



Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

## **Hva nå hvis vi spurte lærerne: «Hva legger dere merke til?»**

Et aksjonsforskningsprosjekt med utgangspunkt i undring; hva nå hvis noe så lite som invitasjon til å observere, etterfulgt av å felles reflektere, utvikler en gruppe læreres undersøkende matematikkundervisning?

Pål Harald Hansen og Ine Chatrin Halfdansen Hetty

Masteroppgave i matematikdidaktikk, LER-3903, Mai 2023



## Sammendrag

Intensjonen med forskningen var å undersøke hvordan observasjon av undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende samtaler, ville kunne fungere som en støtte for utvikling av en gruppe læreres undersøkende matematikkundervisning.

Problemstillingen ble følgende: «*Hvordan vil en gruppe lærere som observerer undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende samtaler underveis, utvikle deres undersøkende matematikkundervisning?*». Som forskere har vi ikke bare vært forskere, men aktive deltakere som gjennomførte øktene gjenstand for observasjon, og likeverdige deltakere i etterfølgende refleksjon.

Mastergradsavhandlingen er en skriftliggjøring av et aksjonsforskningsprosjekt med mål om endring. En gruppe på fire læreres undervisning er observert, kombinert med filmopptak, før og etter fire aksjonssykluser. Aksjonssyklusene inneholdt undersøkende matematikkundervisning tilgjengelig for observasjon, i tillegg til, videre å åpne opp for refleksjon. Empirien består av syv timer filmopptak av lærernes undervisning og fire timer møteopptak av refleksjonssamtaler, dette dannet dataene i forskningen.

Dataanalysen av undervisningstimene tok utgangspunkt i et sammensatt analytisk rammeverk på bakgrunn av teori om undersøkende matematikkundervisning fra Blomhøj (2021), lærerposisjoner og støttende samtaletrekk fra Drageset et al. (2021), og «tenkende» klasserom fra Liljedahl (2021). Funnene indikerer utvikling gjennom endring i lærernes posisjoner og gjennomføring, i lærernes undersøkende matematikkundervisning. Dataanalysen av refleksjonssamtalene tok utgangspunkt i empirien, og gjennom kategorisering basert på likheter og ulikheter, fremkom disse fem refleksjonskategoriene: *Læreren som skaper undring og samarbeid, læreren som aktiviserer elever, læreren som gir mindre svar og utfordrer mer, læreren som den uunnværlige «overflødige» og læreren som metareflekterer over læringsfellesskapet*. Funnene indikerer en utvikling i lærernes refleksjoner ved en dreining fra fokus på praktiske og organisatoriske rammer til fokus på lærerposisjoner i undervisningen.

Som følge av funnene kan det tyde på at deltakende lærere har skapt et læringsfellesskap som utvikler forskende lærere, som artikulerer taus kunnskap i et kollektivt minne, og i forlengelsen vil kunne påvirke elevenes muligheter til å lære effektive ferdigheter og begrepsforståelse.



# Forord

Denne mastergradsavhandlingen markerer avslutningen på en lærerik og inspirerende lærerspesialistutdanning med påfølgende master i matematikdidaktikk. Studiet har gitt oss verdifull kunnskap og kompetanse som vi har fått, og kommer til å få, god nytte av videre i jobben som lærere.

Gjennom lærerspesialiststudiet følte vi at lærerne våre virkelig var plukket fra øverste hylle, tusen takk for all verdifull kunnskap. Spesielt vil vi takke våre veiledere Ove Gunnar Drageset og Thomas Eidissen for å være enestående veiledere og for å stille opp, både tidlig og sent. Vi vil takke for alle lyttende og spørrende samtaler underveis. Med deres dyktighet, støtte og veiledning har vi fått frem det beste i denne mastergradsavhandlingen.

Videre vil vi få takke informanter som frivillig ønsket å ta del i forskningsprosjektet. Uten dere hadde det ikke vært noe forskningsprosjekt å skrive om.

Vi må få takke hverandre. Det har vært godt å være to som sammen jobbet mot samme mål. Det har vært mange sene kvelder og tidlige morgener som ikke hadde vært de samme uten en læringspartner.

De viktigste brikkene i begge våre liv, som kanskje egentlig ikke holder å bare takke, er familiene. Spesielt våre ektefeller som har vært tålmodige, forståelsesfulle og tatt seg av hjemmet for at dette skulle gå. Videre barna, dere har vist forståelse og raushet som bare er å bøye seg i støvet for, tusen takk for å ønske at vi skal lykkes.

Pål Harald Hansen og Ine Chatrin Halfdansen Hetty

Tromsø, mai 2023



# Innholdsfortegnelse

Tabelliste .....	ix
Figurliste.....	x
1 Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn .....	1
1.2 Problemstilling.....	3
1.3 Oppgavens struktur.....	3
2 Teoretisk rammeverk.....	5
2.1 To undervisningsmønstre i matematikk .....	5
2.1.1 Ulike tilnæringer til matematikkundervisning .....	6
2.2 Problemløsning og modellering.....	8
2.2.1 Problemløsning.....	8
2.2.2 Modellering .....	9
2.3 Undersøkende matematikkundervisning .....	11
2.3.1 Trefaseinndeling.....	13
2.3.2 Klasseromskulturer.....	17
2.3.3 Forsterkende læreraktiviteter i undersøkende undervisning .....	18
2.4 Kommunikasjon i matematikk.....	20
2.4.1 Planlegging av matematiske samtaler .....	21
2.4.2 Dialog .....	22
2.4.3 Kommunikasjonsmønstre.....	23
2.4.4 Lærerposisjoner og samtaletrekk .....	25
2.5 Oversettelsesteorier .....	28
3 Metode og empiri .....	34
3.1 Vitenskapssyn.....	34
3.2 Forskningsmetode.....	35

3.3	Datainnsamlingsmetode.....	38
3.3.1	Utvalg .....	40
3.3.2	Datainnsamling av matematikkundervisningen .....	41
3.3.3	Datainnsamling av refleksjonssamtaler.....	43
3.4	Analysemetode .....	46
3.4.1	Analysetype.....	47
3.4.2	Analytisk rammeverk .....	48
3.4.3	Analyse av lærernes undervisning.....	50
3.4.4	Analyse av refleksjonssamtaler .....	53
3.5	Validitet og reliabilitet.....	54
3.6	Etiske betraktninger .....	56
4	Analyse og diskusjon av lærernes undervisning .....	59
4.1	Lærerposisjoner i undervisningen .....	59
4.1.1	Fortelle eller informere elevene .....	59
4.1.2	Støtte og lede.....	61
4.1.3	Fokusere på detaljer av betydning.....	65
4.1.4	Få tilgang til og dele elevtenking .....	68
4.1.5	Bruke eller utvide elevidéer .....	70
4.1.6	Utfordre idéer .....	73
4.1.7	Endring i lærerposisjoner .....	75
4.2	Iscenesettelsesfasen .....	77
4.2.1	Overdragelse av utfordring og suksesskriterier.....	77
4.2.2	Etablering av felles forståelse .....	79
4.2.3	Tidsmessige og praktiske rammer.....	80
4.2.4	Etablering av didaktisk miljø .....	80
4.2.5	Utvikling i iscenesettelsesfasen.....	81



4.2.6	Diskusjon av lærernes iscenesettelsesfase.....	82
4.3	Gjennomføringsfasen.....	84
4.3.1	Lærernes gjennomføringsfase .....	85
4.3.2	Utvikling i gjennomføringsfasen.....	90
4.3.3	Diskusjon av lærernes gjennomføringsfase.....	94
4.4	Oppsummeringsfasen .....	96
4.4.1	Lærernes oppsummeringsfase .....	97
4.4.2	Utvikling i oppsummeringsfasen .....	99
4.4.3	Diskusjon av lærernes oppsummeringsfase .....	100
4.5	Undervisningen som en helhet .....	101
5	Analyse og diskusjon av refleksjonssamtaler.....	103
5.1	Analyse av refleksjonssamtalene.....	103
5.1.1	Læreren som skaper undring og samarbeid.....	103
5.1.2	Læreren som aktiviserer elever .....	104
5.1.3	Læreren som gir mindre svar og utfordrer mer .....	105
5.1.4	Læreren som den uunnværlige «overflødige».....	106
5.1.5	Læreren som metareflekterer over læringsfellesskapet .....	107
5.1.6	Utvikling i refleksjonssamtalene.....	109
5.2	Diskusjon over analysefunn.....	109
6	Overordnet diskusjon av lærernes utvikling.....	113
6.1	Lærernes muligheter til å utvikle praksis gjennom læringsfellesskap.....	113
6.2	Elevenes muligheter til å lære .....	115
7	Konklusjon .....	117
7.1	Videre arbeid innenfor forsknings og praksisfeltet .....	119
8	Referanser.....	121
	Vedlegg 1 – Plan for filming, observasjon og refleksjonssamtaler.....	130

Vedlegg 2 – Oppgave froskehopp .....	131
Vedlegg 3 – Oppgave geometri.....	133
Vedlegg 4 – Oppgave bytte av kunstgress .....	134
Vedlegg 5 – Oppgave Kalle kanin. ....	135
Vedlegg 6 – Grensetilfeller .....	136
Vedlegg 7 – Godkjenning NSD .....	138
Vedlegg 8 – Samtykkeskjema elever .....	140
Vedlegg 9 – Samtykkeskjema lærere .....	143

## Tabelliste

Tabell 1	Ulike læringsmiljø .....	11
Tabell 2	Forskningsprosjektets analytiske rammeverk .....	49
Tabell 3	Fargekoding av lærerposisjoner .....	51
Tabell 4	Lærernes frekvens av posisjoner i matematikkundervisningen .....	53
Tabell 5	Induktive refleksjonskategorier .....	54
Tabell 6	Prosentvis fordeling fortelle eller informere av alle lærerposisjoner faseinndelt .	61
Tabell 7	Prosentvis fordeling støtte og lede av alle lærerposisjoner faseinndelt .....	65
Tabell 8	Prosentvis fordeling fokusere på detaljer av alle lærerposisjoner faseinndelt .....	68
Tabell 9	Prosentvis fordeling tilgang til elevtenking av alle lærerposisjoner faseinndelt ..	70
Tabell 10	Prosentvis fordeling bruke/utvide elevidéer av alle lærerposisjoner faseinndelt	72
Tabell 11	Prosentvis fordeling utfordre idéer av alle lærerposisjoner faseinndelt .....	75
Tabell 12	Totaloversikt over lærernes posisjoner i matematikkundervisningen .....	76
Tabell 13	Kjennetegn i lærernes iscenesettelsesfase i frekvens .....	81
Tabell 14	Frekvens fremstilling og prosentvis fordeling av lærerposisjoner .....	98
Tabell 15	Refleksjonskategorier .....	109

## Figurliste

Figur 1	Syv stegs modelleringscyklus .....	10
Figur 2	Lærings situasjoner i undersøkende matematikkundervisning .....	16
Figur 3	Kommunikasjonsmønstre i matematikkundervisning.....	24
Figur 4	Aksjonsforskningsprosjektets ramme og modell for sykluser .....	38
Figur 5	Ulike samtaletrekk .....	86
Figur 6	Ulike samtaletrekk .....	87
Figur 7	Ulike samtaletrekk .....	88
Figur 8	Ulike samtaletrekk .....	89
Figur 9	Samtaletrekkene prosentvis fordelt i to hovedkategorier.....	91
Figur 10	Lærerposisjoner prosentvis fordelt i gjennomføringsfasen.....	93
Figur 11	Prosentvis fordeling av posisjoner i oppsummeringsfasen.....	99

# 1 Innledning

## 1.1 Bakgrunn

Som mangeårige lærere i grunnskolen har vi vært deltakere på kursdager, i utviklingsarbeid og på foredrag med innleide dyktige foredragsholdere, der fellesfaktoren er gode opplegg, men uten å føre til nevneverdig endring av praksisen i klasserommet. Spesielt ved innføringen av fagfornyelsen var det både utviklingsarbeid og eksterne kurs som inneholdt informasjon om dybdeløring og oppmuntringer til å endre undervisningspraksis.

Fagfornyelsen kom på bakgrunn av et samfunn i konstant endring (Utdanningsdirektoratet, 2022), og følgelig kreves en opplæring slik at elevene forberedes på å mestre det foreløpige ukjente. Opplæringslovens formålparagraf uttrykker ett av formålene med opplæringen gjennom: *«Elevane og lærlingane skal utvikle kunnskap, dugleik og holdningar for å kunne mestre liva sine og for å kunne delta i arbeid og fellesskap i samfunnet. Dei skal få utfalde skaparglede, engasjement og utforskartrong»* (Kunnskapsdepartementet, 2017, avsn. 5). Slik det fremgår av formålparagrafen skal elevene oppleve skaperglede, engasjement og utforskertrang gjennom å erverve kunnskap, dyktighet og holdninger for å mestre livet og deltakelse i samfunnets fellesskap. I tillegg stadfester læreplanen for matematikk følgende:

Når elevene får tid til å tenke, reflektere, resonnerer matematisk, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant, legger faget til rette for kreativitet og skapertrang. Matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforskning og problemløsning, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på sin egen læring.

(Kunnskapsdepartementet, 2019, avsn. 2)

Innføringen av Kunnskapsløftet 2020 skaper behov for en undervisningspraksis hvor elevene opparbeider og viser kompetanse i å utforske, reflektere, stille spørsmål, å resonnerer matematisk, selvstendig, men også i samarbeid med andre gjennom utforskning og problemløsning.

Lærerspesialiststudiet i matematikk gjennomførte vi sammen, fra høsten 2019 til våren 2021. Studiet presenterte oss for undervisningspraksis som legger opp til stor elev og lærer aktivitet fordi prosessen er viktigere enn produktet, med den matematiske samtalen som fungerende motor i klasserommet. Undervisningsformen som vektlegger nysgjerrighet, utforsking og elev- og lærersamarbeid omtales som undersøkende matematikkundervisning (Blomhøj, 2021; Wæge, 2007). Liljedahl (2021) betegner en slik type undervisning som et «tenkende» klasserom, mens Lampert et al. (2010) betegner undervisningspraksisen som ambisiøs matematikkundervisning. For å oppfylle intensjonen i formålsparagrafen og videre intensjonen i læreplanen for matematikk er det behov for at lærere utøver, en slik, undersøkende undervisningspraksis i klasserommet.

Som lærere med videreutdanning innenfor lærerspesialiststudiet var vi tiltenkt å være ressurspersoner som skulle spre forskningsbasert matematikkundervisning ut i skolen. Lærerspesialiststudiet introduserte metoder for kompetansebasert utviklingsarbeid. Metodene vi ble presentert for, Lesson Study, Matematikk-lab og Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning (MAM) har forskningsdokumentert effekt på elevenes dybdelæring i matematikk og benyttes i lærerkollegiums utvikling av undervisning (Gibbons et al., 2016; Fauskanger & Bjuland, 2019; Munthe et al., 2017). Fauskanger (2019, s. 277) skriver i sin forskning på Lesson Study i norske skoler, at metodikken er kompleks og anbefaler nye veier å gå, fordi metodikken er tidkrevende.

Som deltidsstudenter og heltidslærere gjennom studietiden opplevde vi nysgjerrighet hos kollegaer når vi gjennomførte undervisning, med kollegaene i klasserommet. Kollegaene ble nysgjerrige på den undersøkende undervisningspraksisen utført i matematikktimene. Nysgjerrigheten hos kollegaene førte til spørsmål etter undervisning, og spørsmålene satt i gang reflekterende samtaler rundt undervisningspraksis, undersøkende matematikdidaktikk og teori. Kollegaene ble stadig mer nysgjerrige og lurte stadig på hvorfor vi gjorde som vi gjorde i matematikktimene, og vi merket en økende lyst til å selv prøve ut en mer undersøkende undervisningspraksis i matematikk.

Samtalene og nysgjerrigheten til kollegaene skapte en undring hos oss. Hva hvis noe så lite som observasjon av undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende samtaler, kunne utvikle undervisningspraksis hos lærere? Hva hvis vi spurte lærerne «Hva

*legger dere merke til?»* etter at vi inviterte de inn i matematikkundervisningen, kunne dette være en litt «ufarlig» måte å skape læringsfellesskap på?

## **1.2 Problemstilling**

Vi har på bakgrunn av det ovennevnte i formålsparagrafen og læreplanens intensjoner, kompetansen vi har opparbeidet oss gjennom lærerspesialiststudiet, forskning i matematikkdiraktikk, våre kollegaers nysgjerrighet og egen undring, valgt å undersøke om lærere som observerer undersøkende matematikkundervisning og deltar i reflekterende samtaler i etterkant, vil utvikle deres undersøkende matematikkundervisning. Med bakgrunn i dette er problemstillingen i vår mastergradsavhandling:

*«Hvordan vil en gruppe lærere som observerer undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende samtaler underveis, utvikle deres undersøkende matematikkundervisning?»*

Problemstillingen har to sider. For det første omhandler den hvordan gruppen lærere utvikler sin undervisning. For det andre, hvordan refleksjonssamtalene på bakgrunn av observasjon fungerer som støtte for denne utviklingen.

## **1.3 Oppgavens struktur**

Denne mastergradsavhandlingen er oppbygd av syv overordnede kapitler. I dette første kapitlet, gis et innblikk i bakgrunnen og aktualiteten av undersøkende matematikkundervisning, i tillegg presenteres egen motivasjon og tidligere forskning rundt forskningsprosjektets tema, før problemstillingen presenteres. I kapittel to belyses nødvendig teori for å besvare problemstillingen. I kapittel tre begrunnes og beskrives metodiske valg for å besvare problemstillingen og et analytisk rammeverk presenteres. I kapittel fire presenteres analyse og diskusjon av lærernes undersøkende matematikkundervisning før og etter all observasjon og refleksjon. I kapittel fem presenteres og diskuteres de reflekterende samtalene lærerne har deltatt i. I kapittel seks diskuteres overordnede idéer med utgangspunkt i problemstillingen og hovedfunnene i forskningsprosjektet. Kapittel syv, det siste kapitlet i

mastergradsavhandlingen, fremlegger konklusjonen hvor problemstillingen presenteres, overordnede funn repeteres, besvarelsen av problemstillingen komprimeres, og det foreslås videre arbeid innenfor forsknings og praksisfeltet.

## 2 Teoretisk rammeverk

I dette kapittelet vil vi presentere forskning som er relevant for vår problemstilling som handler om utvikling av læreres undervisning basert på idéer om undersøkende matematikk. Dermed vil vi presentere forskning på problemløsning og undersøkende matematikk, kommunikasjon og undervisningsmønstre, og hvordan nye ideer får fotfeste i organisasjoner.

### 2.1 To undervisningsmønstre i matematikk

Hiebert og Grouws (2007, s. 371) skriver om hvordan læreres valg av undervisningsmetode gir elever ulike muligheter til å lære (*opportunities to learn*). Muligheter til å lære er en sammensatt funksjon, men Hiebert og Grouws (2007, s. 379) peker på lærernes valg i undervisningen som største faktor for elevenes læringsutbytte. Videre skriver de at mulighet til å lære ikke er det samme som å bli undervist. Lærer må, i forkant av undervisningen, gjøre bevisste valg i forhold til blant annet elevenes forkunnskap, valg av oppgavetyper, organisering i klasserommet, valg av undervisningsmetode og sannsynligheten for elev engasjement.

Undervisningen elevene eksponeres for i matematikk, og dermed også deres mulighet til å lære, kan sees som todelt, to ulike mønstre (Hiebert & Grouws, 2007, s. 380). På den ene siden har elevene mulighet til å utvikle effektive ferdigheter (*skill efficiency*) og på den andre siden mulighet til å utvikle begrepsforståelse (*conceptual understanding*). Videre viser de til at ulik type undervisning stimulerer ulik type ferdighet, og dermed ulik type læring.

For å utvikle effektive ferdigheter må elevene eksponeres for undervisning som foregår i høyt tempo med ferdighetsfokus (Hiebert & Grouws, 2007, s. 382), noe som sammenfaller med Hiebert og Lefevre (1986, s. 6) sin beskrivelse av matematisk kunnskap og forståelse, gjennom prosedyrekunnskap (*procedural knowledge*), kunnskap og forståelse om det formelle matematiske språket, matematiske symboler, regler og algoritmer man er i behov av for å lære og fullføre matematiske operasjoner. Skemp (1976, s. 2) på sin side beskriver én type matematisk forståelse som instrumentell forståelse, som innebærer bruk av regler og prosedyrer i matematikk med manglende forståelse for hvorfor reglen eller prosedyren kan



brukes. Likhetene ligger i at det er ferdighetene, effektivitet, regler og algoritmer som vektlegges, uansett begrep de navngir med.

For å utvikle begrepsforståelse må elevene eksponeres for undervisning med fokus på matematiske samtaler og hovedidéene i matematikkfaget. Dette omhandler begrunnelser for hvorfor ulike prosedyrer fungerer, hva som er likt og ulikt ved ulike løsningsstrategier, og synliggjøring av sammenhengen mellom ulike matematiske utfordringer (Hiebert & Grouws, 2007, s. 383). Begrepsforståelse sammenfaller med det Hiebert og Lefevre (1986, s. 3) omtaler som konseptuell kunnskap, matematisk kunnskap som er rik på relasjoner der kunnskapens ulike deler ikke kan være isolert, men sammenkoblet i et nettverk. Noe som har likheter med hvordan Skemp (1976, s. 9) definerer relasjonell forståelse som å vite hvorfor en bestemt prosedyre kan brukes for løse matematiske problemer samtidig som man forstår hvordan prosedyren virker. Fellesnevneren i de tre begrepene er forståelse, sammenhenger og ulike løsningsstrategier for samme problem.

Der Skemp (1976) ser på instrumentell og relasjonell forståelse som motsetninger, ser Hiebert og Lefevre (1986, s. 9) på prosedyre og konseptuell kunnskap som komplementære kompetanser som gjensidig bygger på hverandre, der begge må stimuleres for utvikling av dyp forståelse i matematikk. I likhet skriver Nosrati og Wæge (2019, s. 4) at effektive ferdigheter og begrepsforståelse begge har sin verdi i matematikkfaget, og fremhever betydningen av en balansert og integrert utvikling av begge i matematikkopplæringen. De skriver i tillegg at det finnes mange indikasjoner på at norske elever altfor sjelden får mulighet til å utvikle begrepsforståelse i matematikk.

### **2.1.1 Ulike tilnæringer til matematikkundervisning**

Stigler og Hieberts (1999) forskning på undervisningsmønstre i tre ulike land illustrerer hvordan ulike undervisningsmønstre kan realisere elevenes mulighet til å lære både effektive ferdigheter og begrepsforståelse.

Stigler og Hiebert (1999) belyser gjennom forskning at undervisningsmønstrene i USA, Tyskland og Japan inneholder stor variasjon. I USA presenterer læreren demonstrasjon av eksempeloppgaver og løsningsprosedyrer før elevene jobber individuelt med like oppgaver

(Stigler & Hiebert 1999, s. 77). Undervisningsmønsteret i USA ligner det Alrø og Skovsmose (2006, s.110) omtaler som *tradisjonell matematikkundervisning*, en undervisningsform preget av tavleundervisning og rutineoppgaver med hovedfokuset på produkt og ikke prosess. Et slikt undervisningsmønster med et oppgave og løsningsfokus definerer Alrø og Skovsmose (2006, s.110) som *oppgaveparadigme* fordi det kun er et riktig svar på matematiske spørsmål og undervisningen preges av å rette feilsvar i elevenes arbeid. Boaler (2015, s. 47) beskriver organisering av undervisningstimer svært lik Alrø og Skovsmoses (2006, s.110) oppgaveparadigme, med produktfokus og mange oppgaver, og hun beskriver matematikkoppgavene som «lite realistiske og virkelighetsfjerne» for elevene. Dette resulterer i manglende interesse for emnet og ignorering av konteksten fordi det kun er tallfokus i oppgavene. Denne organiseringsstrategien av undervisningen kan forhindre dypere forståelse i faget (Boaler, 2015, s. 47), og tilrettelegger for elevens mulighet til å lære det Hiebert og Grouws (2007, s. 380) betegner som effektive ferdigheter. Undervisning som utvikler effektive ferdigheter er viktig i matematikkfaget, men enefokus på effektive ferdigheter er problematisk fordi stimulering av den andre siden av matematisk kompetanse, begrepsforståelse, er fraværende, kompetansen som bygger system og sammenhenger mellom ulike ferdigheter og begrep i faget. Dette har likheter til det Hiebert og Grouws (2007, s. 380) poengterer når de snakker om utvikling av både effektive ferdigheter og begrepsforståelse for å gi elevene muligheter til å lære.

Mellin-Olsen (1996, s. 9) omtaler *oppgavediskursen* som en metode med mål om å avklare matematiske idéer slik at bestemte oppgaver kan løses med målet om korrekt svar. Videre forklarer han oppgavediskursen med metaforene «kjøre», «reise» og «fart». «Kjøre» representerer turen gjennom et pensum før en eventuell eksamen, og «reisen» er mengden oppgaver som må gjøres før vi kommer frem til målet, eksamen. «Farta» er selve kjernen i oppgavediskursen, jo flere oppgaver som løses, jo bedre er det (Mellin-Olsen, 1996, s. 10). Skovsmose (2003, s. 148) beskriver tradisjonell undervisning, hvor han trekker paralleller fra tradisjonell undervisning til Mellin-Olsens oppgavediskurs, fordi fokus er på produkt og ikke prosess, noe som igjen har paralleller til hvordan Nosrati og Wæge (2019, s. 3) beskriver den norske undervisningen som tradisjonell og lærebokstyrt hvor lærer gjennomgår fagstoff på tavla før elevene gjør lignende oppgaver i læreboken.

Munthe et al. (2017, s. 14) skriver at undervisningen i Tyskland inneholdt mer faglig vektlegging enn i USA, men utover det var fokus også her på regler og prosedyrer, som vil sammenfalle med det Hiebert og Grouws (2007, s. 380) omtaler som effektive ferdigheter.

I Japan inndeles matematikktimen i fem delsekvenser (Stigler & Hiebert, 1999, s. 79). Først repeteres forrige times tema. Deretter presenteres elevene for dagens problem, hvor elevene først individuelt, deretter i grupper, finner løsningsmetoder. Underveis i prosessen går lærer rundt og samtaler med elevene, hører deres argumenter og resonnement for ulike løsningsforslag, og har dermed oversikt over elevenes ulike løsningsmetoder. Timen avsluttes med at lærer lar elever i bestemt rekkefølge presentere løsninger i helklasse (Stigler & Hiebert, 1999, s. 79). Det kan trekkes paralleller mellom undervisningspraksisen i japanske klasserom og det Nosrati og Wæge (2019, s. 3) beskriver som undersøkende matematikkundervisning, en undervisningsform der elevene utvikler dyp forståelse for prosedyrer samtidig må prosedyrene kunne brukes effektivt, nøyaktig og fleksibelt. En slik undersøkende matematikkundervisning er beskrivende for elevers muligheter til å lære det Hiebert og Grouws (2007, s. 380) beskriver som effektive ferdigheter, ved å bruke prosedyrer effektivt og nøyaktig, og begrepsforståelse ved å utvikle dyp forståelse for prosedyrer og kunne benytte disse fleksibelt. Den vil videre sammenfalle med Hiebert og Lefevres (1986, s.9) syn på prosedyre og konseptuell kunnskap som gjensidig bygger på hverandre, der begge må stimuleres for dyp forståelse i matematikk.

## **2.2 Problemløsning og modellering**

### **2.2.1 Problemløsning**

Når man snakker om problemløsning skriver Blomhøj (2021, s. 285) at Dewey (1929) og hans tilføring av begrepet *inquiry* bør redegjøres for. Alle mennesker har en iboende *inquiry* i seg, som oppstår fordi det ukjente blir oppdaget og strukket seg mot, på grunnlag av hva vi allerede vet. Dewey (1929) trekker en sammenheng mellom problemløsning i hverdagssituasjoner og problemløsning i vitenskapssituasjoner. Gjennom hans søken i å forstå hvordan barns naturlige interesse for å forstå problemer og deretter løse problemer i hverdagssituasjoner er grunnlag for læring, det at barn erkjenner at de står ovenfor et problem som de søker å løse er utgangspunktet for hans introduksjon av *reflective inquiry*, en

menneskelig erkjennelse drevet av motivasjon for å løse eller forstå problemer eller situasjoner (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 799).

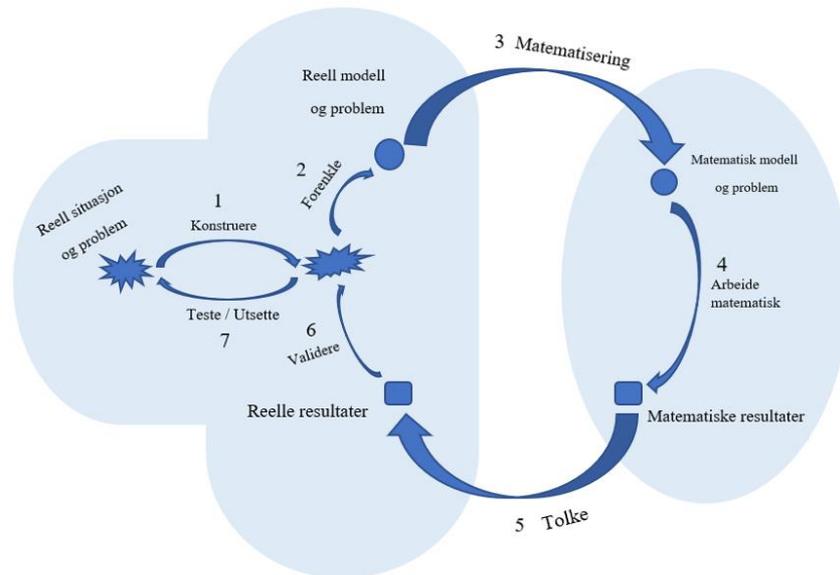
Andre som har diskutert rundt begrepet problem er Polya (1981, s. 117-118). Han omtaler problemer som å finne veier ut av problemer, rundt hindre, der løsningene ikke er «åpenbare». Schoenfeld (1992, s. 337) på sin side påpeker at begrepene «problem» og «problemløsning» har hatt flere og ofte motstridende betydninger gjennom årene, noe som gjør tolkningen av dem vanskelig. Schoenfeld (1989, s. 87-88) definerer matematiske problemer for elever, som oppgaver som fanger interessen med påfølgende ønsker om å løse oppgavene uten umiddelbare løsninger på utfordringene, og at elevene selv må ta initiativ for å finne løsningene. Denne definisjonen har likhetstrekk til Polya (1981, s. 117), som også skriver at et problem kjennetegnes ved at man ikke har en klar løsning. Schoenfeld (1989, s. 87-88) peker på at eleven selv må finne metoder for å løse utfordringene og at elevengasjement er sentralt for å komme i gang med løsningsprosesser. Han sier videre at det er nødvendig at utfordringene tar utgangspunkt i elevenes faglige ståsted, noe også Polya (1981, s. v) påpekte gjennom å poengtere at elevenes kunnskapsnivå må tas hensyn til, i tillegg til spørsmål som stimulerer for elevenes selvstendige tenking. Dette har likheter med det Dewey (1929) skriver om elevenes innebygde *inquiry* og søken etter å forstå hverdagsproblemer som grunnlag for læring fordi problemene føles meningsfulle. Søken etter å forstå hverdagsproblemer og læring gjennom meningsfulle problemer har paralleller til Boalers (2015, s. 47) beskrivelse av viktigheten med realistiske kontekster i matematikken, da følelsen av mening vil oppmuntre elevene til å vurdere matematikkens variabler i oppgaven, fremfor å ignorere dem.

### **2.2.2 Modellering**

Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) skriver at for den som skal løse oppgaver, blir oppgavene problemer når man er i behov av mer effektive måter å tenke på, som foregår gjennom tolkningsprosesser og defineres som problemløsning. Problemløsning blir derfor å se situasjoner gjennom prosesser og matematisk fortolkning. Dette foregår i sirkulære gjentatte omganger hvor man setter sammen, endrer, tar ut ulike objekter som både omhandler matematikk og ikke omhandler matematikk (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Dette har paralleller til hvordan Blum (2015, s. 75) beskriver problemløsning som sirkulære prosesser

som går fra reelle utfordringer fra virkeligheten, via reelle modeller til matematiske modeller, for så å ende opp med matematiske resultater som vurderes og tolkes i forhold til, de reelle utfordringene man startet med. Videre skriver Blum (2015, s.76) at hvis matematiske resultater ikke kan valideres opp mot opprinnelige utfordringer, så vil man måtte gå gjennom sirkulære prosesser på nytt.

Figur 1 Syv stegs modelleringssyklus



*Note* Modellen viser den syv stegs modelleringssyklusen for problemløsning fra virkeligheten via matematikken i sirkulære gjentatte prosesser. Egenprodusert og modifisert modell med inspirasjon fra: W. Blum & D. Leiß. (2007). *How do Students and Teachers deal with Modelling Problems? I*: C. Haines, W. Blum, P. Galbraith & S. Khan (Red), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. s.222-231. Modellen er godkjent at benyttes, med tillatelse av forfatter.

Figur 1 viser modellering av problemløsning sirkulært med overgang fra virkeligheten via en modell til en matematisk modell. Problemløsningsmodellen har likheter med hvordan Polya (1981, s. 117-118) og Schoenfeld (1989, s. 87-88) beskriver problemer fordi utfordringen skal løses uten en umiddelbar løsningsstrategi, i tillegg til, at elevene ofte må gå flere runder med prøving og feiling før de finner løsningen. Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) peker på viktigheten av samarbeid blant elevene samtidig som problemløsning læres gjennom matematisk modellering. Dette samsvarer med det Blomhøj, (2006, s. 85) skriver om at modellering gjennom matematikk er en måte å tilegne seg og forstå problemer. Følgelig kan matematisk modellering slik Blomhøj (2006, s. 85) beskriver matematisk modellering, betegnes som en problemløsningsstrategi.

## 2.3 Undersøkende matematikkundervisning

Skovsmose (2003, s. 149) skriver at man kan skille mellom arbeid innenfor et oppgaveparadigme og undersøkelseslandskap. Videre skriver han at man kan skille mellom arbeid med «ren» matematikk, «semi-virkelighet» og reelle referanser, og disse forskjellige måtene å arbeide med matematikken på danner seks ulike læringsmiljøer.

Tabell 1 Ulike læringsmiljø

	Oppgaveparadigme	Undersøkelseslandskaper
Referanser til «ren» matematikk	(1)	(2)
Referanser til «semi-virkelighet»	(3)	(4)
Reelle referanser	(5)	(6)

*Note* Tabellen viser seks ulike læringsmiljø i matematikkundervisning. Egenprodusert med inspirasjon fra: Skovsmose, O. (2003). *Undersøkelseslandskaper*. I O. Skovsmose, M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? - om matematikklæring* (s.143-157). LR Uddannelse. Tabellen benyttes med tillatelse av forfatter.

Innenfor oppgaveparadigmet arbeides det med matematiske idéer som avklares i forkant for å kunne løse bestemte type oppgaver, samtidig er fokuset å regne mange oppgaver. I rute (1) vil det være rutineoppgaver innenfor «ren» matematikk der algoritmeoppgaver og forenkling av algebraiske uttrykk dominerer, og oppgaver fra rute (3) vil være konstruerte virkeligheter hvor oppgavene stiller spesifikke spørsmål til oppgaveteksten (Skovsmose, 2003, s. 151). Elever som arbeider med oppgaver i rute (5) kan presenteres for statistikker og reelle referanser hentet direkte fra virkeligheten hvor elevene får en rekke oppgaver å løse med hensyn til et utdelt materiale (Skovsmose, 2003, s. 151). Felles for arbeid med oppgaver fra rutene (1), (3), og (5) under oppgaveparadigmet er avklaring av bestemte matematiske forhold og dette handler om å øve opp det Hiebert og Grouws (2007, s.380) omtaler som effektive ferdigheter, fordi fokuset er rask utførelse av matematiske prosedyrer.

Arbeid innenfor undersøkelseslandskapet kjennetegnes ved at det legges opp til å skape en undring hos elevene som oppfordrer til utforskning. Innenfor arbeidet med oppgaver i rute (2) befinner man seg i tallenes, mønstrenes, eller strukturenes verden der elevene skal være på leting etter mønstre, systematisering og generaliseringer (Skovsmose, 2003, s. 149). I rute (4)

vil det være oppgaver som refererer til en liksom virkelighet hvor elevene inviteres inn i å utforske sammenhenger i matematikken. Dette læringsmiljøet konstruerer en situasjon lignende virkeligheten, men allikevel er det ikke virkeligheten (Skovsmose, 2003, s. 151). Et slikt undersøkelseslandskap ligner det Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) skriver om å løse problemer og situasjoner ved hjelp av mer effektive strategier gjennom fortolkning av situasjonene matematisk, fordi man benytter matematikken for å beregne effektive løsninger i konstruerte virkeligheter. Innenfor arbeid med oppgaver i rute (6) skriver Skovsmose (2003, s. 152) at elevene kan jobbe med prosjektarbeid hvor elevene selv, basert på deres undring, tar valgene om hva de skal undersøke. Et slikt læringsmiljø tar utgangspunkt i virkeligheten, og vil følgelig kunne settes i sammenheng med modellering slik både Blomhøj (2006); Blum (2015); Lesh og Zawojewski (2007) skriver at modellering er å løse problemer utenfor matematikken, med matematikk. Felles for arbeid med oppgaver fra rutene (2), (4), og (6) er at elevenes undring og utforsking står sentralt, noe som handler om det Hiebert og Grouws (2007, s. 380) omtaler som å utvikle begrepsforståelse gjennom å se sammenhenger mellom tall, fakta, idéer og prosedyrer.

Slik Skovsmose beskriver referanser til «ren» matematikk, «semi-virkelighet» og reelle referanser innenfor undersøkelseslandskaper, er landskaper relativt og ikke absolutte. Det vil si at ingen temaer i seg selv kan defineres som undersøkelseslandskaper, men elevgrupper mottar ulike invitasjoner til å gjennomføre utforsking. Det er nettopp elevenes aksept til denne invitasjonen som gjør at man beveger seg inn i undersøkelseslandskap (Skovsmose, 2003, s. 148). I undersøkelseslandskap vil læreren eksempelvis stille spørsmål som «hva nå hvis...?», men det avgjørende er om elevene nå er i en situasjon hvor de ikke kan la være å stille spørsmål som, «hva nå hvis..?» Da befinner man seg i et undersøkelseslandskap, som frister til utforsking (Skovsmose, 2003, s. 147).

Hovedforskjellen mellom arbeid i rutene (1), (3), (5) under oppgaveparadigmet og (2), (4), (6) under undersøkelseslandskap er at det er ulike ferdigheter som oppøves, samtidig som det er viktig å poengtere at den ene måten nødvendigvis ikke er bedre enn den andre, men at det må jobbes på begge måter for å legge til rette for det som Hiebert og Grouws (2007, s. 371) omtaler som muligheter til å lære. Undersøkelseslandskapet beskrevet innenfor de tre matematiske kontekstene er læringsmiljøer som tilrettelegger for undersøkende undervisning. Det finnes andre undervisningsformer som tilrettelegger for undersøkende undervisning.

Freudental (1973, s. 311) presenterer realistiske problemer i undervisningen, senere kalt realistisk matematikkundervisning (RME), som Artigue og Blomhøj (2013, s. 804) beskriver gjennom motsatsen, urealistiske situasjoner, slik som abstrakt matematikk. De skriver videre at hvis ønske er at alle elever skal lære matematikk for senere bruk i problemer som oppstår i virkeligheten, vil realistiske tilnærminger til konsepter og metoder være en måte å nærme seg abstrakt matematikk.

Lampert et al. (2010, s. 129) skriver at elevene gjennom matematikkundervisning skal utvikle matematisk kompetanse som engasjerer, samtidig som elevene skal kunne beregne, anvende, resonnerer og ha forståelse for faget. Videre skriver de at slike ambisiøse intellektuelle og sosiale mål, igjen, peker på en spesiell undervisningstype de definerer som ambisiøs undervisning.

Artigue og Blomhøj (2013, s. 799) beskriver undersøkelsesbasert undervisning som undervisning der elevene jobber likt matematikere og vitenskapsfolk. Videre skriver de at elever som eksponeres for undervisningstypen, gjennom problemløsning og utforskning, vil utvikle kunnskap, holdninger og ferdigheter som er relevant i flere fag.

