UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Et rammeverk for å identifisere kreative krav i lærebøker

Sander Harlund og Magnus Reppen Samuelsen

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10 trinn   Mai 2023

Masteroppgave i Matematikkdidaktikk LER-3903

Sammendrag

Denne masteroppgaven har som hensikt å bruke et rammeverk for å undersøke kravet for kreativitet og type svar læreverket Matemagisk 8-10 krever av elevene. Rammeverket som blir brukt i kategoriseringen av oppgaver er inspirert av Lithner (2008), Bergqvist (2007) og Charalambous et al. (2010). Ved å bruke rammeverkene av Lithner (2008) og Bergqvist (2007) for å se på grad av matematisk kreativitet som kreves for å løse oppgaven, og rammeverket av Charalambous et al. (2010) for å se på typer svar oppgavene er ute etter, skal vi svare på følgende problemstilling:

I hvilken grad legges det til rette for kreative krav i oppgavene elevene får i Matemagisk 8-10?

1: Hvilken grad av kreativitet krever oppgavene?

2: Hvilke typer svar krever oppgavene?

For å svare på forskningsspørsmålene har vi brukt en *mixed method* studie. Den kvantitative delen vil være tallfestingen av hvor mange oppgaver som hører til i de ulike kategoriene av kreativitet og typer svar. Den kvalitative vil være analysen av hver enkelt oppgave ved bruk av kodeprosedyren. Vi analyserer bøkene ved en horisontal og en vertikal analyse inspirert av Charalambous et al. (2010). Den horisontale analysen tilbyr en oversikt over læreverkets bakgrunnsinformasjon og struktur, og den vertikale analysen brukes til å presentere funnene i henhold til typer svar og grad av kreativitet.

Funnene viser at det var en overvekt av mindre kreative oppgaver. *Type of response* har kategoriene *svar, forklaring* og *begrunnelse*. De fleste oppgavene krevde at elevene skulle oppgi et svar. Typer svar en oppgave krevde kunne i noen tilfelle henge sammen med grad av kreativitet i oppgaven.

Forord

Med denne masteroppgaven avslutter vi vår 5-årige utdanningsløp i lærerutdanning for 5.-10. trinn ved Universitetet i Tromsø – Norges arktiske universitet. Arbeidet med denne masteroppgaven har både vært lærerik og interessant, og undersøkelsen vi har gjort har gitt oss kunnskap og erfaringer som vi ønsker å ta med oss inn i læreryrket.

Vi vil takke vår veileder Per Øystein Haavold ved Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT som har vist engasjement og interesse for prosjektet vårt. Vi takker for gode råd og hjelp vi har fått under prosessen. En spesiell takk til våre medstudenter for de faglige- og ikke faglige samtalene i dette siste året.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Innledning

Denne masteroppgaven har som formål å bruke et rammeverk utviklet av Lithner (2008) for å analysere et læreverks oppgaver og hvorvidt oppgavene stiller krav til elevenes kreativitet eller ikke. Rammeverket av Charalambous et al. (2010) vil også bli brukt for å vurdere hvilke typer svar som kreves av oppgavene i Matemagisk 8-10. Vi vil plassere oppgavene i kategoriene som finnes i rammeverkene. I dette kapittelet vil vi redegjøre for bakgrunnen for at vi valgte å gjøre denne type lærebokanalyse.

1.1 Personlig bakgrunn for valg av tema

Som fremtidige lærere mener vi at det viktig å gjøre seg kjent med de ulike læreverkene som finnes. Etter fagfornyelsen LK20 tredde i kraft er det kommet nye læreverk som er utviklet etter dette. I samtale med andre lærere har vi opplevd at ulike læreverk har blitt stemplet som bra eller dårlig. Vi ønsker med dette å gjøre oss mer bevisst på hva som er de positive og negative sidene med læreverk som stiller krav til elevers evne til å tenke kreativt og hva som gjør en oppgave kreativ. Kreativitet er noe vi opplever som en underkommunisert, men allikevel svært viktig del av matematikkfaget. Vi hadde derfor lyst å undersøke noe som omhandlet kreativitet i matematikk. Valget falt på å gjøre en lærebokanalyse av læreverket Matemagisk 8-10, som kommer fra et av de mest kjente bokforlagene ment for undervisning i Norge.

1.2 Teoretisk bakgrunn for valg av tema

Matematikklasserom i Norge har ofte vært tradisjonell og lærebokstyrt. Her introduserer læreren tema, viser til eksempler og ber elevene finne svaret på oppgaver som står i boken (Alseth et al., 2003). Det legges ofte vekt på hvordan elevene skal finne svaret på oppgavene, samtidig som oppgavene gjerne er like i sin struktur. Med denne undervisningsformen blir forståelse og det å se sammenhenger i matematikk noe neglisjert (Nosrati & Wæge, 2015). Boaler (2015) skriver at elever som blir undervist i et tradisjonelt klasserom lærer å huske, ikke å løse problemer. Elever som undervises på denne måten opplever ofte matematikk som et fag hvor man utelukkende må huske regler og prosedyrer, i dette faget blir man ikke belønnet for å tenke. Boaler (2015) mener en slik undervisning ofte kan føre til at elever klarer oppgavene de skal til å løse, men at det heller er en indikasjon på at elevene husker reglene og ikke at elevene har forstått matematikken bak. Flere studier tyder på at elever i stor grad jobber med oppgaver som bidrar til å utvikle prosedyrekunnskap og instrumentell forståelse (Hiebert & Grouws, 2007; Jonsson et al., 2014; Schoenfeld, 1992). Lærebøker er ikke bare med å bestemme hva skolematematikk er, de også i mange tilfeller med å definere hva matematikk er for lærere og elever (Johansson, 2003). Læreboken er hovedressursen i lærerens planlegging av undervisning og har ofte stor innflytelse på praktiseringen av både lærerens og elevenes klasseromspraksis (Brehmer et al., 2016). Lærebøker har ofte rettet mye fokus på prosedyrer og algoritmer (Fan et al., 2013; Jäder et al., 2020), og problemløsningsoppgaver har fått mindre oppmerksomhet (Bruin-Muurling, 2010; Li et al., 2009; Van Stiphout, 2011). Nosrati og Wæge (2015) skriver at matematikkundervisning burde bevege seg bort fra algoritmer og regler, og at fokuset heller burde rettes mot de rike tankeprosessene som underbygger matematisk aktivitet. Mann (2005) mener litteraturen antyder at matematisk talent oftest er målt etter hastigheten og nøyaktigheten av en elevs beregninger, og det legges lite vekt på problemløsning og mønsterfinning. Slik undervisning gir ingen muligheter for elevene å arbeide med de rike matematiske oppgavene som krever divergerende tenkning. En slik tilnærming mener han begrenser bruken av kreativitet i klasserommet og får matematikk til å virke som et fag som omhandler memorering av regler og algoritmer.

Bicer et al. (2021) finner i sin metaanalyse en positiv korrelasjon mellom matematisk kreativitet og matematikkprestasjoner. De finner også en positiv korrelasjon mellom generell kreativitet og matematikkprestasjoner, men denne korrelasjonen er ikke like stor. Den samme forskningsartikkelen trekker også frem at forskning gjort etter år 2000 viser en sterkere sammenheng mellom generell kreativitet og matematikkprestasjoer enn forskning som er gjort før 2000.

Tradisjonelt har kreativitet vært en egenskap som i hovedsak ble assosiert med kunst og litteratur (Bicer et al., 2021), men i nyere tid har flere forskere begynt å legge vekt på rollen kreativitet spiller inn i flere fag, hvor et av dem er matematikk (Mann, 2005; Neumann, 2007; Sriraman, 2004).

Er det slik i dag at en lærebokstyrt undervisning nødvendigvis stimulerer prosedyrekunnskaper og huskeregler, eller har nye lærebøker innrettet seg behovet for kreativitet? I denne masteroppgaven ønsker vi å ta i bruk Lithner (2008) sitt rammeverk for å måle matematisk kreativitet i oppgavene i Matemagisk 8, 9 og 10. Kreative oppgaver kan ifølge Lithner (2008) sees på som en motsetning til rutineoppgaver Vi mener at ved å undersøke kreativiteten i helt nye lærebøker som er tilpasset LK20, kan det bidra til å avklare hva de enkelte lærebøkene stimulerer til. Stimulerer lærebøkene til kreativ resonnering, eller memorering av algoritmer? Blir elevene alltid presentert en måte å løse en oppgave på før eleven selv møter på oppgaven, eller hender det at elevene selv må skape en meningsfylt måte å løse problemet på? Vi vil i denne masteroppgaven trekke frem teorier som kan sees i sammenheng med rammeverket til Lithner (2008). Vi vil så modifisere dette rammeverket og henter inspirasjon fra Bergqvist (2007). Analysen av læreverkets generelle struktur og bakgrunnsinformasjon, samt *Type of response* er hentet fra rammeverket til Charalambous et al. (2010).

1.3 Problemstilling

Siden vi har valgt å bruke rammeverket av Lithner (2008), ønsker vi å skape en oversikt over hyppigheten av oppgaver som plasseres inn i de ulike kategoriene av resonnement. Dette rammeverket vil også bli komplimentert at rammeverket utviklet av Charalambous et al. (2010). Vi har gjort modifikasjoner på disse rammeverkene, og utviklet et eget rammeverk. Vårt rammeverk gir oss en helhetlig oversikt over bokens oppbygning, og bokens matematiske innhold. Bergqvist (2007) ble brukt i den hensikt av at dette rammeverket ser på oppgaver uten svar, i motsetning til rammeverket utviklet av Lithner (2008) som plasserer elevsvar i ulike kategorier for resonnement. Når vi kategoriserer oppgaver i en lærebok har vi ikke tilgang til elevers svar, og det var derfor hensiktsmessig for oss å bruke Bergqvist (2007) sitt rammeverket i deler av vår kodeprosedyre. Problemstillingen blir derfor:

I hvilken grad legges det til rette for matematiske kreative krav i oppgavene elevene får i Matemagisk 8-10?

1: Hvilken grad av matematisk kreativitet krever oppgavene?

2: Hvilke typer svar krever oppgavene?

2 Teori

I dette kapitlet vil vi presentere relevant teori som omhandler vårt masterprosjekt. Vi vil presentere teori som direkte eller indirekte vil være en konsekvens av matematisk kreativitet. I tillegg presenterer vi teori om de ulike rammeverkene.

2.1 Begrepsavklaring

Vi vil i denne delen avklare relevante begreper for vårt masterprosjekt. De begrepene vi anser som mest sentrale er kreativitet og matematisk kreativitet og det er derfor disse begrepene blir gjort rede for.

2.2 Hva er kreativitet?

Kreativitet har lenge vært sett på som en av grunnpilarene til intelligens, og personer som har skapt nye ideer eller bygget videre på allerede eksisterende ideer har blitt sett på som kreative (Deák et al., 2004; Guilford, 1967). Ifølge Guilford (1967) har kreativitet også har vært assosiert med kognitiv fleksibilitet til å utvikle nye ideer. Den standard definisjonen av kreativitet inneholder to kriterier. Det første kriteriet er at det er originalt (Runco & Jaeger, 2012). Runco og Jaeger (2012) mener at originalitet er viktig i definisjonen av begrepet kreativitet, men at det ikke er nok. Det er kun ved og også utfylle det andre kriteriet, nemlig effektivitet at denne definisjonen tilstrekkelig fanger opp begrepet kreativitet. Det er her viktig å tilføye at effektivitet har mange former. Dette gjør at begrepet effektivitet i denne sammenheng må sees på som en samlebetegnelse på flere ord som *nyttig*, *passende* eller *ha en verdi* (Runco & Jaeger, 2012). Treffinger et al. (2002) understreker at det finnes mange definisjoner av kreativitet, og ingen er universelt akseptert. Definisjonen som blir lagt til grunn vil i mange tilfeller være styrende for hvordan kreativitet blir vurdert.

2.3 Hva er matematisk kreativitet?

Liljedahl og Sriraman (2006) skiller mellom matematisk kreativitet for matematikere og matematisk kreativitet på skolenivå. For matematikere defineres begrepet som evnen til å produsere noe originalt som betraktelig utvider vår nåværende kunnskap innenfor feltet, eller åpner opp dørene for nye spørsmål for matematikere. Denne definisjonen kan sees i sammenheng med den standard definisjonen av kreativitet. Matematisk kreativitet sørger for at matematikken som en helhet vokser, og dette til tross for at matematisk kreativitet er et relativt uutforsket område (Sriraman, 2004).

Ifølge Liljedahl og Sriraman (2006) vil det være vanskelig å ha like strenge kriterier for matematisk kreativitet på skolenivå. Bicer (2021) har samme oppfatning og har definert matematisk kreativitet på skolenivå. Han definerer det som evnen til å skape nye matematiske ideer, prosesser eller produkt som er ny for eleven, men ikke nødvendigvis ny for resten av verden, ved å bruke korrekte matematiske modeller og mønster. Siden denne definisjonen vektlegger den intellektuelle utviklingen av elevers matematiske evne framfor det å skape nye og nyttige matematiske produkt, vil denne definisjonen være med å skape matematisk *equity*. Her blir begrepet equity brukt som at elever skal ha tilgang til matematikkundervisning som fremhever deres kreativitet, og derfor ha en positiv effekt på deres framtid (Wessels, 2014).

Lithner (2008) viser også utrykk for å støtte en mindre streng definisjon av matematisk kreativitet på bakgrunn av at hans rammeverk er ment for ordinære elever. Han viser til Silver (1997) som sier at selv om kreativitet gjerne har blitt linket til de med eksepsjonelle ferdigheter, kan det være fruktbart for matematikkdidaktikere å se på kreativitet som disposisjon mot matematisk aktivitet som kan bli lagt til rette for i skolen. Siden det er oppgaver i en lærebok studiet retter seg mot, vil det derfor være hensiktsmessig å ta utgangspunkt i de mindre strenge definisjonene av matematisk kreativitet. Det er derfor Bicer (2021) sin definisjon legges til grunn videre i denne masteravhandlingen.

Matematisk kreativitet kan bli vurdert innenfor fire underkategorier; originalitet, flyt, fleksibilitet og utdypning (Mann et al., 2017), men blant matematikkdidaktikere er det vanlig å ta for seg originalitet, fleksibilitet og flyt (Singer, 2018).

Originalitet av svar er antageligvis ansett til å være det viktigste kriteriet i de fleste definisjoner av matematisk kreativitet (Singer, 2018). Kim et al. (2004) definerer originalitet som egenskapen til å skape svar og ideer som skiller seg ut fra andre, altså skal svarene eller ideene være sjelden og/eller unik. Mann et al. (2017) mener matematiske prosesser, prosedyrer og algoritmer også kan være originale i sin form.

Med flyt menes det å kunne skape flest mulig passende løsninger til et problem. Personer som viser flyt er ofte i stand til å generere flere relevante og meningsfylte måter å løse et problem på (Mann et al., 2017). Haylock (1997) mener flyt i matematisk kontekst ofte er mindre nyttig for å vurdere matematisk kreativitet enn fleksibilitet.

I følge Krutetskii (1976) er fleksibilitet evnen til å tenke på et problem fra flere ulike perspektiver og/eller reversere sin mentale prosess. Mann et al. (2017) mener det er ikke uvanlig å bli for fiksert på en løsningsstrategi når man jobber med et problem, men personer som viser fleksibilitet vil i større grad kunne unngå å låse seg til en løsningsstrategi. En kan skille fleksibilitet fra flyt ved at flyt omhandler antall korrekte svar en klarer å generere, mens fleksibilitet er knyttet til hvor mange tilnærminger en kan ha for å løse problemet (Mann et al., 2017).

Videre i oppgaven vår vil vi bruke Bicer (2021) sin definisjon om matematisk kreativitet, siden vi måler hvor mye kreativitet oppgavene legger til rette for, og den definisjonen kan ses i sammenheng med oppgaver. De tre underkategoriene til matematisk kreativitet er i større grad rettet mot hva elever gjør, og dermed ikke like relevant for vår oppgave.

2.3.1 Problemløsning

Siden det er oppgaver i en lærebok vi ser på, er det hensiktsmessig å legge til grunn definisjonen av matematisk kreativitet på skolenivå. Det er derfor oppgaver i boken som legger opp til nye løsningsmetoder som vil kategoriseres som kreative oppgaver, det vil si løsningsmetoder som elevene på forhånd ikke er kjent med. Det vil derfor være hensiktsmessig og også gjøre rede for problemløsning. Sammenhengen mellom problemløsningsoppgaver og kreativitet støttes av Haylock (1987), når elever blir bedt om å bruke metoder systematisk for å løse et problem trenger de ikke tenke eller bruke sine kreative evner. Et problem skal utfordre elevene, men en regneteknisk vanskelig oppgave er ikke nødvendigvis et matematisk problem (Schoenfeld, 2014). Chamberlin og Moon (2005) mener at ved å sette søkelys på ikke rutinebaserte problemløsningsoppgaver som en kritisk komponent i matematikk, vil kreativitet bli enda viktigere og kreative evner kan utvikles.

Problemløsning er definert som prosessen du starter for å løse et problem du ikke umiddelbart ser løsningen på (Lovett, 2002). Problemløsningsoppgaver er fordelaktig i og med at elever kan bli utfordret til å ta i bruk kunnskap de har lært i nye situasjoner (Mayer & Wittrock, 2006) og utviklingen av evnen til å tenke fleksibelt gjennom problemløsning er viktig for utviklingen av matematisk kreativitet (Mann et al., 2017). Et av kjennetegnene til problemløsning er at det er personlig, med dette menes det at de individuelle kunnskaper og ferdigheter som problemløseren behersker eller ikke behersker, er med på å bestemme vanskelighetsgraden og hvilke hindringer som må overkommes (Mayer & Wittrock, 2006).

Runco (2003) mener problemløsning kan deles inn i *kreativ tenkning* og *kritisk tenkning*. Kreativ tenkning vil omhandle å genere ideer som kan bli brukt til å løse et problem, og kritisk tenkning vil på sin side omhandle å evaluere disse ideene.

Ifølge Mann et al. (2017) vil de beste problemløsingsoppgavene innfri tre kriterier: De kan løses med mer enn ett hjelpemiddel og mer enn en tilnærming, de kan brukes til å vurdere forståelse og de krever bruk av flere algoritmer for en fullverdig løsning.

Det er vanlig å skille mellom *well defined problem* og *ill defined problem*. Well defined problem er en oppgave som er klart avgrenset med hensyn til form, mål og operasjoner. Det vil si at oppgaven er tydelig og konkret. Et ill defined problem vil i motsetning være mindre avgrenset i form, mål og lovlige operasjoner. Det vil dermed være en mer åpen oppgave som ikke setter like mange begrensninger på hvordan det skal løses, hvordan sluttresultatet skal se ut og hvilke operasjoner som er tillat. (Mayer & Wittrock, 2006).

Det er også mulig å klassifisere oppgaver som rutineoppgaver eller ikke rutineoppgaver. En rutineoppgave er en oppgave hvor problemløseren allerede er kjent med en fremgangsmåte for å løse oppgaven på, i motsetning vil en ikke rutineoppgave være en oppgave hvor problemløseren ikke er kjent med en fremgangsmåte på forhånd (Mayer & Wittrock, 2006). Det vil si at om en oppgave defineres som en rutineoppgave eller en ikke rutineoppgave, avhenger av forhåndskunnskapene til personen som skal løse oppgaven i tillegg til oppgaven.

2.3.2 Problemløsningsfaser

Polya (2004) anser problemløsning som en prosess og deler denne prosessen inn i fire faser. (NOU 2015:8) Problemet må forstås. Det må være klart for den som løsere problemet hva problemet krever. (NOU 2015:8) En plan for hvordan problemet skal løses må legges. Det er nødvendig å se hvordan ulike deler av problemet henger sammen, og hvordan det ukjente i problemet henger sammen med det som er kjent. Dette er nødvendig for å få en idé om hvordan problemet skal løses. (3) Å utføre planen. (4) Vurdering av løsningen. Her ser man tilbake på løsningen og diskuterer den. Hver av disse fasene har sin viktige funksjon. Det mest ugunstige som kan skje er at man begynner å løse problemet uten å ha forstått det. Generelt er det unyttig å begynne å løse problemet uten å ha sett hvordan ulike koblinger kan bli gjort, og uten å ha en plan. Mange feil kan bli unngått dersom man sjekker hvert ledd i utregningen. Til slutt vil mye av effekten i problemløsningsoppgaven bli borte dersom man ikke undersøker og revurderer den fulle løsningen av problemet (Polya, 2004).

2.3.3 Produktiv streving

Streving i denne sammenheng betyr at elevene hever sin innsats for at matematikken skal gi mening for dem eller finne ut av noe som ikke umiddelbart er åpenbart for dem. Terskelen for streving må være satt slik at oppgaven eller problemet ikke oppleves som umulig å løse for elevene (Hiebert & Grouws, 2007). De mener at produktiv streving er essensielt for å utvikle konseptuell forståelse i matematikk.

Hiebert og Wearne (2003) mener det å streve er en forutsetning for å få en dyp forståelse av matematikk. Streving som avanserer elevers tenkning i matematikk kan være viktig for at elever skal få en dypere forståelse i matematikk, hvis elevene får tilstrekkelig tid og støtte (Bjork, 1994; Hiebert & Grouws, 2007). Warshauer (2015) har et syn på matematikk som at det er en dynamisk disiplin som involverer å utforske problemer, søke etter løsninger, formulere mulige løsninger og grundig resonnering. Dette synet er en motsetning av at matematikk er et statisk fag, hvor memorering av prosedyrer, fakta og konsepter skal læres gjennom repetisjon (Hiebert, 1997; Schoenfeld, 1992).

