fra det virkelige liv, og gjennomfører en aktivitet som kan knyttes direkte opp mot å drive en bedrift. Skovsmose trekker frem at den aldri kan være 100% lik det virkelige liv da det er i regi av skolen, noe vi kan se på spørsmålet om omstendighetene rundt elevene er autentisk.

Vi må ikke se på oppgaven som om at de står fast i et semi-realistisk og realistisk landskap. Elevene vil tidvis jobbe innenfor de andre landskapene også der de henter informasjon fra sitt tidligere arbeid, gjør utregninger basert på abstrakte formler og sitter i en klassesituasjon. Elevene har dermed blitt satt i et landskap de ikke arbeider i til vanlig.

6.4 Læringsfellesskapet:

Elevene jobber her i en gruppe, noe som gjør det relevant å se på sosiokulturell læringsteori Leo Vygoskij (1962, 1978). Gruppen av elever er sammensatt av en klasse på kun 5 elever som har gått i klasse sammen i 10 år. Dette gjør at elevene innehar mange mye av den samme klassekulturen. Elevene kjenner hverandres sterke og svake sider i matematikk, samt kjenner til hvordan samarbeid foregår i klassen. Dette betyr ikke nødvendigvis at elevene deler kultur og miljø på andre plan enn i skolen, eller at de innehar de samme måtene å oppnå læring på.

Jeg har som lærer er en del av det å skulle skape læring i klasserommet, noe som har gjort at jeg har valgt å prøve å forholde meg til «stillaset» knyttet til den nærmeste utviklingssonen. I tillegg har jeg jobbet ut ifra de 6 punktene i stillasbyggingen beskrevet av Tharp og Gallimore (1988)

Innen læringsfelleskapet skal vi se på hvordan lærer legger opp til å ta høyde for den nærmeste utviklingssonen, elevenes samspill i klassen, og hvilke deler av oppgaven elevene tar tak i.

Oppgaven som er lagt opp i fire forskjellige deler tar for seg en varierende grad av punktene for stillasbygging. Den første delen fokuserer på *Demonstrasjon, informativ tilbakemelding* og *spørsmål.* I begynnelsen av timen som har fokuset intervju og begrepsavklaring, stiller læreren spørsmål som bringer elevene inn til refleksjon om begrepet modellering. Elevene får komme med svar på hva de tenker om temaet og får tilbakemelding som kan føre til videre refleksjon rundt temaet. Læreren demonstrerer hva modelleringsprosessen er, og hva man kan bruke modellering til.

Den innledende oppgaven setter fokuset over på punktene *Demonstrasjon, belønning, informativ tilbakemelding, spørsmål, instruksjon* og *kognitiv strukturering,* Læreren starter oppgaven med å stille elevene spørsmål de skal finne svar på. Underveis kommer læreren med tilbakemeldinger og instruksjoner som skal være til hjelp, men som tidvis kan være med til å senke noe av den kognitive struktureringen til elevene, og få dem ut av sin tankegang på bakgrunn av hva lærerens antagelser er. Læreren demonstrerer for elevene hvordan de kan løse oppgaver med metoder de ikke allerede er kjent med. Elevene vet at de skal på et bedriftsbesøk utenfor skolen på et senere tidspunkt i sammenheng med prosjektet noe som kan føles som en belønning for noen.

Bedriftsbesøket er en del av oppgaven som skal vise elevene hva de kan bruke modellering til. Denne delen setter et fokus på; *Demonstrasjon, Instruksjon og kognitiv strukturering*. Ved at lærer viser elevene hvordan de forskjellige elementene henger sammen i en bedrift ved hjelp av demonstrasjon og instruksjon, kan elevene bruke denne informasjonen til å visualisere en abstrakt oppgave som har en sammenheng med det de har gjort tidligere. Denne formen for Kognitiv strukturering setter den senere oppgaven i perspektiv når elevene har en relasjon til oppgaven.

Den avsluttende oppgaven tar for seg punktene *informativ tilbakemelding, spørsmål, instruksjon og kognitiv strukturering.* Elevene stilles et spørsmål og får tilbakemelding underveis som de jobber. Steder der elevene står fast går læreren inn for å instruere eller stille spørsmål som kan invitere til refleksjon. Elevene jobber sammen med å ta på seg forskjellige roller og deler informasjonen imellom seg.