I sin konseptualisering av begrepet undersøkende undervisning skriver Artigue og Blomhøj (2013, s. 809) om flere elementer denne undervisningstypen må inneholde. Utfordringene elevene får må være autentiske til elevenes vanlige liv og ikke sees som isolerte skoleoppgaver. I tillegg må utfordringene baseres på læreplanmål. Videre skriver de at lærer i utforskende undervisning må legge opp til eksperimenterende oppgaver, typiske matematiske spørsmål og innby til matematisk modellering. Det sentrale er at elevene får utfordringer som trener problemløsningsevner, ved å få stå i utfordringene over lengere tid, noe de omtaler som *habits of mind*. I denne prosessen er elevsamarbeid viktig samtidig som elevene støttes og veiledes underveis i prosessen av lærer (Artigue & Blomhøj 2013, s. 809).

### **2.3.1 Trefaseinndeling**

Blomhøj (2019, s. 155) skriver at undersøkende matematikkundervisning kan oppsummeres i tre punkter. Det første punktet omhandler at noe må kunne undersøkes. Det andre punktet omhandler at det må etableres pedagogiske og faglige forutsetninger for elevenes



undersøkende arbeid. Det siste punktet påpeker at elevenes refleksjoner og resultater må benyttes til oppbygging av felles faglig viten for elevene. Disse punktene fører ifølge Blomhøj (2019, s. 156) til naturlig tredeling av undersøkende matematikkundervisning med hovedfasene *iscenesettelsesfasen*, *gjennomføringsfasen* og *oppsummeringsfasen*. Blomhøj (2021, s. 293) poengterer at alle fasene har sitt didaktiske fokus og utfordringer, fasene kan komme flere ganger i samme forløp, og behøver ikke opptre i kronologisk rekkefølge. Videre skriver han at faseinndeling med kjennetegn hjelper læreren i arbeidet med etablering og planlegging av undersøkende undervisning. Læreren vil ikke bare se, men også selv skape forbindelser mellom de grunnleggende prinsippene i undersøkende undervisningspraksis (Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 92).

I fase én, *iscenesettelsesfasen*, overdras utfordringen til elevene. Utfordringen overdras gjennom å skape undring og nysgjerrighet hos elevene slik at elevene engasjerer seg og tar til seg denne undringen. Blomhøj (2021, s. 291) understreker at det er viktig at læreren tilrettelegger for at elevene blir aktive deltakere i undersøkelsesarbeidet. For å tilrettelegge for dette skriver han at læreren kan fortelle historier eller skape felles opplevelser gjennom praktiske situasjoner eller oppgaver. Læreren kan også ta utgangspunkt i faglig variasjon og generalisering av konkrete matematikkproblemer (Blomhøj, 2021, s. 291).

I denne fasen etableres også en felles forståelse med elevene rundt utfordringen fordi det er viktig å få frem hvordan elevene forstår situasjonen eller problemet, og videre hvordan de tenker det kan være viktig for dem å arbeide med problemstillingen (Blomhøj, 2021, s. 291). Dette samsvarer også med det Carpenter et al. (2015, s. 137) skriver om at nøkkelen til elevers forståelser av utfordringer ligger i å støtte elevene i kontekstforståelse rundt utfordringen og relasjonen til matematikken. Noe lignende skriver også Clemens (2021, s. 251) om at når elevene får muligheten til å komme med sine forslag til hvordan de forstår utfordringen, vil det bidra til at de skaper en mening rundt arbeidet de skal i gang med. Det er også i denne fasen skriver Blomhøj (2021, s. 291), at det didaktiske miljøet etableres gjennom tidsmessige og praktiske rammer i tillegg til produktkrav og suksesskriterier som formidles. Eksempler på dette kan være arbeidsplasser, gruppestørrelser, tidsramme, hvordan utfordringen skal presenteres, hva som er målet med å jobbe med oppgaven og hvilke kriterier som må være tilstede for å lykkes med arbeidet. Clemens (2021, s. 251) skriver om situasjoner i undersøkelsesbasert matematikkundervisning (SUM-modellen) som er utarbeidet

på bakgrunn av Blomhøjs (2021, s. 290) didaktiske trefasemodell, at det er viktig at elevene organiseres i mindre grupper som får gode forutsetninger for å se og høre hverandre underveis i arbeidet. Videre skriver hun at organiseringen tilrettelegger for elever som bruker hverandre som ressurser, utfra den antakelsen om at viten skapes mellom mennesker. I

iscenesettelsesfasen vil den tradisjonelle lærerrollen utfordres. Dette fordi læreren her skal fungere som en tilrettelegger og gi fra seg noe av kontrollen i undervisningen for at elevene skal delta aktivt i undersøkelsesarbeidet, følgelig fungerer ikke læreren som den tradisjonelle formidleren (Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 93).

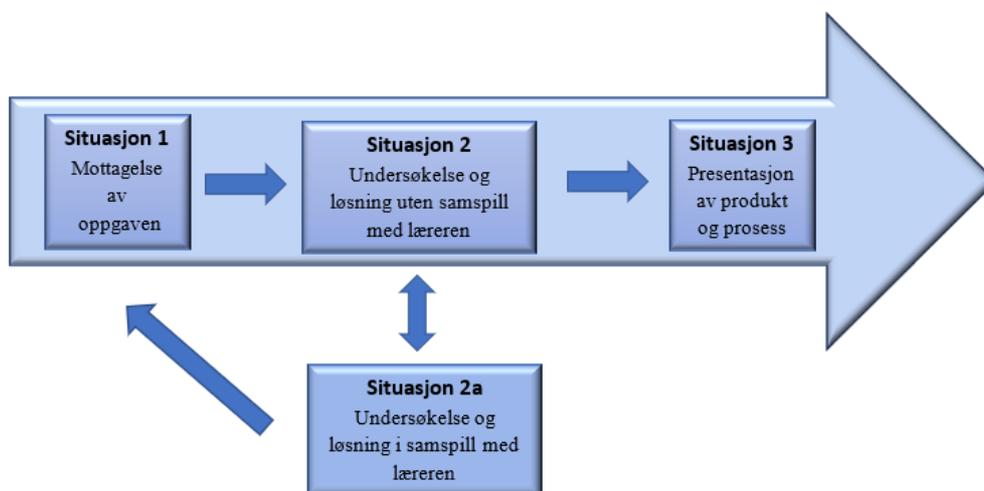
I fase to, *gjennomføringsfasen*, skriver Blomhøj (2021, s. 292) at elevene må gis tilstrekkelig med tid, frihet og støtte slik at de kan jobbe med utfordringen. Fasen bygger videre på overdragelsen av utfordringen i iscenesettelsesfasen, og her vil læreren fungere som veileder gjennom dialog som støtter og utfordrer elevene videre i prosessen. Her skal også elevene hjelpes til etablering av samarbeid i det undersøkende arbeidet. For læreren vil fasen kunne by på utfordringer i å gi akkurat passe med støtte og veiledning slik at elevene ikke fratras de gyldne læringsøyeblikkene (Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 93). En måte å forberede seg på for akkurat dette skriver Blomhøj (2021, s. 292) er gjennom samarbeid med andre kollegaer hvor liksom dialoger konstrueres i en fiktiv klasse.

Blomhøj (2021, s. 292) skriver at det i gjennomføringsfasen kan være behov for å differensiere den støtten som gis ulike elever. Videre skriver han at differensieringen kan løses i gruppesammensetningen eller mer støtte kan gis i form av veiledning underveis til ulike grupper som er i behov av det.

Clemens (2021, s. 251) deler opp gjennomføringsfasen i to delsituasjoner, hvor den første delsituasjonen handler om at elevene i samarbeid med hverandre jobber med utfordringen uten deltakelse fra læreren, og lærerens støtte og veiledning som den andre delsituasjonen. Modellen under viser en illustrasjon av hvordan hun beskriver gangen i undersøkende matematikkundervisning.

Figur 2

## Læringssituasjoner i undersøkende matematikkundervisning



Note Modellen viser fire situasjoner hvor intensjonen for lærer er å overlate undersøkelsesarbeidet til elevene. Egenprodusert med inspirasjon fra: Clemens, H. (2021). Med målet for øje. I M. W. Andersen & P. Weng (Red.) Håndbog om matematik i grundskolen., (247-265). Modellen er godkjent at benyttes, med tillatelse fra forfatter.

Læreren oppgave i den første delsituasjonen er å observere strategier, matematiske metoder og argumenter elevene benytter eller er på vei til å benytte, i sitt arbeide. I den andre delsituasjonen skriver Clemens (2021, s. 252) at læreren går mer aktivt inn og lytter samtidig som oppklarende spørsmål stilles gjennom dialog rundt elevenes arbeid. Målet for læreren er slik hun skriver å stille spørsmål som fremmer elevenes metakognitive strategier i det undersøkende arbeidet, og forståelse av faglige begreper slik at elevene selv, ved hjelp av resonnering, kan finne videre veier i undersøkende arbeid. Læreren må derfor stille spørsmål som åpner for elevrefleksjoner og fortolkninger. Eksempler på slike spørsmål kan være: «Hvordan forstår dere oppgaven?» og «hvordan vil dere forklare og vise for resten av klassen deres arbeid og løsning?» (Clemens, 2021, s. 252). Videre skriver hun at læreren bør ha som et eksplisitt mål at spørsmålene som stilles elevene skal utvikle deres kompetanse i å stille seg selv og andre gjennomtenkte spørsmål for å løse problemer i situasjoner som inneholder matematikk. Elevene vil vende tilbake til første delsituasjon, hvor de selvstendig jobber med utfordringen i gruppen, uten veiledning fra lærer etter å ha oppdaget nye sider ved oppgaven gjennom veiledning med læreren (Clemens, 2021, s. 253).

I den siste fasen, *oppsummeringsfasen*, skal elevenes resultater og erfaringer systematiseres og gjøres felles (Blomhøj, 2021, s. 292). Videre skal elevenes faglige poenger påpekes, og

dette danner grunnlaget for oppbygningen av den felles faglige viten som kjennetegner oppsummeringsfasen. På bakgrunn av elevenes faglige poeng og resonnement, skal forbindelser med ny viten og tidligere etablert viten kobles sammen, samtidig som nye faglige spørsmål utpekes (Blomhøj, 2019 s. 156). Læreren i denne fasen utfordres fordi lærer må vurdere elevenes erfaringer og læringsutbytte fra den undersøkende undervisningen, samtidig som dette skal systematiseres og gjøres felles for klassen (Skånstrøm & Blomhøj, 2016, s. 93). Blomhøj (2021, s. 293) skriver at lærer kan stille reflekterende spørsmål som: «Hva vet vi nå, som vi ikke visste tidligere?» og «hva vet vi fremdeles ikke?», «hvilke metoder er benyttet, er de like eller ulike», og «finnes det andre metoder?». Videre skriver han at læreren på bakgrunn av slike refleksjoner skal peke ut sentrale faglige poeng fra elevenes undersøkende arbeid og forbinde poengene med læringsmål og innhold i læreplanen. Clemens (2021, s. 253) skriver noe lignende ved at lærerens oppgave underveis i oppsummeringsfasen er å sikre at elevene blir inspirerte og utfordret av hverandre gjennom å se likheter og ulikheter, for å skape en bevissthet rundt ulike metoder å løse utfordringen på.

Blomhøj (2019, s. 157) viser til at elev og læreaktivetene nevnt ovenfor ikke er unike for undersøkende matematikkundervisning. Kjennetegnene kan forekomme i alle typer undervisning, men alle kjennetegnene sammenlagt vil være karakteriserende for en undersøkende undervisning. Når gjennomføringen av slike kjennetegn systematisk og gjennomgående karakteriserer en undersøkende matematikkundervisning blir klasseromskulturer, generelle sosiale klasseromsnormer og spesifikke klasseromsnormer i matematikktimer viktige aspekter.

### **2.3.2 Klasseromskulturer**

I forskning omkring klasseromskulturer, elevenes læring og utvikling i matematikkfaget, bruker Yackel og Cobb (1996, s. 458) begrepene sosiale normer og sosiomatematiske normer for å beskrive de ulike normene eksisterende i klasserom. De sosiale normene er normer som ikke er unike for matematikkfaget. Dette er normer som finnes i alle klasserom, og kan omhandle forventninger om elevene som begrunner svar og utfordrer hverandres tenking (Yackel & Cobb, 1996, s. 460). De sosiomatematiske normene er spesifikke normer til matematikkfaget og elevenes aktivitet i faget. Eksempler på sosiomatematiske normer er hva

som aksepteres som matematiske bevis, hva som er matematisk sofistikert, effektivt og elegant i faget. Utvikling av sosiomatematiske normer skjer i interaksjonen mellom lærer og elever i klasserommet (Yackel & Cobb, 1996, s. 461). Lærerrollen i denne prosessen vil ifølge Yackel og Cobb (1996, s. 464) være spørrende og undrende av karakter, fordi lærer må være på jakt etter ulike løsninger og forklaringer på elevenes svar. Dette likner det Blomhøj (2021, s. 292) skriver om at lærer i gjennomføringsfasen skal veilede elevene gjennom dialog og spørsmål akkurat så mye at de ikke fratras mulighetene til å selv forklare og oppdage sentrale faglige utfordringer. Clemens (2021, s. 252) skriver noe lignende med at læreren må lytte og samtidig stille oppklarende spørsmål som fremmer elevenes metakognitive strategier i undersøkende arbeid, og at elevene selv skal resonnerer seg frem til svar. Yackel og Cobb (1996, s. 464) poengterer at lærere som endrer fokus fra å finne svar på utfordringer til å sammenligne ulike løsninger, utgjør en signifikant forskjell på elevenes mulighet for læring i matematikk. I Blomhøjs (2021, s. 291) oppsummeringsfase er et didaktisk fokus at lærer skal få elevene til i fellesskap å reflektere over likheter og ulikheter i løsningene de har funnet frem til. Dette likner det Yackel og Cobb (1996) skriver utgjør en signifikant forskjell for elevenes mulighet til læring i matematikk, som ligner det Hiebert og Grouws (2007, s. 383) beskriver som begrepsforståelse, fordi sammenhenger mellom matematiske idéer og strategier løftes frem. Forhandlingene for å få satt de sosiomatematiske normene i klasserommet gir utviklingsmuligheter for både elever og lærere. En lærer som tilrettelegger for matematiske samtaler i undersøkende klasserom og samtidig aktivt deltar i disse samtalene med elevene, påvirkes av de sosiomatematiske normene han forhandler med elevene om, og utvikler seg derfor som lærer (Yackel & Cobb, 1996, s. 475).

### **2.3.3 Forsterkende læreraktiviteter i undersøkende undervisning**

Liljedahl (2021) besøkte i løpet av 15 år over 400 lærere på 40 forskjellige skoler i Canada gjennom forskningen omkring «*Building thinking classrooms in mathematics*». Følgende utsagn beskriver utfordringen for å realisere «tenkende» klasserom: «Everywhere I went I saw the same thing – student not thinking and teachers planning on the assumption that students either couldn't or wouldn't think» (Liljedahl, 2021, s. 6).

Liljedahl (2021, s. 11) begrunner utfordringen med begrepet *institusjonelle normer*, normer som er etablert og uforandret i skolesystemet gjennom mange år, elever som ikke tenker og lærere som planlegger undervisningen på bakgrunn av antakelsen om ikke-tenkende elever. Liljedahl (2021, s. 19) skriver at den viktigste lærerpraksisen er å få tenkende elever, og for å få til det må vi gi dem noe å tenke på. Det beste skriver han, er å gjøre dette gjennom problemløsningsoppgaver, fordi problemløsning er en rotete og ikke lineær vei å gå. Elevene vil gå seg fast, tenke, komme seg videre, for så å gå seg fast igjen, og så videre. Dette har likheter med hvordan Polya (1981, s. 117-118) beskriver at et problem for elever er noe de ikke umiddelbart ser en løsning på. Liljedahl (2021, s. 83) skriver at elevene gjennom problemløsning lærer noe om seg selv, de vil tenke og lære, mens den tradisjonelle lærerrollen utfordres i et slikt «tenkende» klasserom (Liljedahl, 2021, s. 83), fordi den tradisjonelle læreren ofte svarer elevene slik at de slipper å tenke videre.

Ifølge Liljedahl (2021, s. 84) stiller elevene kun tre typer spørsmål i klasserommet, nærhet-, stopp å tenke-, og fortsett å tenke-spørsmål. Nærhet-spørsmål er spørsmål eleven stiller fordi læreren er i nærheten, en etablert norm i klasserommet. Stopp å tenke-spørsmål er spørsmål der elevene vil ha svar på selve utfordringen, og får de svar kan de slutte å tenke. Det siste spørsmålet, fortsett å tenke-spørsmålet, er det eneste spørsmål læreren skal besvare fordi det vil få elevene videre i arbeidet med utfordringen (Liljedahl, 2021, s. 87). Dette vil være å bygge det Yackel og Cobb (1996, s. 461) omtaler som sosiomatematiske normer i klasserommet fordi læreren retter fokus mot aksepterte forklaringer, elegante og sofistikerte svar og fordi spørsmålene som stilles og besvares skaper en forhandling mellom lærer og elever i interaksjonen seg imellom.

Liljedahl (2021, s. 44) skriver at det beste for elevene er synlig trekking av *tilfeldige grupper* for samarbeid med matematiske utfordringer, fordi elevene umiddelbart kan bruke energi på tenking fremfor å forsvare sin tildelte rolle i gruppen (Liljedahl, 2021, s. 45). Dette er en interessant kontrast til hva Blomhøj (2021, s. 292) og Clemens (2021, s. 251) skriver om inndeling av grupper, der de skriver at lærere kan dele inn i grupper ut ifra kjennskapen de har til elevene og deres nivå, og dermed differensieres det undersøkende arbeidet gjennom gruppesammensetning. Liljedahl (2021, s. 61) skriver at elever som sitter ved arbeidsbord og jobber vil føle seg anonyme og fører til at de blir uengasjerte. Han skriver videre at elever som jobber på *vertikale tavler* stående er best, fordi elevene står lengere i oppgaven, har flere

diskusjoner i gruppen og er mer deltakende. Arbeidsformen kan følgelig være en måte å gjennomføre det Clemens (2021, s. 250) skriver om at lærer må tilrettelegge for gode forutsetninger slik at elevene ser og hører hverandre underveis i arbeidsprosessen. Liljedahl (2021, s. 61) skriver at ved å jobbe stående på vertikale tavler oppnås det han kalles kunnskapsflyt i klasserommet og elevarbeid blir synlig for alle i klasserommet, noe som kan føre til at elevidéer flytter mellom gruppene i rommet. Videre skriver han at effekten av dette er at elevene, både innad i gruppene og innad i klassen, blir mer avhengige av hverandre, og ikke lenger ser på læreren som eneste kunnskapskilden i klasserommet.

I ambisiøs undervisning, som ifølge Lampert et al. (2010, s. 130) har noen kjernepraksiser som kjennetegner undervisningsmetoden, må lærerne lede elevene mot undervisningens mål og i denne prosessen få frem elevenes ulike resonneringer samtidig som det gis respons på resonneringen. Noe som ligner Liljedahls (2021, s. 87) fortsett å tenke-spørsmål fordi å fremkalle resonnering vil skape fremdrift i arbeidet. Lampert et al. (2010, s. 130) poengterer at lærer, for å få tilgang til elevenes tenking og idéer, må hjelpe elevene til samarbeid ved å orientere de mot hverandre og hverandres idéer. Videre skriver de at i dialogene som oppstår i klasserommet må lærer observere hva elevene gjør og lytte, for på den måten å vurdere elevenes matematiske forståelse og stimulere til videre deltakelse i timen. Denne beskrivelsen ligner det Clemens (2021, s. 252) skriver om at lærere i gjennomføringsfasen i undersøkende undervisning må aktivt lytte til elevene for å videre i dialogen stille spørsmål som åpner for elevrefleksjoner slik at elevene selv kommer videre i det undersøkende arbeidet. Blomhøj (2021, s. 292) skriver også at lærere i gjennomføringsfasen fungerer som veiledere gjennom dialogen som støtter og utfordrer elevene videre i prosessen.

Støtten, veiledningen og utfordringene lærere gir elever i undersøkende matematikkundervisning kan sies å være kompleks og fordrer at lærere i kommunikasjonen med elevene gjør helt bevisste valg.

## **2.4 Kommunikasjon i matematikk.**

Hvordan elever og lærere snakker sammen i matematikk har en betydning for hva og hvordan elever lærer (Johnsen-Høines & Herheim, 2016, s. 7). Videre skriver de at hva som

vektlegges og hva man tror er viktig vil prege måten man snakker sammen på. De skriver også at læreres samtaler med elever fungerer som læring for lærere og at innsikten læreren får i egen samtalepraksis danner grunnlag for å videreutvikle den gjennom å erfare hvordan samtaler *fremmer* eller *hemmer* læring. Drageset (2016, s. 169) skriver også at hva elevene lærer i matematikk avhenger av hvilke muligheter de får til å lære, med likheter til det Hiebert og Grouws (2007, s. 371) omtaler som muligheter til å lære. Videre skriver Drageset (2016, s. 170) at individuell læring og diskusjoner er begge viktige elementer i en variert undervisning, men for en lærer er det viktig å være klar over hvordan ulike posisjoner lærere foretar seg i undervisningen, gjennom kommunikasjonen med elevene, påvirker læringen til elevene.

#### **2.4.1 Planlegging av matematiske samtaler**

Stein et al. (2008, s. 314) beskriver det som utfordrende for matematikklærere å lede helklassediskusjoner og samtaler der elevenes tanker og svar brukes bevisst for å fremme klassens læring. Skånstrøm og Blomhøj (2016, s. 93) skriver noe lignende ved at lærerrollen utfordres når elevenes faglige idéer skal systematiseres i oppsummeringsfasen for å fremme klassens læring. For å hjelpe læreren å organisere matematiske samtaler har Stein et al. (2008, s. 314) utviklet *fem praksiser* som verktøy å bruke i klasserommet for å fremme læring. Første praksis, *anta*, handler om at lærer forutser hvilke elevsvar som kan komme og hvilke strategier og prosedyrer elevene baserer sitt svar på (Stein et al., 2008, s. 323). I andre praksis, *overvåke*, skal lærer få oversikt over elevenes diskusjoner og strategier før de videre velger ut elevsvar som Stein et al. (2008, s. 327) omtaler som den tredje praksisen, *utvelgelse*. Den fjerde praksisen, *planlegge*, bygger videre på praksisen foran, *utvelgelse*. Her velger lærer, basert på timens mål, rekkefølge på elevsvarene som skal løftes frem i helklasse. I femte praksis, *sammenkoble*, hjelper lærer elevene med sammenkobling av timens mål og de matematiske idéene, strategiene og representasjonene elevene har brukt (Stein et al., 2008, s.330). Stein et al. (2008, s. 314) skriver at lærere ved å bruke de fem praksisene tilrettelegger for elevenes dypere matematiske forståelse, fordi læreren strukturerer helklassediskusjonen.



## 2.4.2 Dialog

Et perspektiv på læringssamtaler er at de er preget av spørsmål og svar, hvor spørsmål utpekes som viktige for elevens læring, og det går an å være spørrende uten å stille spørsmål, men gjennom å rette seg mot et felles interesseområde (Johnsen-Høines & Alrø, 2016, s. 124). *Inquiry* skriver Johnsen-Høines og Alrø (2016, s. 134) som i betydningen av å inneha en spørrende væremåte, kan inndeles i to ulike tilnæringer, nysgjerrige undrende utsagn og informasjonssøking om noe man ikke vet noe om. Videre skriver de at balansen mellom tilnærmingene gjennom støtte på den ene siden og utfordring på den andre, kan skape fruktbare forutsetninger for undersøkende dialoger med hensikten å utforske noe man ønsker å vite mer om. Spørrende utsagn trenger derfor ikke å være formulert som spørsmål, men gjennom en spørrende væremåte og dialogisk lytting, som er å lytte spørrende og undrende, kan deltakerne i fellesskap søke nye forståelser (Johnsen-Høines & Alrø, 2016, s. 134).

I undersøkende matematikkundervisning skriver Alrø og Skovsmose (2006, s. 112) at det kan oppstå dialoger med særlige kvaliteter i undersøkelseslandskapet fordi dialogene er ledd i en undersøkelse, risikovillig, uforutsigelig og basert på likeverd, samtidig som dialogene har til hensikt å skape ny erkjennelse i samhandling med andre. De utarbeidet *InquiryCooperation* (IC)-modellen for å vise dialogiske handlinger som gir anledning til en læring med særlige kvaliteter, hvor lærer ikke er en autoritet og dialogen har en nysgjerrig undersøkende karakter.

Dialogiske talehandlinger kan finne sted når lærer og elever er i gang med undersøkende arbeid (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 112). De beskriver dialogiske talehandlinger gjennom *kontakt* som vil si at man er oppmerksom på det som sies av andre i dialogen, *oppdage* omhandler å finne ut av noe man ikke visste fra før som gjør at man videre kan *identifisere* et faglig innhold som synliggjøres for andre gruppemedlemmer. Ved å *advokere* uttrykkes det man mener og samtidig er villigheten til å sette sine meninger på vent gjennom kollektiv refleksjon over meningene, tilstede. Hvis man *tenker høyt*, uttrykkes egne tanker og idéer for resten av gruppen. Andre kan *reformulere* noe som blir sagt og dermed rettes fokus på noe særlig viktig. Ved å *utfordre* stilles spørsmål ved forståelser som allerede er sagt, som videre kan tilrettelegge for ytterligere utforsking. Hvis den dialogiske talehandlingen å *evaluere* benyttes foregår det eksempelvis gjennom å korrigere feil, gi negativ kritikk eller gode råd (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 117-123). Slike dialoger skriver Alrø og Skovsmose (2006, s. 124) gir muligheter for å komme nye steder gjennom å lære sammen, men dialogene oppstår

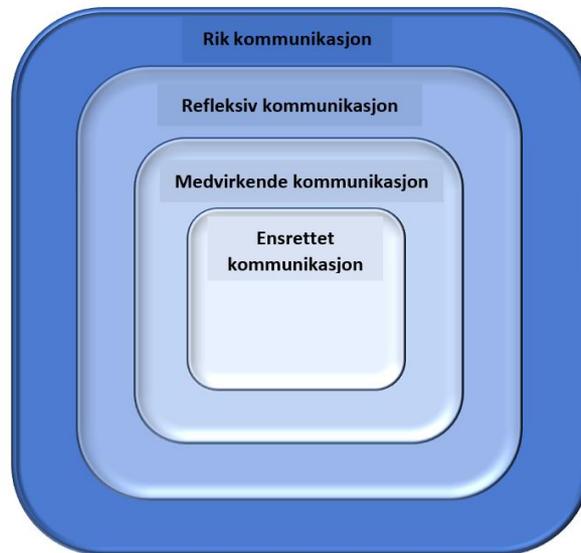
ikke i rekkefølge eller som det eneste i en undervisningstime. De skriver videre at dialogene kan avbrytes av uenigheter, i forsøk på overbevisning, eller i mangel på utfordringer, fordi dialogiske undersøkelsesprosesser er sårbare.

### **2.4.3 Kommunikasjonsmønstre**

Blomhøj (2021, s. 292) beskriver støtte og utfordring gjennom dialog som et kjennetegn på undersøkende matematikkundervisning. Denne måten å se læringssamtaler på skiller seg ved første øyekast fra hvordan Sinclair og Coulthard (1992, s. 3) beskriver det tradisjonelle kommunikasjonsmønsteret i klasserommet. De skriver at et tradisjonelt kommunikasjonsmønster foregår ved at lærer stiller spørsmål, elever responderer og lærer evaluerer elevens svar eller gir feedback på elevsvar. Kommunikasjonsmønsteret er kjent som et lærerdominert samtalemønster mot et allerede definert mål, kalt IRE/IRF-mønstret (Drageset, 2016; Lemke, 1990). IRE/IRF-mønstret ligner det kommunikasjonsmønsteret Alrø og Skovsmose (2006, s. 111) beskriver som *Get Hvad Læreren Tenker (GHLT)*, et mønster der læreren søker svar som er forhåndsbestemt, stiller spørsmål, mottar svar fra elevene og evaluerer elevsvarene. Videre skriver de at det i et oppgaveparadigme ofte regjerer et slikt bestemt kommunikasjonsmønster mellom lærer og elever. Wells (1993, s. 1) belyser hvordan IRE-mønstret innehar variasjon. Variasjonen fører til viktigheten rundt nærmere blikk på funksjonen til spørsmålene. Man skal ikke uavkortet være negative til IRE-mønsteret, selv om det forbindes med lærerdominerte samtaler fordi variasjonen innenfor mønsteret avhenger av hvordan læreren tar initiativ og evaluerer, samt type spørsmål elevene stiller (Drageset, 2016, s. 171). Innenfor Blomhøjs (2021, s. 292) kjennetegn støtte og utfordring gjennom dialog, vil det følgelig være viktig å se på hvordan spørsmål stilles og hensikten med spørsmålene i IRE-mønsteret, fordi slik Drageset (2021, s. 4) skriver så er ikke IRE-mønsteret negativt fordi lærer stiller spørsmål på formen IRE. Med andre ord så er det også innenfor IRE-mønsteret ulike praksiser som bidrar til det Drageset (2016, s.177-178) skriver, at lærernes spørsmål kan være styrende for hvordan elevene tenker og arbeider og påvirke deres mulighet til å utvikle matematisk kompetanse. Videre skriver Drageset (2016, s. 171) at undersøkende kommunikasjonsmønster, som også Alrø og Skovsmose (2006, s. 112) og Johnsen-Høines og Alrø (2016, s. 134) beskriver som dialogen inneholdende særlige kvaliteter, ofte er rikere. Det samme belyser Brendefur og Frykholm (2000, ss. 126-128) som har valgt å kategorisere fire

ulike perspektiver på matematisk kommunikasjon i klasserommet som illustreres i figur 3.

Figur 3 Kommunikasjonsmønstre i matematikkundervisning



Note Egenprodusert

I ensrettet kommunikasjon, gjennom forelesninger, lukkede spørsmål og mangel på muligheter for elevene til å kommunisere strategier, idéer og tenking, dominerer lærere kommunikasjonen (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). I medvirkende kommunikasjon er det samtaler rundt matematiske oppgaver, løsninger og strategier mellom lærer-elev og elev-elev, men de er informativt preget og mulig korrigerende (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 127). Både ensrettet og medvirkende kommunikasjon ligner IRE-mønsteret fordi slik Drageset (2016, s. 170) skriver er læreren fremdeles autoriteten, men det ligger en nivåforskjell i mønstrene som fører til at elevene innenfor medvirkende kommunikasjon får bidra med egne tankemåter og strategier. I refleksiv kommunikasjon vil lærer-elev og elev-elev dele idéer, løsninger og strategier likt medvirkende kommunikasjon, men samtalen brukes som springbrett for en dypere utforskning av matematikken gjennom refleksjon, diskusjon og å utfordre hverandre (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 127). Det siste perspektivet, rik kommunikasjon, innebærer mer enn refleksiv kommunikasjon og samhandling mellom elever og lærer. Lærer skal tilrettelegge for situasjoner for å fremkalle, oppmuntre og justere elevens matematiske forståelse. De skriver videre at lærere gjennom

denne kommunikasjonen ikke bare kan justere elevens matematiske forståelse, men også forme senere instruksjoner og derfor er kommunikasjonsperspektivet så viktig, fordi de justerer sekvenser slik at lærer kan støtte og opprettholde elevens matematiske aktivitet (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 128). Drageset (2016, s. 171) skriver at et reflekstivt og rikt kommunikasjonsmønster krever aktive elever og aktive lærere, som er undrende og spørrende. Noe som samsvarer med det Johnsen-Høines og Alrø (2016, s. 134) peker på som lærers spørrende væremåte og Alrø og Skovsmose (2006, s. 128) beskriver en undersøkende, uforutsigelig, risikofyllt og likeverdige dialog som undersøkende matematikkundervisning tilrettelegger for. Brendefur og Frykholm (2000, s. 128) skriver at hvert perspektiv innehar forrige perspektivs kvaliteter og at det derfor i det øverste perspektivet også foregår refleksiv, medvirkende og ensrettet kommunikasjon, i tillegg til, rik kommunikasjon.

#### **2.4.4 Lærerposisjoner og samtaletrekk**

For å hjelpe elevene med å utvikle dypere forståelse i faget kan lærere som vet hva elevene tenker matematisk stille rette spørsmål slik at elevene bruker hensiktsmessige representasjoner og sammenkobler matematiske strategier (Franke et al., 2007, s. 230). Videre skriver de at elever som deler sine tanker og strategier i detalj og forklarer hvordan de arbeider matematisk, utvikler dypere forståelse i matematikk. Dette samsvarer med det Drageset et al. (2021, s. 3) skriver, at det er behov for å se hvordan man kan få elever til å aktiveres i større grad i matematikkdialoger slik at de blir noe mer enn bare mottakere. Høy elevaktivitet er ikke en indikator på kvalitet i elevenes arbeid (Drageset, 2016, s. 172). Drageset et al. (2021, s. 42) presenterer seks hovedkategorier for lærerposisjoner med tilhørende støttende samtaletrekk fra et utvalg teori utarbeidet av internasjonale forskere. Fellesfaktoren under hovedkategoriene for lærerposisjoner er at alle de tilhørende støttende samtaletrekkene medfører lærerposisjoner slik hovedkategorien beskriver. I den første posisjonen, som omhandler å *fortelle eller informere* elevene, påpeker Drageset et al. (2021, s. 7) at læreren kan benytte seg av flere strategier for å formidle informasjon og veiledning for å få en fremdrift hos elevene, både forhold i matematikk og utenfor matematikk. Dette inkluderer å presentere ulike argumenter, gi forslag og evalueringer gjennom å *informere og foreslå* (da Ponte & Quaresma, 2016, s. 54). Videre kan læreren

*demonstrere* hva som er riktig fremgangsmåte eller hva som forventes av elevene (Drageset, 2014, s. 292).

Den andre posisjonen, som omhandler å *støtte og lede (elevene mot et svar)*, fokuserer på lærerrollen å hjelpe elevene mot å finne svar på oppgaver (Drageset et al., 2021, s. 7). I posisjonen kan lærer slik Drageset (2016, s. 176) skriver, enten forenkle kompleksiteten i oppgaver eller sørge for fremdrift i elevenes arbeid. Læreren kan *støtte og veilede* elevene gjennom spørsmål eller observasjoner som eksplisitt eller implisitt støtter elevene på veien de muligens kan følge (da Ponte & Quaresma, 2016, s. 54). Dette kan gjøres gjennom åpne spørsmål eller ved å gi tilleggsinformasjon som forenkler oppgaven (Drageset, 2021, s.8). Det er følgelig en forskjell mellom disse to måtene å støtte og lede elevene på. Forenkling av oppgaven kan sees i likhet med hvordan lærere slik Brousseau (2002, s. 25) skriver gir hint og stiller delspørsmål for å forenkle oppgaven og kan ende med at lærere står for progresjonen i oppgaven, omtalt som *topaze effekten*. I likhet kan lærere gjennom en trakt av spørsmål foreta støtte og veiledning slik (Wood, 1998, s. 172) beskriver *traktmønstret* og Lithner (2008, s. 264) beskriver *veiledet algoritmisk resonnement*. Drageset (2014, s. 292) beskriver noe likt ved å si at lærere gjennom *forenkling*, gjør oppgaver mindre innviklet. Lærer kan også stille spørsmål som fratrukker elevene muligheter til å foreta selvstendige valg gjennom *lukket fremdrift* (Drageset, 2014, s. 293), fordi det elevene skal svare på, er definert på forhånd av lærer. Som en motsetning kan lærere slik Drageset (2014, s. 294) beskriver *åpen fremdrift* stille spørsmål uten hint om retning eller fokusering gjennom spørsmålsstillingen. Åpen fremdrift vil følgelig være et støttende samtaletrekk som medfører at elevene og ikke lærer står for løsningen av oppgaven (Drageset, 2016 s. 176). Videre skriver han at når lærer posisjonerer seg slik at elevene fremdeles løser oppgaver på et høyt kognitivt nivå, uten en lærer som forenkler eller står for fremdriften i oppgavene, åpnes det for andre muligheter til å lære. En slik måte å stille spørsmål på, gjennom åpen fremdrift, har likheter med det Blomhøj (2021, s. 294) skriver er lærerens rolle i undersøkende matematikkundervisning gjennom å stille åpne og nysgjerrige spørsmål til elevenes arbeid.

Den tredje posisjonen omhandler hva læreren vektlegger i dialogen med elevene, gjennom å *fokusere på detaljer (av betydning)* (Drageset et al., 2021, s. 8). Drageset et al. (2014, s. 297) påpeker at læreren kan benytte seg av *poengtering* og *oppsummering* av viktige deler i elevutsagn. Læreren kan *reformulere (revoicing)* viktige utsagn fra elevene for å understreke

betydningen og linke den til mer formelle idéer (O'Connor & Michaels, 1993, s. 327). I tillegg kan lærere bruke samtaletrekket *tilkopling* som hjelp til elevene for å koble begreper og prosedyrer (Rowland et al., 2005, s. 265). Et viktig mål med denne posisjonen er å hjelpe elevene med å uttrykke sine tanker og idéer tydelig og presist, noe som samsvarer med Blomhøjs (2021, s. 293) beskrivelse av å utpeke og allmenngjøre sentrale begreper og metoder som en viktig læreraktivitet, spesielt i oppsummeringsfasen, i undersøkende matematikkundervisning.

I den fjerde posisjonen fokuserer læreren på å *få tilgang til og dele elevtenking* (Drageset et al., 2021 s. 8). Fraivillig et al. (1999, s.154) skriver at læreren kan oppmuntre elevene til å komme med idéer og forslag, og ved å vente og lytte til elevens beskrivelser, kan man *fremkalle elevtenking* og bestemme hvilke som er fokus videre i diskusjonen. Noe som sammenfaller med det Johnsen-Høines & Alrø (2016, s. 134) beskriver som dialogisk lytting fordi lærer fokuserer på elevenes tanker. Læreren kan også be elevene om å begrunne detaljer ved sine idéer gjennom å *belyse detaljer* (Drageset, 2014 s. 294). For å få tilgang til flere elevers idéer kan lærer *invitere* andre elever inn i dialogen (da Ponte og Quaresma 2016, s. 54). Noe som har likheter med det Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) påpeker er viktig i problemløsning at læringen skjer i samarbeid blant elevene. En viktig effekt av å få tilgang til elevenes tenking, er at idéene tilgjengeliggjøres for gruppen elever og kan brukes videre i diskusjoner, som samsvarer med det Blomhøj (2021, s. 294) skriver om at lærer skal fremme samarbeid og skape rom for dialogisk samspill mellom elever i undersøkende matematikkundervisning.

Den femte posisjonen omhandler hvordan læreren kan *bruke og utvide elevidéer* gjennom utforskende diskusjoner (Drageset et al., 2021, s. 9), noe som har likheter med det Blomhøj (2021, s. 294) beskriver som en essensiell læreraktivitet i undersøkende matematikkundervisning gjennom å bemerke elevers faglige idéer og resonnementer og deretter oppmuntre til refleksjon. Cengis et al. (2011, s. 360-364) foreslår å oppmuntre elevene til *refleksjon og resonering*, eller å *presse på for alternative metoder*. Fraivillig et al. (1999, s. 162) skriver at lærere kan utvide elevenes tenking ved oppmuntring til vurdering og diskusjon av sammenhenger mellom matematiske konsepter. Drageset et al. (2021, s. 9) nevner også samtaletrekket til Bjerkeli et al. (2020) hvor lærer kan bruke eller *utvikle elevidéer i plenum*, for å utvikle elevenes forståelse i fellesskap.

Den sjette posisjonen handler om hvordan læreren kan *utfordre elevenes idéer* for å få en retningsendring i elevenes arbeid (Drageset et al. 2021, s. 9). Drageset (2014, s. 290-291) skriver at læreren kan gjøre dette ved å *foreslå en ny strategi* eller ved å stille *korrigerende spørsmål*. I likhet skriver Alrø og Skovsmose (2006, s. 122) at lærer *utfordrer* ved å spørre elevene spørsmål, enten hypotetiske spørsmål eller spørsmål ved allerede oppnådde forståelser eller fastlåste forståelser, som fører til utforskning av alternative muligheter. I likhet skriver da Ponte og Quaresma (2016, s. 54) at elevene kan *utfordres* til å utvikle nye strategier, resonnement eller vurderinger. Lærerposisjonen *utfordre idéer* har likheter med det Blomhøj (2021, s. 293) beskriver som et viktig poeng i oppsummeringsfasen fordi man gjennom spørsmålene kan formulere nye spørsmål basert på det som er funnet og videre utforske muligheten for andre tilganger til utfordringen. I tillegg beskriver han et av kjennetegnene i gjennomføringsfasen i undersøkende undervisning som støtte og utfordring gjennom dialog, og følgelig er det viktig at lærer utfordrer elevene i denne fasen.