Utvikling av matematikk forståelse handler om «å gjøre matematikk», noe som innebærer en prosess av nysgjerrighet (Lakatos, 1976; Schoenfeld, 1992). For å oppnå dette er det derfor nødvendig at elever driver med problemløsning (Hiebert & Grouws, 2007). Forskning tyder på at forhold i klasserom ofte ikke innfrir nok kriterier for å nå opp til standarden som er «å gjøre matematikk» (Schoenfeld, 1992; Weiss & Pasley, 2004). En typisk klasseromskultur består gjerne av en blanding av «å gjøre matematikk» med tradisjonell øvelser der elevene observerer læreren demonstrere ulike algoritmer og strategier for å løse oppgaver, og eleven etterpå bruker de samme strategiene for å løse oppgaver (Kapur, 2011; Schoenfeld, 1992).

Forskning tyder på at streving og feiling kan ha en positiv innvirkning på elevers læring i matematikk (Warshauer, 2015). Bjork og Bjork (2011) mener mange former for streving kan være lite gunstig for elevers læring, det er derfor viktig å være bevisst på når streving er gunstig og når det ikke er det. Streving som ikke er gunstig for elevene oppstår gjerne når elevene ikke er i besittelse av de nødvendige forutsetningene for å avansere. Strevingen som er gunstig, oppstår gjerne når man varierer forholdene for læringen og kobler forskjellige matematiske temaer opp mot hverandre.

Kapur (2011) gjorde en komparativ studie av syvendeklasser i Singapore der den ene gruppen skulle lære gjennom produktiv feiling og problemløsingsoppgaver, den andre gruppen skulle lære det samme stoffet gjennom direkte undervisning. På oppfølgingsprøven som inneholdt komplekse problemer som var basert på tidligere arbeid, viste det seg at gruppen som ble undervist med produktiv feiling og problemløsning gjorde det bedre enn gruppen som hadde fått direkte undervisning. Selv om det ikke virker intuitivt at elever som ikke klarte å løse problemene de arbeidet med skulle lære gjennom en slik undervisning, argumenterer Kapur (2011) for at prosessen å involverer seg, holde ut og streve med matematikken, kan være viktig for å danne en dypere forståelse i matematikk. Kapur (2011) mener at selv om oppgavene ikke blir løst, kan det å streve med å forstå matematikken være fordelaktig på sikt. Dette siden streving har en positiv effekt på å huske læringsstoffet (Bjork, 1994; Kapur, 2010), og fordi det fører til en dypere forståelse av matematikken (Hiebert, 2003).

2.3.4 Prosedural og konseptuell forståelse

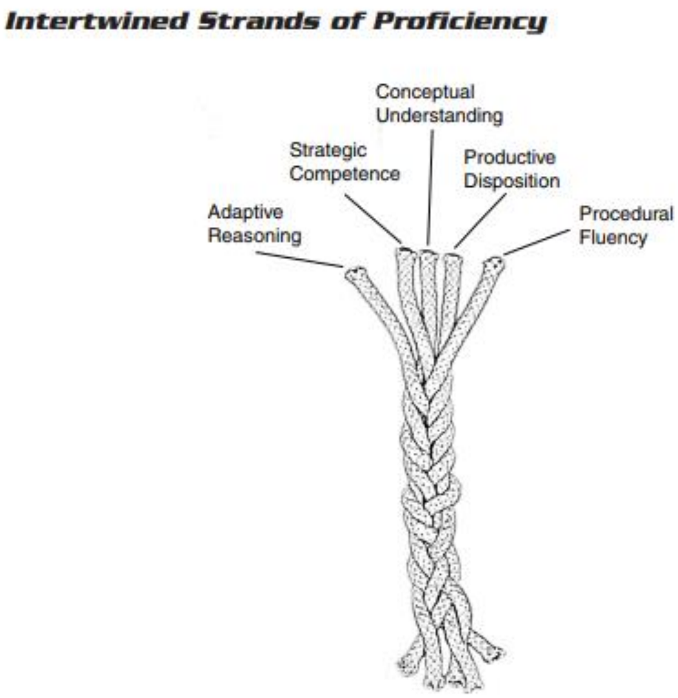
Hiebert og Lefevre (1986) deler kunnskap i matematikk i to, *konseptuell-* og *prosedyrebasert* kunnskap. De skriver at definisjonene av begrepene er noe mangelfull, noe de begrunner med at all kunnskap ikke kan deles fint inn i en av de to kategoriene. Konseptuell kunnskap oppnås ved å konstruere relasjoner mellom informasjon (Hiebert & Lefevre, 1986). Videre sier de at det handler om å se kunnskap i sammenheng med annen kunnskap, og at man da skaper et nettverk av informasjon og kunnskap. Prosedyrebasert kunnskap deler Hiebert og Lefevre (1986) inn i to deler. Første del er det formelle språket, symbolsk representasjon av matematikk. Den andre delen er algoritmer, regler og prosedyrer, noe som viser elever hvordan de skal løse problemer ved å gi de en rekke instruksjoner.

2.3.5 Instrumentell og relasjonell forståelse

Skemp (1976) skiller mellom to ulike forståelser i matematikk, nemlig *instrumentell* og *relasjonell*. Relasjonell forståelse beskriver han som nært knyttet til forståelse, og da menes det hva som skal gjøres og hvordan. Videre skriver han at det innebærer å bygge en begrepsmessig struktur og se sammenhengen mellom ulike begreper. Instrumentell forståelse knytter han til tradisjonelle undervisningsformer, det innebærer å lære seg regler og formler som hjelper med å finne løsninger til oppgaver (Skemp, 1976).

2.4 Kilpatricks tråder av matematisk kompetanse

Matematisk kompetanse er et begrep brukt av Kilpatrick et al. (2001) for å fange opp det de mener er nødvendig for å lære matematikk på en god måte. Matematisk kompetanse består av fem tråder (Kilpatrick et al., 2001). (NOU 2015:8) *Konseptuell forståelse* innebærer og forstå matematiske konsept, operasjoner og hvordan matematikken henger sammen. (NOU 2015:8) *prosedural flyt*. Her menes evne til å utføre prosedyrer fleksibelt, nøyaktig, effektivt og passende. (3) *strategisk kompetanse,* evnen til å formulere, representere og løse matematiske problem. (4) *adaptivt resonnement* omhandler kapasiteten for logiske tanker, refleksjon, forklaring og rettferdiggjøring. (NOU 2015:8) *Produktiv disposisjon.* Med dette menes individets disposisjon til å anse matematikk som forståelig, nyttig og verdt bryet. Det innebærer også individets arbeidsutholdenhet og motivasjon. Kilpatrick et al. (2001) mener disse trådene ikke er uavhengig fra hverandre, men representerer ulike aspekter av en kompleks helhet. Det blir også tydeliggjort at de fem trådene er tvunnet sammen (se figur 1).



Figur 1 Interwined Strands of Proficiency. Figur hentet fra (Kilpatrick et al., 2001)

Kilpatrick et al. (2001) utdyper hva som legges i disse fem trådene. Konseptuell forståelse referer til en integrert og funksjonell kunnskap av matematiske ideer og konsepter. Personer som har en konseptuell forståelse i matematikk, husker mer enn isolerte fakta og fremgangsmåter. De vil forstå hvorfor en matematisk idé er viktig og i hvilken kontekst denne ideen kan brukes. Konseptuell forståelse kjennetegnes også ved at personer har organisert kunnskapen på en måte som tillater dem å lære nye ideer ved å koble dem til matematiske ideer de allerede er i besittelse av. Siden fakta og prosedyrer er lært ved forståelse, er de lettere å huske og benytte seg av, de er også lettere å omstrukturere hvis de er glemt (Kilpatrick et al., 2001). En annen indikator på konseptuell forståelse er å være i stand til å representere matematiske situasjoner på ulike måter, og vite hvordan de ulike måtene å representere matematikk på kan være nyttige til ulike formål (Kilpatrick et al., 2001).

Prosedural flyt omhandler kunnskap om prosedyrer og kjennskap til når de kan brukes, hvordan de kan brukes passende, samt evnen til å utføre dem fleksibelt, nøyaktig og effektivt. Prosedural flyt er gunstig for å støtte den konseptuelle forståelsen. Personer som behersker dette, kan også lettere se likheter og ulikheter i måter å regne på. Disse måtene å regne på inkluderer skriftlige prosedyrer. Knyttet opp til prosedural flyt er evnen til å estimere utfallet av en prosedyre. Både nøyaktighet og presisjon kan oppnås ved øvelse, og det kan også være viktig for å opprettholde den prosedurale flyten (Kilpatrick et al., 2001). De mener at prosedural flyt og konseptuell forståelse ofte går på bekostning av hverandre i skolematematikken.

Strategisk kompetanse er evnen til å formulere, representere og løse matematiske problem. Denne delen av matematisk kompetanse kan kobles til problemløsning og *problem posing* Kilpatrick et al. (2001). Videre i teksten blir *problem posing* oversatt til problemspørring. I skolen blir elever presentert for klart avgrensede problemer de skal løse, men utenfor skolen kan de komme i situasjoner der problemet er å identifisere problemet. De må da ha evnen til å formulere problemet slik at de kan bruke matematikk for å løse det. Som en konsekvens av dette er det sannsynlig at de trenger erfaring i å både formulere problemer og å løse problemer. For å representere et problem nøyaktig, må elevene først forstå situasjonen, inkludert de mest essensielle delene av problemet. For å bli effektive problemløsere må elever lære hvordan de representerer matematikk mentalt, oppdage matematiske sammenhenger, og bruke nye løsningsmetoder når nødvendig. Et fundamentalt karaktertrekk i problemløsningsprosessen er fleksibilitet. Fleksibilitet utvikles ved å utvide kunnskap påkrevd for å løse problemløsningsoppgaver og ikke rutineoppgaver (Kilpatrick et al., 2001).

Adaptivt resonnement omhandler det å tenke logisk rundt forholdet mellom konsept og situasjon på en måte som ivaretar gyldigheten av resonnementet (Kilpatrick et al., 2001). I matematikk er adaptivt resonnement det som holder alle de ulike delene av matematikk sammen. Man kan bruke dette til å se at løsninger, prosedyrer, konsepter og fakta, alt henger sammen med hverandre og er logisk forankret. I matematikk er et svar korrekt siden det ledet av logiske steg. Forskere mener elever har evnen til å resonnere adaptivt når tre krav er innfridd: (NOU 2015:8) Elevene har en tilstrekkelig kunnskapsbase. (NOU 2015:8) Oppgaven er forståelig og motiverende. (3) Konteksten er kjent og komfortabel (Kilpatrick et al., 2001).

En grunnpilar innen adaptivt resonnement er evnen til å begrunne egne løsningsforslag. Her blir begrunnelse brukt som det å kunne gi en tilstrekkelig forklaring for at noe er sant. Bevis er en form for begrunnelse, men en begrunnelse har ikke like strenge kriterier som et bevis. En begrunnelse kan være noe så enkelt som å foreslå en matematisk kilde til et resonnement.

Begrunnelser og bevis har en sentral rolle i matematikken. Klasseromsnormer kan være formet slik at det er forventet at elevene begrunner sine matematiske fremgangsmåter, slik at de blir klar for andre. Elever bør ha muligheten til å begrunne og forklare sin egne ideer for å bedre deres konseptuelle forståelse (Kilpatrick et al., 2001).

Produktiv disposisjon omhandler tendensen å oppleve matematikk som nyttig og verdt strevet, og tro at en jevn innsats i matematikk gir uttelling, samt det å ha tro på at du selv er i stand til å lære. Produktiv disposisjon er nødvendig for utviklingen av alle de andre trådene. Det å anse matematikk som forståelig, og ikke noe tilfeldig, samt ha en iboende holdning om at matematikk er noe som kan læres og forstås, vil også de ha muligheten til å utvikle de andre trådene. Det å utvikle produktiv disposisjon gjøres gjennom flere muligheter til å forstå matematikken, og muligheten til å føle på fordelen av det å jobbe målbevisst. Elevers disposisjon ovenfor matematikkfaget er en viktig indikator på om de blir å mestre faget. Elever som anser deres matematiske evner som fiksert, vil lett bli umotivert når de møter motgang, og antakelig unngå utfordrende problemer. Elever som innehar et syn på at evner er utskiftende, i samhandling med erfaringer og trening, er mer oppsøkende ovenfor utfordringer og lærer av dem (Kilpatrick et al., 2001).

2.5 Styringsdokumenters syn på matematisk kreativitet

Matematisk kompetanse er noe enkeltindividet og samfunnet trenger. Opplæringen skal veksle mellom lekende, utforskende, kreative og problemløsende aktiviteter (Kunnskapsdepartementet, 2013).

I styringsdokumenter blir kreativitet i matematikk blir trukket frem og dens sammenheng med problemløsning (NOU 2015:8). I denne sammenheng blir kreativitet sett på som å være nysgjerrig, utholdende og fantasifull i problemløsningen. Skolen må legge til rette for at elevene skal kunne se nye muligheter, evne til å utforske og utvikler nye løsninger, dette for å bidra til nytenkning, innovasjon og omstilling i arbeidslivet. Kreativitet og problemløsning er ikke noe som bare akademiske yrker og profesjoner vil dra nytte av, fagarbeidere vil også ha behov for å gjøre kritiske vurderinger, finne nye løsninger og gjennomføre ideer i praksis (NOU 2015:8). Kreativitet og problemløsning er kompetanser som bør videreutvikles i skolen. Samfunnet har behov for mennesker som kan skape, bidra til arbeids og samfunnsliv, skape nye virksomheter og finne løsninger på samfunnsutfordringer (NOU 2015:8).

Dette ser vi samsvarer med det som står i læreplan i matematikk. Het står det at «*matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforskning og problemløsing*» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Kritisk tenkning i matematikk omhandler vurdering av argumenter og resonnementer, og kan forberede elevene på å gjøre selvstendige valg i eget liv og i samfunnet. Når elevene får tid til å tenke, resonnere og reflektere matematisk, stille spørsmål og oppleve faget som relevant, vil dette legge til rette for kreativitet og skapertrang (Kunnskapsdepartementet, 2019). Matematikk som fag skal bidra til at elevene utvikler ferdigheter i å jobbe selvstendig og i samarbeid med andre gjennom utforskning og problemløsning. Hvis elevene får muligheten til å løse problemer og mestre utfordringer, kan dette bidra til å skape utholdenhet og selvstendighet (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Et av kjerneelementene i læreplanen i matematikk er utforsking og problemløsning. Her står det at problemløsning omhandler å utvikle metoder for å løse et problem de ikke kjenner fra før av. Algoritmisk tenkning blir her trukket frem som en viktig del av å løse problemer, og bryte problemene ned i delproblemer som kan løses systematisk. Problemløsning handler også om å forandre kjente og ukjente problemer, samt løse dem og vurdere om løsningen er riktig (Kunnskapsdepartementet, 2019).

2.6 Matematisk aktivitet

Lithner (2008) sin kategorisering av resonnement kan sees i sammenheng med Ervynck (2002) sin kategorisering av matematisk aktivitet. Her faller matematiske aktiviteter under de tre kategoriene: *innledende teknisk stadiet*, *den algoritmiske aktivitet* og *den kreative aktivitet*. De to sistnevnte kategoriene er de som kanskje lettest kan knyttes til Lithner (2008) sitt rammeverk, og det er derfor disse som blir presentert.

I delen algoritmisk aktivitet brukes prosedyrer til å utføre matematiske operasjoner for å kalkulere, manipulere og løse (Ervynck, 2002). Den algoritmiske aktiviteten omhandler å utføre matematiske teknikker. Eksempler på dette kan være å utføre algoritmer, bruke en formel eller faktorisere et polynom. Et kjennetegn med algoritmisk aktivitet er at alle stegene må være ganske nøyaktige. Små trivielle feil kan lede til ugyldige resultater, og derfor må alle trinn vurderes. Det er vanskelig å finne feilen dersom en lang algoritme gjøres feil. Algoritmisk aktivitet er en akseptert del av mer avansert matematikk siden det blir sett på som en del av en større teori, som da også vil belage seg på kreativ aktivitet (Ervynck, 2002). Ervynck (2002) mener at algoritmisk aktivitet er en viktig del av læring i matematikk. Dette siden det å beherske slike prosedyrer er nødvendig for å kunne reflektere og manipulere algoritmer mentalt i en høyere orden.

Kreativ aktivitet vil virke som en drivkraft i utviklingen matematisk teori. Et ikke-algoritmisk valg er tatt som fører til en splittelse av den underliggende konseptstrukturen. Matematisk kreativitet er ferdigheten til å gjøre slike steg. Beslutningen om å løse et problem krever to kreative steg. Valget av hypoteser slik at konklusjonen er av verdi i en bredere teori, og å dedusere hypotesene for å bevise teoremet. (Ervynck, 2002)

2.6.1 Forskning på lærebøker

Til tross for at erfaringer og opplevelser i skolegangen vil variere rundt omkring i verden, så er lærebøker en av de universelle elementene (Valverde et al., 2002). I følge Robitaille og Travers (1992) kan det være større avhengighet til lærebøker i matematikk sammenlignet med andre fag i skolen. Det kan sees i sammenheng med det Hiebert (1997) hevder i sin studie, læreboken definerer og representerer matematikken for mange elever. Dette er videre støttet av Love og Pimm (1996) som sier at boken er det klart mest gjennomgripende teknologien som blir brukt i matematikklasserommet. Fordi den er så utbredt, har den vært med på å forme våre tanker om matematikk og hvordan det skal læres.

I TIMSS sin internasjonale rapport fra 2011 oppgir 97% av norske elever at læreren bruker læreboka som basis for undervisningen (Mullis et al., 2012). I følge Pepin og Haggarty (2007) styrer læreboken i stor grad hvilken oppfatning elevene får av matematikk, og hvilke muligheter elevene har til å lære. Hiebert (1997) mener det mest grunnleggende målet for læring i matematikk er at det skjer i sammenheng med forståelse. Han har et rammeverk bestående av fem sammenhengende dimensjoner som menes å påvirke elevenes matematiske forståelse, der den første handler om matematikkoppgavene som brukes i undervisningen. Den i samhandling med de andre dimensjonene er altså viktig for elevenes matematiske forståelse. I følge Henningsen og Stein (1997) er det veldig viktig at elever får jobbe med gode og verdifulle matematikkoppgaver.

Valverde et al. (2002) argumenterer for at det er en sammenheng mellom lærebøker og elevenes læringsmuligheter. I følge Mesa (2004) er lærebøker en potensiell kilde til læring, og argumenterer med å si at elevene lærer av lærebøkene og nytteverdien av den læringen er mediert i skolens kontekst. Lærebøker har altså stor påvirkning på det som blir undervist i klasserommet, dermed er forskning på lærebøker og oppgaver i lærebøker svært viktig for å få innblikk i hva elevene har mulighet til å lære (Jones & Tarr, 2007).

2.7 Rammeverk

I følge Lester (2010) kan man bruke et rammeverk for å konseptualisere og veilede forskning, og det vil være med på å styrke studiets funn og har fire viktige fordeler. De ulike fordelene er; et rammeverk danner grunnlag for å designe og konseptualisere forskningsstudiet; et rammeverk bidrar til at innsamlet data gir mening; et godt rammeverk gir en dypere forståelse enn sunn fornuft; et rammeverk bidrar til dypere forståelse av hvorfor ting er som de er, noe som gjør at funnene ikke kun ser på «hva som fungerer». Det finnes flere ulike typer rammeverk. Vi har valgt å bruke det Lester (2010) kaller for et konseptuelt rammeverk. Måten vi har gjort det på er ved å velge ut relevant teori knyttet til vår problemstilling, og satt det sammen til et passende rammeverk. Vi har hentet inspirasjon fra rammeverket til Charalambous et al. (2010), og i likhet med deres analyse har vi også en horisontal del og en vertikal del i vårt rammeverk. Til sammen skal det bidra til å svare på vår problemstilling.

Charalambous et al. (2010) sin studie er en komparativ analyse av hva oppgavene i matematikkbøker på 4. og 5. trinn krever av elevene, studien var gjort i Taiwan, Irland og Kypros. Det forekommer i artikkelen deres at de så et behov for å utvikle et rammeverk som beskrev både dybden på det matematiske innholdet i bøkene, og en del som gikk på bakgrunnsinformasjon og strukturelle egenskaper (Charalambous et al., 2010). Videre argumenteres det for at en analyse som utelukkende er horisontal eller vertikal vil kunne ha mangler resultatmessig, og påpeker at de to analysedelene vil styrke hverandre siden de fokuserer på ulike aspekter. Alt i alt vil dette føre til en mer helhetlig analyse av lærebøkene.

Charalambous et al. (2010) har i den horisontale delen valgt å dele den inn i to kategorier: *bakgrunnsinformasjon* og *generell struktur*. I delen om bakgrunnsinformasjon vil for eksempel lærebokas tittel, forfattere, sidetall, forlag, tilhørende tilleggsmateriale og utgivelsesår bli gjengitt. Den generelle strukturen kan ta for seg kapittelinndeling, antall oppgaver og antall oppgaver per kapittel. Den horisontale analysen har som formål å analysere læreboka i *bredden* (Charalambous et al., 2010).

