



UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Støtte i undersøkende matematikkundervisning

En kvalitativ studie av læreres støtte i undersøkende undervisning

Marte Nergård og Petter Hustad

Masteroppgave i matematikdidaktikk, LER-3903, mai 2022

Forord

Vår masteroppgave markerer slutten på vår 5-årige grunnskolelærerutdanning ved UiT-Norges Arktiske Universitet. Vi har hatt fem lærerike og minneverdige år.

Vi vil med dette takke våre veileder Per Øystein Haavold og Oskar Wang som har hjulpet oss med denne oppgaven.

Til våre medstudenter, da spesielt til våre venner i hjørnet på kontoret, takk for gode samtaler om alt og ingenting og onsdager med noe godt til kaffen. Dere har gjort det lettere å holde motet oppe. Vi vil også takke våre kjære, venner og familie for støtte og positive ord i skriveprosessen.

Men viktigst av alt må vi takke hverandre for at vi har hatt en så morsom, utfordrende og lærerik masterperiode. Vi har hatt et godt samarbeid som har ført til denne masteroppgaven.

Tromsø, mai 2022

Marte Nergård og Petter Hustad

Sammendrag

Masteroppgaven vår er et resultat av en kvalitativ studie, hvor formålet er å finne ut hvilke faktorer som spiller inn for hvilken støtte som blir gitt i den undersøkende fasen i en undersøkende undervisningssekvens, ved bruk av interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021). Interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021) bestod av fem ulike nivåer av interaksjoner, men vi har i vår oppgave valgt å dele den opp i seks nivåer: 1) fortellende, 2) losende, 3) orienterende, 4) utfordrende, 5) deltakende og 6) tilretteleggende.

Vi fikk være med i FoU-prosjektet SUM. Gjennom dette prosjektet fikk vi tildelt datamaterialet, dette var videooptak fra undersøkende undervisningssekvenser som var planlagt av lærere som er deltakende i SUM-prosjektet.

For å analysere datamaterialet vårt har vi benyttet oss av en kvalitativ innholdsanalyse. Resultatet av vår analyse var at vi valgte å dele opp den ene kategorien, i tillegg så vi på interaksjonsskalaen i forhold til støtte og hvordan litteratur som omhandler støtte i undersøkende undervisning, litteratur om undersøkende undervisning og kommunikasjon i matematikk hang sammen med resultatene våre. Vi telte opp alle kategoriene, og så på hver av øktene for seg selv. Og til sist så vi på hva som forårsaket interaksjonene og hva som skjedde etterpå. Vår studie viser at hver og en av kategoriene i interaksjonsskalaen er en slags støtte i seg selv, og ingen av de er bedre eller dårligere enn en annen dersom en ser på hensikten med kategorien. Sosiomatematiske normer som er etablert i klasserommet er etter vår tolkning en viktig del av hvilken støtte som blir gitt, i tillegg til klasseromskulturen.

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	V
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn	1
1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål	3
1.3 Oppgavens struktur	4
2 Teori	5
2.1 Undersøkende matematikkundervisning	5
2.1.1 Essensielle lærer- og elevaktiviteter	9
2.1.2 Faser i undersøkende undervisning	10
Syntetisering av faseinndelingene	15
2.2 Støtte i undersøkende undervisning	16
2.3 Kommunikasjon	21
2.3.1 Sosiomatematiske normer	21
2.3.2 Samtalekulturen i klasserommet	22
2.4 Rammeverk for analyse	24
2.4.1 Bakgrunn for rammeverket	24
2.4.2 Rammeverket til Knutsen og Ittelin (2021)	32
3 Metode	40
3.1 Vitenskapssyn	40
3.2 Forskningsdesign	40
3.3 Datainnsamlingsmetode	41
3.4 Analysemetode	42
3.5 Presentasjon av utvalget	46
3.6 Forskningens kvalitet	48
3.6.1 Validitet	48
3.6.2 Reliabilitet	50

3.7	Etiske betraktninger	51
4	Resultat	53
4.1	Beskrivelse av kategoriene	53
4.1.1	Fortellende	53
4.1.2	Losende.....	56
4.1.3	Orienterende og utfordrende.....	58
4.1.4	Deltakende	61
4.1.5	Tilretteleggende	62
4.2	Opptelling av interaksjoner	64
4.2.1	Barnetrinnet	64
4.2.2	Ungdomstrinnet.....	66
4.2.3	Videregående	68
4.2.4	Total oversikt over alle interaksjoner i datamaterialet.....	71
4.3	Mulige årsaker til hver enkelt kategori	71
4.3.1	Fortellende	71
4.3.2	Losende.....	73
4.3.3	Orienterende	75
4.3.4	Utfordrende.....	76
4.3.5	Deltakende	77
4.3.6	Tilretteleggende	79
5	Diskusjon	81
5.1.1	Støtte i den fortellende interaksjonen.....	81
5.1.2	Støtte i den losende interaksjonen.....	84
5.1.3	Støtte i den orienterende interaksjonen	86
5.1.4	Støtte i den utfordrende interaksjonen	88
5.1.5	Støtte i den deltakende interaksjonen.....	90
5.1.6	Støtte i den tilretteleggende interaksjonen	92

5.2	Oppsummering	95
6	Avslutning	98
7	Referanseliste	100

Tabelliste

Tabell 1	Essensielle elev- og læreraktiviteter	9
Tabell 2	Didaktisk modell for undersøkende undervisning (Blomhøj, 2021, s. 7).....	11
Tabell 3	Typer støtte i undersøkende undervisning (Lazonder og Harmsen, 2016, s. 689)....	17
Tabell 4	Kommunikasjonskategoriene til Drageset i sammenheng med annen teori (Drageset, 2014, s. 299).....	25
Tabell 5	Sammenfatning av samtaletrekk	31
Tabell 6	Konseptuelt rammeverk (Knutsen & Ittelin, 2021).....	32
Tabell 7	Utdrag fra definisjonstabell fra vedlegg 5	45

Figurliste

Figur 1	Essensielle elementer i undersøkende undervisning (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 801).....	7
Figur 2	Et didaktisk mulighetsområde for undersøkende matematikkundervisning (Skånstrøm og Blomhøj, 2016, s.94)	12
Figur 3	Læringsprosess i undersøkende undervisning (Pedaste et al., 2015, s. 56).....	14
Figur 4	ACT- Framework og lærerstrategiene som ligger i skjæringspunktene mellom og blant instruksjonskomponentene (Fraivillig et al., 1999).	19
Figur 5	Hierarkisk oppsett av Brendefur og Frykholm (2000) sine ulike typer kommunikasjon	22
Figur 6	IC-modellen (Alrø og Skovsmose, 2004, s. 47).	27
Figur 7	Interaksjonsskalaen (Knutsen & Ittelin, 2021, s. 66).....	33
Figur 8	Ulike observatørroller (Postholm & Jacobsen, 2018).....	42
Figur 9	Mayrings prosessmodell for deduktiv kategorisering	43
Figur 10	Interaksjonsskalaen etter oppdeling	46
Figur 11	Læreren viser til læreboken	55
Figur 12	Antallet kategorier i økt 1.....	65

Figur 13 Antallet kategorier i økt 2.....	66
Figur 14 Antallet kategorier i økt 3.....	67
Figur 15 Antallet kategorier i økt 4.....	68
Figur 16 Antallet kategorier i økt 5.....	69
Figur 17 Antallet kategorier i økt 6.....	70
Figur 18 Totalt antall interaksjoner i hver kategori	71
Figur 19 Lærer viser til tavlen	72
Figur 20 Læreren viser på arket.....	80
Figur 21 Lærer ringer rundt de viktige momentene ved oppgaven.....	90
Figur 22 Læreren tegner grafen på arket	91

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Vi har gjennom våre fem år ved grunnskolelærerutdanning 5.-10.trinn hatt matematikk som masterfag, og har opparbeidet oss kunnskap og forståelse i dette faget. Spesielt våren 2021 fikk vi et bredere blikk på hva matematikk egentlig er, og vår oppfatning av matematikk har endret seg gjennom disse årene. Vår egen skolegang var preget av at lærer presenterte algoritmer på tavlen og kom med eksempler til oppgaver før vi på egenhånd satt på hver vår pult og arbeidet med oppgaver i boken. Denne undervisningstypen kan minne om det Alrø og Skovsmose (2004) beskriver som det tradisjonelle klasserommet, hvor læreren er den typiske autoriteten i klasserommet og elevene arbeider individuelt på plassene sine. En slik undervisningsform gir elevene liten eller ingen mulighet til å kunne ta ansvar for sin egen læring, og læringens kvalitet vil påvirkes. Gjennom utdanningen vår innenfor matematikdidaktikk har vi blitt introdusert for andre måter å gjennomføre undervisning i matematikk på, og vi har satt i gang våre egne tankeprosesser om hvordan vi som lærere skal gjennomføre matematikkundervisningen i skolen.

På vårt tredje år ved glu begynte implementeringen av fagfornyelsen 2020, hvor vi i praksis på ungdomstrinnet fikk delta i utviklingsarbeid som omhandlet den nye læreplanen. Også undervisningen vår på UiT ble mer rettet mot dette og hva vår oppgave som fremtidige lærere innebar ble også tydeligere. Kunnskapsløftet 2020 har en overordnet del som viser hvilken kompetanse elevene skal ha i hvert fag en har på skolen. I løpet av dette året fikk vi øynene opp for kjerneelementet: *utforskning og problemløsning*, som er det første kjerneelementet i den nye læreplanen i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2020). Begrepet utforskning er synonymt med begrepet undersøkende. Under ser vi et utdrag fra læreplanen i matematikk, dette er hentet fra delen om fagets relevans og de sentrale verdiene:

Alle fag skal bidra til å realisere verdigrunnlaget for opplæringen. Kritisk tenkning i matematikk omfatter kritisk vurdering av resonnementer og argumenter og kan ruste elevene til å gjøre egne valg og ta stilling til viktige spørsmål i sitt eget liv og i samfunnet. Når elevene får tid til å tenke, reflektere, resonnere matematisk, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant, legger faget til rette for kreativitet og skapertrang. Matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforskning og problemløsning, og kan bidra til at

elevene blir mer bevisste på sin egen læring. Når elevene får muligheten til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet. (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2)

Her nevnes blant annet begrepet utforskning og problemløsning, og det at elevene skal få tid til å tenke, reflektere og resonnere. I litteraturen er dette begreper som blir nevnt i sammenheng med undersøkende undervisning. Vi har for eksempel Alrø og Skovsmose (2004), Blomhøj (2021), Pedaste et al. (2015) og flere. Den nye læreplanen går mer bort fra det mer tradisjonelle klasserommet som vi har vært vant med i løpet av vår skolegang, Alrø og Skovsmose (2004) beskriver det tradisjonelle klasserommet på den måten at det er læreren som er «autoriteten» i rommet og i kommunikasjonen som forekommer i klasserommet. Læreren introduserer elevene for oppgaver, etterfulgt av at elevene arbeider med oppgaver i boken.

På bakgrunn av våre egne erfaringer fra skolen og det vi har opparbeidet oss av kunnskap i matematikkemnene ved grunnskolelærerutdanningen ønsket vi å se mer på et tema innenfor undersøkende undervisning og kommunikasjon i matematikkfaget. Undersøkende undervisning eller inquiry-based learning som det omtales som i litteraturen er et svært aktuelt tema innenfor matematikdidaktikkens forskere, og går i motsatt retning av det den tradisjonelle tilnærmingen til undervisning gjør.

Vårt fokus har vært å finne ut hvordan vi som fremtidige lærere kan støtte og veilede våre elever i en slik undervisningsform, Blomhøj (2021) forklarer i sin trefasemodell for undersøkende undervisning at lærerens jobb er nettopp det å støtte og veilede elevene. Sentralt her vil også kommunikasjonen som foregår i klasserommet være, som Pedaste et al. (2015) påpeker i sin femfasemodell at er viktig. Gjennom kommunikasjonen mellom lærer og elev vil elevene kunne få tilbakemelding på egen læringsprosess ved å dele tanker, ideer og resultater med andre. Da ved bruk av resonnering, begrunnelser, argumentasjon og refleksjon (Pedaste et al., 2015). Blant annet argumenterer Franke, Kazemi og Battey (2007) for at dersom læreren stiller spørsmål som omhandler læringsprosessen til elevene istedenfor spørsmål som retter seg mot svaret vil det bli lagt til rette for at elevene selv kan uttrykke og begrunne tankene og ideene sine. Får elevene muligheten til å fremme egne tanker og ideer, vil det legge til rette for at vi som lærere kan støtte de matematiske kunnskapene og ferdighetene til elevene, da gjennom at vi stiller spørsmål til deres ideer, fremmer løsningsstrategiene deres og kobler de sammen (Franke et al., 2007).

Støtte er også sentralt i blant annet Lazonder og Harmsen (2016) sin studie. De viser til at elevene er mer aktive i arbeidet underveis og oppnår et støtte læringsutbytte dersom de får støtte underveis i prosessen. En kan da si at lærerens støtte og veiledning vil være viktig for at elevene skal oppnå læringsutbytte av undervisningen. Dette vil være bakgrunnen for vår problemstilling som vi skal gå inn på i neste delkapittel.

Vår oppgave er også en del av SUM-prosjektet, SUM står for Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning, og har et overordnet mål som omhandler sammenheng gjennom utdanning, hvor det blir undersøkt på tre ulike nivåer. Målet med prosjektet er å bidra til utvikling av læringen til barn og unge, og motivasjon for matematikk gjennom hele skolegangen ved å forsøke å integrere undersøkende matematikkundervisning fra barnehage til og med videregående skole. SUM-prosjektet sikter seg inn på å skape samspill mellom utvikling av undervisningspraksis og matematikdidaktisk forskning (Blomhøj, 2021). Prosjektet vårt er også en videreføring av Knutsen og Ittelin (2021) sitt prosjekt, hvor vi bruker interaksjonsskalaen de har utviklet som en del av vår analyse.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Ettersom vi ønsker å se på støtten som kan gis elevene i undersøkende undervisning, har vi valgt å observere interaksjoner mellom lærer og elever i undervisningsøkter med undersøkende undervisning, i klasser hvor læreren er en del av SUM-prosjektet. Formålet med vår studie er å finne ut *hvilke faktorer som spiller inn for hvilken støtte som blir gitt i den undersøkende fasen i en undersøkende undervisningssekvens*. For å kunne svare på denne problemstillingen har vi sett på følgende forskningsspørsmål:

- 1) Hvor mange interaksjoner forekommer i den undersøkende undervisningen og hva skjer før og etter interaksjonen?
- 2) Hva kjennetegner støtten som blir gitt i de ulike kategoriene i interaksjonsskalaen?

Første forskningsspørsmål vil bli besvart i resultatdelen hvor vi viser til figurer som viser til hvilke kategorier interaksjonene i undervisningssekvensene faller innenfor, og hva som forårsaker interaksjonen og utfallet av den. Andre forskningsspørsmål vil bli besvart i diskusjonskapitlet, hvor vi vil diskutere rundt støtten som forekommer opp mot relevant

litteratur innenfor undersøkende undervisning, støtte i undersøkende undervisning og kommunikasjon i matematikk.

1.3 Oppgavens struktur

Forskningsprosjektet vårt vil starte med en teoridel som gjør rede for relevant teori for analysen vår. Kapittel 3 vil være en presentasjon av valget av metode, utvalget i forskningen og hvilken metode for analyse vi har benyttet i forskningsprosjektet vårt. Vi vil også gjøre rede for kvaliteten på forskningen og hvilke etiske betraktninger vi har gjort. Resultatene våre vil presenteres i kapittel 4, og det femte kapitlet vil være drøftingsdelen hvor vi drøfter relevant teori opp mot resultatene våre og problemstillingen vår. Etterfulgt av en oppsummering og deretter en avslutning hvor vi svarer på problemstillingen vår.

2 Teori

Teorikapittelet inneholder teori som har relevans til forskningsprosjektet vårt, vi vil starte med å gjøre rede for undersøkende undervisning, støtte i undersøkende undervisning og deretter gå videre på kommunikasjon i matematikk. Etterfulgt av en presentasjon av bakgrunnen for rammeverket vi har som utgangspunkt for analysen vår og deretter selve presentasjonen av rammeverket.

2.1 Undersøkende matematikkundervisning

Undersøkende undervisning blir i norsk litteratur omtalt som utforskende matematikkundervisning eller undersøkende og undersøkelsesbasert undervisning. Annen litteratur bruker IBME, som står for inquiry-based mathematics education og direkte oversatt blir det «Undersøkelsesbasert matematikkundervisning». I vår oppgave vil vi benytte oss av begrepet undersøkende matematikkundervisning og/eller undersøkende undervisning da vi skriver en matematikdidaktisk master.

John Dewey med sin læringsteori «*learning by doing*», er opphavet til undersøkende undervisning. Han utviklet en pedagogikk hvor han til en viss grad utviklet en forsøksskole. Læringsprosessen til Dewey var påvirket av å la barna utfolde sin naturlige nysgjerrighet og deres måte å stille spørsmål på (Blomhøj, 2021). Deweys utgangspunkt for dette er det han beskriver som *reflective inquiry*, som er en generell karakteristikk av menneskers erkjennelse. Altså hvordan læring er drevet av motivasjon for å forstå en situasjon eller løse et problem, og dette skjer gjennom refleksjon og samhandling (Blomhøj, 2021).

Både Blomhøj (2021) og Skånstrøm og Blomhøj (2016) beskriver syv punkter som oppsummerer Deweys filosofi, her oversatt fra dansk til norsk:

1. Grunnleggende søker mennesket å forstå og beherske sin omverden gjennom målrettet undersøkende, problemløsende og reflekterende atferd (*reflective inquiry*) samt å utvikle og dele sin viten gjennom sosial interaksjon.
2. Vitenskapelig viten er utviklet kulturhistorisk gjennom raffinering og kultivering av menneskets grunnleggende erkjennelsesinteresse.
3. Gyldig viten (sann viten) er viten, der det har vist seg effektivt til å forstå fenomener og løse problemer (pragmatiske).

4. Utdannelse skal styrke og utvikle den enkelte elev sin evne til å lære gjennom undersøkelse og refleksjon (reflective inquiry). Elevene skal oppleve, at den viten, de utvikler er nyttig og effektiv i deres omverden (erfaringsforankret validitet).
5. Elevenes erfaringer og tidligere ervervet viten er sentral i forhold til å tilrettelegge undervisning og erverve ny viten.
6. Viten allmenn gjøres i undervisningen gjennom felles refleksjon over felles erfaringer.
7. Det overordnede målet er å utdanne elevene til å ta aktivt og kritisk del i utviklingen av et demokratisk samfunn. (Blomhøj, 2021).

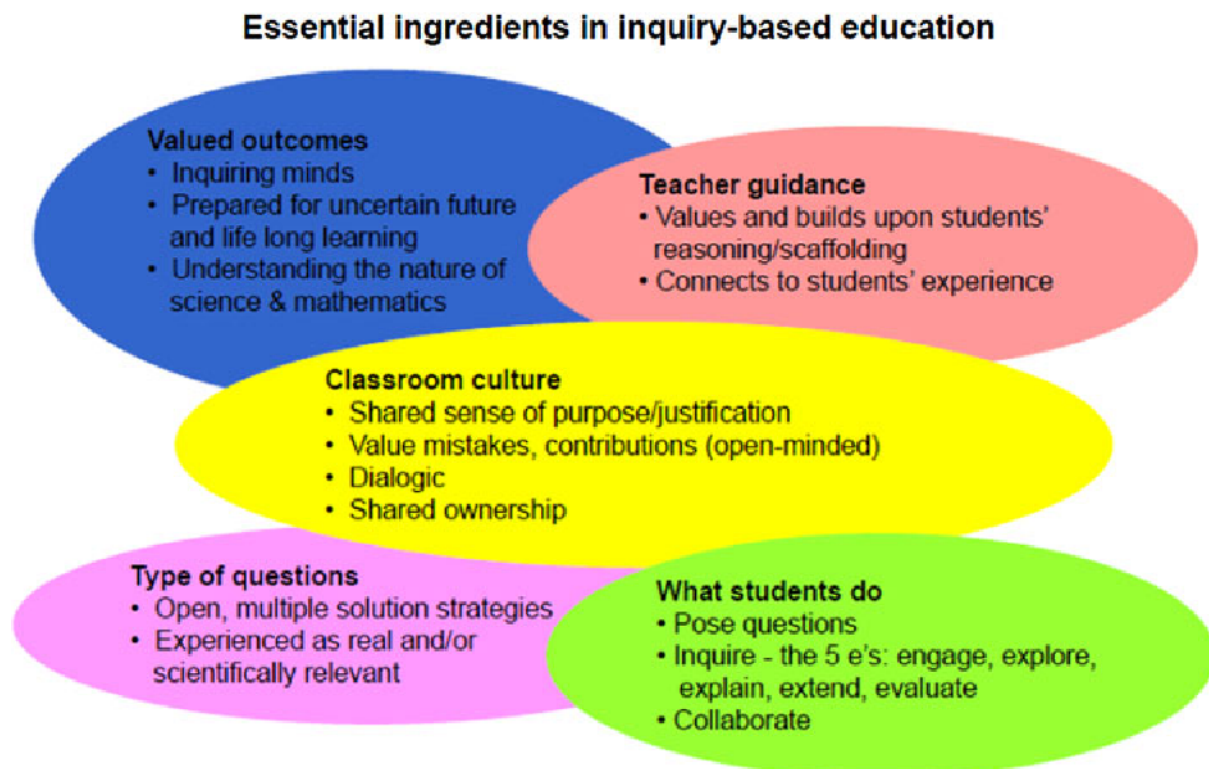
Disse prinsippene gir mer legitimitet til undersøkende undervisning i matematikk, men det er krevende å utvikle en praksis hvor disse prinsippene skal realiseres. Kunnskapen elevene skal utvikle skal oppleves som meningsfull og nyttig for de, og deres kunnskap og erfaring skal være grunnlaget for å tilrettelegge undervisning og at elevene skal være aktive i samfunnet og ta kritisk del i utviklingen av samfunnet (Blomhøj, 2021; Skånstrøm & Blomhøj, 2016).

Pedaste et al. (2015) definerer undersøkende undervisning som en prosess hvor det er elevene selv som skal oppdage ny kunnskap, da ved å arbeide sammen med andre og selv utarbeide hypoteser og utforske disse sammen med andre. Av Skånstrøm og Blomhøj (2016) blir undersøkende undervisning beskrevet som en undervisningsform hvor elevene får utfordringer hvor problemer skal formuleres, de skal finne relevant informasjon, diskutere sammen med andre, lage hypoteser og da på bakgrunn av dette kunne utvikle deres matematiske argumenter.

For å skille mellom ulike typer undervisningsformer i matematikk bruker Rocard (2007) begrepene deduktiv- og induktiv tilnærming. Undersøkende matematikkundervisning tilhører en induktiv tilnærming, hvor elevene er aktive i læringsprosessen gjennom veiledning, eksperiment og observasjon fra lærer. Induktiv tilnærming kan settes i sammenheng med Alrø og Skovsmose (2004) sin beskrivelse av «undersøkelseslandskapet», denne måten å arbeide på skulle øke elevaktiviteten og forme nye læringssamtaler og i tillegg ha et større fokus på nysgjerrighet. Deduktiv tilnærming beskrives som en undervisningsform hvor lærer i størst grad presenterer eller forteller elevene hva de skal gjøre. Dette er en «top-down» tilnærming til undervisning, da kunnskapen overføres fra lærer til elev. Tradisjonell matematikkundervisning vil plasseres innenfor en deduktiv tilnærming, og en tradisjonell undervisning er i følge Alrø og Skovsmose (2004) sine beskrivelser slik at lærer presenterer fra en bok, og deretter introduserer en algoritme de kan bruke når de senere skal løse

oppgaver. Etter dette arbeider elevene selvstendig med oppgaver, mens lærer går rundt og kontrollerer elevenes svar ved bruk av en fasit. Her er det bare ett svar som kan være riktig på det matematiske spørsmålet (Alrø & Skovsmose, 2004). En slik måte å arbeide på kan sammenlignes med instrumentell forståelse og det Skemp (2006) beskriver som «rules without reasons», dette støttes av Boaler (2015) som skriver at mange elever beskriver matematikk som en liste av regler og prosedyrer som må pugges og huskes.

Undersøkende undervisning ble først introdusert i naturfag, og ble først på et senere tidspunkt implementert i matematikkfaget (Artigue & Blomhøj, 2013). Artigue og Blomhøj (2013) viser til modellering og problemløsning for å koble sammen opplæringen i matematikk til undersøkende undervisning. Problemløsning innebærer at elevene skal utvikle egne strategier og teknikker for å løse problemer, der skal de eksperimentere, anslå, evaluere og utforske. De vil også få mer ansvar for egen læring, og oppmuntres til å generalisere resultatene de kommer frem til og generere spørsmål. Modellering på sin side handler om å skape en forståelse mellom den virkelige verden og matematikken. Ved å bruke modelleringsaktiviteter kan elevene forstå konsepter i matematikk og samtidig skape ny innsikt. Dette henger tett sammen med undersøkende matematikkundervisning (Artigue & Blomhøj, 2013).



Figur 1 Essensielle elementer i undersøkende undervisning (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 801).

Figur 1 viser en sammenfatning av undersøkende undervisning, dette er en modell som er basert på PRIMAS (Promoting inquiry in mathematics and science education across Europe), som er et prosjekt som strekker seg over flere land, hvor hensikten er implementering og bruk av undersøkende undervisning i naturfag- og matematikkundervisning (Abril et al., 2013; Engeln et al., 2013). Modellen viser kjennetegn ved undersøkende undervisning fordelt på ulike kategorier. Oversatt til norsk blir kategoriene: *verdsatte resultater*, *type spørsmål*, *elevaktiviteter*, *lærerveiledning* og *klasseromskultur*. Undersøkende undervisning har en *klasseromskultur* hvor det skal være et delt eierskap mellom lærer og elevene, altså det som beskrives som et dialogisk klasserom. Feil skal ikke rettes på, men det skal ses på som en mulighet for læring hvor alle skal kunne komme med like høyt verdsatte bidrag, altså *resultatene skal verdsettes* uansett. *Spørsmålene* som stilles vil være åpne spørsmål som har flere enn én løsning, og *lærerens rolle* blir slik at de skal fremme elevenes svar og koble sammen deres resonneringer slik at de kan tilegne seg ny kunnskap for å videre kunne bygge på kunnskapen sin. Elevaktiviteten skal være preget av å vise nysgjerrighet, stille spørsmål, utdype, forklare og at de skal kunne evaluere de faglige argumentene og resonnementene de kommer med (Abril et al., 2013; Artigue & Blomhøj, 2013).

2.1.1 Essensielle lærer- og elevaktiviteter

I undersøkende undervisning er det aktivitet som er mer essensiell en annen aktivitet for å få en mest mulig optimal undersøkende undervisningssekvens. Tabellen under viser Blomhøj (2021) sine utfyllende beskrivelser av elevaktivitetene som oppstår i undersøkende undervisning og hvilken rolle læreren innehar i slik undervisning. Det er dog ikke slik at disse aktivitetene kun oppstår i undersøkende undervisning, men Blomhøj (2021) sier at disse aktivitetene vil være spesielt utpreget når det kommer til undersøkende undervisning.

Tabell 1 Essensielle elev- og læreraktiviteter

Essensielle elevaktiviteter	Essensielle læreraktiviteter
<ul style="list-style-type: none">• Å stille spørsmål• Å avgrense og strukturere• Å observere systematisk• Å måle og kvantifisere• Å klassifisere• Å utvikle definisjoner• Å beregne og lage overslag• Å innføre og anvende symboler• Å anvende algebra• Å resonnere og bevise• Å representere og visualisere• Å anvende algebraiske uttrykk• Å danne og teste hypoteser• Å eksperimentere• Å kontrollere variabler• Å fortolke og vurdere resultater• Å kommunisere	<ul style="list-style-type: none">• Iscenesette undersøkende aktiviteter• Å inspirere til undersøkende holdning og tilgang til matematikk• Å formidle og allmenngjøre læringsmål• Å bygge på og utbygge elevenes erfaringer• Å støtte elevenes eierskap til problemer og prosjekter• Å skape rom for dialogisk samspill i klassen• Å oppmuntre til spørsmål og refleksjon• Å stille åpne og nysgjerrige spørsmål til elevenes arbeid• Å bemerke og anerkjenne elevenes faglige ideer og resonnementer• Å verdsette elevens forsøk og feil som grunnlag for læring• Å fremme samarbeid• Å utpeke og allmenn gjøre sentrale begreper og metoder• Å evaluere elevenes faglige læring• Å evaluere forløp og evaluere praksis

Blomhøj sine essensielle elev- og læreraktiviteter er ønsket aktivitet fra begge parter i undersøkende undervisning. Læreraktivitetene vi ser på høyre side i tabellen henger etter vår betraktning tett sammen med støtte av elever i undersøkende undervisning, og elevaktivitetene på venstre side er hvilken aktivitet som er ønsket fra elevenes side i undersøkende undervisning. Vi ser likhetstrekk mellom begrepene Blomhøj (2021) omtaler i tabellen til litteratur som omhandler støtte som vi vil beskrive nærmere i delkapittel 2.2.

2.1.2 Faser i undersøkende undervisning

Målene i undersøkende undervisning kan være utfordrende å få til, da det stiller høye krav til læreren. Læreren må stille åpne spørsmål, støtte og veilede, engasjere, skape nysgjerrighet og la elevene ta del i prosessen med utforskende matematikk (Abril et al., 2013). Både Blomhøj (2021) og Pedaste et al. (2015) har utviklet didaktiske verktøy for å gjennomføre og planlegge undersøkende undervisning. Blomhøj (2021) sitt didaktiske verktøy er trefasestrukturert og skal være til støtte for lærere i matematikk, når de utvikler undersøkende undervisning. Pedaste et al. (2015) på sin side har utviklet en femfaseinndeling, hvor sekvensene deles inn i mindre deler. På denne måten vil det didaktiske- og pedagogiske fokuset være rettet mot den undersøkende aktiviteten. Vi har valgt Blomhøj (2021) fordi hans modell er spesifikt rettet mot undervisning i matematikk, og SUM-prosjektet som vi fått datamaterialet vårt fra i stor grad baserer seg på Blomhøj (2021) sin modell med tre faser. Vi har også valgt å ha med femfaseinndelingen til Pedaste et al. (2015) som baserer seg på annen relevant teori, og er en mer generell oversikt, og ikke spesifikt rettet mot matematikk.

Blomhøjs (2021) trefaseinndeling

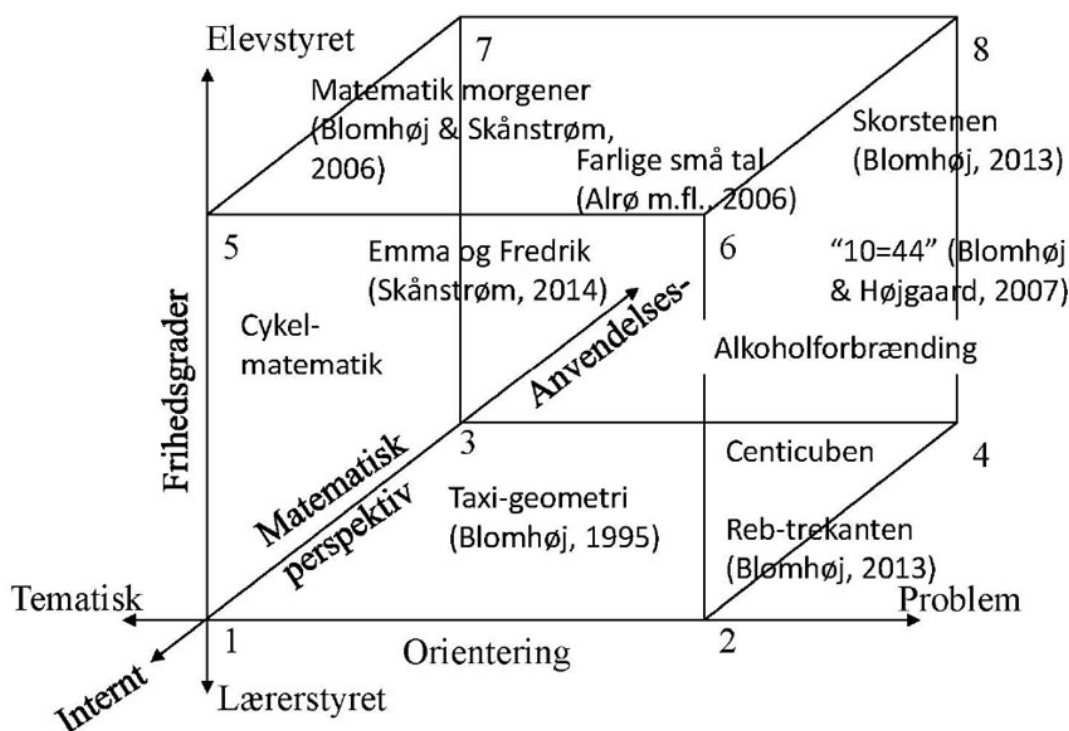
Fasene til Blomhøj (2021) er delt inn i tre deler, og vi har tidligere i teorikapittelet omtalt John Dewey, denne trefaseinndelingen er basert på hans grunnprinsipper som vi har omtalt i delkapittel 2.1. Det undersøkende forløpet er delt inn i tre hovedfaser: iscenesettelse, elevenes undersøkende arbeid og til sist felles refleksjon og faglig læring. Slik vi ser i tabell 2 er det ulike fokus og ulik hensikt med hver og en av fasene, men det er ingen fast tidsmessig struktur, og de kan gjentas i samme forløpet (Blomhøj, 2016).