## 2.5 Oversettelsesteorier

Problemstillingen i mastergradsavhandlingen handler om hvordan reflekterende samtaler i etterkant av observasjon vil kunne støtte en utvikling av undersøkende undervisning og følgelig er vi i behov av å redegjøre for teori om translasjon og ulike utviklingsmetoder i skolen.

Røvik (2014, s. 14) omtaler reformidéer i norsk skole som idéer om hvordan norske skoler bør ledes og organiseres, og hvordan den pedagogiske kjernevirksomheten bør være. Videre sier han at mange reformidéer som kommer inn i norsk skole er tidstypiske globale fenomener som preger de fleste samfunnsområder.

Røvik (2013, s. 82) beskriver implementeringen av kvalitetstiltak og idéer i skolen som uhyre viktig, samtidig, vanskelig å gjennomføre. Videre skriver han at det er viktig fordi implementeringen skaper en forbindelse mellom idéer og idealer på en side, og praksisfeltet og klasserommet på en annen side. Når Røvik (2013, s. 83) beskriver utfordringene med implementering av nye idéer i skolen påpeker han at det foreligger lite forskning på fagfeltet, det er ofte store variasjoner mellom virksomheter på resultater etter implementering, og at

slike implementeringsprosesser ofte er uoversiktlige og drøysomme. Videre skriver han at en slik implementeringsprosess kan ta ulike retninger, og han trekker frem fem ulike translasjonsscenarioer for å beskrive hvordan en slik prosess kan utarte seg. Disse fem scenarioene er ifølge Røvik (2013, s. 83) utviklet som analytiske synteser basert på relevant forskningslitteratur og empiri fra forskningsfeltet. De fire første scenarioene: Det optimistiske, det pessimistiske, det artistiske og virusscenarioet beskriver alle scenarioer der implementeringen en eller annen gang i prosessen vil møte motstand noe som kan påvirke implementeringen i negativ retning (Røvik, 2013, s. 87). Det siste scenarioet, translasjonsscenarioet, omhandler hva skolen spesifikt kan gjøre med en idé for på best mulig måte tilpasse idéen egen virksomhet. For å lykkes med dette bruker Røvik (2013, s. 89) begrepet translasjonskompetanse, definert som kunnskap om hvordan idéer skal oversettes for å lykkes med implementering. Videre skriver han at en som innehar translasjonskompetanse, en god oversetter, må ha kunnskap om de kontekstene det skal oversettes fra, men først og fremst betydelig kunnskap om den konteksten det skal oversettes til, altså det praksisfeltet som selve translasjonen er myntet på (Røvik, 2013, s. 91). Røvik (2014, s. 407) omtaler denne spesifikke kunnskapen som *kontekstkunnskap*.

Mye tyder på at det i det norske skolefeltet er økende behov for translatørkompetanse (Røvik, 2014, s. 408). Årsakene til dette er mange, men det pekes på praksisendringen i utdanningsfeltet som én av årsakene. Dette begrunnes i at det de to siste tiårene har vært en endring i utdanningsfeltet der pedagogiske praksiser med resultater, avløser pedagogiske skrivebordsteorier. Han skriver videre at det alltid har vært fokus på pedagogisk praksis i skolen, men at normen om å skjule til praksis, som kan vise til resultater, er forsterket de siste årene. Røvik (2014, s. 409) skriver at denne dreiningen har medført betydelig økning i forsøk på oversettelser, men at ikke alle forsøk på praksisendring har lyktes. Nettopp derfor er det et klart behov for translatørkompetanse i skolen. Røvik (2014, s. 41) poengterer at en slik kunnskapsoverføring byr på utfordringer i forhold til å kunne gjenskape gode resultater og praksiser fra en virksomhet til en annen, og i sammenhengen bruker han begrepet *oversettelsesmoduser* for å referere til ambisjonen eller hensikteten som ligger bak forsøket på kunnskapsoverføringen. Han skiller mellom tre ulike moduser; reproduserende-, modifierende-, og radikale modus. I *reproduserende modus* er ambisjonen å gjenskape praksis fra en organisasjon til en annen så nøyaktig som mulig, ofte omtalt som kopiering. *Modifiserende modus* har en mer pragmatisk tilnærming der målet er å gjenskape andres



praksis og oppnå gode resultater, men samtidig innser man at dette må tilpasses lokale trekk ved egen virksomhet. I det siste *radikale modus* er idéen å bruke andre praksiser som inspirasjonskilde for å utvikle helt egne løsninger (Røvik, 2014, s. 41).

Den dominerende implementeringsdoktrinen i den norske skoles utdanningsfelt er hierarkidoktrinen, der det ligger en underliggende forestilling i bunn om at endringer må planlegges, iverksettes og kontrolleres fra toppen av utdanningsbyråkratiet (Røvik, 2014, s. 411). Videre legger Røvik til at lokale aktører, skoleeiere, rektorer og lærere, her kan ende som relativt passive mottakere eller aktører som yter motstand mot sentralmyndighetenes reformidéer. Røvik (2014, s. 412) peker på at konsekvensene av stadige reformidéer og masteridéer i utdanningssektoren kan bli en utfordring ved at de ikke passer inn i norsk skole, og han argumenterer for at translasjonsteoretiske tilnærminger vil være mer egnet for implementering av nye idéer i skolen. I den translatørteoretiske tilnærmingen vil lokale aktører være aktive translatører som på bakgrunn av sine kunnskaper kan omforme nye idéer til ulike skolekontekster. Gevinsten av dette er at den lokale translatøren bedre fanger opp virkeligheten, altså hva som faktisk skjer når idéen skal implementeres (Røvik, 2014, s. 412).

Kazemi et al. (2018, s. 23) beskriver Matematikk-lab som en modell for utvikling av profesjonelle læringsfelleskap. Videre skriver de at Matematikk-lab muliggjør at lærere møtes, under veiledning av en «lærerutdanner», for kollektivt å undersøke og utvikle matematikkundervisningen i skolen. Kazemi et al. (2018, s. 27) skriver at lærere ved å eksperimentere omkring ny praksis i fellesskap, med hverandres elever, kan føle seg sårbare. Videre skriver de at det derfor er viktig at det skapes en trygg utviklingsarena for lærere der de kan møtes og utvikle praksis i fellesskap. Strukturen i Matematikk-lab er basert på prinsipper om undervisning og prinsipper for å lære å undervise (Kazemi et al., 2018, s. 25). En økt organiseres i en læringssyklus inndelt i fire faser, å lære sammen, å planlegge en økt sammen, å gjennomføre undervisningen sammen, og å evaluere økten sammen. I syklusen er det spesielt tredje fase, å gjennomføre undervisningen sammen, som skiller Matematikk-lab fra andre former for profesjonsutvikling (Kazemi et al., 2018, s. 26). Det er da mulig for lærerne å ta en *time out* for kollektivt å diskutere hva de skal gjøre for å styre økten i riktig retning, underveis, og ikke i etterkant (Kazemi et al., 2018, s. 30).

Matematikksenteret har utviklet en modell, Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning (MAM) for skoleutvikling med likheter til det Kazemi et. al (2008, s. 25) beskriver som Matematikk-lab, med felles planlegging, felles gjennomføring, time-out, og evaluering i etterkant. Forskjellen ligger i at modellen er tilpasset norsk skole og inneholder ferdige ressurser som brukes i utprøving og utforsking av praksis (Matematikksenteret, 2021).

En annen strukturering av læringsfellesskap er gjennom Lesson Study, en metode som stammer fra Japan (Munthe et al., 2017, s. 14) som for alvor fikk innpass ellers i verden etter Stigler og Hieberts (1999) forskning på klasseromsundervisning. Lesson Study består av tre faser, en planleggingsfase, forskningstime med observasjon og siste fase refleksjon (Munthe et al, 2017, s. 15). En slik måte å arbeide på innebærer at lærere i fellesskap bestemmer hva og hvordan de ønsker å forbedre egen praksis. Et slikt arbeidsfellesskap har paralleller til det Tiller (2018) beskriver som aksjonsforskning, fordi lærerne jobber sammen om utvikling og er likeverdige deltakere med felles ansvar for det viktigste målet, at lærerne skal lære, samtidig som resultater skal publiseres.

Stenhouse (1975, s. 156) beskriver den profesjonelle læreren som forskende. En forskende lærer har en vilje til utprøving av nye metoder og teorier i egen praksis, en undrende holdning til egen praksis, vilje til å observere undervisning og å la andre lærere observere egen undervisning (Munthe et al., 2017, s. 90). Ball og Cohen (1999, s. 4) skriver noe lignende om at lærere må bli lærende i og rundt egen praksis. Lærende lærere vil føre til utvikling av observasjonsferdigheter, lytteferdigheter og å legge merke til detaljer som kan utvikles i klasserommet, som er viktig for å kunne inneha en undersøkende tilnærming til egen og andres undervisning (Munthe et al., 2017, s. 91). Good (2014, s. 34) skriver at det er behov for metoder som gjør at lærere har mulighet til å bruke kunnskapen de har om hvilken undervisning som er viktig for elevers læring og får mulighet til kollektivt å utvikle kunnskap som gjør at lærere og elever, lærer. Munthe et al. (2017, s. 96) skriver at det må noe mer til enn bare tid for at lærere skal lære på en systematisk måte, det må eksplisitt frem at samarbeidet er et læringsfellesskap. Fauskanger (2019, s. 277) på sin side skriver at Lesson Study er tidkrevende og derfor er det behov for å se på alternative profesjonsutviklingsmuligheter i skolen.

Tiller (2018, s. 43-44) beskriver aksjonslæring som aksjonsforskningens lillebror, der det i skolesammenheng er et poeng å bruke aksjonslæring om det lærere og skoleledere gjør i hverdagen med tanke på utvikling, og aksjonsforskning om det skoleforskere foretar seg når de forsker sammen med skoleledere og lærere i hverdagen. Tiller (2018, s. 51) skriver at styrken i aksjonslæring er at personene i organisasjonene kan nyttiggjøre seg av allerede eksisterende kunnskap som finnes i organisasjonen, og på den måten genereres ny læring, noe som ligner Røviks (2014, s. 412) translatoerteoretiske tilnærming hvor lokale aktører besitter kunnskapen for suksessfull implementering av nye idéer i skolen. Aksjonslæring er en kontinuerlig lærings- og refleksjonsprosess, støttet av kollegaer, med et mål om å forandre noe til det bedre. I denne prosessen er refleksjonen det viktige leddet mellom tidligere handling og fremtidig handling (Tiller, 2018, s. 52). I aksjonslæring handler det om å forstå det erfarte, og på den måten få øye på det som befinner seg i dypet. I læringsprosessen utfordrer man seg selv, og gjennom diskusjoner og refleksjoner over erfaringer, oppstår meningsfylt læring (Tiller, 2018, s. 54).

Paulsen (2021, s. 56) beskriver et av de mest krevende læringsdilemmaene i skolen gjennom lokal lagring av taus kunnskap i klasserommene, med årsak i at lærernes og elevenes kjerneprosesser i klasserommet ikke automatisk tilgjengeliggjøres for kollegaer. Videre beskriver han det som et betydelig paradoks at skolesystemet opererer relativt transparent overfor eksterne omgivelser på den ene siden, mens på den andre siden fremstår klasserommet som en lukket sfære kun tilgjengelig for deltakerne i rommet. Konsekvensen blir at kjernekompetansen som utspilles mellom lærere og elever vanskelig kan artikuleres overfor kollegaer med mindre observasjon anvendes som metode (Paulsen, 2021, s. 57). Polanyi (2015, s. 70) begrepsfester dette som den tause dimensjonen i kunnskap, ubevisst kunnskap og derfor nesten umulig å artikulere for innehaveren av kunnskapen. Paulsen (2021, s. 59) påpeker at fordi taus kunnskap vanskelig artikuleres for innehaveren vil det også være meningsløst å forsøke å dele denne ekspertisen med kollegaer i møter. Et nøkkelpunkt skriver han, for å overføre slik kunnskap og ekspertise blir derfor å skape en læringsarena gjennom observasjon og klasseromspraksis for å artikulere observasjonspunktene sammen og trekke ut essensene. Observasjonssettingen vil dermed dele taus kunnskap, utvikle felles forståelse som gir et «lagret kollektivt minne», som fører til at et kunnskapsgap tettes og «broer bygges» mellom det som utøves av eksperter i klasserommet, som i utgangspunktet var taus kunnskap.

Den tause kunnskapen overføres gjennom den observerte kunnskapen inn i et kollektivt minne (Paulsen, 2021, s. 60).

### 3 Metode og empiri

Problemstillingen i vår mastergradsavhandling er:

*«Hvordan vil en gruppe lærere som observerer undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende samtaler underveis, utvikle deres undersøkende matematikkundervisning?»*

Postholm, og Jacobsen (2018, s. 30) skriver at formulering av problemstilling handler om å besvare to spørsmål: «Hva» og «hvem» skal undersøkes, og i en god problemstilling skal dette tydelig komme frem. I vår problemstilling er det, hvordan vil observasjoner etterfulgt av refleksjonssamtaler støtte en utvikling av en gruppe læreres undersøkende matematikkundervisning som er «hva». «Hvem» som skal undersøkes, er en gruppe lærere.

I dette kapitlet redegjøres det på en grundig og etterrettelig måte for de metodiske valgene vi har foretatt for å kunne besvare problemstillingen.

#### 3.1 Vitenskapssyn

Den vitenskapsteoretiske forankringen i forskning skriver Thagaard (2018, s. 33) har betydning for informasjonssøkingen vi foretar oss, og den danner grunnlaget for forståelsen forskere utvikler underveis. Kunnskap innenfor konstruktivistiske perspektiv anses som konstruksjoner mellom deltakere i spesifikke sosiale sammenhenger (Thagaard, 2018, s. 40). Forskningsprosjektet i mastergradsavhandlingen har undersøkt en mulig utvikling i lærernes undersøkende matematikkundervisning, med reflekterende samtaler som den sosiale sammenhengen. Thagaard (2018, s. 40) beskriver at forskere som har et konstruktivistisk syn på forskningen, hvor samhandlingen mellom forskere og forskningsdeltakere er avgjørende for resultatet, fører til at utforming av kunnskap skjer i felleskap mellom forskere og øvrige forskningsdeltakere. Synet beskrives som sosialkonstruktivistisk epistemologi i moderne tid og det vektlegges menneskelig samhandling som grunnlag for kunnskapsutvikling (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 51). Forskningsprosjektet vårt er konstruert med et fundament bygget som samarbeidet mellom to forskere og gruppen lærere, med forskning som undersøkte hvordan observasjon av undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende

samtaler underveis, støttet lærernes utvikling innenfor undersøkende matematikkundervisning. Vi plasserer følgelig vår forskning innenfor sosialkonstruktivistisk epistemologi.

## 3.2 Forskningsmetode

Cohen et al. (2018, s. 173) beskriver forskningsdesign som en plan eller strategi for hvordan forskningsprosjektet praktisk lar seg gjennomføre slik at problemstillinger besvares basert på garantier og bevis. De skriver videre at formålet med forskningen bestemmer forskningsdesignet som igjen bestemmer metodikken som benyttes.

Christoffersen og Johannesen (2012, s. 17) beskriver et skille mellom kvantitative og kvalitative forskningsmetoder i samfunnsforskning, men påpeker at skillet ikke er absolutt fordi det er ulike grader av hvor kvantitativ og kvalitativ en forskning er. Videre beskriver de hovedforskjellen mellom metodene gjennom grad av fleksibilitet, der den kvalitative metoden er mest fleksibel fordi den tillater større grad av spontanitet og tilpasning i forsker og deltaker interaksjonen. Postholm og Jacobsen (2018, s. 95) skriver at kvalitative metoder for innsamling av data benyttes som grunnlag for beskrivelse og innsikt i de innsamlede data som beskriver menneskers handlinger. Vårt forskningsprosjekt har benyttet kvalitativ forskningsmetode fordi vi undersøker og søker innsikt i lærernes handlinger i deres matematikkundervisning og meningsinnholdet i lærernes refleksjoner i refleksjonssamtaler.

Christoffersen og Johannesen (2012, s. 93) trekker frem fire ulike forskningsdesign i kvalitativ forskning: Etnografi, fenomenologi, casedesign og aksjonsforskning. I en etnografisk studie er målet en beskrivelse og en tolkning av en sosial gruppe, et sosialt system eller en kultur som ofte baseres på direkte observasjon. Fenomenologi omtaler Christoffersen og Johannesen (2012, s. 99) som læren om «det som viser seg», hvordan ulike fenomen umiddelbart oppfattes av sansene våre. Casedesign benyttes innenfor utdanningsforskning og kjennetegnes ved å gi forskeren stort spillerom med tanke på hvordan undersøkelser gjennomføres (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 109). Forskningsprosjektet vårt, med bakgrunn i problemstillingen, passer beskrivelsen til Christoffersen og Johannesen (2012, s. 110) av casestudie fordi det gjennomføres en studie av en gruppe lærere, som vil passe med

det de skriver om få enheter og forskere som ønsket stort spillerom. Det ble samlet informasjon fra lærernes undersøkende matematikkundervisning og de reflekterende samtaleene i forskningsprosjektet, som har likheter med det de skriver om steds og tidsavhengige innsamlingskilder fordi undervisningen og refleksjonssamtalene foregår der og da, i tillegg til at vi var avhengig av fleksibilitet i undersøkelsesmetode og gjennomføring, for å besvare problemstillingen.

Mye av det som skjer innen utdanningsforskning har endring av praksis som mål, og aksjonsforskning er en samlebetegnelse på flere ulike retninger med praksisendring som formål (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 115). Aksjonsforskning gjennomføres uten distanseringsforsøk fra forskeren på forskningsfenomenet, og forskeren vil følgelig ha en direkte og umiddelbar påvirkning på forskningsfeltet (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 115). Dette passet mer spesifikt vår forskning fordi vi både undersøkte en mulig praksisendring, ønsket aktivt å delta i forskningen og gjennom at undervisningen lærerne observerte, skjedde i forskeres klasserom. Vi plasserer derfor vår forskning innenfor aksjonsforskning, men ser at det også kan argumenteres for å være en casestudie.

Tiller (2018, s. 52) beskriver aksjonsforskning som en kontinuerlig lærings- og refleksjonsprosess støttet av kollegaer med mål om endring, der refleksjonen er det viktigste leddet mellom tidligere og fremtidige handlinger. Videre skriver han at hverdagen ofte vanskeliggjør å avsette tid til refleksjon noe som er ugunstig fordi det hindrer forandring og utvikling. I likhet skriver McNiff (2002, s. 15) at aksjonsforskning innebærer læring gjennom handling og refleksjon, og fordi aksjonsforskning alltid har med læring å gjøre, ser mange på det som utdanningsforskning.

I vår forskning ble det undersøkt om det skjedde en utvikling i gruppen læreres undervisning og om reflekterende samtaler basert på observasjon kunne støtte utviklingen, prosessene i forskningen har likheter med det Tiller (2018, s. 52) beskriver som en lærings og refleksjonsprosess fordi det handler om utvikling likt det Cohen et al. (2018, s. 441) beskriver som kompetanseutvikling hos lærere. I tillegg er vi forskere egentlig yrkesaktive lærere, med en nylig fordypning innen matematikdidaktikk, og godkjent utdanning for å inneha roller som kompetanseutviklere på egne skoler gjennom formell lærerspesialistutdanning, slik at det

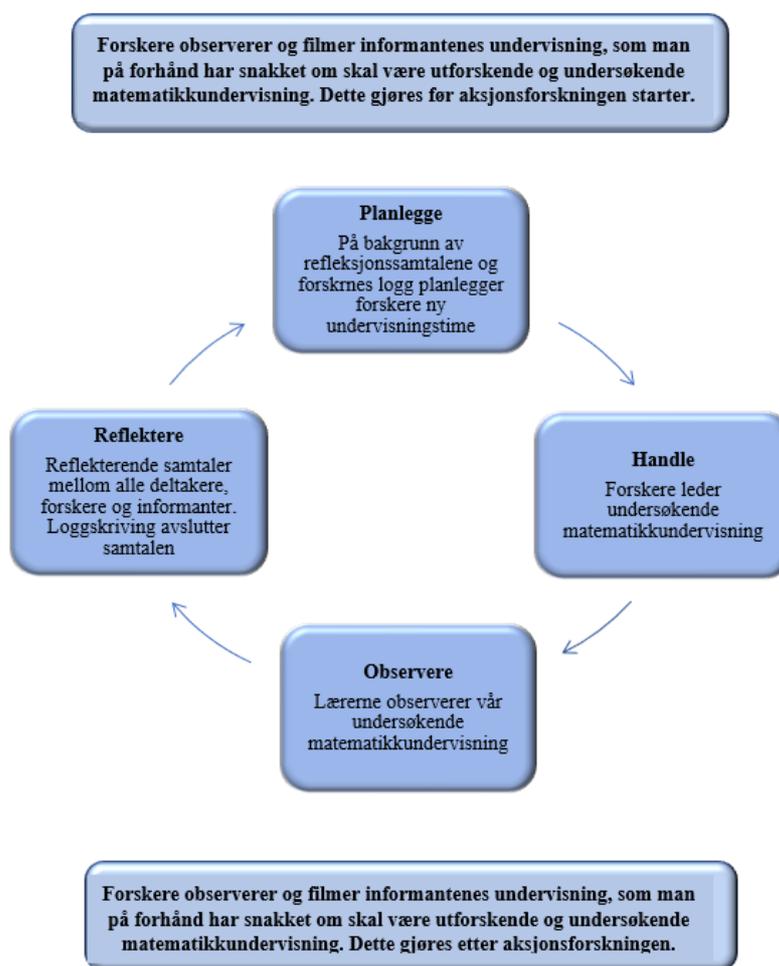
vurderes som at vi passet beskrivelsen om støttende kollegaer, mot målet om endring. Til tross for at vi er «avskiltet» i betydningen at lærerspesialistfunksjonen ikke er aktiv i skolen lenger og studiet gjennomføres med sitt siste semester denne våren. Vi forskere hadde direkte påvirkning underveis i forskningsprosjektet, gjennom å være deltakere i reflekterende samtaler og ansvarlige for gjennomføringen av undervisningen som observeres i forkant av refleksjonssamtalene og følgelig sammenfaller forskningsprosjektets intensjoner med aksjonsforskningens mål og beskrivelser.

Cohen et al. (2018), Christoffersen og Johannessen (2012) og Tiller (2018) beskriver viktige prinsipper for aksjonsforskning gjennom at en lærings og utviklingsprosess foregår kontinuerlig, forskere og deltakere utvikler praksis i fellesskap, handling og refleksjon. I tråd med prinsippene utarbeidet vi en modell som viser forskningsprosjektet.



Figur 4

Aksjonsforskningsprosjektets ramme og modell for sykluser



Figur 4 illustrerer forskningsprosjektet som aksjonssykluser gjennomført hver tredje uke, sammenfallende med det Tiller (2018, s. 52) beskriver som en kontinuerlig læring og refleksjonsprosess. Forskere planla undervisning som lærerne observerte. Deretter deltok forskere og lærerne i reflekterende samtaler i etterkant av observasjonsøktene. Tiller (2018, s.53) beskriver logg som kunnskapsgenerende skrivning, avslutningsvis i samtalen skrev vi logg for å sikre kunnskapsgenerering før en ny aksjonssyklus ble igangsatt, hvor prosessen gjentok seg.

### 3.3 Datainnsamlingsmetode

I forskning må det innsamles dokumentasjon, eller data, som gir et mest mulig riktig bilde av virkeligheten. Dataene må være relevante og pålitelige ut fra forskningsprosjektets

problemstilling. I kvalitativ forskning er de vanligste metodene for datainnsamling intervju, gruppesamtaler, eller observasjon (Christoffersen & Johannesen, 2012, s.18-19). Cohen et al. (2018, s. 542) beskriver observasjon som mer enn å bare se. Observasjonens unike styrke er systematisk visualisering og notering av menneskers vaner, handlinger og rutiner som gir forskeren mulighet til å fremskaffe mer gyldig og autentisk data enn andre innsamlingsmetoder. Noe likt skriver Postholm og Jacobsen (2018, s. 113) at observasjon regnes som den mest grunnleggende innsamlingsmetoden av alle, fordi kunnskapen om en gruppe menneskers handlinger blir synlig. For å sikre det Cohen et al. (2018, s. 542) skriver om systematisk å se lærernes handling i undervisningen, valgte vi observasjon som datainnsamlingsmetode, fordi metoden bidrar til å fremskaffe mer autentiske data og vi unngikk dermed lærernes subjektive fortellinger om hva de gjorde.

Når man i forskning observerer kan man innta ulike observatørroller. Fullstendig deltaker og fullstendig observatør ligger i hvert sitt ytterpunkt, hvor fullstendig observatørrollen er foretrukket hvis du ikke ønsker å påvirke (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115). Empirien danner grunnlaget for å forske på hvordan reflekterende samtaler kunne støtte en utvikling av lærernes undersøkende undervisning, noe som kunne blitt svekket hvis vi inntok deltagende observatørroller under innhenting av empiri. Fordi det ikke var ønskelig å påvirke lærerne når de gjennomførte den undersøkende matematikkundervisningen som danner empirien i dette forskningsprosjektet, falt valget på den fullstendige observatørrollen og plasseringen var bakerst i klasserommet. Vi forsket på en gruppe lærere, deres undervisning, og om reflekterende samtaler ville kunne utvikle matematikkundervisningen. Dette gir store mengder data. For å derfor sikre oss muligheten til slik Cohen et al. (2018, s. 556) skriver, å få et ufiltrert bilde av det man forsker på, falt valget i tillegg på videoopptak med lyd av undervisningen og møteopptak av refleksjonssamtaler fordi videoene kunne sees flere ganger igjen og igjen.

Tiller (2018, s. 91) beskriver loggnotater som grunnlag for læringssamtalen i aksjonsforskning, fordi loggen danner basis for den kollektive refleksjonen ved at deltakerne får disiplinert tanken og ordnet erfaringene sine. Han peker også på at skriving er en viktig ingrediens for utvikling av refleksiv kompetanse og at gjennom skriving bedres vilkårene for aksjonslæring. McNiff (2002, s.15) peker også på refleksjon som viktig i aksjonsforskning når han skriver at i aksjonsforskning står selvrefleksjonen sentralt, fordi det ikke skilles på hvem

som er forsker og hvem det forskes på, og at partene på den måten blir kritiske læringspartnere ovenfor hverandre. For å sikre at forskningsdeltakere fikk ordnet tanker og tilrettelegging for utvikling av forskningsdeltakeres reflekssive kompetanse, skrev alle logg i etterkant av observasjon og reflekterende samtaler, fordi det tilrettela for å bli kritiske læringspartnere ovenfor hverandre.

Aksjonsforskningsprosjektet startet med filmopptak av lærernes matematikkundervisning, før fire aksjonssyklusler hver tredje uke ble gjennomført og aksjonsforskningsprosjektets aktive fase ble avsluttet med filmopptak av lærernes matematikkundervisning. Sammenlagt bygger aksjonssyklusene og filmopptakene hele aksjonsforskningsprosjektets aktive fase med lærerne, som varte i hele semesteret, mens aksjonssyklusene hadde en varighet på tre måneder. Figur 4 illustrerer prosjektet.

### **3.3.1 Utvalg**

Cohen et al. (2018, s. 202) beskriver prosessen rundt utvalgelse av informanter som avgjørende i forskning og at forskere, basert på forskningsdesign, tar en rekke avgjørende valg i forskningsprosessen. Videre skriver de at når valg av informanter foretas hensiktsmessig ut ifra spesifikke kriterier på bakgrunn av forskningen, betegnes det som kriteriebaserte utvalg. I vårt forskningsprosjekt fordi forskningsdesignet, aksjonsforskning, krevde stor grad av nærhet fra forskere og som Christoffersen og Johannessen (2012, s.115) skriver er det et poeng i aksjonsforskning at forskere har direkte og umiddelbar påvirkning på forskningsfenomenet. Dette la føringer på utvalget fordi det krevde stor grad av aktiv deltakelse fra forskere, vårt første kriterie ble derfor at informantene, altså gruppen med lærere, ble rekruttert fra én skole med mulighet for nærhet fra forskere.

Christoffersen og Johannessen (2012, s. 52) beskriver ulike typer utvalgsstrategier hvor tilfeldig utvalg er å foretrekke, mens bekvemmelighetsutvalg helst bør unngås fordi forsker gjør det enkelt for seg selv ved å velge utvalg som passer. For vår del var det ingen intensjon om å velge enkelt da vi kunne rekruttert fra flere skoler, men vi hadde kriteriet tilstrekkelig nærhet til forskere. Vi vurderer at vi befant oss innenfor et bekvemmelighetsutvalg fordi vi på

sett og vis har lagt føringer gjennom at informantene ble rekruttert gjennom tilstrekkelig nærhet til oss forskere, på bakgrunn av forskningsmetoden, aksjonsforskning.

Det var viktig å ikke begrense muligheten for deltakelse gjennom snevre kriterier fordi det ikke speiler den gjennomsnittlige læreren. Christoffersen og Johannesen (2012, s. 116) skriver at i aksjonsforskning vil frivillig deltakelse blant informanter øke mulighetene for vellykket forskning, dette ble derfor vårt andre kriterie.

Formell undervisningskompetanse i matematikk, gjennom minimum 60 studiepoeng i faget, ville sikre at lærerne hadde et likt fundament i formell bakgrunnskunnskap. Ved at lærerne aktivt jobbet i grunnskolen ville det sikre forutsigbarhet fordi sannsynligheten for informanter som kunne delta på hele prosessen var tilstede. For å sikre informanter med relativt lik bakgrunn ble dette derfor ytterligere to kriterier.

Det kriteriebaserte utvalget er dermed følgende; tilstrekkelig nærhet til forskere, formell undervisningskompetanse i matematikk, aktivt arbeidsforhold i grunnskolen og frivillig deltaker.

Dette førte til at fire yrkesaktive lærere, representert ved begge kjønn, fra én 1-10 skole med tilstrekkelig forskernærhet meldte seg frivillig til å delta i prosjektet. Lærerne jobbet aktivt i grunnskolen og hadde formell undervisningskompetanse med 60 studiepoeng i matematikk. Spredningen i utvalget går fra ti års erfaring i yrket, til nyutdannet og midt imellom. I tillegg var de ansvarlige matematikklærere mellom 3. og 8. trinn. Slik sett vurderer vi utvalget som representativt med bakgrunn i realistiske mulige gruppesammensetninger sett opp mot gjennomføring av samme prosjekt i virkeligheten, uten en arrangert mastergradsavhandling.

### **3.3.2 Datainnsamling av matematikkundervisningen**

For å få et mest mulig autentisk bilde av lærernes undervisning og samtidig ha en så nøytral rolle som mulig med tanke på å unngå påvirkning, valgte vi å sitte bakerst i klasserommet i et hjørne. Her filmet vi med et håndholdt videokamera, som tok opp bilde og lyd, som vi roterte etter hvordan lærerne beveget seg rundt. På den måten forsøkte vi å minimere det Cohen et al.

(2018 s. 556) skriver om at et videokamera i et rom byr på utfordringer ved at menneskenes adferd i rommet kan endre seg, i forhold hvordan de vanligvis oppfører seg. Gjennom å plassere oss helt bakerst og være fullstendige observatører var vi ikke deltagende i undervisningen.

Vi gjennomførte en observasjon og filming av alle informantene i starten av aksjonsforskningsprosjektet, én undervisningstime for hver av informantene. Etter fire aksjonsforskningscykluser observerte og filmet vi alle fire lærerne på nytt.

Alle de åtte undervisningsøktene ble filmet fra begynnelse til slutt, 45-60 minutter hver økt, noe som resulterte i totalt 6 timer og 44 minutter med filming gjennom hele forskningsprosjektet (vedlegg 1).

Videoopptakene ble overført til dataprogrammet Imovie der videoene ble gjennomgått en rekke ganger og transkribert i programmet Word. Hver lærer fikk sitt eget Word-dokument og det ble skilt på 1.film og 2.film. Transkripsjonen resulterte i totalt 126 sider (skriftstørrelse 12, linjeavstand 1). All verbal aktivitet, mellom lærer og elev, ble skrevet ned i skrifttypen Calibri. Pauser ble markert med prikker inntil tre sekunder, ellers angitt i sekunder hvor lenge pausene varte. Visuell aktivitet og nærmere forklaringer til denne aktiviteten ble skrevet i parentes i etterkant eller forkant av den verbale aktiviteten den tilhørte. Dette gjorde vi fordi vi i forskningsprosjektet er ute etter om det skjer en utvikling i lærernes undersøkende matematikkundervisning og følgelig er fokuset på lærerrollen.

Transkripsjonen ble transkribert på dialekt for å unngå å miste meningsinnholdet ved eventuell oversettelse. Allikevel er de utdragene som er benyttet i analysekapittel fire skrevet på bokmål, i tillegg til, at lærerne har fått fiktive navn og elever har blitt nummerert for å sikre det Gleiss & Sæther (2021, s. 99) skriver om anonymitet ovenfor informanter og elever. Her har vi vært i dialog med lærerne hvis det har vært eventuelle tvilstilfeller om meningsinnhold i dialekt hvis det ble oversatt til bokmål.

### 3.3.3 Datainnsamling av refleksjonssamtaler

Cohen et al. (2018, s. 441) peker på kontinuerlig faglig kompetanseutvikling hos lærere der pedagogiske ferdigheter kan forbedres og nye metoder for læring utvikles. For å få kontinuitet, var vi avhengig av å få til flere enn én observasjon med etterfølgende refleksjonssamtale. Én syklus ville gitt oss et lite datagrunnlag og mulighetene for utvikling av nye metoder etter en syklus virket usikkert. Forskningsprosjektet ble derfor bestemt å ha en varighet på et semester, hvor de fire aksjonssyklusene foregikk i tre måneder. Tre måneder gjorde det mulig å gjennomføre fire aksjonssykluser, som inneholdt totalt fire observasjoner og fire refleksjonssamtaler i etterkant av hver observasjon.

Fordi problemstillingen i forskningsprosjektet skulle undersøke hvordan lærerne vil utvikle undersøkende matematikkundervisning gjennom observasjon og støttende reflekterende samtaler, innledet vi første aksjonssyklus med å invitere lærerne inn undervisningstimen som ble første observasjonsøkt. Lærerne var fullstendige observatører, med utfordringen fra oss: *«Hva legger dere merke til?»*.

Gjennomføringen av observasjonsøktene ble utført i samme 9. klasse, lik ukedag og tidspunkt med tre ukers mellomrom. Lærernes rolle var å være fullstendige observatører og notere for seg selv, hva som ble gjort, hva som var lurt og hva de hadde lært. Derfor fikk de utdelt det Tiller (2018, s.88) beskriver som et GLL-skjema for å strukturere egne tanker.

Grupprefleksjonen ble gjennomført fem dager etter observasjonen og varte i snitt i 45 minutter. Den første observasjonsøkten ble planlagt av forskere på bakgrunn av observasjonen av lærernes undervisning hvor vi vurderte at det var viktig med en rik oppgave som innbyr til utforskning. De resterende observasjonsøktene var ikke ferdig planlagt før vi hadde refleksjonssamtaler, første refleksjonssamtale dannet grunnlaget for andre observasjonsøkt, og så videre. På den måten var det lærernes observasjoner og refleksjoner som dannet grunnlaget for påfølgende observasjonsøkt.

Alle de fire observasjonsøktene ble organisert etter samme prinsipp og alle aktivitetene tilrettela for undersøkende aktivitet og innbyr til det Blomhøj (2021, s. 290) beskriver som kjennetegn på undersøkende matematikkundervisning gjennom følgende organisering: I iscenesettelsesfasen ble elevene samlet fremst i klasserommet for å overdra utfordringene

muntlig for deretter å bli inndelt i tilfeldige grupper. Alle utfordringene åpnet opp for arbeid på vertikale tavler. Organiseringen av observasjonsøktene i forkant av refleksjonssamtalene har likhet til Liljedahl (2021) sine prinsipper for organisering av et «tenkende» klasserom gjennom tilfeldig gruppeinndeling, vertikale arbeidstavler og muntlig overdragelse av aktiviteter. Iscenesettelsesfasene hadde en varighet på rundt fem minutter, gjennomføringsfasene på mellom 35 - 45 minutter, og oppsummeringsfasene mellom syv til ti minutter.

Første observasjonsøkt observerte lærerne aktiviteten som i fagmiljøet kalles for *froskehopp* (vedlegg 2), kjent som en utforskende aktivitet. I oppgaven skal elevene se etter mønster og generalisere, og vil følgelig tilrettelegge for læringsmiljøet Skovsmose (2003, s.149) omtaler som et undersøkelseslandskap innenfor «semi-virkelighet», fordi det er konstruert en liksom virkelighet gjennom to froskefamilier som skal bytte side ved et vann med færrest mulig hopp på steiner.

I andre observasjonsøkt observerte lærerne en aktivitet hvor elevene skulle løse geometri utfordringer. Oppgaven (vedlegg 3) hadde et lukket svar, men det var ulike veier for å komme frem til svaret og har likheter til det Schoenfeld (1989, s. 87-88) beskriver som en problemløsningsoppgave, en oppgave uten en umiddelbar løsningsstrategi fordi utfra elevenes arbeid i temaet ble det vurdert at elevene i klassen ikke hadde noen umiddelbar løsningsstrategi. Oppgaven ble gitt for å belyse hvordan tilsynelatende vanlige oppgaver også kan legge opp til samarbeid og utforskning hvis man som lærer har god kjennskap til elevene og kan velge kognitivt krevende oppgaver som gjør at elevene er i behov av samarbeid og det tilrettelegges for et slikt samarbeid.

I tredje observasjonsøkt observerte lærerne en aktivitet som innbyr til argumentasjon og resonnering. Oppdraget (vedlegg 4) til elevene var å flytte en kunstgressbane fra et sted til et annet. Det manglet opplysninger i oppdraget slik at elevene selv måtte finne opplysningene de mente manglet, argumentere for hvorfor de trengte de ulike opplysningene for å få tilgang til opplysningene. Den tar utgangspunkt i lokale stedsnavn og firmaer som fraktet utstyr og benyttet reelle priser og avstander, og inviterer dermed inn i læringsmiljøet Skovsmose (2003, s.152) beskriver som undersøkelseslandskap innenfor reelle referanser.

I fjerde observasjonsøkt gjennomførte vi aktiviteten som i fagmiljøet kalles *Kalle kanin* (vedlegg 5). En kanin som hopper trappetrinn, men kun ett og to trinn av gangen. Målet for økta til elevene var fokus på strategier og generalisering. Oppgaven inviterer inn til læringsmiljøet Skovsmose (2003, s. 149) beskriver som undersøkelseslandskap innen «semi-virkelighet» fordi elevene inviteres inn i en liksom virkelighet med kaninen som skal hoppe trappetrinn for å finne antall kombinasjoner kaninen har, når 10 trinn hoppes.

Cohen et al. (2018, s. 441) skriver at fellesskapet sammen skal utvikle kunnskap i aksjonsforskning. Alle deltakere delte sine refleksjoner. Videre tilrettela vi for at alle følte seg som likeverdige deltakere underveis i samtalene, gjennom å ha stor takhøyde og rom for alle tanker, hvor ingen hadde noe bedre eller riktigere svar enn andre for at fellesskapet skulle utvikle kunnskap.

Vi spurte åpne spørsmål spesielt rundt prinsipper lærerne la merke til som omhandlet bevisste valg som ble gjort for å forsterke undersøkende undervisning, noe som sammenfaller med Røvik (2013, s. 89) translasjonskompetanse der en oversetter må ha kunnskap om kontekstene det skal oversettes fra, men viktigere, betydelig kunnskap om konteksten det skal oversettes til. Av følgende grunn var vår respons på innspill og refleksjonene til lærerne typisk spørsmål som: «Hvilken innvirkning har det på elevene at det blir gjort på den måten tenker du?», «hvis du skulle prøvd ut det samme i din undervisning hvordan ville du gjort det?», «hva hvis man som lærer skal hjelpe elevene uten å gi de svaret?», eller «hvordan skape fremdrift basert på elevenes utgangspunkt?» og «det du nettopp snakket om nå, det er jo så viktig, så det er interessant at du la merke til akkurat det» for å nevne noen eksempler. Slike spørsmål er viktige spørsmål som kan være avgjørende å skape det McNiff (2002, s.15) beskriver som drivkraften i aksjonsforskning, selvrefleksjon. Vi sikret gjennom fokus på det lærerne hadde observert, egen undervisning og praksis, og ved å trekke frem styrker og utfordringer ved de begge, at vi i fellesskap kunne reflektere og konstruere kunnskap i tillegg til drivkraften i aksjonsforskning, selvrefleksjon.