Den vertikale delen har som formål å analysere læreboka i *dybden*, denne delen vil frembringe detaljert informasjon om lærebokas matematiske innhold (Charalambous et al., 2010). Den vertikale analysen er delt inn i tre kategorier: *formidlet til elevene*, *kreves av* *elevene* og *sammenhenger*. *Formidlet til elevene* kan være læringsmål, teori, eksempler, definisjoner, illustrasjoner, regler og holdninger til læreboken. *Kreves av elevene* handler om det som kreves av elevene i arbeid med oppgavene i læreboken. Charalambous et al. (2010) har valgt å benytte seg av Stein og Smith (1998) sin *Task analasys guide* som er en del av rammeverket *The Mathematical Task Framework*. Dette blir brukt for å plassere oppgavene i det Stein og Smith (1998) kategoriserer som; *lower-level demands* (lavere kognitivt nivå) og *higher-level demands* (høyere kognitivt nivå). Siden vi ønsker å måle den matematiske kreativiteten i oppgavene i lærebøkene, har vi derfor valgt å bruke Lithner (2008) sitt rammeverk *A research framework for mathematical and imitative reasoning*. Rammeverket består av to hovedkategorier som deles inn i fire underkategorier: *global creative reasoning*, *local creative reasoning*, *algorithmic reasoning* og *memorized reasoning*. Heretter blir kategoriene kalt: globalt kreativt resonnement, lokalt kreativt resonnement, algoritmisk resonnement og memorert resonnement. Det er de fire underkategoriene som skal brukes til å kategorisere de ulike oppgavene sine krav til kreativitet i lærebøkene.

Charalambous et al. (2010) har i tillegg til å kategorisere oppgaver etter kognitive nivåkrav, valgt å se etter hvilke typer svar (*Type of response*) oppgavene krever. Delen om sammenhenger er ikke relevant for vår studie, og vi har derfor valgt å ikke ta høyde for det i vårt rammeverk.

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

Figur 2 Rammeverket til Charalambous, viser både den horisontale og den vertikale delen

2.7.1 Horisontal analyse

I den horisontale delen av vår analyse har vi valgt å hente inspirasjon fra Charalambous et al. (2010), der skal vi se på bakgrunnsinformasjon og den generelle strukturen i de to lærebøkene vi skal analysere. I et senere kapittel presenterer vi vår begrunnelse for utvalg av lærebøker (kapittel 3.1.3). Som i rammeverket til Charalambous et al. (2010) skal vi i presentere bakgrunnsinformasjon, herunder lærebøkenes tittel, sidetall, forfattere, utgiver og utgivelsesår, og tilleggsmateriale. Generell struktur skal redegjøre for kapittelinndeling i de ulike lærebøkene, antall oppgaver og antall oppgaver per kapittel. Senere i oppgaven kommer det en mer detaljert beskrivelse av den horisontale analysen (kapittel 3.2.1).

2.7.2 Vertikal analyse

Hoveddelen av vår analyse vil være den vertikale analysen, noe som blir utdypet i kapittel 3.1.1. I vår studie er det interessant å se hvor stor grad av matematisk kreativitet som er nødvendig for å løse oppgavene i lærebøkene. Derfor har vi i den vertikale analysen kun valgt å fokusere på oppgavene og hva som kreves av elevene i form av matematisk kreativitet. I vår oppgave har vi valgt å bruke Lithner (2008) sitt rammeverk for kreativt og imitativt resonnement for å kategorisere oppgavene etter grad av matematisk kreativitet. Grunnen til at vi har valgt dette rammeverket er fordi vi mener det er mulig å plassere oppgavene i lærebøkene i de ulike kategoriene. Dette kan gi oss en oversikt over hvor stor grad elever har behov for matematisk kreativitet når de jobber med oppgavene i lærebøkene. Det var ønskelig for oss finne et rammeverk som nivådelte oppgavene etter matematisk kreativitet, noe dette rammeverket gjør. Rammeverket har også vært brukt tidligere av Bergqvist (2007), for å måle hva slags type resonnement som kreves på eksamener i matematikk ved universitetsnivå. Et annet rammeverk som kunne vært relevant for oss, og som kan sammenlignes med dette rammeverket er Stein og Smith (1998) sitt rammeverk om kognitive utfordringer. Siden vårt hovedfokus i masteroppgaven er matematisk kreativitet, så var det mer relevant for oss å velge Lithner (2008) sitt rammeverk som har fokus på dette.

Vi skal også benytte Charalambous et al. (2010) sitt klassifiseringssystem *Type of response*, som klassifiserer oppgaver etter hvilke typer svar som kreves. Schoenfeld (2015) mener at det å kunne begrunne og forklare svar er en viktig del av all matematikk. Videre skriver han at det å måtte forklare og argumentere hjelper elevene å finne mening med matematikken. Å arbeide på en slik måte vil øke elevenes matematiske forståelse fordi det å se mening i matematikk fremmer en konseptuell forståelse. Bergqvist (2007) skriver at elever ofte bruker algoritmer eller hukommelse for å løse matematiske oppgaver, og at den type resonnement svekker elevers forståelse og underliggende matematiske konsept. Det vil dermed være viktig at elever kan begrunne og forklare sine svar, og på grunn av dette har vi valgt å bruke dette klassifiseringssystemet. Under kommer en mer detaljert beskrivelse av de to klassifiseringssystemene.

2.7.2.1 Rammeverk for kreativt og imitativt resonnement

Rammeverket til Lithner (2008) er ment for elever i matematikkfaget, og vi har brukt Bicer (2021) sin definisjon av matematisk kreativitet. Definisjonen vektlegger at elever skaper noe nytt, dette samsvarer med kravet Lithner (2008) setter for at noe skal bli kategorisert som et *kreativt resonnement*.

Lithner (2008) mener det er ønskelig i matematikkundervisning å få elever til å utvikle seg som problemløsere. Lithner (2008) argumenterer for at rutinelæring er noe som hemmer elevers utviklingen mot å bli problemløsere. Bhattacharya (2022) forklarer at rutinelæring er læring gjennom repetisjoner for å mestre nye teknikker. Denne formen for læring har lenge blitt kritisert for å belage seg på at elever må huske steg, noe som hindrer dem i å utvikle en dypere forståelse for fagstoffet. Der er mange artikler som har til hensikt å analysere aspekter ved rutinelæring, men det er ikke mange som tar for seg de ulike kategoriene av resonnement. Det er dette som er hensikten i rammeverket til Lithner (2008). Rammeverket fokuserer på fasene av problemløsning først utviklet av Polya (2004) senere videreutviklet av Schoenfeld (2014).

Det finnes flere definisjoner av resonnement, blant annet Utdanningsdirektoratet (2022) sin, som handler om å begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger, og bevise at de er gyldige. Lithner (2008) sin definisjon av resonnement sier at uansett tankegang er resonnement, uavhengig av om det er korrekt eller ikke, så lenge det er noe fornuftig for den som har tanken. Lithner (2008) sier at resonnement enten kan være en tankeprosess, resultatet av en slik prosess, eller begge deler. Rammeverket er basert på flere empiriske studier (Lithner, 2000, 2003, 2004), under studiene ble det funnet og definert to grunnleggende typer resonnement: *creative mathematically founded reasoning* og *imitative reasoning*, som heretter blir kalt *kreativt resonnement* (Creswell & Miller) og *imitativt resonnement* (IR).

Det er denne definisjonen av resonnement som kommer til å bli brukt i resten av masteroppgaven. Videre i oppgaven vår blir vi å henvise til Lithner (2008) sitt rammeverk og dets kategorier som *resonnement typer*.

2.7.3 Imitativt resonnement

Imitativt resonnement blir beskrevet av Lithner (2008) som en type resonnement som bygger på å kopiere løsningsforslag, f.eks. ved å se på eksempeloppgaver i læreboken eller huske en bestemt algoritme for å løse et problem. Et *svar* definerer Bergqvist (2007) som «*en* *tilstrekkelig beskrivelse på verdiene spurt om i oppgaven*», og en *løsning* på en oppgave er svaret sammen med argumenter som støtter riktigheten av svaret. Formuleringen til både svar og løsning vil være påvirket av hvilke situasjoner det blir utgitt i, om det er en lærebok, eksamen eller det virkelige liv.

Flere forskjellige former av imitativt resonnement har blitt karakterisert i empiriske studier, og de er summert inn til to hovedformer: *memorert resonnement* og *algoritmisk resonnement* (Bergqvist, 2007).

2.7.3.1 Memorert resonnement

Resonnementet i et løsningsforslag er klassifisert ifølge Lithner (2008) som memorert resonnement (Lakatos) hvis det oppfyller disse kravene:

- Valg av strategi er basert på å huske svaret.
- Valg av strategi er gjennomført ved å kun skrive ned eller si svaret.

Typiske oppgaver som er mulig å løse ved bruk av memorering er oppgaver som spør om fakta (Bergqvist, 2007), for eksempel «hva kalles tallet under brøkstreken?». Det er også mulig for elever å besvare avanserte teorem ved å memorere, men kun hvis de vet at de kan få spørsmål om det under en eksaminasjon.

2.7.3.2 Algoritmisk resonnement

Algoritmisk resonnement (AR) defineres av Lithner (2008) som «*et sett med regler som løser en bestemt oppgave hvis man følger de*». Et eksempel på det kan være abc-formelen for å løse andregradslikninger. Definisjonen tar også for seg prosedyrer som ikke kun er kalkulasjon, f.eks. bruk av grafisk kalkulator for å finne tilnærmet riktig svar på en likning ved å zoome inn på krysset (Bergqvist, 2007). Selv om algoritmisk og memorert resonnement til dels kan være likt, så er det et tydelig skille. Ved bruk av memorert resonnement har man memorert løsningen, mens en som bruker algoritmisk resonnement har memorert de vanskelige delene av en prosedyre og gjennomfører de enkle delene selv. Resonnementet i et løsningsforslag klassifisert ifølge Lithner (2008) som algoritmisk resonnement hvis det oppfyller disse kravene:

- Valg av strategi er basert på å huske regler som vil garantere at man når riktig løsning.
- Gjennomføring av strategi består av utføre lavere nivå av matematikk, ved kalkulasjoner eller handlinger fulgt opp av ett sett med regler.

Algoritmisk resonnement er en pålitelig metode når den som skal løse oppgaven har prøvd en algoritme flere ganger og vet hvordan den skal brukes (Bergqvist, 2007). Det er nevnt i tidligere studier at elever forsøker, uten suksess, å bruke algoritmisk resonnement i problemløsningssituasjoner (Lithner, 2000, 2003, 2004, 2008). Bergqvist (2007) skriver at siden flere profesjonelle matematikere bruker algoritmer, så er ikke bruk av algoritmisk resonnement et tegn på manglende forståelse. Ved bruk av algoritmer sparer man tid og det minimerer faren for miskalkulasjoner. Det nevnes også at det er mulig å gjennomføre algoritmisk resonnement uten noen form for forståelse av den iboende matematikken (Bergqvist, 2007). De fleste studier finner at algoritmisk resonnement er den dominerende formen for resonnement (Lithner, 2008).

2.7.4 Kreativt matematisk resonnement

Kreativt resonnement er i rammeverket til Lithner (2008) sett på som et produkt av *kreativ matematisk tenkning*. Kreative tankeprosesser er i denne kontekst karakterisert av fleksibilitet, altså muligheten til å bruke flere fremgangsmåter, og evnen til å ikke bli fiksert på en løsningsstrategi (Haylock, 1997; Silver, 1997). For Lithner (2008) er ikke kreativitet et tegn på genialitet eller overlegen tenkning, men noe man bruker for å skape nye rimelige velbegrunnede løsningsforslag. Kreativt resonnement er karakterisert inn i tre deler: *nyhet*, *plausibilitet* og *matematisk fundament*.

For at det skal kalles kreativt resonnement, må resonnementet i et løsningsforslag oppfylle disse kravene. Det er disse kriteriene som er koblingen mellom matematisk kreativitet og slik det blir målt i rammeverket til Lithner (2008).

- Det er nytt for personen (nyhet)
- Inneholder strategivalg og/eller implementeringer støttet av argumenter som begrunner hvorfor konklusjonene er sanne eller plausible (plausibilitet), og de er forankret i iboende matematiske egenskaper involvert i resonnementet (matematisk fundament).

I rammeverket til Lithner (2008) blir plausibilitet brukt for å beskrive argumenter som er støttet av argumenter som ikke nødvendigvis er like streng som i bevis. Kvaliteten på resonnementet henger sammen med konteksten, det vil si at kvaliteten på resonnementet kan være sterk om det kommer fra en ung elev, men svak om det kommer fra en eldre student.

Argumentene brukt for å vise at en løsning er plausibel, kan mer eller mindre være godt begrunnet. Rammeverket til Lithner (2008) definerer *oppgavekomponenter* til å være objekter (tall, funksjoner og matriser), transformasjon (hva som blir gjort med et objekt), og konsept (sentrale matematiske ideer bygd på å relatere sett av objekter, transformasjoner, og deres eiendeler). En komponent har en *matematisk eiendel* hvis eiendelen er akseptert av det matematiske samfunnet som korrekt. Om en oppgave krever CR av eleven er ikke direkte knyttet til hvilken type oppgaver eleven har øvd på å løse (Bergqvist, 2007). Det vil si at det er mulig for elever å støte på oppgaver som krever CR, selv om de har løst mange oppgaver innenfor et tema.

Kreativt resonnement blir i rammeverket delt inn i to hovedformer*: lokalt kreativt resonnement* (LCR) og *globalt kreativt resonnement* (GCR).

- Hvis en oppgave kun kan løses ved bruk av CR klassifiseres den som GCR
- Hvis en oppgave delvis kan løses ved bruk IR, men fortsatt krever CR klassifiseres den som LCR (Bergqvist, 2007).

For å identifisere om oppgavene i lærebøkene krever kreativitet, så blir rammeverket til Lithner (2008) brukt, og det gjøres ved å plassere oppgavene i de ulike kategoriene (GCR, LCR, AR og MR). Rammeverket skal være til hjelp for å identifisere om oppgavene og løsningene er kjent eller ikke for elevene. Når en oppgave ikke er kjent for elevene, og hverken MR eller AR er realistiske alternativer, så er det mulig å anse det som CR. Følgelig er en oppgave klassifisert som CR kun om den ikke kunne løses ved bruk av IR og en rimelig CR løsning eksisterer (Bergqvist, 2007). En oppgave blir vurdert som kjent for elevene hvis:

- Elevene blir spurt om å oppgi fakta eller teorielement, f.eks. en definisjon eller et bevis, som elevene har blitt fortalt om på forhånd i undervisning at kan komme på en test (løselig med MR) eller
- Oppgaveboken inneholder tre eller flere forekomster av en oppgave, og alle de forekomstene delte nok kjennetegn med oppgaven til at elevene kan identifisere den aktuelle algoritmen (løselig med AR).

2.7.4.1 Type of response

Charalambous et al. (2010) har utviklet et klassifiseringssystem som kalles *Type of response*, og det består av fire kategorier. *Answer only*, *answer and mathematical sentence, explanation, justification*. Videre bruker vi *Svar, svar og begrunnelse, forklaring* og *begrunnelse*. *Svar* er oppgaver som kun krever numerisk svar eller numerisk uttrykk. *Svar og begrunnelse* er oppgaver som krever et svar, men som også krever at elevene kommer med et matematisk uttrykk (Charalambous et al., 2010). *Forklaring* er oppgaver som krever at elevene gir en forklaring på fremgangsmåten de har brukt, eller forklaring på svaret. Kategorien *begrunnelse* forventer at elevene begrunner gyldigheten av svaret, eller begrunner gyldigheten til tilnærmingen som ble brukt for å løse oppgaven (Charalambous et al., 2010).

2.8 Oversikt over vårt rammeverk

Vi har benyttet oss av ulike elementer fra tidligere forskning og satt sammen et eget rammeverk som vi mener skal besvare vår problemstilling.

Tabell 1 Oversikt over vårt rammeverk

Horisontal analyse		**Vertikal analyse**	
Bakgrunnsinformasjon	**Generell struktur**	**Resonnement typer**	**Type of response**
Tittel	Antall oppgaver	Memorert resonnement	Svar
Sidetall	Kapittelinndeling	Algoritmisk resonnement	Forklaring
Forfattere	Antall oppgaver per kapittel	Lokalt kreativt resonnement	Begrunnelse
Utgiver og utgivelsesår		Globalt kreativt resonnement	
Tilleggsmateriale			

3 Metode

I dette kapittelet gjør vi først rede for forskningsdesign, før vi begrunner utvalget i vår studie. Vi vil også gjøre rede for metodevalg. Hensikten med dette er å være så transparent som mulig. Målet ved å være transparent er at leseren skal kunne forstå og vurdere resultatene i lys av metodevalg (Gleiss & Sæther, 2022). Vi vil til slutt drøfte vår reliabilitet og validitet.

3.1 Dokumentanalyse Lærebokanalyse

Vårt forskningsspørsmål handler om å utforske i hvilken grad elevene trenger matematisk kreativitet i en av de mest brukte lærebøkene på ungdomstrinnet som også skal være tilpasset lk20. Dermed vil det være nødvendig for oss å se på oppgavene i lærebøkene siden oppgavene er det elevene møter i undervisningen (Charalambous et al., 2010; Doyle, 1988; Hiebert, 1997). En studie av dokumenter som opprinnelig ikke er skrevet med formål om å bli forsket på kalles for dokumentanalyse (Thagaard, 2018). Det kan være bøker, internettartikler, offentlige dokumenter, medietekster og liknende. I følge Gleiss og Sæther (2022) kan det være interessant å bruke lærebøker som utgangspunkt i en dokumentanalyse. I vår oppgave blir lærebøkene dokumentene vi analyserer, dermed faller denne oppgaven under kategorien dokumentanalyse. Christoffersen og Johannessen (2012) støtter også denne forståelsen av dokumentanalyse, fordi lærebøker er utgitte verk og derfor åpen for alle. Gleiss og Sæther (2022) skriver at i motsetning til andre tekstanalyser, så gir dokumentanalyse stor frihet til å selv velge relevante teoretiske begreper fra forskningslitteraturen, noe som kan gjøre det enklere å analysere og fortolke lærebøkene. De skriver videre at i kvantitative dokumentanalyser må kategoriene som materialet skal kodes etter, etableres på forhånd. I følge Mayring (2015) er det vi gjør en deduktiv innholdsanalyse, fordi vi koder etter eksisterende kategorier. En utfordring ved dokumentanalyse er at det ikke er nok å bare beskrive og vise til mønstre i datamaterialet, for at det skal bidra til kunnskap må forskeren tolke mønstrene og formidle hvilke betydninger de har (Gleiss & Sæther, 2022). Sentralt i en god dokumentanalyse er å kombinere relevante teoretiske begreper med datamaterialet.

3.1.1 Innholdsanalyse

Ifølge Grønmo (2016) defineres en innholdsanalyse av at man gjennomfører en systematisk undersøkelse av dokumenters innhold. En innholdsanalyse defineres som en analyse der man etablerer kategorier og systematiserer koblinger mellom de (Silverman & Schmieder, 2022). Gleiss og Sæther (2022) skriver om en form for innholdsanalyse der forskere har kombinert verktøy fra ulike metoder og tilpasset analysestrategier til formålet med problemstillingen og analysen. Senere i oppgaven kommer vi mer inn på hvordan vi har slått sammen og redigert ulike metoder til vårt eget rammeverk, slik at det passet til vår analyse og problemstilling. På bakgrunn av Grønmo (2016), Silverman og Schmieder (2022) og Gleiss og Sæther (2022) sine definisjoner vil dette være en innholdsanalyse. For oss var det behov for å gjennomføre en innholdsanalyse, fordi det ut ifra problemstillingen var nødvendig å analysere lærebøkenes innhold for at vi skulle kunne belyse den. Analyser som baseres på Silverman og Schmieder (2022) sin definisjon av innholdsanalyse er kvantitativ innholdsanalyse, noe vår analyse er da vi blant annet teller antall tilfeller i hver kategori. En analyse som ser på dataens egenskaper, rettes i større grad mot en mer kvalitativ innholdsanalyse (Krumsvik, 2014).

En innholdsanalyse kan altså både være kvalitativ og kvantitativ. Begge formene for innholdsanalyse baserer seg på en detaljert og grundig gjennomgang av dokumentets innhold. Et annet punkt knyttet til kvantitativ innholdsanalyse er at den evaluerer dokumentets innhold på bakgrunn av et systematisk skjema, et såkalt kodeskjema (Grønmo, 2016). Hvordan vi har definert kodeskjema kommer frem i kapittel 3.3.5 Kodeprosedyre. Ved hjelp av kodeprosedyren blir data samlet inn ved å merke av for hvilken kategori oppgaven passer best til i skjemaet. Kategoriene ble bearbeidet og systematisert før innsamlingen startet, i tillegg ble de redigert underveis i innsamlingen ettersom det var behov for det. I vår analysedel av lærebøkene ble oppgavene markert inn i både den kategorien som sa hvor stor grad av matematisk kreativitet elevene trengte for å løse oppgaven, og hvordan type svar oppgaven ba om. Kodeskjemaet som ble brukt for å holde oversikt over datamaterialet ble utviklet i Excel, noe som beskrives mer i kapittel 3.3.3 Forberedelse til kategoriseringen.

Vår innsamling av data til den kvalitative innholdsanalysen vil skje parallelt med den kvantitative innholdsanalysen. I vårt tilfelle vil den kvalitative innholdsanalysen være den analyseringen som avgjorde hvilken kategorier en oppgave tilhørte. Altså hvor stor grad av matematisk kreativitet elever trenger for å løse en spesifikk oppgave, og hvordan type svar den oppgaven ber om. Analyseringen av oppgavene ble gjort på bakgrunn av rammeverket som vi har satt sammen. En deduktiv innholdsanalyse bruker et allerede eksisterende rammeverk, der kategoriene blir hentet fra og brukt i analyseringen (Patton, 2002). Siden vi i vår analyse bruker allerede eksisterende rammeverk, så er vår innholdsanalyse en deduktiv analyse. Her vil kategoriseringen av oppgavene følge våre definisjoner av kategoriene til Lithner (2008) i rammeverket for imitativ og kreativ resonnering, samt kategorier fra Charalambous et al. (2010) sin *Type of response*. Den horisontale delen av analysen, der vi ser på bakgrunnsinformasjon og generell struktur, vil også være en deduktiv analyse siden vi bruker rammeverket til Charalambous et al. (2010).