Tabell 2 Didaktisk modell for undersøkende undervisning (Blomhøj, 2021, s. 7)

Fase 1: Iscenesette forløpet for elevene	Fase 2: Elevenes selvstendige undersøkende arbeid	Fase 3: Felles refleksjon og faglig læring
<ul style="list-style-type: none"> ○ Skape spørsmål, forundring eller utfordringer ○ Etablere det didaktiske miljøet ○ Formidle de tidsmessige og praktiske rammer ○ Klargjøre produktkrav og suksesskriterier/bedømmelsesform 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til elevenes arbeid ○ Støtte og utfordring gjennom dialog ○ Forberedelse gjennom konstruksjon av dialoger 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Erfaringer og resultater fra forløpet systematiseres og gjøres felles ○ Faglige poenger søkes fellesgjort og forbindes med læreplanen

Første fasen til Blomhøj (2021) går ut på at læreren gir en utfordring til elevene, og sette rammen for hvordan økten skal foregå, denne fasen omtales som *iscenesettelsesfasen*. Læreren skal skape spørsmål, nysgjerrighet og utfordringer. Blomhøj (2021) påpeker viktigheten av det å kunne skape dialog i klasserommet, slik vi ser av tabell 1 viser han til at en essensiell læreraktivitet er «å skape rom for dialogisk samspill i klassen». Dette skal lede deres arbeid videre og være oppbyggende til en felles matematikkviten i klassen. En situasjon skal skapes, altså *iscenesettes*, hvor elevene skal utføre et undersøkende arbeid som gir mening for dem. Fasen skal legge til rette for at elevene skal være aktive, og kan for eksempel starte med at læreren forteller en historie, som fører til et undersøkende arbeid. Eller at lærer kommer med en praktisk oppgave som skal motivere til arbeid. Det kan være mange ulike problemer og utfordringer som lærer kommer med. Det trenger ikke være en bestemt type oppgave (Blomhøj, 2021; Skånstrøm & Blomhøj, 2016).

Skånstrøm og Blomhøj (2016) omtaler at organiseringen av det undersøkende forløpet kan være organisert tematisk, med et bestemt matematisk læringslikte, rundt en modelleringssituasjon eller rundt en autentisk modelleringssituasjon med kritisk potensiale. De viser til en modell for didaktisk mulighetsområde i det undersøkende forløpet:



Figur 2 Et didaktisk mulighetsområde for undersøkende matematikkundervisning (Skånstrøm og Blomhøj, 2016, s.94)

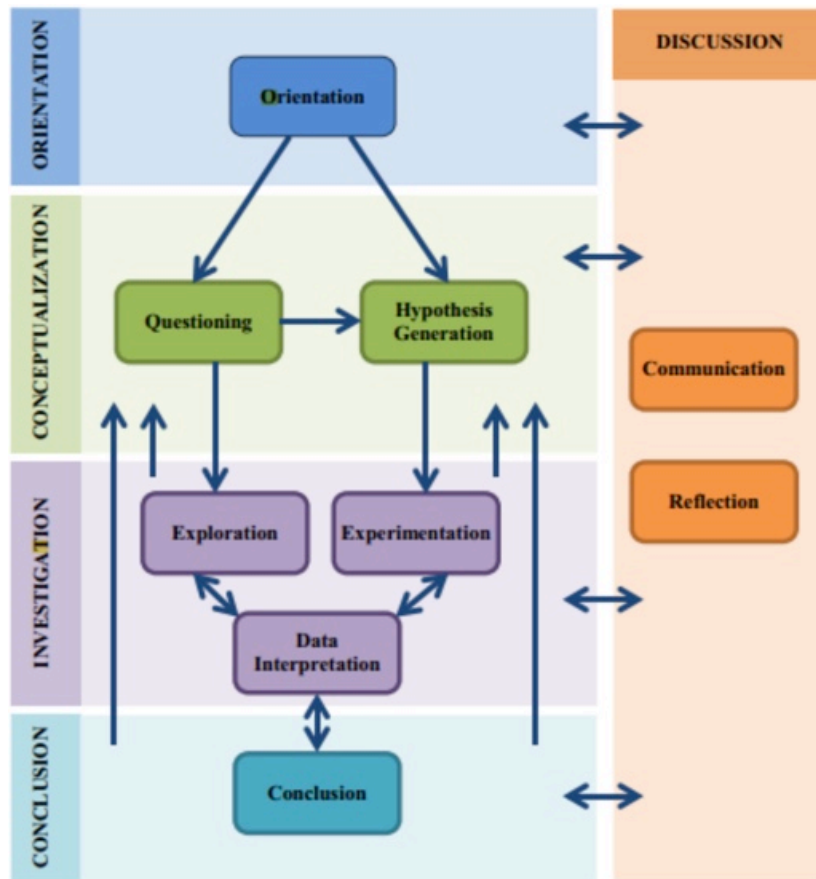
Modellen er delt inn i tre dimensjoner: Lærerstyrt vs. elevstyrt, tematisk vs. problemorientert og internt matematisk vs. anvendelsesorientert. Modellen viser en rekke undersøkelsesforløp de har arbeidet med i ulike prosjekter (Skånstrøm & Blomhøj, 2016).

Neste fase i trefasemodellen til (Blomhøj, 2021) har fokus på elevenes selvstendige arbeid og kalles som vi ser i tabell 2 for *elevenes selvstendige undersøkende arbeid*. Her skal det etableres faglige, didaktiske og pedagogiske forutsetninger og rammer. Det skal være tilrettelagt slik at elevene skal ha mulighet til å teste og prøve ut faglig viten (Blomhøj, 2021). Fasen baserer seg på grunnlaget fra den første fasen, og elevene trenger tilstrekkelig med tid, støtte og frihet for å kunne løse problemet/oppgaven (Blomhøj, 2021; Skånstrøm & Blomhøj, 2016). For å utfordre og støtte elevene på en god måte i denne fasen, handler det om at lærer ikke må gi mer hjelp og støtte enn det som er nødvendig. Dette handler om at elevene ikke skal bli fratatt de sentrale utfordringene som på forhånd er identifisert. Som lærer bør en bruke spørsmål som: Hva tenker du? Hvordan kom du frem til dette? Er det andre muligheter? Enn hvis? En kan på forhånd planlegge og forberede seg sammen med kollegaer med å konstruere og analysere dialoger for å være forberedt på hvilke spørsmål og utsagn elevene vil komme med (Blomhøj, 2021).

Siste fasen i trefasemodellen til Blomhøj (2021) kalles for felles refleksjon og faglig læring slik vi ser i tabell 2. I denne fasen skal det deles tanker, refleksjoner, erfaringer og resultater i fellesskap. Alt skal systematiseres og deles i klasserommet med fokus på det som er relevant for læring i matematikk. Hensikten er å fremme de gode matematiske resonnementene til elevene og få frem de gode poengene deres for å danne et grunnlag for læring (Skånstrøm & Blomhøj, 2016). Lærer har da den viktige rollen med å tydeliggjøre og trekke frem viktige poeng, i sammenheng med læringsmål og innholdet i undervisningen (Blomhøj, 2021). En bør også trekke forbindelser og sammenhenger med tidligere etablert kunnskap, og se hvordan arbeidet i den undersøkende undervisningen kan åpne for eventuelle nye undersøkelser og spørsmål (Blomhøj, 2021; Skånstrøm & Blomhøj, 2016).

Pedastes (2015) femfaseinndeling

Pedaste et al. (2015) har gjennom studier av flere artikler og teorier utviklet en syntetisert syklus av læringsprosessen til elevene i undersøkende undervisning (figur 3). Det er et femfaseinndelt rammeverk, der hver og en av fasene har ulike underkategorier med ulik hensikt og fokus. Mens Blomhøj (2021) har faser som er laget for et strukturert undervisningsforløp som er direkte knyttet opp mot matematikk, har Pedaste et al. (2015) tatt for seg læringsprosessen til elevene som faser i undersøkende undervisning og omtaler undersøkende undervisning som et fenomen som ikke avhenger av fag.



Figur 3 Læringsprosess i undersøkende undervisning (Pedaste et al., 2015, s. 56)

I følge Pedaste et al. (2015) kan syklusen brukes av lærere for å kunne strukturere og planlegge undervisningen selv om den er laget ut fra et elevperspektiv og tar utgangspunkt i læringsprosessen til elevene. Ved bruk av syklusen kan læreren finne ut hva elevene har behov for i de ulike fasene, og få et innblikk i hva en kan forvente av elevene gjennom de ulike fasene. Syklusen er delt inn i fem hovedfaser og oversatt fra engelsk til norsk er de: *orientering, konseptualisering, undersøke, konklusjon og diskusjon*.

Første fasen som omtales som *orientering*, og er den fasen hvor problemet blir introdusert da enten av læreren eller medelever. Den handler om hvordan lærer presenterer temaet eller teorien som skal gjennomgås, og ved bruk av engasjerende spørsmål slik at elevene skal fatte interesse og nysgjerrighet for det undersøkende arbeidet (Pedaste et al., 2015). Neste hovedfase er *konseptualisering*, det er en prosess hvor en skal forstå utfordringen eller problemet som er blitt gitt, og er igjen delt inn i to underkategorier: *hypotese* og *stille spørsmål*. Disse to underkategoriene viser til at utfallet av fasen vil enten være i form at det er en hypotese som skal bli undersøkt eller at et åpent spørsmål blir stilt som omhandler valgt tema (Pedaste et al., 2015).

Videre kommer en til fasen som viderefører spørsmålet eller hypotesen fra konseptualiseringsfasen: *å undersøke*. I denne kategorien finner en flere underkategorier, disse er: *utforskning, eksperimentering og tolkning av data*. Fasen omhandler elevenes arbeid og hvordan de utforsker, den kan være både strukturert eller mer fleksibel og tilfeldig (Pedaste et al., 2015). Neste fase er *konklusjonen*, her tar en for seg det om er antatt før undersøkelsesprosessen startet, or eksempel et spørsmål eller hypotesen som ble satt. Elevene skal finne matematiske sammenhenger og mønstre gjennom felles diskusjoner i denne fasen (Pedaste et al., 2015).

Siste hovedfase som omtales som *diskusjonsfasen* går på tvers av alle fasene i syklusen, og har underkategoriene *kommunikasjon og refleksjon*. Elevene presenterer funnene sine for de andre elevene i klassen og læreren, hvor de da også får en tilbakemelding. Kommunikasjon er et verktøy for dette. Refleksjonsdelen omhandler den delen hvor elevene selv reflekterer over egne tanker ved det undersøkende arbeidet. Hva som var suksessfullt og hva kan forbedres er vanlige tanker som kommer opp i refleksjonsdelen (Pedaste et al., 2015).

Det er ikke slik at læringsprosessen til Pedaste et al. (2015) er en fastsatt syklus. De ulike pilene vi ser i figur 3 viser at læringsprosessen kan forekomme på ulike måter, det er ikke en fastsatt struktur slik som gjelder for Blomhøj (2021) sin trefasemodell. Elevene kan bevege seg gjennom fasene alt ettersom hvilken måte å arbeide på passer for dem. Det anbefales dog av Pedaste et al. (2015) at en starter med orientering når læringsprosessen starter opp, slik at elevene får en pekepinn på hva som skal utforskes.

Syntetisering av faseinndelingene

Både Blomhøj (2021) og Pedaste et al. (2015) har i sine faseinndelinger kjennetegn som kan trekkes mot undersøkende undervisning. Det er et tydelig skille mellom fasene i Blomhøj (2021) sin trefaseinndeling, og Pedaste et al. (2015) sin femfaseinndeling, da Blomhøj har basert sine faser ut fra lærerperspektivet, mens Pedaste har laget fasene ut fra et elevperspektiv. Pedaste et al. (2015) beskriver fasene orientering, konseptualisering, undersøke, konklusjon og diskusjon. Blomhøjs *iscenesettelsesfase* innehar de samme kjennetegnene som hovedfasene *orientering* og *konseptualisering* i Pedaste sin faseinndeling. Startfasen i undersøkende undervisning skal være slik at lærer overdrar oppgaven til elevene og er tydelig i hva som forventes av elevene. Lærerne skal også legge opp til dialog mellom seg selv og elevene og mellom elevene, dette er knyttet til de essensielle læreraktivitetene til Blomhøj som vi finner igjen i tabell 1. Blomhøj (2021) har i sin beskrivelse av første fase,

iscenesettelse, vært konkret på hva den inneholder og hvordan den er ulik fra de andre fasene, med tanke på hva fasens innhold kan eller bør være. Lærerens forventninger skal også gi elevene en tilnærming til matematikk slik at de blir nysgjerrige og undersøkende, som kommer frem av PRIMAS-modellen. Orienteringsfasen til Pedaste et al. (2015) er beskrevet fra et elevperspektiv, da hensikten med fasen er for læreren å fatte elevenes interesse. Selv om faseinndelingene er ulike der overlapper likevel Blomhøj (2021) og Pedaste et al. (2015) sine startfaser, det er et felles fokus på overdragelse av oppgaven eller utfordringen og den skal skape nysgjerrighet hos elevene. Fasene er tydelige på hva de innebærer og en kan dra tydelige likhetstrekk til undersøkende undervisning.

Den neste fasen i Blomhøj sin faseinndeling har et fokus på det undersøkende arbeidet hvor elevene skal arbeide selvstendig, denne fasen kan vi se i sammenheng med Pedaste et al. (2015) sin hovedfase: *undersøke*. I undersøkelsesfasen til Pedaste finner vi underkategoriene: utforskning, eksperimentering og tolkning av data. Disse underkategoriene samsvarer med Blomhøj (2021) sin beskrivelse av hans fase to som kalles *elevenes selvstendige undersøkende arbeid*, og de essensielle elevaktivitetene til Blomhøj i tabell 1. Elevene skal blant annet eksperimentere, resonnere og lage hypoteser, disse har klare likhetstrekk til Pedaste sine underkategorier. Læreren skal også stille spørsmål til elevene som fremmer nysgjerrighet, ved å bruke åpne spørsmål og skape samarbeid mellom elevene. Dette finner vi også igjen i PRIMAS-modellen og det samsvarer med innholdet i fasene til både Blomhøj (2021) og Pedaste et al. (2015).

Siste fase i Blomhøj sin faseinndeling kan ses i sammenheng med de to siste hovedkategoriene til Pedaste: *konklusjon og diskusjon*. Fasen til Blomhøj går under: *felles refleksjon og faglig læring*. Fasene baserer seg på at erfaringer og resultatene fra det undersøkende arbeidet skal tas opp felles og systematiseres. Dette henger i tråd med det lærerens rolle innebærer i følge PRIMAS-modellen, som går ut på at lærer skal fremme elevenes svar og koble deres resonneringer sammen. Dette kan også knyttes til de essensielle læreraktivitetene til Blomhøj (2021) som vi har omtalt i tabell 1.

2.2 Støtte i undersøkende undervisning

Lazonder og Harmsen (2016) definerer i sin meta-analyse at *guidance* altså veiledning eller støtte er all form for assistanse som er tilbudt både før, underveis og etter den undersøkende prosessen. For å finne ut hva som fremmer læring i undersøkende arbeid har Lazonder og

Harmsen (2016) undersøkt hvilken type støtte som er tilstrekkelig for å fremme læring i undersøkende undervisning. De har syntetisert resultatet av 72 studier for å sammenligne effektiviteten av ulike typer støtte i ulike alderskategorier. Analysen til Lazonder og Harmsen (2016) viste til at dersom elevene fikk noe støtte, og fikk nok veiledning fra læreren uten at lærer tok fra elevene muligheten til å tenke selv, så var elevaktiviteten høyere underveis og elevene hadde et større læringsutbytte. Støtten og veiledningen til læreren underveis i det undersøkende arbeidet hadde altså en vesentlig betydning for læringsutbyttet til elevene.

Lazonder og Harmsen (2016) presenterer et rammeverk som viser typologi for *guidance* i undersøkende undervisning og ulike typer støtte, ideen bak og hvilke som er tiltenkt støtten:

Tabell 3 Typer støtte i undersøkende undervisning (Lazonder og Harmsen, 2016, s. 689).

TABLE 1

Typology of inquiry learning guidance

Type of support	Basic idea	Intended audience
Process constraints	Restrict the comprehensiveness of the learning task	Learners who are able to perform and regulate the basic inquiry process, but still lack the experience to do so under more demanding circumstances
Status overviews	Make task progress or learning visible	Learners who are able to perform the basic inquiry process, but lack the skills to plan and keep track of their learning trajectory
Prompts	Remind to perform an action	Learners who are able to perform an action but may not do so on their own initiative
Heuristics	Remind to perform an action and suggest how to perform that action	Learners who do not know exactly when and how an action should be performed
Scaffolds	Explain or take over the more demanding parts of an action	Learners who do not have the proficiency to perform an action themselves or cannot perform the action from memory
Explanations	Specify exactly how to perform an action	Learners who are (largely) incognizant of the action and how it should be performed

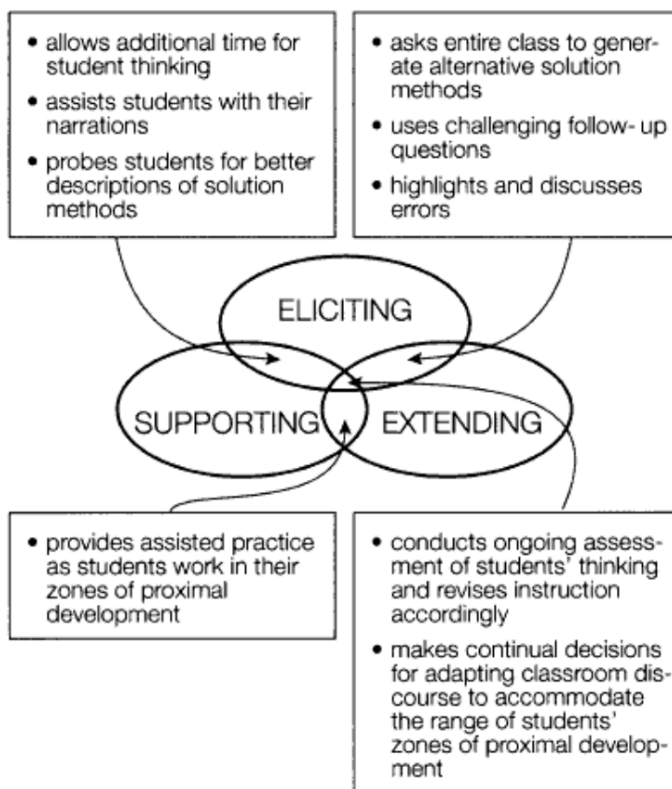
Process constraints er den minst spesifikke typen støtte og er tiltenkt elever med gode undersøkelsesferdigheter. Disse gir ingen åpenbar retning, men organiserer undersøkelsesoppgavene i deloppgaver som er overkommelige, ved å for eksempel øke

antallet elementer elevene bør undersøke, øke troverdigheten til læringsmiljøet eller øke antallet funksjoner elevene kan kontrollere. Neste type støtte er *status overviews*, som er mer spesifikk da de oppsummerer hva eller hvor godt eleven har prestert. Å opprettholde eller øke prestasjonen er helt opp til eleven selv, og et eksempel på en *status overview* er et deltakelsesverktøy som visualiserer hvor mye hver og en av gruppe medlemmene har bidratt. Verktøyet ble tatt i bruk for å oppmuntre de elevene som er mindre aktive til å øke deltakelsen sin. *Prompts* er hint som er tidsbestemte, enten gitt av en person eller noe som er gitt i læringsmiljøet. Disse minner elevene på at de skal gjøre en bestemt handling, *prompts* er mer spesifikke enn *status overviews* da de forteller eleven hva de skal gjøre på et passende punkt i det undersøkende arbeidet (Lazonder & Harmsen, 2016). De tre siste typene støtte *heuristics*, *scaffolds* og *explanations* gir elevene retningslinjer for hvordan bestemte typer aktiviteter skal gjennomføres, men de er ulike basert på gitt veiledning. *Heuristics* minner elevene på at de skal gjennomføre en handling og se på de ulike måtene de kan gjennomføre den på, disse kan også innføres som signaler i læringsmiljøet. Dette kan for eksempel være et ark med retningslinjer som blir gitt ut i starten av undervisningen. *Scaffolds* er mer spesifikk igjen enn *heuristics*, da de støtter elevene gjennom mer krevende oppgaver ved å forklare hva som skal gjøres og hvordan de skal gjøre det. Læreren gir elevene midler for å utføre, strukturere eller forenkle elevenes handlinger. Lazonder og Harmsen (2016) refererer her til Vygotsky og hans proksimale utviklingszone, når ferdighetsnivået til elevene øker fjerner en gradvis stillas slik at elevene tilslutt utfører det undersøkende arbeidet uten å få assistanse fra lærer. Siste typen støtte er *explanations* som er den mest spesifikke typen og er ment for elevene som mangler den grunnleggende evnen til å gjennomføre et undersøkende arbeid. I motsetning til de andre typene støtte kan *explanations* bli gitt enten før, under eller etter det undersøkende arbeidet og kan for eksempel være en direkte instruksjon (Lazonder & Harmsen, 2016).

Begrepet støtte er også å finne i et rammeverk Drageset (2016) omtaler, dette rammeverket er utviklet av Fraivillig, Murphy og Fusion (1999) og kalles *The Framework for Advancing Children's thinking (ACT)*. Rammeverket deres er basert på en studie av en spesielt dyktig lærer, hvor denne læreren bruker spesifikke grep for å få tilgang til elevenes forståelse og å støtte og utfordre elevene i deres tankeprosesser. Forståelsen til elevene hadde som mål å bli effektiv, solid og presis. Grepen er som følgende: *eliciting*, *supporting* og *extending*, som oversatt til norsk er *lokke fram*, *støtte* og *utvide*. Første grepet til Fraivillig et al. (1999) *lokke fram*, handler om at læreren skal få elevene til å forklare tenkningen sin og hvilken fremgangsmåte de bruker i sin oppgaveløsning. Bruker læreren dette grepet kan han eller hun

få innblikk i hva som blir forstått og hva som ikke blir forstått av elevene, og på samme tid legges det til rette for at elevene skal kunne lære av hverandre. Støtte går ut på å gi elevene en mer nøyaktig forståelse av begrepene i matematikkfaget. Både lokke frem og støtte går ut på at læreren skal hjelpe og vurdere elevene med matematikken de allerede har kjennskap til, mens det siste grepet utvide går ut på å hjelpe elevene til å utvide sin kunnskap. Elevene skal få muligheten til å lære nye ting ut fra et utgangspunkt av ting de allerede har forstått og arbeidet med tidligere. Grepene i rammeverket til Fraivillig et al. (1999) henger sammen med enkelte av grepene til Alrø og Skovsmose (2002), da for eksempel å *reformulere* og å *utfordre*. Rammeverket til Alrø og Skovsmose beskriver vi nærmere i underkapittel 2.4.1.

I figur 4 ser vi Fraivillig et al. (1999) sitt rammeverk som viser skjæringspunktene mellom og blant de ulike instruksjonskomponentene.



Figur 4 ACT- Framework og lærerstrategiene som ligger i skjæringspunktene mellom og blant instruksjonskomponentene (Fraivillig et al., 1999).

I skjæringspunktet mellom å lokke frem og støtte, ligger det til grunn at det skal legges til rette for elevenes tenkning, lærer skal hjelpe elevene i sine forklaringer, og sondering av elevene for å bedre deres beskrivelser av løsningsmetoden de har brukt. Skjæringspunktet i midten omfatter alle grepene og innebærer at lærer har en løpende vurdering av elevenes

tanker og planlegger undervisningen deretter. Læreren skal også ta kontinuerlige beslutninger for å kunne tilpasse klasseroms diskursen, slik at lærer kan imøtekomme de varierende sonene for proksimal utvikling hos elevene. Mellom støtte og utvide skal det også være et fokus på elevenes soner for proksimal utvikling, lærer skal assistere når elevene arbeider i disse sonene.

En annen studie som ser på støtte av elever i undersøkende undervisning er Bruder og Prescott (2013) sin studie. De har forsket på fordelene med undersøkende undervisning. I Bruder og Prescott (2013) sin studie argumenterer de for at den støtten læreren evner å gi elevene sine vil påvirke det undersøkende arbeidet sin kvalitet, og det er ulike strategier de kan bruke i sin veiledning av elevene. De ulike strategiene er: *structured*, *guided* og *open*. Structured inquiry foregår slik at lærer gir elevene et problem og de nødvendige hjelpemidlene for å løse problemet, Bruder og Prescott (2013) påpeker at effekten av en slik metode vil samsvare med de spesifikke læringsmålene til elevene og de individuelle forutsetningene deres i undersøkende undervisning. Guided inquiry går ut på at læreren gir elevene et problem eller et spørsmål, men det er elevene som skal finne de riktige løsningsstrategiene, når læreren inntok denne rollen hadde elevene best læringsutbytte i aspektene ved læring. Dette gjaldt uansett hvilket nivå eller hvilke forutsetninger elevene hadde (Bruder & Prescott, 2013). Open inquiry baserer seg på at elevene skal finne problemer og spørsmål de selv har lyst til å løse, de bestemmer også selv hvilke løsningsmetoder de ønsker å bruke. Ved at elevene får bestemme sin egen tilnærming til oppgaven eller problemet, vil elevene selv generere ideer og løsningsstrategier som er utenfor det noen kunne tenkt seg, og de skaper et annet nivå av forståelse av problemet. På en slik måte gir open inquiry elevene friheten til å løse oppgaven eller problemet på en rekke ulike måter (Bruder & Prescott, 2013).

Som vi ser presenteres det en god del typer støtte og de alle skiller seg fra hverandre på en eller annen måte. Alle elever i skolen vil nok ha sin egen oppfatning av hva god støtte er og hva som fungerer for dem. For enkelte kan det å få nok tid være støtte, for andre vil det å få forklaringer kanskje være optimalt, mens for andre kan det være en kombinasjon av ulike typer støtte som vil være en faktor som spiller inn for hvilken støtte som blir gitt. Vi vil i vår diskusjonsdel drøfte støtte videre i sammenheng med den undersøkende fasen i undersøkende undervisning.

2.3 Kommunikasjon

2.3.1 Sosiomatematiske normer

I alle klasserom er det dannet seg regler og normer for hvordan en skal oppføre seg. Yackel og Cobb (1996) har begrepet sosiomatematiske normer for å beskrive hvilke verdier og holdninger elevene har til matematikk. De beskriver normative forståelser av hva som telles som matematisk ulikhet, matematisk sofistikert, matematisk effektivt og matematisk elegant. Dette er altså spesifikt for matematikkfaget. Stephan (2014) beskriver sosiomatematiske normer som normer som er spesifikt rettet mot matematikk, men de er ulike basert på hvilket mål og filosofi en innehar i klasserommet. Videre sier hun at lærer og elever sammen forhandler om hvilke kriterier som skal gjelde for hva som telles som en matematisk forklaring, ulike løsninger, effektive løsninger og sofistikerte løsninger i deres klasserom. For eksempel vil en sosial norm i et klasserom være at lærer forventer at elevene forklarer tenkningen sin, men hva som er en akseptabel matematisk forklaring må være bestemt på forhånd (Stephan, 2014). Den matematiske samtalen vil påvirkes av de normene som finnes i klasserommet i følge Ragnes (2016).

Et eksempel på en sosiomatematisk norm kan for eksempel som vi allerede har nevnt, være at elevene vet hva som blir akseptert som en matematisk begrunnelse eller forklaring. Kazemi og Hintz (2019) sier i likhet med Yackel og Cobb (1996) at det er viktig å bruke tid på å lage normer som fungerer i matematikkundervisningen.

Kazemi og Hintz (2019) viser til noen eksempler på sosiomatematiske normer:

1. Ikke gi opp selv om problemet er utfordrende
2. Det er greit å gjøre feil og revidere tenkningen
3. Lytte til andres ideer, og gi hverandre tid til å tenke
4. Stille spørsmål som hjelper oss å forstå matematikken

Når de sosiomatematiske normene skal dannes har læreren en viktig funksjon i følge Yackel og Cobb (1996) og Ragnes (2016), de sier at det er læreren som danner normene i klassen sin, men at det også skal være en forhandling mellom lærer og elevene slik som Stephan (2014) også beskriver. Ragnes (2016) refererer til Fosse (2004) sin studie av 6-åringer sine forventninger til matematikkundervisning, hvor Fosse beskriver at førskolebarn leker at de har matematikkundervisning og ønsker å få bok, blyant og viskelær. Studien viser at barna vet at

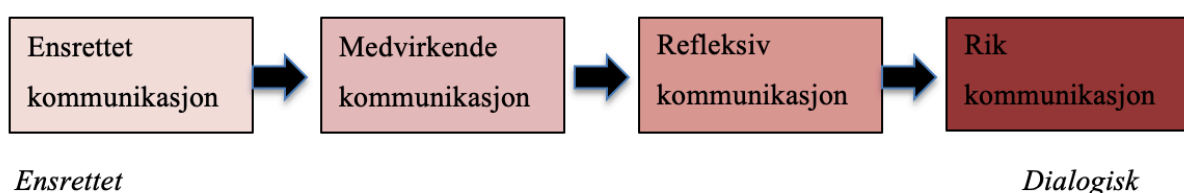
matematikk handler om tall og gale og riktige svar, altså holdningene deres til faget og at de vet hvem som har makt til å avgjøre om svaret er riktig eller ikke. Når barna leker at de har undervisning kunne det minne om oppgavediskursen som Mellin-Olsen (1995) beskriver. Dette er en tradisjonell tilnærming til undervisning som minner om oppgaveparadigmet som Alrø og Skovsmose (2004) beskriver. Ifølge Yackel og Cobb (1996) vil en slik tilnærming til undervisningen føre til at dersom læreren stiller spørsmål til svarene til elevene vil elevene tolke svaret sitt som feil. Dette motstrider mot de åpne spørsmålene læreren skal stille i undersøkende undervisning.

Sosiomatematiske normer har betydning for samtale i klasserommet, og det vil påvirke hva elevene ser på som viktig når det kommer til matematikk, hva som er riktig «snakk» i timene, og hvilke holdninger de har generelt. Ettersom lærer er en slags styrer av undervisningen vil det spille en stor rolle for hvordan elevene ser på undervisningen, og hva de har lov til å gjøre i matematikklasserommet.

2.3.2 Samtalekulturen i klasserommet

I klasserommet er det ulike kommunikasjonsmønstre, og Brendefur og Frykholm (2000) har i sin litteratur omtalt fire ulike kommunikasjonsmønstre. Disse er: *ensrettet kommunikasjon*, *medvirkende kommunikasjon*, *refleksiv kommunikasjon* og *rik kommunikasjon*.

Kommunikasjonsmønstrene går fra ensrettet kommunikasjon til mer dialogisk kommunikasjon, og kan dermed ses på som hierarkiske. Slik vi ser av figur 5.



Figur 5 Hierarkisk oppsett av Brendefur og Frykholm (2000) sine ulike typer kommunikasjon

Brendefur og Frykholm (2000) sitt første nivå, ensrettet kommunikasjon baserer seg på at det er læreren som styrer dialogen i klasserommet. Læreren underviser og stiller lukkede spørsmål, og gjør slik at elevene får liten eller ingen mulighet til å kunne dele sine tanker, ideer og strategier (Brendefur og Frykholm, 2000, s. 126). Brendefur og Frykholm (2000) refererer til Thompson (1992) sin evaluering av litteraturen som avslørte at mange lærere forblir i et ensrettet kommunikasjonsmønster i sine klasserom, og introduserer til strategier som presenterer matematikk som en statisk kunnskap som først blir tolket og formidlet av

læreren og blir deretter passivt mottatt av elevene (Brendefur & Frykholm, 2000). Dette kommunikasjonsmønsteret har likhetstrekk med det tradisjonelle klasserommet som Alrø og Skovsmose (2004) beskriver, hvor læreren er «autoriteten» i klasserommet og i kommunikasjonen som foregår. Dette kan gi elevene liten eller ingen mulighet til å ta ansvar for egen læring, og slik påvirkes kvaliteten på læring (Alrø & Skovsmose, 2004).

Medvirkende kommunikasjon som er det neste nivået til Brendefur og Frykholm (2000) har et fokus på interaksjon mellom elevene og mellom lærer og elevene, men dialogen er begrenset til assistanse eller deling. Læreren kan for eksempel gi elevene muligheten til å diskutere seg i mellom, presentere løsningsstrategier eller støtte i etableringen av løsninger og passende problemløsende strategier (Brendefur & Frykholm, 2000). På dette nivået vil kommunikasjonen være preget av korrigerende, hvor læreren fortsatt er autoriteten og vurderer elevenes innspill og hvordan kvaliteten på innspillene er (Brendefur & Frykholm, 2000). Både ensrettet- og medvirkende kommunikasjon kan vi knytte til det som betegnes som IRE-mønsteret som Drageset (2014) refererer til. IRE står for *initiativ*, *respons* og *evaluering*.