Logg ble skrevet og vi integrerte loggskrivningen til lærerne gjennom å gi notatark under observasjonen de gjennomførte av undersøkende matematikkundervisning og som avslutning av de etterfølgende refleksjonssamtalene vi gjennomførte som gruppe. Loggen var enkelt oppsatt, basert på hva som var gjort, lært, og hva som var lurt, noe som samsvarer med Tillers



(2018, s. 88) gjort-lært-lurt-metode (GLL-skjema). Loggen sikret at lærerne gjennom skrivning overførte erfaringene fra observasjonene og refleksjonene til skriftlig form, som tilrettelegger for det Tiller (2018, s. 53) beskriver som kunnskapsgenererende skrivning som danner utgangspunktet for diskusjon og handling i aksjonsforskning.

Refleksjonssamtalene ble tatt opp gjennom vår kommunikasjons og samarbeidsplattform Teams ved Universitetet i Tromsø. Dette resulterte i totalt 3 timer og 45 minutter med møteopptak av refleksjonssamtaler. Opptakene ble gjennomgått og transkribert, og transkripsjonen ble på totalt 36 sider. Transkripsjonen ble transkribert på dialekt for å unngå å miste meningsinnholdet ved eventuell oversettelse. For å sikre det Gleiss & Sæther (2021, s. 99) skriver om anonymitet ovenfor informanter ble de utdragene som er benyttet i analysekapittel fem skrevet på bokmål og uavhengig lærer, kalles alle lærer. Vi har vært i dialog med lærerne hvis det har vært eventuelle tvilstilfeller om meningsinnhold i dialekt hvis det ble oversatt til bokmål. Vi har ikke transkribert småprat som ikke omhandlet observasjonen eller snakk som ikke omhandlet matematikk. Hvis det forekom lange fortellende sekvenser fra forskere er heller ikke disse transkribert fordi fokuset var på hva lærerne la merke til.

### **3.4 Analysemetode**

Gleiss og Sæther (2021, s.170) beskriver analyse som en aktiv prosess der man skaper mening ved å gruppere elementer som har noen fellestrekk. Ved at vi forskere over tid, analyserer datamaterialet, vil vi på den måten kunne se datamaterialets ulike deler i sammenheng med hverandre. Forskere vil da gradvis kunne utvikle en mer nyansert forståelse av helheten. Analyseprosessen vil starte lenge før man har et datamateriale og pågår helt til analysedelen er ferdig (Gleiss & Sæther, 2018, s.171). Cohen et al. (2018, s. 643) omtaler analyse av kvalitative data som en tung prosess som ofte forgår gjennom flere runder, noe de karakteriserer som en utfordring for forskere. Vi støtter oppunder det de sier, og kjenner oss igjen i utsagnet.

### 3.4.1 Analysetype

For vår forskning hadde vi en antakelse om at observasjon og refleksjonssamtaler utviklet praksis hos lærerne. En slik tilnærming samsvarer med det Postholm og Jacobsen (2018, s.103) omtaler som deduktiv tilnærming til forskning, der forskeren legger føringer på hva som er av interesse i forskningen, fordi forskeren har med seg antakelser inn i forskningen.

Dette forskningsprosjektet hvor temaet er utvikling av læreres undersøkende undervisning gjennom støtte i refleksjonssamtaler, rommer mye, og vi kunne valgt ulike analysemetoder. Gleiss og Sæther (2021) beskriver åpen koding som å se hva dataene viser, innholdsanalyse som å se på innholdet i dataene eller samtaleanalyse som analyserer turtaking i samtaler.

Gleiss og Sæther (2021, s. 174) beskriver tematisk koding som kategorisering av data slik at likheter og ulikheter blir synlig. De skriver at denne formen for koding og analyse kan foregå både induktivt ved å ta utgangspunkt i empirien, og deduktivt når utgangspunktet er teorien. Slik det fremgår av teorien vi presenterte i kapittel to, handler undersøkende matematikkundervisning blant annet om at lærer foretar spesifikke valg om organisering og overdragelse av noe elevene kan undersøke. Videre matematisk kommunikasjon som bidrar til elevs utforskning, nysgjerrighet og undring, før oppsummeringen skal skape felles faglig læring (Blomhøj, 2021; Lampert et al., 2010; Nosrati og Wæge, 2019). På bakgrunn av dette og at vi også skulle foreta en analyse av lærernes refleksjonssamtaler hvor de reflekterte rundt observasjoner og erfaringer, var vi i behov av en analysemetode som kunne favne begge analysene vi skulle foreta. Alternativt kunne vi benyttet flere ulike metoder. Valget falt på å utføre en tematisk analyse, gjennom tematisk koding, med utgangspunkt i teori og forskning. Følgelig var utgangspunktet vårt en deduktiv analysetilnærming, men med åpning for at vi kunne finne nye ting i empirien som gjorde at vi flyttet oss over til det Gleiss og Sæther (2021, s.174) beskriver som en induktiv analysetilnærming, hvor koder ikke er forhåndsdefinert, men springer ut av empirien. Cohen et al. (2018, s. 441) skriver at aksjonsforskning handler om konstruering av ny kunnskap i fellesskap noe som gjorde det viktig for oss, spesielt i forhold til refleksjonssamtalene at vi hadde muligheten for en induktiv tilnærming til empirien i aksjonsforskningsprosjektet.

### 3.4.2 Analytisk rammeverk

Lester (2005, s. 458) skriver at et forskningsbasert rammeverk er et viktig aspekt, men samtidig muligens et av de mest underforståtte aspektene av en forskningsprosess. Videre skriver han at et forskningsbasert rammeverk gir forskere muligheten for å konseptualisere forskningsstudier, og at det er ingen data uten et rammeverk som gir mening til dataene.

Margaret Eisenhart (1991, s. 209) beskriver tre forskningsrammeverk teoretiske, praktiske og konseptuelle, hvor det konseptuelle rammeverket fungerer som en rettferdiggjøring mer enn strukturer for forklaringer. Videre skriver hun at et konseptuelt rammeverk er et argument for at konseptene man har valgt å undersøke, og alle forutsette sammenhenger mellom konseptene, vil være nyttige for problemstillingen man undersøker. I vårt aksjonsforskningsprosjekt benyttet vi et rammeverk bestående av flere konsepter. Kjennetegn for undersøkende undervisning og faseinndeling, lærerposisjoner gjennom støttende samtaletrekk og kjennetegn på et «tenkende» klasserom ble vårt analytiske rammeverk, fordi det gir oss muligheten til å benytte tidligere forskning og teori som er mest hensiktsmessig for vår aksjonsforskning. Rammeverket utfyller flere sider av undersøkende undervisning og derfor argumenterer for temaet i problemstillingen. Tabellen nedenfor viser utvalget av teori, basert på forskning, som benyttes som utgangspunkt for dataanalyse i vårt forskningsprosjekt.

<b>Trefasemodell for undersøkende undervisning (Blomhøj, 2021)</b>	<b>Lærerposisjoner med støttende samtaletrekk (Drageset et al., 2021, s.42)</b>
<p><b>Iscenesettelsesfase</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Overdragelse av utfordring</li> <li>➤ Etablering av felles forståelse</li> <li>➤ Etablering av didaktisk miljø</li> <li>➤ Formidling av tidsmessige og praktiske rammer</li> <li>➤ Formidling av suksesskriterier</li> </ul> <p><b>Gjennomføringsfasen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til selvstendig arbeid</li> <li>➤ Støtte og utfordring gjennom dialog</li> <li>➤ Konstruksjon av eksemplariske dialoger</li> </ul> <p><b>Oppsummeringsfasen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles</li> <li>➤ Faglige poenger gjøres felles</li> </ul>	<p><b>Fortelle eller informere</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Informere og foreslå (da Ponte &amp; Quaresma, 2016)</li> <li>➤ Demonstrere (Drageset,2014)</li> </ul> <p><b>Støtte og lede (elevene mot et svar)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Støtte og veilede (da Ponte &amp; Quaresma, 2016)</li> <li>➤ Åpen fremdrift (Drageset,2014)</li> <li>➤ Forenkle (Drageset,2014)</li> <li>➤ Lukket fremdrift (Drageset,2014)</li> <li>➤ Veiledet algoritmisk resonnement (Lithner, 2008)</li> <li>➤ Traktmønster (Wood,1998)</li> <li>➤ <i>Topaze</i> effekt (Brousseau,2002)</li> </ul> <p><b>Fokusere på detaljer (av betydning)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>Revoicing</i> (O'Connor &amp; Michaels,1993)</li> <li>➤ Poengtere (Drageset,2014)</li> <li>➤ Oppsummere (Drageset,2014)</li> <li>➤ Tilkople (Rowland et al.,2005)</li> </ul> <p><b>Få tilgang til og dele elevtenking</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Fremkalle elevtenkning (Fraivillig et al., 1999)</li> <li>➤ Belyse detaljer (Drageset,2014)</li> <li>➤ Invitere (da Ponte &amp; Quaresma,2016)</li> </ul>
<b>Tenkende klasserom (Liljedahl, 2021)</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Problemløsningsoppgaver</li> <li>➤ Tilfeldig synlig trekking av grupper</li> <li>➤ Vertikale tavler som arbeidsverktøy</li> <li>➤ Elever står og jobber</li> </ul>	<p><b>Bruke eller utvide elevidéer</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Utvide elevtenking (Fraivillig et al.,1999)</li> <li>➤ Oppmuntre refleksjon (Cengiz et al.,2011)</li> <li>➤ Oppmuntre resonnering (Cengiz et al., 2011)</li> <li>➤ Presse for alternative metoder (Cengiz et al., 2011)</li> <li>➤ Utvikle elevidéer i plenum (Bjerkeli et al., 2020)</li> </ul> <p><b>Utfordre idéer</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Korrigerende spørsmål (Drageset,2014)</li> <li>➤ Foreslå ny strategi (Drageset,2014)</li> <li>➤ Utfordre (Alrø &amp; Skovmose,2006)</li> <li>➤ Utfordre (da Ponte &amp; Quaresma,2016)</li> </ul>

Begrunnelsen for å benytte eksisterende teori ligger i at det er tidkrevende å utvikle alt helt selvstendig, og i kombinasjon med elementet deltakende forskere som er aktive i aksjonssyklusene, var det ikke tid til dette i mastergradsprosjektet. Det er også fordeler med å bruke eksisterende og tidligere forskning og teori, da det er enklere å kode og kategorisere datamaterialet altså empirien i vårt forskningsprosjekt. En ulempe var at rammeverket kunne være styrende for hva vi så etter, noe som kunne føre til at vi fikk et tunnelsyn og ikke klarte å se utover det vi på forhånd hadde definert som kjennetegn og posisjoner som analysen tok utgangspunkt i. En styrke var at vi benyttet flere deler gjennom det analytiske rammeverket for å sette sammen delene til å bli helheten til slutt.

Det analytiske rammeverket hjalp oss å kategorisere hvordan lærerne posisjonerte seg i undervisningen, om det skjedde en endring i posisjoner, og hvordan de gjennomførte undersøkende undervisning basert på forskningsbasert trefasemodell med tilhørende kjennetegn i undersøkende matematikkundervisning, samt elementer fra et «tenkende» klasserom.

### **3.4.3 Analyse av lærernes undervisning**

Det transkriberte datamaterialet skulle systematiseres og kategoriseres for å få en oversikt. Problemstillingen søkte å se etter en utvikling i lærernes gjennomføring av undersøkende matematikkundervisning, derfor bestemte vi oss for å kategorisere lærerutsagn.

Vi kodet all transkribering av lærernes undervisning innenfor fasene, og hvis representativt innenfor kjennetegnene, i Blomhøjs (2021) trefasemodell for undersøkende matematikkundervisning. Fasene er avgrenset fra hverandre ved at overgangen til gjennomføringsfasen er når elevene igangsetter selvstendig arbeid og overgangen til oppsummeringsfasen når lærer initierer felles oppsummering i helklasse. Hadde lærerne flere oppgaver ble fasene ansett som aktive flere ganger. Kodingen ble gjort ved å benytte dataprogrammet NVivo, et analyseverktøy som kan kode tekst, lyd og video.

I vårt tilfelle kodet vi video med tilhørende transkripsjon i NVivo. Prosessen ble gjort flere ganger for å sikre at vi kodet riktig. Når vi hadde foretatt denne delen av analysearbeidet stod

vi fortsatt igjen med mange ubesvarte spørsmål rundt problemstillingen, fordi faseinndeling og kjennetegnene fremdeles illustrerte dataene som enkeltdele, uten mulighet for å se helheten. For å komme under huden på datamaterialet tok vi transkripsjonen frem på nytt og kategoriserte utsagnene til lærerne gjennom Drageset et al. (2021) hovedkategorier for lærerposisjoner. Nå benyttet vi tekstprogrammet Word og fargekoding for å skille de seks ulike hovedkategoriene for lærerposisjoner fra hverandre. Word dokumentet ble inndelt i fire kolonner, en for hver lærer og all transkripsjon som allerede var inndelt i de tre fasene for undersøkende matematikkundervisning ble kopiert inn i dokumentet. Deretter fargekodet etter hvilken hovedkategori for lærerposisjon de tilhørte. Hver av de seks ulike hovedkategoriene fikk sin egen unike farge. Grunnen til at vi gikk over til å kode denne delen i Word og ikke i NVivo var fordi vi følte vi mistet kontrollen når vi forsøkte denne kodingen i NVivo. Det ble mye mer illustrativt når vi fargekodet for hånd. Alle tilhørende samtaletrekkene under en lærerposisjon fikk i første omgang samme farge, men et ord bak seg som forklarte hvilket spesifikt samtaletrekk vi plasserte det innunder. Fargekodene på lærerposisjoner og samtaletrekk er vist i tabellen under.

Tabell 3 Fargekoding av lærerposisjoner

Lærerposisjon	Tilhørende samtaletrekk
Fortelle eller informere	
Støtte og lede	
Fokusere på detaljer	
Få tilgang til og dele elevtenking	
Bruke eller utvide elevidéer	
Utfordre idéer	

Vi har definert én koding som det utsagnet ett samtaletrekk er brukt, og den læreposisjonen som da er benyttet. Hvis det i samme samtalesekvens, etter eksempelvis en elev har kommet med et innspill, benyttes et annet samtaletrekk og eventuelt lærer følgelig bytter posisjon, er det kodet som ny posisjon, med ny farge. Dette gjorde vi både med lærernes første og andre film, i henholdsvis hvert sitt Word-dokument, men inndelt i trefasemodellen. Vi lagde en tabell med fire kolonner for å kopiere inn transkripsjonen av iscenesettelsesfasen, deretter

sideskift, ny tabell for å kopiere inn transkripsjonen av gjennomføringsfasen og det samme for oppsummeringsfasen.

I tillegg registrerte vi andel tid lærerne sto i de tre ulike fasene ved begge filmingene. På den måten kunne vi presentere lærernes totale tidsbruk i prosentvis fordeling for å illustrere endringer på en oversiktlig måte. Det var ingen ekstremtilfeller som skilte seg ut, vi har derfor bedømt det som representativt å fremstille alle lærernes samlede tidsbruk, i de ulike fasene.

Innenfor kodene *fortelle eller informere* og *støtte og lede* fra Drageset et al. (2021) lærerposisjoner, henholdsvis gul og grønn koding, har vi ved begge filmene, i gjennomføringsfasen, gradert fargene innad i kodene. De ulike støttende samtaletrekkene innenfor lærerposisjonene fikk hver sin fargegradering innenfor henholdsvis fargene gul og grønn avhengig av hvilken hovedkategori de tilhørte. Vi fikk dermed to gulgraderinger og fem grønngraderinger. Dette gjorde vi fordi vi på den måten kunne se endringen innenfor disse hovedkategoriene for lærerposisjoner. Kodingen er også gjort i Word ved at alle transkripsjonene som tilhørte samme lærerposisjon ble limt inn i et nytt dokument for så å få en ny gradering av fargekoden den tilhører.

Kodingen av transkribert tekst er gjort sammen av begge forskerne gjennom flere omganger. Underveis i prosessen med kodingen har vi blitt tryggere på plassering av utsagn i forhold til rammeverk, noe som resulterte i at vi valgte å gå tilbake for å kode på nytt flere ganger. Gjennom prosessen har vi fått oversikt over utsagn som kunne plasseres i flere kategorier, såkalte grensetilfeller, se vedlegg 6.

Når dette var gjort fikk vi en oversikt over antallet lærerposisjoner i de seks ulike hovedkategoriene ved første og andre filming, både enkeltvis, men også totalt sett som en gruppe, i alle tre fasene.

Tabell 4 Lærernes frekvens av posisjoner i matematikkundervisningen

Iscenesettelsesfasen		Gjennomføringsfasen		Oppsummeringsfasen	
1.filming	2.filming	1.filming	2.filming	1.filming	2.filming
67	42	84	275	173	82

Note Frekvens av lærerposisjoner gjennom samtaletrekk trefasefordelt og ytterligere inndelt i første og andre filming.

Tabell fire viser oversikten av totale posisjoner gjennom samtaletrekk i fasene. Fordi forskningsprosjektet er utformet for å se på gruppens utvikling i fellesskap, gjennom felles observasjon og refleksjonssamtaler har vi i analysekapittel fire valgt å se på lærerne som én enhet.

Kodingen av lærernes posisjoner innenfor hovedkategoriene ble lagt inn i et regneark, summert opp ved første og andre filming, og det ble regnet ut endring i prosentpoeng innenfor de ulike hovedkategoriene for å kunne presentere analysefunn på en oversiktlig måte, i tabeller og diagrammer. Det ble laget tabeller for hver hovedkategori inndelt i de tre fasene iscenesettelsesfase, gjennomføringsfase og oppsummeringsfase. For å samle alle fasene og vise endring i prosentpoeng under hver hovedkategori ble det utarbeidet en oversiktstabell inndelt i alle fasene og lærerposisjonskategoriene før og etter all observasjon og refleksjonssamtaler var gjennomført.

Hovedkategoriene *fortelle eller informere* og *støtte og lede* med sine ulike samtaletrekk ble lagt inn i et eget regneark, for å vise i diagrammer prosentvis fordeling av samtaletrekkene innad i hovedkategoriene i gjennomføringsfasen. Lærernes samlede frekvens innenfor kjennetegnene i iscenesettelsesfasen og ett kjennetegn i oppsummeringsfasen i Blomhøjs (2021) trefasemodell ble talt opp for å presenteres oversiktlig i tabeller.

#### 3.4.4 Analyse av refleksjonssamtaler

For å kunne besvare problemstillingen i sin helhet, ville transkripsjonen av refleksjonssamtalene hjelpe oss med å kunne si noe om hvordan lærernes observasjon, etterfulgt av reflekterende samtaler, kunne støtte utviklingen av lærernes undersøkende matematikkundervisning.



Transkripsjonen ble fargekodet etter hvilke refleksjoner som hadde likheter. Vi visste ikke hvilke eller hvor mange koder vi måtte bruke når vi startet, så for hver «nye refleksjon», som omhandlet noe vi ikke hadde registrert tidligere brukte vi en ny farge, med et stikkord bak. Hele refleksjoner er avsnitt som er kodet som én helhet. I starten ble det mange farger, så vi måtte flere ganger gå gjennom for å se etter likheter og ulikheter i refleksjonene for å kategorisere. Når vi hadde gjort prosessen i flere omganger, diskutert plasseringene, flyttet på refleksjoner og systematisert, satt vi igjen med fem hovedkategorier av lærerrefleksjoner noe vi anser for å være induktive kategorier fordi de springer ut av datamaterialet. Kategoriene ble skrevet inn i en tabell med de fire refleksjonssamtalene som kolonner for å få oversikt over når refleksjonskategoriene ble reflektert over. Tabellen skulle vise oversikten over refleksjoner i de ulike refleksjonssamtalene som har ført til refleksjoner, ikke utsagn som har vært bisetninger.

Tabell 5 Induktive refleksjonskategorier

Refleksjonskategori	Refleksjonssamtale			
	Første	Andre	Tredje	Fjerde
Læreren som skaper undring og samarbeid				
Læreren som aktiviserer elever				
Læreren som gir mindre svar og utfordrer mer				
Læreren som den unnværlige "overflødige"				
Læreren som metareflekterer over læringsfelleskap				

Dette tydeliggjorde hvordan det lærerne la merke til i observasjonen, og reflekterte rundt i refleksjonssamtalene, kunne ha vært en støtte for utviklingen i lærernes undervisning ved andre filming, og i tillegg om refleksjonene hadde en progresjon.

### 3.5 Validitet og reliabilitet

Som forskere gjennom mastergradsavhandlingen har vi hatt et ansvar for å reflektere og evaluere forskningskvaliteten i eget forskningsarbeid. Kontinuerlig har vi gjort dette gjennom å bevisstgjøre oss selv de svakhetene og styrkene forskningsprosjektet og arbeidet til enhver tid har hatt. Dette samsvarer med Postholm og Jacobsens (2018, s. 223) beskrivelse av å

vurdere forskningskvalitet gjennom indre- og ytre validitet, fordi det beskriver forskningsempiriens gyldighet. Gleiss og Sæther (2021, s. 206) skriver at styrking av forskningens indre validitet kan realiseres gjennom at deltakere kommer med innspill på datamaterialet og de tolkningene forskerne har foretatt. I vårt forskningsprosjekt ble lærerne deltakere gjennom dialog rundt våre tolkninger av datamaterialet.

Forskningsprosjektet benyttet datainnsamlingsmetodene observasjon og videoopptak med lyd. Metodene førte til at vi en rekke ganger så gjennom empirien forskningen bygger på. Gleiss og Sæther (2021, s. 206) poengterer at observasjon og videoopptak med lyd er datainnsamlingsmetoder som styrker forskningens indre validitet, ved at observasjon og videoopptak med lyd ble benyttet styrket dette forskningsprosjektets gyldighet innad.

På en annen side har vi forskere hatt en forforståelse av konseptet undersøkende matematikkundervisning og forståelsen vil på sin side svekke aksjonsforskningens indre validitet fordi vi har tolket datamaterialet. Vi har gjennom hele aksjonsforskningsprosjektet, som forskere, vært bevisst den forskerfriheten Christoffersen og Johannessen (2012, s. 16) beskriver som en utfordring. Kontinuerlig har bevisstheten ført til forskere som underveis i forskningsprosessen har vært mentalt innstilt på aksjonssyklusene, ikke mastergradsavhandlingens senere publisering, og følgelig delvis nøytraliseres aksjonsfrihetens svekkelse av validiteten.

Forskningens ytre validitet, overførbarheten, omhandler graden av overførbarhet av forskningsfunn til andre områder og situasjoner (Postholm & Jacobsen 2018, s. 223). Aksjonsforskningsprosjektet i mastergradsavhandlingen hadde få informanter deltagende, og aktiv deltakelse fra forskere underveis i forskningsprosjektet og anser følgelig forskningsprosjektets ytre validitet som svak. Samtidig belyses imidlertid forskningen som en mulig inspirasjonskilde for enkeltlærere og øvrige personer tilknyttet lærerprofesjonen, i tillegg til å kunne inspirere til ytterligere forskning.

Det kan og vil alltid mulig stilles spørsmål rundt påliteligheten til funnene i forskning. Spørsmålene omhandler de valgene vi forskere har tatt i forskningen og deres korrelasjon til endelige funn. Spørsmålene som stilles, kalles på fagterminologi for forskningsreliabilitet

(Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Vårt forskningsprosjekt var oppbygd med forskningsarenaen i kjente omgivelser, med nært samarbeid med lærerne, i tillegg til forskningsdesignet aksjonsforskning. Kombinasjonen av faktorene umuliggjør fravær av påvirkning på lærerne underveis i forskningen, det ville også ødelagt essensen i forskningsdesignet, aksjonsforskning, som handler om forskere og deltakere som i fellesskap jobber mot en endring. For oss ble det følgelig essensielt å innta helt passive, nesten «usynlige» observasjonsroller under empiriinnsamlingen, fordi innsamlingen var av lærernes matematikkundervisning.

Gleiss og Sæther (2021, s. 206) beskriver at forskere må muliggjøre en transparent forskningsprosess fordi øvrige personer får muligheten til å evaluere valgene i forskningsprosessen, som vil styrke reliabilitet i forskning. For å presentere aksjonsforskningsprosjektet på en så etterrettelig måte som mulig har det vært viktig for oss at skriftliggjøringen gjennom mastergradsavhandlingen har beskrevet aksjonsforskningssyklusen detaljrikt, noe som muliggjør vurderinger av forsknings, metodiske og analytiske valg foretatt underveis.

### **3.6 Etske betraktninger**

Forskningsetikk omhandler de etiske dilemmaene som oppstår i forskningsprosjekt. Cohen et al. (2018, s.11) beskriver dette som hva som er bra og dårlig, og hva som er rett og galt, i forskningen. De skriver videre at de etiske normene varierer i ulike deler av verden, og at hva som akseptert i en vestlig kultur nødvendigvis ikke er akseptert i en annen del av verden.

I Norge legges forskningsetiske retningslinjer av Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Retningslinjene beskriver hvordan vi forskere har etiske retningslinjer ovenfor deltakere i forskningen. I forskningsprosjektet forsket vi på mennesker, lærere, og derfor slik Gleiss og Sæther (2021, s. 43) skriver måtte vi overholde prinsippene om informert samtykke, konfidensialitet og anonymisering. En siste ting vi måtte ta hensyn til var å unngå å plassere lærerne i et dårlig lys gjennom forskningen.

Vi innhentet informerte samtykker fra alle forskningsdeltakere før forskningsprosjektets start. Et informert samtykke ga lærerne overordnet informasjon rundt forskningstema, forskningens formål, hvem som hadde tilgang til informasjonen, den tenkte bruken av analysefunn, og til slutt konsekvensene av deltakelse i aksjonsforskningsprosjektet. På den måten sikret vi å gjennomføre det NESH (2016) skriver at forskning må påse at forskningsdeltakere er informert om alt det nødvendige relatert til forskningsprosjektet.

Gjennom problemstillingens utforming ble det obligatorisk at lærerne i aksjonsforskningsprosjektet og elevene i deres klasser godkjente via informert samtykke. Aksjonsforskningsprosjektet ble gjennomført i grunnskolen, der elever var under 15 år, derfor måtte vi innhente elevenes og foresattes samtykke. Det forskningsetiske prinsippet, Gleiss og Sæther (2021, s. 45), beskriver som nektelseskompetanse ble dermed noe vi ble svært oppmerksom på. Tross i at foresatte samtykket til deltakelse, så hadde likevel barna nektelseskompetanse. Ved å informere elevene om nektelseskompetanse de har i det informerte samtykket, sikret vi dette forskningsetiske prinsippet.

Konfidensialitet omhandler at personinformasjon og forhold behandles konfidensielt og fortrolig (Gleiss & Sæther, 2021, s. 45), som i hele forskningsprosessen har vært et fokus. Gjennom transkribering ble lærerne og elevene anonymisert gjennom fiktive navn og nummereringer i tillegg til at personopplysninger som kunne identifisere forskningsdeltakerne ikke er oppbevart på digitale enheter.

Gleiss og Sæther (2021, s. 46) presenterer prinsippet om å unngå negative konsekvenser i forskning på mennesker. Vi hadde forskningsdeltakerne fremst i frontallappen under hele prosessen, og forskningsfunn har aldri gått på bekostning av deltakere. Thagaard (2018, s. 27) skriver at deltakere kan tenkes å ville lese resultatrapporten, gjenkjenne seg og kjenne et ubehag. Derfor har vi hatt gode dialoger kontinuerlig under aksjonssyklusene, aksjonsforskningsprosessen og i etterkant, slik at deltakerne ikke har blitt behandlet som et fenomen, men som verdifulle, viktige, likeverdige bidragsyttere, som et tiltak mot at lærerne skal kjenne ubehag i etterkant. Vi har i tillegg ved tvilstilfeller aldri satt forskningen i førersetet, der har deltakerne alltid vært, med mindre det var rom for begge.

Norsk senter for forskningsdata (NSD), skal senest 30 dager før datainnsamling motta søknad om tillatelse for å gjennomføre forskning i tilfellene der sporbare personopplysninger fremkommer. (Norsk senter for forskningsdata, u.å). Vårt forskningsprosjekt benyttet videopptak, hvor identifiserbare personopplysninger fremkom. Vi meldte derfor forskningsprosjektet til NSD (vedlegg 7). Prosjektet ble godkjent.

Aksjonsforskningsprosjektet har vært en prosess som har gått over et semester. Vi var forberedt på at det kunne komme forhold som gjorde at vi ble pliktige til å melde endringer til NSD og vi har underveis vært oppmerksom på om vi måtte melde fra om store endringer som omhandlet personvernopplysninger. Informasjonssikkerheten er stadig mer omfattende, men til tider utfordrende å opprettholde, vi har gjort vårt ytterste for å være innenfor informasjonssikkerhetsmessige anbefalinger og krav, ved å sette oss inn i UIT sitt reglement om lagring på godkjente plattformer og til enhver tid ettersøke oppdaterte retningslinjer.

## 4 Analyse og diskusjon av lærernes undervisning

For å kunne besvare siden av problemstillingen omhandlende lærernes utvikling av undersøkende matematikkundervisning, vil vi i dette kapitlet som er inndelt i fem delkapitler, presentere analysen av matematikkundervisningen foretatt på bakgrunn av vårt analytiske rammeverk presentert i kapittel 3.4.2.

### 4.1 Lærerposisjoner i undervisningen

#### 4.1.1 Fortelle eller informere elevene

I et klasserom jobber elevene med oppgaven, å lage en modell på bakgrunn av en tekstoppgave. Dina går bort til en elev og sier.

LD: Nå skal jeg hjelpe deg i gang (lærer tegner modell i boka til eleven).  
LD: Nå tegner jeg den her den er dobbelt så stor også kan du prøve videre (lærer går videre).

Utdrag 1

Dina hjelper en elev i gang med oppgaven ved å tegne en modell i kladdeboka til eleven. Ved å gjøre dette tegner hun deler av løsningen på oppgaven for eleven og demonstrerer hvilken modell som er rett å tegne.

Ved at Dina viser hva som er riktig gjennom å tegne i boka til eleven ligner det Drageset (2014, s. 292) skriver at lærere ved å fortelle gjennom handlinger hvordan en oppgave skal løses noe han kaller samtaletrekket *demonstrere*.

I et annet klasserom er Bethine hos en elev som skal summere to tosifrede tall. Bethine har bedt eleven regne enere og tiere hver for seg.

LB: Ja, så har vi fjorten og åtti.  
E12: Ja.  
LB: Prøv og skriv det her, fjorten pluss åtti.

Utdrag 2

Bethine forteller eleven hvordan oppgaven skal føres. Ved å gjøre dette forteller hun eleven hva han skal gjøre for å komme frem til en løsning på oppgaven.

Bethine forteller eleven hvordan oppgaven løses for å få riktig svar som har likheter med samtaletrekket *informere og foreslå* fra da Ponte og Quaresma (2016, s. 54) fordi Bethine legger frem ovenfor elevene hvordan oppgaven skal løses.

I klasserommet til Dina jobber en gruppe med å finne et mønster i hvordan komme frem til to tall, hvor summen av en todel av et tall og en tredel av et annet tall skal bli 25.

E5: Ehh...(5 sek) Ja..., da må vi se på det vi har. De her (peker på løsninger på vertikal tavle).

LD: Det er lov og dere kan snu arket eller dere kan skrive på tavla (lærer går bort fra gruppa).

Utdrag 3

Dina svarer elevene at det er lov å se på løsninger og hvor de kan skrive. Ved å gjøre dette bekrefter Dina at elevenes start på utforskingen på er lov. Ved å si til eleven at de kan skrive løsninger på to ulike steder, informeres elevene om praktisk gjennomføring, informasjon uten matematisk innhold.

da Ponte & Quaresma (2016, s. 54) skriver at lærere gjennom å *informere og foreslå* gir elevene informasjon og at dette kan gjøres gjennom forslag til elevene. Det Dina gjør gjennom å foreslå hvor elevene skal skrive ligner på det da Ponte og Quaresma (2016, s. 54) skriver fordi Dina gir elevene opplysninger om praktiske forhold.

Av de tre utdragene presentert viser to utdrag ulike måter lærerne fortalte, og demonstrerte for elevene hva de skal gjøre i arbeidet med oppgaver. Det siste utdraget viser hvordan lærerne viderefremmet praktisk informasjon til elevene i økten. Grepene lærerne gjør ligger under Drageset et al. (2021, s. 42) hovedkategori for lærerposisjoner *fortelle eller informere*, noe som viser variasjonen innenfor posisjonen.

Tabell 6

Prosentvis fordeling fortelle eller informere av alle lærerposisjoner faseinndelt

	1.filming	2.filming
Iscenesettelsesfase	45%	21%
Gjennomføringsfase	36%	11%
Oppsummeringsfase	23%	5%

Tabellen viser opptelling av alle utsagn fremstilt i prosent knyttet til posisjonen *fortelle eller informere* som viser stor forskjell mellom første filming (før vi begynte) og andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført). Denne lærerposisjonen var mest brukt i iscenesettelsesfasen, og nedgangen var stor fra første til andre filming i alle tre faser.

#### 4.1.2 Støtte og lede

I et klasserom står eleven fast på en oppgave som handler om å finne ut antall kamper det er scoret to mål og vi observerte følgende samtale.

LC: I hvor mange kamper har hun scoret et mål?  
 E5: I ti av kampene.  
 LC: Og hvor mange mål har hun igjen å score da?  
 E5: Åtte mål.  
 LC: Og hva gjør du da?  
 E5: ehh... deler jeg på to, og da, vent nå, ...(4 sek) da får jeg at hun har scoret to mål i fire kamper.

Utdrag 4

Her legger vi merke til lærerens tre spørsmål som tar eleven gjennom oppgaven steg for steg. Ifølge Drageset (2014, s. 293) forenkler dette oppgaven ved at læreren tar seg av prosessen og eleven svarer på enkle del-spørsmål.

Drageset (2014, s. 293) skriver at lærere stiller spørsmål som er helt spesifikke og ikke åpner opp for å svare noe annet enn akkurat på det som blir spurt, noe han beskriver som *lukket fremdrift*. Det at Carl tar seg av prosessen ligner *lukket fremdrift* fordi det er Carl og ikke



elevene som løser oppgaven i sin helhet, elevene svarer kun på korte del-spørsmål som læreren har trukket ut av oppgavens helhet.

I et annet klasserom jobber elevene med en oppgave hvor de skal plassere tall på en tallinje. Anders har observert elever jobbe og sier følgende høyt.

LA: Jeg kan gi dere et hint på den siste linja. Hvis det står en firer der og et tall imellom og så kommer tolv.

Utdrag 5

Anders sier noe om intervallet mellom tallene på tallinjen. Ved å gjøre dette gir Anders hint til elevene og det blir lettere for elevene å finne svaret i oppgaven.

Det Anders gjør har likheter med samtaletrekket til Drageset (2014, s. 292) *forenkle* fordi Anders gjør oppgaven lettere for elevene å løse.

I klasserommet til Carl jobber en elev med å finne et variabeluttrykk for fruktpriser og vi observerer.

LC: Eple koster E kroner.

E3: Ja.

LC: Jo, men du vet ikke hva hvis du ikke vet hva eple koster. Hva koster da pæra?

E3: Tre kroner mer.

LC: Hmm...Går det an å skrive det som et uttrykk? Det er jo mer enn noen ting. Pæra er jo tre mer. Tre mer enn noen ting.

E3: Ja.

LC: Hvor gammel er du?

LC: Hvor gammel er du om tre år? Regnestykket der da. Kan du sette det opp? (elev 3 skriver på tavla)...(5 sek) Hva hvis du ikke hadde visst det der da. Du vet ikke prisen på eplene. Hva blir det da?

E3: Da må jeg sette sammen så det blir tjuetre til sammen.

LC: Du vet ikke prisen på noen. Men forholdet mellom dem vet du.

Utdrag 6

Carl hjelper eleven med å navngi variabler og uttrykke forholdet mellom dem. Deretter trekker lærer inn et annet eksempel som uttrykker elevens alder som variabel og forholdet

mellom nåværende alder og alder om tre år. Ved at Carl gjør dette forandrer Carl oppgaven til å omhandle noe annet enn fruktpriser for at eleven skal svare rett, og eleven svarer på noe annet enn den opprinnelige oppgaven. De kognitive kravene til eleven endres og Carl står for progresjonen i oppgaven.

Brousseau (2002, s. 25) beskriver at lærere hjelper elever gjennom å endre oppgaver slik at elevene ikke svarer på oppgaven i dens egentlige form, men noe annet, som han kaller *topaze effekt*. Det Carl gjør er å forandre oppgaven til å omhandle noe annet enn opprinnelig og reduserer de kognitive kravene til eleven fordi eleven svarer ikke på den egentlige oppgaven, følgelig står Carl for progresjonen i oppgaven, for å hjelpe eleven å svare rett som sammenfaller med *topaze effekt*.

I klasserommet til Carl jobber en gruppe med å finne et mønster mellom antall drops og antall kombinasjoner. Etter å ha jobbet en stund med antall kombinasjoner syv drops kan deles mellom tre elever på, går Carl bort til gruppen og sier.

LC: Dere er i mål?
E6: Nei, snart.
LC: Dere begynner å nærme dere nå?
E7: Ja.
E2: Ja.
E6: Vi er nært.
E7: Fem, ni, tolv, fjorten, femten.
E6: Det er jo at det går nedover med en for hver gang.
LC: Okei bra.

Utdrag 7

Carl spør en gruppe elever om de snart er i mål. Elevene forteller at de snart er i mål og Carl svarer at de nærmer seg. Elevene ser systemet og læreren bekrefter at dette er bra. Ved å gjøre dette støtter lærer elevene og de får bekreftet at de er på rett vei uten at Carl direkte sier at de er på rett vei.

Det Carl gjør har likheter med samtaletrekket *støtte og veilede* fra da Ponte & Quaresma (2016, s. 54). Samtaletrekket omhandler at lærer kan eksplisitt eller implisitt gjennom

spørsmål eller observasjoner som peker på veien elevene muligens følger, dermed støtter og veileder eleven, noe Carl gjør gjennom underforståtte støttende bekreftelser mens elevene jobber med utfordringen som støtter elevenes videre arbeid uten å legge føringer på arbeidet, det er kun støtte.

I et annet klasserom har elevene stilt seg ved ulike bord der det ligger ulik mengde sjokolade. Anders går til ett av bordene og sier.

LA: Ja hvordan skal dere dele da? LA: Her får dere... E7: ehh, jo vi deler i seksdeler så tar vi to biter hver.
---

Utdrag 8

Anders spør elevene hvordan de skal dele. Anders stiller et åpent spørsmål som gjør at elevene selv får velge hvordan de skal løse utfordringen som er å dele sjokoladen likt med alle på gruppen.

Det Anders gjør har likheter til det Drageset (2014, s. 294) kaller åpne spørsmål der lærer ikke legger føringer for åpen fremdrift som han videre beskriver som samtaletrekket *åpen fremdrift*, fordi Anders stiller spørsmål som ikke bestemmer retningen i elevenes svar og det blir opp til eleven å velge veien og fremdriften i oppgaven.

Av de fem utdragene over viser de tre første ulike måter lærerne hjalp elever med å komme frem til svar på oppgaver som alle omhandler å endre kompleksiteten i oppgaven og dermed reduserer de kognitive kravene til elevene. Det fjerde utdraget viser hvordan man som lærer kan støtte elevene gjennom underforståtte støttende bekreftelser som peker på veien elevene muligens følger. Det femte utdraget viser en måte lærerne støttet elevenes fremdrift på uten å legge føringer for eleven. Alle samtaletrekkene ligger under Drageset et al. (2021, s. 42) lærerposisjon *støtte og lede* (elevene mot et svar). Dette viser hvordan hovedkategorien inneholder store kontraster for hvordan lærere kan støtte og lede elevene på helt ulike måter som fører til slik Drageset (2016, s. 177) skriver at måten elevene tenker på påvirkes av lærerens spørsmål.

Tabell 7

Prosentvis fordeling støtte og lede av alle lærerposisjoner faseinndelt

	1.filming	2.filming
Iscenesettelsesfase	42%	29%
Gjennomføringsfase	49%	35%
Oppsummeringsfase	55%	37%

Tabellen viser opptelling av alle utsagn fremstilt i prosent knyttet til lærerposisjonen *støtte og lede* som viser en nedgang mellom første filming (før vi begynte) og andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført).

#### 4.1.3 Fokusere på detaljer av betydning

I klasserommet til Bethine jobber elevene med oppgaven å gruppere flersifrede tall i ulike grupper. Bethine står ved en elev som forklarer hvordan den har valgt å dele i én tallgruppe.