Siden vi i vår oppgave bruker både kvantitativ og kvalitativ analyse, så bruker vi det som kalles for *mixed methods*. Cohen et al. (2018) mener at en kombinasjon av kvalitativ og kvantitativ tilnærming gir et mer helhetlig bilde av det som utforskes, kontra å kun bruke en av tilnærmingene. Det skjer ved at tilnærmingene utfyller hverandres svakheter og utnytter hverandres styrker.

3.1.2 Forskningsdesign

Et forskningsdesign er en plan eller strategi for hvordan forskningen skal organiseres, slik at forskningsspørsmålet kan besvares (Cohen et al., 2018). Et godt forskningsdesign henger sammen på en god måte (Gleiss & Sæther, 2022).

Andersson-Bakken og Dalland (2021) skriver at formålet til en *mixed methods* forskningsdesign kan være initiert av tidligere forskningsfunn med et ønske om å studere forskningene fra et nytt perspektiv. I vårt tilfelle er vi ute etter å kategorisere oppgaver i lærebøker ut fra et rammeverk for å si noe om kravet for kreativitet oppgavene stiller, samt et rammeverk som vil gi oss tall på hva slags type svar som forlanges i oppgavene. Dette vil gi oss en tallbasert beskrivelse av kravene til kreativitet som stilles til elevene når de løser oppgavene i læreboken, og en tallbasert beskrivelse av hva slags type svar som forlanges i oppgavene.

Det finnes mange definisjoner av hva et *mixed methods* forskningsdesign er (Teddlie & Tashakkori, 2003). Cohen et al. (2018) mener at et *mixed methods* forskningsdesign vil si å kombinere ulike elementer av både kvalitativt og kvantitativt forskningsdesign, i den hensikt å få en rikere og mer pålitelig forståelse av det som blir undersøkt.

I denne studien benytter vi oss av koding, som er en måte å analysere kvalitative data på. Det å kode data vil si å fordele informasjonen inn i ulike kategorier (Andersson-Bakken & Dalland, 2021). I denne studien blir oppgaver (data) plassert inn i typer resonnement og typer svar (kategorier). Når data kategoriseres, organiseres dem i mer oversiktlige enheter (Andersson-Bakken & Dalland, 2021). Kodingen som analyseverktøy vil danne det kvalitative grunnlaget i *mixed method* forskningsdesignet.

Gleiss og Sæther (2022) skriver at valg av tilnærming bør være styrt av hva slags kunnskap man søker. I vårt forskningsprosjekt ønsker vi å få en oversikt over de ulike *Type of response* og typer resonnement. Denne oversikten dannes ved å analysere alle oppgaver i tre lærebøker. Det er derfor hensiktsmessig å tekke konklusjoner ut fra numeriske data. Hammersley (2012) skriver at dette er et av kjennetegnene ved kvantitativ forskning. Vi vil deretter bruke den kvantitative analysen til å trekke konklusjoner.

3.1.3 Utvalg bøker

Bøkene vi vurderte var Aschehougs *Matemagisk*, Cappelen Damms *Matematikk* og Gyldendals *Maximum*. Grunnen til at disse lærebøkene ble vurdert er at alle er tilpasset lk20. Gjennom våre praksiserfaringer i studiet, vikarjobb og samtaler med matematikklærere har vi erfart at alle læreverkene har vært mye brukt på ulike skoler i Troms, og derfor er disse bøkene enkelt tilgjengelig for oss. Valget falt på Aschehougs Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020a), Matemagisk 9 (Kongsnes & Wallace, 2020c) og Matemagisk 10 (Kongsnes & Wallace, 2021). I Matemagisk 8-10 står det at bøkene legger til rette for at elevene får være aktive og utforskende, samt oppdage matematiske sammenhenger, utvikle forståelse og bli gode problemløsere. Egenskapene til læreverket kan ses i sammenheng med Bicer (2021) sin definisjon av matematisk kreativitet, og dermed var det interessant for oss å analysere disse bøkene. I tillegg til grunnbøkene finnes Matemagisk 8-10 elevhåndbok (Kongsnes & Wallace, 2020b), som i hovedsak virker å være en repetisjonsbok og en plass å samle det mest essensielle fagstoffet over de tre årene. I Matemagisk 8-10 (Kongsnes & Wallace, 2020a, 2020c, 2021) står det at bøkene kan brukes alene, eller i kombinasjon med Matemagisk 8-10 elevhåndbok (Kongsnes & Wallace, 2020b), noe som gir oss grunn til å kunne analysere grunnbøkene alene.

*Dette er elevens egen matematikkbok. Den går hånd i hånd med grunnbøkene og følger samme struktur. I tillegg til samlingen av fagstoffet, vil elevene finne korte forklaringer på begreper, gjennomgang av metoder og eksempler. Her får de også nyttige tips som "*Hvordan føre en matematikkoppgave?*", de vanligste programmeringskommandoene og en kortfattet verktøyopplæring i GeoGebra og Excel* (Kleivdal, 2023).

Aschehoug tilbyr også parallellbøker som er for elever som strever litt ekstra med matematikk, og skal erstatte grunnbøkene. Parallellbøkene følger ikke grunnboka side for side, men de møter likevel samme utvalg av oppgavetyper, i tillegg til at elevene har mulighet til å skrive inn i selve boka. Siden Matemagisk 8 parallellbok (Kongsnes & Wallace, 2023a) og Matemagisk 9 parallellbok (Kongsnes & Wallace, 2023b) ble utgitt etter vi var ferdig med vår analyse av grunnbøkene, var det ikke tid til at disse ble analysert. Den viktigste grunnen til at vi har valgt å analysere grunnbøkene, er fordi det kan ses på som et standardisert utgangspunkt for en undervisningssekvens over tid. Mesa (2004) har i sin studie analysert bøker fra start til slutt, og dermed sett på den potensielle læringsmuligheten elevene får om de jobber slik. Siden parallellbøkene er ment til å erstatte grunnboka, og kommer med samme utvalg oppgavetyper i samme progresjon som grunnboka, så tror vi at resultatene av analysen ikke ville vært så ulik fra grunnbøkene. På bakgrunn av dette har vi valgt å ikke inkludere parallellbøkene i analysen.

3.1.4 Utvalg oppgaver

Matemagisk grunnbøker er delt inn i fem ulike deler, *fellesløypa*, *følg stien*, *terrengløypa*, *topptur* og *ekspedisjon*. I Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020a) står det at hvert delkapittel starter med en fellesløype. I fellesløypa møter elevene oppgavetypene *nøkkelhull*, *snakke matte*, *aktiviteter, spill og tema*. Nøkkelhull er oppgaver som viser spesielt viktige ideer og tenkemåter. Snakke matte er oppgaver der elevene skal snakke matte med hverandre, her skal de trene på å forklare det de tenker. Spill og aktiviteter skal sammen med de andre oppgavetypene bidra til engasjement og gjøre matematikkundervisningen meningsfull for lærere og elever (Aschehoug, 2023b). Spillene og aktivitetene i lærebøkene krever ofte at elevene beveger seg vekk fra pulten, og ulikt utstyr for å gjennomføre oppgavene. Disse har sjelden en spesifikk løsningsstrategi, og bygger på det matematiske temaet i kapittelet. Videre inneholder denne delen teori, eksempler, utforskende oppgaver, spill, aktiviteter og andre varierte oppgaver. Noe som også kommer i hvert kapittel en plass i fellesløypa er temaoppgavene, dette er oppgaver som går utenfor den normale oppgavedelingen i boken. Oppgavene bygger på det elevene har jobbet med i kapittelet de er på, og temaoppgavene var alltid tekstoppgaver. I tillegg var temaoppgavene alltid i en form for kontekst, for eksempel en tur til alpene eller badeland.

På Aschehoug (2023b) sin hjemmeside står det at Matemagisk 8-10 gir elevene: *en differensieringsmodell som lar elevene lære på sitt nivå, men i takt med hverandre*. Siden det ikke står klart noen plass om nivådeling i oppgavene, går vi ut ifra at de henviser til de ulike delene av boken som kommer utenom fellesløypa. Følg stien er oppgaver der elevene får trent mer på det som er gjort i fellesskap i klassen (Kongsnes & Wallace, 2020a). Her trenes det på én ting om gangen. Denne delen dekker det mest sentrale faginnholdet og finnes i slutten av delkapitlene. Terrengløypa inneholder oppgaver som bygger videre på det elevene har arbeidet med i fellesskap (Kongsnes & Wallace, 2020c). Her kan de få sammensatte utfordringer, også fra flere temaer på en gang. Terrengløypa finnes i slutten av delkapitlene, etter følg stien. Topptur er oppgaver som er svært utfordrende og som går utover det som forventes på det gjeldende trinnet (Kongsnes & Wallace, 2021). Elevene oppfordres til å jobbe med topptur hvis de mestrer oppgavene i terrengløypa godt, topptur finnes i slutten av nesten alle kapitlene. Ekspedisjon er oppgaver som går langt utover det som forventes på det gjeldende trinnet (Kongsnes & Wallace, 2021). Oppgavene her gir særlig god trening i abstraksjon, generalisering og avansert problemløsning. Ekspedisjonsdelene er plassert på fire strategiske steder i hver av bøkene.

Tabell 2 Oppgavetyper i lærebøkene

Oppgavetyper	**Ekstra**
Fellesløypa	Nøkkelhull, snakke matte, tema, aktiviteter og spill
Følg stien	
Terrengløypa	
Topptur	
Ekspedisjon	

3.2 Kvantitativ analyse

Videre kommer hoveddelen av vår undersøkelse der vi i detalj beskriver den horisontale analysen, den vertikale analysen, forberedelser til kategoriseringen og kodeprosedyren.

3.2.1 Horisontal analyse

Som nevnt tidligere består den horisontale analysen av to deler, *generell struktur* og *bakgrunnsinformasjon*. Den ene delen er generell struktur, som gir oss oversikt over temaer, kapittelinndeling og antall oppgaver. Hensikten med denne analysen er å belyse bøkenes struktur, med tanke på hvordan matematisk innhold blir delt inn i forhold til tema. Hvor mange oppgaver det er gir oss mulighet til å regne ut ulike verdier, det kan for eksempel være oppgaver i henhold til kapittel. Analysen av bokens generelle struktur er bakgrunnen for våre resultater, og en oversikt over disse resultatene kommer frem i kapittel 4.1. Vi vil også vise frem alle kapitlene i de tre bøkene, hva de heter og hvor mange oppgaver som er i de ulike kapitlene.

Grunnen til at vi analyserer bøkenes bakgrunnsinformasjon er for å gi en bred beskrivelse av bøkenes kontekst. I analysen av bakgrunnsinformasjon ser vi på tittel, sidetall, forfattere, utgiver, utgivelsesår og tilleggsmateriale. Vi ønsker å gi oss selv og leseren et bilde av at lærebøkene i seg selv ikke er det eneste verktøyet forlagene tilbyr, og derfor presenterer vi tilleggsmateriale. Vi ønsker også å beskrive læreverkene slik at både vi og leseren får en mer reell situasjonsbeskrivelse.

3.2.2 Vertikal analyse

Den vertikale delen er den delen som har vært vektlagt mest i vår analyse. Den er mer omfattende enn den horisontale analysen, og vil derfor bli beskrevet i detalj i dette kapittelet. De fire kategoriene memorert resonnement, algoritmisk resonnement, lokalt kreativt resonnement og globalt kreativt resonnement vil videre bli kalt MR, AR, LCR og GCR. Disse kategoriene viser nødvendigvis ikke vanskelighetsgraden på oppgaven, men hvilken grad av matematisk kreativitet oppgaver trenger for å løses.

For at vi kunne være konsekvente og effektive i kategoriseringen av oppgavene, så vi oss nødt til å utforme en kodeprosedyre som vi måtte følge når vi kategoriserte oppgavene. En kategori vil bli best definert om tre krav oppfylles: en definisjon av hver av kategoriene, regler for kategoriseringen og eksempel som viser en typisk oppgave innenfor hver av kategoriene (Murphy, 2002). I arbeidet med kodeprosedyren var det viktig å lage en tydelig definisjon av hver kategori, slik at skillet mellom kategoriene kom klart frem, og dette gjorde at vi kunne kode datamaterialet vårt på en presis og konsekvent måte. I kodeprosedyren bruker vi definisjonene til (Lithner, 2008) og (Bergqvist, 2007) for å definere resonnement typene, og (Charalambous et al., 2010) for å definere *Type of response*, men vi har også gjort egne tilpasninger for å treffe vår problemstilling. En mer detaljert beskrivelse av arbeidet med kategoriseringen kommer i neste delkapittel.

Definisjoner, eksempler og regler for kategoriseringen ble utformet til en detaljert kodeprosedyre. Den gjorde at vi var i stand til å vurdere i hvor stor grad elevene behøvde matematisk kreativitet for å løse eller svare på oppgaven, og hvilken type svar oppgaven krevde. Siden vi var to som analyserte og kodet oppgavene, var det spesielt viktig at kodeprosedyren var detaljert nok. Å utvikle en velformulert og presis kodeprosedyre er viktig for å gjennomføre en suksessfull koding, i tillegg til at det styrker påliteligheten av kodingen (Syed & Nelson, 2015). Kodeprosedyren kommer i kapittel 3.2.5.

3.2.3 Forberedelse til kategorisering

I vår forberedelsesfase før analysen jobbet vi med rammeverket, definisjonene våre av kategoriene og kodeprosedyren. Underveis i denne fasen ble det vurdert, redigert og tilpasset slik at det passet vår studie. Etter vi hadde satt sammen et rammeverk, definisjoner av kategoriene og prosedyren, så utviklet vi et Excel-dokument som vi kunne notere hyppigheten av hver kategori i. Da vi arbeidet med å kategorisere oppgavene så vi oss nødt til å gå tilbake for å redigere og legge til deler i definisjonene av kategoriene, noe som var med på å gjøre de ulike kategoriene mer presis knyttet opp mot læreverket.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1																		
2		Matemagisk 8 Kap. 4: Potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge						0,16	0,23	0,27	0,31		0	0,5	1			
3								Mathematical reasoning					Type of respons					
4		Oppgavenr	Delkapittel		Oppgavetype	Nøkkel	Umulig	MR	AR	LCR	GCR		S	F	B			
5	SUM						9	0	243	59	2	313	283	18	3	MR+TR	Skala	
6		4.1a	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0=Umulig	9
7		4.1b	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,16=MR+S	0
8		4.1c	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,66=MR+F	0
9		4.1d	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	1,16=MR+B	0
10		4.1e	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,23=AR+S	232
11		4.1f	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,73=AR+F	10
12		4.1g	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	1,23=AR+B	1
13		4.1h	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,27=LCR+S	49
14		4.1i	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,77=LCR+F	8
15		4.1j	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	1,27=LCR+B	2
16		4.1k	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,31=GCR+S	2
17		4.1l	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	0,81=GCR+F	0
18		4.2a	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	1,31=GCR+B	0
19		4.2b	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16	Sum	313
20		4.2c	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
21		4.2d	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
22		4.2e	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	0	1	0		0	0	1	1,27		
23		4.3a	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
24		4.3b	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
25		4.3c	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
26		4.3d	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
27		4.3e	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
28		4.3f	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
29		4.4a	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
30		4.4b	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
31		4.4c	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	0	1	0		1	0	0	0,27		
32		4.4d	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	0	1	0		1	0	0	0,27		
33		4.4e	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	0	1	0		1	0	0	0,27		
34		4.4f	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	1	0	0		1	0	0	0,16		
35		4.4g	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	0	1	0		1	0	0	0,27		
36		4.4h	potenser og kvadratrøtter		fl		0	0	0	1	0		1	0	0	0,27		

kap2 kap3 kap4 kap5 kap6 kap7 kap8 kap9 kap10 kap11 kap12 kap13 kap14 kap15 kap16 kap17

Figur 3 Viser hvordan Excel arket ser ut.

De ulike kolonnene og radene i Excel-arket viser hva de representerer i vår analyse. Kolonne B er oppgavene vi har analysert, og kolonne C viser hvilket delkapittel oppgavene tilhører. Kolonne E viser hvilken oppgavetype oppgaven er. De ulike oppgavetypene er som nevnt tidligere fellesløypa, følg stien, terrengløypa, topptur, og ekspedisjon. De ulike oppgavetypene i fellesløypa ble også markert i samme kolonne. Kolonne F viser om oppgaven er merket med et nøkkelhull. Kolonne G er med fordi vi så det som nødvendig å ta med hvilke oppgaver som vi ikke kunne kategorisere. Oppgaver som vi mente ikke var mulig å kategorisere, er oppgaver som vi mener går utenfor gradene av matematisk kreativitet. I læreplanen for matematikk som fulgte med lk20 er det lagt til rette for tverrfaglige temaer og grunnleggende ferdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2019). Oppgavene som ble kategorisert som umulig gjenspeiles i stor grad av de tverrfaglige temaene *folkehelse og livsmestring*, og *demokrati og medborgerskap*, samt den grunnleggende ferdigheten *å kunne skrive* (Kunnskapsdepartementet, 2019). Vi kunne ikke kategorisere disse oppgavene fordi de ikke passet inn i noen av kategoriene, og det fordi de i svært liten grad var tydelig fokusert på matematiske aktiviteter. Eksempel på slike oppgaver kommer i kapittel 3.2.5 Kodeprosedyre.

Kategoriene til *Mathematical reasoning* kommer i kolonnene H-K, og kategoriene til *Type of response* kommer i kolonnene M-O. Hver av kategoriene kommer med en egen tallverdi, og tallverdiene er valgt slik at ingen av summene blir like når vi legger sammen Mathematical reasoning og *Type of response*. Disse tallverdiene ble brukt for å lage en oversikt over hvor mange oppgaver som hørte til under de ulike kombinasjonene av kategorier. Kolonne P brukes som en hjelpekolonne for oss, og regner ut summen av *Mathematical reasoning* og *Type of response*. I kolonne Q og R vises de ulike kombinasjonene av kategoriene og antallet slike kombinasjoner.

Etter vi hadde utarbeidet Excel-dokumentet startet vi med kategoriseringen. Først kategoriserte vi ca. 150 oppgaver sammen, og da startet vi med oppgavene i første kapittel i Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020a), dette gjorde vi fordi det var viktig for oss å jobbe kronologisk gjennom bøkene. Dette var et viktig steg for at vi skulle forstå rammeverket likt. For å teste om vi hadde lik forståelse av rammeverket arbeidet vi hver for oss med de neste 100 oppgavene. Når det var gjort sammenlignet vi våre kategoriseringer, og ble enig om at vi ikke var tilfredsstilt med resultatet. I kapittel 3.3.2 reliabilitet viser vi resultatene av sammenligningene våre. Vi så på alle oppgavene vi hadde kategorisert ulikt, diskuterte, gikk tilbake til definisjonene av kategoriene og spisset de i større grad. Etter sammenligningen gjorde vi et nytt forsøk på å arbeide hver for oss med 100 nye oppgaver. Vi sammenlignet resultatene, og selv om de var bedre denne gangen var vi ikke helt fornøyd. Vi diskuterte de oppgavene vi hadde kategorisert ulikt, snakket om de og presiserte kategoriene våre ytterligere. Etter den nye presiseringen av kategoriene og kodeprosedyren så vi på alle oppgavene vi tidligere hadde kategorisert ulikt, og merket at vi i større grad var enig om kategoriseringen. For å teste de nye definisjonene og presiseringene jobbet vi hver for oss med 100 nye oppgaver. Igjen sammenlignet vi kategoriseringene våre, og denne gangen var vi tilfredsstilt med resultatet.

Charalambous et al. (2010) har i sitt rammeverk fire kategorier for *Type of response*. Disse fire kategoriene er *svar*, *svar + matematisk uttrykk*, *forklaring* og *begrunnelse*. I prosessen der vi jobbet for å presisere kodeprosedyren, la vi merke til at ingen av oppgavene som vi analyserte ble kategorisert som *svar + matematisk uttrykk*. De oppgavene vi diskuterte om kunne havne i denne kategorien, ble heller plassert i kategoriene *svar* eller *forklaring*. På grunn av dette så vi etter en begrunnelse for hvorfor den kategorien eksisterte. Charalambous et al. (2010) sier at behovet for kategorien oppsto i møtet med oppgaver i de taiwanske lærebøkene. Videre står det at hverken de irske eller de kypriotiske bøkene hadde noen oppgaver som havnet i denne kategorien. Vi ble så nysgjerrig på hvordan denne kategorien ble definert, men Charalambous et al. (2010) har ikke en presis og avgrenset definisjon på denne kategorien. Det de henviser til er to eksempeloppgaver som er kategorisert som *svar + matematisk uttrykk*, og der blir elevene eksplisitt bedt om å formulere en matematisk setning eller et matematisk uttrykk. Dermed ble det utfordrende for oss å se hvilke oppgaver som skulle plasseres i denne kategorien. Vi valgte på bakgrunn av dette å ekskludere kategorien *svar + matematisk uttrykk*.

Lithner (2008) sitt rammeverk om matematisk resonnement er bakgrunnen for kategoriseringen av oppgavene. Vi har også brukt artikkelen til Bergqvist (2007) *Types of reasoning required in university exams in mathematics* i arbeidet med kategoriseringen av oppgavene. I artikkelen så hun etter hvilken form av resonnering som trengtes for å løse eksamensoppgaver i matematikk ved et universitet. Det er resonneringstypene MR, AR, LCR og GCR som er nevnt tidligere i oppgaven som vil være bakgrunnen for kategoriseringen av oppgavene.

Et viktig moment er at elever kan løse samme oppgave med ulik resonneringstype, om løsningsalgoritmen er noe ukjent for en elev er det mulig at eleven må bruke en mer kreativ resonnering (Bergqvist, 2007; Palm et al., 2011). Vi vil konsekvent kategorisere oppgaver etter lavest plausible kategoriseringsnivå. Siden det ikke er mulig for oss å analysere elevers fullstendige læringserfaringer, begrenser vi oss til å se på oppgavene i lærebøkene som brukes. Analyseringsverktøyet skiller mellom de fire resonneringstypene ved å bestemme hvor *kjent* oppgavene er for elevene (Bergqvist, 2007). Dette bestemmer vi ut ifra det som allerede er presentert for eleven i læreverket.