Elevene jobber gjennom hele oppgaven i et praksisfellesskap definert av Dysthe (2001). Gjennom hele oppgaven kan du se at elevene deler seg opp inntar forskjellige roller de potensielt har tilegnet seg gjennom klassekulturen. Ser vi på elevene som enkeltindivid kan vi se;

Nora, som kun er deltagende i den første delen av prosjektet, er sosialt deltagende og kommer med spørsmål samt refleksjon til spørsmål om modellering

Camilla, som ofte er deltagende i den muntlige og sosiale delen av oppgaven. Hun tar gjerne en overordnet rolle i fordelingen av oppgaver mellom elevene og ønsker gjerne å få en forståelse for det eventuelle teamet hun jobber med.

Steffen, som ikke er spesielt deltagende i den innledende oppgaven, men som ytrer at han er mest tilfreds med praktiske oppgaver. Etter bedriftsbesøket står han for flere funn til oppgaven som kan brukes i modellen

Ketil, som fremstår som den mer pragmatiske i gruppen. Han tar gjerne ansvar for å samle informasjon og komme med innspill til hvordan man kan fremstille oppgaven, samt at han kommer med flere forskjellige bidrag til løsningsforslag de kan benytte.

Gøran, som observerer og kommer med innspill til løsninger han kjenner igjen fra tidligere, i tillegg til å delta på utregninger av modeller og konstatere gyldighet.

Dette sosiokulturelle samspillet gjør at elevene lærer av hverandre og konstruerer løsningsforslag der de kan ta med elementer fra hverandres innspill. Elevenes yte og indre kognitive prosesser spiller av hverandre til resultatene de i dette prosjektet kommer frem til.

Lærerens påvirkning kan ha hatt en innflytelse på motivasjon til elevene i oppgaven. Schukajlow et al. (2011) tar for seg det at de gjennom DISUM prosjektet kunne se at modelleringsoppgaver der læreren var involvert gikk mest ut over motivasjonen til elevene. Lærerens påvirkning i den innledende oppgaven kan ha gjort at elevene følte en større motivasjon i den avsluttende oppgaven på bakgrunn av mindre innblanding fra lærer.

7 Konklusjon

Jeg vil med denne oppgaven undersøke «Hvordan vil elever i 10. trinn løse en case ved hjelp av matematisk modellering tilknyttet en praktisk situasjon ved et bedriftsbesøk?». En slik oppgave kan ha mange løsninger, men jeg har valgt å sette mitt fokus på forskjellene mellom en innledende og avsluttende oppgave med et fokus på modelleringsprosessen (Blum & Leiss, 2007), der den innledende oppgaven har et større preg av semi-realisme i motsetning til den avsluttende oppgaven som har et stort preg av realisme (Skovsmose, 2011). Måten jeg undersøker dette er ved å se på når elevene opererer innenfor den virkelige verden og den matematiske verden. Jeg vil se på hvordan det sosiokulturelle aspektet i klassen er, og i hvilken grad autentisitet spiller inn på elevenes løsningsgrad.

I den innledende oppgaven kan vi se at elevene jobber med et begrep de ikke har mye kjennskap til fra tidligere. Elevene fordeler seg inn i de forskjellige roller der noen av elevene tar kontroll over oppgaven for så å få innspill fra de andre elevene. Oppgaveløsningen er stort sett sentrert rundt elevene som synes det er greit med abstrakte tradisjonelle oppgaver, selv om oppgaven har elementer av realisme. Underveis i oppgaven kan vi se at elevene jobber en god del i den matematiske verden og prøver å analysere om flere forskjellige modeller er gyldige. Lærer kommer med en del innspill som er med til å påvirke elevene til å jobbe mer mot lærerens antagelser. Når elevene kommer frem til en modell som kan passe inn i oppgaven, jobber de seg relativt raskt igjennom de neste stegene i oppgaven.

I den avsluttende oppgaven kan vi se en endring i hvordan elevene arbeider, og hvilken deltagelse det er i gruppen. Elevene deler seg inn på en annen måte enn i den innledende oppgaven. Elevene går inn i en naturlig inndeling der den ene eleven begynner å jobbe med modellen og de tre andre leter etter informasjon. De tre elevene som jobber med informasjonen, starter en samtale om hvilken informasjon som er mest hensiktsmessig og hva som kan være mest hensiktsmessig for bedriften. Her mener jeg vi ser et klart skille i hva forskjellen er i semi-realistiske oppgaver kontra realistiske oppgaver. Elevene setter seg inn i roller som eiere av bedriften, noe de har fått en relasjon til gjennom bedriftsbesøket. Elevene jobber og mer strømlinjeformet i forhold til modelleringsmodellen. De går et steg tilbake og henter inn informasjon mens de flyter fra den virkelige verden, til den matematiske verden, og tilbake igjen til den virkelige verden. Dette er med til å skape et fundament for modellen som gjør at elevene mot avslutningen av oppgaven ikke behøver å gå tilbake og endre modellen.