E1: Jeg har tatt åtte, tre og fire sammen for det er bare tall.  
 LB: Okei. Så du forholder deg til antall siffer?  
 E1: Ja.  
 LB: (Går mot midten av rommet) Prøv og lag alle gruppene da.

Utdrag 9

Eleven forklarer Bethine at han har gruppert tallene som bare er ett tall i en gruppe. Bethine omformulerer elevens utsagn og bruker korrekt matematisk språk når hun sier at inndeling baserer seg på antall siffer i tallene. Ved å gjøre dette får Bethine frem den viktige detaljen i elevens løsning, eleven kan jobbe videre med.

Detaljen som fremkommer ved at Bethine reformulerer elevens utsagn hjelper eleven å fokusere på fremdriften noe som har likheter med samtaletrekket *revoicing* fra O'Connor og Michaels (1993, s. 327) som beskriver hvordan lærer kan si elevens utsagn på en annerledes måte, noe Bethine gjør gjennom å bruke et matematisk språk og gjennom det trekker frem det

viktigste poenget i elevenes løsning, samtidig som hun tilrettelegger for en fremdrift i elevens arbeid.

I klasserommet til Dina står hun ved en gruppe hvor en elev har forklart resten av gruppen sammenhengen mellom brøken en todel, og å dividere på to, og brøken en tredel og å dividere på tre. De andre på gruppen er usikre på forklaringen og Dina ber eleven forklare en gang til.

E4: Vi ville bruke en todel av et tall og en tredel av et tall...Å finne en todel er det samme som å dele på to. Mens å finne en tredel da finner vi ehh...da deler vi på tre. Det er det samme som å dele på tre.

LD: Ja, en todel er det samme som å dele på to og en tredel er det samme som å dele på tre.

Utdrag 10

Dina kommer med et bidrag i dialogen etter at eleven har forklart hvilke tall de har funnet som løsning på utfordringen og hvordan de kom frem til disse tallene. Ved å komme med bidrag i dialogen poengterer Dina viktige idéer i elevens forklaring og kobler sammen begrepene to- og tre-del med divisjon.

Det at Dina trekker frem det eleven sier og i tillegg kopler sammen divisjon med tallet i brøkens nevner, har likheter til samtaletrekket *poengtere* (Drageset, 2014, s. 297) som omhandler å poengtere viktige deler i elevutsagn.

I et annet klasserom står Bethine og lytter til hva en gruppe elever diskuterer.

E12: Det skulle vært syv rundinger og åtte stjerner. Ehh... (3 sek) Nei, det måtte ha vært syv rundinger og syv stjerner (elev viser på tegningene ved å holde to fingre for å vise hvordan brikkene måtte ligge for at det skulle ha gått).

LB: Hvorfor det?

E12: Jo fordi da må den ligge sånn og sånn og sånn og sånn (viser med to fingre på brett nummer fire hvordan stjernene og sirklene hadde gått opp hvis det hadde vært like mange).

LB: Så skjønner jeg deg rett at det skulle ha vært like mange sirkler som stjerner for at det her skulle gått?

Utdrag 11

Eleven argumenterer for hvilke brett som kan legges og hvilke som ikke kan legges med en bestemt brikke, gjennom at det må være samme antall sirkler og stjerner på brettet for at brettet skal kunne legges. Bethine oppsummerer argumentet til eleven om at likt antall av de to geometriske figurene er avgjørende for å kunne legge de ulike brettene. Ved å gjøre dette fokuserer lærer på det viktigste i elevens utsagn ved å sammenfatte hva eleven har sagt.

Bethine sammenfatter det eleven har sagt og tilrettelegger for at eleven skal forstå hvorfor det han sier er riktig, noe som har likheter med samtaletrekket *oppsummere* fra Drageset (2014, s. 297) som handler om at lærere gjennom oppsummering får frem detaljer av betydning de vektlegger i dialogen med elevene.

Utdragene viser tre ulike måter for hvordan lærerne og andre elever fikk tilgang til hva elever tenkte som alle er posisjoner under Drageset et al. (2021, s. 8) hovedkategori *fokusere på detaljer av betydning* fordi lærerne trekker frem viktige poeng i samtalen med elevene.

Tabell 8

Prosentvis fordeling fokusere på detaljer av alle lærerposisjoner faseinndelt

	1.filming	2.filming
Iscenesettelsesfase	3%	7%
Gjennomføringsfase	2%	13%
Oppsummeringsfase	6%	22%

Tabellen viser opptelling av alle utsagn fremstilt i prosent knyttet til lærerposisjonen *fokusere på detaljer* som viser en økning mellom første filming (før vi begynte) og andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført). Økningen er størst i gjennomføringsfasen og oppsummeringsfasen, men det er også en stor økning i iscenesettelsesfasen.

#### 4.1.4 Få tilgang til og dele elevtenking

I klasserommet er Carl i samtale med eleven rundt oppgaven antall kamper en spiller har scoret to mål i og vi hører følgende.

LC: Hva du tenkte?

E13: Jeg skjønnte ikke.

LC: Okei.

E13: Ehh...fordi jeg vet ikke om svaret er det, men sånn jeg delte tjue på to fordi at i halvparten av kampene hun scoret et mål ikke sant.

Utdrag 12

Carl spør eleven hva han har tenkt. Ved å spørre eleven hva han har tenkt får eleven delt sin tanke.

Ved å etterspørre elevens tenkning tilrettelegger Carl for at eleven får delt sin matematiske tenkning som har likheter med samtaletrekket til Fraivillig et al. (1999, s. 154) å *fremkalle elevtenking* hvor han skriver at lærer oppmuntrer elevene til å komme med forslag og videre kan bestemme hvilke det skal fokuseres på i samtalen.

Bethine står ved en gruppe elever hvor én elev akkurat har argumentert for at ett av brettene som skal legges med en spesiell brikke ikke går å legge og hun sier følgende.

LB: Hva var det du fant ut nå elev 4?

E4: At ehh...Den og den må man ikke ta oppå hverandre. For det ikke den og den og den (peker med fingrene).

LB: Okey, så du tenker dem har brukt den her brikken for å løse det her første brettet?

Men...Er det noen andre av de her du tenker elev 5 han kan ha lagt?

E5: (trekker på skuldrene) ehh...(5 sek) Jeg tenker kanskje den, men vi har, vi har ikke sjekket den enda (peker på et nytt brett).

Utdrag 13

Elev4 forklarer at brikkene ikke må legges oppå hverandre slik at mønsteret endres. Bethine spør elev5 på gruppen hvilke andre brett Rudolf kan ha lagt. Ved å gjøre det inviteres en annen elev til å komme med et annet forslag og på den måten kan Bethine å få tilgang til hva denne eleven har tenkt.

Bethine spør elev5 om han har et annet forslag om hvilke brett Rudolf kan lage, og får dermed tilgang til hva elev5 har tenkt. Det Bethine gjør har likheter med samtaletrekket *invitere* fra da Ponte og Quaresma (2016, s. 54) hvor de skriver at lærere gjennom å invitere andre elever inn i dialogen får tilgang til flere elevers idéer.

I et annet klasserom står en gruppe og jobber med å finne tall hvor summen av en todel av det ene tallet og en tredel av det andre tallet blir 25. Dina står ved gruppen og lytter.

E4: En todel der det blir femten, en tredel der det blir ti. Så det er ikke...

E5: Å ja...Ja nå husker jeg.

LD: Vet du (elev 5) hvorfor han har tatt tretti delt på tre?

E5: Nei.

LD: Elev 4 kan du prøve å forklare han det? Hvorfor deler du tretti på tre?

Utdrag 14

Dina henvender seg til en av elevene på gruppen som ikke kan forklare hvorfor elev4 dividerer tretti på tre. Lærer ber elev4 om å forklare at det å finne en tredel av et tall er det samme som å dividere tallet på tre. Dina legger, ved å gjøre dette, opp til at en elev skal dele sine tanker med en annen elev rundt detaljen sammenhengen brøk og divisjon.



Dina tilrettelegger for at eleven forklarer detaljer, retter fokus på matematiske detaljer noe som har likheter med det Drageset (2014 s. 294) skriver om at lærere gjennom å be elever begrunne detaljer ved sine idéer får tilgang til hva elevene tenker noe han kaller *belyse detaljer*.

Utdragene viser tre ulike måter for hvordan lærerne og andre elever fikk tilgang elevenes tanker som alle er posisjoner under Drageset et al. (2021, s. 8) hovedkategori *få tilgang til og dele elevtenking* fordi lærerne involverer elevene aktivt i dialogen.

Tabell 9 Prosentvis fordeling tilgang til elevtenking av alle lærerposisjoner faseinndelt

	1.filming	2.filming
Iscenesettelsesfase	6%	12%
Gjennomføringsfase	8%	17%
Oppsummeringsfase	10%	17%

Tabellen viser opptelling av alle utsagn fremstilt i prosent knyttet til lærerposisjonen *få tilgang til og dele elevtenking* som viser en cirka dobling i posisjonen hos lærerne i de to første fasene mellom første filming (før vi begynte) og andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført).

#### 4.1.5 Bruke eller utvide elevidéer

Elevene jobber med oppgaven å gruppere ulike figurer etter egenskaper. Bethine står og ser i kladdeboken til eleven.

E6: Jeg har gjort sånn (viser i kladdeboka).

LB: Klarer du å finne en annen måte? Ikke visk det her ut, men prøv du å dele dem inn i en annen måte.

Bethine foreslår om figurene kan deles inn på en annen måte etter eleven har vist hvordan han har løst oppgaven. Ved å gjøre dette oppmuntres eleven til å finne alternative måter å løse oppgaven på.

Bethine spør eleven om alternative løsningsmetoder som tilrettelegger for at eleven kan få en større fleksibilitet i løsningsstrategier, noe som har likheter med samtaletrekket til Fraivillig et al. (1999, s. 162) *utvide elevtenking* fordi Bethine oppmuntrer eleven til å vurdere sammenhenger mellom ulike metoder, gjennom å be eleven finne flere måter å dele inn tallene på.

I klasserommet står Bethine sammen med en annen gruppe som diskuterer brett som kan legges, og ikke kan legges, med en spesiell brikke.

LB: Så det var det her brettet som ikke gikk? (peker på brett nummer fire).

E12: Ja.

LB: (Peker på brettet som ikke gikk) Hva er det som er så spesielt med den her brikken, eller det her brettet som ikke gikk da?

E12: Jo fordi her blir det en, to, tre, fire, fem, seks, syv sånne, og en, to, tre, fire, fem, seks sånne (peker på stjernene og sirklene på brett nummer fire).

Utdrag 16

Den ene eleven har kommet frem til at brett nummer fire ikke kan legges. Bethine spør gruppen hva som er så spesielt med den brikken eller brett nummer fire som gjorde at det ikke gikk å legge. Utdrag 16 viser hvordan Bethine, gjennom å spørre det spørsmålet, inviterer elevene til å resonnerer over symmetrien på brettet.

Gjennom at Bethine tilrettelegger for at eleven skal resonnerer rundt det spesielle med brettet eller brikken som ikke gikk, det argumentet eleven akkurat hadde presentert, har det Bethine gjør likheter med samtaletrekket *oppmuntre til resonnering* fra Cengis et al. (2011, s. 363) fordi eleven må tenke over hvorfor det ikke gikk å legge brettet med brikken.

I et annet klasserom står Carl ved en gruppe som jobber med antall kombinasjoner av en mengde drops et antall personer har. Gruppen har ikke kommet frem til antall kombinasjoner og tavlen er fulltegnet med streker, personer og drops.

LC: Jaehh...Det er litt flere og det er kanskje litt lett å miste oversikten.

E11: Hmm...

LC: Hæ?

E11: Ja.

LC: Ja.

E11: Jeg syntes det var kjempefint.

E13: Dem har tabell. Du ser tall, tall, tall, tall, tall, så der.

LC: Er det det?

Utdrag 17

Elev13 sier at en annen gruppe har tabell og at den er fylt med bare tall. Carl svarer elevene med spørsmålet «er det det?». Ved å spørre dette spørsmålet tilrettelegger lærer slik at elevene kan reflektere over tanken om tabell og kun tall.

Carl tilrettelegger for at eleven skal tenke over det eleven observerer med tabell og kun tall for fremdrift i oppgaven. Det Carl gjør ligner samtaletrekket *oppmuntre til refleksjon* fra Cengis et al. (2011, s. 361) fordi eleven setter i gang en tankeprosess over om tabellen som inneholder bare tall er nyttig i arbeidet med å løse oppgaven.

Samtaletrekkene er alle i hovedkategorien for lærerposisjonen *bruke eller utvide elevidéer* fra Drageset et al. (2021, s. 9) fordi de viser tre ulike måter for hvordan elevene fikk muligheten til å tenke over og vurdere egne svar gjennom at lærerne tilrettela utforskende diskusjoner basert på elevenes egne tanker og løsninger.

Tabell 10 Prosentvis fordeling bruke/utvide elevidéer av alle lærerposisjoner faseinndelt

	1.filming	2.filming
Iscenesettelsesfase	0%	19%
Gjennomføringsfase	5%	13%
Oppsummeringsfase	3%	13%

Tabellen viser opptelling av alle utsagn fremstilt i prosent knyttet til lærerposisjonen *bruke eller utvide elevidéer* som viser en markant økning hos lærerne i alle fasene mellom første filming (før vi begynte) og andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført). I iscenesettelsesfasen var dette en posisjon vi ikke observerte ved første filming.

#### 4.1.6 Utfordre idéer

I et klasserom står Bethine og lytter til en gruppe som diskuterer at det ene brettet har et mønster lik det brikken har. Brettet kan ikke lages fordi det er ulikt antall sirkler og stjerner på brettet.

LB: Kan han ha brukt kun sånne brikker til å pusle den (peker på en figur).  
E6: Nå så jeg det (går mot tavla og viser med fingrene).  
LB: Ja, nå så du det.

Utdrag 18

Bethine spør gruppen om et av brettene kan lages ved å kun bruke den ene brikken som har geometriske figurer plassert på en spesiell måte. Ved at lærer spør elevene dette spørsmålet får elevene mulighet til å endre retning i prosessen mot en løsning.

Bethine stiller eleven et spørsmål som har likheter med samtaletrekket *korrigerende spørsmål* til Drageset (2014, s. 290) fordi Bethine gjennom spørsmålet tilrettelegger for at eleven skal endre retning i arbeidet med utfordringen.

I et klasserom har en elev kommet inn og stilt seg ved et av bordene med sjokolade og Anders sier følgende.

LA: Elev 4 har du sett hvor mange sjokolader det ligger der?  
E4: ehh...(Går bort til et bord).  
LA: Ja, men enn om det er noen flere sjokolader der da. Skal du gå å se da.

Utdrag 19

Ved at Anders spør eleven, men om det er flere sjokolader på et annet bord, stiller han elevene et hypotetisk spørsmål. Ved å gjøre dette åpner lærer opp for at eleven skal utforske alternative valgmuligheter.

Anders stiller eleven et spørsmål som ligner samtaletrekket Alrø og Skovsmoses (2006, s. 122) *utfordre* hvor lærer utfordrer elevene gjennom hypotetiske spørsmål som åpner opp muligheten for at eleven skal utforske alternativer i utfordringen, hvis eleven aksepterer utfordringen. Det Anders gjør ligner fordi lærer åpner opp for at elevene skal tenke på om det kan være flere sjokolader på et annet bord og dermed vurdere om han skal gå dit.

I et annet klasserom har Carl deltatt i og lyttet til diskusjoner hos mange av gruppene som jobber med oppgaven som omhandler kombinatorikk. Mange av gruppene har begynt å gjøre andre ting og tavlene er fulle av streker og tegninger. Carl tar en time-out i klassen og sier.

LC: ehh...En liten stopp nå...Nå er det veldig mange som tegner veldig mange drops. Ehh...Jeg tipsa dem om å ehh...Lage en tabell. For å rydde litt sånn at man ikke mister kombinasjoner. Hvis man ehh...Det er mange som har veldig mye...Mange kombinasjoner da er det vanskelig å holde oversikten sånn at man får med alle.
--

Utdrag 20

Carl tipser elevene om å rydde gjennom å lage en tabell. Ved å gjøre dette utfordres elevene til å representere kombinasjonene ved hjelp av en annen representasjonsform.

Gjennom å tipse elevene om å benytte en annen representasjonsform for videre fremdrift i oppgaven ligner det med det Drageset (2014, s. 291) skriver om å *foreslå ny strategi* for å få elevene videre i arbeidet, fordi elevene får muligheten til å bruke en annen strategi i videre arbeid med oppgaven.

Utdragene over viser tre ulike måter lærerne utfordret elevene på for at de skulle forsøke nye metoder eller finne andre løsninger som er posisjoner under Drageset et al. (2021, s. 9) hovedkategori *utfordre idéer* fordi alle tre handler om å få en retningsendring i elevenes arbeid.

Tabell 11

Prosentvis fordeling utfordre idéer av alle lærerposisjoner faseinndelt

	<b>1.filming</b>	<b>2.filming</b>
Iscenesettelsesfase	4%	12%
Gjennomføringsfase	0%	12%
Oppsummeringsfase	2%	6%

Tabellen viser opptelling av alle utsagn fremstilt i prosent knyttet til lærerposisjonen *utfordre idéer* som viser en markant økning mellom første filming (før vi begynte) og andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført). I gjennomføringsfasen observerte vi ikke posisjonen ved første filming.

#### 4.1.7 Endring i lærerposisjoner

Tabellen på neste side viser fordelingen i Drageset et al. (2021, s. 42) lærerposisjonskategorier for alle lærerne som én enhet. Tabellen er inndelt i iscenesettelsesfase, gjennomføringsfase og oppsummeringsfase, og videre inndelt i første og andre filming. Tabellen viser andel minutter i prosentvis fordeling for de tre ulike fasene. Andel minutter inneholder de fire lærernes sammenlagte tidsbruk ved hver filming. Den prosentvise fordelingen av de seks lærerposisjonene viser de fire lærerne samlet ved begge filmingene. Endringene i lærerposisjonene vises i absolutt prosentpoeng (pp.) innenfor de tre ulike fasene. Avvik av utregninger i tabellen skyldes avrundinger til heltall. Nedgang og økning i prosentpoeng markeres i tabellen som henholdsvis røde og grønne celler.

Tabell 12

Totaloversikt over lærernes posisjoner i matematikkundervisningen

Andel minutter	Iscenesettelsesfase			Gjennomføringsfase			Oppsummeringsfase		
	Film		Endring i Pp. (Absolutt)	Film		Endring i Pp. (Absolutt)	Film		Endring i Pp. (Absolutt)
	1. %	2. %		1. %	2. %		1. %	2. %	
	13	12	<b>-1</b>	37	72	<b>+35</b>	50	16	<b>-34</b>
<b>Lærerposisjoner</b>									
Fortelle eller informere elevene	45	21	<b>-23</b>	36	11	<b>-25</b>	23	5	<b>-18</b>
Støtte og lede	42	29	<b>-13</b>	49	35	<b>-14</b>	55	37	<b>-19</b>
Fokusere på detaljer	3	7	<b>+4</b>	2	13	<b>+10</b>	6	22	<b>+16</b>
Få tilgang til og dele elevtenking	6	12	<b>+6</b>	8	17	<b>+9</b>	10	17	<b>+7</b>
Bruke eller utvide elevidéer	0	19	<b>+19</b>	5	13	<b>+8</b>	3	13	<b>+11</b>
Utfordre idéer	4	12	<b>+7</b>	0	12	<b>+12</b>	2	6	<b>+4</b>
<b>Totalt</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>101</b>	<b>0</b>	<b>99</b>	<b>100</b>	<b>1</b>

Note Tabellen er trefaseinndelt basert på Blomhøjs (2021) ulike faser i undersøkende matematikkundervisning. Den viser prosentvis fordeling av lærerposisjoner fordelt på hovedkategoriene til Drageset et al. (2021, s.42) og andel tid gjennom prosentvis fordeling ved begge filmingene. Endring fra første til andre filming vises i prosentpoeng. Avvik i prosentpoeng skyldes avrundinger til heltall, mens avvik der det sammenlagt opprinnelig skal vise 100% skyldes avrundning til heltall i alle celler.

Av tabellen vises det at lærerne har en nedgang i to lærerposisjonskategorier; *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede (elevene mot et svar)*, under alle de tre fasene i undervisningen. Dette tyder på at lærerne totalt sett forteller, demonstrerer og informerer mindre i løpet av alle fasene i undervisningen.

De øvrige hovedkategoriene for lærerposisjoner; *fokusere på detaljer*, *få tilgang til og dele elevtenking*, *bruke eller utvide elevidéer* og *utfordre idéer* har en økning fra første filming (før vi begynte) til andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført). Det indikerer at lærerne i større grad fokuserer på detaljer i undervisningen, i flere tilfeller får frem elevenes tanker og inviterer elevene inn i samtaler hvor lærerne i større grad bruker elevenes tanker for å utvide forståelse for matematiske idéer, gjennom refleksjon og resonnering. I tillegg utfordrer lærerne elevene i større grad ved andre filming, spesielt i gjennomføringsfasen, hvor vi ved første filming ikke observerte at elevene ble utfordret.

Av tabellen vises det også at lærernes fordeling i tid i de ulike fasene har endret seg. Det er en nedgang i to faser som fører til en økning i gjennomføringsfasen. Det indikerer at lærerne ved andre filming står lengre i gjennomføringsfasen, mens tiden iscenesettelsesfasen varer, er tilnærmet lik. Følgelig er det oppsummeringsfasen som er den fasen lærerne ved andre filming bruker markant mindre tid på. Ved første filming besto 50 % av undervisningstiden i gjennomgang av oppgaver, mens gjennomføringsfasen var 37% av total undervisningstid hos lærerne, mot 72% ved andre filming. Analysen indikerer dermed at, hvordan lærerne prioriterer tidsbruken i undervisningen har endret fokus.

Frem til nå er det hvordan lærerne posisjonerer seg i kommunikasjonen med elevene som er analysert for å besvare problemstillingen. I de neste tre kapitlene presenteres en analyse av matematikkundervisningen til lærerne i begge filmingene, gjennom kjennetegnene til Blomhøj (2021) for undersøkende matematikkundervisning, tidvis gjennom lærerposisjoner til Drageset et. al (2021, s. 42).

## **4.2 Iscenesettelsesfasen**

Iscenesettelsesfasen i lærernes matematikkundervisning tar utgangspunkt i følgende kjennetegn for analyse; *overdragelse av utfordring til elevene, etablere felles forståelse, etablere didaktisk miljø gjennom tidsmessige, praktisk rammer, og suksesskriterier* hentet fra Blomhøj (2021). I tillegg vil Drageset et al. (2021, s. 8) lærerposisjon *få tilgang til og dele elevtenking* benyttes under kjennetegnet *etablere felles forståelse*, fordi det omhandler hvordan lærer posisjonerer seg for å få frem en felles forståelse hos elevene rundt utfordringen.

### **4.2.1 Overdragelse av utfordring og suksesskriterier**

Utdraget under viser overdragelse av utfordring og formidling av suksesskriterier.



I klasserommet til Anders har økta startet og elevene sitter ved pultene sine.

LA: ehh...(5 sek) Da har jeg en utfordring til dere i dag. Det er om å gjøre å skaffe seg mest mulig sjokolade. Og hvis det er noen som ikke tåler sjokolade så har jeg noe til dere også.

E2: Skal vi få sjokolade?

E3: Selvfølgelig tåler jeg sjokolade.

E4: Men får man sjokoladen?

LA: Ja, dere får spise sjokoladen når alle har stilt seg ved den pulten de vil stå ved. Sjokoladen skal deles med alle som står ved pulten.

Utdrag 21

Anders sier til elevene at han har en utfordring til dem, der det er om å gjøre å skaffe seg mest mulig sjokolade. Elevene viser interesse og stiller spørsmål. Anders formidler også hva elevene må gjøre for å oppnå målet med utfordringen gjennom å poengtere at elevene må bestemme seg for hvilket bord de skal stå ved. Ved å gjøre dette overdrar Anders til elevene at de skal løse praktisk likedeling av sjokolade som er utfordringen og videre formidler han hvordan de oppnår suksess i utfordringen.

Ved at Anders gir elevene en praktisk utfordring, er det han gjør, lignende det Blomhøj (2021, s. 291) skriver om at felles opplevelser i en praktisk situasjon motiverer elevenes undersøkende arbeide ved at det gir mening for dem, og følgelig kan en undring skapes hos elevene som gjør at elevene *overdrar utfordringen*. Videre *formidles suksesskriteriene* til elevene ved å poengtere at de må stå der de tror de får mest sjokolade og elevene får følgelig vite hva som oppfyller kravene i oppgaven. Det Anders formidler og poengterer er likt det Blomhøj (2021, s. 291) skriver om at suksesskriterier handler om at elevene skal vite hvilke kriterier som oppfyller kravene til utfordringen.

*Overdragelse av utfordring* ble observert én gang i første filming og fire ganger i andre.

*Formidling av suksesskriterier* ble observert fire ganger i første filming og fire i andre.

## 4.2.2 Etablering av felles forståelse

Dina har startet økten med å fortelle hvordan de praktisk skal jobbe denne økta før hun sier følgende.

LD: Finn to tall. De tallene skal være slik at hvis du regner en todel av det første tallet og etterpå legger til en tredel av det andre tallet så skal vi få tallet tjuefem når vi legger sammen. Er det noen som skjønnte hva som sto der? ... (8 sek).

E2: Ehh... Vi skal finne to tall som når vi plusser dem sammen får vi tjuefem.

LD: Ja er det de to tallene vi skal finne?

E5: Nei vi skal finne en todel av et tall og en tredel av et annet tall og plusser vi sammen det skal vi få tjuefem.

E3: Men kan vi velge hvilket som helst tall?

LD: Ja kan dere det ... (5sek) det er det dere nå skal jobbe sammen om å finne ut av i gruppen.

Utdrag 22

Dina leser oppgaven høyt til elevene før hun spør elevene om de forstod hva de skulle gjøre i oppgaven. Ved å gjøre dette inviterer Dina elevene inn i en dialog om utfordringen de skal jobbe med. Elevene kommer med innspill rundt hvordan de forstår oppgaven og Dina stiller spørsmålene tilbake til klassen. Det gjør at Dina og klassen i fellesskap snakker om hvordan oppgaven forstås.

Dina aktiverer elevene til å snakke om hvordan de forstår utfordringen som har likheter med Drageset et al. (2021, s. 8) lærerposisjon å *få tilgang til og dele elevtenkning*. Lærerposisjonen tilrettelegger for å skape en felles forståelse for det elevene skal jobbe med, som er likt det Blomhøj (2021, s. 291) skriver om å skape dialog med klassen rundt hvordan de forstår situasjonen. Dina skaper dialog med klassen gjennom å spørre elevene hvordan de forsto oppgaven. Blomhøj skriver at lærer skal få frem hvordan elevene tenker det er viktig for dem å jobbe med utfordringen. Dina får frem elevenes forslag når hun støtter oppunder at elevene skal utforske tall i samarbeid i gruppen. Det Dina gjør er likt det Blomhøj (2021, s. 291) betegner som dialogen lærer har med elever rundt forståelse av oppgaver og å få frem tankene elevene har rundt hvordan de tenker det er viktig å jobbe med utfordringen. Han betegner en slik dialog som å *etablere felles forståelse*.

*Etablering av felles forståelse* ble observert tre ganger i første filming og syv ganger i andre.

### 4.2.3 Tidsmessige og praktiske rammer

I klassen til Anders skal elevene jobbe med en oppgave som er hentet fra læreverkets smartbok, står på smartboarden og omhandler rangering av tall etter ulike egenskaper.

LA: Da trenger dere skrivebok, blyant og linjal...(20sek).  
LA: Åpne skriveboka dere skal ha en marg på siden i boka.  
LA: Har alle en marg. Gutta, har dere boka? (gutta nikker).

Utdrag 23

Anders er opptatt av at skolemateriellet som skrivebok, blyant og linjal er klart og god orden i skriveboken. Gjennom fokuset på kontekst og formalia, som skrivebok, blyant og god orden, gjør Anders det klart hva som må være på plass før elevene kan begynne arbeidet.

Anders har fokus på formalia og kontekst før oppgaveløsning som er likt det Blomhøj (2021, s. 291) beskriver som *formidling av tidsmessige og praktiske rammer* fordi det formidles hvordan elevene praktisk skal skrive i kladdeboka og hva elevene trenger av utstyr.

*Formidling av tidsmessige og praktiske rammer* ble observert fire ganger i første filming og fire i andre.

### 4.2.4 Etablering av didaktisk miljø

I klasserommet til Dina har elevene satt seg på plassene sine i klasserommet og økta skal starte. Dina starter med å si følgende.

LD: Nå blir det tilfeldig grupper. Vi skal ha en oppgave der vi skal utforske og finne ut av ting.  
E1: Skal vi bruke boka?  
LD: Nei. Vi skal samarbeide i grupper og vi skal bruke vertikale tavler og vi kan også bruke ark hvis vi vil det.

Utdrag 24

Dina etablerer et miljø for samarbeid ved å dele inn elevene i tilfeldige grupper, og ber elevene jobbe på vertikale tavler for å utforske en oppgave.

Inndeling av elevene i tilfeldige grupper har likheter med det Liljedahl (2021, s. 44) beskriver som det beste for samarbeid rundt matematiske utfordringer gjennom trekking av *tilfeldige*

grupper. Det at Dina lar elevene jobbe på vertikale tavler sammenfaller med Liljedahl (2021, s. 61) som skriver at *vertikale tavler* er den beste arbeidsplassen for elever fordi de jobber stående og dermed står lengere i oppgaven, er mer deltakende og har flere diskusjoner i gruppen. Det Dina gjør er likt det Blomhøj (2021, s. 291) skriver om *etablering av didaktisk miljø* gjennom formidling av tidsmessige og praktiske rammer fordi det etableres et didaktisk miljø som tilrettelegger for aktive, deltagende og samarbeidene elever i et utforskende arbeid.

*Etablering av didaktisk miljø* ble observert fire ganger i andre filming.

#### 4.2.5 Utvikling i iscenesettelsesfasen

Tabell 13 under viser frekvensen av kjennetegnene i Blomhøjs (2021, s. 290) trefasemodell for undersøkende matematikkundervisning, ved første og andre filming.

Tabell 13      *Kjennetegn i lærernes iscenesettelsesfase i frekvens*

<b>Iscenesettelsesfasen</b>	<b>Film 1</b>	<b>Film 2</b>
Overdragelse av utfordring til elevene	1	4
Etablere felles forståelse	3	7
Etablere didaktisk miljø	1	4
Formidle tidsmessige og praktiske rammer	4	4
Formidle suksesskriterier	4	4

Av tabell 13 kan det virke som frekvensen er lav ved begge filminger, men det er ikke en høy frekvens som indikerer en utvikling i fasen, fordi formålet til kjennetegnene muliggjøres gjennom at alle kjennetegnene er til stede minst en gang når elevene skal motta en utfordring. Kjennetegnene formidle tidsmessige og praktiske rammer og formidle suksesskriterier fra Blomhøj (2021) er uendret fra første til andre filming. Det er en utvikling i kjennetegnene *overdragelse av utfordring*, *etablering av felles forståelse* og *etablering av didaktisk miljø* for arbeidet, noe som tyder på en utvikling i lærernes iscenesettelsesfase. Utviklingen indikerer en iscenesettelsesfase hvor lærerne i større grad gjør det Blomhøj (2021, s. 291) skriver at læreren skal i undersøkende undervisning, «sette scenen» for elevene slik at de skal fortsette det undersøkende arbeidet.

#### 4.2.6 Diskusjon av lærernes iscenesettelsesfase

Blomhøj (2021, s. 291) skriver at lærere skal skape en situasjon som gir mening for elevene og som tilrettelegger for at elevene selv kan utføre et undersøkende arbeid. For lærerne i dette forskningsprosjektet viser endringen, i kjennetegnet *overdragelse av utfordring*, en utvikling i hvordan lærere overdrar utfordringer til elevene og oppgavene lærerne gir. Utviklingen bidrar til det Blomhøj (2021, s. 290) skriver, at i undersøkende matematikkundervisning, er det helt sentralt at elevene får utfordringer som kan undersøkes ved hjelp av matematikk, eller, i matematikk. For lærerne i forskningsprosjektet bidrar utviklingen innenfor kjennetegnet *overdragelse av utfordring* til at elevene får utfordringer som tilrettelegger for situasjoner som gir mening for elevene og skaper en undring. Dette kan tyde på at lærerne har endret hvilke læringsmiljø de tilrettelegger for i undervisningen ved andre filming. Læringsmiljøet det tilrettelegges for har likheter til læringsmiljøene Skovsmose (2003, s. 149) omtaler som undersøkelseslandskaper innenfor de ulike referansene, «ren» matematikk, «semi-virkelighet» og reelle referanser, fordi lærerne presenterer utfordringer og problemer ovenfor elevene som gjør at hvis elevene aksepterer denne utfordringen, vil de befinne seg i et undersøkelseslandskap. Et slikt læringsmiljø tilrettelegger for undersøkende matematikkundervisning fordi elevene vil være aktive deltagere slik Blomhøj (2021, s. 291) skriver elevene i undersøkende undervisning skal være.

Undersøkende matematikkundervisning skriver Artigue og Blomhøj (2013, s. 809) søker å besvare typiske matematiske spørsmål innenfor de gjeldene læreplanmålene og lærerens oppgave er å legge opp til eleveksperimentering og elevutforskning omkring slike matematiske spørsmål, noe lærerne i forskningsprosjektet i større grad gjør ved andre filming, gjennom *overdragelse av utfordringer* til elevene.

Målet med iscenesettelsesfasen er slik Blomhøj (2021, s. 291) skriver å skape motiver hos elevene for å sette i gang et undersøkende arbeid. Videre skriver han at det derfor er viktig å skape dialog med klassen rundt hvordan de forstår situasjonen og hvordan de tenker det er viktig for dem å jobbe med utfordringen.

Lærerne i dette forskningsprosjektet har en endring i iscenesettelsesfasen fordi kjennetegnet *etablering av felles forståelse* gjennomføres ved andre filming. For lærerne bidrar det til at

forutsetningene er til stede for å etablere undersøkende matematikkundervisning som tilrettelegger for det Blomhøj (2021, s. 291) skriver, aktive elever som finner det undersøkende arbeide meningsfylt. Ved at lærerne tar utgangspunkt i hvordan elevene forstår utfordringene og inviterer elevene til å dele sin forståelse i forkant av arbeidet kan lærerne få avklart begreper og hindringer som ellers kan være ødeleggende for det egentlige arbeide elevene skal foreta seg. Endringene i lærerposisjonene i iscenesettelsesfasen indikerer, med en nedgang på 23 prosentpoeng i lærerposisjonen *fortelle eller informere* elevene at lærerne forteller mindre i fasen. Samtidig har lærerposisjonen Drageset et al. (2021, s. 8) beskriver som *få tilgang til og dele elevtenking* en økning på 6 prosentpoeng som indikerer at lærerne i større grad gjennomfører det de skriver om at posisjonen får frem og deler elevtanker. Ved at lærerne får frem elevtanker i klassen tilrettelegger lærerne for slik Blomhøj (2021, s. 291) skriver, å danne et grunnlag for videre diskusjoner.

Lærerposisjonen *bruke eller utvide elevidéer*, som var fraværende ved første filming, utgjør 19% ved andre filming som gjør at lærerne også gir elevene muligheter for å skape mening i utfordringene gjennom det Drageset et al. (2021, s. 9) beskriver som utforskende diskusjoner. Denne utviklingen, ved at elevene får dele sine første idéer rundt utfordringen med medelever og lærer, vil bidra til det Clemens (2021, s. 25) skriver, å sikre mulighetene for at elevene tar imot utfordringen.

Blomhøj (2021, s. 291) skriver at suksesskriterier gir elevene et mål de kan arbeide mot. For lærerne i dette forskningsprosjektet blir suksesskriteriene bindeleddet mellom rammen de lager rundt problemløsningsaktivitetene, og matematikken som ligger bak, fordi løsninger på utfordringene er suksesskriteriene. Clemens (2021, s. 251) skriver at når elevene mottar oppgaven de skal jobbe med i undersøkende matematikkundervisning skal organiseringen sørge for at elevene benytter hverandre som ressurser og at alle elever kan bidra inn i det sosiale læringsfellesskapet. På bakgrunn av det Clemens (2021) skriver kan lærernes klargjøring av praktiske rammer ved andre filming belyses som en utvikling mot å realisere elevenes muligheter til å bidra inn i sosiale læringsfellesskap som benytter hverandre som ressurser, fordi lærerne organiserer gruppearbeid og sørger for at alle ser alle ved å jobbe på vertikale tavler. De *vertikale tavlene* gir elevene større mulighet for deling av kunnskap og effekten av dette skriver Liljedahl (2021, s. 61) er at læreren ikke lenger vil være eneste kunnskapskilde i klasserommet. Dette tyder på at lærerne i dette forskningsprosjektet har

utviklet deres lærerrolle ved at den går fra det Skånstrøm og Blomhøj (2016, s. 93) betegner som den tradisjonelle lærerrollen til å fungere som en tilrettelegger i iscenesettelsesfasen, som er mer i tråd med den lærerrollen de skriver vil fungere mest optimalt i undersøkende undervisning.

Organiseringen av gruppene i forskningsprosjektet er gjort etter Liljedahls (2021, s. 61) prinsipp med *tilfeldig gruppeinndeling*, noe han skriver fører til større engasjement og tenkende elever. Det kan tyde på at lærerne derfor, gjennom valg av organisering, i større grad tilrettelegger for at elevene skal akseptere invitasjonen til å undersøke, fordi slik Schoenfeld (1989, s. 88) skriver er engasjement drivkraften i problemløsning. Lærerne i dette forskningsprosjektet skaper engasjement som vil vekke elevenes nysgjerrighet, noe som tyder på at deres etablering av et didaktisk miljø har hatt en utvikling i retning av et mer problemorientert undersøkende samarbeidsmiljø, med elever som står sammen om å skape mening i det Schoenfeld (1989, s. 88) skriver, problemer som fanger deres interesse.

### 4.3 Gjennomføringsfasen

Analysen av denne fasen har som bakgrunn to kjennetegn for gjennomføringsfasen i Blomhøjs (2021) trefasemodell for undersøkende matematikkundervisning. De to kjennetegnene er *støtte og utfordring gjennom dialog og tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til elevenes selvstendige arbeid*.

Analyse av kjennetegnet *støtte og utfordring gjennom dialog* foretas gjennom analyse av de seks lærerposisjonene til Drageset et al. (2021, s. 42) som er presentert i kapittel 4.1. Innenfor lærerposisjonene *fortelle eller informere* og *støtte og lede* presenteres det på bakgrunn av datautdrag og analysen i kapittel 4.1.1 og 4.1.2 en inndeling innenfor lærerposisjonene gjennom de ulike støttende samtaletrekkene lærerne i forskningsprosjektet benyttet ved begge filmingene. De ulike samtaletrekkene viser forskjeller innenfor de to lærerposisjonene som gir ulik betydning. De øvrige fire lærerposisjonene; *fokusere på detaljer, få tilgang til og dele elevtenking, bruke eller utvide elevidéer* og *utfordre idéer* skiller ikke på de ulike støttende samtaletrekkene innenfor posisjonen fordi uavhengig av samtaletrekk, vil posisjonene tilrettelegge for at elevene får bidra med tanker, refleksjoner og at elevene blir utfordret i

undervisningen gjennom kjennetegnene *støtte og utfordring gjennom dialog* og *tilstrekkelig med tid frihet og støtte til elevenes selvstendige arbeid*.

Kjennetegnet *tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til elevenes selvstendige arbeid* analyseres på bakgrunn av kjennetegnet *støtte og utfordring gjennom dialog*.