Tredje nivået til Brendefur og Frykholm (2000), omtales som refleksiv kommunikasjon og er et mer komplekst konsept av kommunikasjon. Refleksiv kommunikasjon er preget av at elevene deler sine ideer, strategier og løsninger ved hverandre og lærer, slik som i medvirkende kommunikasjon. De bruker den matematiske samtalen som et springbrett for en dypere forståelse i faget, ved å bruke diskusjon, utfordre hverandre og reflektere rundt løsninger (Brendefur & Frykholm, 2000). Drageset (2014) omtaler også refleksiv kommunikasjon slik. Den matematiske samtalen går fra å være lærerstyrt til å la elevene ta større del i samtalen, og lærer vil ikke lenger vurdere svar og løsninger som rette og gale, men vil rette elevene mot hverandre og heller delta på lik linje med elevene (Brendefur & Frykholm, 2000).

Det fjerde og øverste nivået til Brendefur og Frykholm (2000) er det som omtales som rik kommunikasjon. Målet med denne typen kommunikasjon er at elevene skal få en dypere forståelse for matematikk og det krever at elevene er aktive og utforskende, og lærere som spør og utfordrer mer enn de forklarer (Drageset, 2016). Dette vil være i samsvar med en undersøkende undervisningsform. Slik kommunikasjon vil gi læreren muligheten til å få innsikt i elevenes tankeprosesser, hva de er gode på og hva de ikke er fullt så gode på. Drageset (2016) sier at refleksiv og rik kommunikasjon er kommunikasjonsmønstre en kan være enig i at er bedre enn ensrettet og medvirkende kommunikasjon, men det er variasjoner

innenfor slike samtalemønstre. Drageset (2016) sier at dermed kan en ikke si at et generelt mønster for samtale er bedre enn et annet. Drageset refererer til Stein, Engle, Smith og Hughes (2008), som i sin studie har vist at lærere ofte har en tendens til å ta en mer tilbaketrukket rolle i arbeid med å få elevene aktive. Konsekvensen av dette var lite fremdrift og kommunikasjonen gav ikke noe særlig matematisk læring (Stein et al., 2008).

2.4 Rammeverk for analyse

2.4.1 Bakgrunn for rammeverket

Knutsen og Ittelin (2021) har i sin masteroppgave utformet et rammeverk for interaksjoner i undersøkende undervisning, dette rammeverket er utformet fra litteratur innenfor kommunikasjon i matematikk. Da spesielt litteratur hvor de har identifisert begrepet *samtalegrep*. De har tatt for seg litteraturen som omhandler kommunikasjon i matematikk med de ulike innfallsvinklene læreren kan ha i matematiske samtaler. Litteratur Knutsen og Ittelin (2021) har tatt for seg er Kazemi og Hintz (2019) og Chapin et al. (2009) som bruker begrepet samtaletrekk, Drageset (2014) sin beskrivelse av grep læreren gjør, undersøkelseslandskapet som omtales av Alrø og Skovsmose (2004) og de fem stegene for planlegging av matematisk samtale av Smith og Stein (2018). Fellestrekkene mellom disse er at alle de teoretiske perspektivene beskriver grep læreren bevist eller ubevist gjør med elevene i den matematiske samtalen, og det læreren anvender kan være grep, tiltak, trekk eller kjennetegn (Knutsen & Ittelin, 2021). Videre vil vi presentere teorien Knutsen og Ittelin (2021) har basert rammeverket sitt på.

Grep læreren gjør i matematiske samtaler

Rammeverket Drageset (2014) har utviklet tar for seg ulike grep som kan tas av læreren i matematiske samtaler. Han har knyttet disse grepene til hvem som er autoriteten i samtalen og opp mot Wood (1998) sine alternativer for kommunikasjon: *funneling* and *focusing*. Til venstre i tabell 4 finner vi Drageset sine grep, i kolonne nummer tre ser vi de konkrete grepene til hver kategori, og deretter hvordan de kan ses i sammenheng med hvem som er autoriteten i samtalen. Tabellen viser også hvor grepene kan plasseres i forhold til ulike typer kommunikasjonsmønstre.

Tabell 4 Kommunikasjonskategoriene til Drageset i sammenheng med annen teori (Drageset, 2014, s. 299).

Redirecting actions		Put aside	Implicit and explicit corrections	Challenge students	Teacher is the intellectual authority	Funneling	IRE
		Advising new strategy					
Progressing actions		Correcting questions	Corrections				
		Demonstration	Make details explicit				
		Simplification	Hint—Topaze effect				
		Closed progress details	Guided algorithmic reasoning				
Focusing actions	Requests for student input	Open progress details		Access to student thinking	Student is the intellectual authority	Focusing	
		Enlighten details	Make details explicit				
		Justification	Make details explicit—identify—encourage reasoning				
		Apply to similar problems					
		Request assessment from other students					
	Pointing out	Recap	Make details explicit		Teacher is the intellectual authority		
		Notice	Make details explicit	Reminding students			

Kategoriene til Drageset er: *redirecting actions*, *progressing actions* og *focusing actions*.

Kategoriene *redirecting* og *progressing actions*, som oversatt til norsk blir retningsendring og framdrift, blir sett på som to hovedelementer av Wood (1998) sin kategori *funneling*, som på norsk kan oversettes til *trakt-mønster*. Retningsendring handler om å få eleven til å endre til riktig eller ønsket tilnærming, mens framdrift handler om å få prosessen fremover. Disse handlingene kan sammen føre til at læreren dominerer i prosessen og at elevenes deltakelse reduseres for å finne ut hva læreren ønsker å høre istedenfor å tenke selv (Drageset, 2014). Læreren kan også hindre elevenes egne refleksjon og forståelse av detaljer dersom han eller hun er for rask til å demonstrere og forenkle underveis. På en annen side kan, uten at det blir for mye diskusjon, retningsendring bli brukt til å sette til side forslag og holde klassen fokusert. Mens framdriftshandlinger kan være nødvendig for å komme frem til noe innenfor en gitt tid. Siste kategori *focusing actions*, som på norsk kan oversettes til fokushandlinger, og baserer seg på å tydeliggjøre matematiske sammenhenger (Drageset, 2014).

Kategorien retningsforandring til Drageset (2014) innebærer at læreren benytter seg av grepene å *avvise*, *foreslå en ny strategi* eller stille *korrigerende spørsmål*. Grepet å *avvise* handler om at læreren avviser elevenes forslag enten ved å overse forslaget de kommer med eller ved å verbalt avvise det. Å *foreslå en ny* handler om at læreren aktivt går inn for at elevene skal prøve noe annet. *Korrigerende spørsmål* omhandler at læreren stiller spørsmål ved det elevene har kommet frem til, ved først å anerkjenne svaret og deretter spørre om en annen måte de kan løse dette på (Drageset, 2014).

Neste kategori i Drageset (2014) sitt rammeverk, framdrift innebærer grepene å *demonstrere* eller *forenkle*. Dette er grep læreren kan bruke for å få elevene fremover i prosessen for å

finne frem til løsningen. Grepet å demonstrere handler om at læreren enten demonstrerer flere av stegene for å komme frem til løsningen eller hele prosessen. Dersom læreren demonstrerer vil samtalen være preget av at læreren i stor grad styrer mesteparten av praten, men kan i noen grad stille spørsmål om elevene er enige eller har forstått hva læreren kommer med for å inkludere elevene. Forenkling som er det andre grepet i framdriftskategorien er preget av at læreren gir hint, legger til informasjon eller endrer informasjonen, eller rett frem sier hva elevene må gjøre for å løse oppgaven (Drageset, 2014). Bruk av lukkede spørsmål er også et grep læreren kan bruke for å rette elevene mot å finne riktig løsning på problemet i følge Drageset (2014). Et aspekt ved når lærer forenkler er at det ofte innebærer ny informasjon som endrer og reduserer kompleksiteten av oppgaven, i disse tilfellene ser det ut som læreren stiller de spørsmålene som er nødvendig for at læreren skal få svaret han eller hun ønsker. Dette kan ses i sammenheng med det Brousseau og Balacheff (1997) omtaler som *Topaz-effekten*. Som omtalt tidligere er både retningsendring og framdrift innenfor kategorien funneling, og i disse samtalene er det læreren som er autoriteten i arbeidet (Drageset, 2014).

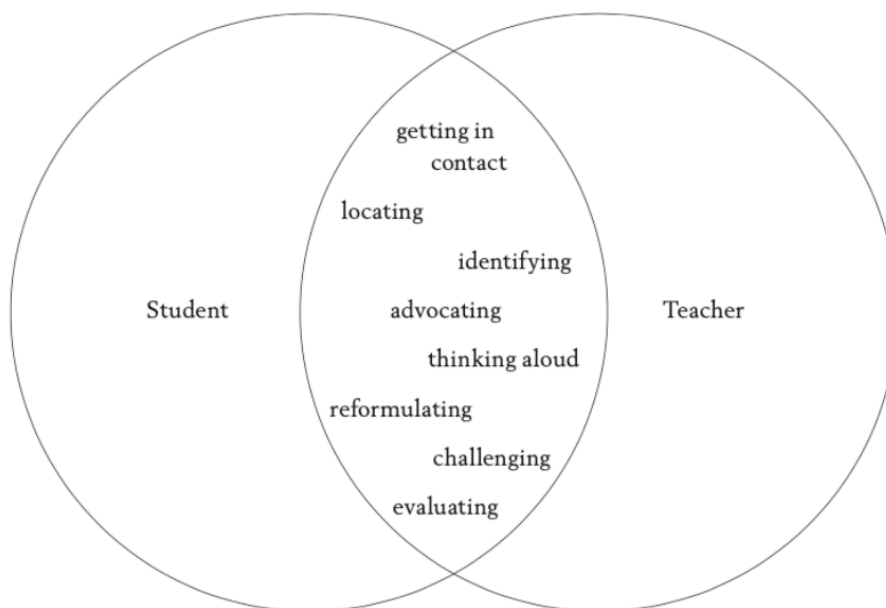
Vi finner også grepene å *oppsummere* og *påpeke viktige detaljer*. Dette er grep læreren gjør for å tydeliggjøre matematiske sammenhenger, og i likhet med grepene læreren gjør for å få fremgang i det matematiske arbeidet vil også tydeliggjøringen av matematiske sammenhenger være preget av at læreren tar hovedansvaret for arbeidet (Drageset, 2014). Ifølge Drageset (2014) innebærer grepet oppsummering at læreren trekker sammen informasjon, påpeker og tydeliggjør hva som er viktig i elevenes forklaringer. Oppsummere kan også brukes til å gjenfortelle forklaringene til elevene, da ved å legge til relevant informasjon eller endre forklaringen. Underveis i løsningsprosessen kan læreren minne elevene på viktige detaljer, som de burde ta til betraktning i prosessen mot løsningen. Påpeking av viktige detaljer kan benyttes for å tydeliggjøre eller minne elevene på hva de har kommet frem til tidligere i prosessen ved å legge til ny informasjon. Formålet med dette vil være å tydeliggjøre hva elevene burde ta med seg videre i løsningsprosessen (Drageset, 2014).

Siste grepet vi finner innenfor de grepene Drageset (2014) har kategorisert innenfor funneling, altså trakt-mønsteret, finner vi *open progress details* som på norsk oversettes til åpne spørsmål. Åpne spørsmål er spørsmål læreren stiller for å få elevene til å selv tenke hvordan de skal gå frem i prosessen mot å finne løsningen. Hensikten med disse spørsmålene er i følge Drageset (2014) å få elevene videre i den undersøkende arbeidsprosessen. Slike spørsmål vil bidra til at læreren får innsikt i hva elevene tenker (Drageset, 2014). Åpne spørsmål er sentralt innenfor undersøkende undervisning.

Til sist i rammeverket til Drageset (2014) omtaler han kategorien focusing actions som handler om å få elevene til å anvende, forklare, begrunne og vurdere løsningene de kommer med på egenhånd. Grepe innenfor denne kategorien er: *belyse detaljer, begrunne, anvende og be elevene om å vurdere*. Belysning av detaljer omhandler at læreren ber elevene om å beskrive tankene, fremgangsmåten og hva svaret de har kommet frem til betyr. Grepet er tenkt for å få elevene til å stoppe opp underveis i prosessen for å forklare tenkningen sin. Neste grep vi finner i denne kategorien er å begrunne, dette innebærer at elevene får spørsmål fra læreren hvor de må begrunne hvorfor de mener at deres løsning er korrekt. Hensikten med dette grepet er å utfordre elevene til å kunne bruke det de har kommet frem til i lignende oppgaver og problemer. Siste grepet i rammeverket til Drageset (2014) er anvende og vurdere, dette grepet innebærer at elevene har hverandre vurdering, og kan bidra til å få innblikk i om elevene følger med.

Dialogiske samhandlinger

Alrø og Skovsmose (2004) har utviklet IC-modellen, som står for: *The inquiry co-operation model*. Denne modellen består av dialogiske handlinger som oppstår og kan observeres innad mellom elevene og mellom lærer-elev, de dialogiske handlingene er: *kontakte, oppdage, identifisere, advokere, tenke høyt, omformulere, utfordre og evaluere*. I figur 6 ser vi IC-modellen til Alrø og Skovsmose (2004):



Figur 6 IC-modellen (Alrø og Skovsmose, 2004, s. 47).

Første kategorien i IC-modellen er *kontakte*, og betyr å rette seg mot hverandre. Kontakte innebærer at en skal være tilstede og være oppmerksom på hva som skjer i dialogen. Det betyr også at en skal etablere en positiv relasjon mellom partene i dialogen, ved bruk av for eksempel humor, vise respekt overfor hverandre og lytte på hverandres innvendinger (Alrø & Skovsmose, 2004). Neste samhandling i IC-modellen er *oppdage*. Oppdage betyr å finne ut noe nytt, eller bli oppmerksom på noe en er uvitende om, og å stille hverandre «test-spørsmål» og «check-spørsmål» er sentralt. Utforskning og det å prøve ut, ved bruk av for eksempel «hva-om-spørsmål» er også sentralt innenfor samhandlingen oppdage (Alrø & Skovsmose, 2004). Videre kommer samhandlingen å *identifisere* som videre legger til rette for at en skal kunne forstå hva en har oppdaget i det undersøkende arbeidet. Ved å stille «hvorfor-spørsmål» kan en få en forståelse for hva en har oppdaget.

Neste samhandling i den dialogiske modellen til Alrø og Skovsmose (2004) er *advokere*. Advokere kan ses på som en eksperimentell eller hypotetisk argumentasjon, og betyr at en skal undersøke sine egne perspektiver, men også argumentere for forslagene og ideene til andre. Kategorien omhandler altså å etablere allerede eksisterende kunnskap, og på samme tid kunne reflektere rundt det i felleskap (Alrø & Skovsmose, 2004). Videre finner vi å *tenke høyt*, og det betyr at en skal uttrykke tankene, ideene og følelsene som er knyttet til den undersøkende prosessen. Denne etterfølges av kategorien *omformulere*, å omformulere betyr å repetere det som har blitt sagt, kanskje ved å endre hvordan man sier det eller legge til noe. Dette kan være det samme som å parafasere, som kan hjelpe å holde fokus på nøkkelementene.

Nest siste samhandling i modellen til Alrø og Skovsmose (2004) er *utfordre*. Utfordre betyr å stille spørsmål til allerede etablert kunnskap, og det å stille spørsmål ved de matematiske tankene til elevene. Et viktig poeng her er at læreren justerer utfordringen som blir gitt til elevene etter hvilket nivå og hvilke forutsetninger elevene stiller med (Alrø & Skovsmose, 2004). Siste og åttende punkt i IC-modellen er å *evaluere*, og dette punktet kan foregå på ulike måter. Men generelt handler det om at læreren og elevene evaluerer om de har løst og sett på problemet som er presentert på lik måte (Alrø & Skovsmose, 2004).

Alrø og Skovsmose (2004) hevder at kvaliteten på kommunikasjonen i klasserommet påvirker kvaliteten på læringen. De bruker termen dialog, og skriver at en dialog kan bli sett på som en samtale med spesielle kvaliteter. Dialog er i følge Alrø og Skovsmose (2004) en prosess som er undersøkende, inkluderer risikotaking og at det er fokus på likeverdighet mellom partene.

Videre skriver Alrø og Skovsmose (2004) at en læringsprosess som er rik på dialog fungerer i ulike grupper og kombinerer læring med dialogiske handlinger, slik læring kan oppstå i et undersøkende læringsmiljø. Denne typen læring kan legge til rette for en dypere forståelse og innsikt i matematikk da det gir muligheten for å argumentere, lytte og utdype, undersøke og diskutere (Alrø & Skovsmose, 2004).

Samtaletrekk

Samtaletrekk er et begrep som Chapin, O'Connor og Anderson (2009) presenterer i sin teori. Der presenterer de «*five productive talk moves*». Hvert samtaletrekk er en foreslått handling som Chapin et al. (2009) har funnet effektiv for å støtte matematisk tenkning og læring. Hver og en av trekkene har varierte formål. Det presenteres fem samtaletrekk, og disse oversatt til norsk er: *gjenta*, *repetere*, *resonnere*, *tilføye* og *venting/tid til å tenke*.

Gjenta som er det første trekket, handler om at hele eller deler av svaret blir gjentatt av læreren. Dette er et samtaletrekk som skal hjelpe læreren med å forstå bidragene elevene kommer med, og læreren starter med å gjenta elevenes bidrag for deretter å søke bekreftelse hos elevene om han eller hun har forstått det riktig (Chapin et al., 2009). Neste trekket i teorien til Chapin et al. (2009) er samtaletrekket *repetere*, som har flere potensielle fordeler. For eksempel kan det gi resten av klassen muligheten til å få en gjengivelse av det som tidligere har blitt sagt, dette gir elevene muligheten til å kunne prosessere det som har blitt sagt på en god måte. Læreren kan bruke dette grepet for å få elevene til å gjenta hverandres resonneringer eller at læreren selv gjentar viktige aspekter av en matematisk idé (Chapin et al., 2009).

Neste og tredje trekket er *resonnere*, meningen med dette trekket er å få elevene til å gjøre resonnementet sitt tydelig, ved å bruke egen tankegang på en annens bidrag. Læreren ber elevene om å evaluere hverandres resonnementer, stiller spørsmål til elevene om de er enige eller uenige i andre elevers forklaringer. Det kan være spørsmål som: «Kari, er du enig eller uenig i det Mari sa?». Etterfulgt av lærer ber de begrunne hvorfor de er uenig eller enig. Meningen med dette trekket er at det å føre konstruktive diskusjoner skal fremmes, da gjennom å be elevene om å sammenligne, begrunne og forklare ideene sine med hverandre (Chapin et al., 2009).

Videre kommer trekket *tilføye*, dette trekket handler om at læreren spør om noen har noe å tilføye til en elevs forklaring. Læreren gjør dette for å involvere elevene i forklaringene til

hverandre, og over tid vil det å spørre etter innspill gjøre slik at elevene vil vise større vilje til å komme med sine tanker til problemet de forsøker å løse (Chapin et al., 2009). Siste trekket i Chapin et al. (2009) sine samtaletrekk er *tenketid*, som vil si at elevene skal sitte i stillhet å tenke før de svarer på spørsmål enten fra lærer eller andre elever, eller underveis i egne forklaringer. Læreren kan da si: «Ta den tiden du trenger, vi venter», og det vil være nyttig å bruke slik tenketid etter et spørsmål stilt fra lærer eller underveis i forklaringene til elevene (Chapin et al., 2009).

Chapin med flere har inspirert med sine samtaletrekk, blant disse er Kazemi og Hintz (2019), da de har bygget videre på Chapin et al. (2009) sitt rammeverk. Kazemi & Hintz (2019) har lagt til samtaletrekkene *snu og snakk* og *endre*. Endre handler om å gi elevene muligheten til å endre på sine egne forklaringer og tanker underveis i prosessen, og etterhvert som elevene oppdager noe nytt (Kazemi & Hintz, 2019). Mens samtaletrekket *snu og snakk* handler om at læreren retter elevene mot hverandre, ved å la dem dele tankene og ideene sine selv med medelevene sine. Dette gir elevene muligheten til å kunne engasjere seg, men også forstå andre elever sine ideer og tanker (Kazemi & Hintz, 2019).

Five Practices

Rammeverket five practices er utviklet av Smith og Stein (2018) og er et verktøy som skal fungere for å kunne organisere produktive matematiske samtaler. Det ble utviklet for å hjelpe lærere å bruke elevenes respons for å utvikle matematisk forståelse, ved å ha kontroll på hva som er sannsynlig at skjer i diskusjonen. De fem stegene til Smith og Stein (2018) oversatt til norsk er:

1. **Anta** – sannsynlige elevsvar på utfordrende matematiske oppgaver og spørsmål å stille til elevene som produserer dem;
2. **Observere** – Elevenes faktiske svar på oppgavene (mens elevene arbeider i grupper eller par);
3. **Velge ut** – Utvalgte elever som skal dele arbeidet sitt i helklasse-diskusjon;
4. **Planlegge** – Elevenes respons vil bli presentert i en spesifikk rekkefølge; og
5. **Koble sammen** – Ulike elevsvar og koble sammen elevresponsen til nøkkelementene i de matematiske ideene

Første steget i Smith og Stein (2018) sine five practices baserer seg på at læreren har forberedt seg på mulige svar elevene kan komme med i forkant av den planlagte økten. Læreren må

vurdere dette utfra vanskelighetsgraden på oppgaven, tenke ut hvilke strategier elevene kan komme til å bruke og se hvordan disse strategiene henger sammen med målet for matematikken de skal lære og hvilke prosedyrer elevene skal lære (Smith & Stein, 2018). Antagelsessteget etterfølges av observasjon som går ut på at læreren observerer svarene elevene kommer med, og følger med på den matematiske tenkningen og løsningsstrategiene elevene arbeider med (Smith & Stein, 2018).

Når læreren har observert strategiene elevene i klassen har benyttet seg av, kan læreren velge ut spesifikke elever som skal presentere arbeidet sitt i en felles helklassediskusjon i klassen (Smith & Stein, 2018). Utvelgelsen av elever henger tett sammen med neste steget som handler om å planlegge hvilke elever som skal presentere og i hvilken rekkefølge som er mest hensiktsmessig basert på hvilke løsningsstrategier elevene har brukt. Helt til sist kan lærer forsøke å skape sammenheng mellom løsningsstrategiene elevene har presentert og trekke de opp mot det matematiske målet (Smith & Stein, 2018).

Sammenfatning av samtaletrekkene

En god del av samtaletrekkene, grepene og handlingene vi har omtalt ovenfor kan knyttes opp mot hverandre. I tabell 5 ser vi en liten sammenfatning av trekk som har knyttes opp mot hverandre. Vannrett i tabellen viser hvilke trekk fra hver av de ulike forfatterne som har likhetstrekk, mens loddrett viser hvilken forfatter som har hvilke trekk.


Tabell 5 Sammenfatning av samtaletrekk

Drageset (2014)	Alrø & Skovsmose (2004)	Chapin et al. (2009)	Smith & Stein (2018)
Belyse detaljer Begrunne	Identifisere	Resonnere	
	Omformulere	Gjenta Repetere	
	Evaluerer	Resonnere	
Begrunne Åpne spørsmål	Kontakte Oppdage Identifisere	Samtlige av samtaletrekkene	Lærerens støttende rolle

Konseptuelt rammeverk

I tabellen under ser vi rammeverket Knutsen og Ittelin (2021) har brukt i sin kvalitative analyse. Det er en syntetisering av teoriene som er presentert ovenfor som er satt sammen da de passet formålet til deres forskningsprosjekt. Rammeverk defineres som strukturer av ideer som er grunnleggende og beskrivende for fenomener som skal undersøkes av Lester (2009). I forskning er det ulike typer rammeverk en kan benytte seg av, disse er i følge Eisenhart (1991): teoretisk, praktisk og konseptuelt. De valgte å bruke et konseptuelt rammeverk som beskrives av Eisenhart (1991) som en struktur som rettferdiggjør forskningen framfor å forklare det. Knutsen og Ittelin (2021) valgte å ha et konseptuelt rammeverk for å kunne velge ut relevant teori og hvilken tidligere forskning som var relevant for deres mulige funn.

Tabell 6 Konseptuelt rammeverk (Knutsen & Ittelin, 2021)

Retningsendringer, fremdrift og fokusering (Drageset, 2014)	IC-modellen (Alrø og Skovmose, 2004)
<p>Retningsendringer Avise Korrigere spørsmål Foreslå ny strategi</p> <p>Fremdrift Demonstrere Forenkle Lukket fremdrift (lukkede spm.) Åpen fremdrift (åpne spm.)</p> <p>Fokusering Belyse detaljer Begrunne Anvende Be elevene vurdere Poengtere Oppsummere</p>	
Samtaletrekk (Chapin, O'Connor & Anderson, 2009; Kazemi & Hintz, 2019)	Five Practices (Smith & Stein, 2018)
<p>Gjenta – «så du sier..» Repetere – «kan du gjenta hva han/hun sa med sine egne ord?» Resonnere – «Er du enig eller ikke, og hvorfor?» «hvorfor virker dette riktig?» Tilføye – «vil noen legge til noe her?» Tenketid – «Ta den tiden du trenger» Snu og snakk – «Snu og snakk med læringspartnern din» Endre – «Har du endret måten du tenkte på?» «Vil du endre på måten du tenkte på?»</p>	<p>Anta – Mulig elevsvar; Observere – Elevenes faktiske svar Velge ut – Bestemte elever skal del arbeidet under klasseromssamtalen; Planlegge – Hvilken rekkefølge elevsvarene skal deles; Påpeke detaljer – i de ulike elevsvarene og koble sammen med viktige matematiske ideer</p>

2.4.2 Rammeverket til Knutsen og Ittelin (2021)

Interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021) er resultatet av deres analyse, som baserer seg på teori som omhandler kommunikasjon i matematikk som er sett i sammenheng sammen med induktiv- og deduktiv tilnærming til undervisning. Skalaen med kategoriene er strukturert fra høy grad av læreraktivitet til høy grad av elevaktivitet, slik vi ser i figur 7:



Figur 7 Interaksjonsskalaen (Knutsen & Ittelin, 2021, s. 66)

Slik vi ser av figuren består skalaen av disse følgende interaksjonskategoriene: *fortellende*, *losende*, *orienterende og utfordrende*, *deltakende*, og *tilretteleggende*. Knutsen og Ittelin (2021) har videreutviklet Drageset (2021) sine definerte lærerroller, disse rollene omtales som: læreren som forteller og informerer, læreren som støtter, læreren som deler og videreutvikler elevens ideer, læreren som deltar og læreren som tilrettelegger. Hver og en av kategoriene tar for seg Knutsen og Ittelin (2021) sin tolkning av hva hensikten til læreren er med interaksjonen, da basert på utfallet av samtalegrepene læreren bruker i kommunikasjon mellom læreren og elevene.

Fortellende interaksjon

Første kategorien i interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021) er den *fortellende* interaksjonen. Enkelte ganger forteller læreren hva elevene skal gjøre, eller hvordan de skal gå frem i det undersøkende arbeidet ved bruk av samtalegrepene demonstrere eller forenkle ved å fortelle. På samme tid kan læreren også gjøre elevene oppmerksom på matematiske sammenhenger og ideer, og da fortelle elevene hva som er viktig i løsningsprosessen. Kjennetegnet på denne kategorien er at det er i størst grad læreren som tar ansvaret for det undersøkende arbeidet, da ved at læreren enten forteller elevene akkurat hva de skal gjøre eller at læreren kommer med deler av løsningen, gjør de oppmerksom på sammenhenger eller gir en pekepinn på hva som er viktig (Knutsen & Ittelin, 2021).

Knutsen og Ittelin (2021) skriver at de fortellende interaksjonene forekommer i situasjoner hvor elevene enten står fast i løsningsprosessen eller når læreren påpeker matematiske sammenhenger for elevene. Kategorien preges av at læreren i stor grad formidler hvordan elevene kan løse oppgavene som er gitt, altså formidle fremgangsmåter, på denne måten vil interaksjonene være preget av høy læreraktivitet. Et poeng Knutsen og Ittelin (2021) kommer med her er at undersøkende undervisning skal være slik at det er elevene som skal utforske strategier og fremgangsmåter (Abril et al., 2013; Artigue & Blomhøj, 2013; Blomhøj, 2021;

Skånstrøm & Blomhøj, 2016). Ved bruk av den fortellende interaksjonen kan det tenkes at elevenes undersøkende arbeid blir hemmet, da læreren kan gi for mye informasjon som er knyttet opp mot løsningsprosessen. Dette kan ses i sammenheng med en deduktiv tilnærming til undervisning. Knutsen og Ittelin (2021) viser også til det Brendefur og Frykholm (2000) beskriver som et ensrettet kommunikasjonsmønster som typisk forekommer i klasserom som er preget av IRE-mønster. Det er ikke nødvendigvis slik at de fortellende interaksjonene er hemmende for det undersøkende arbeidet, for i noen tilfeller kan lærerens pekepinner om matematiske sammenhenger få elevene videre i arbeidet og løsningsprosessen (Knutsen & Ittelin, 2021).

Knutsen og Ittelin (2021) skriver at det kan være hensiktsmessig å bruke *fortellende interaksjon* i den første fasen i undersøkende undervisning, altså iscenesettelsesfasen. De refererer til Pedaste et al. (2015) og Blomhøj (2021) som beskriver at etableringen av det didaktiske miljøet er viktig i oppstarten av undersøkende undervisning. Blomhøj viser til slik vi ser i tabell 1, at en essensiell læreraktivitet er allmenngjøring av sentrale begreper og metoder.

Losende interaksjon

Den neste kategorien på skalaen er *losende interaksjoner*. Interaksjonene er her dannet av at læreren loser elevene mot det riktige svaret eller den riktige løsningen, da ved å redusere vanskelighetsgraden på oppgaven. Knutsen og Ittelin (2021) har basert denne interaksjonen på samtaletrekkene: gir hint, stiller lukkede spørsmål og forenkler. Losende interaksjon er i likhet med den fortellende interaksjonen preget av at læreren har en aktiv rolle, men vil her involvere elevene i en noe større grad enn i den fortellende. Interaksjonen legger i noen grad til rette for elevinvolvering ved at det stilles stegvise spørsmål, det blir gitt hint som elevene kan respondere på og forenkling av oppgaven for å få elevene fremover i den undersøkende arbeidsprosessen (Knutsen & Ittelin, 2021). Knutsen og Ittelin (2021) skriver at losende interaksjoner kan sammenlignes med det Brendefur og Frykholm (2000) beskriver som et medvirkende kommunikasjonsmønster. Et slikt kommunikasjonsmønster preges av at læreren har en «slik-gjør-du-det»-tilnærming til den matematiske samtalen. De skriver også at den losende interaksjonen kan tenkes å være slik at responsen til elevene dreier seg mer om å finne ut hva læreren ser på som det riktige svaret enn at de selv utforsker og undersøker sine egne tanker og ideer (Knutsen & Ittelin, 2021).

Losende interaksjon vil i likhet med den fortellende interaksjonen kunne knyttes opp mot en deduktiv tilnærming til undervisning, læreren kan i en losende interaksjon redusere vanskelighetsgraden ved å gi elevene informasjon stegvis i prosessen for å komme frem til løsningen. Men det kan føre til at elevene blir fratatt muligheten sin til å undersøke og oppdage de matematiske ideene på egenhånd, Knutsen og Ittelin (2021) beskriver at denne måten å arbeide på kan ses i sammenheng med det Rocard (2007) beskriver som en «top-down» tilnærming til undervisning. De beskriver videre at en konsekvens av slike interaksjoner kan føre til at elevene ikke klarer å forstå eller henge med på lærerens resonnementer, og vil miste sammenhengen mellom oppgaven og den informasjonen læreren kommer med (Knutsen & Ittelin, 2021).

En utfordring Knutsen og Ittelin (2021) beskriver dersom en benytter seg av losende interaksjonsform for ofte, kan det komme i konflikt med de essensielle lærer- og elevaktivitetene i undersøkende undervisning. De påpeker at et av hovedpoengene med fase to i Blomhøj (2021) sin trefaseinndeling er at læreren skal utfordre og støtte gjennom dialog. Det skal bygges videre på de erfaringene elevene allerede innehar og støtte deres eierskap til oppgaven og/eller problemet som skal løses. Knutsen og Ittelin (2021) ser det slik at den losende interaksjonene ikke vil være god tilrettelegging for undersøkende arbeid, da interaksjonen hovedsakelig er lærerstyrt. Men de forklarer også at det er ikke utelukkende negativt å benytte seg av losende interaksjoner, de skriver at lærerne ofte bruker en slik tilnærming dersom elevene står fast i det undersøkende arbeidet. Slike interaksjonsformer kan tenkes at blir brukt for å hindre at det undersøkende arbeidet stagnerer (Knutsen & Ittelin, 2021).

Losende interaksjon vil i større grad involvere elevene i prosessen enn den fortellende interaksjonen, men responsen elevene kommer med vil være preget av hva de tror læreren ser på som det riktige svaret og ikke deres egne tanker og refleksjoner (Knutsen & Ittelin, 2021).