Min konklusjon er at du gjennom å arbeide med modellering før og etter et bedriftsbesøk vil kunne se at elevene viser en endring i måten de gjennomfører oppgaven. Man må ta forbehold om at den avsluttende oppgaven kommer etter den innledende oppgaven, noe som gjør at elevene er blitt kjent med hvordan de jobber med modellering. Innen arbeid med funksjoner er det derimot en forskjell mellom lineære funksjoner og annengradsfunksjoner. Dette var noe som tilførte oppgavene et annet element innenfor samme type matematisk tema. Elevene deltok i større grad på tross av sosiokulturelle forskjeller og interesser for praktiske og abstrakte oppgaver.

7.1 Videre arbeid med forskningen

Videre kan man med denne oppgaven se på hvordan elever i større grupper vil opptre i en situasjon som dette, da det kan være at en liten gruppe som vår med et tett forhold til lærer ikke kan få det maksimale ut av oppgaven. En større gruppe vil invitere til større klassediskusjoner og resultater som kan være med til å skape en interesse rundt bedriftsetablering. Oppgaven kan og knyttes mot det tverrfaglige for å jobbe mot en forståelse for det samfunnsøkonomiske perspektiv eller arbeidslivsfag. Hvis jeg skulle valgt å gå dypere inn på temaet ville jeg gjennom oppgaven utført et intervju med hver enkelt elev for å kartlegge elevenes interesse for forskjellige temaer innen matematikk. Det kunne og vært interessant å sette elevene inn i en situasjon der de fikk oppleve flere deler av det å styre en bedrift for å få en enda sterkere tilknytning til oppgaven.

7.2 Avslutning

Denne oppgaven har gitt meg et bredere perspektiv på begrepet modellering. Det har lært meg å ta høyde for flere elementer som spiller inn på undervisningen og hvordan man kan utfordre seg i matematikk temaet. Å bevege seg ut av et landskap med høyt fokus på ren matematikk til et landskap som tar for seg den realistiske matematikken øker problemstillinger og påvirkninger på elevene i høy grad, men gir også en høy belønning om den gjennomføres riktig. Å sette en bedrift som fokus i en modelleringsoppgave åpner for mange forskjellige typer oppgaver og det er definitivt noe jeg vil bruke i fremtiden. Mitt studieløp startet med et sitat av John Dewey, og avslutter med et annet;

«Give the pupils something to do, not something to learn; and the doing is of such a nature as to demand thinking; learning naturally results”

- Dewey (1916)

8 Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeskjema og informasjonsskriv

Informasjonsskriv til elever og foresatte.

Forskningsprosjekt i matematikk:

Modellering ved bedriftsbesøk

«Hvordan vil elever i 10. trinn løse en case ved hjelp av matematisk modellering tilknyttet en praktisk situasjon ved et bedriftsbesøk».

Dette er et informasjonsskriv og samtykkeskjema for å delta i et forskningsprosjekt som setter søkelys på temaet modellering i matematikk. Modellering i matematikk handler om det å kunne lage en matematisk modell for å løse et problem som kan oppstå i hverdagen. Dette er et tema som har fått et større fokus i den nye lærerplanen, noe som gjør at det også skal ha en større rolle i fremtidens skole. I dette informasjonsskrivet vil jeg gå nærmere inn på hva prosjektet innebærer.

Mål for oppgaven.

Målet med denne oppgaven er å sette elevene i en praktisk situasjon de må løse ved hjelp av en matematisk modell der resultatet av prosjektet vil vise i hvilken grad dette gir elevene en dypere forståelse for temaet.

I faget matematikk kan oppgaver ofte fokusere på den teoretiske tradisjonelle formen for undervisning der elevene sitter i et klasserom og løser oppgaver. Denne formen for undervisning kan være hensiktsmessig i mange tilfeller, men det gir til tider ikke elevene forståelsen for hva de skal bruke det til. Modellering i matematikk kan være tungt teoretisk, men det behøver det ikke å være. Modellering skal brukes til å finne løsninger i hverdagen, noe som gjør at det også burda bli tatt ut av klasserommet for å skape en bredere forståelse. I denne oppgaven vil elevene gjennomføre en praktisk oppgave på skolen tilknyttet modellering, denne oppgaven vil vare i to skoletimer. I gruppe skal elevene komme frem til en matematisk modell som kan brukes for å løse oppgaven. Denne oppgaven vil være en intro til et bedriftsbesøk på et senere tidspunkt der elevene skal løse et problem bedriften kan stå over for ved hjelp av modellering. Når disse to oppgaven er løst vil vi gjennomgå i klassen hvordan elevene opplevde oppgaven og hva som kunne vært gjort annerledes, viktigst av alt om elevene har fått en dypere forståelse for modellering.