Vi bruker Bergqvist (2007, s. 355) sin definisjon av *hendelse*:

An occurrence is either an example or a recommended exercise with the same solution as the task, or a part of the theory text connected to the same solution as the task, that also shares surface properties with the task to an extent that makes it possible for the students to identify the correct solution.

Med andre ord definerer vi hendelser som alle erfaringer eleven gjør seg igjennom læreverkene dersom elevene følger læreverket kronologisk. Tidligere hendelser kan altså være fra en teoridel av læreverket eller tidligere oppgaver. Dersom tidligere hendelser kan knyttes til en oppgave på en måte som avslører en mulig løsningsstrategi, vil dette redusere kravet for kreativitet i den aktuelle oppgaven.

Vi bruker en definisjon av Brousseau (1997): *An algorithm is a finite sequence of executable instructions which allows one to find a definite result for a given class of problems* (Brousseau, 1997, s. 129). I denne masteroppgaven skiller vi ikke mellom algoritmer og prosedyrer.

3.2.4 Antakelser vi har gjort på forhånd

For å kunne kategorisere oppgaver i starten, måtte vi anta hendelser en tenkt elev hadde vært igjennom. Dette ble gjort for å unngå at oppgaver skulle bli kategorisert som mer kreative enn de var. Vi har antatt at elevene som starter å jobbe i Matemagisk 8 (Kongsnes & Wallace, 2020a) har vært igjennom grunnleggende hendelser av de fire regneartene.

Innenfor addisjon har vi lagt til grunn at elevene kan addisjonsalgoritmen. Vi har likevel ikke lagt til grunn at elevene er kjent med brøk og desimaltall. Derfor er det bare addisjon med hele tall som vil bli kategorisert som AR.

Innenfor subtraksjon har vi lagt til grunn at elever kan subtrahere alle tall så lenge det er heltall og det som trekkes ifra er mindre enn utgangspunktet. Vi legger derfor ikke til grunn al elever er kjent med negative tall.

Vi legger til grunn at elevene kan multiplisere alle heltall med hverandre så lenge det ikke er flere enn tre siffer i multiplikasjonen.

Vi legger også til grunn at elevene kan dividere så lenge divisjonen går opp uten desimal i svaret, samt dividenden er mindre enn 100 og divisoren er mindre enn 100. Her har vi også tatt utgangspunkt i at elevene ikke kan dividere tall dersom divisoren er mindre enn dividenden, ettersom dette vil gi et svar mindre enn én som derfor må uttrykkes ved desimaltall eller en ekte brøk.

3.2.5 Kodeprosedyre

Under følger kodeprosedyren vår som er inspirert av Charalambous et al. (2010) Lithner (2008) og Bergqvist (2007). Først presenterer vi kodeprosedyren punktvis, fulgt opp av en mer detaljert forklaring. Denne kodeprosedyren er det som ligger til grunn i den kvalitative delen av analysen.

1. *Analyse av oppgaven*
    a. Vurdere mulige løsningsstrategier
    b. Vurdere mulige algoritmer
    c. Vurdere eventuelle bruk av verktøy
    d. Vurdere mulige svar
2. *Mathematical content* – analyse av matematisk innhold
    a. Ser etter lignende tidligere teori
    b. Ser etter lignende tidligere eksempler
    c. Ser etter lignende tidligere oppgaver
3. *Mathematical reasoning* – klassifisering av kreative nivåkrav
    a. Memorert resonnement (Lakatos)
    b. Algoritmisk resonnement (AR)
    c. Lokalt kreativt resonnement (LCR)
    d. Globalt kreativt resonnement (GCR)
4. *Type of response*
    a. Svar
    b. Forklaring
    c. Begrunnelse

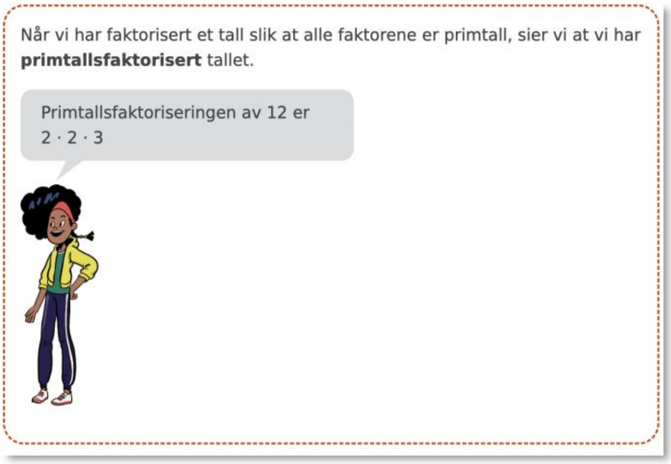
Vi startet med å lese eksemplene og teori som ble presentert før oppgaven slik at vi satt oss inn i temaet. Dette var en måte for oss å få en oversikt over teori, løsningsforslag og algoritmer som elevene fikk før oppgaven. Det gjorde vi fordi vi ønsket å vite hvor kjent oppgaven var for eleven.

1. **Analyse av oppgaven.** I denne delen så vi etter oppgavens mulige løsningsstrategier, om det kunne brukes algoritmer, og hvilke svar man kunne komme fram til i

oppgaven. Dette er en viktig del av analysen fordi det setter grunnlaget for kategoriseringen av de kreative nivåene.

2. **Mathematical content – analyse av matematisk innhold.** Vi så på teoridelene, eksemplene og oppgavene som hadde vært presentert før den gitte oppgaven, dette vil telles som hendelser som kan brukes for å løse oppgaven. Definisjoner og regler som ble presentert i boken ble også sett på i denne delen.
3. **Mathematical reasoning – klassifisering av kreative nivåkrav.** I dette steget klassifiserte vi oppgavene inn i en av de fire nivåkategoriene under, og argumenterte for valget med bakgrunn i det vi fant i de to foregående stegene. Under kommer definisjonene av de ulike kategoriene, samt eksempler på oppgaver som var typisk for den gitte kategorien.

    a. ***Memorert resonnement (Lakatos)****:* For at en oppgave skal bli kategorisert som MR kan den besvares direkte ut fra tidligere presentert hendelse. Hendelsen må da ha vært tidligere i samme kapittel som oppgaven. Oppgaver som ber elevene om å følge instrukser blir kategorisert som MR.



Figur 4 Viser et eksempel på hvordan man kan primtallsfaktorisere tallet 12

OPPGAVE 1.41

Primtallsfaktoriser tallene.

a. 9	**b.** 16
c. 6	**d.** 10
e. 12	**f.** 15

Figur 5 Viser oppgave 1.41e

Oppgave 1.41e ber elevene om å primtallsfaktorisere tallet 12. Eksempelet i figur 4 var i samme kapittel som oppgave 1.41. *Dette gjør at elevene har muligheten til å huske framfor å tenke og fortsatt løse oppgaven.*

OPPGAVE 8.13

Her ser du verditabellen til en funksjon. I tabellen representerer *x*-verdiene førstekoordinaten til punkter. Funksjonsverdiene representerer andrekoordinaten til punkter.

a. Fyll ut tabellen.

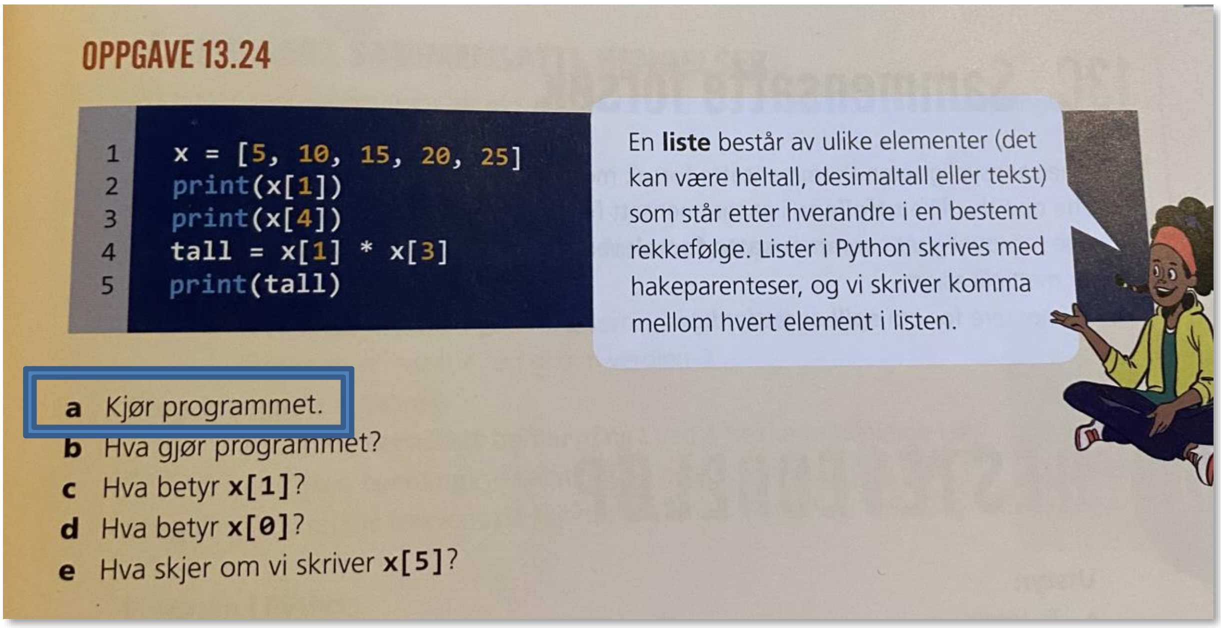
b. Lag et koordinatsystem i skriveboka di, og tegn punktene i koordinatsystemet.

c. Hvis du har plassert punktene riktig, skal de ligge på en rett linje. Bruk linjal, og tegn denne linja.

x	$f(x)$	Punkt $(x, f(x))$
5	10	(5 , 10)
1	6	
0	5	
−1	4	
−5	0	

Figur 6 Viser oppgave 8.13 hvor c) ble kategorisert som MR

Vi har i denne situasjonen gått ut ifra at elevene har løst oppgave 8.13a og 8.13b. Oppgaven ber elevene om å trekke en rett linje mellom punktene. Dette er et eksempel på en oppgave som ber elevene om å følge instrukser. Slike oppgaver var ofte i sammenheng med oppgaver der elevene skulle øve med matematiske verktøy, noe vi som av så lav kreativitet at de blir klassifisert som MR i vår lærebokanalyse.



Figur 7 Viser en programeringsoppgave hvor a) ble kategorisert som MR

Oppgave 13.24a og andre oppgaver der elevene kun ble bedt om å kjøre et program, ble klassifisert som MR. Slike oppgaver ble klassifisert som MR siden elevene kan kopiere det som står, og fortsatt løse oppgaven. For elevene vil det å følge instruksene som står på skjermen være tilstrekkelig for å løse oppgaven.

b. ***Algoritmisk resonnement (AR)***: For at en oppgave skal bli klassifisert som AR må minst én mulig løsning på oppgaven være beskrevet eller støtt på tre ganger tidligere, og på en slik måte at eleven ikke behøver å utvide eller legge noe til denne algoritmen eller løsningen på egen hånd. En oppgave vil også klassifiseres som AR dersom en løsningsmetode på den aktuelle oppgaven er gitt i samme kapittel.

EKSEMPEL 1

Vi kan sette inn tall for **variabler** og regne ut verdien av **algebraiske uttrykk**.

Hvis $a = 5$, kan vi regne ut verdien av det algebraiske uttrykket $4a + 3$ på denne måten:
$4a + 3 = 4 \cdot 5 + 3 = 20 + 3 = 23$

Hvis $a = -2$, kan vi gjøre det på denne måten:

$4a + 3 = 4 \cdot (-2) + 3 = -8 + 3 = -5$

Vi skriver ikke gangetegn mellom tallet og variabelen. $4a$ betyr $4 \cdot a$.

Figur 8 Viser et eksempel fra Matemagisk 8, som kan knyttes til figur 9

OPPGAVE 3.1

Hva er verdien av det algebraiske uttrykket $6x - 4$ hvis

a. $x = 3$

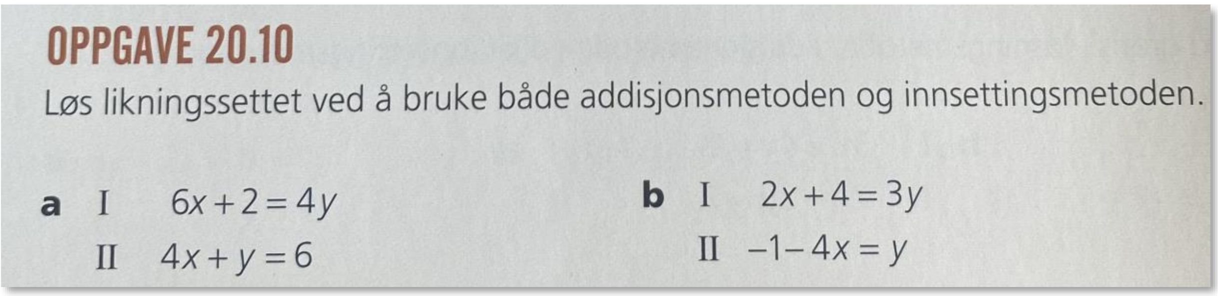
b. $x = 1$

c. $x = -4$

Figur 9 Viser oppgave 3.1 der elevene skal regne ut verdien av et algebraisk uttrykk

Oppgave 3.1 ble klassifisert som AR. Oppgaven kan løses direkte ved å bruke algoritmen som ble presentert i figur 10. I dette tilfellet har elevene i oppgave 3.1a møtt på to hendelser, noe som i seg selv ikke er nok for at det skal kategoriseres som AR. Men siden eksempelet kommer i samme kapittel, så blir denne oppgaven kategorisert som AR.

c. ***Lokalt kreativt resonnement (LCR)***: En oppgave vil bli klassifisert som LCR dersom eleven har vært gjennom en eller to hendelser som kan knyttes til oppgaven. En oppgave vil kategoriseres som LCR dersom deler av oppgaven kan løses med kjente prosedyrer, men elevene må også produsere et eget matematisk resonnement for å løse oppgaven fullstendig. Oppgaver der elevene selv er nødt til å sette sammen ulike prosedyrer for å løse oppgaven kategoriseres som LCR.



OPPGAVE 20.10

Løs likningssettet ved å bruke både addisjonsmetoden og innsettingsmetoden.

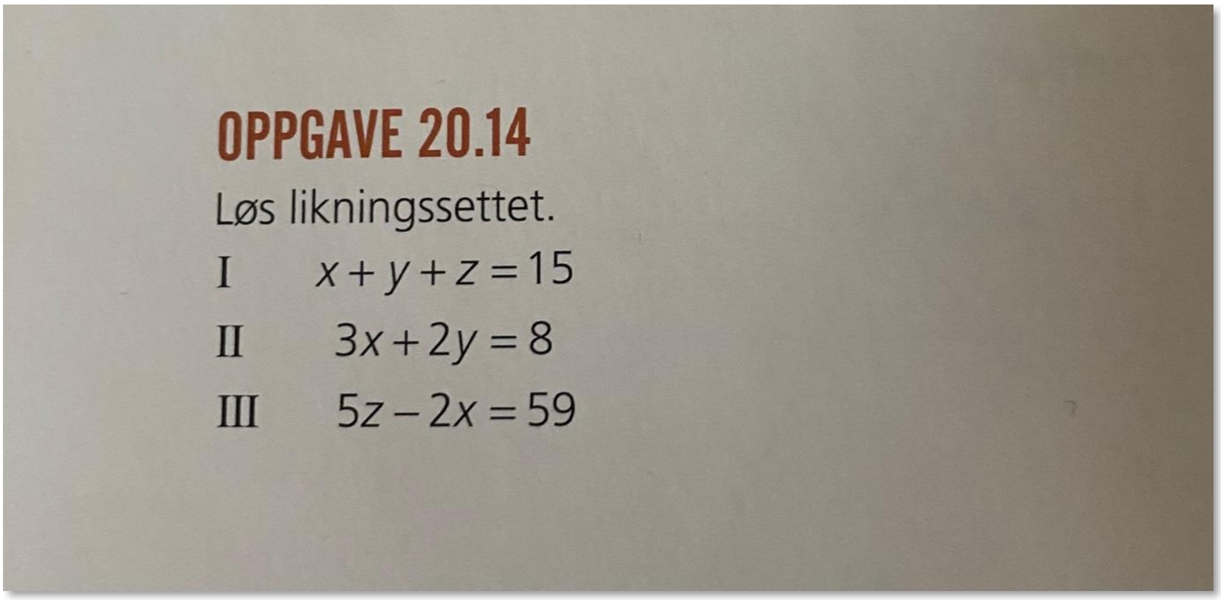
a I $6x+2=4y$

II $4x+y=6$

b I $2x+4=3y$

II $-1-4x=y$

Figur 10 Viser oppgave 20.10 der elevene skal løse likningssettet



OPPGAVE 20.14

Løs likningssettet.

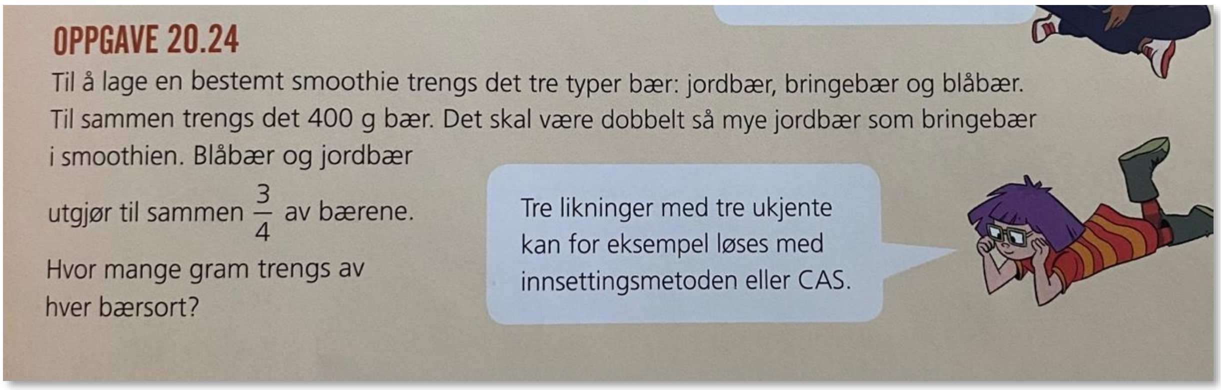
I $x+y+z=15$

II $3x+2y=8$

III $5z-2x=59$

Figur 11 Viser oppgave 20.14, en oppgave der elevene skal løse likningssett med tre ukjente

Oppgaver som 20.14 ble kategorisert som LCR, siden tidligere hendelser kan bli brukt til å løse deler av oppgaven (se figur 13). Disse hendelsene er imidlertid ikke tilstrekkelig for å løse hele oppgaven ettersom det er første gang elevene støter på en oppgave med tre ukjente.



OPPGAVE 20.24

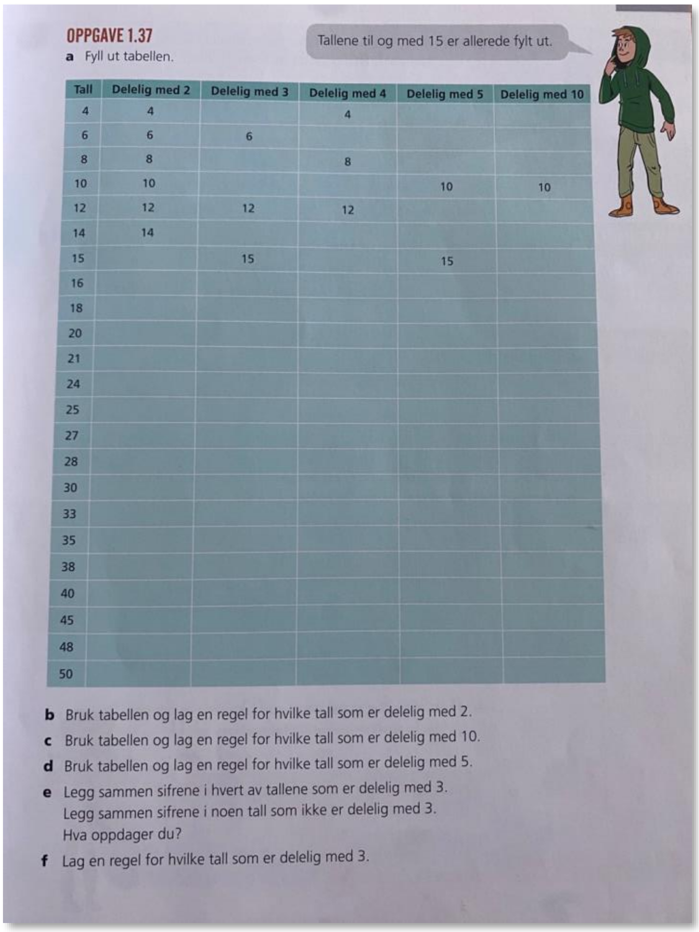
Til å lage en bestemt smoothie trengs det tre typer bær: jordbær, bringebær og blåbær. Til sammen trengs det 400 g bær. Det skal være dobbelt så mye jordbær som bringebær i smoothien. Blåbær og jordbær utgjør til sammen $\frac{3}{4}$ av bærene.

Hvor mange gram trengs av hver bærsort?