Orienterende og utfordrende interaksjon

Den tredje kategorien på skalaen til Knutsen og Ittelin (2021) er den *orienterende og utfordrende* interaksjonen, denne baserer seg på at læreren setter seg inn i elevenes matematiske tanker og utfordrer de matematiske tankene deres. Spørsmålene som stilles innenfor denne kategorien vil gi elevene muligheten til å svare mer utfyllende på spørsmålene de får, dette gjør at interaksjonene på dette nivået skiller seg fra de losende interaksjonene.

Elevene vil sette sine egne ideer og tanker først, og ikke ha et fokus på hva læreren ønsker at de skal svare slik som i den losende interaksjonen. Knutsen og Ittelin (2021) har basert den orienterende delen av kategorien på samtaletrekkene: å stille åpne spørsmål, belyse detaljer ved elevenes resonnement og ideer, og å be elevene begrunne og forklare sin tenkning. Den utfordrende delen av kategorien baserer seg på at læreren bruker utfordre og koble sammen slik at elevene skal fortsette den undersøkende prosessen og oppdage sammenhenger knyttet til elevenes egne tanker og de matematiske ideene og prosedyrene (Knutsen & Ittelin, 2021).

Grepene læreren bruker på dette nivået vil kunne bidra til at elevene selv vil ta større del i det undersøkende arbeidet, da på bakgrunn av at interaksjonene som forekommer på dette nivået vil legge opp til å fremme argumentasjonene, refleksjonene og utforskningen til elevene. Læreren vil likevel i likhet med den losende interaksjonen være styrer av dialogen, men elevene vil ta større del i samtalen (Knutsen & Ittelin, 2021). Involveringen til læreren vil være slik at læreren legger opp til at elevene skal begrunne tankene sine og selv utfordre de matematiske tankene de har. Knutsen og Ittelin (2021) refererer til det Brendefur og Frykholm (2000) kaller for et refleksivt kommunikasjonsmønster, dette kjennetegnes ved at elevene og læreren deltar på lik linje i samtalen. Målet med dette kommunikasjonsmønsteret er å fremme faglig dybde gjennom diskusjon og refleksjon.

Åpne og relevante spørsmål er det den orienterende og utfordrende kategorien skal innebære, dette er i samsvar med PRIMAS-modellen til Abril et al. (2013) sine kriterier for spørsmål som stilles i undersøkende undervisning. Dersom spørsmålene som stilles er åpne og relevante vil dette være tilretteleggende for essensielle elevaktiviteter slik vi ser i tabell 1, og disse kan i følge Blomhøj (2021) for eksempel være det å danne og teste egne hypoteser, fortolke, eksperimentere og resonnerer. Kategorien kan sammenlignes med Blomhøj (2021) sin fase to, hvor lærer skal være veileder og støtte elevene. Tredje hovedfase til Pedaste et al. (2015) som er å undersøke kan også sammenlignes med denne interaksjonen, da det legges vekt på elevarbeidet i den undersøkende fasen.

Knutsen og Ittelin (2021) mener at den orienterende og utfordrende interaksjonen kan fremme undersøkende aktivitet, på den måten at det legges til rette for elevenes utforskning når en bruker en slik type interaksjon. Har læreren en slik tilnærming til interaksjonen med elevene vil hen kunne få en innsikt i det elevene tenker, og dette kan bidra til at læreren får muligheten til å bygge videre på det elevene allerede innehar av kunnskap og å oppdage dersom elevene skulle ha noen misoppfatninger. De sier også at en orienterende interaksjon

kan gi læreren et grunnlag til å utfordre elevene, og på den måten henger kategoriene orienterende og utfordrende sammen (Knutsen & Ittelin, 2021).

Deltakende interaksjon

Nivå fire på interaksjonsskalaen er deltakende interaksjon. Knutsen og Ittelin (2021) har basert kategorien på samtalegrepene: å evaluere, omformulere, kontakte og oppdage. Lærerne bruker disse grepene for å ta del i den utforskende prosessen sammen med elevene, og bruker grepene for å støtte og veilede dem i arbeidet. Læreren vil i denne type interaksjon være en likeverdig deltaker i arbeidet, og i likhet med den orienterende og utfordrende interaksjonen vil den deltakende interaksjonen gi læreren et innblikk i hva elevene tenker og gir læreren muligheten til å bygge videre på tankene til elevene og vise sammenhenger mellom tankene og ideene deres (Knutsen & Ittelin, 2021). Knutsen og Ittelin (2021) knytter i likhet med den orienterende og utfordrende interaksjonen, også denne interaksjonstypen til det refleksive kommunikasjonsmønsteret til Brendefur og Frykholm (2000). I tillegg knytter de det også opp mot det rike kommunikasjonsmønsteret Brendefur og Frykholm (2000) beskriver.

Knutsen og Ittelin (2021) knytter den deltakende interaksjonen til det Alrø og Skovsmose (2004) omtaler som dialogisk læring. Ved bruk av samtalegrepene kategorien baserer seg på vil det oppfylle flere av de essensielle læreraktivitetene Blomhøj (2021) omtaler, som vi har omtalt i tabell 1. Deltakende interaksjon vil kunne fremme aktivitet, men det kan i den virkelige undervisningen være vanskelig å få til. Dette på bakgrunn av at klasserommet er tradisjonelt styrt av at læreren har autoriteten i arbeid som foregår, og dette påvirker den sosiomatematiske normen i klasserommet. Læreren forsøker ofte å være en likeverdig deltaker i det undersøkende arbeidet, men på grunn av maktforholdet som allerede er etablert i klasserommet kan det være vanskelig for elevene å se på seg selv som likeverdig med læreren. De søker likevel bekreftelse på arbeidet og tankene sine (Knutsen & Ittelin, 2021).

På lik linje med den orienterende og utfordrende interaksjonen får læreren innsikt i hva elevene tenker i den deltakende interaksjonen. Tankeprosessen til elevene vil komme til syne når de omformulerer og evaluerer synspunktene de har på det matematiske problemet. Forutsetningen for dette er at læreren er bevisst på innspillene til elevene i samtalen, og at læreren benytter innspillene for å påvirke den proksimale utviklingssonen til elevene (Knutsen & Ittelin, 2021).

Tilretteleggende interaksjon

Siste nivået på skalaen er den tilretteleggende interaksjonen, det som kjennetegner denne kategorien er at læreren i det undersøkende arbeidet fungerer som en tilrettelegger. Forskjellen fra den deltakende interaksjonen til den tilretteleggende er hvordan læreren tilnærmer seg samtalen. Læreren vil ha en mer passiv tilnærming i denne typen interaksjon kontra den deltakende interaksjonen, læreren vil altså være en «tilrettelegger», i det undersøkende arbeidet. Knutsen og Ittelin (2021) har basert den tilretteleggende interaksjonen på samtalegrepene: snu og snakk, repetere, observere og regissere. De skriver at dersom læreren bruker disse grepene kan læreren ha en tilbaketrukket rolle og funksjon i det undersøkende arbeidet og elevene selv vil ha hovedansvaret i arbeidet. Sammenligner vi denne kategorien med den deltakende kategorien hvor læreren og elevene har en likeverdig rolle, vil det i tilretteleggende interaksjon legges til rette for det selvstendige arbeidet til elevene. Knutsen og Ittelin (2021) knytter også ideelt sett denne interaksjonen opp mot det rike kommunikasjonsmønsteret som Brendefur og Frykholm (2000) omtaler. Drageset (2016) blir også omtalt her, og han sier at et rikt kommunikasjonsmønster krever aktive og utforskende elever, som stiller mer spørsmål enn de definerer og forklarer (Knutsen & Ittelin, 2021).

Slik som med den deltakende interaksjonen vil også denne legge til rette for det selvstendige og undersøkende arbeidet til elevene, Knutsen og Ittelin (2021) refererer til Blomhøj (2021) som beskriver dette som essensen i fase to i undersøkende undervisning. Benytter læreren seg av snu og snakk og repetere vil det gi muligheten til å kunne skape rom for dialogisk samspill og fremme samarbeid, som er i tråd med de essensielle læreraktivitetene til Blomhøj (2021). Ut fra sine egne resultater forteller Knutsen og Ittelin (2021) at samtalegrepet snu og snakk forekom oftest på videregående, og videre forteller de at dette kan ha noe med alderen til elevene og den sosiomatematisk normen i klasserommet.

Samtalegrepet å observere skriver Knutsen og Ittelin (2021) at læreren benytter seg av i den tilretteleggende interaksjonen, dersom læreren observerer vil det kunne gi en innsikt i hva elevene tenker og hvilke løsninger de har kommet frem til. Læreren kan ved å gjøre dette forberede seg på diskusjon eller hvordan en kan rette opp i matematiske sammenhenger og koblinger. De refererer til fase to i Blomhøj (2021) sin trefaseinndeling, hvor hensikten med fasen er det undersøkende arbeidet til elevene, og at lærerens rolle i hovedsak skal være som støtter og veileder. Her kobler de også inn Smith og Stein (2018) sitt steg nummer to i five

practices, som er viktig i planleggingen av samtalen. Læreren kan gjennom observasjon se an behovet for involvering fra deres side i det undersøkende arbeidet, ser ikke læreren behovet for støtte og veiledning vil det kunne defineres som tilretteleggende. Dersom læreren velger å involvere seg vil det kunne gå fra en tilretteleggende interaksjon, til for eksempel en losende eller deltakende interaksjon (Knutsen & Ittelin, 2021).

Videre brukes også grepet regissere i det undersøkende arbeidet, dette grepet kan legge til rette for at elevene får delt tankene og ideene sine med de andre i gruppen og/eller klassen. Knutsen og Ittelin (2021) beskriver noen konsekvenser ut fra deres egne observasjoner: dersom læreren lar elevene i for stor grad styre selv og ikke bygger videre på bidragene elevene kommer med, kan det bli slik at læreren presenterer et endelig og riktig svar (Knutsen & Ittelin, 2021).

Kategorien tilretteleggende interaksjon kan legge til rette for elevenes tanker og ideer, da lærer vil være med tilbaketrasket i en slik interaksjon, ved å da enten observere, regissere eller rette elevene mot hverandre. En slik rolle fra lærerens side kan gi både positive og negative effekter (Knutsen & Ittelin, 2021).

3 Metode

I dette kapittelet vil vi presentere de metodiske valgene vi har gjort i forbindelse med forskningsprosjektet vårt. Først vil vi presentere vitenskapssynet som vår oppgave faller inn under, og valget av forskningsdesign. Deretter vil vi beskrive datainnsamlings- og analysemetoden vi har anvendt i vårt forskningsprosjekt. Etterfulgt av en presentasjon av utvalget vårt, og en drøfting av reliabiliteten og validiteten til vårt prosjekt. Tilslutt vil de etiske betraktningene vi har gjort i forhold til studien vår presenteres.

3.1 Vitenskapssyn

Forskningsprosjektet vårt handler om å få en dypere forståelse av hvilke faktorer som spiller inn for lærerens støtte av elevene i det selvstendige arbeidet deres som foregår i den undersøkende fasen basert på Blomhøj (2016) sin modell for undersøkende undervisning. Dette kommer frem av vår problemstilling: *Hvilke faktorer spiller inn for hvilken støtte som blir gitt i den undersøkende fasen i en undersøkende undervisningssekvens?*

Postholm og Jacobsen (2018) beskriver kvalitative studier som metoder som er rettet mot «å beskrive og forstå menneskers handlinger og meningsskaping i deres naturlige kontekst» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). Det vil være hensiktsmessig for oss å bruke en kvalitativ metode, da vi ønsker å se på hvordan lærere og elever samhandler i undersøkende undervisning, med fokus på den undersøkende fasen hvor elevene arbeider selvstendig. Etter det Postholm og Jacobsen (2018) sier om kvalitativ metode er omtrent alle forskere innenfor kvalitativ metode tilhørende et konstruktivistisk kunnskapssyn. Kjennetegnene på et konstruktivistisk kunnskapssyn er at forskerne gjengir sin egen oppfatning av virkeligheten, og denne kunnskapen vil utvikles kontinuerlig gjennom interaksjon og dialog med andre (Postholm & Jacobsen, 2018). Da vi i vår studie benytter oss av observasjon, vil virkelighetsoppfatningen vår spille en stor rolle i tolkningen av datamaterialet. Med bakgrunn i dette vil vårt prosjekt falle under et konstruktivistisk kunnskapssyn.

3.2 Forskningsdesign

Forskningsprosjektet vårt har vi valgt å plassere innenfor en generisk kvalitativ metode. Metoden er vanlig å bruke når en skal gjøre kvalitative undersøkelser i utdanning, hvor det da er et mål om å forstå sammenhenger i praksis (Merriam, 2015). Datainnsamlingsmetoden innenfor dette forskningsdesignet er observasjon, intervju eller dokumentanalyse, og gjennom

analysen så oppdages det gjentakende mønstre. Studier som er generisk kvalitative trekker karakteristikk fra teorier, konsepter og modeller i pedagogisk, kognitiv eller utviklingsmessig psykologi som gir rammer for studiene. Dataene som blir analysert er basert på ulike begreper fra teoretiske rammeverk, og det resulterer vanligvis i at det identifiseres gjentakende mønstre, kategorier eller faktorer som skjærer gjennom dataene. På den måten bidrar det til en videreutvikling og avgrensning av den teoretiske rammen (Caelli et al., 2003). I utdanningsfeltet er generisk kvalitative studier de vanligste formene for kvalitativ forskning. Vår oppgave innebærer at vi skal finne mønstre og gjentakende kategorier, dette vil da være et riktig valg av forskningsdesign.

3.3 Datainnsamlingsmetode

Thagaard (2018) sier at observasjon er egnet til å studere samhandling fordi det gir oss som forskere tillatelse til å rette oppmerksomheten vår mot hvordan mennesker forholder seg til hverandre i sosiale settinger. Observasjon kan også benyttes for å fange opp menneskelig aktivitet i deres naturlige settinger, det skriver Postholm og Jacobsen (2018). Vi har benyttet oss av video som datainnsamlingsmetode, for å se på samhandlingen mellom lærer og elevene i undersøkende matematikkundervisning. I prosjektet vårt skal vi se på hvilke strategier som fungerer/ikke fungerer for en lærer når han eller hun skal støtte og eller hjelpe elevene i den undersøkende fasen i undersøkende undervisning, med utgangspunkt i Blomhøj (2016) sin trefasemodell. Videoopptak gir oss god hjelp i å fange opp både non-verbale og verbale handlinger, og dette frigjør forskeren fra å bruke alle sansene på samme tid i observasjonen, og vi kan da gjennomføre en grundigere analyse (Thagaard, 2018). Ettersom en kan se videoopptak flere ganger, kan en også gjenoppleve situasjonene (Postholm & Jacobsen, 2018). Vi fikk tildelt videomateriale fra SUM-prosjektet, og det ble brukt go-pro kameraer med et kamera på hver gruppe i de ulike klassene. Videoopptakene ble gjort i grupper på 2-5 elever, alt ettersom hvilket trinn og hvor store klassene var. En elev i gruppen hadde på seg et go-pro kamera. Undervisningssekvensene varierte i varighet, og vi har omtrent 60 timer med videoopptak i vårt datamateriale. Ettersom vi spesifikt skulle se på den undersøkende fasen transkriberte vi kun disse sekvensene, men vi så alle opptakene for å se sammenhengen og presentasjonen av hvilken oppgave de skulle gjennomføre. Elevene var noe fokusert på kameraene i starten av sekvensene, men etterhvert så det ut som de hadde fullt fokus på arbeidet de skulle gjøre. Det kan dog diskuteres om det var en naturlig setting for elevene å bli filmet på denne måten, dette er nødvendigvis ikke noe de er vant med og materialet vårt kan ha blitt påvirket av at elevene kan ha følt seg utilpass eller at de gjør seg til. Men etter vår

observasjon virket det ikke som det hadde noen særlig negativ effekt på materialet som ble filmet.

Det er også ulike observatørroller en kan inneha ved observasjon. En kan definere de ulike observatørrollene fra fullstendig deltaker til fullstendig observatør (Postholm & Jacobsen, 2018). I figur 8 ser vi de fire ulike observatørrollene som Postholm og Jacobsen (2018) definerer:

		Forskerens deltakelse	
		Liten	Stor
Forskerens avstand	Liten	Deltaker-som-observatør	Fullstendig deltaker
	Stor	Fullstendig observatør	Observatør-som-deltaker

Figur 8 Ulike observatørroller (Postholm & Jacobsen, 2018)

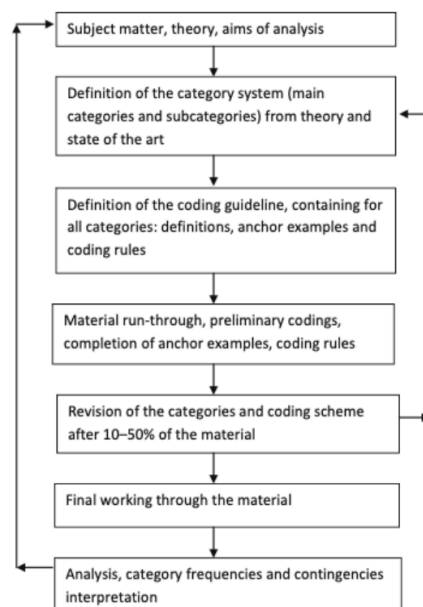
Den «fullstendige observatør» har ingen tilknytning til situasjonene som blir observert, og vil da heller ikke kunne samhandle med de som observeres. Etersom vi har fått utdelt videomateriale gjennom SUM-prosjektet vil vi være fullstendige observatører da vi ikke har noen form for tilknytning til situasjonen, og vi vil da ikke påvirke feltet som studeres (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.4 Analysemetode

Hvordan vi har gjennomført analysen av vårt datamateriale vil vi presentere i dette delkapitlet. Forskningsprosjektet vårt er en videreføring av Knutsen og Ittelin (2021) sin masteravhandling, og baserer seg på å beskrive og forstå interaksjoner mellom lærer og elev i undersøkende undervisning. Vi har valgt å foreta en innholdsanalyse for å trekke ut meningsinnholdet i interaksjonene mellom lærer og elev, og det er hensiktsmessig å få en oversikt over datamaterialet slik at det kan presenteres for andre (Postholm & Jacobsen, 2018). Allerede skrevne data, blir rapportert og oppsummert i prosessen innenfor en innholdsanalyse. Cohen et al. (2018) sin definisjon av kvalitativ innholdsanalyse er at det er et strengt og systematisk sett av prosedyrer for replikering, slutning, undersøkelse, analyse og verifisering av innholdet i skriftlige data. Innholdsanalyse kan også brukes når en analyserer video (Cohen et al., 2018; Mayring, 2015).

Vårt utgangspunkt vil være Mayring (2015) sin modell for kategorisering av kvalitative data. Mayring (2015) trekker frem at det sentrale for en kvalitativ innholdsanalyse er kategorisystemet, og dette bidrar til intersubjektivitet. Dette betyr at andre kan gjenta eller rekonstruere analysen. Vår oppgave vil som nevnt være en rekonstruksjon av Knutsen og Ittelin (2021) sin masteroppgave, som vil si at den er intersubjektiv. Kategorisystemet og analysemetodene blir utviklet i forhold til et bestemt datamateriale og dermed er vurdering og revurdering av kategoriene underveis en viktig del av analyseprosessen (Mayring, 2015). Ifølge Mayring (2015) kan man i en kvalitativ analyse enten ha en induktiv, deduktiv eller blandet tilnærming til datamaterialet. Ettersom vi arbeider videre med Knutsen og Ittelin (2021) sin masteroppgave vil ikke vår oppgave slik som deres være en blandet tilnærming med både egendefinerte koder- og kategorier (induktiv) og forhåndsbestemte koder (deduktiv). Den lener seg mest mot en deduktiv tilnærming, da vi bruker deres konseptuelle rammeverk med allerede etablerte koder. Hovedforskjellen vil være at vi har valgt å dele opp deres fem kategorier opp i seks kategorier. En kan si at det da vil være en noe induktiv tilnærming også. Blandet tilnærming defineres av Postholm og Jacobsen (2018) som abduktiv tilnærming, og i en slik tilnærming vil vi som forskere være i en kontinuerlig prosess hvor vi går mellom egne perspektiver og datamaterialet.

Vi har valgt å bruke Mayring (2015) sin prosessmodell for deduktiv kategorisering for å beskrive analyseprosessen vår, modellen ser vi i figur 9.



Figur 9 Mayrings prosessmodell for deduktiv kategorisering

En deduktiv analyse starter med et forarbeid hvor en velger tema og setter seg inn i ulike teorier som er knyttet til temaet en skriver om, og en må sette seg mål for analysearbeidet (Mayring, 2015). Arbeidet vårt startet med å finne relevant teori og forskning som er knyttet til vårt valg av temaet undersøkende undervisning. På bakgrunn av dette utarbeidet vi disse forskningsspørsmålene:

- 1) *Hvor mange interaksjoner forekommer i den undersøkende undervisningen og hva skjer før og etter interaksjonen?*
- 2) *Hva kjennetegner støtten som blir gitt i de ulike kategoriene i interaksjonsskalaen?*

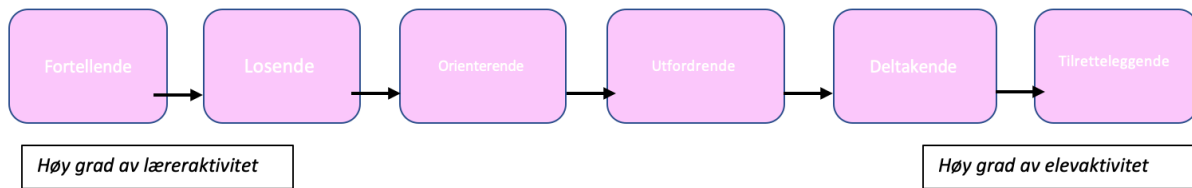
Ettersom vårt arbeid er en videreføring av en tidligere masteroppgave, vil vår praktiske del av analysearbeidet innebære å videreføre deres analyseverktøy. Dette består av Knutsen og Ittelin (2021) sitt konseptuelle rammeverk, som vi har beskrevet i delkapittel 2.4.2, og deres rammeverk baserer seg på teori som omhandler kommunikasjon i matematikk. Neste steg i analyseprosessen handler om å definere et kategorisystem ut fra aktuell forskning og allerede eksisterende teori (Mayring, 2015). Det konseptuelle rammeverket til Knutsen og Ittelin (2021) bruker vi som vårt kategorisystem, og vi satt oss inn i kategoriene steg for steg, vi valgte å dele opp den ene kategorien deres, dette kommer vi tilbake til senere i oppgaven. Å sette retningslinjer for kodene er det neste steget i Mayring (2015) sin modell, her brukte vi Knutsen og Ittelin (2021) sin tabell med oversikt over teoretiske begreper, hvor det var tilhørende definisjoner på hver av begrepene. Begrepene de har beskrevet er hentet fra litteratur innenfor undersøkende undervisning og kommunikasjon i matematikk. I tabell 7 presenterer vi et utklipp:

Tabell 7 Utdrag fra definisjonstabell fra vedlegg 5

IC-modellen Alrø & Skovsmose (2002)	Kontakte	Omhandler hvordan læreren er til stede i dialogen gjennom å blant annet bekrefte og støtte, stille undersøkende spørsmål, legge til rette for deltakelse (for eksempel stille spørsmål rettet mot om elevene er enig/forstår) og bruke humor i samtalen.
	Oppdage	Innebærer lærerens mulighet til å spørre og undre, stille «testende spørsmål» og «check-spørsmål». Det innebærer også å kunne utforske og prøve ut, samt stille hypotetiske («hva om») spørsmål.
	Identifisere	Innebærer å stille «hvorfor spørsmål», forklare og tydeliggjøre matematiske ideer.
	Advokere	Handler om å etablere eksisterende kunnskap, samtidig reflektere over denne kunnskapen i felleskap.
	Tenke høyt	Handler om å stille hypotetiske spørsmål og å tenke høyt ved å si f.eks. «Jeg tenker at...», «Hva om vi gjør sånn».

Tabellen viser teori, begrep og definisjon av begrepene. Gjennomgang av datamaterialet var neste steg i analysearbeidet vår. Mayring (2015) sin prosessmodell sier at målet med denne fasen er å sette midlertidige koder, utarbeide regler og gjennomgang av materialet. Vi benyttet oss av analyseverktøyet for å få en oversikt over alle interaksjoner som forekom mellom lærer og elevene i den undersøkende fasen. Interaksjonene ble etter vår definisjon fra når elev eller lærer tok kontakt til samtalen naturlig tok slutt. I vårt skjema for analyse noterte vi ned alle interaksjonene som forekom mellom lærer og elevene, vi noterte også ned alle samtalegrepene og hvilke kategorier de tilhørte, før vi transkriberte og så over materialet nøye. Kapittel to vil vise til teorier om kommunikasjonsgrepene en finner i vedlegg 5 og det er dette vi har basert notatene våre på.

Etter vi hadde sett grovt igjennom mesteparten av datamaterialet vårt kom vi frem til at vi ønsket å videreutvikle og revidere analyseskjemaet vårt, dette er det femte steget i modellen til Mayring. Arbeidet med analysen tok mye tid og det var en kontinuerlig prosess hvor vi fant ut at vi ønsket å dele opp kategorien *orienterende og utfordrende* fra det konseptuelle rammeverket til Knutsen og Ittelin (2021) slik som figur 10 viser.



Figur 10 Interaksjonsskalaen etter oppdeling

Dette på bakgrunn av at omtrent alle interaksjonene som falt inn under denne kategorien bare hadde trekk fra enten den orienterende eller den utfordrende kategorien. Siste steget i Mayring (2015) sin prosessmodell, steg seks var siste gjennomgang av datamaterialet. Dette steget gikk vi gjennom flere ganger, slik at det ble en prosess som foregikk over lengre tid. Vi fikk gått gjennom materialet nøye og ble mer bevisst på hvor rett plassering av interaksjonene ble, dette ble et tidkrevende arbeid men for å sikre validiteten på vår oppgave valgte vi å bruke tid på det. En god del av interaksjonene ble flyttet på innenfor interaksjonsskalaen da vi underveis også ble mer kjent med skalaen og forstod innholdet bedre. Som nevnt valgte vi å dele opp kategorien *orienterende og utfordrende*, vi ble også sikre på at det var den rette avgjørelsen i siste gjennomgang av datamaterialet.

3.5 Presentasjon av utvalget

Vårt utvalg er representert av to klasser fra mellomtrinnet, to klasser fra ungdomstrinnet og to klasser fra videregående skole. Videre vil vi kort presentere de ulike klassene og hvilken oppgave som ble gitt i de ulike undervisning sekvensene. Vi kaller hver av de for økt 1, økt 2 osv.

Økt 1

Økt 1 tilhører en klasse i en by, elevene i denne klassen går på mellomtrinnet. Det er 20 elever i klassen, og de har en mann i 40 årene som lærer. Elevene var delt inn i grupper med 3-5 elever på hver gruppe.

De fikk utdelt en oppgave som omhandlet å finne det beste tilbudet fra ulike telefonleverandører. Lærerens intensjon med oppgaven var at elevene skulle se sammenhengen mellom brøk, prosent og desimaltall.

Økt 2

Økt 2 i vårt utvalg er fra mellomtrinnet på en skole i distriktet med en kvinnelig lærer i 40 årene. Klassen bestod av omtrent 25 elever, hvor de da var fordelt i grupper på 3-5 elever.

Elevene skulle lage sin egen pyramide i minecraft ved bruk av iPad, og den skulle være 8 blokker høy og de skulle da finne ut hvor stor grunnflaten, arealet og omkretsen blir. De fikk ulike småoppgaver underveis fra læreren.

Økt 3

Økt 3 tilhører en aldersblandet klasse på en ungdomsskole i en by. Omtrent 15 elever i klassen, med en kvinnelig lærer i 40-årene. Elevene satt i ulike rom, og jobbet sammen i par eller grupper på 3 elever.

Oppgaven de fikk var å lage størst mulig areal på en sjokoladeplate med omkrets på 24 ruter. Læreren var opptatt av at elevene forstod sammenhengen mellom et rektangel og et kvadrat.

Økt 4

Økt 4 tilhører også en aldersblandet klasse på en ungdomsskole i en by. Klassen bestod av omtrent 25 elever, med en mannlig lærer i begynnelsen av 30-årene. De jobbet i grupper med 3-4 elever i hver gruppe.

Oppgaven deres var å planlegge juleball, og da finne ut hvor mange bord de trengte for å få plass til 450 elever i skolens gymsal. De kunne velge mellom to ulike bord, med ulik størrelse. Gymsalen hadde et mål 17 x 23 meter. Elevene hadde ikke denne informasjonen på forhånd, de måtte derfor måle selv eller få informasjonen fra læreren underveis.

Økt 5

Økt 5 er tilhørende en klasse på videregående i distriktet, med 20 elever med en mannlig lærer i starten av 40-årene. I denne klassen jobbet elevene i par, og enkelte slo seg sammen underveis i økten.

Elevene i denne klassen fikk utdelt koordinasjonssystem med ulike funksjonsuttrykk, hvor de da skulle oppdage og se mønstre og sammenhenger knyttet til translasjoner av trigonometriske funksjoner.

Økt 6

Økt 6 er tilhørende en klasse på videregående i en by, det er ca. 25 elever i klassen. De har en kvinnelig lærer i 30 årene. Elevene satt sammen i grupper på 3-4 elever.

Oppgaven deres var å snakke om drøfting av trigonometriske funksjoner, og snakke om egenskapene til disse. Deretter snur læreren problemstillingen og kommer med egenskaper, så skal elevene finne trigonometriske funksjoner som oppfyller kravene eller har de egenskapene hun etterspør. Underveis i arbeidet lager de oppgaver som skal sendes rundt i klasserommet, hvor da elevene lager kravene/egenskapene.

3.6 Forskningens kvalitet

Postholm og Jacobsen (2018) skriver at forskningstekster ofte presenterer funn, og er basert på forskerens forståelse som er blitt utviklet i settinger og situasjoner forskeren har studert. Dette er rammet inn av en problemstilling og forskningsspørsmål, og forskningen er ikke på søk etter kunnskap som er objektiv og universell, men en skal vektlegge mangfoldet og kontekstafhengigheten til kunnskapen. Som forskere kan vi aldri bli helt objektiv når det kommer til vår egen subjektivitet, men det handler om at vi som forskere må være bevisst på dette. På samme tid skriver Postholm og Jacobsen (2018) at kunnskapen som blir presentert i den endelige teksten ikke kan være helt subjektiv, da fordi «synsing» fra en person om hva han eller hun mener vil være uinteressant for andre. Intersubjektivitet vil være det nærmeste vi kommer en sannhet. Intersubjektivitet betyr at flere har samme oppfatning av virkeligheten, og ettersom vi i vår oppgave har arbeidet videre med Knutsen og Ittelin (2021) og har en omtrent lik forståelse for det vil det styrke oppgaven vår. I tillegg har vi sett på videomaterialet hver for oss, og snakket med veilederne våre om dette. Alle har fått det samme synet på materialet. Selv om vi har samme syn på virkeligheten, er det ingen garanti for at det er det som er virkeligheten, men kunnskapen vil utvikles kontinuerlig i dialog og interaksjon med andre (Postholm & Jacobsen, 2018).

3.6.1 Validitet

Validitet i kvalitativ forskning er utfordrende, da det er mange ulike perspektiver og definisjoner som en kan finne i ulike bøker, artikler og bokkapitler (Creswell & Miller, 2000; Golafshani, 2015). Creswell og Miller (2000) ramser opp disse ulike begrepene for validitet

oversatt til norsk: autentisitet, godhet, troverdighet, tilstrekkelighet, pålitelighet, plausibel, validitet, validering og kredibilitet. Postholm og Jacobsen (2018) presenterer to forhold, hvor den ene handler om hvilke begrensninger som er knyttet til vår egen forskning. Dette handler om forskningens gyldighet, altså hvilke konklusjoner vi som forskere kan trekke ut fra dataene vi har samlet inn. Som kvalitative forskere må vi omfavne vår rolle og involvering i forskningsprosessen (Golafshani, 2015). Det er flere ulike måter vi kan vurdere validiteten i vårt forskningsprosjekt, men vi har valgt å fokusere på *thick rich descriptions*, teoretisk gjennomsiktighet (transparens), vurderinger av tolkninger fra andre studier og forskningsresultatenes overførbarhet.

Creswell og Miller (2000) har sine «linser», altså synsvinkler som en skal bruke for å forstå validiteten av forskningen. Innenfor det konstruktivistiske paradigmet finner vi blant annet *thick rich descriptions*, som kan oversettes til tykke, rike beskrivelser. Dette innebærer detaljerte beskrivelser som skal gi leseren en følelse av at de «opplever» hendelsen, eller interaksjonen som i vårt tilfelle beskrives. På denne måten kan leseren selv vurdere beskrivelsen opp mot hvilken kategori den tilhører (Creswell & Miller, 2000). Silverman (2014) argumenterer for at det er viktig å gi tykke beskrivelser for å sørge for transparens, altså en teoretisk gjennomsiktighet. Cohen et al. (2018) skriver også at tykke beskrivelser er et prinsipp for validitet i kvalitativ forskning. Våre resultater viser til redegjørelse for kategoriene vi baserte vår analyse på. Vi har forsøkt å ha så detaljerte beskrivelser som mulig, da ved å beskrive hva som skjer, hva som blir sagt og bruk av bilder for å illustrere. Leserne vil da kunne se virkeligheten slik den fremstod for oss som forskere (Postholm & Jacobsen, 2018).