Denne oppgaven er en masteroppgave i matematikk skrevet av Mattis Christiansen, problemstillingen er «Hvordan elever i 10. trinn vil løse en case ved hjelp av matematisk modellering tilknyttet en praktisk situasjon ved et bedriftsbesøk».

Oppgaven vil svare på spørsmålene:

- Hvilken tidligere tilegnet matematikk-kunnskap vil elevene bruke for å utvikle en matematisk modell som løser problemstillingen.
- Hvordan vil elevene gå frem for å løse en oppgave innen matematisk modellering.
- I hvilken grad vil praktiske situasjoner være relevant for undervisning i modellering.
- Hvilken forståelse for matematisk modellering sitter elevene igjen med etter endt prosjekt.

Hva vil det si å delta

Du får spørsmål om å delta i denne oppgaven da den er med til å skape en bredere forståelse for hvordan man kan undervise modellering til en liten elevgruppe gjennom en praktisk oppgave.

Under oppgaven vil jeg som lærer være med som observatør. Det vil si at jeg er til stede og observerer hvordan dere går frem i oppgaveløsningen. Underveis vil jeg ta notater av hva som blir sagt og gjort. Selv om dere står mer fritt til hvordan dere vil løse oppgavene vil det fortsatt være mulig å spørre om råd og veiledning.

Det vil når som helst være mulig for deg som elev å trekke deg eller utebli fra studien. Dette medfører at alle notater som er gjort av ditt bidrag til studien vil bli destruert. Dette kan gjøres uten at det vil ha noen negative konsekvenser for deg som elev. oppgavene foregår i skolens undervisningstid noe som gjør at du vil ha den samme undervisningen som de andre, men bidrag eller observasjoner vil ikke bli tatt med i studien.

Personvern – Hvordan behandles data fra forskningen

Dette vil være en fullstendig anonym undersøkelse der fokuset vil være på hvilke resultater som kommer frem. Elevene vil omtales som gruppe, og navnene på enkeltelever vil endres til fiktive navn. Den eneste som har tilgang på informasjon fra prosjektet vil være Masterstudent, Mattis Christiansen.

All informasjon som hentes inn vil være i form av skriftlige notater og papirer fra prosjektet. Skole, Navn, bosted og andre personopplysninger vil ikke være med i undersøkelsen.

Du kan når som helst spørre Mattis Christiansen om å se notater som er gjort om deg fra undersøkelsen og få disse utlevert, Du kan da få rettet opp eller slettet i notater du mener er uriktige eller feil.

Når Oppgaven leveres 16. mai 2022 vil alle notater og oppgaver fra undersøkelsen destrueres.

Kontaktinformasjon

Er det noe du lurer på i forhold til studien eller ønsker mere informasjon kan du kontakte:

Mattis Christiansen

E-post: mch021@post.uit.no

Tlf: +4747448875

Samtykkeerklæring

Jeg har lest og forstått forskningsprosjektet *Modellering ved bedriftsbesøk*. Jeg samtykker herved til å delta i prosjektet og at jeg kan trekke meg fra studien ved hvilken som helst anledning.

Jeg samtykker at:

Elev:____
_

Deltar i Observasjon og spørsmål tilknyttet Studien

Elev:____
_

Anonyme opplysninger lagres i notater til prosjektets avslutning

Dato/Underskrift foresatt:____

Dato/Underskrift Elev:____

9 Referanser:

Berget, I. K. L. & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordic journal of education and practice, 13(1), 83-97.* *https://doi.org/10.23865/up.v13.1882*

Bergem, T. (2011). *Læreren I etikkens motlys. Innføring i yrkesetisk tenkning og praksis*. Gyldendal akademisk

Bjørndal, C. R. P. (2017). *Det vurderende øye. Observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3 utg.). Gyldendal akademisk

Blum, E. (2015). Quality teaching and mathematical modelling: what do we know, what can we do? I Berget, I. K. L. & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordic journal of education and practice, 13(1), 83-97.* *https://doi.org/10.23865/up.v13.1882*

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? I *Mathematical modelling: Education, Engineering and Economics-ICTMA 12*, 222–231. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Christoffersen, L. & Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

Dalen, M. (2004) *Intervju som forskningsmetode. En kvalitativ tilnærming*. I Postholm, M. B. (2020). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Universitetsforlaget.