Figur 12 Viser oppgave 20.24 som ber eleven om å løse likningssett med tre ukjente

Oppgave 20.24 er et eksempel på en oppgave der elevene har møtt én tidligere hendelser som kan knyttes til oppgaven. Siden elevene bare har støtt på én hendelse som kan brukes, blir denne kategorisert som LCR.

d. ***Globalt kreativt resonnement (GCR)***: Dersom en oppgave ikke har en løsning som kan baseres på en eller flere hendelser, og som krever kreativ resonnering gjennom hele løsningen, vil den kategoriseres som GCR.



OPPGAVE 1.37

a Fyll ut tabellen.

Tallene til og med 15 er allerede fylt ut.

Tall	Delelig med 2	Delelig med 3	Delelig med 4	Delelig med 5	Delelig med 10
4	4		4		
6	6	6			
8	8		8		
10	10			10	10
12	12	12	12		
14	14				
15		15		15	
16					
18					
20					
21					
24					
25					
27					
28					
30					
33					
35					
38					
40					
45					
48					
50					

b Bruk tabellen og lag en regel for hvilke tall som er delelig med 2.

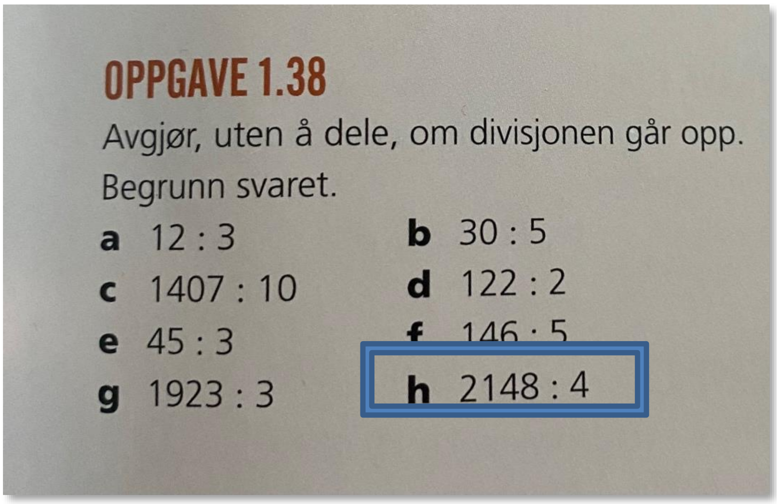
c Bruk tabellen og lag en regel for hvilke tall som er delelig med 10.

d Bruk tabellen og lag en regel for hvilke tall som er delelig med 5.

e Legg sammen sifrene i hvert av tallene som er delelig med 3.
Legg sammen sifrene i noen tall som ikke er delelig med 3.
Hva oppdager du?

f Lag en regel for hvilke tall som er delelig med 3.

Figur 13 Viser oppgave 1.37. Denne oppgaven teller som hendelser mot neste figur



OPPGAVE 1.38

Avgjør, uten å dele, om divisjonen går opp.
Begrunn svaret.

a 12 : 3 **b** 30 : 5

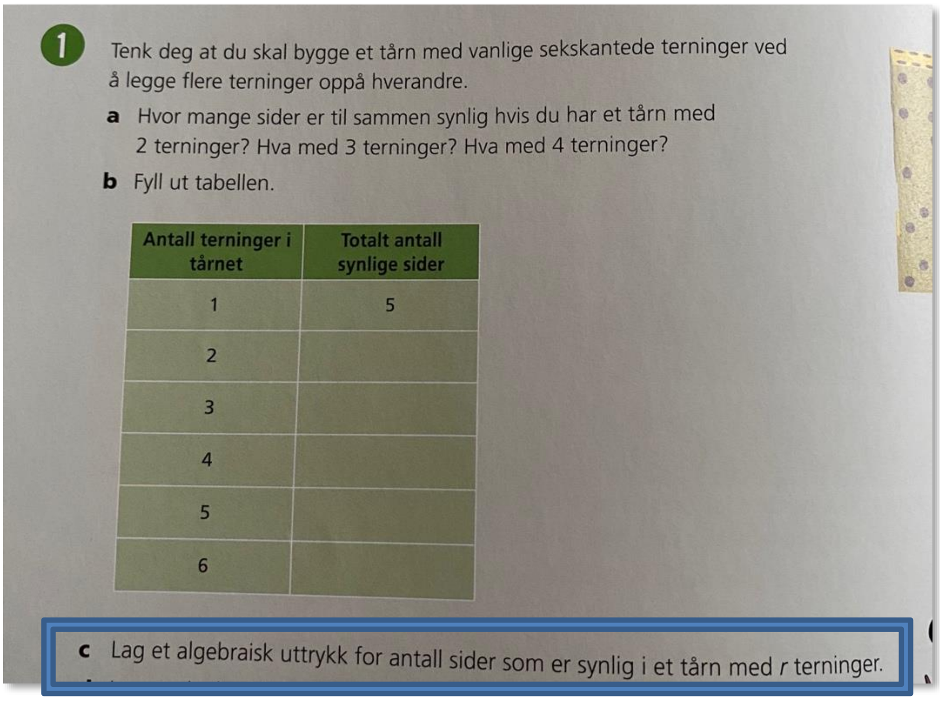
c 1407 : 10 **d** 122 : 2

e 45 : 3 **f** 146 : 5

g 1923 : 3 **h** 2148 : 4

Figur 14 Viser oppgave 1.38

Alle deloppgavene i 1.38 er klassifisert som AR, utenom deloppgave **h**. Dette siden elevene tidligere ikke har en hendelse som kan koble dem til en delelighetsregel på 4. På den måten skiller oppgave **h** seg fra de andre oppgavene. Her må elevene selv resonnere kreativt for å begrunne hvorfor tallet er delelig på 4, uten å kunne følge en prosedyre. Hendelsen som kan knyttes til oppgave **a-g** finner du på bildet over (figur 16).



1 Tenk deg at du skal bygge et tårn med vanlige sekskantede terninger ved å legge flere terninger oppå hverandre.

a Hvor mange sider er til sammen synlig hvis du har et tårn med 2 terninger? Hva med 3 terninger? Hva med 4 terninger?

b Fyll ut tabellen.

Antall terninger i tårnet	Totalt antall synlige sider
1	5
2	
3	
4	
5	
6	

c Lag et algebraisk uttrykk for antall sider som er synlig i et tårn med r terninger.

Figur 15 Viser en ekspedisjonsoppgave som er kategorisert som GCR

Oppgave 1c i figur 17 er klassifisert som GCR**,** siden elevene selv må lage algoritmen som beskriver situasjonen. De har ingen tidligere hendelser som hjelper dem frem til den korrekte algoritmen.

4. **Type of response**. I denne delen av analysen kategoriserte vi oppgavene etter Charalambous et al. (2010) sin *Type of response*. Vi har valgt å se på om oppgavene har fokus på et riktig svar, eller om oppgaven legger til rette for forståelse og utforskning, noe som utvikler konseptuell kunnskap. Dette er gjort for å se om det er en sammenheng mellom hvilken form for kreativ resonnering som kreves og type svar oppgaven spør etter. Under kommer eksempler som er typisk for de ulike kategoriene.

a. **Svar.** Oppgaver som kun krevde et numerisk svar eller svar på et konkret spørsmål ble kategorisert som *svar*.

OPPGAVE 1.40

Skriv primtallene som er mindre enn 30.

Figur 16 Viser oppgave 1.40

Oppgave 1.40 i Matemagisk 8 er et eksempel på en oppgave som kun krever numerisk svar.

SNAKKE MATTE

Fullfør setningene:

a. Å gange med 0,5 er det samme som å dele på ....

b. Å gange med 0,25 er det samme som å dele på ....

c. Å gange med 0,2 er det samme som å dele på ....

d. Å gange med 0,1 er det samme som å dele på ....

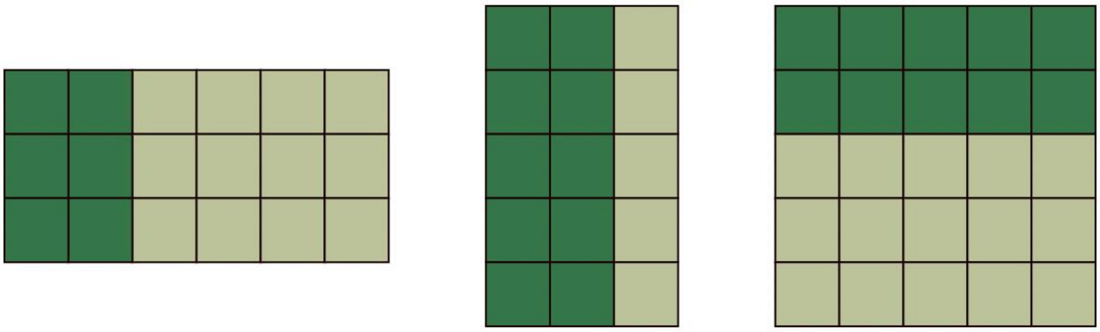
Figur 17 Viser snakke matte oppgaver kategorisert som svar

Snakke matte oppgavene i figur 19 viser oppgaver som krever svar på konkrete utsagn.

b. **Forklaring.** Oppgaver som ba elevene om å forklare svaret sitt, eller forklare fremgangsmåten sin ble kategorisert som *forklaring*. Oppgaver som ba elevene forklare eller beskrive andre sine svar eller fremgangsmåter ble også kategorisert som forklaring.

OPPGAVE 6.1

a. Regn ut arealet av hvert rektangel på to forskjellige måter.



b Forklar med egne ord to ulike framgangsmåter vi kan bruke for å regne ut arealet av et hvilket som helst rektangel.

Figur 18 Viser oppgave 6.1

I Oppgave 6.1b blir elevene eksplisitt bedt om å forklare to fremgangsmåter.

OPPGAVE 6.30

Dette programmet lar deg foreslå en løsning av en likning. Når du har tastet inn det tallet du vil prøve om er løsningen på likningen, regner programmet ut verdien av venstre og høyre side i likningen, og skriver dem på skjermen.

```
print("4x + 5 = 17")
x = int(input("Hva tror du er løsningen? "))

vs = 4*x + 5
hs = 17

print("Venstre side =", vs,"og høyre side =", hs)
```

a. Skriv inn programmet, og test med noen verdier for *x* som du tror kan være løsningen.

b. Hva skriver programmet når løsningen er riktig?

c. Hva skriver programmet når løsningen er feil?

d. Når du skal skrive inn tall du tror er løsning på likningen, har du noen strategi for hvordan du skal velge de tallene du prøver med? Beskriv strategien din.

Figur 19 Viser oppgave 6.30

Oppgave 6.30d er kodet til forklaring fordi elevene implisitt blir bedt om å forklare tenkemåten sin.

c. **Begrunnelse.** De oppgavene som stilte krav om begrunnelse for hvorfor fremgangsmåten som ble benyttet egnet seg godt, samt oppgavene som ba elevene om å vurdere gyldigheten til svaret havnet under kategorien *begrunnelse*. Den viktigste forskjellen mellom forklaring og begrunnelse, er at begrunnelse legger vekt på å vurdere gyldigheten til svaret.

OPPGAVE 1.46

Avgjør, uten å dele, om divisjonen går opp. Begrunn svaret.

a. 567 : 3

b. 567 : 9

c. 4346 : 2

d. 143 566 : 4

Figur 20 Viser oppgave 1.46

Oppgave 1.46 krever at elevene begrunner gyldigheten til svaret sitt.

OPPGAVE 5.2

Milla, Andreas og Aisha diskuterer hvordan det algebraiske uttrykket $4a + 2a + 3b$ kan forenkles.

Milla: $4 + 2 + 3 = 9$. Vi har to a-er og én b. Derfor blir svaret $9aab$.

Andreas: $4a + 2a + 3b = 6a + 3b = 9ab$. Svaret er $9ab$.

Aisha: $4a + 2a + 3b = 6a + 3b$. Svaret er $6a + 3b$.

a. Hvem er du enig med? Begrunn svaret ditt.

Figur 21 Viser oppgave 5.2

I oppgave 5.2a blir elevene eksplisitt bedt om å begrunne svaret sitt.

3.2.5.1 Oppgaver som ikke var mulig å kategorisere

Vi forsøkte å kategorisere alle oppgavene i bøkene, men vi fant noen oppgaver som ikke var mulig å sette inn i en av våre kategorier. I alt var det 85 oppgaver som ikke ble kategorisert. De viktigste kjennetegnene for disse oppgavene var at de ikke krevde noe form for matematisk resonnement for å løses, eller at de ikke hadde en klar matematisk karakter. Det kunne for eksempel være oppgaver der elevene skulle finne mer ut om et tema.

5

a. Lag et program som regner ut hvor mange riskorn det vil være på sjakkbrettet til sammen.

b. Hvor mye tror du ett riskorn veier?

c. Hvor mye vil alle riskornene veie hvis du har gjettet riktig?

d. Tror du den indiske kongen klarte å oppfylle løftet sitt?

Figur 22 Viser temaoppgave 5 i Matemagisk 8

Temaoppgave 5 i kapittel 4 av Matemagisk 8 viser to oppgaver som er kategorisert som umulig. Oppgave 5b og 5d er oppgaver som kjennetegnes av at det ikke er noen klar matematisk karakter.

Hvis vi tjener mer enn et visst beløp på et år, må vi betale skatt.
Hvorfor betaler vi skatt? Hva brukes disse pengene til?

a Gå inn på skatteetaten.no og finn ut hva som er grensen for frikort.
b Hva gjør du om du vil endre skattekortet ditt?
c Hvordan henter arbeidsgiver skattekortet ditt?

a Hvilke fagforeninger kjenner dere til?
b Hva er hensikten med å være medlem i en fagforening?
c Hva menes med pensjon?
d Hvorfor betaler mange noe av lønna si til en pensjonsordning?

Figur 23 Viser et utvalg snakke matte oppgaver fra Matemagisk 10

Alle snakke matte oppgavene i figur 25 ble kategorisert som umulig. Grunnen til det er at de ikke krevde noe form for matematisk resonnement for og løses. Her skulle elevene finne mer ut om temaet lønn og skatt.

3.3 Kvalitet i studiet

Vi vil i dette underkapittelet gjøre rede for kvaliteten i studiet. Dette gjør vi henholdsvis ved å drøfte validiteten og reliabiliteten i studiet.

3.3.1 Validitet

Forskning kan aldri være helt valid, det bør derfor drøftes i hvor stor grad forskningen er valid (Cohen et al., 2018). Validitet omhandler forskningens gyldighet. Dette sier noe om kvaliteten på datamateriale og forskerens fortolkinger og konklusjoner (Gleiss & Sæther, 2022). Validitet handler også om hvor godt forskningsdesignet henger sammen (Gleiss & Sæther, 2022). Cohen et al. (2018) mener validitet omhandler studiets nøyaktighet. Det vil si om studiet avdekker det det faktisk er ment for å avdekke. I *mixed methods research* må validiteten vurderes ut fra den kvantitative delen av forskningen og den kvalitative den av forskningen (Cohen et al., 2018).

I kvantitativ forskning vil høy validitet innebære at man måler det som er tilsiktet (Gleiss & Sæther, 2022). I vårt tilfelle vil dette blant annet innebære indre validitet. Indre validitet går ut på at det som kommer frem i studiet og konklusjoner som blir trukket er gyldige innenfor det som er studert (Postholm & Jacobsen, 2018). I vår studie vil indre validitet gjelde konklusjoner knyttet opp mot kategoriseringen av typer resonnement og *Type of response* i læreverket Matemagisk 8-10. For å kunne si noe om kreativiteten i læreverket er vi avhengig av *construct validity. Construct validity* innebærer hvorvidt verktøyene brukt til å fange opp og måle et abstrakt begrep er nøyaktig (Cohen et al., 2018). Det vil si sammenhengen mellom rammeverket vi har brukt, og det abstrakte begrepet «matematisk kreativitet».

På bakgrunn av at rammeverket av Lithner (2008) er ment for skoleelever i faget matematikk, har vi lagt til grunn Bicers definisjon av matematisk kreativitet (kapittel 2.3). Definisjonen vektlegger at elever skaper noe nytt, dette samsvarer med kravet Lithner (2008) setter for at noe skal bli kategorisert som et kreativt resonnement. Definisjonen kan tolkes til at den inneholder et strategivalg, ettersom ordet «skape» er brukt i definisjonen. I prosessen å skape noe, må nødvendigvis et valg tas. Man kan ikke skape noe nytt ved å følge allerede innlærte metoder. Dette samsvarer også med Lithners kriterier. Til slutt må resonnementet være matematisk forankret. Bicers definisjonen har også dette elementet ettersom ordet «matematisk» kan plasseres foran «prosesser» og «produkt».

Bergqvist (2007) skriver at validiteten i hennes rammeverk er støttet av en studie gjort av Boesen et al. (2006) som undersøkte om kategoriseringen gjort av oppgaver samsvarte med elevers faktiske resonnement. I undersøkelsen gjort av Boesen et al. (2006) ble svenske standardiserte nasjonale prøver brukt. Studien viste at i 74% av tilfellene brukte elevene det samme resonnementet som rammeverket tidligere hadde klassifisert oppgaven. Boesen et al. (2006) har bruk en *convergent techniques* for å teste validiteten i Bergqvist (2007) sin studie. *Convegent technique* vil si at andre metoder å undersøke det samme konstruktet burde samsvare med hverandre (Cohen et al., 2018). Siden rammeverket vi har brukt er betydelig inspirert av Bergqvist (2007) har vi grunn til å tro at rammeverket vårt også har god *construkt validity.*

Kategoriseringen av types of responses er inspirert av Charalambous et al. (2010) og vil ikke være like avhengig av *construct validity,* siden man her ser etter hvilken type svar som forventes i en oppgave. Man kan objektivt skille mellom oppgaver som krever konkrete svar, og oppgaver som krever forklaring eller begrunnelse. Å skille forklaring fra begrunnelse er mer utfordrende, i kodeprosedyren vår framkommer skillet mellom de to kategoriene.

I kvalitativ forskning kan ordet «validitet» byttes ut med ordet «forståelse» (Maxwell, 1992; Mishler, 1990). I denne studien belager vi oss på Lithner (2008) og Bergqvist (2007) sine definisjoner av «resonnement» og «hendelser». Validiteten i denne studien vil derfor være avhengig av at deres definisjoner og kategorier er presise. Vi kategoriserer ut ifra hvilken grad av kreativitet som kreves for å løse oppgaver i vårt rammeverk med utgangspunkt i Lithner (2008) og Bergqvist (2007) sitt rammeverk. Dette kan sees på som en form for triangulering. Triangulering er en prosessen å søke etter informasjon som samstemmer i flere ulike kilder for å lettere kunne utforme kategorier (Creswell & Miller, 2000). I kategoriseringsprosessen er det viktig å ta høyde for at vi som forskere ikke kan være helt objektive i vår forståelse av virkeligheten (Cohen et al., 2018), men siden vi har triangulert har vi eliminert noe av faren for at vi sitter med en unik oppfatning av hvordan kategorien bør utformes.

Vi har også gjort antakelser om hvilke ferdigheter og kunnskaper eleven har når eleven begynner i 8. trinn. Validiteten i masteravhandlingen avhenger av at disse antakelsene er korrekte. Antakelsene er nødvendige for å unngå en at de første oppgavene nesten alltid blir klassifisert som GCR ettersom det er svært få hendelser som blir presentert før de første oppgavene.

Ytre validitet relaterer til i hvor stor grad vi kan overføre resultater fra studien til andre kontekster (Postholm & Jacobsen, 2018). Vi har ikke belegg for å si at våre funn kan generaliseres til alle lærebøker i matematikk for ungdomskolen, og heller ikke bøker som er tilpasset fagfornyelsen LK20. Likevel viser det seg at hvert tema i en norsk lærebok ofte starter med nytt innhold, der eksempler blir framvist etterfulgt av oppgaver og aktiviteter. Oppgaver er ofte delt inn i ulike moduler som er basert på oppgavenes vanskelighetsgrad (Kongelf, 2011) . Studier viser at oppgaver i vestlige land i større grad fokuserer på prosedyrekunnskap og fakta (Charalambous et al., 2010; Mayer et al., 1995; Ubuz et al., 2010)Vi finner at denne beskrivelsen også passer Matemagisk 8-10. Det er derfor ikke usannsynlig at mange av de samme funnene ville blitt gjort dersom dette rammeverket skulle bli brukt på andre læreverk.

Vi har tatt utgangspunkt i antakelser om hvordan elever løser en gitt oppgave i Matemagisk 8-10. Disse antakelsen belager seg på hva som er presentert tidligere i læreboken. Dersom en oppgave kan løses på samme måte som en tidligere oppgave, vil denne oppgaven kategoriseres som AR eller MR. Det er imidlertid ikke sikkert at en elev bruker det samme resonnementet. Det vil eksempelvis derfor være mulig at en oppgave som kategoriseres som AR vil kunne løses ved å bruke GCR. Det er også sannsynlig at ulike elever vil kunne bruke ulike resonnementer for å løse samme oppgave. Alle disse mulighetene vil være med på å svekke validiteten i rammeverket dersom hensikten var å avdekke hvilke typer resonnementer elever brukte når de løste oppgavene.

Cohen et al. (2018) skriver at konsekvensiell validitet omhandler at måten forskning blir brukt på må stå i stil med forskningens intensjon og kapasitet. Det er derfor viktig å presisere at denne masteroppgaven kun har til hensikt å kategorisere oppgavene kronologisk i læreverket Matemagisk 8-10, ut ifra hvor stor grad av kreativitet oppgavene krever for å kunne løses. Den kan ikke bli brukt for å si noe om hvilke resonnement en elev bruker når de løser disse oppgavene.