En annen side ved validitet i kvalitative studier omhandler vurderinger av tolkninger fra andre studier, som betyr at vi kan argumentere for validiteten med å sammenligne våre resultater med resultater fra andre studier (Thagaard, 2018). Styrkning av validiteten vil være når tolkninger fra for eksempel to ulike studier bekrefter hverandre, i vårt tilfelle vil dette omhandle at vi har kommet frem til mange av de samme tolkningene som Knutsen og Ittelin (2021) har i sin studie.

Overførbarheten til forskningsresultatene er også et aspekt som er viktig for forskningens validitet. Cohen et al. (2018) beskriver *transferability* som generaliserbarhet. Dette innebærer at det som blir generert kan være nyttig for å forstå andre like situasjoner. Generaliserbarhet innenfor dette refererer til for eksempel spesifikke grupper. I vår situasjon som fremtidige

lærere vil dette omhandle overførbarheten av vårt prosjekt til andre lærere, at det kan brukes av andre lærere.

3.6.2 Reliabilitet

Reliabilitet er et begrep en finner i kvantitativ forskning, og i utgangspunktet handler det om en annen forsker ville kommet frem til de samme resultatene vi har kommet med (Thagaard, 2018). Postholm og Jacobsen (2018) beskriver at reliabilitet handler om en kan stole på de funnene som har kommet frem av forskningen, og om det kan bli reprodusert av andre forskere slik som Thagaard (2018) beskriver. Cohen et al. (2018) refererer til et ønske om å bytte ut reliabilitet med andre ord, som for eksempel «pålitelighet», «troverdighet», «nøytralitet» og «anvendbarhet» i kvalitativ forskning. De refererer også til Kleven (1995) som foreslår hvordan en kan vurdere reliabiliteten i kvalitative studier. Dette forslaget innebærer å stille spørsmål ved om de samme observasjonene og tolkningene ville blitt gjort på samme måte dersom de ble gjennomført på et annet tidspunkt.

Her finner vi også igjen ordet transparens som vi nevnte i delkapittelet om validitet, Silverman (2014) sier at en kan styrke reliabiliteten ved å gi detaljerte beskrivelser av analysemetoden for at utenforstående altså leserne kan gi en vurdering av forskningsprosessen. Spørsmålet om en annen observatør som jobber ut fra det samme teoretiske rammeverket ville ha gjort de samme tolkningene og observasjonene.

«Inter-koder» er en metode Mayring (2015) beskriver, dette går ut på at flere forskere gjennomfører den samme analysen og sammenligner resultatene sine. Vi har gjennomført prosjektet vårt sammen, og har da brukt metoden «inter-koder». Hver for oss har vi sett gjennom videopptakene på og deretter diskutert sammen. I tillegg har vår veileder sett en liten del av opptakene og kommet med sine forslag. Det styrker reliabiliteten vår at veileder har arbeidet innenfor det samme teoretiske rammeverket, i tillegg til at Knutsen og Ittelin (2021) også har jobbet ut fra dette teoretiske rammeverket tidligere. Tilsynelatende ser det ut til at vi har kommet frem til en god del av de samme observasjonene og tolkninger av hendelser som forekommer i datamaterialet, og dette styrker reliabiliteten vår (Cohen et al., 2018). Da vi har sammenlignet seks undervisningsøkter på ulike skoler og trinn og har funnet igjen kategoriene i hver av de seks øktene vil dette også være med på å styrke reliabiliteten vår. Sannsynligvis ville en funnet kategoriene i flere undervisningsøkter dersom det hadde blitt analysert.

Vår påvirkning av studiets resultat er et annet aspekt ved kvalitativ forskning (Postholm & Jacobsen, 2018). Når kvalitative forskningsprosjekter blir gjennomført er det sannsynlig at resultatene vil bli påvirket av oss som forskere. Våre erfaringer og kunnskap innenfor feltet vil ha en betydning for hvordan vi ser på datamaterialet vårt. Vi har som nevnt forsøkt å gi så nøyaktig beskrivelse av analysen som mulig slik at andre kan sette seg inn i analysen. Tett samarbeid med veileder om kategoriene vi har arbeidet med og tykke beskrivelser av kategoriene vil også styrke reliabiliteten. Leseren kan da også selv vurdere kategoriene.

Deltakerne i forskningsprosjektet vårt er alle tilhørende SUM-prosjektet, og har vært med fra starten i 2017. De har utviklet kompetanse innenfor feltet undersøkende undervisning, gjennom samarbeid med både veiledere og andre lærere. Cohen et al. (2018) beskriver et annet aspekt som er viktig for studiets reliabilitet, dette omhandler viktigheten av informantenes representativitet for studiet. At lærerne tilhører et prosjekt som har vart over lengre tid vil styrke vår reliabilitet.

3.7 Ethiske betraktninger

I en forskningsprosess kan det oppstå ulike etiske dilemmaer, og Postholm og Jacobsen (2018) beskriver tre etiske krav som er grunnleggende i forholdet mellom forsker og de det forskes på. Disse tre kravene er: krav på privatliv, informert samtykke og krav på å bli gjengitt korrekt. De etiske kravene er også i tråd med NESH (2016) sine forskningsetiske retningslinjer. Hensikten vår med å belyse de etiske betraktningene, er for å vise hvordan vi har ivaretatt de etiske prinsippene i vår forskningsprosess.

Vi benyttet oss av videoopptak av undervisningssekvenser i vårt forskningsprosjekt, dette medfører behandling av personopplysninger. Postholm og Jacobsen (2018) omtaler personopplysninger som opplysninger som kan brukes til identifisering av enkeltpersoner. På bakgrunn av dette er vi pliktige til å informere Norsk senter for forskningsdata (NSD) om forskningsprosjektet vårt. Ettersom vi benyttet oss av allerede eksisterende datamateriale fra SUM-prosjektet var søknaden om dette allerede godkjent da vi startet vårt prosjekt, se vedlegg 1 og 2.

De som deltar i forskningsprosjektet vårt har et krav på privatliv, dette betyr at jo mer sensitiv informasjon som innhentes, jo større krav er det til å ivareta privatlivet til prosjektdeltakerne (Postholm & Jacobsen, 2018). Vårt forskningsprosjekt vil ikke vise til noen form for sensitiv informasjon om deltakerne, men det kan være videoopptak som viser informasjon som kan

klassifiseres som sensitiv informasjon. Dette fordi elevene bruker go-pro kameraer som viser samtaler mellom elevene og lærer. For oppbevaring av datamateriale var det retningslinjer som måtte følges, og gjennom SUM-prosjektet ble datamaterialet derfor lagret på en sikker server og var til enhver tid innelåst i et skap på universitetets område når den ikke var i bruk.

NESH (2016) opplyser også om at personopplysninger skal behandles konfidensielt, et grep vi tok for å svekke muligheten til identifisering av enkeltpersoner var anonymisering av data, vi kalte lærerne for *lærer* og elevene for *elev 1*, *elev 2* eller *elever med kamera osv.* i situasjoner vi siterer og beskriver hva som blir sagt og gjort. I enkelte interaksjoner gav vi fiktive navn eller endret til lærer dersom de omtalte navn. Deltakerne har også et krav på å bli gjengitt korrekt, det vil si at det skal forsøkes å gi så fullstendig gjengivelse av dataene som mulig (Postholm & Jacobsen, 2018). Det vil ikke være mulig å gi en helt nøyaktig gjengivelse av dataene i forskning, men vi har i vårt forskningsprosjekt forsøkt så godt det lar seg gjøre å presentere dataene på riktig måte, ved å forsøke å gjengi så korrekt som mulig uten å identifisere personopplysninger.

Prinsippet om informert samtykke innebærer at deltakerne, altså de som undersøkes skal delta frivillig og at de er informert om hvilke gevinster og farer det innebærer å delta (Postholm & Jacobsen, 2018). Ettersom vårt prosjekt er en del av SUM-prosjektet ved Universitetet i Tromsø, var samtykkeskjemaer og underskrifter fra foresatte og deltakerne allerede innhentet da forskningsprosjektet vårt startet, se vedlegg 3 og 4. Lærerne og elevene var informert om forskningen og at de ville bli filmet.

4 Resultat

I dette kapitlet vil vi først komme med en beskrivelse av kategoriene, hvor det også vil bli presentert korte sekvenser fra vårt datamateriale som viser til spesifikke eksempler på interaksjoner som er innenfor de ulike kategoriene. Deretter vil vi beskrive hver av øktene, etterfulgt av mulige årsaker til hver kategori, hvor vi vil beskrive og tolke hva som skjer før og etter interaksjonene.

4.1 Beskrivelse av kategoriene

4.1.1 Fortellende

Dersom vi ser på interaksjonsbeskrivelsen til den fortellende kategorien, er den basert på at læreren har det overordnende ansvaret for det undersøkende arbeidet. Kategorien er som nevnt i teoridelen preget av samtalegrepene demonstrere, forenkle, oppsummere og påpeke viktige detaljer. Under har vi hentet et interaksjonssegment som forekommer i økt 1, interaksjonen starter ved at læreren stiller seg ved pultene til gruppen for å høre hva de diskuterer seg i mellom:

*Lærer: *Overhører hva elevene diskuterer* Nei altså 5 delt på 4*

Elev: Hæ?

Elev 2: 5 delt på 4?

Lærer: Det står 50 kroner og dele på 4 så det blir jo ikke 10 kroner?

Elev: men, 1.5 er 25

*Lærer: jaja *nikker bekræftende**

Elev: Så da skulle vi ned 20% så da blir det 0.7 prosent av 4, det her blir litt annerledes prosent, men hvis du tenke på den måten så blir det teknisk sett at 0.50 ...

Elev 3: Da tar du bare halvparten av det

Elev: ... Delt på 4, er 10%

Lærer: Ja men det er jo ikke 10% det er jo 12.5%

Utdraget ovenfor viser hvordan læreren demonstrerer ved å rette på det elevene har gjort, han ber om bekreftelse på om elevene forstår eller er enige i hans resonnement. Da ved at han stiller et spørsmål hvor han direkte retter på elevsvaret. Her ser vi tydelig at læreren bærer samtalen.

I samme interaksjonssegment tydeliggjør også læreren hva elevene selv har tenkt, ved å stille spørsmål og bekrefte at deler av det de har kommet frem til er riktig. På samme tid oppsummerer han hva de har kommet frem til så langt for å rydde opp i resonnementet deres. Slik vi ser under:

Elev: Det er jo 10%

*Elev: Men halvparten av denne *peker på arket*, halvparten av denne, hvis dette er 20%, da er halvparten av den 10%, ikke sant?*

*Lærer: Men, men jeg skjønner ikke tallene dere har skrevet, de her hvis vi går tilbake til utgangspunktet her, den viser *viser på arket*, hva fant dere ut at halvparten av den var? Den er helt riktig, og halvparten av den igjen er den, okei, så da er dere nede på 50%, dere er på 25% ja, også prøver dere å finne de 3 prosentene*

Elev: Hva er halvparten kunne ikke det vært ...

*Lærer: Se her jeg skriver ned her, for å hjelpe dere å holde system, for det der var 25%, det der var 50% ikke sant? Også skulle dere prøve å finne 1, eller de 3 prosentene, det var der du *peker på elev* snakket om å for eksempel finne 20% eller 30%*

Læreren ser her at elevene ikke har orden i notatene sine slik at han nesten tar over arbeidet deres for å vise dem hva som er viktig for arbeidet videre.

Et annet eksempel på en fortellende interaksjon finner vi i økt 6, hvor læreren igjen overhører hva elevene på gruppen prater om:

Elev 1: Vi kan jo bare tegne ei linje, det stod ingenting om at det måtte skulle være en trigonometrisk funksjon

Læreren overhører elevene

Lærer: Det må være et toppunkt da

Elev 1: Du kan fortsatt ta x^2

Lærer: eheh, det er jo klart det er jo litt sånn når man går på butikken og sier at man skal ha en bukse, det finnes mange bukser, men hvilke bukser har jeg lyst på

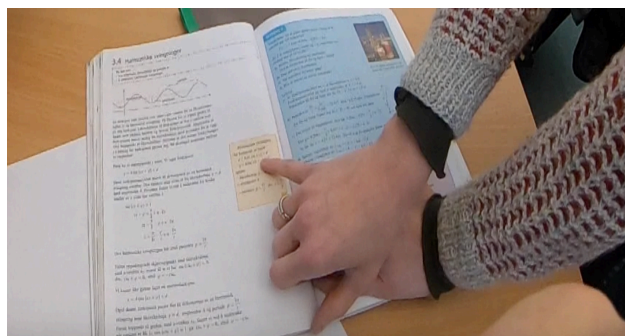
Elev 2: Ja

Elev 1: Okei da...

Elev 3: Vi kan jo heller forskyve

Elevene fortsetter med oppgaven

I segmentet over ser vi hvordan læreren tydelig påpeker at funksjonen de skal lage må ha et toppunkt, hun bruker dette for å påpeke hva som er viktig for elevene å ta med seg videre. Et annet eksempel er interaksjonen under hvor lærer overhører elevenes diskusjon og viser elevene et viktig poeng de allerede er inne på ved å vise til et kapittel i læreboken:



Figur 11 Læreren viser til læreboken

Lærer overhører samtalen

*Lærer: Men hvis dere ser på skal vi se, hvis dere ser på dette kapittelet *Viser i læreboken* så kan vi jo helt forskyve selv om x ikke står alene, vanligvis gjør den jo ikke det, det er bare de at dere på en måte se på den likningen her under ett, at $cx + fi$, ja at det henger sammen, men det er helt mulig å finne en fi som passer også når x ikke står alene, sånn at det..*

Elev: okei

Lærer: Dere får til en faseforskyvning

4.1.2 Losende

Interaksjonsbeskrivelsen til den losende interaksjonen er en videreføring av den fortellende, den er fortsatt preget av at lærer tar mye av det overordnede ansvaret. Som nevnt i teoridelen er denne kategorien preget av hint, lukkede spørsmål og å forenkle gjennom losing.

Vi observerte at lærerne ofte brukte hint for å få elevene videre i prosessen, og da samtidig lede de mot riktig løsning. Under ser vi en del av et interaksjonssegment i økt 4 hvor elevene skulle arrangere juleball og finne ut hvor mange elever det var plass til i gymsalen. I forkant har læreren stilt spørsmål til prosessen:

Lærer: okei, ja også hørte jeg dere snakket noe om å måle?

Elev 1: Ja, hva var det?

Lærer: Ja, vet du hva dere trenger å vite?

Elev 1: Eh, vi trenger å vite hvor stor gymsalen er

Lærer: Ja, ja det vet jeg

Elev 1: Ja

Lærer: Den er 23 x 17

...

Lærer: 23 x 17, ja sånn ja bra, er det noe mer dere trenger å vite?

Elev 1: Eh, hvor stort bordet er da

Lærer: Ja det står der bak

...

Elevene går for å måle bordene

Her ser vi at læreren stiller stegvise spørsmål og henter til at det kan være lurt å vite hvor stor gymsalen er for å komme seg videre i prosessen. Spørsmålene han stiller er også lukkede,

altså det er bare et riktig svar på spørsmålet. Læreren vet at de trenger informasjonen han innehar.

Et annet eksempel på en løsende interaksjon er fra økt 3, hvor elevene skal finne størst mulig dimensjon til en sjokolade som har omkrets på 24 ruter. Elevene har vært inne på flere ulike regnestykker og læreren ønsker at elevene skal se at et kvadrat også kan være et rektangel:

Lærer: Hva er definisjonen av et kvadrat?

Elev 1: Er det et rektangel?

Lærer: Hva er definisjonen av et kvadrat?

Elev 1: Vet ikke ...

Lærer: Hva har dere, Petra nå kan du bidra

Elev 2: Alle sidene er like lange

Lærer: Eh ja, hva mer?

Elev 2: Firkantet

*Lærer: Ja *smiler**

...

Lærer: Vinklene er 90 grader og her er ...

Elev 1: Definisjonen av et rektangel er jo at to og to sider er like lange

Lærer: Ja, er ikke to og to sider like lange her?

...

Lærer: men jo altså den oppfyller jo definisjonen, også må det jo, må man kanskje tenke litt sånn okei, per definisjon så er jo et kvadrat også et rektangel, men alle rektangler er kanskje ikke kvadrater?

Utdraget er fra et interaksjonssegment som varer i flere minutter, der læreren løser elevene gjennom oppgaven og gir hint om at et kvadrat kan være et rektangel. Spørsmålene hun stiller

har bare et riktig svar, noe som gjør at spørsmålene går under kategorien lukkede spørsmål. Vi ser i flere interaksjoner at læreren forsøker å redusere kompleksiteten på oppgaven ved å bruke hint, lukkede spørsmål og forenkling.

4.1.3 Orienterende og utfordrende

Interaksjonsbeskrivelsen til den orienterende og utfordrende kategorien er delt i to i vårt prosjekt, men Knutsen og Ittelin (2021) har i sin interaksjonsskala dette som én kategori. Vi velger å komme med to eksempler fra hver av dem, da etter vår observasjon og analyse så forekom kategoriene alene og ikke sammen i datamaterialet vi har sett på.

4.1.3.1 Orienterende

Orienterende interaksjon er preget av åpne spørsmål, at elevene må forklare sin tenkning og begrunne. Vi har observert at læreren i disse interaksjonene ofte ønsker å få et innblikk i hva elevene tenker og hvor langt de er kommet i prosessen.

Lærer: Hva har dere tenkt?

Elev 1: Nei men vi forstår ikke, hvis det skal være ...

Elev 2: Hvis det skal være 8 meter liksom eller 8 blokker høy

Lærer: Ja?

Elev mumler noe

Lærer: Jojo, hvis den skal være 8 blokker høy

I sekvensen ovenfor som er fra økt 2 stiller læreren spørsmålet «*hva har dere tenkt?*», dette er et åpent spørsmål som går igjen i de aller fleste interaksjoner der læreren forsøker å sette seg inn i elevenes matematiske tanker. Spørsmålet rettes mot selve prosessen og ikke direkte mot svaret slik som i losende interaksjon.

I en annen sekvens fra økt 4 overhører læreren hva elevene prater om:

Lærer: Okei, hæ, hva tenker dere?

Elev 1: Jo, nei, ehm vi tenke at vi skal ha tre bord etter hverandre

Lærer: Mhm

Elev 1: Eh, og da må vi ha 33 bord for å få plass

Lærer: Ja, eh, vil det være praktisk mulig?

Elev 2: Ja

Elev 1: Altså jeg vet jo ikke hvor stor gymsalen er

Her ser vi at læreren starter med et åpent spørsmål for å sette seg inn i tankene til elevene, etterfulgt av et spørsmål som retter seg mot løsningen. Læreren ønsker at elevene skal begrunne og/eller tenke over om svaret deres er gjennomførbart.

4.1.3.2 Utfordrende

Utfordrende interaksjon er preget av samtalegrepet utfordre og koble sammen. Gjennom videomaterialet ser vi at hensikten til interaksjonen stort sett er at læreren ønsker å utfordre elevene, da spesifikt de matematiske tankene deres. Men i noen tilfeller ønsker læreren også å gi de en ekstra utfordring for å koble sammen med tidligere oppgaver og eller se sammenhenger med andre prosedyrer innenfor matematikken. Slik som i sekvensen under fra økt 2 hvor elevene skulle bygge en pyramide i dataspillet minecraft med en høyde på 8 blokker:

...

Lærer: Enn hvis dere halverer høyden?

Elev 1: 4

Elev 2: 4

Lærer: Ja, hva skjer med grunnflaten da? Prøv å finne det ut med å bygge, ja dere kan tenke hva dere tror skjer, så bygger dere den

Her ser vi at læreren både utfordrer ved å stille spørsmål direkte knyttet til oppgaven, da hun ønsker at de skal se en sammenheng mellom høyden og grunnflaten til pyramiden. Læreren har på forhånd orientert seg om hva elevene har gjort, og stiller da spørsmålet ut i fra om de

ser en sammenheng. Det kan se ut til at læreren forsøker å legge til rette for elevresonnementer.

En annen måte vi har observert at lærer bruker koble sammen og utfordre på er at de direkte stiller spørsmål om sammenhengen, de forsøker å tydeliggjøre sammenhengen for elevene slik at de kan bruke de matematiske ideene videre i prosessen. Slik som i sekvensen fra økt 5 under der elevene har i oppgave å oppdage mønstre og sammenhenger knyttet til trigonometriske funksjoner:

Lærer: Får dere til den?

Elev 1: Ja?

Lærer: Ja

Elev 1: Ser ikke denne litt sånn rett ut?

Lærer: Ja, og den dere har tegnet nå er forskjøvet pi halve mot?

Elev 1: Pi halve mot venstre

Lærer: Ja men har dere, har dere tenkt på en forklaring på hvorfor det er sånn at når man tar pluss den halve, hvorfor skyves den da mot venstre?

Elev 2: Fordi det er sinus, derfor, jeg vet ikke ...

Lærer: Ja og ja, men vi så jo samme greiene for den kvadratiske funksjonen at okei vi har den opprinnelige funksjonen men når vi da tok $f(x) + 2$ så forskjøv den seg to hakk mot venstre, prøv å tenk litt på den, hvorfor er det sånn at pluss en konstant flytter den mot venstre?

...

Læreren har her allerede på forhånd sett på og orientert seg om arbeidet de allerede har gjort, spørsmålene han stiller baserer seg på om de ser en sammenheng mellom de ulike funksjonene. Læreren utfordret elevenes tanker ved å stille spørsmål om hvorfor det er sånn at grafen forskyves mot venstre når det er en positiv konstant tilføres. Vi ser tydelig at læreren ønsker å legge til rette for et resonnement fra elevene. Sekvensene viser at å utfordre og koble sammen hører sammen i en slik interaksjon da det går igjen i flere interaksjoner. Spørsmål

som starter med hvorfor, er en gjenganger i denne kategorien da vi ser at læreren ofte ønsker å få elevene til å begrunne og forklare ideene sine. Når læreren ber de begrunne ser vi også at læreren forsøker å sette i gang argumentasjon mellom elevene. Slik vi ser i sekvensen over stiller læreren spørsmål til hvorfor det er slik.

4.1.4 Deltakende

Deltakende interaksjon handler om at lærer deltar i det undersøkende arbeidet for å få elevene fremover i prosessen, og de deltar tilsynelatende i like stor grad i den undersøkende prosessen. Kategorien består av å oppdage, kontakte, omformulere og evaluere. Læreren tar del i arbeidet sammen med elevene ved bruk av disse grepene. Nedenfor ser vi en sekvens hvor læreren i økt 5 evaluerer og kontakter i interaksjonen med elevene:

Elev 1: Du Peder, er det noen sammenheng her? Så hvis jeg tar $g(1)$ så får jeg 4, nei $g(1)$ er $f(4)$, åjaa, så det jeg egentlig finner er $4(4)$ da, $g(1)$ er $f(4)$, så $g(1)$ blir 4 da?

*Lærer: *Nikker bekræftende* Det er jo faktisk sant, mhm*

*Elev 2: *Peker på den andre eleven* det har vi jo gjort på alle såå ...*

Lærer: Jaa

*Elev 2: hen e litt sånn ... *peker* jeg måtte bare forstå det*

*Lærer: Men men da har dere jo tegnet allerede en funksjon som er den *peker på arket* er det den?*

Elev 1: Ja

...

Læreren kontakter ved å bekrefte at det eleven sier stemmer, og samtidig evaluerer ved at lærer-elev evaluerer om de har sett på problemet på samme måte.

Her ser vi en annen sekvens fra økt 5:

*Lærer: Hvis vi da skulle gjøre det samme med $g(x)$ *tegner på arket*

Elev 1: Hvorfor har jeg, sa ikke vi at nullpunktene var -4 og 2?

Lærer: Ja nullpunktan va det

Elev 2: Det er jo x minus nullpunkt

Elev 1: Ja

Lærer: Njaa, ja, åjaa, det har du forsåvidt rett i, hva har vi gjort feil her?

I eksempelet over kontakter læreren ved å bekrefte at det eleven sier er rett, og stiller da et videre spørsmål som legger til rette for deltakelse fra eleven sin side. Han stiller også et «check-spørsmål» med å spørre om hva det er «vi» har gjort feil, hvor han også inkluderer seg selv. Videre i neste interaksjonssekvens som er fra økt 5 ser vi at læreren og eleven omformulerer ved at de fullfører hverandres tanker/resonnementer:

Elev 1: Det skal være minus, men se her nullpunktet er jo 4 og -2

Elev 2: Nå er du på den gule grafen, det er jo på en stiplede er jo $f(x)$

Lærer: Skriv den, for den her er jo da prøv å rette den opp

*Elev 2: Åja, f*** nå tenkte jeg på $g(x)$ det der er $g(x)$ *peker på arket**

Lærer: Ja ta å rett opp den, det er $g(x)$ okei, men hvordan blir faktoriseringen til $f(x)$ da?

Dette går igjen i interaksjonen deltakende, hvor vi flere ganger har observert at læreren bekrefter, stiller «check-spørsmål» og lærer-elev fullfører hverandres tanker og ideer.

4.1.5 Tilretteleggende

Tilretteleggende interaksjon omhandler samtalegrepene å regissere, observere, snu og snakk og repetere. Vi har observert interaksjoner hvor læreren legger opp til og legger til rette for at elevene selv skal fremme tankene og ideene sine for hverandre. Ved bruk av samtalegrepet snu og snakk har vi sett at lærer ønsker å gi elevene muligheten til å forklare de matematiske ideene sine til hverandre, slik som i sekvensen fra økt 1 nedenfor:

*Lærer: Okei så må du jo forklare, vet dem hva du har gjort? *Læreren retter elevene mot hverandre**

Elev 1: Det jeg vet at han har gjort er at han har tatt 25%

Elev 2: To delt på 8 er jo 1 på 4

Lærer: Jaja

Elev 3: 1 av 4 er jo 25%

*Lærer: Ja helt riktig *nikker bekreftende**

Elev 3: Da blir det 25%, og hvis den koster ..., er 10% 1240, og hvis du tar 1240 ...

Lærer: Du får i oppgave å forklare dem, du har helt rett

Utdraget viser at læreren ser at en elev har kommet frem til riktig løsning og han ønsker at denne eleven skal forklare til resten av gruppen hvordan han har kommet frem til svaret. Læreren retter de mot hverandre, slik at det kan oppstå matematiske diskusjoner dem i mellom.

Et eksempel hvor lærer bruker observasjon og repetisjon ser vi i økt 6 hvor de har om trigonometriske funksjoner:

Lærer: Får dere til?

Elev 1: Nei ...

Elev 2: Den der fi greia, vi er usikker på hvor mye

Lærer: Faseforskyvninga?

Elev 2: Hvor mye vi må forskyve den, vi har fått de andre riktig

Lærer: Ja så vil dere bare forskyve den?

Elev 1: Forskyvning der er jo når det ikke er, når det bare står x? Da må vi ha en halv x

Elev 2: Ja for perioden er dobbel så lang

...

Læreren spør om de får til oppgaven, og ser at de sliter med faseforskyvningen. Det er læreren selv som repeterer faseforskyvningen to ganger for å gjøre elevene bevisst på ideene de har

kommet med og legger til rette for at elevenes matematiske samtale skal fortsette. Dette ser vi i interaksjonssekvensen over, da elevene fortsetter diskusjonen etter at lærerens repetering. Interaksjonen fortsetter en stund, hvor læreren bare observerer og deretter går videre til en annen gruppe.

4.2 Opptelling av interaksjoner

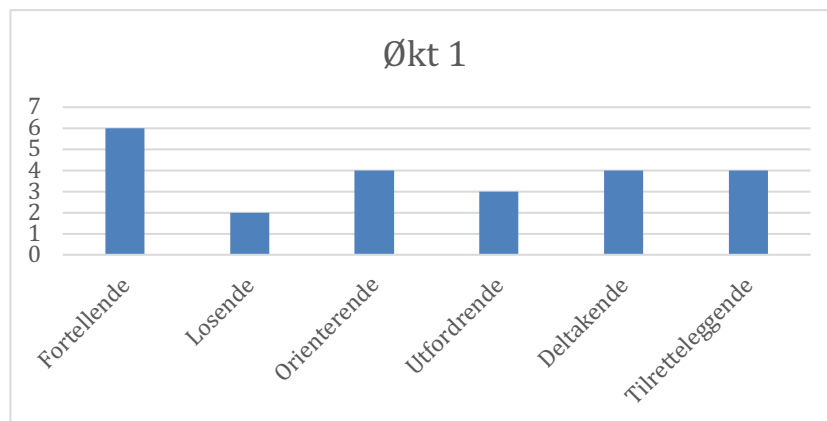
I dette delkapittelet vil vi se på hver enkelt økt og hvilke kategorier som forekommer og hvor ofte. Vi har valgt å dele opp kategorien orienterende og utfordrende da de oftest forekom alene. Øktene er delt inn i hovedkategoriene: barnetrinnet, ungdomstrinnet og videregående, hvor det er to økter innenfor hver av hovedkategoriene.

4.2.1 Barnetrinnet

Økt 1

Denne økten inneholdt oppgaven som omhandlet hvilket tilbud på iPhone elevene ville valgt. Læreren ønsket at elevene med denne oppgaven skulle klare å se en sammenheng mellom prosent, brøk og desimaltall. Noe som gikk igjen i måten han føret interaksjonene på. Elevene satt i en sirkel i starten av økten, deretter ble de satt i fem ulike grupper med alt fra 3-5 elever på hver gruppe. I løpet av økten samlet læreren klassen for å dele tanker underveis slik som en slags oppsummeringsfase underveis, slik Blomhøj (2016) har i sine tre faser, hvor elevene brukte små White Board tavler. Men i vår oppgave har vi som tidligere nevnt at vårt fokus hovedsakelig har vært på den undersøkende fasen og ikke på iscenesettelse og oppsummeringsfasen.

Fordelt på de fem gruppene i denne økten observerte vi mange ulike interaksjoner mellom lærer og elever. I figur 12 under ser vi hvor mange ganger hver kategori i interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021) forekom i interaksjonene.



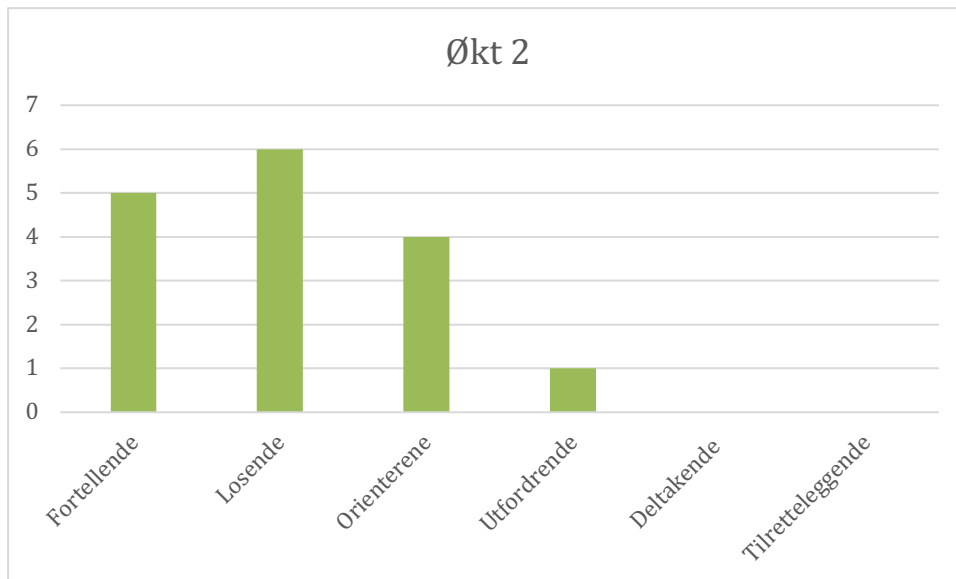
Figur 12 Antallet kategorier i økt 1

Slik vi ser i figur 12 er læreren i økt 1 innom alle de ulike kategoriene innenfor interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021), og på alle interaksjonene er læreren innom de ulike kategoriene 23 ganger. Hver gang læreren er borte hos en gruppe prater han med dem og motsatt, det ser ut til at elevene søker bekreftelse på arbeidet de gjør og på samme tid ønsker læreren å ha «kontroll» på hva elevene driver med til enhver tid eller se hvor langt de er kommet i prosessen.

Gruppene i denne økten jobber tilsynelatende godt gjennom hele økten, men den undersøkende fasen er farget av at læreren er svært opptatt av hvilken strategi elevene bruker for å komme frem til svaret. Dette kan ha en sammenheng med lærerens ønske om at elevene skal se sammenhengen mellom brøk, prosent og desimaltall.