### **4.3.1 Lærernes gjennomføringsfase**

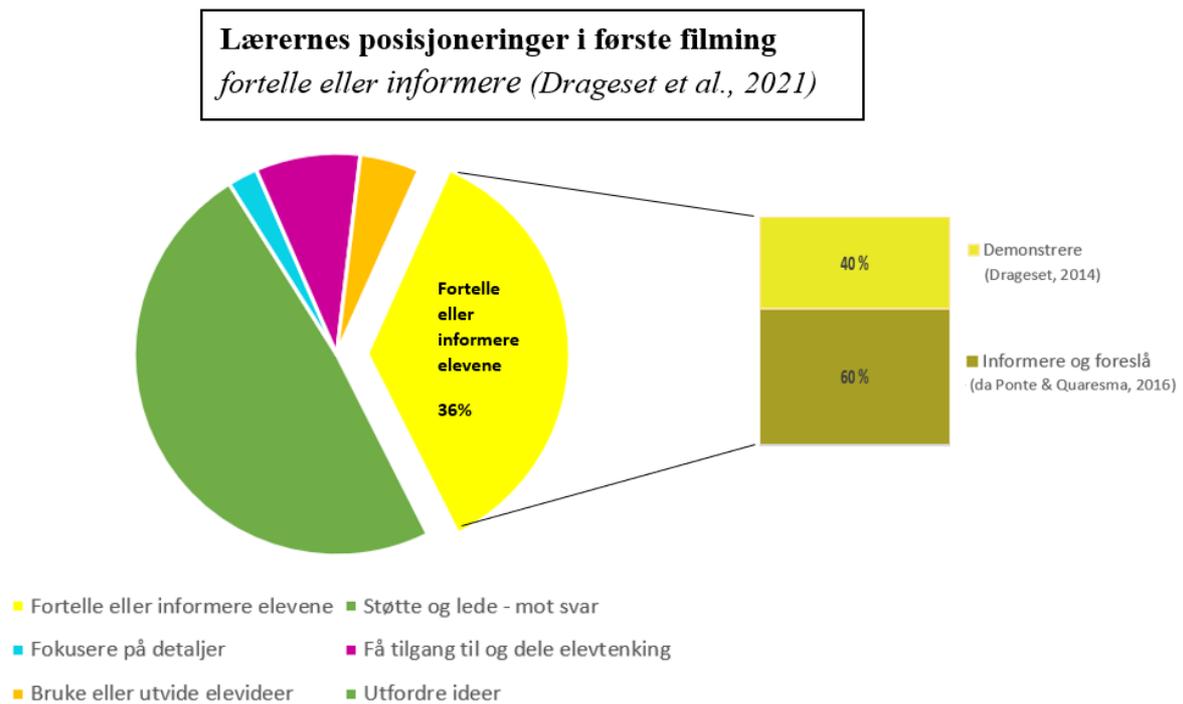
Fra tabell 11 vises det ved første filming at de to lærerposisjonene, *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede*, utgjør 85% av alle posisjonene til lærerne. Den prosentvise fordelingen indikerer at lærerne i stor grad har vært en slags «vandrende fasit» som har løst mange matematikkoppgaver i løpet av første filming, i tillegg til å være aktive støttespillere, da nesten hver andre posisjon (49%) ved første filming fører til at lærerne *støtter og leder* (elevene mot et svar). Ved andre filming har de to lærerposisjonene samlet stått for 46 % av alle posisjoner, en nærmere halvering i antall posisjoner har omhandlet å være en «vandrende fasit» som har løst matematikkoppgaver eller fungert som en støttespiller.

Blomhøjs (2021, s. 292) kjennetegn *støtte og utfordring gjennom dialog* inneholder to aktiviteter lærer skal utføre i undersøkende undervisning, det ene er støtte og det andre er utfordring. På bakgrunn av denne todelingen av kjennetegnet analyseres nærmere de to hovedkategoriene til Drageset et al (2021, s. 42) som gjør at lærer på den ene siden *forteller eller informerer* og på den andre siden *støtter og leder* (elevene mot et svar) for å se etter en mulig utvikling hos lærerne i forskningsprosjektet.



Lærernes posisjon gjennom å *fortelle eller informere* elevene vises ved første (figur 5) og andre (figur 6) filming. Sektordiagrammene og tilhørende søyle er begge fremstilt i prosent. Søylene til høyre i sektordiagrammene viser inndeling i ulike støttende samtaletrekk lærerne benyttet innenfor lærerposisjonskategorien.

Figur 5 Ulike samtaletrekk

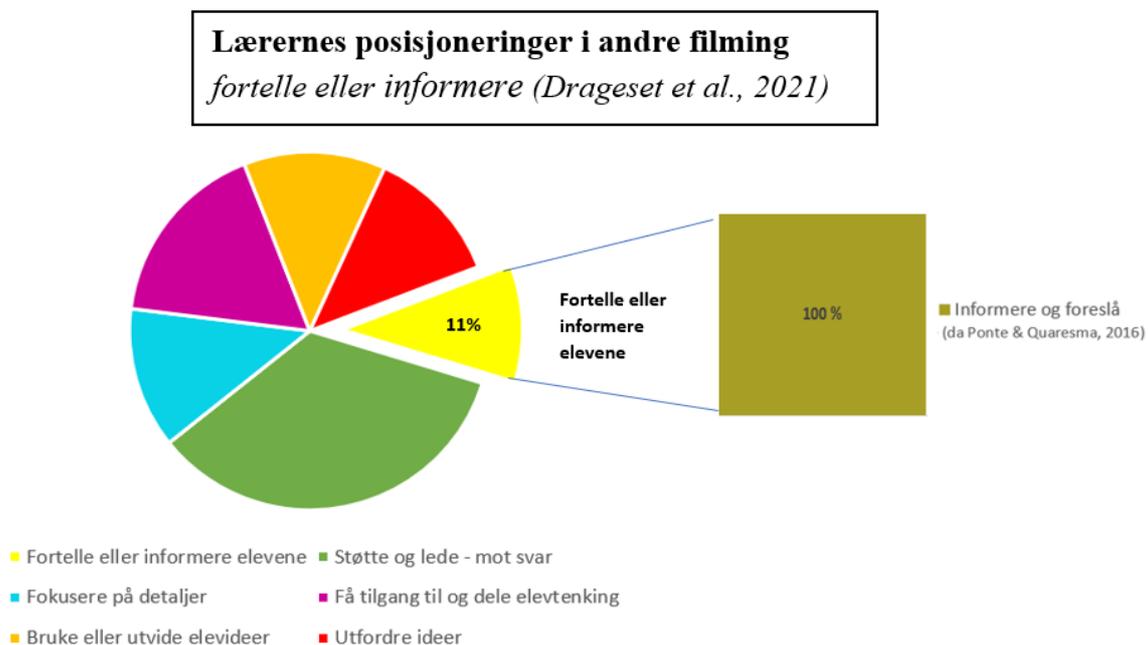


Ved første filming var 36% av alle lærerposisjonene innenfor hovedkategorien *fortelle eller informere* elever.

Innenfor lærerposisjonen var 40% posisjoner gjennom samtaletrekket *demonstrere* og 60% gjennom samtaletrekket *informere og foreslå*, noe som indikerer at lærerne ved første filming gjennomfører en god blanding av demonstrasjon, foreslå løsningsmetoder eller informasjon til elevene.

Figur 6

Ulike samtaletrekk

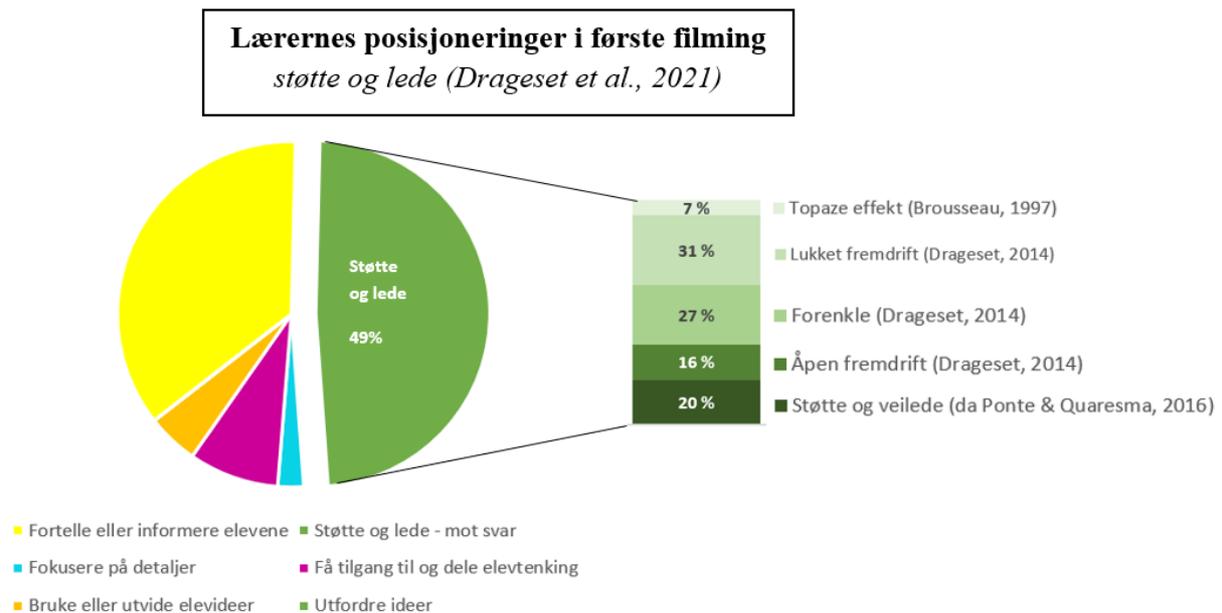


Ved andre filming var 11 % av alle lærerposisjoner innenfor hovedkategorien *fortelle eller informere* elevene, som tilsvarer en prosentvis nedgang på 69% ved andre filming.

Innunder hovedkategorien *fortelle eller informere* var alle posisjonene til lærerne i forskningsprosjektet gjennom samtaletrekket *informere og foreslå*, noe som indikerer at lærerne ved andre filming informerer elevene i undervisningen.

Lærernes posisjoner gjennom å *støtte og lede* (elevene mot et svar) vises ved første (figur 7) og andre (figur 8) filming. Sektordiagrammene med tilhørende søyle er begge fremstilt i prosent. Søylene til høyre i sektordiagrammene viser inndeling i ulike støttende samtaletrekk lærerne benyttet innenfor hovedkategorien og avvik fra 100% skyldes avrundinger til heltall.

Figur 7 Ulike samtaletrekk

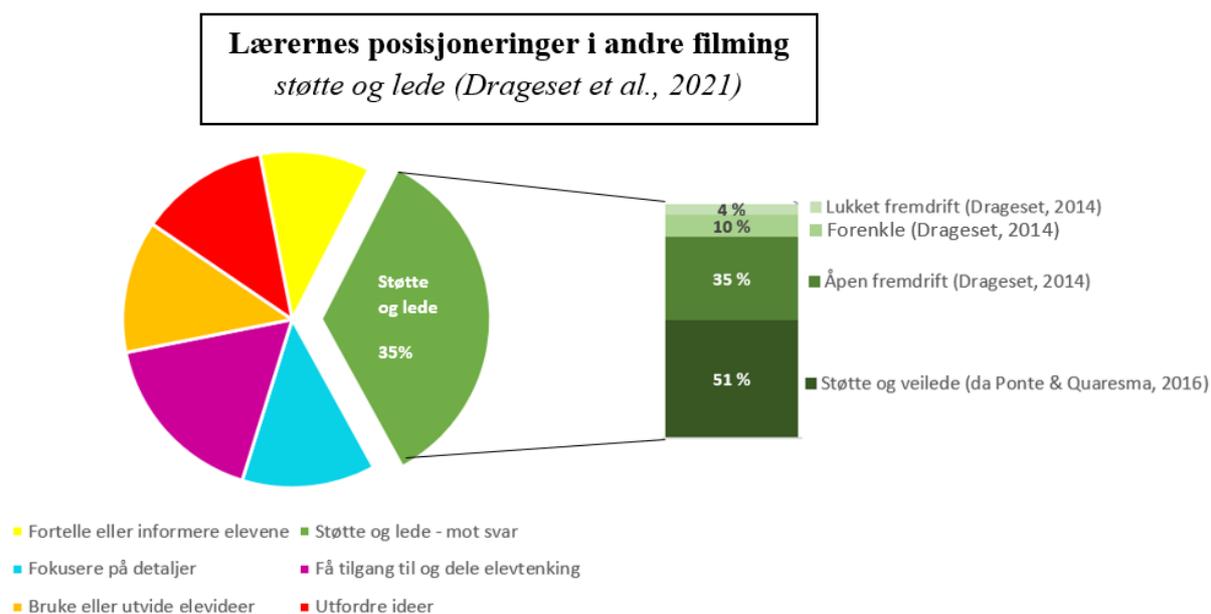


Note Sektordiagrammet viser andelen lærerposisjonen støtte og lede fra Drageset et al. (2021). Samtaletrekkene innenfor hovedkategorien illustreres prosentvis fordelt gjennom søylen til høyre. Avvik fra 100% i søylen skyldes avrundinger til heltall.

Ved første filming var 49% av alle lærerposisjonene innenfor kategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar).

Innenfor hovedkategorien, *støtte og lede* (elevene mot et svar) var 65% av posisjonene til lærerne gjennom samtaletrekkene *lukket fremdrift* (31%), *forenkle* (27%) og *topaze effekt* (7%).

De resterende 36 % av posisjonene var gjennom samtaletrekkene *åpen fremdrift* (16%) og *støtte og veilede* (20%) innenfor hovedkategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar).



Ved andre filming, innenfor hovedkategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar), var andelen lærerposisjoner 35% av totale posisjoner i gjennomføringsfasen. I hovedkategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar) fra første til andre filming er det en prosentvis nedgang på cirka 29% som indikerer at lærerne støtter og leder elevene færre ganger mot et svar ved andre filming.

Ved andre filming innenfor hovedkategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar) er 14% av posisjonene gjennom at lærerne benyttet samtaletrekkene *lukket fremdrift* (4%) og *forenkle* (10%). Samtaletrekket *topaze effekt* er ikke registrert ved andre filming. Den prosentvise nedgangen på cirka 78% indikerer at lærerne har en nedgang i posisjoner som forenkler og gir elevene hint ved andre filming.

Ved andre filming, i gjennomføringsfasen, benyttet lærerne samtaletrekkene *åpen fremdrift* (35%) og *støtte og veilede* (51%). Den prosentvise økningen på henholdsvis 119% og 155% indikerer at lærerne har en økning i posisjoner ved andre filming hvor de ikke peker ut noen retning for elevene og støtter og veileder.

Innenfor Blomhøjs (2021, s. 290) andre kjennetegn under gjennomføringsfasen, i undersøkende matematikkundervisning; *tilstrekkelig med tid frihet og støtte til selvstendig arbeid* viser tabell 11 en økning i andel minutter i gjennomføringsfasen. Ved første filming er andelen 37%, mens ved andre filming 72% av totale minutter undervisning. Den prosentvise økningen betyr at tidsfaktoren, i kjennetegnet *tilstrekkelig med tid, frihet og støtte i det selvstendige arbeidet* er nær doblet i fasen hvor elevene aktivt skal jobbe med utfordringene.

De øvrige hovedkategoriene til Drageset et al. (2021, s. 42) *fokusere på detaljer (+10)*, *få tilgang til å dele elevtenking (+9)*, *bruke eller utvide elevidéer (+8)*, og *utfordre idéer (+12)* har en sammenlagt økning på 39 prosentpoeng ved andre filming. Økningen i prosentpoeng indikerer at lærerne bruker flere elevinnspill underveis i undervisningen, får frem flere viktige detaljer og bruker elevenes innspill for å utvide elevtanker. I tillegg utfordrer lærerne elevene, noe som ikke er registrert ved første filming.

#### **4.3.2 Utvikling i gjennomføringsfasen**

Blomhøj (2021, s. 292) skriver at lærere som skal gjennomføre undersøkende matematikkundervisning må *støtte og utfordre gjennom dialog*, og gi *tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til selvstendig arbeid* i gjennomføringsfasen. Lærerne har nær doblet varigheten på fasen elevene jobber med utfordringer som indikerer en endring i kjennetegnet *tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til selvstendig arbeid*, innenfor faktoren *tilstrekkelig tid*.

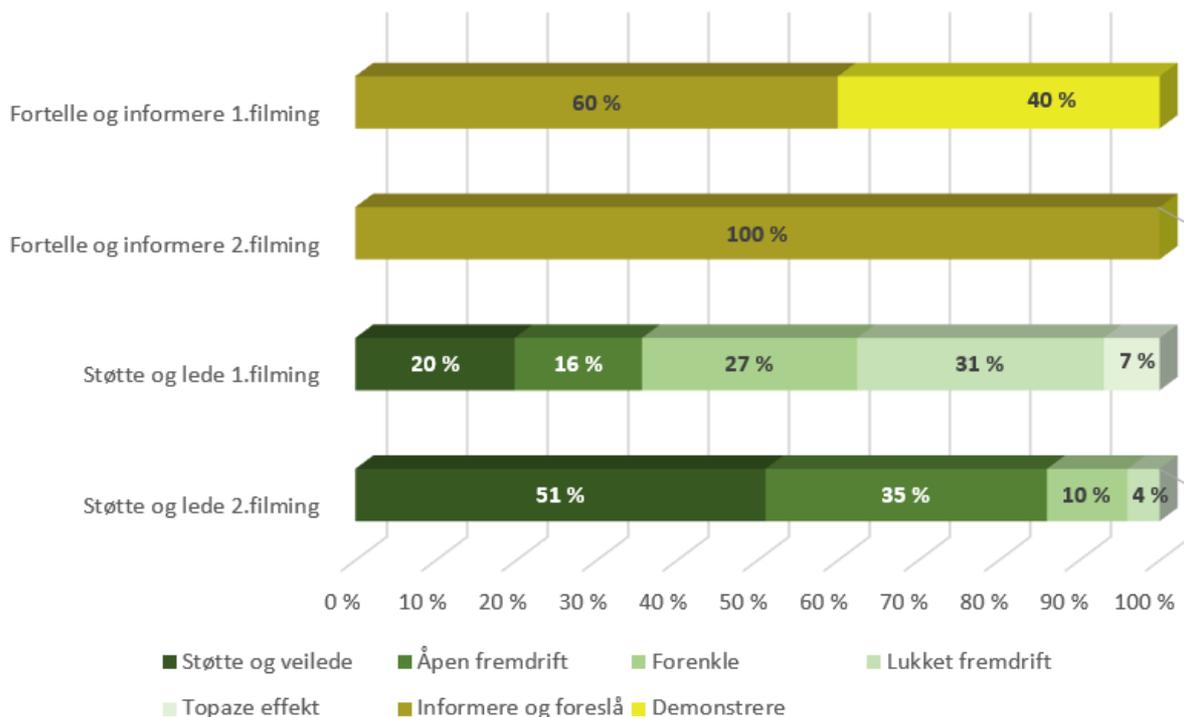
De resterende faktorene i kjennetegnet *frihet og støtte til selvstendig arbeid* må ses i lys av fasens andre kjennetegn *støtte og utfordring gjennom dialog*, hvor lærerposisjoner og ulike støttende samtaletrekk innenfor Drageset et al. (2021, s. 42) hovedkategorier indikerer endringer.

Innenfor hovedkategoriene *fortelle eller informere* elevene og *støtte og lede* viser figur 9 en endring i lærerposisjoner fra første til andre filming. For å oppsummere analysefunnene presentert i forrige delkapittel (4.3.1) viser figur 9 prosentvis fordeling av samtaletrekkene innenfor begge hovedkategoriene i diagrammet, ved begge filmingene, for å kunne se utviklingen i gjennomføringsfasen.

Figur 9

Samtaletrekkene prosentvis fordelt i to hovedkategorier

### Lærerenes bruk av samtaletrekkene *fortelle eller informere* og *støtte og lede* før og etter aksjonssyklusene



Note Prosentvis fordeling av samtaletrekk innenfor to hovedkategorier for lærerposisjoner hentet fra Drageset et al. (2021) før og etter all observasjon og refleksjonssamtaler. Avvik fra 100% skyldes omgjøring til heltall.

Lærerne posisjonerer seg gjennom å informere elevene ved andre filming mens lærerne ved første filming informerte, fortalte og demonstrerte, noe som indikerer at det er en utvikling innenfor det Blomhøj (2021, s. 292) skriver om elevenes frihet og støtte til selvstendig arbeid fordi lærerne som gikk rundt og løste mange matematikkoppgaver er borte ved andre filming, «fasiten» som forteller elevene hvordan de skal gjøre det, er også borte. Blomhøj (2021, s. 292) skriver ingenting om å foreslå eller demonstrere for elevene hvordan de skal løse oppgavene innenfor kjennetegnet *støtte og utfordring gjennom dialog*, nedgangen innenfor *fortelle eller informere* vil derfor tyde på en positiv utvikling, fordi lærerne ikke foreslår eller demonstrerer løsninger for elevene ved andre filming.

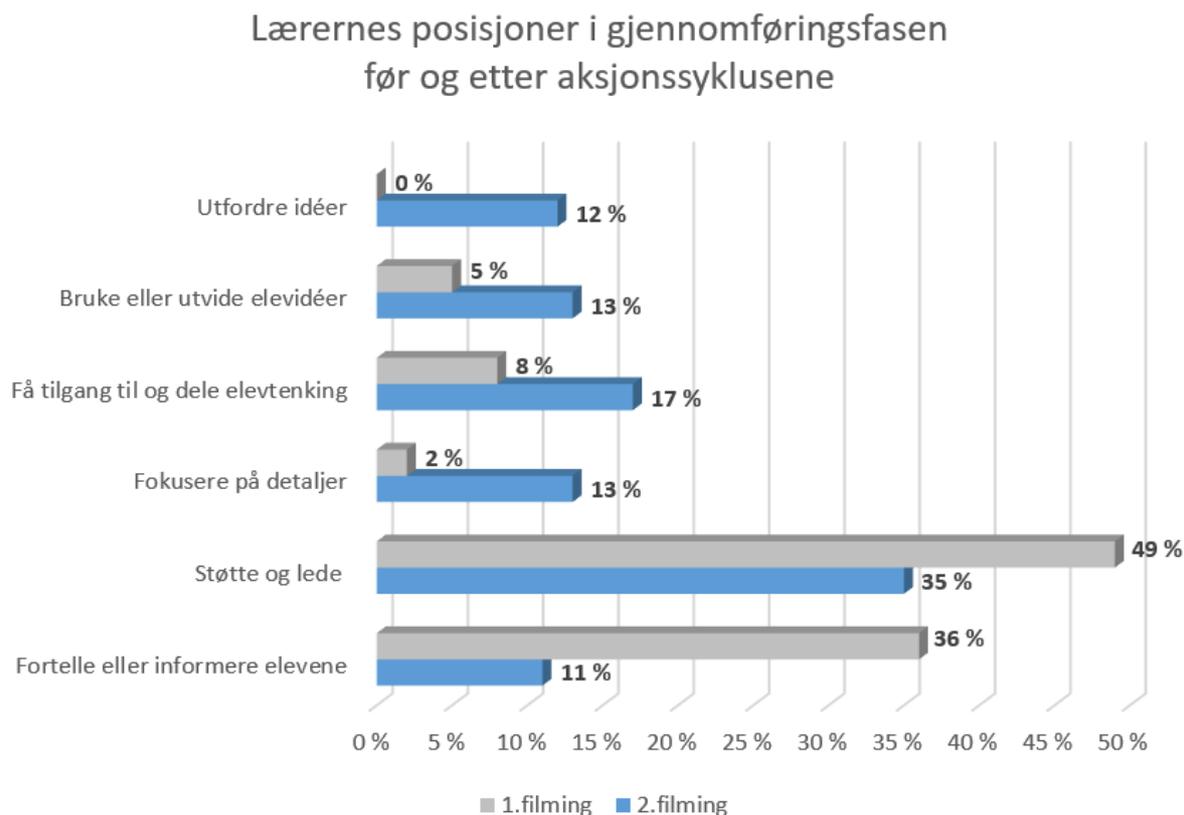
Samtaletrekkene innenfor hovedkategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar) som åpner for støtte og fremdrift, men forenkler de kognitive kravene til elevene, benyttes mindre ved andre

filming. Samtaletrekket som åpner for fremdrift uten forenkling er mer brukt ved andre filming, mens lærernes posisjoner gjennom samtaletrekket støtte og veilede står for halvparten av alle posisjoner til lærerne når de støttet og ledet. For kjennetegnet til Blomhøj (2021, s. 292) *støtte og utfordring gjennom dialog* vil økningen i posisjoner hvor lærerne støtter og veileder indikere en utvikling i faktoren støtte. Økningen i samtaletrekket *åpen fremdrift* kan sees i sammenheng med hvordan lærerne gjennomfører kjennetegnene til Blomhøj (2021, s.292) tilstrekkelig med *tid frihet og støtte til selvstendig arbeid* og *støtte og utfordring gjennom dialog*, fordi økningen indikerer at elevene er mer selvstendig og får mer frihet til arbeid, samtidig som støtten lærerne gir lar elevene få bestemme hvilken vei de ønsker å fortsette fremdriften.

I figur 10 på neste side, presenteres alle lærerposisjoner i gjennomføringsfasen innenfor Drageset et al. (2021, s. 42) hovedkategorier ved begge filmingene i gjennomføringsfasen, for å visualisere analysefunnene for fasen presentert i kapittel 4.1.7. Fremstillingen er i prosent og hver vertikal stolpe representerer andelen posisjoner innenfor de ulike hovedkategoriene enten før (grå stolpe) eller etter (blå stolpe) lærerne hadde observert og deltatt i reflekterende samtaler.

Figur 10

Læreropposisjoner prosentvis fordelt i gjennomføringsfasen



Note Prosentvis fordeling av posisjonskategorier fra Drageset et al. (2021) før og etter all observasjon og refleksjonssamtaler. Avvik fra 100% skyldes avrundinger til heltall.

Det er en økning i posisjoner i hovedkategoriene *fokusere på detaljer*, *få tilgang til å dele elevtenking*, *bruke eller utvide elevidéer* og *utfordre idéer* som indikerer at lærerne tar mer utgangspunkt i elevenes arbeid og tanker i gjennomføringsfasen. Lærerne utfordrer elevene i 12% av alle posisjoner ved andre filming, mot ingen ved første, noe som tyder på at lærerne, for å endre retningen i elevenes arbeid, utfordrer de på nye strategier eller oppgaver. *Fokusere på detaljer* er mer enn femdoblet og *bruke eller utvide elevidéer* er godt over doblet ved andre filming, fordi posisjonene går fra henholdsvis 2% til 13% og 5% til 13%. Dette indikerer at lærerne enten gjennom selv å trekke frem detaljer i samtaler med elevene, eller ved å få elevene til å reflektere over egne idéer, gir elevene mulighet til å selv delta mer aktivt i egen læring. I tillegg er posisjonene hvor lærerne *fremkaller elevtenking* nær doblet etter all observasjon og reflekterende samtaler er gjennomført, som indikerer at selv om lærerne fikk frem elevtanker før observasjon og refleksjonssamtaler, inntar de oftere posisjoner som tilrettelegger for enda flere elevtanker i undervisningen.



Analysefunnene av lærerposisjonene presentert ovenfor indikerer at lærerne gjennomfører kjennetegnene *støtte og utfordring gjennom dialog* og *tilstrekkelig med tid frihet og støtte til selvstendig arbeid*, annerledes ved andre filming.

### 4.3.3 Diskusjon av lærernes gjennomføringsfase

Innenfor lærerposisjonen Drageset (2021, s. 8) omtaler som *støtte og lede* vil utviklingen fra mest forenkling til mest åpen og støttende fremdrift, mulig gjøre som Drageset (2016, s. 171) skriver, helt andre muligheter for å lære fordi lærerne ikke fratru elevene mulighet til selvstendig arbeid.

Innenfor lærerposisjonen *støtte og lede* (elevene mot et svar) tyder det på at lærerne i forskningsprosjektet er innenfor det Sinclair og Coultard, (1992, s. 3) beskriver som et mønster hvor samtalen foregår gjennom at lærerne stiller et spørsmål, som elevene svarer på, og lærerne gir en respons eller tilbakemelding på, kalt IRE/IRF-mønster av Lemke (1990). Lærerne i dette forskningsprosjektet vil gjennom samtaletrekket *åpen fremdrift* tilrettelegge for at selv om de som lærere snakker annenhver gang, og i en grad fremdeles er autoriteten i samtalen, legge opp til kommunikasjonsmønsteret Brendefur og Frykholm (2000, s. 127) omtaler som medvirkende kommunikasjonsmønster hvor elevene er deltakere i prosessen mens de jobber med matematikk. Kommunikasjonsmønsteret er medvirkende fordi elevene selv i større grad ved andre filming velger retningen i samtalen, gjennom *åpen fremdrift* og *støtte og veiledning* uten hint. En åpen tilnærming når elevene veiledes og økt støtte, sammenfaller med det Blomhøj (2021, s. 292) skriver om differensiert støtte og veiledning for å drive elevene fremover i det undersøkende arbeidet innenfor kjennetegnet *støtte og utfordring gjennom dialog*, fordi elevene vil få støtte og veiledning basert på individuelle forutsetninger.

Johnsen-Høines og Alrø (2016, s. 134) skriver at *dialogen* innehar særlige kvaliteter, den er undrende, nysgjerrig og spørrende. Videre at den er en balanse mellom støtte og *utfordring*. Drageset et al. (2021, s. 42) lærerposisjoner *fokusere på detaljer, få tilgang til og dele elevtenking, bruke eller utvide elevidéer og utfordre elevidéer* sammenfaller med den siden de beskriver som *utfordring*, fordi posisjonene vender fokuset mot elevinvolvert *dialog*. Lærernes utvikling i dette forskningsprosjektet indikerer at de oftere inntar slike posisjoner

etter deltakelse i observasjon, etterfulgt av reflekterende samtaler. Økningen bidrar til det Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) skriver om at problemløsning for elevene er å tolke situasjoner gjennom en prosess og tolke den matematisk, samtidig som de fremhever viktigheten av samarbeidet mellom elevene i dette arbeidet. Lærerne i forskningsprosjektet tilrettelegger i større grad for at tolkningene oftere gjøres av elevene fordi lærerne tilrettelegger for samarbeid og bruker elevenes idéer og detaljer i undervisningen, noe som sammenfaller med det Brendefur og Frykholm (2000, s.127) beskriver som refleksive kommunikasjonsmønstre. Det sammenfaller fordi elevenes idéer i forskningsprosjektet blir utfordret med hensikten å utvikle dypere forståelse av matematikken.

Lærerne utfordrer elevene, noe de ikke gjorde ved første filming, dermed får elevene mulighet til å endre sin tankegang og vurdere egen tolkning av problemene, som samsvarer med det Blum (2015, s. 76) skriver om at problemløsning handler om å vurdere og tolke det opprinnelige matematiske svaret i forhold til den reelle utfordringen man startet med. Videre kan det dermed tyde på at lærerne tilrettelegger for det Skovsmose (2006, s.112) beskriver som undersøkende dialoger som inneholder særlige kvaliteter, men som er sårbare. Det er ikke ment at man bare skal ha slike undersøkende dialoger skriver han, men i undersøkende matematikkundervisning er det slike dialoger som tilrettelegger for det Dewey (1929) beskriver som *inquiry* og erkjennelse gjennom refleksjon, og det Skovsmose (2003, s. 152) skriver om elevens aksept til å være og bli værende i et undersøkelseslandskap fordi eleven undrer, vil finne ut og tenker selvstendig. I dette forskningsprosjektet tyder analysefunnene på at lærerne tilrettelegger for undersøkende dialoger når lærerne i større grad posisjonerer seg ved andre filming slik at elevene får være deltagere, de får være nysgjerrige, de får lære og reflektere rundt det de erkjenner, gjennom å være aktive reelle deltakere som deltar i egen læringsprosess. Ved at elevene blir reelle deltakere i egen læringsprosess vil mulighetene for læringsmiljøet Skovsmose (2003, s.152) beskriver som et undersøkelseslandskap, være større.

Ved å bruke elevinnspill for videre planlegging vil det Blomhøj (2021, s. 292) skriver om selvstendige elever, som også kjennetegner undersøkende matematikkundervisning, i større grad gjennomføres fordi elevene deltar i egen læring. Ved å bruke elevinnspill bidrar det til det Drageset et al. (2021, s. 3) skriver om behovet for å aktivere elever slik at de blir noe mer enn bare mottakere og kan dele autoriteten med læreren, som igjen vil igjen ha innvirkning på det Yackel og Cobb (1996, s. 460) beskriver som normer. Lærerne har ved andre filming

andre forventninger til elevdeltakelse, utfordre hverandres tanker og at elever må begrunne sine svar, som dermed over tid kan utvikles som normer i klasserommet. Videre vil hva som er aksepterte matematiske, elegante forklaringer, argumenteringer og bevis i matematikktimene, som er de sosiomatematiske normene (Yackel & Cobb, 1996, s. 461), endres fordi lærerne i forskningsprosjektet i større grad trekker frem ulike elevers løsninger for deretter å fokusere på detaljer av betydning, oppmuntre til resonnering og refleksjon og invitere andre elever inn i dialoger, som gjøres i betydelig større grad ved andre filming. Blomhøj (2021, s. 292) skriver, at elevene i gjennomføringsfasen skal undersøke og oppdage matematikk, noe det tyder på at elevene i større grad gjør gjennom at lærerne inntar posisjoner i undervisningen som bidrar til å fremme elevtanker og forståelser i kommunikasjonen og dialogen lærerne har med elevene i gjennomføringsfasen.

Ved å fremme elevtanker og forståelse gjennom kommunikasjonen og dialogen kan det tyde på at lærerne i større grad realiserer, ved andre filming i gjennomføringsfasen, det Blomhøj (2021, s. 292) skriver om at støtte og utfordring gjennom dialog handler om å støtte og utfordre akkurat så mye som er nødvendig, uten å frata elevene mulighetene for de sentrale faglige utfordringene.

#### **4.4 Oppsummeringsfasen**

Den siste fasen i Blomhøjs (2021, s. 292) trefasemodell for undersøkende matematikkundervisning analyseres gjennom det han beskriver som: *Erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles og faglige poenger fremheves i fellesskap*. Under *erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles* er det talt opp hos gruppen lærere, frekvensen. Fordi ordet *systematiseres* er med, menes det at eleverfaringene og resultatene for hele klassen må inn i et *system* hvor lærer foretar en progresjon og ikke tilfeldig trekker frem erfaringer i fellesskapet.

*Faglige poenger fremheves i fellesskap* tar utgangspunkt i analysefunnene for lærerposisjoner i oppsummeringsfasen presentert i kapittel 4.1.7. Analysefunnene benyttes fordi de gir et bilde på om det fremheves, hvordan og hvem som fremhever, faglige poenger i fellesskap.

#### 4.4.1 Lærernes oppsummeringsfase

Bethine har samlet klassen foran smartboarden. Tre grupper har fått dele sine forslag om hvilke brett Rudolf har puslet med en bestemt brikke. Elevene som har kommet med forslag frem til nå har kun forklart ulike brett Rudolf kunne lage. Elevene har forklart at de prøvde seg frem ved å «*snu brikken*» og «*latet*» som de selv har puslet brettene. Bethine sier følgende.

LB: Elev4 dere hadde en tanke når dere kom til den her figuren (Peker). Kan du komme frem ehh, hvem var du med. Dere to kom frem begge to og vis oss.  
E4: Ehh, vi telte dem og da var det 1 2 3 4 5 6.  
LB: Ehh, vent litt nå. Hva var det du telte nå.  
E4: Rundingene. Og hvis man teller stjernene 1 2 3 4 5 6 7 8 så da er det to til overs. Så da er jo ja ...  
E5: for at det skal gå må en runding ha en stjerne.  
LB: For at det skal gå må en sirkel ha en stjerne ja. Hva var det elev5 sa nå?

Utdrag 25

Bethine velger at elev4 og elev5 skal komme frem for å forklare hvordan de kom frem til en løsning av oppgaven. Ved å gjøre dette får alle elevene tilgang til symmetrien som er avgjørende for hvilke brett som kan pusles. Bethine stopper eleven som forklarer og dermed belyses den geometriske figuren eleven akkurat telte på brettet. Ved å gjøre dette får Bethine frem at antallet på figurene er viktig fordi hun stopper eleven som forklarer slik at han nevner hvilken figur han akkurat telte og videre poengterer ulikheten med den andre geometriske figuren, som på brettet er to flere. Bethine oppsummerer gjennom å omformulere avslutningsvis det elevene har forklart om likt antall sirkler og stjerner, før hun inviterer andre elever inn i dialogen. Ved å gjøre det kopler Bethine faglige begreper på de geometriske figurene og gjentar det eleven har sagt, samtidig som hun kopler på resten av klassen for å få frem flere elevers forståelse rundt det som ble sagt.

Blomhøj (2021, s. 292) beskriver å *systematisere erfaringene og gjøre de felles* for hele klassen gjennom at elevenes forklaringer skal frem i et system. Det Bethine gjør har likheter med hvordan Blomhøj (2021, s. 292) skriver at lærer skal systematisere den faglige læringen for hele klassen. Fordi Bethine organiserer oppsummeringen av aktiviteten som fører til at hun i en gjennomtenkt rekkefølge lar hele klassen få ta del i løsninger og tanker ulike grupper har, og fordi det er den mest elegante forklaringen som blir trukket frem sist, etter andre

elever har kommet med brett som går og ikke går, men ingen generell forklaring som kan være gjeldene for alle brettene, har det likheter til det Blomhøj (2021, s. 292) skriver om systematisering.

Drageset et al. (2021, s. 8) skriver at man får frem elvenes tanker gjennom posisjonen *få tilgang til og dele elevtenking*, og det Bethine gjør, ligner når hun spør flere elever om de kan dele hvordan de kom frem til en løsning av oppgaven. Bethine får frem antall figurer som er avgjørende for å se idéen bak oppgaven gjennom å stoppe eleven når han forklarer. Dette har likheter til samtaletrekket Drageset (2014, s. 294) kaller å *belyse detaljer* fordi hun setter søkelyset på sirkelen som videre gjør at eleven i forklaringen poengterer hva som er viktig å få med seg. Etter eleven har forklart, gjentar Bethine i tillegg til å begrepsfeste figurene med et mer presist matematisk språk det eleven har sagt, noe som ligner samtaletrekket fra O'Connor og Michaels (1993, s. 327) *revoicing* fordi elevutsagnet blir omformulert og det blir koplet til matematiske begreper og idéen symmetri. Begge samtaletrekkene er grep lærere benytter innenfor hovedkategorien til Drageset et al. (2021, s. 8) lærerposisjonen *fokusere på detaljer*. Gjennom denne posisjonen får Bethine i oppsummeringsfasen fremhevet viktige faglige idéer som sammenfaller med det Blomhøj (2021, s. 292) beskriver som *faglige poenger fremheves i fellesskap*, fordi oppgavens faglige idé med symmetri, i antall figurer, blir trukket frem for hele klassen. Drageset et al. (2021, s. 9) skriver at lærer kan *bruke eller utvide elevidéer* gjennom å trekke frem elevidéer i helklasse, noe Bethine gjør fordi hun bruker idéen om likt antall figurer for at hele klassen skal reflektere over å se løsningen gjennom symmetrien i figurene.

Tabell 14      Frekvens fremstilling og prosentvis fordeling av lærerposisjoner

	1.film	2.film
Erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles	0	1
Faglige poenger fremheves i fellesskap		
Fokusere på detaljer	6 %	22 %
Få tilgang til å dele elevtenking	10 %	17 %
Bruke eller utvide elevidéer	3 %	13 %

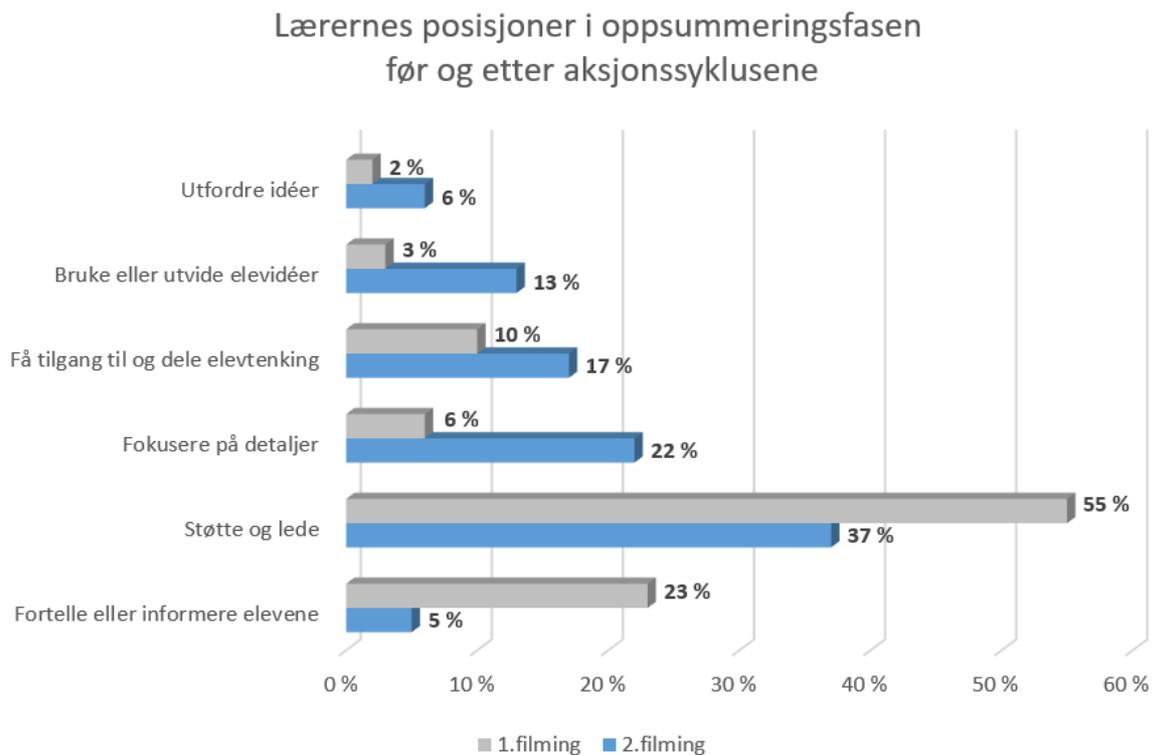
Tabellen 14 er inndelt i 1.film og 2.film og viser frekvensen av Blomhøjs (2021, s. 292) kjennetegn *erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles*. Mens kjennetegnet *faglige poenger fremheves i fellesskap* vises gjennom den prosentvise andelen hovedkategoriene av Drageset et

al. (2021, s. 42) lærerposisjoner *fokusere på detaljer, få tilgang til og dele elevtenking og bruke eller utvide elevidéer*, analysert i kapittel 4.1. Analysen indikerer en markant økning ved alle posisjoner mellom første filming (før vi begynte) og andre filming (etter all observasjon og refleksjon var gjennomført).