3.3.2 Reliabilitet

Gleiss og Sæther (2022) skriver at reliabilitet omhandler både forskningsprosessen og undersøkelsens pålitelighet. Det er vanlig å stille seg to spørsmål. Hvordan har datamaterialet blitt påvirket av måten det er samlet inn på, og kan forskningsresultatene reproduseres av andre forskere? For å ha en høy grad av reliabilitet i sin studie må datagrunnlaget være samlet inn på en så objektiv som mulig måte. Reliabiliteten sier noe om nøyaktigheten og treffsikkerheten til forskningen (Cohen et al., 2018).

Reliabiliteten i kategoriseringsprosessen vil starte på et lavere nivå i starten av 8. klasseboken og gradvis øke når vi kategoriserer. Dette siden vi tidligere ikke har noe grunnlag for å vite hvilke matematiske hendelser som en elev har vært eksponert for tidligere. Desto flere hendelser vi observerte i læreboken desto mer nøyaktig ble kategoriseringen ettersom vi ved sikkerhet kunne si hvilke hendelser en elev hadde vært igjennom i et tenkt scenario. Det vi har lagt til grunn at en elev behersker når han/hun begynner å jobbe i Matemagisk 8 er nokså forsiktig. Dette kan ha ført til at flere oppgaver ble kategorisert som mer kreative enn de burde ha blitt.

Reliabiliteten i masteravhandlingen vår avhenger i stor grad av en felles forståelse for hvilke hendelser som kan knyttes til oppgavene vi analyserer. Selv om vi arbeider etter en felles definisjon av hva en hendelse er, vil det forekomme forskjellige oppfatninger av om én eller flere hendelser kan kobles til en spesifikk oppgave. Reliabiliteten avhenger også av at en i tilstrekkelig grad har samme oppfatning av hvilke oppgaver som skal kategoriseres som umulig, at vi klarer å identifisere alle oppgavene som skal klassifiseres som MR, og at man har en lik forståelse av oppgaver der elevene kan bruke en fremgangsmåte som er presentert tidligere. Skille mellom hvilke oppgaver som krever et fullstendig kreativt resonnement og hvilke oppgaver som bare delvis krever et kreativt resonnement kunne være utfordrende, siden hendelser som kunne knyttes til disse oppgavene ofte var fra andre kapittel eller tidligere lærebok. Cohen et al. (2018) understreker viktigheten av at dersom mer en forsker er involvert i analyseringen, må enighet oppnås, gjennom å forsikre at de tolker dataen likt.

Vi analyserte 100 oppgaver hver for å senere sammenlikne resultatene. Dette gjorde vi for å vurdere om kategoriene var tilstrekkelig entydige. Vi var ikke tilfredsstilt med resultatet av sammenlikningen, så vi bestemte oss for å spisse kategoriene LCR og GCR ytterligere. Etter å ha gjort endringer på disse to kategoriene analyserte vi 100 nye oppgaver hver. Resultatet av sammenlikningen denne gangen viste seg å samsvare i mye større grad og var et resultat vi kunne være fornøyd med. Dette er en måte å sette prøve på det Cohen et al. (2018) kaller *inter-rater reliability*. Resultatet av den siste sammenlikningen kan studeres i tabellen under.

Formelen under viser en enkel måte å kalkulere grad av enighet på.

$$\frac{antall\ oppgaver\ kategorisert\ likt}{antall\ oppgaver\ mulig\ å\ kategorisere\ likt} \times 100 = enighet\ i\ prosent$$

(Cohen et al., 2018).

Tabell 3 Viser enighet i prosent i de ulike målingene våre

	Første måling	Andre måling	Tredje måling
Enighet i % resonnement typene	57%	74%	85%
Enighet i % *Type of response*	95%	100%	100%

Ut ifra denne tabellen ser vi at vi brukte tre forsøk før vi var fornøyd, og at det i hovedsak var resonnement typene som vi var uenig om. Etter første måling ble vi nødt til å gjøre noen endringer i alle kategoriene våre, noe som resulterte i at vi hadde full enighet i kategoriene umulig, MR og *Type of response* under andre måling. Disse kategoriene belager seg ikke på hendelser, noe som gjorde de enklere å kategorisere korrekt. Kategoriene vi fortsatt ikke hadde tilfredsstillende enighet om var AR, LCR og GCR. En årsak kan være at det er vanskelig å identifisere om en oppgave belager seg på et helt ukjent resonnement der ingen hendelser kan bli brukt til å løse oppgaven, eller om en oppgave delvis kan løses ved en hendelse presentert tidligere. Det er også mulig vi ikke har klart å identifisere alle mulige løsninger på en oppgave. Dersom eksempelvis en løsning kan kobles til en prosedyre som tidligere er kjent fra hendelser skal den kategoriseres som AR. Dette kan være med på at oppgaver som skulle vært kategorisert som AR blir kategorisert som LCR eller GCR. Ved tredje måling var vi tilstrekkelig fornøyd med enigheten vår, og gikk dermed videre i analyseringen.

Vi har målt *inter-rater reliability* (Cohen et al., 2018), men vi har vi til enhver tid analysert sammen. Dette ga oss muligheten til å diskutere ved uenighet. I mange tilfeller kunne oppgaver kobles til en hendelse som den andre kandidaten ikke hadde sett eller tenkt på. Dette er med på å styrke reliabiliteten i oppgaven.

3.4 Forskningsetikk

Staksrud et al. (2021) skriver at forskning består av et sett grunnleggende normer som er utviklet over tid og forankret i det nasjonale forskerfelleskapet. I denne masteroppgaven er sannhetsnormen det mest essensielle vi trengte å ta høyde for. Sannhetsnormen innebærer å søke, å presentere sannheten, redelig og ærlig. Dette er en forutsetning for forskningens pålitelighet. Forskning bør også etterstrebe og følge de metodologiske normene. Dette innebærer saklighet, klarhet, etterrettelighet og etterprøvbarhet. Forskning må også ta høyde for de institusjonelle normene, som betyr at forskningen skal være åpen, kollektiv, uavhengig og kritisk (Staksrud et al., 2021).

I forkant av denne masteroppgaven er det ikke sendt ut et samtykkeskjema. Staksrud et al. (2021) skriver at fire faktorer er spesielt relevante i vurderingen om samtykke er nødvendig. Disse er: ytringens offentlighet og kontekst, informasjonens sensitivitet, de berørtes sårbarhet og forskningens interaksjon og konsekvenser. I denne lærebokanalysen kan man argumentere for at læreverket er publisert slik at hvem som helst kan komme i anskaffelse av den. Derfor anser vi lærebøkene til å være offentlige. Hensikten ved denne studien er å skildre læreverkets oppgaver ved å ta i bruk to ulike rammeverk. Dette kan ansees som lite sensitivt ettersom studiet ikke forsker på mennesker. De som kan være berørt av studien er de som tjener på å selge det aktuelle læreverket, men ettersom vi ikke tar stilling til om læreverket er bra eller dårlig, vil trolig heller ikke de indirekte involverte ta skade av konsekvensene i dette studiet.

4 Funn

I dette kapittelet presenteres funn ved å bruke rammeverket til Charalambous et al. (2010). Funn fra den horisontale analysen blir først presentert, og deretter presenteres funn fra den vertikale analysen.

4.1 Funn fra den horisontale analysen

Den horisontale analysen vil inkluderer bakgrunnsinformasjon og en oversikt over bøkenes struktur. Dette skal gi et deskriptivt overblikk over boken og bakgrunnen for bokens produksjon (Charalambous et al., 2010).

Tabell 4 Viser deler av den horisontale analysen vår av Matemagisk bøkene

	Bakgrunnsinformasjon		
Tittel	*Matemagisk 8*	*Matemagisk 9*	*Matemagisk 10*
Sidetall	304	279	320
Forfattere	Asbjørn Lerø Kongsnes og Anne Karin Wallace	Asbjørn Lerø Kongsnes og Anne Karin Wallace	Asbjørn Lerø Kongsnes og Anne Karin Wallace
Utgiver og utgivelsesår	Aschehoug 2020	Aschehoug 2020	Aschehoug 2021
Tilleggsmateriale	Paralellbok 8 elevhåndbok 8-10 og Aunivers	Paralellbok 9, elevhåndbok 8-10 og Aunivers	Paralellbok 10, elevhåndbok 8-10 og Aunivers
	Generell struktur		
Antall oppgaver	2190	1464	1620
Kapittelinndeling	10	7	8

Tabellen viser at Matemagisk 8 har flest oppgaver og flest kapittel. Det er allikevel Matemagisk 10 som har flest sider. Matemagisk 8 og Matemagisk 9 er utgitt i 2020, mens Matemagisk 10 er utgitt i 2021. Bøkene er utgitt av Aschehoug forlag. Aschehoug er en kunnskapsformidler og for utdanning utvikler de både bøker og digitale læremidler for skole og barnehage (Aschehoug, u.å-b).

Tilleggsmaterialet består av paralellbok 8, paralellbok 9 og paralellbok 10, samt elevhåndbok 8-10 og Aunivers. Parallellbøkene er for elever som sliter litt ekstra med matematikk, elevene vil møte på Snakk matte-oppgaver, aktiviteter og utforskende oppgaver i samme progresjon som boken (Ark, 2023).

Bøkene er skrevet av Asbjørn Lerø Kongsnes og Anne Karin Wallace. Asbjørn Lerø Kongsnes har praktisk-pedagogisk utdanning med fagdidaktikk i matematikk, samt en bachelor i matematikk og økonomi (Aschehoug, u.å-a). Anne Karin Wallece er lektor i videregående skole. Hun har undervist i matematikk, informasjonsteknologi og biologi i videregående skole. Hun har også undervist i informatikk på høyskolenivå (Aschehoug, 2023a).

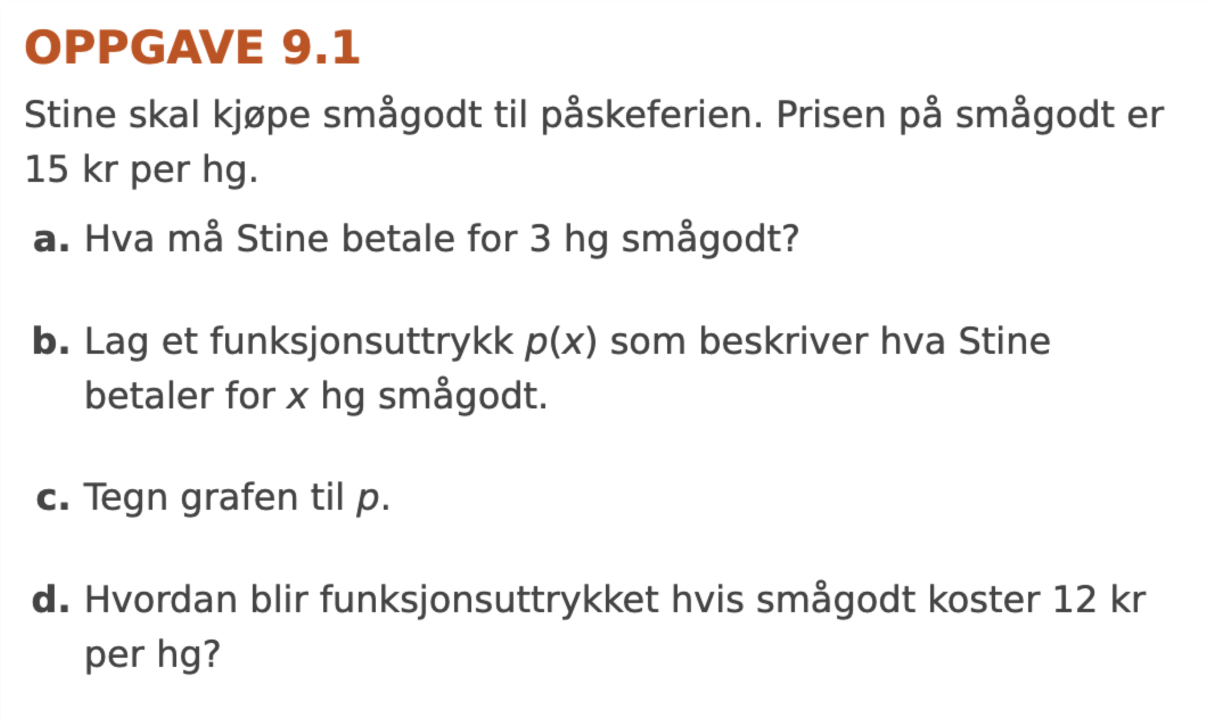
Læreverket er utviklet etter fagfornyelsen 2020 (Aschehoug, 2023c). Bøkene legger til rette for at elevene skal være aktive utforske og oppdage matematiske sammenhenger. Formålet til læreverket er muntlig aktivitet, utvikling av forståelse og utvikling som problemløsere. Bøkene legger opp til samarbeid, samt er det varierte oppgaver knyttet til virkeligheten som skal gjøre matematikken meningsfylt og relevant (Kongsnes & Wallace, 2020a).

Tabell 5 Denne tabellen viser kapittelinndelingen i de ulike bøkene, samt antall tilhørende oppgaver

Tittel	Matemagisk 8	Matemagisk 9	Matemagisk 10
Kapittel	Hele tall	Figurtall og mønster	Utforske matematiske sammenhenger
Antall oppgaver	322	205	67
Kapittel	Brøk og desimaltall	Statistikk	Algebrastigen
Antall oppgaver	407	135	407
Kapittel	Algebraiske uttrykk og formler	Sannsynlighet	Likningssett
Antall oppgaver	225	227	81
Kapittel	Potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge	Linjer, figurer og vinkler	Prosentregning
Antall oppgaver	313	198	227

Kapittel	Algebra og Likninger	Areal og omkrets	Personlig økonomi
Antall oppgaver	210	222	165
Kapittel	Parenteser og likninger	Pytagoras setning og formlikhet	Funksjoner
Antall oppgaver	157	247	368
Kapittel	Hva er en funksjon?	Volum og overflate	Modellering
Antall oppgaver	128	230	123
Kapittel	Grafen til en funksjon	-	Geometritårnet
Antall oppgaver	110	-	182
Kapittel	Lineære funksjoner	-	-
Antall oppgaver	184	-	-
Kapittel	Sammensatte målenheter	-	-
Antall oppgaver	134	-	-
Totalt antall oppgaver	2190	1464	1620

De to kapitlene som har flest oppgaver er *brøk og desimaltall* i Matemagisk 8, og *Algebrastigen* i Matemagisk 10, begge med 407 oppgaver hver. Det kapittelet som har færrest oppgaver er *utforske matematiske sammenhenger*. Det er Matemagisk 8 som har flest oppgaver med sine 2190. og Matemagisk 9 har færrest oppgaver med 1464. Totalt i alle bøkene er det 5274 oppgaver. Vi definerer en oppgave ulikt slik Matemagisk 8, 9 og 10 definerer en oppgave. Alle deloppgaver vil er å regnes som oppgaver i denne masteroppgaven (se figur 26).



OPPGAVE 9.1

Stine skal kjøpe smågodt til påskeferien. Prisen på smågodt er 15 kr per hg.

a. Hva må Stine betale for 3 hg smågodt?

b. Lag et funksjonsuttrykk $p(x)$ som beskriver hva Stine betaler for x hg smågodt.

c. Tegn grafen til p.

d. Hvordan blir funksjonsuttrykket hvis smågodt koster 12 kr per hg?

Figur 24 Viser en oppgave i boken som vil telles som fire oppgaver i vår analyse

4.2 Funn fra den vertikale analysen

Videre vil vi presentere funn vi har gjort i forbindelse med den vertikale delen av analysen vår. Først blir vi å presentere funnene for alle lærebøkene totalt sett, deretter presenterer vi en samlet oversikt over de ulike kategorikombinasjonene. Vi vil også presentere funnene for de ulike oppgavetypene og de ulike kategoriene.

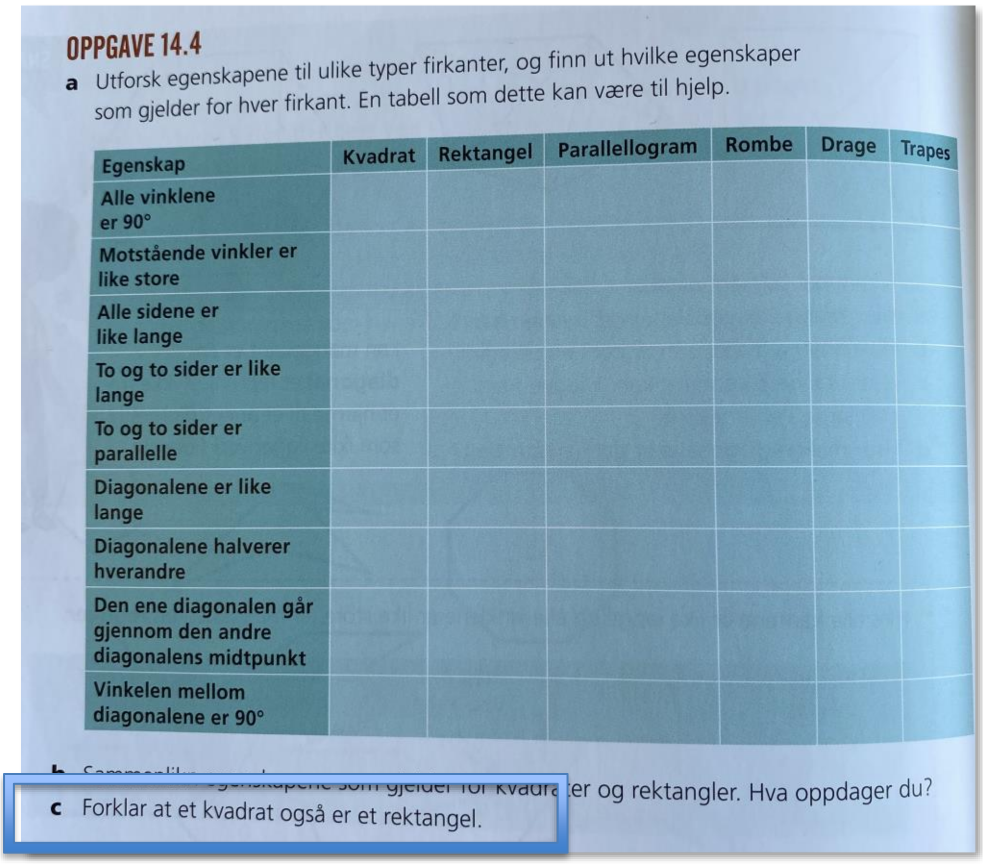
Det første vi vil redegjøre er de uventede kategorikombinasjonene. Grunnen til at vi gjør det er at disse kombinasjonene var noe vi ikke så for oss at skulle oppstå. Antallet av disse kombinasjonene er lave sammenlignet med de andre, og vi kommer til å presentere noen eksempler på de ulike kategorikombinasjonene.

4.2.1 Uventede kategorikombinasjoner

Kategorikombinasjonene MR og begrunnelse, og MR og forklaring var kombinasjoner vi ikke hadde forventet at skulle forekomme. Kombinasjonen MR og begrunnelse forekom ikke i noen av lærebøkene, men det var 21 tilfeller med MR og forklaring. Vi var overrasket over at det fantes oppgaver som krevde forklaring, men samtidig kunne besvares direkte fra tidligere hendelser. Vi skal under vise eksempler på noen oppgaver som passet denne kategorikombinasjonen, samt vise andre uventede kombinasjoner.

Tabell 6 Viser totalt antall uventede kategorikombinasjoner i de tre lærebøkene

Uventede kategorikombinasjoner	
MR + forklaring	21
AR + forklaring	299
AR + begrunnelse	79



OPPGAVE 14.4

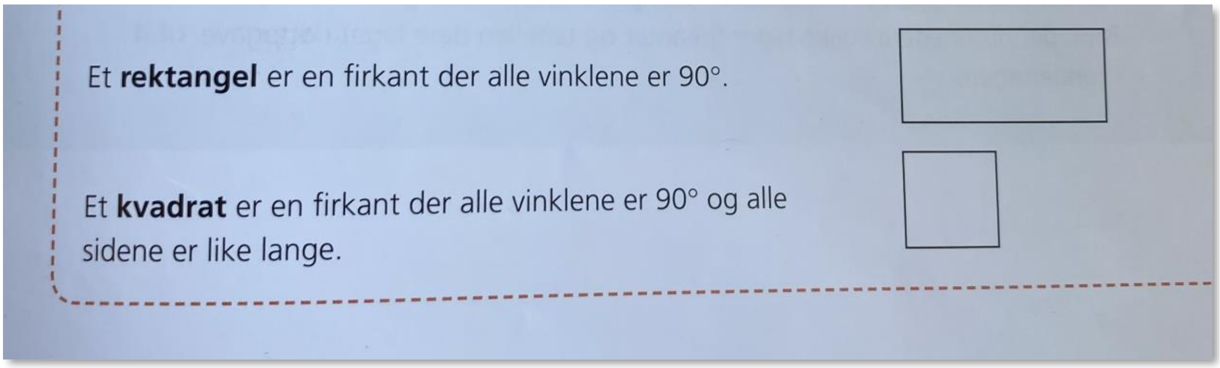
a Utforsk egenskapene til ulike typer firkanter, og finn ut hvilke egenskaper som gjelder for hver firkant. En tabell som dette kan være til hjelp.

Egenskap	Kvadrat	Rektangel	Parallellogram	Rombe	Drage	Trapes
Alle vinklene er 90°						
Motstående vinkler er like store						
Alle sidene er like lange						
To og to sider er like lange						
To og to sider er parallelle						
Diagonalene er like lange						
Diagonalene halverer hverandre						
Den ene diagonalen går gjennom den andre diagonalens midtpunkt						
Vinkelen mellom diagonalene er 90°						

b ... er og rektangler. Hva oppdager du?

c Forklar at et kvadrat også er et rektangel.