Økt 2

Elevene skulle i denne økten lage en pyramide med en høyde på 8 blokker i spillet minecraft for deretter å finne ut hvor stor grunnflaten er. Elevene satt sammen i grupper på 4-5 elever, hvor de da hadde hver sin iPad. Som vi kan se i tabellen under preges økten hennes av den fortellende og losende kategorien. Læreren bruker mye tid på å få elevene til å jobbe sammen, men ettersom elevene har hver sin iPad og er mest fokusert på hva de selv skal gjøre, blir det slik at hun oftest kun henvender seg til en og en elev i hver av interaksjonene.



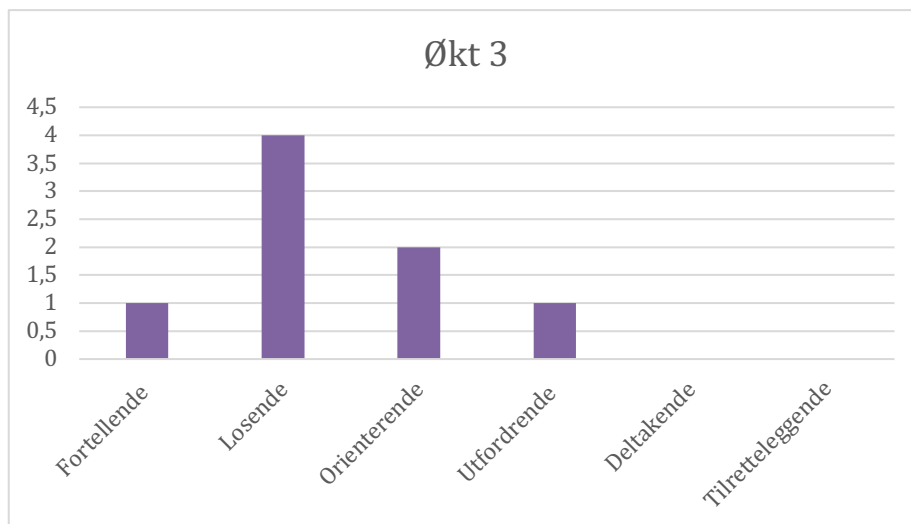
Figur 13 Antallet kategorier i økt 2

Som vi ser av figur 13, viser det hvilke kategorier læreren har brukt, det er hun som styrer interaksjonene, hun forteller dem hva de skal gjøre, løser de gjennom oppgaven og ønsker at de skal få svaret hun selv mener er riktig. Hun orienterer seg også om hva de tenker, men det bygges sjeldent videre til noe mer. Enkelte av gruppene krangler mer enn de arbeider, da de ødelegger for hverandre inne i minecraft og noen elever er bare ikke villige til å samarbeide.

4.2.2 Ungdomstrinnet

Økt 3

Oppgaven i denne økten omhandlet å finne størst mulig dimensjon til en sjokolade med en omkrets på 24 ruter. Læreren var svært opptatt av at elevene skulle se at et kvadrat også kan være et rektangel, noe som preget majoriteten av interaksjonene. Dette førte til at interaksjonene mellom læreren og elevene i halvparten av tilfellene ble losende, slik vi ser i figur 14:



Figur 14 Antallet kategorier i økt 3

Vi har allerede vist til en sekvens fra denne lærerens økt som en finner igjen i delkapittel 4.1.2, under ser vi en annen sekvens fra denne økten:

Lærer: Nei ta nå, så dere mener bestemt at et rektangel ikke kan være et kvadrat?

Elev 1: Neei

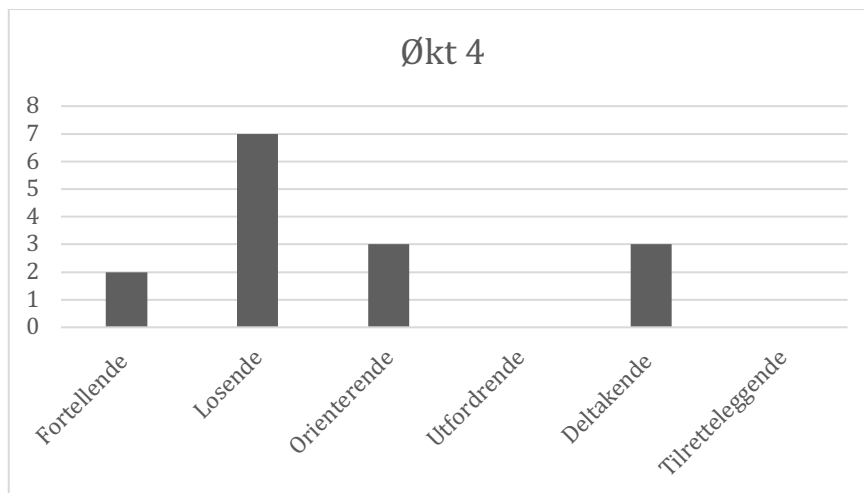
Lærer: Eller et kvadrat ikke kan være et rektangel?

...

Her ser vi igjen at læreren er opptatt av likheten mellom figurene, interaksjonene er også lange da de varer over flere minutter. Læreren stiller ofte lukkede spørsmål og gjentar de flere ganger for å få elevene inn på det hun selv mener er riktig svar. Elevene blir også svært opptatt av hva læreren forteller dem, noe som gjør at løsningsprosessen ble knotete og ikke nødvendigvis ledet de på rett spor. Hun styrer mye av dialogen, noe som kjennetegnes av den losende interaksjonen (Knutsen & Ittelin, 2021). Ettersom interaksjonene også varte lenge, ble det nesten slik at elevene jobbet mest sammen med læreren og minst alene i gruppene. Dette strider litt mot hva undersøkende undervisning går ut på, nettopp det at det er elevene som skal arbeide selvstendig og få muligheten til å kunne resonnerer og reflektere rundt sine egne matematiske tanker (Alrø & Skovsmose, 2004; Blomhøj, 2021; Pedaste et al., 2015).

Økt 4

Klassen i økt 4 skulle planlegge juleball i gymsalen på skolen, hvor de skulle finne ut hvor mange elever de får plass til i gymsalen. Gruppene var satt sammen i grupper på 3-4 elever, og etter vår observasjon gikk læreren mye rundt for å dele ut informasjonen han hadde. Majoriteten av interaksjonene ble preget av losing da læreren ofte stilte spørsmål slik som dette «Trenger dere å vite noen sånne mål?», «Er det noe mer dere trenger å vite?», eller hintet frem til at elevene selv for eksempel sa «Men jeg vet jo ikke hvor stor gymsalen er», hvor da lærer ofte sier «Ja men det vet jo jeg!».



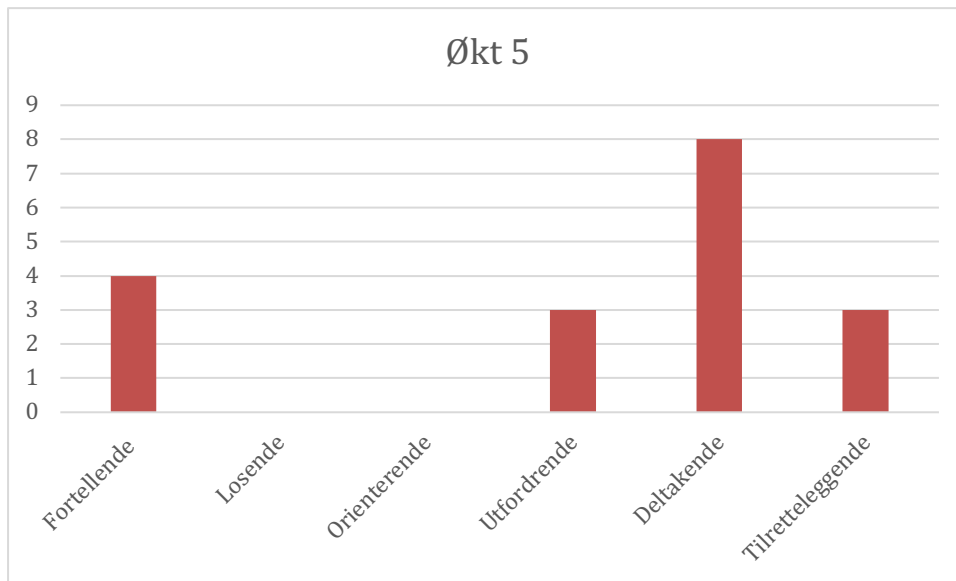
Figur 15 Antallet kategorier i økt 4

Etter å ha loset de frem til dette, går han ofte videre til neste gruppe for å gjøre omtrent det samme. Læreren har satt opp bordene som skal brukes på juleballet bakerst i klasserommet, og viser de ofte bort for å måle etter endt interaksjon. Gruppenes arbeidsinnsats varierer mye, og enkelte grupper prater stort sett kun om oppgaven når læreren er i nærheten.

4.2.3 Videregående

Økt 5

Økten her omhandlet som nevnt i kapittel 3.5, om å oppdage og se mønstre og sammenhenger knyttet til translasjoner av trigonometriske funksjoner. Gruppene i denne økten var satt sammen i par, og enkelte grupper ble slått sammen underveis. Etter vår observasjon i denne økten var læreren tilsynelatende opptatt av å delta i arbeidet sammen med elevene i den undersøkende fasen, dette kan vi se i figur 16:



Figur 16 Antallet kategorier i økt 5

Slik vi ser i figur 16 var majoriteten av interaksjonene til denne læreren innenfor den deltakende kategorien. Han stilte ofte undrende spørsmål, som kjennetegnes innenfor nettopp den deltakende kategorien (Knutsen & Ittelin, 2021). Han tilnærmet seg elevene slik at de var likeverdige i samtalen og var opptatt av hvordan de løste oppgaven, istedenfor et fokus på det riktige svaret. En annen ting vi observerte i denne økten var at dersom læreren forstod det slik at elevene var inne på det samme, rettet han dem mot hverandre ved bruk av snu og snakk. Slik som utsagnet under viser:

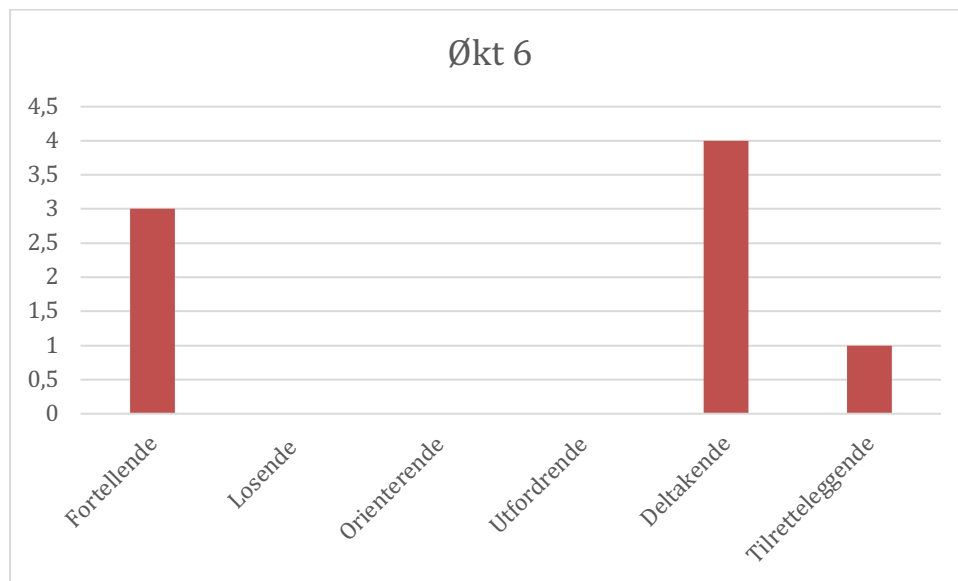
Lærer: Prøv å gå bort til Sofie også hører du hvordan de har gjort

Istedenfor å bruke «du» hver gang han stilte spørsmål, stilte han heller ofte spørsmålet «hva har dere gjort?», «hva har dere tenkt?». Altså han rettet seg stort sett alltid til gruppen og ikke enkeltelever. Etter vår observasjon er det et tilsynelatende etablert en god sosiomatematisk kultur i klassen, da det er mye spørsmål som stilles mellom hver gruppe og ikke nødvendigvis til læreren. Dette gjenspeiler seg også i det vi har nevnt ved at læreren stiller spørsmål direkte til gruppen og/eller retter dem mot andre grupper.

Økt 6

Økten til læreren i denne klassen omhandlet trigonometriske funksjoner, hvor elevene skulle lage oppgaver til hverandre basert på hva gruppen de får oppgave fra har gjort. I denne økten var gruppene satt sammen i 3-4 på hver gruppe. Etter vår observasjon gikk læreren her mye

rundt og observerte for seg selv og det var forholdsvis lite interaksjon med elevene. Slik vi kan se i figur 17:



Figur 17 Antallet kategorier i økt 6

Det at læreren er noe tilbaketrukket kan ha en negativ effekt på den matematiske læringen til elevene, dette er en konsekvens Stein et al. (2008) viser til i sin studie. Samme studien viser at lærerne ofte har en tendens til å ta en mer tilbaketrukket rolle for å få elevene i aktivitet, men det ble heller lite fremdrift og kommunikasjonen gav ikke matematisk læring.

Selv om læreren hadde inntatt en noe tilbaketrukket rolle arbeidet likevel elevene godt, og de var stort sett veldig selvdrevne. Majoriteten av interaksjonene i denne økten er innenfor den deltakende og fortellende kategori, hvor de fortellende interaksjonene var korte sekvenser hvor læreren poengterte viktig informasjon eller spurte om elevene hadde en oppgave å gå videre til neste gruppe. Slik som denne sekvensen under viser:

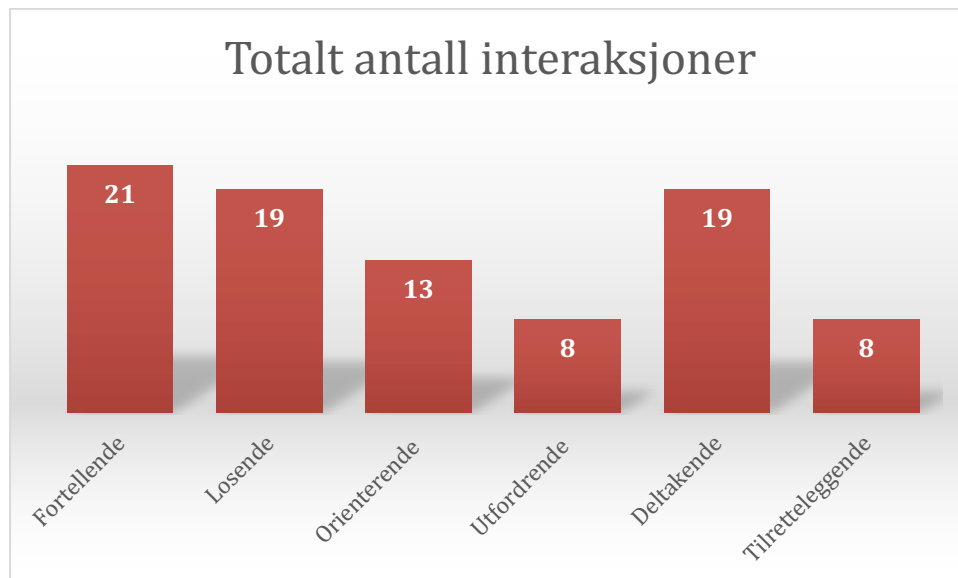
Lærer: Har dere noe vi kan gå til de bak?

...

*Lærer: Men hvis dere ser på, skal vi se, hvis dere ser på det kapittelet her *viser i læreboken* så kan vi jo helt forskyve selv om x ikke står alene, vanligvis gjør den jo ikke det, det er bare det at dere må på en måte se på den likningen her under ett, at $cx + fi$, at de henger sammen, men det går helt ant å finne en fi som passer også når x ikke står alene ...*

Læreren kommer også bort som oftest på eget initiativ og overhører eller observerer hva elevene prater om, som ender med at lærer og elevene deltar tilsynelatende like mye i arbeidet. Hun retter seg også mot selve gruppen og ikke til enkeltelever, og det virker som det sosiomatematiske miljøet i denne klassen er godt tilrettelagt for undersøkende undervisning.

4.2.4 Total oversikt over alle interaksjoner i datamaterialet



Figur 18 Totalt antall interaksjoner i hver kategori

Figur 18 viser det totale antallet interaksjoner i hver kategori fra hele utvalget vårt. Her ser vi at majoriteten av interaksjonene er fortellende og losende. Men det er også høy forekomst av den deltakende interaksjonen.

4.3 Mulige årsaker til hver enkelt kategori

De ulike interaksjonene har ulike tilnærminger, og lærerens intensjon er ulik i de ulike kategoriene. I noen av kategoriene er det hovedsakelig elevene som søker etter hjelp og bekreftelse, mens i andre er det læreren som forsøker å enten rette på arbeidet, få et innblikk i arbeidet eller delta og legge til rette for undersøkende arbeid. Men det er også variasjoner innenfor hver av kategoriene, nedenfor vil vi gå gjennom de ulike kategoriene. Vi vil se på hva som skjer før og etter interaksjonen.

4.3.1 Fortellende

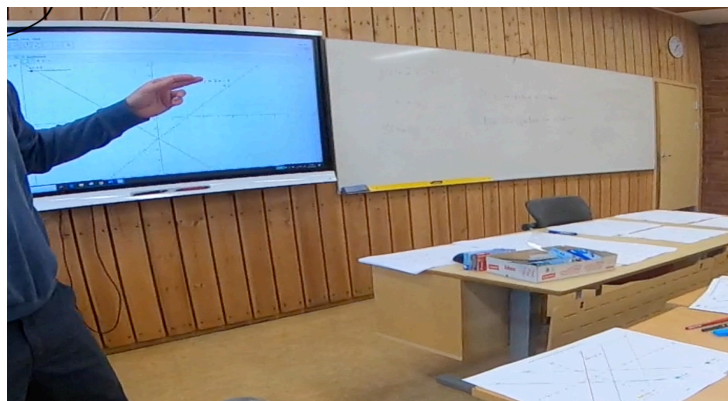
Fortellende interaksjon, etter våre observasjoner, forårsakes av at elevene enten søker hjelp til et svar på et viktig poeng i løsningsprosessen, eller at læreren bryter inn for å rette på arbeidet

til elevene. En gjenganger er at læreren påpeker viktige detaljer i oppgaven slik denne sekvensen fra økt 5 viser:

Lærer: ... Det er mange forskjellige måter å gjøre det på

Elev: Det er mange forskjellige måter å gjøre det på?

*Lærer: Men det kan jo være lurt å prøve å bruke noen av de oppdagelsene vi hadde
*peker på tavla**



Figur 19 Lærer viser til tavlen

I sekvensen så ser vi at læreren kommer med et poeng for å få elevene videre i prosessen. Etter dette går interaksjonen fra å være fortellende til at læreren deltar i prosessen sammen med elevene, hvor de fullfører hverandres tanker og læreren fremmer det elevene tenker. Men vi finner også en god del interaksjoner hvor læreren forteller elevene nøyaktig hva de skal gjøre. Slik som denne sekvensen fra økt 2:

...

Lærer: Men gutter da skal dere få lov til å få en oppgave hos meg, du skal bygge en som er 4 blokker høy, du skal bygge en som er 2 blokker høy og du skal bygge en som er 6 blokker høy, mens de driver og regner

Lærer: Du bygge en ved siden av, dere skal lage en sammenligning der

...

Før disse interaksjonene har det undersøkende arbeidet enten stoppet litt opp slik at elevene har behov for en pekepinn på hva de skal gjøre eller at det blir gitt en direkte beskjed slik som

sekvensen over viser: «Dette skal dere gjøre». Det er også preget av at læreren ønsker at de skal gjøre arbeidet slik som læreren ønsker, da lærer på forhånd har sett for seg hvordan det skal gjøres. Interaksjonene hvor dette skjer er preget av at lærer bryter inn i arbeidet til elevene slik som for eksempel denne sekvensen fra økt 1 viser:

Lærer: Nei altså 5 delt på 4

Elev 1: Hæ?

Elev 2: 5 delt på 4?

Lærer: Det står 50 kroner og dele på 4 så blir det jo ikke 10 kroner?

...

Lærer: Se her jeg skriver ned her, her sånn for å hjelpe dere å holde system, for det der var 25%, det der var 50%, ikke sant? Også skulle dere prøve å finne 1, eller finne de 3 prosentene ...

...

Læreren er den som styrer arbeidet slik vi ser av sekvensene over, og det er akkurat dette som kjennetegner den fortellende interaksjonen. Etter at læreren har grepet inn slik som eksemplene på interaksjoner over viser, begynner elevene med det læreren forteller at de skal gjøre. Prosessen går da videre fremover etter lærerens ønske om hva og hvordan de skal gjøre det.

4.3.2 Losende

Den losende interaksjonen forårsakes etter våre observasjoner av at læreren i like stor grad som i den fortellende interaksjonen ønsker at elevene skal komme frem til det svaret og løsningsmetoden læreren selv ønsker. Læreren har hovedansvaret for arbeidet innenfor denne kategorien, og den er preget av at lærerens intensjon er å løse de gjennom oppgaven slik at elevene får svaret læreren ønsker og ikke nødvendigvis det de ville kommet frem til på egenhånd. Lærerne forsøker å involvere elevene noe mer i prosessen enn i den fortellende interaksjonen, men det blir bare med forsøket.

Etter våre observasjoner begynner læreren å løse når elevene tilsynelatende jobber godt, men ikke er inne på det læreren mener er den riktige måten å løse oppgaven på. Læreren begynner da å hinte, stille lukkede spørsmål og dra samtalen utover slik at interaksjonen blir langvarig. Eksempel på dette kan vi se på fra et utdrag fra delkapittel 4.1.2, der læreren fra økt 3 konsekvent ønsker at elevene skal se sammenhengen mellom et kvadrat og et rektangel:

Lærer: Hva er definisjonen av et kvadrat?

Elev 1: Er det et rektangel?

Lærer: Hva er definisjonen av et kvadrat?

Elev 1: Vet ikke ...

Lærer: Hva har dere, Petra nå kan du bidra

Elev 2: Alle sidene er like lange

Lærer: Eh ja, hva mer?

Elev 2: Firkantet

*Lærer: Ja *smiler**

...

Lærer: Vinklene er 90 grader og her er ...

Elev 1: Definisjonen av et rektangel er jo at to og to sider er like lange

Lærer: Ja, er ikke to og to sider like lange her?

...

Lærer: men jo altså den oppfyller jo definisjonen, også må det jo, må man kanskje tenke litt sånn okei, per definisjon så er jo et kvadrat også et rektangel, men alle rektangler er kanskje ikke kvadrater?

Årsaken til at den løsende kategorien da oppstår etter vår observasjon er at læreren ønsker en slags kontroll på veien til svaret i elevenes undersøkelsesprosess. Etter interaksjonene

innenfor den losende kategorien blir elevene svært ofte preget av hva læreren ønsker, slik at deres utforskende arbeid ikke blir selvstendig slik det egentlig skal være i undersøkende undervisning. Det dreier seg da i større grad å finne ut hva læreren anser som det riktige svaret, enn å stole på egne tanker. I noen tilfeller blir elevene forvirret av lærerens resonnement, mens andre ganger kommer de seg videre i arbeidet men da basert på lærerens tanker om svaret. Elevene kunne i enkelte tilfeller også bli forvirret av hva læreren forsøkte å få frem ved å løse dem. Sekvensen fra økt 3 under viser at elevene henger seg opp i hva læreren ønsker:

Elev 1: Hæ?

Elev 2: Ja

Lærer: Skjønner dere? Husker dere det jeg sa i starten da vi hadde om algebra og ligninger, så ja at eh, ja hva var det jeg sa? Jo at likninger er algebra, men algebra er ikke nødvendigvis likninger, det blir kanskje litt det samme her ja? At det oppfyller definisjonen

Elev 1: Okei så svaret er $6 \cdot 6$?

Læreren har tidligere ytret ønske om at elevene skal se sammenhengen mellom rektangler og kvadrater. Her er det tydelig at elevene fortsatt er preget av at læreren ønsker at de skal se at et kvadrat også kan være et rektangel.

4.3.3 Orienterende

Etter våre observasjoner er den orienterende interaksjonen preget av at læreren ofte enten overhører samtalen og er nysgjerrig på hva elevene tenker i den undersøkende prosessen, eller ikke helt forstår hva elevene gjør. Spørsmål som går igjen her fra læreren er: «hva har dere tenkt?», «hva tenker dere?», «hvordan har dere kommet frem til dette? eller «hvordan går det her?». Slik som sekvensene her fra henholdsvis økt 3 og økt 1 viser:

Lærer: Hvordan går det her?

Elev 1: Nei vi bare prøver å tenke litt sånn halvveis

Lærer: Ja å tenke, er jo ofte lurt

Eller:

...

Lærer: Fortell hvordan dere har kommet frem til den der

Elev med kamera: vi forkortet det ble ca, vi forkortet 50%, vi fant først ut hva 50% var, det var 6500, så tok vi halve av det igjen, så ble det, va 9308

Det virker som om læreren ønsker seg en slags oversikt over hva elevene gjør og hvordan de ligger an i prosessen. Slik vi ser det brukes denne kategorien fordi læreren er nysgjerrig på tankene og prosessen til elevene eller at læreren overhører noe interessant ved arbeidet til elevene. De fleste elevene er svært villige til å dele tankene sine med læreren, fordi når lærer bruker denne interaksjonen høres hen oppriktig interessert ut når hen hører med elevene hva de tenker. Etter vår observasjon virker det som om elevene får et ekstra gir når læreren virker nysgjerrig på arbeidet deres, og arbeidet fortsetter i god driv etter en slik interaksjon.

Elev 1: Spørs helt hva, om du kjøper en milliard kroner, da er det stor forskjell

Elev med kamera: Det er jo over 600 kroner i forskjell, så da er den jo fortsatt den her billigst

Eksempelet over er fortsettelsen av en interaksjon hvor læreren fra økt 1 etterspør om de kan fortelle hva de har kommet frem til. Elevene fortsetter å diskutere seg i mellom og har fått et ekstra gir til å fortsette arbeidet. Interaksjonene i vårt datamateriale som faller under den orienterende interaksjonen fortsetter i de fleste tilfeller slik som dette.

4.3.4 Utfordrende

Den utfordrende kategorien forekommer ikke veldig ofte, slik vi kan se av figur 18. Læreren utfordrer elevene når han eller hun ser at elevene er på riktig spor i prosessen eller nærmer seg et svar og de trenger en ekstra utfordring for å for eksempel se matematiske sammenhenger.

...

Elev: Vent jeg skjønnte ikke helt

Lærer: Nei det jeg tenkte på, er jo sant når vi får $f(x) + 2$, så forskyves den jo mot venstre, så jeg tenkte finne en forklaring på hvorfor det er sånn at den forskyves mot

venstre når vi tar +2, mens den forskyves mot høyre når vi tar minus. Så hvorfor er det sånn at forskyvning mot venstre er positiv, mens forskyvning mot høyre er negativ

Elev: Har det noe med nullpunktene å gjøre?

Lærer: Ja fordi nullpunktene forskyves jo, og de forskyves jo mot venstre og hva må til da for å skyve nullpunktet mot venstre? Hvor mange hakk skal vi skyve mot venstre?

...

I sekvensen over som er hentet fra økt 5, er det tydelig at læreren ønsker at elevene skal se sammenhengen mellom forskyvningene som forekom i deres oppgave som omhandlet funksjoner, og utfordrer de til å tenke og finne løsningen. Kategorien brukes utelukkende til dette, og elevene blir i enkelte tilfeller forvirret og oppgitt fordi de trodde at de var «ferdig», mens i andre tilfeller ser de på det som det nettopp er: en utfordring.

Lærer: Det jeg tenkte på, kunne vi regnet $g(1)$ for eksempel

Elev 1: Ja

Lærer: Men $g(1)$ er jo det samme som $f(4)$ så hvis vi hadde visst hva $f(4)$ var, hvis vi vet hva $f(4)$ er, så vet vi kanskje også hva $f(1)$ er

Elev 1: Ja, $g(1)$ mener du

Lærer: Ja, $g(1)$, men men som sagt gjør dere sånn som dere opprinnelig hadde tenkt, for det så, det syns jeg så bra ut

Elev 1: Okei, ja men vi satser på det, vi får heller bare lære hvis vi har gjort feil

Dette utdraget fra økt 5 viser tydelig at elevene tar det læreren kommer med som en utfordring videre ved at de ser læringen i det og ikke fokuserer på om svaret de har kommet frem til eller skal komme frem til er riktig.

4.3.5 Deltakende

Kategorien deltakende forekommer når lærer ønsker å få elevene videre i det undersøkende arbeidet. Læreren tar del i arbeidet på ulike måter som vi har nevnt i delkapittel 4.1. Hva som

forårsaker interaksjonene etter vår mening er når læreren evaluerer arbeidet til elevene eller ved å rette på seg selv, slik som sekvensen fra økt 1 under viser:

Elev 1: Ja men hva skal vi gjøre Kåre?

*Lærer: *Ser på arket* Åja, nå skjønnte jeg hva du mente, hva det kostet*

Elev 1: Ja?

Lærer: Jeg trodde det var rabatten du snakket om, det var jo jeg som misforstod

Elev 1: Ja men da har vi rett, det der er rett, jeg er 100% sikker

*Lærer: Ja *smiler**

Vi ser også at det ofte forekommer en slags evaluering av hverandre, at læreren og elevene har en dialog hvor de blir oppmerksom på at de har tenkt likt. Eller at de fullfører hverandres resonnementer og tanker, som vi kan se av eksempelet fra økt 5 under:

Elev: Da har du x -verdien din, ikke sant, den er negativ

Lærer: Ja, du putter inn en x -verdi, så blir den x -verdien på en måte motsatt

Elev: Ja mens her har du, du putter en x -verdi, så blir y , y -verdien motsatt fortegn

Det blir en felles oppfattelse om at de har tenkt likt i prosessen og eleven er opptatt av hva svaret er uavhengig av hva læreren tenker at svaret er.

En ting som går igjen er også lærerens måte å snakke med elevene på, istedenfor å si «dere» så sier læreren «vi». Arbeidet blir en prosess læreren og elevene gjør sammen, de utforsker oppgaven sammen. De er likestilte når arbeidet foregår, og læreren stiller spørsmål som får elevene til å undre istedenfor å bli forvirret eller påvirket av hva læreren tenker er det riktige svaret. Interaksjonene innenfor den deltakende kategorien fører i de aller fleste tilfellene til at elevene motivert arbeider videre og er fokusert på hva de selv tenker er svaret. Elevene arbeider videre med godt mot da samtalegrepet kontakte ofte forekommer, hvor læreren bruker humor og viser tilstedeværelse og da oppmuntrer elevene til å delta i det undersøkende arbeidet. Utdraget under viser en kort sekvens fra økt 5:

*Lærer: *smiler* ja ja*

Elev 1: Og der ser vi jo bunnpunktet

Lærer: Men det var det jeg tenkte hvorfor du akkurat skulle regne ut det

Elev 1: Ja nei det, phh

Lærer: Men for all del hvis du vil regne ut

Elev 1: Nei for å si det sånn, du vekte meg

*Lærer: Åja *ler**

Elev 1: Jeg hadde slumret alarmen

Utdraget viser bruk av humor, og elevene arbeider etter vår observasjon motivert videre i det undersøkende arbeidet.

4.3.6 Tilretteleggende

Tilretteleggende kategori på lik linje med den utfordrende kategorien forekommer ikke ofte. Men det vi ser når det kommer til tilrettelegging er at det i alle tilfeller forekommer når elevene har arbeidet en stund og de har kommet frem til et slags svar eller utformet noen tanker. Slik som denne sekvensen fra økt 1 viser:

Læreren stiller seg ved bordet

Elev: Er deling riktig egentlig?

Elev 2: Kåre, Kåre, hvis det er 1 % rabatt, trekker det bort 10 kr da?

Lærer: 1 % av hva?

Elev: av 12500

Elev 2: Nei men hvis eller 10% da, trekker det bort 100kr?

*Lærer: *Peker på arket* Det handler jo om det beløpet du har der*

...

Lærer: Dere er inne på noe, hør på hva han sier

Elevene hadde allerede opparbeidet seg noen tanker og læreren observerte kort hva de drev med og rettet de mot hverandre.

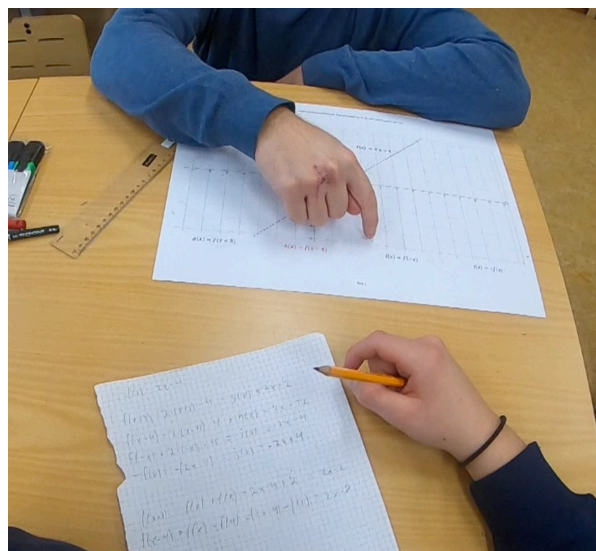
Omtrent alle interaksjonene i vårt datamateriale som går under den tilretteleggende kategorien er preget av at læreren vender elevene mot hverandre, og ønsker at de skal dele hverandres tanker og resonnementer med hverandre. Vi ser at når læreren retter elevene mot hverandre forstår de raskere enn om læreren forklarer. Elevene får også en slags selvtillit når læreren ber de om å forklare til hverandre, da forstår de at de har gjort riktig og det ser ut til at de får en slags mestringsfølelse av dette. Det selvstendige arbeidet som også skal være i fokus i undersøkende matematikkundervisning kommer svært godt frem når læreren bruker den tilretteleggende kategorien.