#### 4.4.2 Utvikling i oppsummeringsfasen

Analysefunnene gjennom Drageset et al. (2021, s. 42) hovedkategorier i kapittel 4.1. bidrar til utvikling i oppsummeringsfasen gjennom hvordan lærerne posisjonerer seg fra første til andre filming. Utviklingen vil ha noe å si for kjennetegnet Blomhøj (2021, s. 292) beskriver som *faglige poenger gjøres felles*. Figur 11 viser prosentvis fordeling av lærerposisjoner innenfor hovedkategoriene i oppsummeringsfasen før (grå stolpe) og etter (blå stolpe) lærerne observerte undervisning og deltok i reflekterende samtaler.

Figur 11 Prosentvis fordeling av posisjoner i oppsummeringsfasen



Note Prosentvis fordeling av posisjonskategorier fra Drageset et al. (2021) før og etter all observasjon og refleksjon. Avvik fra 100% skyldes avrunding til heltall.

Det er færre posisjoner ved andre filming i hovedkategorien *fortelle eller informere* elevene, som indikerer at lærerne forteller eller informerer elevene mindre. Lærerne har færre posisjoner i hovedkategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar) ved andre filming som indikerer mindre forenkling og de stiller færre åpne spørsmål til elevene i fasen hvor faglige poenger skal skape felles faglig læring.

Det er endring i posisjoner lærerne inntar gjennom *fokusere på detaljer, bruke eller utvide elevidéer, få tilgang til og dele elevtenking og utfordre idéer* som alle har en økning fra første til andre filming. Økningen indikerer at lærerne benytter elevsvar i oppsummeringen og elevsvarene brukes for å utvide elevenes refleksjoner samtidig som elevene må resonnerer rundt egne svar. I tillegg fokuserer lærerne på detaljer i oppsummering som bidrar til å fremme faglige poenger samtidig som lærerne også utfordrer idéer. Alle posisjonene bidrar til å sette søkelyset på noe som er viktig, enten lærere eller elevene, trekker frem resultater og svar på oppgaver, eller ulike løsninger i fellesskap. For kjennetegnet *faglige poenger gjøres felles* indikerer det at lærerne er mer aktive i å tilrettelegge for at noe som er viktig trekkes frem i fellesskap, slik Blomhøj (2021, s. 293) beskriver er viktig og lærerens oppgave i oppsummeringsfasen.

#### **4.4.3 Diskusjon av lærernes oppsummeringsfase**

Analysefunnene fra kjennetegnet *erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles* indikerer en svak utvikling rundt det Blomhøj (2021, s. 293) beskriver som viktig i oppsummeringsfasen. Dette fordi lærerne har en svak utvikling som sammenfaller med det Stein et al. (2008, s. 330) beskriver som fjerde og femte praksis, henholdsvis *planlegge* og *sammenkoble*, i oppsummering i helklasse. Hadde lærerne i forskningsprosjektet, underveis mens elevene arbeidet, valgt rekkefølge, for å knytte sammen faglige tråder i helklasse, ville elevene slik Stein et al. (2008, s. 314) skriver fått muligheten til å få en dypere forståelse for oppgaven, som igjen ville hjulpet elevene til senere å forstå flere unike og komplekse strategier.

Blomhøjs (2021, s. 293) *faglige poenger gjøres felles* er siste kjennetegn i oppsummeringsfasen. Analysefunn viser at av alle posisjoner lærerne foretok seg i oppsummeringsfasen ved første filming lå 78% under Drageset et al. (2021, s. 42)

lærerposisjoner *fortelle eller informere* og *støtte og lede*. Ved andre filming er posisjonene innenfor disse to kategoriene sammenlagt 42%, som indikerer at lærerne i oppsummeringsfasen, en fase som Blomhøj (2021, s. 293) skriver skal danne grunnlag for felles refleksjoner rundt hva man vet nå som man ikke visste tidligere, har hatt en positiv utvikling. Utviklingen er positiv fordi lærerne posisjonerer seg færre ganger slik at elevene blir demonstrert og foreslått, eller ledet mot et svar. Allikevel, ved andre filming, posisjonerer lærerne seg fremdeles gjennom hovedkategorien *støtte og lede* (elevene mot et svar). Hovedkategorien representerer største andel posisjoner i oppsummeringsfasen med 37%. Drageset (2016, s. 176) skriver at man gjennom slike posisjoner enten forenkler kompleksiteten i oppgaver for elevene, eller sørger for fremdrift og støtte i elevenes arbeid videre. For kjennetegnet *faglige poenger gjøres felles* kan dette tyde på at lærerne fremdeles er aktive deltakere som bidrar med faglige poenger i fellesskap.

Lærerne i forskningsprosjektet har en økning i å fremme elevenes tanker, og har mer enn firedoblet å *bruke eller utvide elevidéer* i oppsummeringsfasen som fører til at elevene er mer aktive og bidragende i oppsummeringsfasen.

Lærerne har gjennom posisjonen *fokusere på detaljer* gått fra 6% til 22% ved andre filming. Dette indikerer at lærerne selv har mer enn tredoblet å trekke frem viktige detaljer i oppsummeringsfasen slik Drageset (2021, s. 8) skriver at lærer gjør gjennom en slik posisjon, som følgelig vil realisere at *faglige poenger fremheves i fellesskap* fordi lærerne i forskningsprosjektet i større grad fokuserer på detaljer i helklasse.

Totalt sett kan utviklingen i oppsummeringsfasen for lærerne samlet, sees som todelt, fordi det innenfor kjennetegnet *faglige poenger gjøres felles* er en utvikling. Under kjennetegnet *erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles* er utviklingen svak.

## 4.5 Undervisningen som en helhet

Som et delsvar på problemstillingen indikerer analysefunnene svakere utvikling i oppsummeringsfasen enn utviklingen lærerne har hatt innenfor iscenesettelsesfasen og gjennomføringsfasen. Samtidig er det utvikling i lærernes matematiske kommunikasjon, gjennom posisjoner i undervisningen, uavhengig av fase.



Utviklingen av lærernes undersøkende matematikkundervisning kan beskrives gjennom fire overordnede punkter. Den første omhandler hvordan lærerne har doblet tiden elevene får til å gjennomføre et undersøkende arbeid i gjennomføringsfasen. Den andre at lærerne inviterer elevene til å gjennomføre et undersøkende arbeid gjennom å «sette scenen» ved andre filming. Den tredje, og største endringen, vises gjennom at lærerne har færre posisjoner i hovedkategoriene som kjennetegnes ved en lærer som styrer fremdrift, foregriper valg og retning i elevenes arbeid under alle faser, følgelig gir lærerne mindre svar og utfordrer mer i dialogen med elevene. Den fjerde er hvordan lærernes endrede posisjoner i undervisningen inkluderer elevene til å delta, ta avgjørelser, og lære av hverandre innenfor kjennetegnene etablering av felles forståelse i iscenesettelsesfasen, støtte og utfordring gjennom dialog i gjennomføringsfasen og faglige poenger gjøres felles i oppsummeringsfasen. Dette fører til at lærerne tilrettelegger for aktive elever hvor undervisning og læring tar utgangspunkt i elevenes arbeid, har en markant økning i alle faser, noe som kan tyde på at det er et mer refleksivt kommunikasjonsmønster som bidrar til en mer undersøkende matematikkundervisning ved andre filming (etter all observasjon og reflekterende samtaler var gjennomført).

## 5 Analyse og diskusjon av refleksjonssamtaler

For å besvare den siden av problemstillingen omhandlende hvordan refleksjonssamtalene i etterkant av observasjonene fungerer som en støtte for utvikling av lærernes undersøkende matematikkundervisning vil vi i dette kapitlet presentere en analyse av refleksjonssamtalene etterfulgt av en diskusjon rundt en mulig støtte i observasjonsøktene etterfulgt av refleksjonssamtalene lærerne deltok i.

Som bakgrunn, redegjort for i kapittel 3.3.3, hadde undervisningstimene lærerne observert den samme oppbygging med elementer fra Blomhøjs (2021) trefaseinndeling og Liljedahls (2021) «tenkende» klasserom.

### 5.1 Analyse av refleksjonssamtalene

#### 5.1.1 Læreren som skaper undring og samarbeid

Under den første refleksjonssamtalen spurte vi lærerne helt i begynnelsen «hva la dere merke til?», og den ene læreren sier følgende.

Lærer: Bruk av de små tavlene rundt i klasserommet var bra, elevene (gruppene) brukte den i ulik grad, forfriskende å se en undervisningsøkt uten skrivebok eller matematikkbok. Også var det kun én oppgave som elevene jobbet med hele timen den oppgaven lagde du som en lokal setting som gjorde at elevene... ehh.. de ble mer med liksom.. som om det ga mening for dem enn bare liksom sånne vanlige frosker.

Utdrag 26

I utdraget legger lærer merke til de vertikale tavlene gruppene bruker og dermed samarbeidsmiljøet. Det reflekteres positivt over at økten er uten lærebok og at elevene jobbet på vertikale tavler. I tillegg reflekterer lærer over hvordan oppgaven som ble formidlet med lokale virkemidler, gjorde aktiviteten meningsfull for elevene fordi den ble tilpasset nærområdet.

Blomhøj (2021, s. 291) beskriver iscenesettelsesfasen gjennom kjennetegn lærer bør være særlig oppmerksom på ved planlegging av undersøkende matematikkundervisning.

Kjennetegnene handler om å iscenesette arbeid som gir mening for elevene. Det lærer

reflekterer over i utdraget handler om hvordan konstruerte virkelighetsoppgaver, med lokale virkemidler skaper mening for elevene og fordi lærer benytter disse virkemidler, lykkes lærer i å gi elevene en oppgave som skaper et inntrykk. Refleksjonen til lærer har likheter med det Blomhøj (2021, s. 291) beskriver som overdragelse av utfordring fordi elevene gjøres nysgjerrige og utfordringen gir mening for elevene. Refleksjonen i utdraget har også likheter med Liljedahls (2021) prinsipper om *tilfeldig gruppeinndeling* og *vertikale tavler* som medvirkende for å skape et tenkende klasserom med mer aktive elever fordi refleksjonen handler om elevene som brukte vertikale tavler aktivt og at det derfor ikke var noen kladdebok og skrivebok, men kun én oppgave elevene samarbeidet om. Refleksjonen om organisering av grupper har likheter med det Clemens (2021, s. 251) beskriver som å skape rom for dialogisk samspill fordi det reflekteres over gruppene som jobber i fellesskap.

Utdraget over, fra første refleksjonssamtale, viser refleksjon over *læreren som skaper undring og samarbeid*, noe som er sammenfallende med Drageset et al. (2021, s. 9) lærerposisjon *utfordre*. Posisjonen *utfordre* tilrettelegger for å skape en undring gjennom å søke nye oppdagelser. Refleksjoner i denne kategorien ble reflektert over i første samtale med lærerne og var kategorien som førte til diskusjoner i første samtale.

### 5.1.2 Læreren som aktiviserer elever

Under andre refleksjonssamtale snakket en lærer om hvordan læreren som gjennomførte observasjonsøkten aldri ga elevene svaret på små delutregninger i oppgaven og en annen lærer sier følgende.

Lærer: Det og på en måte sette seg selv litt tilbake da ehh...at...det er ikke det at det er jeg er aktiv som er viktig...målet er jo at dem (elevene) skal lære...og dem lærer jo mye mer med å forklare hva dem forstår og ikke forstår.
--

*Utdrag 27*

I utdraget over reflekterer lærer over hvordan lærere må ta et steg tilbake fordi det er elevene som skal lære, og når elevene gis mulighetene til å forklare sin forståelse, og hva de ikke forstår, så lærer elevene mye mer og følgelig sees viktigheten av elever som aktive i egen læring.

Utdrag 28 viser refleksjon over aktive elever og en lærer som inntar en posisjon ovenfor elevene som har likheter med det Drageset (2021, s. 8) skriver om lærere som fokuserer på å få fremkalt elevtenking, gjennom å be elevene forklare hvordan de tenker vil tilrettelegge for aktive elever. Refleksjonen over har likheter fordi den omhandler lærere som endrer sin aktive rolle i klasserommet gjennom fokus på elevbidrag for å tilrettelegge for at elevene får frem sin forståelse. Posisjonen lærere da inntar, *å få tilgang til og dele elevtenking*, ligner det Blomhøj (2021, s. 292) beskriver som frihet og støtte til selvstendig arbeid fordi lærer gir elevene støtte for deres selvstendige arbeid gjennom å lytte til deres forståelser, fordi refleksjonen i utdraget handler om hvordan elevene lærer, gjennom aktivt å være den som forklarer, ikke passivt lytte til hva læreren har å si.

Utdraget over, fra andre refleksjonssamtale, viser betraktninger over *læreren som aktiviserer elever*, i og for, egen læring, sammenfallende med lærerposisjonen *få tilgang til og dele elevtenking* fra Drageset et al. (2021, s. 8). Refleksjoner i denne kategorien ble reflektert over i de to midterste samtalene og var den kategorien lærerne reflekterte nest mest over.

### 5.1.3 Læreren som gir mindre svar og utfordrer mer

I tredje refleksjonssamtale har det blitt snakket om at elevene ikke fikk svar fra læreren og en lærer sier følgende.

Lærer: Som lærer må du ha tenkt igjennom alle måter elevene kan tenke på...fordi det er jo litt det jeg tenker når jeg...ehh...Hvis jeg står og forklarer til elevene så forklarer jeg jo det til elevene på den måten jeg skjønner det på...også treffer jeg de elevene som tenker på samme måte som meg...Men hvis elevene får forklare det...så kan du som lærer som har mye mere kompetanse sette deg inn i...okei sånn tenker du...okei der gikk det galt...jeg kan på en måte bite meg merke i det eleven sa før det sies fordi der er du på vei på en måte...

Utdrag 28

I utdraget beskrives det hvordan lærers forklaringer til elevene tar utgangspunkt i egen forståelse og da treffer man kun elever som tenker på lik måte. Annerledes blir det hvis elevene forklarer selv for da kan lærer sette seg inn i hvor det gikk galt hos elever, fordi man som lærer får vite hva eleven ikke mestrer eller forstår. Utdraget starter og slutter med

refleksjon over at en lærer må ha tenkt igjennom alle måter elever kan tenke på gjennom forberedelse og dermed kan ta tak i det eleven sier før det sies, fordi du har allerede vært igjennom tanken gjennom forberedelsene.

I utdraget blir det reflektert over forberedelser lærere kan gjøre i forkant av undervisning som har likheter med tanken bak kjennetegnet konstruksjon av eksemplariske dialoger, fordi som Blomhøj (2021, s. 292) skriver, handler det om å forberede seg til hva du tror elevene kan si og hvordan du da konstruerer på forhånd de beste dialogene som forberedelse. Slike forberedelser kan hjelpe lærere med en av lærernes oppgaver i det Blomhøj (2021, s. 292) skriver om at elevene skal arbeide selvstendig i undersøkende undervisning og lærer skal støtte og veilede. I utdraget over reflekteres det over hvordan lærere kan, slik Blomhøj (2021, s. 292) skriver gi elevene støtte og utfordring gjennom dialog, med utgangspunkt i elevenes forståelse. I tillegg kan refleksjonen rundt forberedelsene læreren kan gjøre for å være i forkant av elevenes måter å angripe og løse oppgaver på, sammenfalle med at en slik støtte og utfordring gjennom dialog blir nettopp en støtte og ikke en forklaring fra lærerens side i tillegg til å forberede utfordringer gjennom bevisste lærerposisjoner i undervisningen. Refleksjonen i utdraget handler om det Blomhøj (2019, s.157) beskriver som essensielle læreraktiviteter i gjennomføringsfasen, og refleksjoner over posisjoner som skaper fremdrift i undersøkende undervisning. Det er den støtte og utfordring lærer gir i dialog med elevene, som realiserer slik Drageset (2016, s.178) skriver at lærere som er bevisste på hvordan ulike posisjoner påvirker elevenes læring og tenking, øker elevene sine muligheter til å utvikle matematisk kompetanse.

Utdraget over, fra refleksjonssamtale tre, viser refleksjon over *læreren som gir mindre svar og utfordrer mer*, i den mening at lærerne må forberede seg på elevenes tankegang for å kunne innta posisjoner som utfordrer og stiller spørsmål til elevene, i stedet for å gi elevene svar. Refleksjoner i denne kategorien ble reflektert over i de tre siste refleksjonssamtalene med lærerne og ble mer detaljrike underveis i aksjonssyklusene.

#### **5.1.4 Læreren som den uunnværlige «overflødige»**

I fjerde refleksjonssamtale var lærerne opptatt av hvordan lærer hele veien støttet elevene og lot elevene lære av hverandre. En lærer sier følgende.

Lærer: Ja, altså at... på den oppsummeringa så er det liksom... det var liksom sånn at... dere gikk fra det konkrete da til generaliseringa... og du lot elevene få gjøre det... dem føler jo at dem bidrar både fra det helt konkrete eksemplet til han(eleven)... Ehh... som sa n ganger...ehh...ja...også der blir det på en måte...for elevene... i elevene sine øyne så er du overflødig, men det er jo du som... ehh...setter opp hele ehh...presentasjonen eller argumenteringen på tavla.

Utdrag 29

I utdraget er det lærerrollen som en tilrettelegger, som styrer elevenes faglige læring det reflekteres over. Det omhandler hvordan lærer kan gjennomføre oppsummeringsfasen drevet av elever med likheter til Blomhøjs (2021, s. 292) beskrivelse av lærer som *systematiserer og gjør kunnskap felles* i oppsummeringsfasen. Drageset (2016, s.177) skriver at lærere som posisjonerer seg på en slik måte at elever får dele sine tankemåter og beskrive detaljer er viktig for læringsutbytte deres. Refleksjonen i utdraget handler om nettopp en lærer som posisjonerer seg for å fremme elevers læring og videre selve idéen bak Stein et al. (2008, s. 314) sine fem praksiser som omhandler strategideling av elevene, for elevene, som fremmer klassens matematiske kompetanse i fellesskap.

Utdraget over, fra refleksjonssamtale fire, viser refleksjon over *læreren som den uunnværlige «overflødig»* i den mening at lærerens «usynlige» posisjoner i klassen er vel så viktig for klassens læring og utvikling av matematisk kompetanse, som den synlige. Refleksjoner i denne kategorien ble reflektert over i fjerde samtale med lærerne.

### 5.1.5 Læreren som metareflekterer over læringsfellesskapet

I den tredje refleksjonssamtalen som ble gjennomført etter endt skoledag satt to forskere og tre lærere og ventet på den siste læreren som skulle komme. Læreren kom inn litt stresset, men med energi og engasjement. En annen lærer spør læreren som kommer litt sent om det hadde vært mye stress før den sene læreren sier følgende.

Lærer: På fellesmøtet nå nettopp snakket vi om lærende fellesskap og hvor vi står..da sa jeg... Å snakke om undervisningspraksis og hva som virker og hvorfor det virker det er bare her (peker på deltakerne under refleksjonssamtalen). Ellers er det bare å om å snakke med den eller snakke med den...også skal vi ta det opp en annen onsdag...ja når da...det skjer jo ikke...da skjønner jeg ikke hvorfor jeg skal investere tid i det.

Utdrag 30

I utdraget deler lærer sine meninger om hvordan aksjonsforskningsprosjektet er et læringsfellesskap hvor vi som gruppe snakker om hva som virker, hvorfor det virker og at det læringsfellesskapet er verdt å investere tid i, fordi det skjer noe og at det er et utviklende fellesskap.

Det lærer sier om aksjonsforskningsprosjektet samsvarer med det Tiller (2018, s. 52) skriver om aksjonsforskning som en kontinuerlig refleksjons og læringsprosess støttet av kollegaer, med mål om endring. Med refleksjonen som det viktige bindeleddet mellom det som har vært og det som skjer, fordi lærer trekker frem de reflekterende samtalene som det eneste lærende fellesskapet som virkelig er verdt å investere tid i. Dette fordi de reflekterende samtalene diskuterer undervisningspraksis, hva som virker og hvorfor, noe som kan ligne på det Røvik (2014, s. 412) skriver om translatørteoretisk tilnærming for implementering av nye idéer i skolen gjennom aktive lokale aktører som tilpasser seg konteksten det oversettes til på bakgrunn av kunnskaper om det det oversettes fra og hva det oversettes til. Det som fremkommer i utdraget har likheter til det Røvik (2014) sier fordi det sies at det er verdt å investere tid i det lærende fellesskapet fordi vi snakker om undervisningspraksis, hva som er god praksis og hvorfor det virker, noe som tyder på at translatørene lykkes i å oversette idéen om undersøkende undervisning og et lærende fellesskap.

Refleksjoner som omhandlet *metarefleksjon over læringsfellesskapet* kom frem i tredje og fjerde samtale, spesielt i tredje refleksjonssamtale, hvor resten av deltakerne var samstemte på at dette var utviklende for egen praksis.

### 5.1.6 Utvikling i refleksjonssamtalene

Lærernes refleksjoner danner fem refleksjonskategorier etter fire observasjoner med etterfølgende reflekterende samtaler. Tabellen under viser fordeling av refleksjoner tilhørende de ulike kategoriene fordelt i hvilken refleksjonssamtale kategorien ble reflektert over.

Tabell 15 Refleksjonskategorier

Refleksjonskategori	Refleksjonssamtale			
	Første	Andre	Tredje	Fjerde
Læreren som skaper undring og samarbeid	x			
Læreren som aktiviserer elever		x		
Læreren som gir mindre svar og utfordrer mer		x	x	x
Læreren som den unnnværlige "overfløydige"				x
Læreren som metareflekterer over læringsfellesskap			x	x

Tabell 15 viser en utvikling i lærernes refleksjoner. Funnene indikerer at lærerne i starten var opptatt av organisering og oppgaver som ble gitt til elevene. Ved andre refleksjonssamtale flyttet fokuset over til hvordan læreren aktiviserte elevene og i forlengelsen av det hvordan lærer i undervisningen gir støtte, veiledning og utfordringer, men mindre svar.

Refleksjonskategorien læreren som gir mindre svar og utfordrer mer er den kategorien det ble reflektert mest over gjennom tre av samtalene, hvor refleksjonene ble mer detaljerte og mer fokuserte på lærerens posisjoner i undervisningen. Lærerne begynte også å reflektere over egen læringsprosess gjennom læringsfellesskapet. I fjerde refleksjonssamtale reflekterte de over lærer som en «usynlig» tilrettelegger som hadde regien, men styrte i det «usynlige». Det er en utvikling i lærernes refleksjoner ved at de går fra organisatoriske og praktisk undervisningsgjennomføring til elevfokus og videre detaljert lærerfokus. Samtidig læringsfellesskap før lærer som unnnværlig «overfløydig» var det siste lærerne la merke til og reflekterte over.

## 5.2 Diskusjon over analysefunn

Observasjonen som utgangspunkt i forskningsprosjektet kan ligne det som skapte undring som kom til syne gjennom spørsmålet «*hva legger dere merke til?*» og dannet grunnlaget for de felles refleksjonene vi gjorde som gruppe. Sånn sett kan man betegne observasjonene



lærerne gjennomførte som en iscenesettelse, med hensikten å motivere lærerne i forskningsprosjektet for videre selvstendig arbeid, med støtte og utfordring gjennom dialog, i felles samlingspunkt gjennom alle refleksjonssamtaler som ble gjennomført. Dette har likheter til det Paulsen (2021, s. 59) skriver om at nøkkelpunktet for overføring av taus kunnskap fra en klasseromspraksis er å skape en læringsarena gjennom observasjon, slik at de som observerer klasseromspraksisen, og de som gjennomfører praksisen, kan artikulere kjernekompetansen som utspilles mellom lærere og elever i klasserommet, for videre i fellesskap trekke ut essensene. Observasjonen lærerne i forskningsprosjektet har gjennomført vil følgelig bidra til at den tause kunnskapen i forskningsprosjektet er overført, slik Paulsen (2021, s. 60) skriver, gjennom den observerte kunnskapen inn i et kollektivt minne.

I tillegg til at lærerne skulle observere ble det aldri bestemt eller fortalt at de skulle se etter spesifikke ting. En slik fleksibel og pragmatisk tilnærming til observasjonene og refleksjonssamtalene forskningsprosjektet bygger på, der det lærerne selv viser interesse for er gjenstand for refleksjon, ligner det oversettelsesmodus Røvik (2014, s. 41) omtaler som *modifiserende modus* for kunnskapsoverføring, fordi funnene i forskningsprosjektet indikerer at lærerne har utviklet og tilpasset sin undervisning gjennom å beholde litt av gammel praksis og adaptere ny praksis. Den gamle praksisen sees gjennom lærerposisjonene som observeres ved begge filmingene, i tillegg til, tredelingen av undervisningen. Første nye praksis viser at lærerne ved andre filming har en iscenesettelsesfase hvor de i større grad posisjonerer seg for å skape undring, felles forståelse og tilrettelegge for selvstendig arbeid i elevgruppene, noe som var det første lærerne la merke til som sammenfaller med refleksjonskategorien *læreren som skaper undring og samarbeid*.

Andre utvikling i lærernes undervisning omhandlet hvordan lærerne aktiverte elever. Ikke bare ved gruppeinndeling, men underveis gjennom hvordan de flere ganger posisjonerte seg og tilrettela for det Drageset (2021, s. 8) beskriver som posisjoner som fremkaller, utvider og bruker elevtanker, som fører til at lærerne i forskningsprosjektet utfordrer elevene på å diskutere og forklare. Utviklingen har sammenheng med refleksjonskategorien *læreren som aktiviserer elever*, fordi det omhandlet elevinvolvering. Som Drageset (2016, s. 172) skriver er ikke elevaktivitet en kvalitetsindikator fordi hvis lærere trekker seg tilbake når de aktiviserer elevene kan samtalene foregå uten særlig matematisk læring. Posisjonene lærerne i

forskningsprosjektet har vist en utvikling i, er med på å bidra til at aktiviserte elever i større grad diskuterer og forklarer matematikk noe som gjenspeiler refleksjonskategorien.

En tredje utvikling er at lærerne ved andre filming endret fordeling av tid mellom de ulike fasene som bidrar til at lærerne gjennomfører undersøkende matematikkundervisning med større fokus på elever som selv arbeider med utfordringene, fordi tiden i gjennomføringsfasen i andre filming er doblet. Denne praksisen kan utvikle det Artigue og Blomhøj (2013, s. 809) beskriver som *habits of mind* fordi elevene får stå i utfordringene over lengere tid som sammenfaller med refleksjonskategorien *læreren som aktiviserer elever*.

En fjerde utvikling hos lærerne sees gjennom hvordan de fortalte og forenklet mindre og utfordret mer i undervisningen, som også er en konsekvens av at lærerne i forskningsprosjektet endret posisjoner slik at de oftere synliggjør detaljer, stiller åpne spørsmål og lar elevene reflektere og argumentere i undervisningen. Utviklingen sammenfaller med refleksjonskategorien *læreren som gir mindre svar og utfordrer mer*, den kategorien med flest detaljrike refleksjoner. Kategorien hadde fleste detaljrike refleksjoner og refleksjonene omhandlet å innta ulike posisjoner i undervisningen for å fremme og ikke hemme elevenes forståelse. På den måten åpner dette funnet opp for spørsmålet om det er en sammenheng mellom lærernes refleksjoner og at de kan bygge opp under evnen til å innta nye posisjoner.

Ved å ha denne litt ufarlige pragmatiske inngangen til forskningsprosjektet, det *modifiserende modus*, der lærerne på bakgrunn av observasjon og refleksjon hadde muligheten til å utprøve det de la merke til i egen klasse, kan det på bakgrunn av forskningsfunnene tyde på en vellykket implementering av idéen om utvikling av undersøkende matematikkundervisning for gruppen på fire lærere. Slik sett kan dette forskningsprosjektet argumenteres for å jobbe med det Paulsen (2021, s. 56) beskriver som et av de mest krevende læringsdilemmaene i skolen, lokal lagring av taus kunnskap da forskningsprosjektet, gjennom å benytte observasjon som metode, tilgjengeliggjorde lokal lagring av taus kunnskap fordi lærerne reflekterte i fellesskap.

Lærernes utvikling mot mer undersøkende matematikkundervisning i forskningsprosjektet, og med bakgrunn av metoden, støtte gjennom observasjonsøkter etterfulgt av refleksjonssamtaler, fører til at forskningsprosjektet ligner det Røvik (2014, s. 87) beskriver

som translasjonsscenarioet. Et scenario der man lokalt tilpasser seg en idé for å lykkes best mulig med tilpassingen. I prosjektet hvor forskere og lærere reflekterte i fellesskap over det lærerne observerte og sammen i tre måneder, utviklet matematikkundervisningen, altså idéen, kan videre sammenfalle med det Tiller (2018, s. 52) beskriver som en kontinuerlig lærings og refleksjonsprosess hvor målet er endring.

Den femte og siste refleksjonskategorien *lærere som metareflekterer over læringsfellesskap* indikerer at lærere og forskere sammen har reflektert rundt det lærerne la merke til, og i fellesskap justert prosjektet underveis, gjennom refleksjoner og på bakgrunn av hva lærerne la merke til. Denne felles refleksjonen sammenfaller med det McNiff (2002, s.15) beskriver som selve drivkraften i aksjonsforskning, der forskere og dem det forskes på, blir likeverdige og kritiske læringspartnere ovenfor hverandre og på den måten utvikler ny læring.

Innføring av nye idéer i skolen kan ta ulike retninger, ulike scenarioer fra suksess til fiasko, der noen idéer blir godtatt og andre blir frastøtt. Ved at forskerne tok utgangspunkt i eksisterende praksis hos lærerne og samtidig hadde fokus på å støtte lærerne på veien mot undersøkende matematikkundervisning, kan det forstås som forskerne har hatt det som Røvik (2014, s. 412) beskriver som en translasjonsteoretisk tilnærming til implementering av nye idéer. I dette forskningsprosjektet representerer forskerne de lokale aktørene som kjenner praksisfeltet godt, og på bakgrunn av kjennskapen, lykkes i å implementere nye idéer i skolen. Forskerne er avskilte lærerspesialister, hvor funksjonen og intensjonen til en slik lærerspesialist, var ment å få forskningsbaserte metoder og undervisning ut i skolen. Dette kan peke i retning mot at forskernes *flerkontekstuelle kompetanse* har vært medvirkende for forskningens funn. Medvirkende fordi forskerne gjennom observasjon av lærernes undervisning før forskningsprosjektet, og underveis gjennom støtte i refleksjonssamtalene på bakgrunn av «*hva legger dere merke til?*», har identifisert og rettet refleksjoner i gruppesamtalene mot mange av de rette elementene fra forskningsteori rundt undersøkende matematikkundervisning og posisjoner i undervisningen. Dette samsvarer også med det Røvik (2014) skriver om at *flerkontekstuell kompetanse* og en translasjonsteoretisk tilnærming til implementering av nye idéer i utdanningsfeltet, er best egnet til dette formålet.

## 6 Overordnet diskusjon av lærernes utvikling

Problemstillingen i mastergradsavhandlingen er foreløpig besvart på to måter. Først gjennom hvordan lærerne gjennomfører undervisningsøkter i tråd med kjennetegnene og posisjoner som tilrettelegger for undersøkende matematikkundervisning. Deretter gjennom analyse og diskusjon av hvordan refleksjonssamtalene i etterkant av observasjonene fungerer som en støtte for utvikling av lærernes undersøkende matematikkundervisning.

Blomhøj (2019, s. 157) skriver at dersom kjennetegnene for undersøkende matematikkundervisning er hyppig og markant tilstede karakteriseres undervisningen som undersøkende. Analysefunn presentert i kapittel 4.5 beskriver lærernes utvikling av undersøkende matematikkundervisning gjennom fire overordnede punkter. Lærerne «setter scenen», gir mindre svar og utfordrer mer, inkluderer elevene oftere, og har doblet tiden gjennomføringsfasen varte.

Analysefunnene av refleksjonssamtalene indikerer en sammenheng mellom det lærerne har reflektert over og utviklingen lærerne har hatt i egen undervisning gjennom refleksjonskategoriene: Læreren som skaper undring og samarbeid, læreren som aktiviserer elever, læreren som gir mindre svar og utfordrer mer og læreren som metareflekterer over læringsfellesskapet.

Med utgangspunkt i problemstillingen og på bakgrunn funn og diskusjonene som er foretatt i de to foregående kapitlene diskuteres ytterligere to overordnede idéer som omhandler hva funnene har å si for lærernes mulighet for utvikling av praksis gjennom læringsfellesskap, og elevenes muligheter til å lære.

### 6.1 Lærernes muligheter til å utvikle praksis gjennom læringsfellesskap

De fire lærerne har gjennom forskningsprosjektet vært lærere som passer beskrivelsen til Stenhouse (1975, s. 156) av en profesjonell lærer, fordi de har vært forskende med en vilje til å prøve ut undersøkende undervisning som undervisningsmetode, og aksjonsforskning som utviklingsmetode. En slik lærer skriver Munthe et al. (2017, s. 90) har en undrende holdning til egen undervisning. Lærerne i forskningsprosjektet fikk en undrende holdning til egen

undervisning gjennom refleksjonssamtalene i gruppen, fordi de var villige til å la forskerne observere deres undervisning og selv observere forskernes undervisning. På denne måten har alle lærerne i forskningsprosjektet blitt det Ball og Cohen (1999, s. 4) beskriver som lærende lærere rundt egen praksis, og i egen praksis, gjennom aksjonsforskning. Å være slike lærende lærere har medført slik Munthe et al. (2017, s. 91) skriver til utvikling av lærernes observasjonsferdigheter, lytteferdigheter, og i det å legge merke til detaljer i andres klasserom og eget klasserom som kunne utvikles. Ferdighetene har dermed gitt oss lærere forutsetningene for å inneha en undersøkende tilnærming til egen og andres undervisning.

I fellesskap har alle lærerne i forskningsprosjektet reflektert og bidratt med kunnskap som er viktig for elevers læring. Fellesskapet som skapes gjennom aksjonsforskningen, og spesielt refleksjonssamtalene, realiserer mulighetene for det Good (2014, s. 34) skriver om kollektiv utvikling av kunnskap som gjør at lærere og elever, lærer, som igjen fører til det Ball og Cohen (1999, s. 4) skriver, lærende lærere rundt egen praksis og i egen praksis, gjennom et læringsfellesskap. I tillegg vil observasjonen som ble gjennomført i aksjonsforskningsprosjektet skape en arena, hvor slik Paulsen (2021, s. 59) skriver at taus kunnskap deles, felles forståelse utvikles og kunnskapen lagres i et kollektivt minne, slik at broer bygges mellom utøvelse av klasseromspraksis og den tause kunnskapen.

Fauskanger (2019, s. 277) poengterer at det er behov for å se på alternative mindre tidkrevende muligheter for å utvikle lærerne i et profesjonsfellesskap. Lærerne i forskningsprosjektet har deltatt i et aksjonsforskningsprosjekt fordi mastergradsavhandlingen og dens analyse, funn, og konklusjoner blir publiserte. Hvis prosjektet ikke hadde blitt publisert kunne dette utviklingsprosjektet vært navngitt som aksjonslæring. Aksjonslæring er slik Tiller (2018, s. 52) skriver en kontinuerlig læring og refleksjonsprosess, støttet av kollegaer, med mål om å forandre noe til det bedre, som sammenfaller med det Ball og Cohen (1999, s. 4) beskrev som en lærende lærer. Det sammenfaller fordi gjennom en forskende holdning til egen og andres praksis har ikke forskningsprosjektet kun avsatt tid til samarbeid, men slik Munthe et al. (2017, s. 96) skriver, for at læring hos lærere skal skje må dette skje systematisk hvor det eksplisitt fremkommer at samarbeidet er et læringsfellesskap. De kontinuerlige lærings og refleksjonsprosessene, støttet av kollegaer, bidrar til læring i dette forskningsprosjektet gjennom systematisk samarbeid i et refleksjons og læringsfellesskap. For å skape en litt ufarlig, enkel og lett vei for lærere inn i en kontinuerlig lærings og

refleksjonsprosess som skaper læringsfelleskapet, og fordi slik Fauskanger (2019, s. 277) skriver, er det behov for nye metoder for utvikling i skolen som er mindre tid og ressurskrevende, ble det valgt å invitere lærerne inn for å observere undersøkende undervisning. På den måten ble utviklingsprosjektet mindre tid og ressurskrevende fordi ikke alle detaljplanla undervisning som fungerte som observasjonsøkt.

Refleksjonssamtalene måtte være med fordi slik Tiller (2018, s. 52) skriver er det refleksjonen som er det viktige bindeleddet mellom det som er gjort før og det som gjøres i fremtiden og som følgelig er en konkretisering av aksjonslæringen. For lærerne i forskningsprosjektet er det gjennom diskusjonen og refleksjonen den meningsfulle læringen over erfaringene har oppstått, det er refleksjonen som har skapt læringsfelleskapet. På den måten kan vi derfor si at alle lærerne i forskningsprosjektet, både forskerne og øvrige lærere, allikevel har bidratt til utformingen av de tre siste observasjonsøktene. Vi har alle bidratt til planlegging av denne undervisningen gjennom refleksjoner rundt hva som ble lagt merke til i forrige observasjonsøkt, fordi det dannet grunnlaget for detaljplanleggingen forskerne gjorde for den etterfølgende observasjonsøkten. Selv om observasjonsøktene dannet et felles grunnlag for refleksjonssamtalene fordi den tause kunnskapen ble lagret i det kollektive minnet, dannet også lærernes egne erfaringer og utprøvinger, på bakgrunn av refleksjonssamtalene, grunnlag for diskusjoner og refleksjoner i samtalene som førte til et læringsfelleskap med lærernes muligheter for utvikling av praksis.

## 6.2 Elevenes muligheter til å lære

For elevene i dette forskningsprosjektet har lærernes utvikling av egen undersøkende undervisning, slik analysefunnene indikerer, bidratt til i større grad å realisere formålet med opplæringen slik formålsparagrafen skisserer med skaperglede og utforskertrang. Læreplanen i matematikk nevner spesielt at elevene kan bli bevisste på egen læring gjennom nettopp utforskning og problemløsning i samarbeid med andre (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Hiebert og Grouws (2007, s. 371) skriver at læreres valg av undervisningsmetode gir elever ulike muligheter til å lære. Lærerne i forskningsprosjektet gir egne elever mulighet til å utvikle det Hiebert og Grouws (2007) omtaler som *begrepsforståelse*, gjennom utvikling av

deres undersøkende matematikkundervisning. Analysefunnene indikerer at lærerne etter all observasjon og reflekterende samtaler gjennomfører undervisning med fokus på *begrepsforståelse* i tillegg til *effektive ferdigheter* slik at elevene må begrunne hva de tenker, hvilke sammenhenger de oppdager i hverandres tanker og begrunner hvilke løsningsstrategier de benytter i matematikk, samtidig som de erfarer hva som vil være de meste effektive strategiene i matematikken. Denne undervisningsformen sammenfaller med det Hiebert og Lefevre (1986, s. 9) beskriver som komplementære kunnskaper og forståelser som utvikler dyp forståelse for matematikken. Det sammenfaller fordi når elevene må forklare og begrunne blir de eiere av idéer og ikke passive lyttere og «gjørere» fordi lærerne i forskningsprosjektet posisjonerer seg på slik måte som Drageset (2021, s. 3) skriver at elevene blir noe annet enn lyttere som trenger hjelp, men heller eiere av verdifulle idéer. Lærernes undersøkende matematikkundervisning ligner følgelig på det Hiebert og Grouws (2007, s. 380) beskriver som hva elevene må eksponeres for i matematikkundervisningen for å utvikle både *begrepsforståelse* og *effektive strategier* som igjen handler om å gi elevene *muligheter til å lære*.