Dewey, J. (1916). *Thinking in education. Democracy and education: An introduction to the philosophy of education.* Free press

Dysthe, O. (2001) *Dialog, samspel og læring.* I Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2014). *Skolen som læringsarena. Selvoppfatning, motivasjon og læring* (2 utg.). Universitetsforlaget.

Erickson, F. (1986). *Qualitative methods in research on teaching*. I Postholm, M. B. (2020). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Universitetsforlaget.

Flottorp, H. (2020, 19. juni). Erik Pontoppidan – teolog i Store norske leksikon på snl.no. Hentet 9. november 2021 fra https://snl.no/Erik_Pontoppidan_-_teolog

Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020. https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nob

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P.L. (2007). Introduction. Referert til i Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M. & Messner, R. (2011). Teaching methods for modelling problems and students´ task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. Educational studies in mathematics, 79(2), 215-237. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9341-2

NOU 1995: 9. (1995). Identitet og dialog: Kristendomskunnskap, livssynskunnskap og religionsundervisning. Utvalg oppnevnt av kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/f54bccc73a524b048a0ff7e1e7d00c4f/no/pdfa/nou199519950009000dddpdfa.pdf

Postholm, M. B. (2020). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Universitetsforlaget.

Palm, T. (2008) Impact of authenticity on sense making in word problem solving. I Vos, P. (2018). "How real people really need mathematics in the real world" – Authenticity in mathematics education. *Education sciences*, 8(4), 195. https://doi.org/10.3390/educsci8040195

Palm, T. Theory of authentic task situations. In *Words and Worlds: Modelling Verbal Descriptions of Situations.* I Vos, P. (2018). "How real people really need mathematics in the real world" – Authenticity in mathematics education. *Education sciences*, 8(4), 195. https://doi.org/10.3390/educsci8040195

Rubin, H. J. & Robin, I. S. (2005). *Qualitative interviewing. The art of hearing data*. (2 utg.). I Postholm, M. B. (2020). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Universitetsforlaget.

Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M. & Messner, R. (2011). Teaching methods for modelling problems and students´ task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational studies in mathematics*, 79(2), 215-237. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9341-2

Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2014). *Skolen som læringsarena. Selvoppfatning, motivasjon og læring* (2 utg.). Universitetsforlaget.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. Mathematics Teaching, 77, 20-26

Skovsmose, O. (2011) *An invitation to critical mathematics education.* Sense publishers.

Stake, R. E. (1995). The art of case study research. I Ringdal, K. (2018*). Enhet og mangfold: samfunnsfaglig forskning og kvantitativ metode* (4. utgave). Fagbokforlaget.

Sundtjønn, T. (2022, 01. mai) *Et prosjekt i modellering*. Hentet 01. mai 2022 fra https://www.matematikk.org/uopplegg.html?tid=128240

Tharp, R. G. & Gallimore, R. (1988) *Rousing minds to life. Teaching, learning, schooling in a social context.* I Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2014). *Skolen som læringsarena. Selvoppfatning, motivasjon og læring* (2 utg.). Universitetsforlaget.

Utdanningsdirektoratet (2019). Hva er nytt i læreplanverket? Hentet 10. november 2021 fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-nytt-i-lareplanverket/

Utdanningsdirektoratet. (2021). Individuell vurdering Udir (Nr. 2-2020) [Rundskriv]. Utdanningsdirektoratet. https://www.udir.no/api/data/PrintPageAsPdf?url=/regelverkstolkninger/opplaring/Vurdering/udir-2-2020-individuell-vurdering/?depth=0&print=1&pageName=Individuell%20vurdering%20Udir-2-2020#page14

Vetteranta, S. (2020). En fenomenologisk reise inn i de unges livsverden. I Postholm, M. B. (2020). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). (s. 169 – 175). Universitetsforlaget.

Vos, P. (2018). "How real people really need mathematics in the real world" – Authenticity in mathematics education. *Education sciences*, 8(4), 195.

https://doi.org/10.3390/educsci8040195

Vygotskij, L.S. (1962). *Thought and language*. I Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2014). *Skolen som læringsarena. Selvoppfatning, motivasjon og læring* (2 utg.). Universitetsforlaget.

Vygotskij, L.S. (1978). *Mind and society. The development of higher mental process*. I Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2014). *Skolen som læringsarena. Selvoppfatning, motivasjon og læring* (2 utg.). Universitetsforlaget.

Yin, R. K. (2007). Fallstudier: Design och genomförande. I Christoffersen, L. & Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.