*Lærer: Nei, nei, men dere trenger jo ikke nødvendigvis å starte der, du starter jo bare her *viser på arket* så den ville jo krysse minus tolv hvis vi hadde tegnet den helt ned hit*

Elev 1: Hva sier du Albert, skal vi bare stå for det vi regnet først?

Elev 2: Ja

Elev med kamera: Så kan vi heller, hvis vi har feil så lærer vi bare av det etterpå



Figur 20 Læreren viser på arket

Sekvensen over fra økt 5 viser at elevene blir rettet inn mot sine egne resonnementer og står for det de selv har kommet frem til, og læreren legger til rette for dette. Elevene ser også på dette som læring uavhengig om de har kommet frem til det riktige svaret eller ikke.

5 Diskusjon

I kapittel 4 har vi presentert vår analyse av interaksjonene vi har observert i opptakene vi fikk tildelt gjennom SUM-prosjektet. Der vi først presenterte en beskrivelse av kategorien og deretter et eksempel på en interaksjon som faller under kategorien som var beskrevet. Alle kategoriene ble gått gjennom hver for seg og som nevnt ble den orienterende og utfordrende kategorien delt i to fra vår side. Kapittel 4.2 var en opptelling av kategoriene, og øktene ble delt inn i barnetrinnet, ungdomstrinnet og videregående og tilslutt ble mulige årsaker til hver kategori presenter, og hva som typisk skjedde etter interaksjonene. I dette kapittelet vil vi diskutere rundt forskningsspørsmålet vårt: Hva kjennetegner støtten som blir gitt i de ulike kategoriene i interaksjonsskalaen?

5.1.1 Støtte i den fortellende interaksjonen

Den fortellende interaksjonen forekommer i alle øktene i vårt datamateriale. Men det forekommer oftest på barnetrinnet med totalt elleve interaksjoner, og forholdsvis tre på ungdomstrinnet og syv på videregående. Totalt er også denne kategorien den som forekommer totalt flest ganger slik som vi kan se av figur 18. Kategorien kjennetegnes med samtalegrepene demonstrere og eller forenkle, oppsummere og påpeke viktige detaljer. Fortellende interaksjon forekommer som nevnt flest ganger på barnetrinnet og det kan være ulike grunner til dette, generelt på de to klassene fra barnetrinnet er det mange interaksjoner mellom læreren og elevene, da det ser ut til at læreren ønsker å ha en viss kontroll på hva elevene bruker tiden på og hvilke løsningsstrategier de bruker. Tilsynelatende ser det og ut som elevene ønsker å få bekreftelse fra læreren på om det de har kommet frem til er riktig, men en god del av interaksjonene baserer seg også på at læreren forteller elevene nøyaktig hva de skal gjøre slik som dette utdraget viser:

...

Lærer: Men gutter da skal dere få lov til å få en oppgave hos meg, du skal bygge en som er 4 blokker høy, du skal bygge en som er 2 blokker høy og du skal bygge en som er 6 blokker høy, mens de driver og regner

Lærer: Du bygge en ved siden av, dere skal lage en sammenligning der

...

Dette utdraget er hentet fra økt 2 som er en klasse fra barnetrinnet. Læreren i denne klassen er også den læreren som bruker den fortellende interaksjonen mest i sin undervisning. Hvorfor det er slik kan være påvirket av ulike faktorer. Etter våre observasjoner måtte læreren ofte gripe inn for å gi elevene spesifikke oppgaver da det så ut til at elevene ikke nødvendigvis fokuserte på matematikken i det å få muligheten til arbeide med minecraft på iPad, men hadde heller et fokus på at «Yey, denne timen får vi bruke iPad». Læreren i økt 1 derimot hadde omtrent like mange fortellende interaksjoner, men de forekom i oppstart eller for å påpeke viktige detaljer og trekke sammen informasjonen slik som dette utdraget viser:

*Lærer: Men, men jeg skjønner ikke tallene dere har skrevet, de her hvis vi går tilbake til utgangspunktet her, den viser *viser på arket*, hva fant dere ut at halvparten av den var? Den er helt riktig, og halvparten av den igjen er den, okei, så da er dere nede på 50%, dere er på 25% ja, også prøver dere å finne de 3 prosentene*

...

*Lærer: Se her jeg skriver ned her, for å hjelpe dere å holde system, for det der var 25%, det der var 50% ikke sant? Også skulle dere prøve å finne 1, eller de 3 prosentene, det var der du *peker på elev* snakket om å for eksempel finne 20% eller 30%*

Dette utdraget viser også at læreren ønsker at elevene skal gjøre det på hans måte, men det er ikke nødvendigvis noe negativt i det. Vi tolker det slik at læreren ønsket å få elevene videre i den undersøkende prosessen, og dette kan ses i sammenheng med det Bruder og Prescott (2013) omtaler som structured inquiry, som viser til positiv effekt dersom lærer gir elevene oppgaven og introduserer hvilke løsningsstrategier de skal bruke for å løse oppgaven. Effekten av dette samsvarer de spesifikke læringsmålene til elevene, som er satt på forhånd.

Vi kan tolke den fortellende interaksjonen på den måten at lærerne ønsker å ivareta de individuelle behovene innad i klassen, da det tilsynelatende ser ut som elevene trenger at læreren styrer undervisningen og ikke har kompetansen til å selv regulere hva de skal gjøre til enhver tid.

Ser vi på ungdomstrinnet er det som vi har nevnt bare tre interaksjoner i den fortellende kategorien, disse interaksjonene er utelukkende etter våre observasjoner kun for at læreren ønsker å tydeliggjøre og påpeke detaljer ved oppgaven og løsningsprosessen. Det kan være

mange grunner til at det er en lavere forekomst av den fortellende interaksjonen på ungdomstrinnet kontra barnetrinnet, elevene har blitt eldre og utvalget vårt fra ungdomstrinnet er begge klasser som er ved en aldersblandet ungdomsskole. Vi vet fra vår erfaring at lærerne ved disse skolene har stort fokus på samarbeid, dette kan være grunnen til at elevene kan være mer selvdrevne og ikke nødvendigvis trenger en direkte beskjed om hva de skal gjøre.

På videregående derimot er det syv interaksjoner innenfor den fortellende kategorien, lærerne i disse klassene bruker også i likhet med lærerne på ungdomstrinnet denne typen interaksjon for å tydeliggjøre og påpeke detaljer med oppgaven og løsningsprosessen.

Denne typen interaksjon kan ses i sammenheng med enkelte av typene støtte som Lazonder og Harmsen (2016) presenterer i sin studie, som vi har presentert i tabell 3. Lazonder og Harmsen (2016) sin tabell baserer seg på typen støtte, hva støtten går ut på og hvem som er tiltenkt støtten, og heuristics, scaffolds og explanations er typene støtte vi har sett i sammenheng med den fortellende interaksjonen. Da disse støttetyperne er tiltenkt elever som ikke selv har egenskapene til å gjennomføre en oppgave eller utfordring på egenhånd uten hjelp fra lærer, læreren er også autoriteten i disse typene støtte, på den måten at lærer forklarer og eller forteller elevene nøyaktig hva de skal gjøre.

Kommunikasjonen som forekommer i den fortellende interaksjonen er lik det Brendefur og Frykholm (2000) omtaler som ensrettet kommunikasjonsmønster, som er slik at lærer presenterer noe og elevene gjør akkurat det læreren sier, dette henger sammen med hvordan det tradisjonelle klasserommet til Alrø og Skovsmose (2004) er beskrevet. Dog er det ikke slik at en slik måte å støtte elevene på er utelukkende negativ, da det kan hjelpe elevene videre i løsningsprosessen. Våre observasjoner viser til nettopp dette at ofte søker elevene selv etter hjelp, og læreren ser at elevene trenger en liten dytt for å komme videre i løsningsprosessen.

På en side er et viktig poeng med undersøkende undervisning i følge både Blomhøj (2021) og Pedaste et al. (2015) det at elevenes selvstendige arbeid skal være i fokus. Vi ser det slik at den fortellende interaksjonen ikke legger nok til rette for at elevene skal få tenke selv, men interaksjonen er en nødvendig støtte for at elevene skal komme seg videre i en prosess og det kan være faktorer som nivå, alder, dagsform, hvilket tema de arbeider med og om det er etablert tydelige normer for hvordan matematikk undervisningen skal foregå. For eksempel er ikke elevene i økt 2 særlig opptatt av selve matematikken, men heller opptatt av at de faktisk

får arbeide i minecraft ved bruk av iPad. Læreren må da bruke tid på å få de til å faktisk gjøre noe, mens lærerne i de øvrige øktene stort sett bare bruker den fortellende interaksjonen for å påpeke et poeng enten ved at de overhører elevene diskuterer problemet som er gitt, eller at elevene søker kontakt hos lærer. Etableringen av de sosiomatematiske normene som Yackel og Cobb (1996) omtaler i sin artikkel kan etter våre observasjoner være det som skiller støtten de ulike lærerne må gi. Normene som er etablert i klasserommet vil også påvirke den matematiske samtalen som forekommer i klasserommet slik som Ragnes (2016) påpeker.

De er ikke i tråd med de essensielle læreraktivitetene Blomhøj (2021) beskriver, hvor for eksempel en av aktivitetene er at lærer skal skape rom for dialogisk samspill, stille åpne og nysgjerrige spørsmål. Læreren ble en autoritet i klassen og tok ansvar for det undersøkende arbeidet, læreren frarøvet elevene muligheten til å tenke selv, og elevaktiviteten sank. Det kan også være slik at lærerne er nødt til å gjøre det på denne måten da det ikke er laget en kultur eller normer for å kunne dele tanker rundt matematikk i klasserommet

5.1.2 Støtte i den losende interaksjonen

Losende interaksjon forekommer forholdsvis ofte slik vi ser av figur 18, totalt forekommer den 19 ganger tilsammen i alle øktene. Med elleve interaksjoner på barnetrinnet, og forholdsvis tre på ungdomstrinnet og syv på videregående.

Men i motsetning til den fortellende interaksjonen, hvor forekomsten var høyest på barnetrinnet, har den losende interaksjonen høyst forekomst på ungdomstrinnet. Det kan være ulike grunner til at losende interaksjon er mest brukt på ungdomstrinnet, men det vi har sett er at lærerne fra økt 3 og 4 bruker ofte samtalegrepene hint og lukkede spørsmål, som støtte for å få elevene inn på det de selv, altså læreren ønsker at de skal komme frem til. Slik som dette utdraget viser:

...

Lærer: Hva er definisjonen av et kvadrat?

Elev 1: Er det et rektangel?

Lærer: Hva er definisjonen av et kvadrat?

Elev 1: Vet ikke ...

Lærer: Hva har dere, Petra nå kan du bidra

Elev 2: Alle sidene er like lange

Lærer: Eh ja, hva mer?

Elev 2: Firkantet

*Lærer: Ja *smiler**

...

Utraget er hentet fra økt 3 hvor elevene satt i ulike grupperom og arbeidet. Interaksjonene varte dermed lenge, og læreren hadde omtrent bare en interaksjon med hver gruppe. Dette kan etter vår observasjon og tolkning være fordi elevene satt på ulike rom, og læreren ikke rakk over alle flere ganger ettersom hun kanskje følte at når hun først var der måtte hun være der en stund. Utraget vi har vist til over, viser tydelig at læreren ønsket at elevene skulle se sammenhengen mellom kvadrat og rektangel, og loser de ved å gi hint, og stiller ledende spørsmål for å komme frem til svaret. Vi tolker det på den måten at læreren allerede på forhånd har bestemt seg for hva som er riktig løsningsstrategi for den gitte oppgaven, dette er i likhet med den fortellende interaksjonen ikke i tråd med ideene bak undersøkende undervisning. Løsing strider også i mot de essensielle læreraktivitetene som Blomhøj (2021) omtaler, læreren skal i følge disse aktivitetene støtte elevenes eierskap til problemet og stille elevene nysgjerrige og åpne spørsmål. Elevene sa ofte til hverandre etter at læreren var gått «Vi må huske hva hun/han sa», det er da etter vår tolkning åpenbart at elevene påvirkes i høy grad av det læreren mener er en god løsning og ikke hva de selv tenker er en god løsning.

Økt 4 som også er fra ungdomstrinnet har også en høy forekomst av løsing, da som vi har omtalt i delkapittel 4.2.2 så bruker læreren ledende spørsmål for å støtte de videre i den undersøkende prosessen. Læreren stilte direkte spørsmål knyttet til informasjon elevene måtte ha for å komme seg videre, men istedenfor å la elevene oppdage dette selv spurte læreren omtrent samtlige av gruppene en versjon av dette spørsmålet: «Trenger dere å vite noen sånne mål?» Det ser ut til at læreren ønsket å hjelpe elevene, noe vi som lærerstudenter kan forstå, da det kan være vanskelig å la elevene få nok tid til å tenke selv. En kan ofte bli utålmodig da tid spiller inn når en har undervisning, en kan ikke bruke hele dagen på matematikk da elevene også har andre fag.

På barnetrinnet er det også en del bruk av losing, men lærerne bruker ikke like lang tid på losingen. Sekvensene er kortere, og som vi har omtalt tidligere var forekomsten høy av den fortellende interaksjonen, dette kan ha en sammenheng med at losingen foregår i kortere sekvenser da lærerne allerede har påpekt viktige detaljer og fortalt elevene hva de skal gjøre. Etter vår observasjon ble losingen da bare som en liten hjelp på veien videre underveis i arbeidet, for å få elevene inn på riktig spor, dersom læreren så at de bevegde seg i feil retning.

Losing kan vi se i sammenheng med det Brendefur og Frykholm (2000) omtaler som medvirkende kommunikasjon, kommunikasjonen her er preget av at læreren korrigerer og vurderer innspillene til elevene. Dette henger sammen med det at læreren ønsker at elevene skal komme frem til hva de tenker er riktig. Vi ser også en sammenheng til Fraivillig et al. (1999) sine støttebegreper lokke fram og støtte. Disse grepene går ut på at lærer skal hjelpe elevene til å vurdere kunnskapen de allerede har kjennskap til, slik som lærerne på ungdomstrinnet forsøker. Begge vet at elevene sitter på kunnskapen de prøver å lokke fram, da elevene i økt 3 nevner at de har hatt dette tidligere og elevene i økt 4 skjønner at det er noe de behøver av informasjon men klarer ikke se hva det er. På videregående er det ingen forekomst av losing, det kan ha en sammenheng med at elevene allerede er bevisst på kunnskapen de innehar, da elevene selv har valgt hvilket matematikk fag de ønsker, som ofte kan stille høyere krav til matematikkunnskap.

Vi ser en tydelig sammenheng mellom den losende interaksjonen og veiledningsstrategien structured inquiry som Bruder og Prescott (2013) presenterer. Elevene har fått tildelt et problem, og lærerne gir elevene sine de nødvendige hjelpemidlene for å løse dette. Vi kan også se en sammenheng til støttegrepene til Fraivillig et al. (1999) som vi har omtalt lenger opp hvor lærer baserer støtten de gir på hvilken kunnskap elevene allerede innehar. Losing er da ikke nødvendigvis noe negativt da det kan gi en positiv effekt basert på forutsetningene og læringsmålet for timen.

5.1.3 Støtte i den orienterende interaksjonen

Også den orienterende interaksjonen forekommer forholdsvis ofte, da den slik vi ser av figur 18 forekommer totalt 13 ganger. Barnetrinnet har høyst forekomst av den orienterende interaksjonen med totalt åtte orienterende interaksjoner, og det er henholdsvis fem på ungdomstrinnet, og ingen forekomst av den orienterende interaksjonen på videregående. Samtalegrepene som er sentralt i denne interaksjonen er åpne spørsmål, begrunne og det å forklare tenkningen sin.

De to lærerne på barnetrinnet fra økt 1 og økt 2 har lik forekomst, med henholdsvis fire interaksjoner hver som går under den orienterende interaksjon. Orienterende interaksjon er som vi har nevnt i både teorikapittelet og kapittel 4.1 preget av åpne spørsmål, som gir elevene muligheten til å kunne forklare tenkningen sin. Av vårt datamateriale har vi tolket det slik at læreren i økt 1 ønsker å få en innsikt i hva elevene tenker for å kunne bruke dette i samlingene han har underveis i økten sin. Her kan vi trekke en linje til Fraivillig et al. (1999) sitt rammeverk og figur 4 hvor skjæringspunktet mellom de tre støtte grepene viser at lærer skal ta beslutninger for å kunne tilpasse klasseroms diskursen, og samtidig ivareta sonene for proksimal utvikling hos elevene. Dette kan være med på å fremme læring hos elevene.

Generelt bruker lærerne ofte samtalegrepene åpne spørsmål, begrunne og forklare sin tenkning, vi ser på dette som støtte i det at disse grepene fremmer elevenes egne tanker og legger til rette for elevenes argumentasjon og refleksjon, som igjen sentralt ved undersøkende undervisning (Abril et al., 2013; Artigue & Blomhøj, 2013; Blomhøj, 2021; Skånstrøm & Blomhøj, 2016).

Av utdraget under ser vi at læreren fra økt 1 ber elevene om å fortelle hvordan de har kommet frem til løsningen de har på arket:

...

Lærer: Fortell hvordan dere har kommet frem til den der

Elev: vi forkortet det ble ca. Vi forkortet 50% vi fant først ut hva 50% var, det var 6500, så tok vi halve av det igjen, så ble det, var 9308

...

Her forklarer den ene eleven i gruppen hvordan de har tenkt, og hvordan de har løst problemet. Læreren fra økt 2 som også tilhører barnetrinnet stilte ofte «hvordan-spørsmål» som rettet seg mot løsningsprosessen, som gruppen hadde benyttet seg av. Dette gjorde læreren både da elevene hadde gjort det de skulle basert retningslinjene hun hadde gitt på forhånd og når de hadde gått vekk fra disse retningslinjene. Slik som utdraget under viser:

...

Lærer: Ja, men hvis vi går bort fra det som har med meter å gjøre foreløpig, det var bare tilleggsinformasjon så dere kan få se på etterpå, eh, også lurer jeg på hva er neste trinn da? Hva skal dere gjøre da? Hvordan skal dere få det der til å bli en pyramide?

Elev: Vi kan liksom begynne fra toppen, også bygge oss ned

...

En av lærerne på ungdomstrinnet fra økt 3 benytter seg også av «hvordan-spørsmål» slik vi ser av første utdraget i delkapittel 4.3.3, hvor læreren stiller spørsmålet: «Hvordan går det her?». Mens den andre læreren fra ungdomstrinnet i økt 4, ofte bruker «Hva har dere tenkt?». Vi tolker dette i den retningen at lærerne ønsker å få innsikt i elevenes tanker for hvordan de selv kan dra det elevene har kommet frem til videre. Det kan diskuteres hvor mye støtte det ligger i dette, men slik vi tolker det kan det som i økt 1 brukes som generell støtte for å kunne imøtekomme alle elevene i en felles diskusjon underveis i det undersøkende arbeidet.

På en annen side skriver Blomhøj (2021) at for at man skal kunne støtte elevene på en god måte i den undersøkende fasen så handler det om at lærer ikke skal gi mer hjelp og støtte enn det som er nødvendig, dette går ut på at elevene ikke skal bli fratatt selve utfordringen, og lærer bør stille spørsmål slik som lærerne som bruker den orienterende fasen stiller. Slik som for eksempel: «Hva tenker du?» og «Hvordan kom du frem til dette?».

Her kan vi trekke inn analysen Lazonder og Harmsen (2016) har gjort i sitt studie, som viste at dersom elevene fikk noe støtte, på samme tid som læreren gir elevene nok veiledning uten å frarøve elevene muligheten til å tenke selv, så var aktiviteten til elevene høyere underveis og de hadde et større læringsutbytte. En kan da si at læringsutbyttet for elevene ved å bruke denne typen interaksjon kan være større da en slik interaksjon i et best mulig scenario vil være slik at læreren ikke fratrar elevene muligheten til å tenke selv, men støtter og gir de nok veiledning slik at de skal klare det på egenhånd.

5.1.4 Støtte i den utfordrende interaksjonen

Utfordrende interaksjon er en av to kategorier som forekommer færrest ganger totalt. Interaksjonen forekommer totalt åtte ganger slik vi ser av figur 18, og henholdsvis fire ganger på barnetrinnet, en gang på ungdomstrinnet og tre ganger på videregående. Som vi har omtalt tidligere forekommer den utfordrende interaksjoner i situasjoner hvor læreren ser at elevene er

på riktig spor i den undersøkende prosessen, at de er inne på noe og bare trenger en liten dytt videre, eller at de har kommet frem til riktig løsning men læreren ønsker at de skal se sammenheng til tidligere etablert kunnskap. Slik som læreren i økt 5, han stiller spørsmål angående faseforskyvningen:

Lærer: Nei det jeg tenkte på, er jo sant når vi får $f(x) + 2$, så forskyves den jo mot venstre, så jeg tenkte finne en forklaring på hvorfor det er sånn at den forskyves mot venstre når vi tar $+2$, mens den forskyves mot høyre når vi tar minus. Så hvorfor er det sånn at faseforskyvningen mot venstre er positiv, mens forskyvning mot høyre er negativ?

Læreren utfordrer og forsøker å få elevene til å koble sammen informasjonen de allerede innehar, får å få elevene fremover i den undersøkende prosessen. Vi ser en sammenheng fra dette til grepet utfordre fra Alrø og Skovsmose (2004) sin IC-modell, som igjen har likhetstrekk til Fraivillig et al. (1999) sine støtte grep: lokke fram og utvide. Disse baserer seg på at læreren stiller utfordrende spørsmål. Grepet å utfordre til Alrø og Skovsmose (2004) går også ut på at læreren justerer utfordringen som blir gitt basert på forutsetningene og nivået til elevene. Utfordringen læreren i økt 5 gir som omhandler faseforskyvningen er etter vår tolkning tilpasset hvilket nivå elevene er på og hvor langt de har kommet i den undersøkende prosessen.

Læreren i økt 1, som er tilhørende barnetrinnet, bruker den utfordrende kategorien på bakgrunn av at elevene har kommet langt i det undersøkende arbeidet og han ønsker å se om elevene klarer å se hvilken fremgangsmåte som de har lært tidligere som kan benyttes i dette tilfellet. Slik vi ser av utdraget under:

...

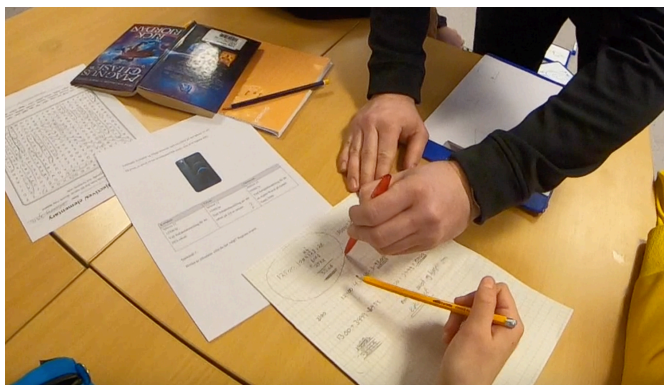
Lærer: altså den algoritmen, den standardmetoden jeg er ute etter, den ligger i den oppgaven her, hvis dere klarer å slå den sammen

...

Lærer: Dersom dere klarer å hente sammen den her oppgaven så kommer dere frem

...

*Lærer: her er jo mange regnemetoder *peker på arket*, ikke sant her, men det her kan bli til en metode*



Figur 21 Lærer ringer rundt de viktige momentene ved oppgaven

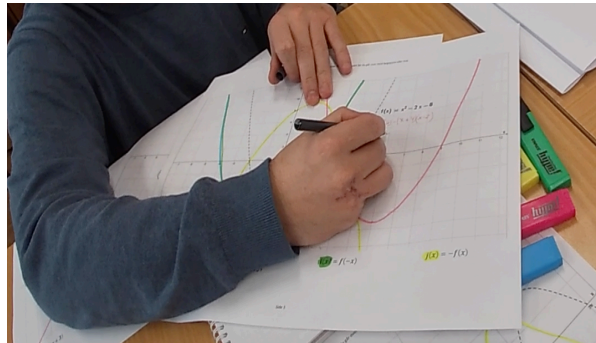
Hva læreren gjør her er i tråd med de essensielle lærer- og elevaktivitetene til Blomhøj (2021), i tabell 2 står det at læreren skal bygge på elevenes erfaringer og allmenn gjøre sentrale begreper og metoder. Det ser ut til at lærer forsøker å støtte og fremme elevenes tanker ved å utfordre dem til å finne standardmetoden som kan brukes for å gjøre oppgavene enklere, slik at de kan komme frem til svaret raskere ved senere anledninger. Vi ser også her en sammenheng mellom dette til Fraivillig et al. (1999) sine støttebegreper lokke fram og støtte. Læreren skal da legge til rette for elevenes tenkning og hjelpe dem med forklaringene sine, og veilede de videre for å bedre beskrivelsen av løsningsmetoden de har brukt. Vi ser tydelig at det er akkurat dette læreren forsøker å gjøre i situasjonen vi har omtalt. Å fremme elevenes tanker er også sentralt i undersøkende undervisning. Læreren støtter da elevene ved å legge til rette for elevenes egne tanker og resonnementer.

5.1.5 Støtte i den deltakende interaksjonen

Deltakende interaksjon er en av de kategoriene som forekommer flest ganger totalt i vårt datamateriale slik vi ser av figur 18, og da henholdsvis fire ganger på barnetrinnet, tre ganger på ungdomstrinnet og åtte ganger på videregående. Høyst forekomst er det på videregående hvor det er ca. dobbelt så mange interaksjoner i forhold til barne- og ungdomstrinnet.

Hvorfor det er slik at det forekommer flere interaksjoner innenfor den deltakende kategorien på videregående kontra barne- og ungdomstrinnet kan være av ulike grunner. Faktorer som spiller inn her kan være alder, modenhet, kunnskapsnivå og etablering av sosiomatematiske normer. Basert på vår analyse kan ikke vi konkludere at dette gjelder for alle, men det vi har sett har gitt oss dette inntrykket. Samtalegrepene innenfor denne kategorien er som vi har

omtalt tidligere: å evaluere, omformulere, kontakte og oppdage. Disse samtalegrepene foregår ved at lærer støtter og veileder elevene ved å bruke disse grepene for å delta i den undersøkende prosessen sammen med elevene. En av lærerne som er spesielt god på disse grepene, er læreren i økt 5, han bruker denne typen interaksjon åtte ganger totalt i sin undervisnings økt. Bruken av deltakende interaksjon er i tråd med spesielt en av de essensielle læreraktivitetene til Blomhøj (2021), som er: å skape rom for dialogisk samspill i klassen.



Figur 22 Læreren tegner grafen på arket

*Lærer: Hvis vi da skulle gjøre det samme med $g(x)$ *tegner på arket**

Elev 1: Hvorfor har jeg, sa ikke vi at nullpunktene var -4 og 2?

Lærer: Ja nullpunktene var det

Elev 2: Det er jo x – nullpunkt

Elev 1: Ja

Lærer: Njaa, ja, åjaa, det har du forsåvidt rett i, hva har vi gjort feil her?

Slik vi ser av utdraget over tar læreren del i prosessen sammen med elevene, hvor de evaluerer hverandres resonnementer og bruker oppdage ved at han stiller «check-spørsmålet». Bruken av «check-spørsmål», kan ses i tråd med Fraivillig et al. (1999) sitt støttegrep: lokke fram. Læreren forsøker å lokke fram hva som er blitt gjort feil, og han inkluderer seg selv i prosessen med å si «vi» istedenfor «dere», på denne måten blir han en del av den undersøkende prosessen og deltar tilsynelatende på lik linje med elevene. De resterende lærerne som bruker den deltakende interaksjonen fra henholdsvis økt 1, økt 4 og økt 6 bruker for det meste samtalegrepet oppdage i deres interaksjoner. I likhet med læreren fra økt 5 stilles det «check-spørsmål» og det er et forsøk på å støtte ved å lokke fram eventuelle feil eller løsningsstrategier.

Et annet grep læreren fra økt 5 ofte bruker er kontakte, der han bruker humor for å støtte elevenes resonnementer, slik som utdraget under viser:

Læreren observerer

Elev: Kanskje du bare flytter konstantleddet tre opp egentlig?

Læreren ser lurt på elevene og smiler før han går videre

Elev: Der ser du han smilte, hehe

Elevene tolket smilet til læreren som en bekreftelse på at deres tanker og resonnementer er riktige, dette kan etter vår observasjon føre til større engasjement hos elevene og vil være en god støtte underveis i den undersøkende prosessen.

I likhet med den orienterende og utfordrende interaksjonen kan den deltakende interaksjonen legge til rette for å knytte sammenhenger og dra elevenes tanker og ideer videre, her kan vi se en tydelig linje til to av kommunikasjonsmønstrene til Brendefur og Frykholm (2000), dette er kommunikasjonsmønstrene refleksiv- og rik kommunikasjon. Samtalen mellom læreren og elevene har gått fra å være lærerstyrt, til at elevene har en likestilt rolle i samtalen. Læreren skal også spørre og utfordre mer enn de forklarer i følge Drageset (2016), noe læreren i økt 5 gjør. Han undrer rundt det elevene har kommet frem til, uten å forklare noe. Dette kan ses i sammenheng med grepet evaluere, som er slik at lærer og elevene vurderer om de har sett på problemet på samme måte.

At læreren deltar i interaksjonen tolker vi som god støtte i seg selv, og det er i tråd med hva undersøkende undervisning er, slik vi ser av figur 1 som er de essensielle elementene i undersøkende undervisning fra Artigue og Blomhøj (2013) sin artikkel, som har tatt utgangspunkt i PRIMAS-modellen til Abril et al. (2013). Der er klasseromskulturen et essensielt element i undersøkende undervisning, hvorav dialog og delt eierskap er underpunkter. Deltakende interaksjon legger til rette for nettopp dette da lærer og elevene er like deltakere i den undersøkende prosessen.

5.1.6 Støtte i den tilretteleggende interaksjonen

Tilretteleggende interaksjon er en av de to kategoriene som forekommer færrest ganger totalt i vårt datamateriale. Den forekommer kun hos en lærer fra barnetrinnet, da hos læreren fra økt

1, og de to lærerne fra videregående. Samtalegrepene som er innenfor den tilretteleggende kategorien er som vi har omtalt tidligere: snu og snakk, repetere og observere.

Lærere innenfor denne kategorien innehar en mer passiv rolle, noe vi tydelig så hos læreren i økt 6 da hun generelt gikk mye rundt i klasserommet og stort sett bare observerte hva elevene gjorde. Vi tolker det slik at læreren ønsket å gi elevene rikelig med tid og la ansvaret for den undersøkende prosessen over på elevene. Ideelt sett vil dette være en god måte å føre kommunikasjon på i undersøkende undervisning, da det er i tråd med det rike kommunikasjonsmønsteret som Brendefur og Frykholm (2000) omtaler. Dette vil være god støtte for å gi elevene muligheten til å utforske og undersøke på egenhånd, men det kan på en annen side ha motsatt effekt ved at læreren inntar en for passiv rolle. Vi observerte blant annet at en gruppe hos læreren i økt 6 egentlig ikke gjorde noe som helst, men likevel tok ikke læreren initiativ til å bistå dem. Slik vi har omtalt refererer Drageset (2016) til Stein et al. (2008) sin studie hvor de påpekte en konsekvens av dersom læreren inntok en mer tilbaketrukket rolle for å få fremgang i arbeidet. Konsekvensen var liten fremdrift i arbeidet og ikke noe særlig matematisk læring. Vi kan ikke konkludere med at denne gruppen hos læreren i økt 6 ikke hadde noen form for matematisk læring, men ut fra vårt perspektiv så det ut til at de som vi har nevnt ikke gjorde noe som helst og læreren burde tatt kontakt med gruppen for å få de i gang med den undersøkende prosessen.

Læreren fra barneskolen, altså økt 1 brukte både grepet å repetere og snu og snakk i sine tilretteleggende interaksjoner. Slik vi ser av utdraget under starter han med å repetere og deretter retter han elevene mot hverandre:

Læreren stiller seg med bordet

Elev 2: Er deling riktig egentlig?

Elev 1: Lærer, lærer, hvis det er 1% rabatt, trekker det bort 10kr da?

Lærer: 1% av hva?

Elev 2: Av 12500

Elev 1: Nei men hvis eller 10% da, trekker det bort 100kr?