## 7 Konklusjon

Problemstillingen *hvordan vil en gruppe lærere som observerer undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende samtaler underveis, utvikle deres undersøkende matematikkundervisning?* har vært fundamentet i hele forskningsprosjektet. For å besvare problemstillingen ble lærernes undervisning filmet før og etter fire aksjonssykluser. Bestillingen til lærerne før begge filmingene var at de skulle gjennomføre undervisningsøkter av utforskende og undersøkende karakter. Dette ble gjort for å kunne besvare den første siden av problemstillingen som omhandler hvordan gruppen lærere utvikler deres undersøkende matematikkundervisning. Datamaterialet ble bearbeidet i flere omganger for å kunne analyseres med utgangspunkt i det analytiske rammeverket som inneholdt lærerposisjoner, kjennetegn for undersøkende matematikkundervisning og et «tenkende» klasserom.

Lærerne deltok i fire aksjonssykluser som inneholdt observasjon av undersøkende matematikkundervisning og reflekterende samtaler i etterkant som en gruppe. Datamaterialet fra samtalene hjalp oss å besvare det andre siden av problemstillingen. Vi kunne da se om aksjonssyklusene ville kunne støtte en utvikling av lærernes undersøkende matematikkundervisning. Datamaterialet fra refleksjonssamtalene er bearbeidet i flere omganger for å bidra til besvarelsen av problemstillingen. Som forskere har vi underveis i aksjonssyklusene hatt fokus på prosessen og ikke sluttproduktet av forskningen.

Det første hovedfunnet i vår forskning indikerer en utvikling i de fire lærernes undersøkende matematikkundervisning. Det andre hovedfunnet indikerer at refleksjonssamtalene i etterkant av observasjonsøktene, har fungert som støttende for utvikling av lærernes undersøkende matematikkundervisning.

For å belyse det første hovedfunnet er lærernes utvikling i tråd med kjennetegn for undersøkende matematikkundervisning og endring i lærerposisjoner i undervisningen sentral. I iscenesettelsesfasen sees en utvikling i lærernes overdragelse av utfordring, etablering av felles språk og det didaktiske miljøet som gjør fasen til en arena hvor lærerne «setter scenen» for elevenes videre undersøkende matematikkarbeid gjennom posisjoner som tilrettelegger for elevinnspill, bruk av elevidéer og utfordringer.



I gjennomføringsfasen ser vi en utvikling ved at fasens varighet er tilnærmet doblet i tid etter aksjonssyklusene. Funn indikerer også at lærerne har en endring i hvordan de støtter og utfordrer elevene gjennom færre posisjoner som fører til at lærerne informerer, støtter og leder mot et svar. I tillegg tyder funnene på at lærerne, når de støtter og leder, gjør det på en slik måte at eleven oftere bestemmer retningen i arbeidet. Samtidig har lærerne mer enn femdoblet å fokusere på detaljer i elevenes arbeid og doblet hvordan de får tilgang til og utvider elevenes egne tanker i undervisningen. Kommunikasjonsmønsteret i undervisningen ligner Brendefur og Frykholms (2000, s. 127) medvirkende og reflektsive kommunikasjonsmønster, hvor den reflektsive kommunikasjonen virker å være mer fremtredende ved andre filming. Dette fører til at lærerne støtter og utfordrer elevene gjennom dialog på en annerledes måte etter aksjonsforskningsprosjektet.

I oppsummeringsfasen indikerer funnene at den faglige læringen ikke systematiseres i fellesskap. Videre indikerer funnene at lærerne har en utvikling innenfor å gjøre faglige poenger felles. Lærerne selv har mer enn tredoblet å fokusere på detaljer og mer enn firedoblet å bruke elevidéer i oppsummeringsfasen. Utviklingen i hvordan lærerne posisjonerer seg i undervisningen indikerer at lærerne tilrettelegger for en matematikkundervisning som sammenfaller med det Hiebert og Grouws (2007, s. 371) omtaler som elevers mulighet til å lære, gjennom det de beskriver som begrepsforståelse og effektive strategier.

Det andre siden av problemstillingen som omhandler hvordan observasjon etterfulgt av reflekterende samtaler underveis har fungert som en støtte for utvikling av lærernes undersøkende matematikkundervisning, har vi besvart gjennom analyse av refleksjonssamtalene med påfølgende diskusjon.

Funnene indikerer en sammenheng mellom refleksjonssamtalene og utviklingen lærerne har hatt innenfor egen undervisning og posisjoner i undervisningen gjennom fire av de fem refleksjonskategoriene utviklet med bakgrunn i refleksjonssamtalene, som speiler undervisningen til lærerne. De fire er: *Læreren som -skaper undring og samarbeid, -aktiviserer elever, -gir mindre svar og utfordrer mer og -den uunnværlige «overflødige»*. Videre indikerer funnene at lærerne viser en forskende tilnærming til egen matematikkundervisning fordi de i fellesskap reflekterer over egen og andres undervisning

som den siste refleksjonskategorien representerer, *læreren som metareflekterer over læringsfellesskapet*.

Utviklingen lærerne har i egen matematikkundervisning sees gjennom progresjonen til lærerne i de reflekterende samtaler underveis, hvor de først var opptatt av det organisatoriske, videre elever som aktiveres, før refleksjonene som var mer detaljrike omhandlet lærerrollen som gir mindre svar og utfordrer mer, gjennom posisjoner. Den fleksible og pragmatiske tilnærmingen til observasjonen og refleksjonssamtaler gjennom modifierende kunnskapsoverføringsmodus indikerer at lærerne har gjenskapt den praksisen de observerte, med tilpasninger til egen undervisning. Tilpasninger gjennom valg av aktiviteter og videreutvikling av lærerposisjoner til å gjelde egen undervisning med andre forutsetninger og i andre situasjoner. Funn indikerer også at de metareflekterte over læringsfellesskapet.

Som en måte å forsøke å bøte på tidspresset i skolen og samtidig skape et læringsfellesskap blant lærere, indikerer aksjonsforskningsprosjektet at lærerne i dette prosjektet i fellesskap har reflektert over og utviklet deres undersøkende matematikkundervisning, samtidig i fellesskap gjennom støttende reflekterende samtaler, har skapt et læringsfellesskap, som har en undrende holdning og forskende praksis rundt matematikkundervisning.

## **7.1 Videre arbeid innenfor forsknings og praksisfeltet**

Forskningsprosjektet vårt har gitt oss en dypere innsikt i hvordan lærernes undersøkende undervisning har utviklet seg på bakgrunn av hvordan læreren posisjonerer seg i matematikkundervisningen og gjennomfører undersøkende matematikkundervisning med utgangspunkt i kjennetegn for undersøkende undervisning. Videre har vi erfart hvordan observasjonsøkter av undersøkende matematikkundervisning og reflekterende samtaler underveis kan være små grep som indikerer endringer på kort tid.

I dette forskningsprosjektet var det fire lærere og to forskere som deltok i aksjonsforskningen, noe som vanskeliggjør å trekke slutninger om hvorvidt observasjon av undersøkende matematikkundervisning, etterfulgt av reflekterende samtaler, generelt vil kunne benyttes som en metode for utviklingsarbeid i skolen. Videre forskning på feltet hadde vært spennende for å

se hvilken effekt denne type læringsfellesskap kunne hatt i større skala, iberegnet flere lærere, inkludert elever, gjennomført på tvers av skoler eller over en lengre periode.

Som utdannede lærerspesialister, men avskiltet siden regjeringen har avskaffet ordningen, vil vi personlig belyse at utdanningssektoren går glipp av verdifull kompetanse satt i et system, med en kort, men kraftfull vei ut i praksis, fordi lærerspesialistene satt i et læringsfellesskapssystem ville vært et spennende utviklingsprosjekt for hele utdanningssektoren. Det ville vært spennende å følge flere grupper med lærere i samarbeid med lærerspesialister eller resurspersoner i praksisfeltet, for å se om det ville kunne utvikle flere lærere i praksisfeltet, basert på kunnskap fra forskningsfeltet. Et av våre funn belyst i denne mastergradsavhandlingen omhandlet en mulig sammenheng mellom refleksjonene hos lærerne og hvordan de inntok flere og andre posisjoner i undervisningen. Videre forskning rundt sammenhengen mellom refleksjonene og om de bygget opp under evnen til å ta nye posisjoner hadde vært interessant. Mulighetene er mange, og temaet er spennende. Vi håper flere lærere, øvrige resurspersoner, ledere fra praksisfeltet i skolen og utdanningsfeltet, finner forskningen interessant. Vi håper spesielt ressurspersoner og avskiltede lærerspesialister kanskje blir inspirert til å invitere egne kollegaer inn i klasserommene sine, for deretter å spørre: «*Hva legger dere merke til?*».

## 8 Referanser

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Læring mellom dialog, intensjon, refleksjon og kritik. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes?: Om matematiklæring* (s. 127-138). Malling Beck.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøkende samarbeide i matematikundervisning - utvikling av IC-Modellen. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes?: Om matematiklæring* (s. 110-126). Malling Beck.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*. 45(6), 797-810. doi:10.1007/s11858-013-0506-6
- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. I L. Darling-Hammond, & G. Sykes (Red.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and Practice* (s. 3-32). Jossey-Bass Education Series.
- Blomhøj, M. (2006). Mot en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes?: Om matematiklæring* (s. 80-109). Malling Beck.
- Blomhøj, M. (2019). *Fagdidaktik i matematik*. Frydenlund.
- Blomhøj, M. (2021). Undersøgende matematikundervisning - fra teori til praksis. I M. Andersen, & P. Weng (Red.), *Håndbog om matematik i grundskolen* (2. utg., s. 283-310). Dansk psykologisk forlag.
- Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical modeling: What Do We Know, What Can We Do? I S. J. Cho (Red.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* 73-96. doi:10.1007/978-3-319-12688-3\_9

- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do Students and Teachers deal with Modelling Problems? I C. Haines, W. Blum, P. Galbraith, & S. Khan (Red.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12). Education, Engineering and Economics* 222-23.
- Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom - helping children learn and love maths*. LCPI Group.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield, Overs.). Kluwer Academic Publisher.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (2015). *Childrens Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Heinemann.
- Cengis, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending student's mathematical thinking during whole-group discussions. *J Math Teacher Educ*, 14, 355-374.  
doi:10.1007/s10857-011-9179-7
- Christoffersen, L., & Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.
- Clemens, H. (2021). Med målet for øje: Situationer i undersøgelsesbaseret matematikundervisning. I M. W. Andersen, P. Weng, M. Andersen, & P. Weng (Red.), *Håndbog om matematik i grundskolen: Læring, undervisning og vejledning* (s. 247-265). Dansk Psykologisk Forlag.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). Routledge.
- da Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2016). Teachers Professional Practice Conducting Mathematical Discussions. *Educ Stud Math*. 51-66. doi:10.1007/s10649-016-9681-z

De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora.

<https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi.pdf>

Dewey, J. (1929). *The quest of certainty*. Balch & Co.

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing and focusing actions: a framework for describing how teachers use students comments to work with mathematics. (M. Gods, Red.) *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), 281-304. doi:10.1007/s10649-013-9515-1

Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: undervisning og læring-analytiske perspektiv* (s. 169 - 180). Caspar Forlag.

Drageset, O. G., Allern, T. H., Røsselund, M., Maurizio, B., & Cangemi, E. (2021). Curious Classrooms: A Drama Approach To Mathematics Teaching. [Sendt utgiver, under vurdering]. Institutt for lærerutdanning og pedagogikk, Norges Arktiske Universitet, UIT.

Eisenhart, M. (1991). Conceptual frameworks for research circa 1991: Ideas from a cultural anthropologist; implications for mathematics education researchers. I R. G. Underhill (Red.), *Proceedings of the 13th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 202-219. [https://nepc.colorado.edu/libraries/pdf.js/web/viewer.html?file=https://nepc.colorado.edu/sites/default/files/Eisenhart\\_ConceptualFrameworksforResearch.pdf](https://nepc.colorado.edu/libraries/pdf.js/web/viewer.html?file=https://nepc.colorado.edu/sites/default/files/Eisenhart_ConceptualFrameworksforResearch.pdf)

Fauskanger, J. (2019). Lesson Study på fire ungdomsskoler - fra lærernes perspektiv. *Nordic Studies in Education*, 39(4), 264-280. doi:10.18261

- Fauskanger, J., & Bjuland, R. (2019). Learning ambitious teaching of multiplicative properties through a cycle of enactment and investigation. *Mathematics Teacher Education and Development*, 125-144.
- Fraivillig, J. L., Murphy, L. A., & Fuson, K. C. (1999). Advancing Children's Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 148-170. <https://www.jstor.org/stable/749608>
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester, & Jr., *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 225-256). Information Age Publishing.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. D. Reidel Publishing Company.
- Gibbons, L., Kazemi, E., & Lewis, R. M. (2016). Developing collective capacity to improve mathematics instruction: coaching as a lever for school-wide improvement. *The Journal of Mathematical Behavior*, 46, 231-250.
- Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter*. Cappelen Damm.
- Good, T. (2014). What do we know about teachers influence student performance on standardized tests: And why do we know so little about other students outcomes? *Teachers College Record*. doi:10.1177/016146811411600110
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on student's learning. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 371-404). Information Age Hub.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-28). Lawrence Erlbaum Associates.
- Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2016). Trenger en å spørre for å være spørrende? I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring - analytiske perspektiv* (s. 123-140). Caspar Forlag.

- Johnsen-Høines, M., & Herheim, R. (2016). Innledning: Samtaler danner rom for læring. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring - analytiske perpektiv* (s. 7-22). Caspar Forlag.
- Kazemi, E., Gibbons, L., Lewis, R., Fox, A., Hintz, A., Kelley-Petersen, M., . . . Balf, R. (2018). Math Labs: Teachers, Teacher Educators, and School Leaders Learning Together With and From Their Own Students. *NCSM JOURNAL*, 23-36.
- Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del - verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig reolusjon. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/formalet-med-opplaringen/>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05) - Fagrelevans og sentrale verdier*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier>
- Lampert, M., Beasley, H., Ghouseini, H., Kazemi, E., & Franke, M. (2010). Using Designed Instructional Activities to Enable Novices to Manage Ambitious Mathematics Teaching. I M. K. Stein, L. Kucan, M. K. Stein, & L. Kucan (Red.), *Instructional Explanations in the Dicipines* (s. 129-141). Springer Science+Business Media. doi:10.1007/978-1-4419-0594-9\_9
- Lemke, J. L. (1990). *Talking Science: Language, learning and values*. Ablex Publishing Corporation.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 763-804). Information Age Hub.
- Lester, F. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for reserarch in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 37(6), 457 - 467. doi:10.1007/BF02655854
- Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics*. Corwin Press.



- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 255-276. doi:10.1007/s10649-0079104-2
- Matematikksenteret. (2021). *Om prosjektet Mestre Abisiøs Matematikkundervisning*.  
<https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Revisjon%2020-21/MAM%20-%20prosjektbeskrivelse.pdf>
- McNiff, J. (2002). *Action Research: Principles and Practice*. Routledge Falmer.
- Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk: Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten 2*, 9-15.
- Munthe, E., Helgevold, N., & Bjuland, R. (2017). *Lesson Study i utdanning og praksis*. Cappelen Damm.
- Norsk senter for forskningsdata. (u.å). *Fyll ut meldeskjema for personvernopplysninger*.  
<https://www.nsd.no/personverntjenester/fyll-ut-meldeskjema-for-personopplysninger>
- Nosrati, M., & Wæge, K. (2019). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Matematikksenteret.  
<https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/product/Oppdatert%20september%202019%20Sentrale%20kjennetegn%20p%C3%A5%20god%20l%C3%A6ring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf>
- O'Connor, M. C., & Michaels, S. (1993). Aligning Academic Task and Participation Status through Revoicing: Analysis of a Classroom Discourse Strategy. *Anthropology & Education Quarterly*, 24(4), 318-355.  
<https://www.jstor.org/stable/3195934>
- Paulsen, J. M. (2021). *Skoler som lærer kollektivt: Læring i fellesskap gjennom tillitsbasert ledelse*. Universitetsforlaget.
- Polya, G. (1981). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. DoubleDay Anchor Books DoubleDay & Company.

- Polyani, M. (2015). *Personal knowledge: Towards a Post-Critical Philosophy*. University of Chicago Press.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 255-281. doi:10.1007/s10857-005-0853-5
- Røvik, K. A. (2013). Den besværlige implementeringen: Når reformideer skal løftes frem i klasserommet. I P. Arbo, T. Bull, & Å. Danielsen (Red.), *Utdanningssamfunnet og livslang læring: Festskrift til Gunnar Grepperud* (s. 82-93). Gyldendal Akademisk.
- Røvik, K. A. (2014). Reformideer og deres tornefulle vei inn i skolefeltet. I K. A. Røvik, T. V. Eilertsen, & E. M. Furu (Red.), *Reformideer: Spredning, oversettelse og implementering* (s. 13-50). Cappelen Damm.
- Røvik, K. A. (2014). Translasjon - En alternativ doktrine for implementering. I K. A. Røvik, T. V. Eilertsen, & E. M. Furu (Red.), *Reformideer i norsk skole: Spredning, oversettelse og implementering* (s. 403-417). Cappelen Damm Akademisk.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving. I B. Lauren, L. Resnick, & E. Klopfer, *Yearbook of The Association for Supervision and Curriculum development* (s. 83-103). ASCD.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. I D. Grouws, *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). Macmillan.
- Sinclair, J., & Coulthard, M. (1992). Towards an analysis of discourse. I M. Coulthard, *Advances in spoken discourse analysis* (s. 1-34). Routledge.
- Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. Davidtall.com: <http://www.davidtall.com/skemp/pdfs/instrumental-relational.pdf>

- Skovsmose, O. (2003). Undersøgelandskaper. I O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe?: - om matematikklæring* (s. 143-157). LR: Uddannelse.
- Skånstrøm, M., & Blomhøj, M. (2016). Det kommer an på... I T. E. Ragnes, & H. Alrø (Red.), *Matematikklæring for framtida: Festskrift til Marit Johnsen-Høines* (s. 87-99). Caspar Forlag.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 313-340.  
doi:10.1080/10986060802229675
- Stenhouse, L. (1975). *An introduction to curriculum research and development*. Heinemann.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. Free Press.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitative metoder* (5. utg.). Fagbokforlaget.
- Tiller, T. (2018). *Aksjonlæring - forskende partnerskap i skolen* (1. utg.). Cappelen Damm.
- Utdanningsdirektoratet. (2022). *April 2022: Rapportering til kunnskapsdepartementet om koronasituasjonen våren 2022 - skolens arbeid med fagfornyelsen*.  
<https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/sikkerhet-og-beredskap/informasjon-om-koronaviruset/april-2022-rapportering-til-kunnskapsdepartementet-om-koronasituasjonen-varen-2022--skolens-arbeid-med-fagfornyelsen/om-fagfornyelsen/>
- Wells, G. (1993). Reevaluating the IRF sequence: A proposal for the articulation of theories of activity and discourse for the analysis of teaching and learning in the classroom. *Linguistics and Education*. 5(1), 1-37.
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing? I H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpiska (Red.). *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (s. 167-178). National Council of Teachers of Mathematics.

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning*. [Doktorgradsavhandling, Norges tekniske - vitenskapelige universitet] NTNU Open. <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/258129>

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 27, 458-477.  
<http://www.jstor.org/stable/749877>

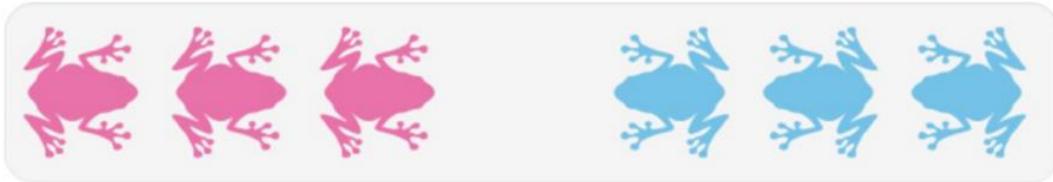
## Vedlegg 1 – Plan for filming, observasjon og refleksjonssamtaler

	<b>Anders</b>	<b>Bethine</b>	<b>Carl</b>	<b>Dina</b>
Filming informanter	Uke 37 Tirsdag 1.økt	Uke 37 Tirsdag 2.økt	Uke 37 Fredag 1.økt	Uke 37 Mandag 3.økt
Observasjon forskere	Uke 38 Fredag 1.økt			
Reflekterende samtaler	Uke 39 Onsdag kl.1430 - 1530			
Observasjon forskere	Uke 41 Fredag 1.økt			
Reflekterende samtaler	Uke 42 Onsdag kl.1430 - 1530			
Observasjon forskere	Uke 44 Fredag 1.økt			
Reflekterende samtaler	Uke 45 Onsdag kl.1430 - 1530			
Observasjon forskere	Uke 47 Fredag 1.økt			
Reflekterende samtaler	Uke 48 Onsdag kl.1430 - 1530			
Re-filming informanter	Uke 49 e1. 50 Tirsdag 1.økt	Uke 49 e1. 50 Tirsdag 2.økt	Uke 49 e1. 50 Onsdag 3.økt	Uke 49 e1. 50 Tirsdag 3.økt

## Vedlegg 2 – Oppgave froskehopp

### Froskehopp

To froskefamilier sitter på noen steiner på et vann. Hver familie består av tre frosker. De er plassert på steinene på denne måten.



Midt mellom froskefamiliene er det en ledig stein. De rosa froskene skal bytte plass

med de lyseblå froskene etter følgende regler:

- froskene har ikke lov til å hoppe bakover, bare framover
- det er bare mulig å hoppe til en ledig nabostein eller over en annen frosk til en

ledig stein

- to frosker har ikke lov til å sitte på samme stein

Når de tre rosa froskene sitter på de tre steinene til høyre og de tre blå på de tre steinene til venstre, er oppgaven løst.

### Oppgaver som kan brukes under aktiviteten.

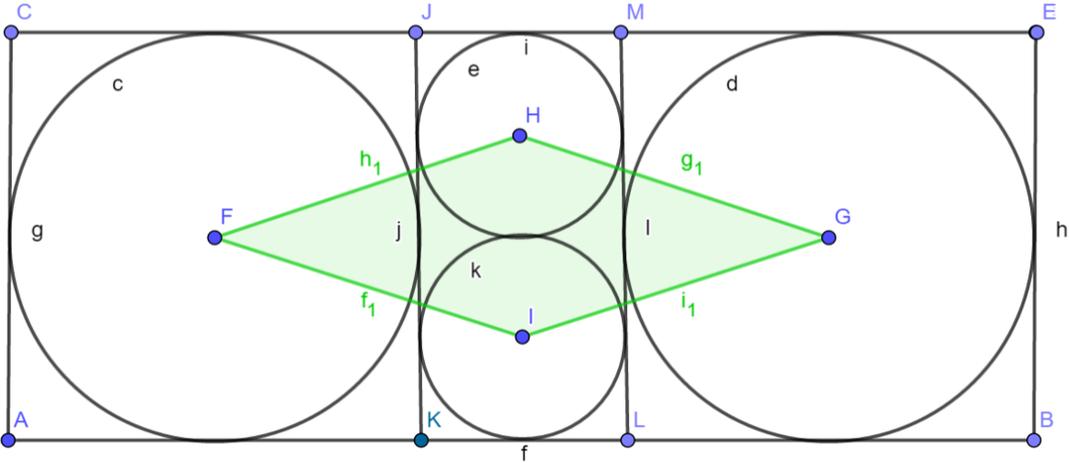
1. Bruk brikkene og «vannet» dere har fått utdelt og prøv om dere får til at froskefamiliene bytter plass.
2. Når dere har klart det, gjør dere det en gang til. Denne gangen teller dere antall hopp.
3. Prøv samme oppgave med fire frosker på hver side.
4. Prøv samme oppgave med to frosker på hver side.
5. Lag en tabell der dere fører opp antall frosker på hver side i en kolonne og antall hopp fra de starter til alle har byttet plass i en annen kolonne. Prøv å

3. Prøv samme oppgave med fire frosker på hver side.
4. Prøv samme oppgave med to frosker på hver side.
5. Lag en tabell der dere fører opp antall frosker på hver side i en kolonne og antall hopp fra de starter til alle har byttet plass i en annen kolonne. Prøv å finne en sammenheng mellom tallene i de to kolonnene.
6. Gjøtt hvor mange hopp som trengs når det er fem frosker på hver side. Test det ut i praksis.
7. Gjøtt hvor mange hopp som trengs når det er 20 frosker på hver side. Hva med 50 eller 100?
7. Kan du finne en formel som gjør at du kan regne ut antall hopp uansett hvor mange frosker det er på hver side? Kan du bevise formelen?
8. Undersøk hvordan det blir hvis det er to frosker på den ene siden og tre på den andre. Hva med 3 og 4, eller 4 og 6?
9. Kan du forklare eller vise sammenhengen?

# Vedlegg 3 – Oppgave geometri

Rektangel ABEC har en omkrets på 42. AB er 2,5 ganger AC.

Hva er avstanden FG? Og hvor stort er areal FIGH?





## Vedlegg 4 – Oppgave bytte av kunstgress

### Bytte av kunstgress i Parken

Kunstgresset i parken skal nå byttes ut, og en ny og bedre gressmatte skal nå legges på stadion. Den gamle gressmatten skal gis i gave til vår samarbeidsklubb «Ballklubben» i nabokommunen. Våre fotballvenner kommer til Parken i uke 44 for å hente kunstgresset. De kommer med en liten lastebil med kran.

Klubbens lastebilsjåfør ønsker å vite hvor mange turen han må komme til Parken for å få med seg alt kunstgresset, og han ønsker også å vite hvor mange timer han må tilbringe i lastebilen før jobben er gjort.



Lykke til 😊

## Vedlegg 5 – Oppgave Kalle kanin.

Kalle Kanin skal opp ei trapp med 10 trinn. Han kan enten hoppe ett eller to trinn av gangen. Han hopper aldri ned. På hvor mange ulike måter kan Kalle komme til toppen av trappa?

- Kan dere finne en annen framgangsmåte for å finne løsningen på oppgaven enn den dere brukte først?
- Hva om trappa hadde hatt fire trinn? Eller fem?
- Kan dere finne noen mønster eller sammenhenger i tallmaterialet deres? Hvorfor blir løsningen slik?
- Kan dere finne en generell formel som viser sammenhengen mellom antall trappetrinn og antall hopp?



## Vedlegg 6 – Grensetilfeller

Underveis i prosessen med å kode empirien i datamaterialet fremkom det grensetilfeller som gjorde at skillene mellom hovedkategoriene for lærerposisjonene ikke var helt klare å skille. Slik er det ofte når data kategoriseres. Vi vil redegjøre for de grensetilfellene som oppsto når vi kodet og kategoriserte empirien, data i vårt materiale.

Vi opplevde utfordringer med å plassere to typer utsagn underveis når vi av kategoriserte data fra lærernes matematikkundervisning, med fokus på lærernes innspill i samtaler og dialoger. Det første var små korte utsagn som fungerte som positive på elevenes arbeid eller innspill i samtalen. Det andre var kommentarer eller innspill som ble gjentatt av lærere, men samtidig inviterte elevene inn i dialogen for å kommentere og avgjøre gyldigheten i oppsummeringen.

Det første grensetilfelle var absolutt det som oppsto flest ganger. Det omhandler grensetilfeller som faller innunder enten hovedkategorien *fortelle eller informere* eller *støtte og lede (elevene mot et svar)*. Det besto av alle små ord lærerne benyttet for å underveis eller avslutningsvis komme med et innspill til elevene fordi de hadde en samtale. De små ordene kunne komme avslutningsvis, være bastante og klare eller de kunne være litt mer åpne. Et eksempel vil være «ja» eller «jaha» som avsluttende kommentar. «Ja» er et ord som bekrefter direkte, hvis ordet benyttes i etterkant av enn annen persons utsagn, mens «jaha» har en mer undrende tone, hvor det ikke ligger direkte enighet eller bekreftelse i ordet når det benyttes som et innspill i en samtale eller tilsvarende på andres utsagn. Her valgte vi etter mye omplassering og diskutering frem og tilbake, å plassere de mer åpne responsene, som «jaha», under kategorien støtte og lede (elevene mot et svar), mens de mer bastante og bekræftende, som «ja», i kategorien fortelle eller informere elevene. Skillet vi foretok begrunnes i at det noe mer undrende utsagnet er en forsiktig støtte, men den er ikke bekræftende og den ble følgelig kodet spesifikt under samtaletrekket fra da Ponte og Quaresma (2016, s. 54) støtte og veilede. Det mer bekræftende innspillet i samtalen i form av «ja» ble kodet spesifikt i samtaletrekket fortelle og foreslå.

Det andre grensetilfelle omhandler hovedkategoriene *fokusere på detaljer og bruke eller utvide elevidéer*. Her var det noen grensetilfeller som oppsto i datamaterialet fra andre filming. I noen samtaler, når lærerne skulle kommentere elevinnspill valgte de å oppsummere det elevene hadde sagt og på den måten, i første omgang, hadde utsagnet til læreren likheter

med hvordan en lærer trekker frem viktige detaljer i hva som akkurat har blitt sagt, og hovedkategorien for lærerposisjoner fokusere på detaljer. Videre fremkom det også slike oppsummerende lærerinnspill som klargjorde viktige detaljer, men hvor oppsummeringen var mer enn bare å få frem viktige detaljer, det ble formulert slik at elevene ble aktivert for å videre komme med innspill og tanker i samtalen. Her valgte vi etter mye diskutering å skille på utsagn lærerne hadde gjennom at der hvor lærerne oppsummerte, ble de kategorisert under hovedkategorien fokusere på detaljer, mens når utsagnene ble av en spørrende karakter med direkte henvisning til elevene var kodingen i hovedkategorien bruke eller utvide elevidéer fordi elevene måtte fortsette på oppsummering lærer hadde gjort for å ta stilling til utsagnet til læreren. Det var en oppsummering, men med en mer åpen tilnærming som ikke bekreftet om utsagnet refererte til det som en oppklaring og oppsummering av hva som var rett, fordi det fremdeles var åpent og opp til elevene å avgjøre og begrunne om det var rett. Slike utsagn ble kategorisert i hovedkategorien bruke eller utvide elevidéer.

# Vedlegg 7 – Godkjenning NSD

08.04.2023, 09:37

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



[Meldeskjema](#) / [Aksjonsforskning mastergradsprosjekt Pål Harald og Ine](#) / Vurdering

## Vurdering av behandling av personopplysninger

**Referansenummer**

725786

**Vurderingstype**

Standard

**Dato**

13.04.2022

**Prosjekttittel**

Aksjonsforskning mastergradsprosjekt Pål Harald og Ine

**Behandlingsansvarlig institusjon**

UIT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

**Prosjektansvarlig**

Ove Gunnar Drageset

**Student**

Ine Chatrin Halfdansen Hetty/ Pål Harald Hansen

**Prosjektperiode**

28.04.2022 - 30.06.2023

**Kategorier personopplysninger**

Alminnelige

**Lovlig grunnlag**

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 30.06.2023.

[Meldeskjema](#)

**Kommentar**

OM VURDERINGEN

Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personver regelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

**TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET**

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 30.06.2023.

**LOVLIG GRUNNLAG**

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

**PERSONVERNPRINSIPPER**

Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

**DE REGISTRERTES RETTIGHETER**

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

**FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER**

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

**MELD VESENTLIGE ENDRINGER**

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: <https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema> Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

**OPPFØLGING AV PROSJEKTET**

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Henning Levold

Lykke til med prosjektet!

# Vedlegg 8 – Samtykkeskjema elever

## Deltakelse i forskningsprosjekt

Dette er et spørsmål om deltakelse i et mastergradsprosjekt. I dette skrivet gir vi informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære.

### Formål

I prosjektet vil vi undersøke om observasjon og reflekterende gruppesamtaler blant en gruppe lærere vil utvikle matematikkundervisningen mot undersøkende matematikkundervisning. For å undersøke dette vil vi gjennomføre undervisning hvor det observeres for deretter å reflektere over undervisningen i grupper. Dette vil foregå over tre måneder og det vil være reflekterende samtaler etter hver undervisningsøkt. Vi vil ta videoopptak av prosjektdeltakernes undervisning i forkant av observasjonsperioden, og i etterkant, for å se om observasjonen og de reflekterende samtalene har utviklet den undersøkende undervisningen.

### Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Vi, Pål Harald Hansen og Ine Chatrin Halfdansen Hetty, gjennomfører dette mastergradsprosjektet via institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved Norges Arktiske Universitet, under veiledning av Ove Gunnar Drageset som et avsluttende ledd i en fagdidaktisk mastergrad i matematikk.

### Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Du får spørsmål om å delta i prosjektet fordi du er elev og deltar som elev i matematikkundervisning.

### Hva innebærer det for deg å delta?

Deltakelse i prosjektet innebærer deltakelse i undervisningsoppleggene som blir tatt opp på video. Det er bare forskerne i prosjektet som vil se på videoen. Den vil lagres på en sikker måte gjennom Norges Arktiske Universitet og vil ikke bli vist til andre enn forskerne i prosjektet.

### Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet, og samtykke til å delta kan når som helst trekkes tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke være noen negative konsekvenser for elever som ikke deltar eller om samtykke senere blir trukket tilbake. Elever som ikke samtykker til deltakelse i prosjektet vil delta i identisk undervisningsøkt, uten filming. Enten på samme tidspunkt i et annet klasserom, eller på et annet tidspunkt. Eleven vil få lik mulighet til undervisning og læring.

### Personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker personopplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om elever til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Dette samtykkeskjemaet vil oppbevares innelåst i et separat skap.
- Videoopptak vil lagres sikkert gjennom Norges Arktiske Universitet. Bare forskerne i prosjektet vil ha tilgang til videoene.

Videoopptaket skal analyseres av forskerne. Når resultatet av analysen presenteres, vil deltakerne ikke kunne bli gjenkjent.

### **Hva skjer med opplysningene når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt og datamaterialet vil kun være tilgjengelig for oss forskere og vår veileder ved Norges Arktiske Universitet. Dataene som publiseres vil være anonymisert og vil ikke kunne knyttes til enkeltdeltakere.

Prosjektet avsluttes, etter planen 30.juni 2023, videoopptakene vil da slettes, og samtykkeskjemaene vil bli makulert.

### **Rettigheter**

Så lenge en elev kan identifiseres i datamaterialet, har eleven/foresatte rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger,
- å få slettet personopplysninger og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?**

Vi behandler opplysninger basert på samtykke.

På oppdrag fra Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved Norge Arktiske Universitet har – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### **Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved Norges Arktiske Universitet v/ Ove Gunnar Drageset, e-post: [ove.gunnar.drageset@uit.no](mailto:ove.gunnar.drageset@uit.no).
- Norges Arktiske Universitet personvernombud ved Joakim Bakkevold, epost: [personvernombud@uit.no](mailto:personvernombud@uit.no)
- Du kan også kontakte masterstudenter Pål Harald Hansen, e-post: [pha041@post.uit.no](mailto:pha041@post.uit.no) og Ine Chatrin Halfdansen Hetty, e-post: [ihe071@post.uit.no](mailto:ihe071@post.uit.no).

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Pål Harald Hansen og Ine Chatrin Halfdansen Hetty



---

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- At mitt barn: \_\_\_\_\_ deltar i undervisningsoppleggene som blir tatt opp på video. Videoen kan brukes av forskerne til forskningsarbeidet. Videoen skal ikke offentliggjøres, og vil bli slettet etter at prosjektet er avsluttet.
- At mitt barn: \_\_\_\_\_ sine anonymiserte sitater kan brukes som data i forskningsprosjektet.

Jeg samtykker til at opplysninger om mitt barn behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av foresatt for elev, dato)

---

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- Å delta i undervisningsoppleggene som blir tatt opp på video. Videoen kan brukes av forskerne til forskningsarbeidet. Videoen skal ikke offentliggjøres, og vil bli slettet etter at prosjektet er avsluttet.
- At mine anonymiserte sitater kan brukes som data i forskningsprosjektet.

Jeg samtykker til at opplysninger om meg behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av elev, dato)

## Vedlegg 9 – Samtykkeskjema lærere

### Deltakelse i forskningsprosjekt

Dette er et spørsmål om deltakelse i et mastergradsprosjekt. I dette skrivet gir vi informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære.

#### **Formål**

I prosjektet vil vi undersøke om observasjon og reflekterende gruppesamtaler blant en gruppe lærere vil utvikle matematikkundervisningen mot undersøkende matematikkundervisning. For å undersøke dette vil vi gjennomføre undervisning hvor det observeres for deretter å reflektere over undervisningen i grupper. Dette vil foregå over tre måneder og det vil være reflekterende samtaler etter hver undervisningsøkt. Vi vil ta videoopptak av prosjektdeltakernes undervisning i forkant av observasjonsperioden, og i etterkant, for å se om observasjonen og de reflekterende samtalene har utviklet den undersøkende undervisningen.

#### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

Vi Pål Harald Hansen og Ine Chatrin Halfdansen Hetty gjennomfører dette mastergradsprosjektet via institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved Norges Arktiske Universitet, under veiledning av Ove Gunnar Drageset som et avsluttende ledd i en fagdidaktisk mastergrad i matematikk.

#### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Til dette prosjektet trenger vi prosjektdeltakere – lærere, som underviser i matematikk ved en grunnskole.

#### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Deltakelse i prosjektet innebærer å observere matematikkundervisning samt å reflektere over undervisningen i en gruppe etterpå. Videre vil egen matematikkundervisning før og etter observasjon og reflekterende samtaler, bli tatt opp på video. Det er bare forskerne i mastergradsprosjektet som vil se på videoene. De vil lagres på en sikker måte gjennom Norges Arktiske Universitet og vil ikke bli vist til andre enn forskerne i mastergradsprosjektet.

#### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet, og samtykke til å delta kan når som helst trekkes tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke være noen negative konsekvenser hvis du senere velger å trekke deg.

#### **Personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker personopplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Dette samtykkeskjemaet vil oppbevares innlåst i et separat skap.
- Videoopptak vil lagres sikkert gjennom Norges Arktiske Universitet. Bare forskerne i prosjektet vil ha tilgang til videoene.

- Navn og kontaktopplysningene dine vil erstattes med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige data.

Videoopptakene skal transkriberes og analyseres av forskerne. Når resultatet av analysen presenteres, vil deltakerne ikke kunne bli gjenkjent.

### **Hva skjer med opplysningene når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt og datamaterialet vil kun være tilgjengelig for oss forskere og vår veileder ved Norges Arktiske Universitet. Dataene som publiseres vil være anonymisert og vil ikke kunne knyttes til enkelt deltakere.

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes, noe som etter planen er 30.juni 2023.

Videoopptakene vil da slettes, og samtykkeskjemaene vil bli makulert.

### **Rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger,
- å få slettet personopplysninger og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av personopplysninger.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på samtykke.

På oppdrag fra Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved Norge Arktiske Universitet har – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### **Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved Norges Arktiske Universitet v/ Ove Gunnar Drageset, e-post: [ove.gunnar.drageset@uit.no](mailto:ove.gunnar.drageset@uit.no).
- Norges Arktiske Universitet personvernombud ved Joakim Bakkevold, e-post: [personvernombud@uit.no](mailto:personvernombud@uit.no)
- Du kan også kontakte masterstudenter Pål Harald Hansen, e-post: [pha041@post.uit.no](mailto:pha041@post.uit.no) og Ine Chatrin Halfdansen Hetty, e-post: [ihe071@post.uit.no](mailto:ihe071@post.uit.no).

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Pål Harald Hansen og Ine Chatrin Halfdansen Hetty

---

## Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- At jeg: \_\_\_\_\_ gjennomfører undervisning som blir tatt opp på video. Videoen kan brukes av forskerne til forskningsarbeidet gjennom transkribering og analyse. Anonymiserte utdrag fra min undervisning kan brukes i mastergradsoppgaven, gjennom presentasjon av funn, analysering og drøfting.
- At jeg: \_\_\_\_\_ deltar i refleksjonssamtaler med en gruppe lærere, og at disse refleksjonene vil kunne brukes i mastergradsprosjektet gjennom analyse og drøfting.

Jeg samtykker til at opplysninger om meg behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