*Lærer: *peker på arket* det handler jo om det beløpet du har der*

Elev 2: Ja det vet jeg jo

Elev 3: Du må bare begynne med 50% av 50% det er halvparten

*Lærer: Dere er inne på noe, hør på hva han sier *retter seg mot elev 3**

Ved å bruke disse grepene gir han elevene muligheten til å forstå og engasjere seg i hverandres ideer, dette er i tråd med spesielt en av de essensielle læreraktivitetene innenfor undersøkende undervisning som Blomhøj (2021) presenterer: Å fremme samarbeid, samarbeid er svært sentralt i undersøkende undervisning (Abril et al., 2013; Artigue & Blomhøj, 2013; Blomhøj, 2021; Skånstrøm & Blomhøj, 2016). Han legger også til rette for at elevene skal få god nok tid til å tenke, dette er sentralt i skjæringspunktet mellom lokke fram og støtte i Fraivillig et al. (1999) sitt rammeverk som figur 4 viser.

Læreren fra økt 5, som er en av lærerne fra videregående bruker grepet snu og snakk mest i sine interaksjoner som faller under den tilretteleggende kategorien, men også grepet repetere. Slik som utdraget under viser:

...

*Elev 1: Da tenker vi kanskje at vi må splitte dem opp, er det der *peker på arket* det samme som $f(x) + f(3)$? Det blir jo helt ..*

Lærer: Prøv å gå bort til ho, også hører du hvordan dem gjorde det

Elev 2: Jeg lurer på om de har gjort noe av det samme som oss

...

Lærer: Ja, hva er det dere har gjort? Der har dere tatt $f(x) + 3 \cdot 2^x + 4$ ja, også har dere den og da får dere en graf som har konstantleddet 2

...

Elev 1: Hva sier du? Skal vi bare stå for det vi regnet først?

Elev 2: Ja

Elev 1: Så kan vi heller, hvis vi har feil så bare lærer vi av det etterpå

Dette utdraget viser tydelig at det i denne klassen er åpenhet og rom for å kunne feile og dra læring ut av dette, en av de essensielle læreraktivitetene til Blomhøj (2021) er i tråd med akkurat dette. Læreraktiviteten baserer seg på at lærer skal verdsette forsøkene til elevene og bruke eventuelle feil som grunnlag for læring. Ved at eleven selv påpeker at dersom de har feil så kan de lære av det etterpå, tyder etter vår tolkning på at det i denne klassen er etablert en klasseromskultur for det er lov å prøve og feile. En slik klasseromskultur er i tråd med det Artigue og Blomhøj (2013) beskriver som essensielle elementer i undersøkende undervisning. Feil skal ses på som en mulighet for å lære, og de skal ikke rettes på, og resultatene som kommer skal bli verdsatt uansett om det er riktig eller galt. Det tyder på at læreren har brukt tid på å etablere sosiomatematiske normer i klasserommet som fremmer dette, slik som et av eksemplene på sosiomatematiske normer som Kazemi og Hintz (2019) presenterer: «Det er greit å gjøre feil og revidere tenkningen».

Tilretteleggende interaksjon er i aller høyeste grad i tråd med hva undersøkende undervisning går ut på, da det fremmer elevenes arbeid og deres tanker, det legges til rette for at de skal tenke selv og læreren fremmer samarbeid. Læreren som tilrettelegger er i seg selv støtte for elevene, dersom det allerede er etablert en kultur for at det er slik undervisningen skal foregå. I økt 6 ser vi at det ikke nødvendigvis er opparbeidet et god nok kultur for hvordan undervisningen skal foregå i motsetning til klassen i økt 5.

5.2 Oppsummering

I dette kapitlet har vi oppsummert de ulike kategoriene fra interaksjonsskalaen som forekommer i vårt videomateriale. Da med den fortellende kategorien i den ene enden av skalaen, og den tilretteleggende kategorien i motsatt ende. Innenfor de ulike kategoriene er støtten læreren gir variabel, men vi ser også noen likhetstrekk mellom de ulike interaksjonskategoriene. Lærerne er også ulike i hva de gjør mest, og vi ser at det er påvirket av blant annet alder, modenhet, klasseromskultur og etableringen av sosiomatematiske normer. Slik vi ser det og tolker datamaterialet vårt er hver og en av kategoriene i interaksjonsskalaen en form for støtte. Det er ikke slik at en type interaksjon fungerer bedre enn en annen, det er mange faktorer som spiller inn på om en type interaksjon skal kategoriseres som bedre. For eksempel ser vi i den fortellende interaksjonen at læreren bruker den for å få elevene videre i arbeidet, og det er jo en positiv ting for å hindre at elevene blir stående fast i det undersøkende arbeidet og effekten av læring stopper opp. Støtten i den fortellende interaksjonen baserer seg da på at lærer er støtten elevene får, de får et spark bak

for å komme seg videre i prosessen. Enkelte elever trenger også å få direkte beskjed om hva de skal gjøre, og hvordan de skal gjøre det. Slik vi ser det av våre resultater er det slik at elever på barnetrinnet er de som har mest behov for korte og konsise beskjeder på hva de skal gjøre.

Støtten i den losende interaksjonen går ut på at læreren direkte gir elevene hjelpemidler for å komme seg videre i løsningsprosessen, ved å stille lukkede spørsmål som knytter seg direkte til løsningsprosessen. Det var spesielt lærerne på ungdomstrinnet som brukte losing i sin undervisning, for å støtte elevene og få de videre. Men lærerne som brukte denne typen interaksjon var også svært opptatt av at deres egne løsningsstrategier skulle benyttes, og deres svar var det eneste riktige. Elevene ble frarøvet muligheten til å løse problemet på egenhånd, ved at lærerne korrigerer og vurderer innspillene elevene kom med. Fokuset ble da på å huske hva læreren hadde sagt og ikke fokusere på hva de selv tenkte. Losing kan likevel være positivt som støtte da læreren baserer innspillene sine på hva elevene allerede innehar av kunnskap. Både den fortellende og losende kategorien faller under det som omtales som structured inquiry, og denne typen inquiry viser til positiv effekt dersom læreren gav elevene en oppgave og introduserer de løsningsstrategiene som skal brukes for å kunne løse oppgaven.

Den orienterende interaksjonen ble blant annet brukt for å kunne tilpasse klasseroms diskursen underveis i arbeidet, dette er støtte da den proksimale sonen for utvikling hos elevene vil ivaretas ved at læreren orienterer seg om hva elevene har kommet frem til og hva de tenker. Ved at læreren gjør dette får de et inntrykk av hvilken type grep eller hvordan de skal støtte elevene videre for å få fremgang i den undersøkende prosessen. Orienterende interaksjon kan da ses på som en generell type støtte for å få et inntrykk av hvordan de skal imøtekomme elevene i en felles diskusjon på slutten av økten.

Videre er det den utfordrende interaksjonen, vi har tolket det slik at lærer bruker denne typen interaksjon for å få elevene fremover i prosessen, og støtter de ved å lokke fram og utvide sin egen kunnskap. Ved å da for eksempel se om de kan se matematiske sammenhenger og knytte det de har kommet frem til opp mot kunnskap de allerede innehar. Dette er i tråd med de essensielle lærer- og elevaktivitetene til Blomhøj (2021) hvor lærer skal bygge på erfaringene til elevene.

Nest sist er den deltakende interaksjonen som utelukkende baserer seg på at læreren tar del i den undersøkende prosessen sammen med elevene. Det er spesielt den ene læreren på videregående som bruker denne typen interaksjon, og dette er i tråd med den essensielle læreraktiviteten til Blomhøj (2021): å skape rom for dialogisk samspill i klassen. De blir likestilte i den undersøkende prosessen og deler tanker og ideene sine med hverandre, dette er kjennetegn kommunikasjonsmønstrene rik- og refleksiv kommunikasjon. Vi ser på det å delta i den undersøkende prosessen sammen med elevene som god støtte, da klasseromskultur med dialog og delt eierskap som underpunkter, er essensielt i undersøkende undervisning. Slik som figur 1 viser.

Aller siste kategori er den tilretteleggende interaksjonen, hvor lærer skal fungere som en tilrettelegger for elevenes undersøkende arbeid. Samarbeid fremmes, som er en av de essensielle læreraktivitetene til Blomhøj (2021), og det å fremme samarbeid er sentralt i undersøkende undervisning. Samtalegrepet snu og snakk bidro til å rette elevene mot hverandre, hvor elevene fikk muligheten til å dele ideene med hverandre. Det gis også god nok tid til å tenke, som er kjennetegn på grepene støtte og lokke fram i Fraivillig et al. (1999) sitt rammeverk. Men denne kategorien er ikke utelukkende positiv dersom læreren blir for passiv, det kan da hindre fremgang i arbeidet. Det bør også være etablert en klasseromskultur med en etablering av sosiomatematiske normer, hvor det er åpent for å feile, da dette er et essensielt element i undersøkende undervisning etter Artigue og Blomhøj (2013) sin modell som figur 1 viser. Dersom lærer tilrettelegger på en god måte og møter elevene ut fra deres nivå og hvilken kultur som er dannet i klasserommet vil læreren som tilrettelegger i seg selv være en god støtte for elevene i undersøkende undervisning.

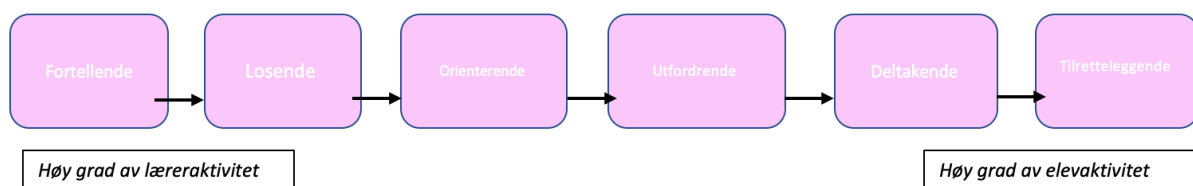
6 Avslutning

Vår studie har som formål å svare på problemstillingen *hvilke faktorer spiller inn for hvilken støtte som blir gitt i den undersøkende fasen i en undersøkende undervisningssekvens?* Vi brukte forskningsspørsmålene under for å kunne svare på problemstillingen:

- 1) Hvor mange interaksjoner forekommer i den undersøkende undervisningen og hva skjer før og etter interaksjonen?
- 2) Hva kjennetegner støtten som blir gitt i de ulike kategoriene i interaksjonsskalaen?

For å finne et svar på dette har vi analysert opptak fra undervisningsøkter hvor lærer tilhører SUM-prosjektet, og undervisningen var av den undersøkende formen. Interaksjoner mellom lærer-elev i den undersøkende fasen ble vårt fokus, og våre opptak var fra seks ulike klasser, med henholdsvis to klasser fra barnetrinnet, to fra ungdomstrinnet og to fra videregående. Vi tok utgangspunkt i interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021) i vår analyse, og teori som omhandler undersøkende undervisning og kommunikasjon i matematikk. Med dette i bunnen kunne vi se på hvordan støtte som blir gitt i den undersøkende fasen i undersøkende undervisning og hvilke faktorer som spiller inn for hvilken støtte som blir gitt. Ved å diskutere rundt forskningsspørsmålene våre gav dette oss god innsikt for å kunne svare på problemstillingen vår.

Rammeverket til Knutsen og Ittelin (2021) er basert på ulike samtalegrep fra litteraturen som kan brukes i matematiske samtaler. Vi observerte hvordan interaksjonene mellom lærer-elev var i de ulike klassene og kunne klassifisere hver og en interaksjon innenfor kategoriene til Knutsen og Ittelin (2021). Hver og en av disse kategoriene er basert på ulike samtalegrep som vi har sett i sammenheng med relevant litteratur innenfor støtte i undersøkende undervisning, kommunikasjonsmønstre og sosiomatematiske normer. Vi valgte som vi har nevnt tidligere å dele opp den orienterende og utfordrende kategorien, slik at det ble to kategorier istedenfor én.



Så hvilke faktorer spiller inn for hvilken støtte som blir gitt i den undersøkende fasen i en undersøkende undervisningssekvens? For å kunne svare på dette så vi på støtte i sammenheng med interaksjonsskalaen med de ulike samtalegrepene, teori som omhandler støtte i undersøkende undervisning, kommunikasjonsmønstre og sosiomatematiske normer.

De ulike faktorene som spiller inn for hvilken støtte som blir gitt er basert på blant annet klasseromskulturen, nivået til elevene og etableringen av sosiomatematiske normer. En kan si at interaksjonsskalaen til Knutsen og Ittelin (2021) kan fungere som en skala som viser hvilken støtte som er nødvendig at læreren gir ut fra bakgrunnen for at interaksjonen forekommer. Det må etableres en kultur for å dele tanker og ideer med hverandre, elevene skal også være selvstendige i en undersøkende prosess og bruke erfaringene ved å for eksempel feile som læring. Hvorfor en lærer velger å fortelle, lose, orientere, utfordre, delta eller tilrettelegge handler rett og slett om som vi har nevnt nivået til elevene, klasseromskulturen og hvordan de sosiomatematiske normene er i klasserommet. For at lærere for eksempel skal kunne delta for å støtte elevene må det være en etablert norm for at det er greit å gjøre feil og at lærer og elev er likeverdige deltakere, eller for å kunne tilrettelegge må det være åpenhet for å kunne dele tankene og resonneringene sine. Det er ikke slik at en kategori eller en form for støtte er dårligere enn en annen, da undersøkende undervisning er en kompleks prosess hvor elevene kan trenge ulik støtte basert på hvor langt de er kommet i det undersøkende arbeidet eller hvilket nivå de er på. For eksempel i den ene enden av skalaen kan den fortellende interaksjonen være positiv i den forstand at læreren ønsker å rette elevene inn på det de skal gjøre eller negativ ved at læreren tar over arbeidet. I motsatt ende av skalaen kan læreren som tilrettelegger på den negative siden bli for passiv slik at det ikke blir noen fremgang i arbeidet, mens på den positive siden vil elevene få nok tid og muligheten til å tenke selv. Støtten er basert på hva elevene trenger ut fra hvilke faktorer som vil påvirke støtten i klasserommet. Enkelte ganger trenger elevene at læreren forteller elevene hva de skal gjøre, andre ganger trenger de en utfordring, eller at læreren tar del i prosessen sammen med elevene. Eller så trenger de kanskje bare det at læreren legger til rette for undersøkende arbeid.

7 Referanseliste

- Abril, A. M., Aguirre, D., Aldorf, A.-M., András, S., Erzébet, A., Ariza, M. R., Blomhøj, M., ... & Tamási, C. (2013). Primas- Promoting Inquiry In Mathematics And Science education across Europe. https://primas-project.eu/wp-content/uploads/sites/323/2017/11/primas_final_publication.pdf
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education : intention, reflection, critique* (Bd. v. 29). Kluwer Academic Publishers.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2004). Dialogic learning in collaborative investigation. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 2, 39-59.
- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797-810. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6>
- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. Frydenlund.
- Blomhøj, M. (2021). Undersøgende matematikundervisning - fra teori til praksis. I M. Wahl, P. Weng, M. Andersen & P. Weng (Red.), *Håndbog for matematikvejledere* (Kap 16, 2. utg.). Dansk Psykologisk Forlag.
- Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom : helping children learn and love maths* (Revised and updated paperback edition. utg.). Souvenir Press.
- Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers' Conceptions and Practices. *Journal of mathematics teacher education*, 3(2), 125-153. <https://doi.org/10.1023/A:1009947032694>
- Brousseau, G. & Balacheff, N. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics : didactique des mathématiques, 1970-1990* (1st ed. 2002. utg., Bd. v. 19). Kluwer Academic Publishers.
- Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM: the international journal on mathematics education*.
- Caelli, K., Ray, L. & Mill, J. (2003). 'Clear as Mud': Toward Greater Clarity in Generic Qualitative Research. *International journal of qualitative methods*, 2(2), 1-13. <https://doi.org/10.1177/160940690300200201>
- Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions : using math talk to help students learn, grades K-6* (2nd ed. utg.). Math Solutions.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). Routledge.

- Creswell, J. W. & Miller, D. L. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory into practice*, 39(3), 124-130. https://doi.org/10.1207/s15430421tip3903_2
- Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions—a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational studies in mathematics*, 85(2), 281-304. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1>
- Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytisk perspektiv* (s. 169-180). Caspar Forlag.
- Drageset, O. G. (2021). Positioning theory and interactions. A review. *Upublisert*.
- Eisenhart, M. (1991). Conceptual Frameworks for Research Circa 1991: Ideas from a Cultural Anthropologist; Implications for Mathematics Education Rese. *Proceedings of the 13th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (1), 202-219.
- Engeln, K., Euler, M. & Maas, K. (2013). Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *Mathematics Education*, (45(6)), 823-836. <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11858-013-0507-5.pdf>
- Fosse, T. (2004). *Skolestart - en studie av 6-åringers forventninger til skolen med særlig vekt på matematikkundervisning (Hovedfagsoppgave)*. . Universitetet i Bergen.
- Fraivillig, J. L., Murphy, L. A. & Fuson, K. C. (1999). Advancing Children's Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classrooms. *Journal for research in mathematics education*, 30(2), 148-170. <https://doi.org/10.2307/749608>
- Franke, M., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 225-256). Information Age Publishing.
- Golafshani, N. (2015). Understanding Reliability and Validity in Qualitative Research. *Qualitative report*. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2003.1870>
- Kazemi, E. & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale : hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner* (1. utgave. utg.). Cappelen Damm akademisk.
- Kleven, T. A. (1995). *Reliabilitet som pedagogisk problem* (Bd. nr 9, 1995). Universitetet i Oslo, Pedagogisk forskningsinstitutt.

- Knutsen, E. S. & Ittelin, S. (2021). *Kommunikasjon i undersøkende matematikkundervisning - En kvalitativ studie om kommunikasjon mellom lærer og elev i undersøkende matematikkundervisning* [Masteroppgave]. UiT Norges arktiske universitet.
- Lazonder, A. W. & Harmsen, R. (2016). Meta-Analysis of Inquiry-Based Learning: Effects of Guidance. *Review of educational research*, 86(3), 681-718.
<https://doi.org/10.3102/0034654315627366>
- Lester, F. K. (2009). On the Theoretical, Conceptual, and Philosophical Foundations for Research in Mathematics Education. I (s. 67-85) (Advances in Mathematics Education). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
https://doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2_8
- Mayring, P. (2015). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. I A. Bikner-Ahsbals, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of Methodology and Methods* (s. 365-380). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_13
- Mellin-Olsen, S. (1995). Oppgavediskursen i matematikk. Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning*, 7, 9-15.
- Merriam, S. B. (2015). *Qualitative research: a guide to design and implementation* (4th ed. utg.). Somerset: Wiley.
- NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi/>
- Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L. A., de Jong, T., van Riesen, S. A. N., Kamp, E. T., Manoli, C. C., Zacharia, Z. C. & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational research review*, 14, 47-61.
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.02.003>
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.
- Ragnes, T. (2016). Samtalekvaliteter - i og mellom praksiser. I M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler Undervisning og læring - analytiske perspektiv*. Caspar forlag
- Rocard, M. (2007). *EUR22845- Science education now: A renewed pedagogy for the future of Europe*. European Commission.
- Silverman, D. (2014). *Interpreting Qualitative Data* (5. utg.). Sage.
- Skemp, R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics teaching in the middle school*, 12(2), 88-95.

- Skånstrøm, M. & Blomhøj, M. (2016). Det kommer an på... I T. Ragnes & H. Alrø (Red.), *Matematikk læring for framtida* (s. 88-99). Casper Forlag.
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (2018). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical thinking and learning*, 10(4), 313-340.
<https://doi.org/10.1080/10986060802229675>
- Stephan, M. (2014). Sociomathematical Norms in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 563-566). Springer Netherlands.
https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_143
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. utg.). Fagbokforl.
- Thompson, A. G. (1992). *Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research*. Macmillan Publishing Co, Inc.
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05)*.
<https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-1k20/MAT01-05.pdf?lang=nob>
- Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling of Focusing? I H. Steinbring, M. B. Bussi & A. Sierpinska (Red.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (s. 167-178). National Council of teachers of mathematics.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 27(4), 458-477.
<https://doi.org/10.2307/749877>

Vedlegg 1 Kvittering fra NSD



Per Øystein Haavold

9006 TROMSØ

Vår dato: 06.09.2017

Vår ref: 54660 / 3 / LAR

Deres dato:

Deres ref:

Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 06.06.2017.

Meldingen gjelder prosjektet:

<i>54660</i>	<i>SUM - Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning</i>
<i>Behandlingsansvarlig</i>	<i>UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder</i>
<i>Daglig ansvarlig</i>	<i>Per Øystein Haavold</i>

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget [skjema](#). Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en [offentlig database](#).

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2020, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Dersom noe er uklart ta gjerne kontakt over telefon.

Vennlig hilsen

Marianne Høgetveit Myhren

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Vedlegg 2 Oppdatert vurdering

29.3.2021

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



NSD sin vurdering

Prosjekttittel

SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching

Referansenummer

363390

Registrert

08.02.2021 av Per Øystein Haavold - per.oystein.haavold@uit.no

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT – Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Per Øystein Haavold, per.oystein.haavold@uit.no, tlf: 47409395

Type prosjekt

Forskerprosjekt

Prosjektperiode

01.05.2017 - 31.10.2021

Status

11.03.2021 - Vurdert

Vurdering (1)

11.03.2021 - Vurdert

BAKGRUNN

Behandlingen av personopplysninger ble opprinnelig meldt inn til NSD 06.06.2017 (NSD sin ref: 54660) og vurdert under personopplysningsloven som var gjeldende på det tidspunktet.

08.02.2021 meldte prosjektleder inn en endring av prosjektet som bestod i en utsettelse av prosjektslutt til 31.12.2021.

Det er vår vurdering at behandlingen/hele prosjektet vil være i samsvar med den gjeldende personvernlovgivningen, så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 11.03.2021 med vedlegg.

Vedlegg 3 Samtykkeskjema for deltakere under 15 år



Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching"

Bakgrunn og formål

Målet med dette prosjektet er å bidra til utvikling av barn og unges matematikklæring og motivasjon for matematikk gjennom å integrere perioder med utforskende undervisning i matematikkundervisningen fra barnehage til universitet. Disse utviklingsaktivitetene skal foregå gjennom tre skoleår. Prosjektet drives av forskningsgruppen Matematikdidaktikk ved UiT Norges arktiske universitet, institutt for lærerutdanning og pedagogikk med støtte fra Norsk forskningsråd.

Utvalget er rekruttert gjennom Norges arktiske studentsamskipnad, Troms fylkeskommune og Tromsø kommune. Hver deltakende skole/barnehage har valgt 2 – 4 lærere / barnehagelærere til å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Et fokusområde for prosjektet vil være overganger der det er utfordringer knyttet til elevens motivasjon og matematikklæring:

Barnehage => Barneskole => Ungdomstrinn => Videregående skole => Universitet

For hver av disse overgangene dannes en gruppe lærere/pedagoger og to forskere. Deltakerne i en gruppe arbeide sammen med å utvikle, gjennomføre (i lærernes egne klasser) og evaluere 3 utforskende undervisningsforløp av en varighet på 5-10 skoletimer. Disse undervisningsforløpene skal være i overensstemmelse med relevante læreplanmål på de aktuelle klassesettene.

Forskerne i gruppa vil samle inn data gjennom både klasseromsobservasjoner, lyd- og bildeopptak, intervjuer og spørreskjema til lærere og elever samt faglige tester for å dokumentere elevenes faglige utvikling.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er bare medlemmer i forskningsgruppen som har tilgang til datamaterialet. Alt datamateriale lagres i låsbare skap ved UiT Norges arktiske universitet.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2020. Etter dette blir datamaterialet anonymisert og videomaterialet slettet. Dersom det er gitt tillatelse til korte sekvenser til bruk i undervisning og konferanser vil disse bli lagret ved UiT.

Kontaktinformasjon.

Per Øystein Haavold e-post: per.ovstein.haavold@uit.no tlf. 77645587

Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

1



Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli fjernet, med mindre de allerede er brukt i publikasjoner.

Det er hentet inn tillatelse av skolens rektor og de aktuelle ansatte til å gjennomføre undersøkelsen. Prosjektet er også meldt inn til Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste (NSD) som ivaretar personvernet i forskning ved Universitetet i Tromsø.

Dersom har spørsmål til studien, ta kontakt med Per Øystein Haavold epost per.oystein.haavold@uit.no. I studentprosjekt må også kontaktopplysninger til veileder/daglig ansvarlig påføres.

Samtykke til deltakelse i studien

Elevens navn: _____

- Jeg samtykker i at bilder, lyd og korte videosekvenser der eleven deltar kan bli brukt i undervisning og presentasjoner. Dette innebærer også deltakelse i prosjektet.
- Jeg samtykker i deltakelse i prosjektet.

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

(Signert av foresatte, dato)

Vedlegg 4 Samtykkeskjema for deltakelse



Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching"

Bakgrunn og formål

Målet med dette prosjektet er å bidra til utvikling av barn og unges matematikklæring og motivasjon for matematikk gjennom å integrere perioder med utforskende undervisning i matematikklæringen fra barnehage til universitet. Disse utviklingsaktivitetene skal foregå gjennom tre skoleår. Prosjektet drives av forskningsgruppen Matematikdidaktikk ved UiT Norges arktiske universitet, institutt for lærerutdanning og pedagogikk med støtte fra Norsk forskningsråd.

Utvalget er rekruttert gjennom Norges arktiske studentsamskipnad, Troms fylkeskommune og Tromsø kommune. Hver deltakende skole/barnehage har valgt 2 – 4 lærere / barnehagelærere til å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Et fokusområde for prosjektet vil være overganger der det er utfordringer knyttet til elevens motivasjon og matematikklæring:

Barnehage => Barneskole => Ungdomstrinn => Videregående skole => Universitet

For hver av disse overgangene dannes en gruppe lærere/pedagoger og to forskere. Vi ønsker at det er med 2 lærere/pedagoger fra skole/barnehage. Deltakerne i disse gruppene vil, så langt det lar seg gjøre, følges over alle de tre periodene 17/18, 18/19 og 19/20. Hver av disse periodene skal deltakerne i en gruppe arbeide sammen med å utvikle, gjennomføre (i lærernes egne klasser eller barnehager) og evaluere 3 utforskende undervisningsforløp av en varighet på 5-10 skoletimer eller tilsvarende i barnehage. Disse undervisningsforløpene skal være i overensstemmelse med relevante læreplanmål på de aktuelle klassetrinnene eller mål fra Rammeplan for barnehage.

Forskerne i gruppa vil samle inn data gjennom både klasseromsobservasjoner, lyd- og bildeopptak, intervjuer og spørreskjema til lærere/pedagoger og elever/barnehagebarn, samt faglige tester for å dokumentere elevenes faglige utvikling.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er bare medlemmer i forskningsgruppen som har tilgang til datamaterialet. Alt datamateriale lagres i låsbare skap ved UiT Norges arktiske universitet.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2020. Etter dette blir datamaterialet anonymisert og videomaterialet slettet. Dersom det er gitt tillatelse til korte sekvenser til bruk i undervisning og konferanser vil disse bli lagret ved UiT.

Kontaktinformasjon.

Per Øystein Haavold e-post: per.ovstein.haavold@uit.no tlf. 77645587

Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

1



UiT

NORGES
ARKTISKE
UNIVERSITET

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli fjernet, med mindre de allerede er brukt i publikasjoner.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Per Øystein Haavold epost per.oystein.haavold@uit.no. I studentprosjekt må også kontaktopplysninger til veileder/daglig ansvarlig påføres.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

- Jeg samtykker i at bilder, lyd og korte videosekvenser kan bli brukt i undervisning og presentasjoner. Dette innebærer også deltakelse i prosjektet.
- Jeg samtykker i deltakelse i prosjektet.

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Kontaktinformasjon.

Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587

Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

2

Vedlegg 5 Definisjonstabell for samtalegrepene

Teori	Begrep	Definisjon
Samtalegrep: <i>Retningsforandring, framdrift og fokusering</i> Drageset (2014)	Avvise	Læreren avviser elevenes løsninger (uten å tilby videre støtte/veiledning).
	Korrigerende spørsmål	Læreren aksepterer først forslaget til eleven for så og spør etter en annen måte å løse på; «ja det kan du gjøre, men hva om du prøver ...?»
	Foreslå ny strategi	Læreren endrer elevenes retning ved å foreslå en ny tilnærming eller en annen løsningsstrategi.
	Demonstrere	Læreren enten demonstrerer deler eller hele løsningen eller hele løsningen for eleven uten å involvere eleven i prosessen. Underveis kan læreren be om bekreftelse på at eleven forstår eller er enig.
	Forenkle <i>a) ved å fortelle</i> <i>b) ved å løse</i>	a) Læreren forenkler ved å fortelle elevene hva som må til for å løse oppgaven. b) Læreren forenkler ved å legge til eller forandre informasjonen i oppgaven. I tillegg kan læreren gi hint (Henning, 2012).
	Lukket fremdrift (lukkede spørsmål)	Læreren stiller spørsmål som retter seg mot løsningsprosessen. Spørsmålene har ofte et riktig svar.
	Åpen fremdrift (åpne spørsmål)	Læreren stiller «hvordan-spørsmål» som retter seg mot løsningsprosessen heller enn svaret. Brukes til å få fremgang, men uten å gi løsningen.
	Belyse detaljer (forklare sin tenkning, Boaler & Brodie, 2008)	Læreren ber elevene stoppe opp og forklare sin tenkning.
	Begrunne	Læreren stiller spørsmål som retter seg mot hvorfor løsningen/metoden er riktig.
	Anvende	Læreren lager nye, lignende oppgaver til elevene for å teste om de kan overføre kunnskapen til andre settinger/oppgaver.
	Be elevene vurdere	Læreren ber elevene selv vurdere svaret som kom fram. Læreren overlater E'en i IRE til elevene.
	Poengtere	Læreren ber elevene å bemerke seg viktige detaljer. Brukes for å tydeliggjøre viktige poeng, minner de

		på informasjon som de har vært enig om tidligere (typisk rydde opp og tydeliggjøre elevenes egne forklaringer) og hva de bør forstå/ta med seg i videre arbeid.
	Oppsummere	Læreren trekker sammen informasjon, tydeliggjøre og påpeke hva som er viktig å ta med seg videre. Kan også brukes for å gjenta det elevene sier, for så å legge på informasjon for å tydeliggjøre hvorfor løsningen/metoden er riktig.
IC-modellen Alrø & Skovsmose (2002)	Kontakte	Omhandler hvordan læreren er til stede i dialogen gjennom å blant annet bekrefte og støtte, stille undersøkende spørsmål, legge til rette for deltakelse (for eksempel stille spørsmål rettet mot om elevene er enig/forstår) og bruke humor i samtalen.
	Oppdage	Innebærer lærerens mulighet til å spørre og undre, stille «testende spørsmål» og «check-spørsmål». Det innebærer også å kunne utforske og prøve ut, samt stille hypotetiske («hva om») spørsmål.
	Identifisere	Innebærer å stille «hvorfor spørsmål», forklare og tydeliggjøre matematiske ideer.
	Advokere	Handler om å etablere eksiterende kunnskap, samtidig reflektere over denne kunnskapen i felleskap.
	Tenke høyt	Handler om å stille hypotetiske spørsmål og å tenke høyt ved å si f.eks. «Jeg tenker at...», «Hva om vi gjør sånn».
	Omformulere Utfordre	Handler om å gjenta det som blir sagt eller fullføre hverandres resonnement/tanker. Læreren gir utfordring i form av for eksempel stille spørsmål ved elevenes matematiske tanker.
	Evaluere	Innebærer at lærer-elev eller elev-elev evaluerer om de har sett på det matematiske problemet med samme synspunkt, og om de har prøvd å løse problemet på samme måte.
Samtaletrekk Chapin, O'Connor & Anderson (2009), Kazemi & Hintz (2018)	Gjenta	Læreren gjentar deler av eller hele elevens forklaring eller resonnement, og videre be om bekreftelse fra eleven om tolkningen er korrekt.
	Repetere	Læreren ber en elev gjenta eller omformulere en annen elev sitt utsagn. Læreren selv kan også gjenta/repetere viktige ideer med en matematisk

		idé for å tydeliggjøre viktige deler av ideen og bevisstgjøre elevene på disse viktige ideene.
	Resonnere	Læreren retter elevene mot hverandre ved å be de evaluere hverandres resonnerment, stille spørsmål om elevene er enig/uenig i hverandres forklaringer, og videre be de begrunne hvorfor.
	Tilføye	Læreren spør tilføyinger til forklaringen fra elevene selv eller medelevene.
	Tenketid	Læreren gir elevene tid til å tenke etter stilt spørsmål. Læreren vil også her gi utvalgt elev tid til å tenke over svaret før eleven svarer
	Snu og snakk	Læreren gir elevene mulighet til å dele og forklare ideene til læringspartnerne sine, samt gir elevene mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres tanker og ideer.
	Endre	Læreren spør om elevene ønsker å endre på forklaringen sin.
Five Practices Stein & Smith (2011)	Anta	Læreren antar på forhånd mulige elevsvar på oppgaven som gis.
	Observere	Læreren observerer elevenes arbeid underveis, og deres forklaringer og resonnermenter.
	Velge ut	Læreren velger ut hvilke elevsvar som skal presenteres i felleskapet.
	Planlegge	Læreren planlegger hvilken rekkefølge elevsvarene skal presenteres.
	Påpeke detaljer	Læreren påpeker detaljer i de ulike elevsvarene og kobler sammen med viktige matematiske ideer.