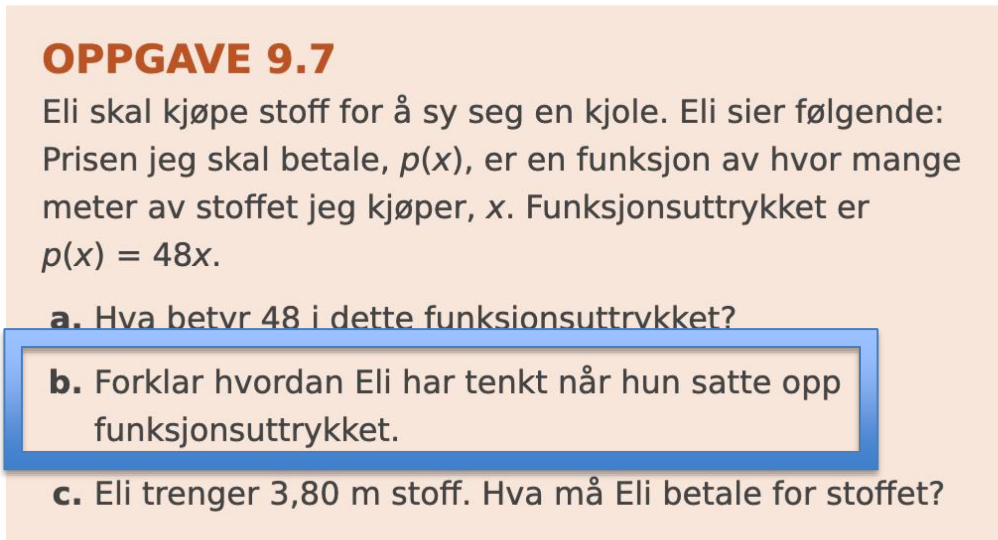
Figur 25 Oppgave 14.4c. Eksempel på oppgave med kategorikombinasjonen MR og forklaring



Figur 26 Viser tidligere hendelse for hvordan eleven kan løse oppgave 14.4c

I figur 28 er det et tilfelle med MR og forklaring, grunnen til at det ble kategorisert som MR er fordi figur 28 var på siden før oppgave 14.4c, og dermed kan elevene bruke den forklaringen til å svare på oppgaven. Oppgaven ble også kategorisert som forklaring siden den ber elevene om å forklare at et kvadrat også er et rektangel. Dermed ser man at det i noen tilfeller er mulig å få kategorikombinasjonen MR og forklaring. De resterende oppgavene som fikk denne kategorikombinasjonen, var tilsvarende med eksempelet over.

En annen kombinasjon som vi fant uventede var AR og forklaring. Her var det i alt hele 299 oppgaver som fikk denne kategorikombinasjonen. Det største fellestegnet for disse oppgavene var at oppgavene hadde tre eller flere hendelser som kunne brukes, eller fått en løsning tidligere i kapittelet som kunne brukes i oppgaven, samtidig som eleven ble bedt om å gi en forklaring. Det vi la merke til da vi så nærmere på disse oppgavene er at de ofte repeterte tidligere oppgaver, men nå ba om forklaring på svaret eller prosedyren som ble brukt.



Figur 27 Oppgave 9.7b er et eksempel på en oppgave med kategorikombinasjonen AR og forklaring

Oppgave 9.7b ble kategorisert som AR fordi det hadde tidligere vært over tre hendelser der de hadde jobbet med lineære funksjonsutrykk. De har gjennom hele delkapittelet jobbet med slike tekstoppgaver da delkapittelet heter *lineære funksjoner i praktiske situasjoner*. Figur 29 viser oppgave 9.7b som ber eleven om å forklare hvordan Eli har tenkt, og da må forklare hva som er tenkt i fremgangsmåten.

4.2.2 Kategorisering av typer resonnement

I den vertikale delen av analysen havnet en oppgave i en av tolv ulike kategorikombinasjoner. I tillegg til det hadde vi kategorien umulig som vi har redegjort for tidligere, og den havnet utenfor denne sammensettingen av kategorier. Først vil vi redegjøre for fordelingen av resonnement kategoriene i de ulike bøkene, før vi går videre til redegjøringen av *Type of response* i bøkene, og til slutt skal vi se på kategorikombinasjonene samlet. Nedenfor kommer en oversikt av kategoriseringen av resonnement typene for Matemagisk 8. Der ser man helt tydelig at kategorien AR er mest representert med 78,40%, og at kategorien LCR er nummer to med 15,34%. De resterende kategoriene er representert mye mindre, og dekker til sammen 6,26% av oppgavene i Matemagisk 8.

Tabell 7 Fordeling av ulike resonnement typer i Matemagisk 8

Kapittel	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Hele tall	2	4	249	59	8
Brøk og desimaltall	3	4	330	54	16
Algebraiske uttrykk og formler	14	5	146	60	0
Potenser, kvadratrøtter og regnerekkefølge	9	0	243	59	2
Algebra og Likninger	4	2	181	18	5

Parenteser og likninger	7	1	111	29	9
Hva er en funksjon?	6	8	108	4	2
Grafen til en funksjon	2	4	87	15	2
Lineære funksjoner	0	8	143	31	2
Sammensatte måleenheter	0	3	119	7	5
Sum	47	39	1717	336	51
Prosent	2,15%	1,78%	78,40%	15,34%	2,33%

Nedenfor er det en oversikt over hvordan de ulike de ulike typene av resonnement er representert i de ulike kapitlene i Matemagisk 9. Igjen viser det seg at AR og LCR er de to mest representerte kategoriene. Man legger merke til noen endringer i prosentdelen av de ulike kategoriene sammenlignet med Matemagisk 8. AR hadde en nedgang fra Matemagisk 8 på 15,63%, og dekker 62,77% av Matemagisk 9. LCR økte med like over 10%, og dekker 25,89% av Matemagisk 9. Noe annet å bemerke seg er at MR økte med 5,6%, og dekker 7,38% av oppgavene i Matemagisk 9. Vi skal senere se nærmere på disse endringene, og vise noen grunner til at det er slike forskjeller.

Tabell 8 Fordeling av resonnement typene i Matemagisk 9

Kapittel	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Figurtall og mønster	2	2	104	85	12
Statistikk	3	6	110	16	0

Sannsynlighet	8	11	178	30	0
Linjer figurer og vinkler	0	42	118	37	1
Areal og omkrets	1	8	130	75	8
Pytagoras setning og formlikhet	0	24	129	80	14
Volum og overflate	0	15	150	56	9
Sum	14	108	919	379	44
Prosent	0,96%	7,38%	62,77%	25,89%	3,01%

I tabellen under viser vi hvordan de ulike typene av resonnement i Matemagisk 10 fordelte seg. Her ser vi helt tydelig at AR er mest representert, og hele 86,98% av oppgavene havnet i denne kategorien. Samtidig viser det seg at forekomsten av LCR er på sitt laveste med 6,60% sammenliknet med de andre bøkene. Det er igjen en liten økning i prosent av oppgaver som er kategorisert til GCR, den andelen er i Matemagisk 10 på 3,40%. Forekomsten av Kategoriene umulig og MR er tilnærmet lik det den var i Matemagisk 8, man ser også at andelen oppgaver kategorisert som MR er en del lavere enn i Matemagisk 9.

Tabell 9 Fordeling av resonnement typene i Matemagisk 10

Kapittel	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Utforske matematiske sammenhenger	1	0	52	8	6
Algebrastigen	2	0	402	2	1

Likningssett	0	2	61	16	2
Prosentregning	2	1	197	19	8
Personlig økonomi	13	3	143	5	1
Funksjoner	1	6	325	22	14
Modellering	3	2	104	8	6
Geometritårnet	2	11	125	27	17
Sum	24	25	1409	107	55
Prosent	1,48%	1,54%	86,98%	6,60%	3,40%

Nedenfor er det en tabell som viser hvor mange oppgaver som har havnet under hver kategori i hver av bøkene. I tillegg viser den hvor mange oppgaver en kategori har fått totalt over de tre bøkene, og hvor stor prosentandel de ulike kategoriene utgjør totalt. De to kategoriene med flest oppgaver er AR og LCR, slik som det har vært i alle bøkene. Synkende rekkefølge etter prosentandel er MR, GCR og til slutt kategorien umulig. Sammenligner man resultatene for alle bøkene samlet med Matemagisk 8, så ser man at prosentandelen av de ulike kategoriene er ganske lik. De endringene som forekom i Matemagisk 9, der boken hadde høyest prosentandel LCR, ble jevnet ut da Matemagisk 10 hadde høyest prosentandel av *AR*. Totalt havnet kategorien umulig på 1,61%, MR med 3,26%, AR med 76,70%, LCR med 15,59% og GCR med 2,84%. Overkategorien imitativt resonnement, altså MR og AR, fikk en total prosentandel på 79,96%, mens overkategorien kreativt resonnement, LCR og GCR, havnet på en total prosentandel på 18,43%.

Tabell 10 Viser en oversikt over ulike resonnement typene i hver bok

Bok	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Matemagisk 8	47	39	1717	336	51

Matemagisk 9	14	108	919	379	44
Matemagisk 10	24	25	1409	107	55
Sum	85	172	4045	822	150
Prosent	1,61%	3,26%	76,70%	15,59%	2,84%

4.2.3 Type of response

I tabellene under viser vi hvordan oppgavene ble kategorisert inn i *Type of response* i de ulike bøkene, og til slutt en tabell som viser alle bøkene samlet. Alle oppgaver som er kategorisert inn i *Type of response* er også kategorisert i en av de fire resonnement typene MR, AR, LCR og GCR. Det vil si at alle oppgaver som ble kategorisert som umulig, ikke fikk en tilhørende kategori.

Tabell 11 Oversikt over Type of response i kapitlene i Matemagisk 8

Kapittel	Svar	Forklaring	Begrunnelse
Hele tall	269	39	12
Brøk og desimaltall	350	51	4
Algebraiske uttrykk og formler	189	22	0
Potenser kvadrater og regnerekkefølge	283	18	3
Algebra og likninger	195	9	2
Parenteser og likninger	121	27	1
Hva er funksjoner?	115	5	2

Grafen til en funksjon	98	10	1
Lineære funksjoner	154	30	0
Sammensatte målenheter	127	8	0
Sum	1898	220	25
Prosent	88,57%	10,27%	1,16%

Tabellen viser at svar er den klart vanligste *Type of response* som er forventet av elevene. 88,57% av alle oppgaver som ikke ble kategorisert som umulig hadde denne formen. Den nest vanligste forventede formen var forklaring. Forklaring hadde en hyppighet på 10,27% av alle oppgaver som ikke ble kategorisert som umulig. Begrunnelse var klart minst representert. Elevene ble bare bedt om å begrunne svarene sine i 1,16% av oppgavene.

Tabell 12 Oversikt over Type of response i kapitlene i Matemagisk 9

Kapittel	Svar	Forklaring	Begrunnelse
Figurtall og mønster	147	35	18
Statistikk	107	16	8
Sannsynlighet	190	20	5
Linjer, figurer og vinkler	127	37	32
Areal og omkrets	196	22	3
Pytagoras setning og formlikhet	194	35	18
Volum og overflate	198	28	4

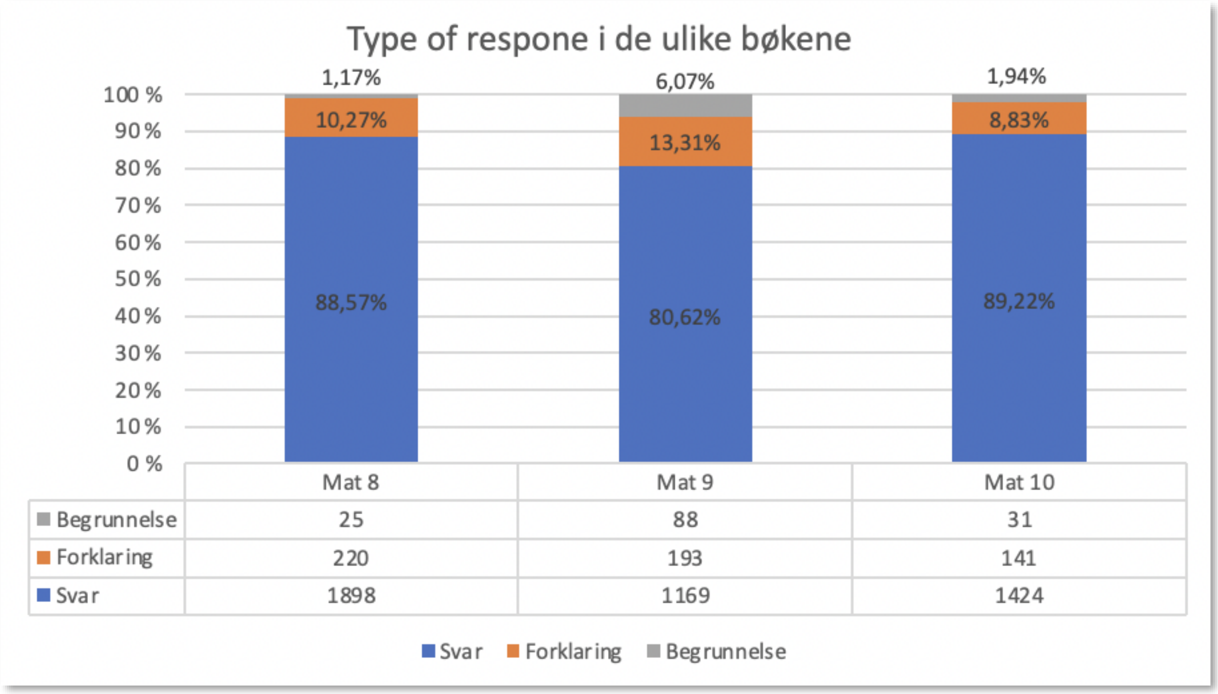
Sum	1169	193	88
Prosent	80,62%	13,31%	6,07%

I Matemagisk 9 ser vi at antallet svar er mindre representert sammenliknet med Matemagisk 8. I 80,62% av alle oppgaver i Matemagisk 9 skulle elevene produsere et svar. Andelen forklaring er i denne boken mer representert med 13,31%. Den mest markante endringen er imidlertid at andelen begrunnelse har gått betraktelig opp sammenliknet med Matemagisk 8 fra 1,16% til 6,07%

Tabell 13 Oversikt over Type of response i kapitlene i Matemagisk 10

Kapittel	Svar	Forklaring	Begrunnelse
Utforske matematiske sammenhenger	53	11	2
Algebrastigen	372	32	1
Likningssett	79	2	0
Prosentregning	187	37	3
Personlig økonomi	132	14	5
Funksjoner	342	18	7
Modellering	103	8	9
Geometritårnet	157	19	4
Sum	1424	141	31
Prosent	89,22%	8,83%	1,93%

I vi ser at fordelingen av *Type of response* i Matemagisk 10 er tilnærmet lik fordelingen i Matemagisk 8. Svar var forventet i 89,22% av oppgavene, forklaring var forventet i 8,83% av oppgavene, og begrunnelse skulle oppgis i 1,93% av oppgavene.



Figur 28 Viser oversikt over Type of response i de tre lærebøkene, både som hele tall og prosentandel i hver bok

Tabellen over viser full oversikt over antallet *Type of response* i de ulike bøkene, i tillegg hvor stor prosentandel hver av de ulike kategoriene utgjør i sin bok. Ut fra tabellen ser man at Matemagisk 8 og Matemagisk 10 er ganske lik når man sammenligner prosentandelene, mens Matemagisk 9 har en liten økning i forklaring og begrunnelse sammenlignet med de andre bøkene.

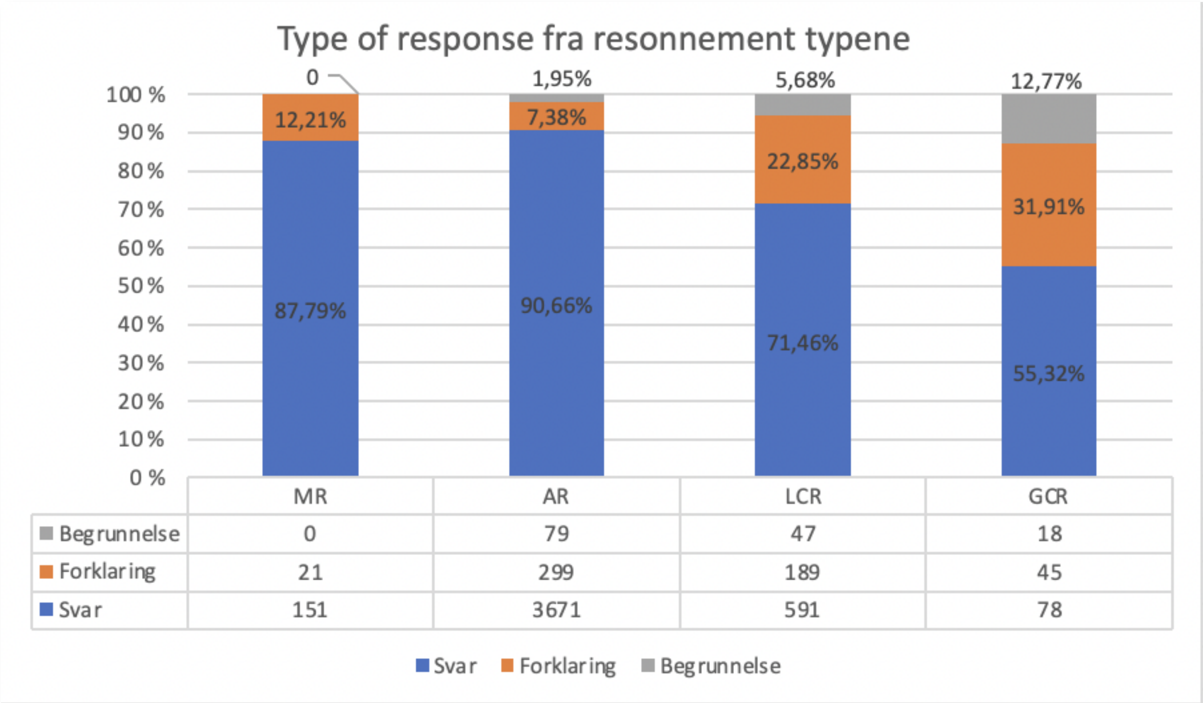
4.2.4 Type of response og resonnement typene

En oppgave i den vertikale analysen havnet i en av tolv kategorikombinasjoner, og vi skal i denne delen se hvordan de fordelte seg. Først ser vi på de tolv kategorikombinasjonene i alle bøkene samlet, før vi går videre til hvordan de tolv kategorikombinasjonene ble fordelt i to av oppgavetypene, nemlig topptur og ekspedisjon. Grunnen til at vi har valgt disse to oppgavetypene er fordi de skilte seg ut fra resten av oppgavene, noe vi skal se nærmere på under. Som nevnt tidligere i kapittel 3.1.4, så er disse oppgavetypene for elever som klarer seg veldig godt med matematikk, og derfor vil vi se nærmere på hvorfor disse oppgavetypene har så forskjellige resultater fra resten.

Tabell 14 Oversikt over de ulike kategorikombinasjonene som oppsto med Type of response og resonnement typene i alle bøkene samlet

		MR	AR	LCR	GCR	Totalt
Svar	Antall	151	3671	591	78	4491
	%	2,91%	70,75%	11,39%	1,50%	86,55%
Forklaring	Antall	21	299	189	45	554
	%	0,40%	5,76%	3,64%	0,87%	10,68%
Begrunnelse	Antall	0	79	47	18	144
	%	0%	1,52%	0,91%	0,35%	2,78%
Total	Antall	172	4049	827	141	5189
	%	3,31%	78,03%	15,94%	2,72%	100%

Tabellen over viser at spesielt en kategorikombinasjon er mye brukt gjennom lærebøkene, og det er AR+svar med 70,75%. Ellers utgjør kategorikombinasjonene LCR+svar 11,39%, AR+forklaring 5,76%, LCR+forklaring 3,64% og MR+svar 2,91%. Noe som betyr at de resterende syv kategorikombinasjonene utgjør så lite som 5,55% av oppgavene utenom kategorien umulig. Et annet tall som er verdt å merke seg i tabellen er svar, noe som betyr at elevene ble bedt om å produsere et svar 86,55% av gangene de skulle løse en oppgave. I figuren under ser vi en oversikt over fordelingen av kategoriene i *Type of response* med hensyn til resonnement typene. I tabellen ser vi at andelen forklaring og begrunnelse øker mot de høyere kreativitetsnivåene, og at svar minker. Det viser seg også at kategorien GCR har høyest prosentandel både for forklaring og begrunnelse.



Figur 29 Viser en oversikt over fordelingen av kategoriene i Type of response med hensyn til typer resonnement

Tabell 15 Viser kategoriseringen av oppgavene fra fellesløypa i Type of response og resonneringstypene

			Imitativt resonnement		Kreativt resonnement		
		Umulig	MR	AR	LCR	GCR	Totalt
Svar	Antall		73	1515	231	25	1844
	%		3,25%	67,45%	10,28%	1,11%	82,10%
Forklaring	Antall		13	168	89	19	289
	%		0,58%	7,48%	3,96%	0,85%	12,87%
Begrunnelse	Antall		0	25	24	6	55
	%		0%	1,11%	1,07%	0,27%	2,45%
Total	Antall	58	86	1708	344	50	2246

	%	2,58%	3,83%	76,05%	15,32%	2,23%	100%
Total	Antall		1794		394		2188
	%		79,88%		17,54%		97,42%

Tabellen over viser hvordan oppgavene fra fellesløypa er kategorisert i *Type of response* og type resonnement gjennom de tre lærebøkene. Fellesløypa er den eneste oppgavetypen som også har egne oppgavetyper i seg, og vi skal senere se på en egen tabell som tar for seg oppgavetypen nøkkelhull. Noen av tallene som er verdt å merke seg fra tabellen er at AR er representert i 76,05% av oppgavene, og at AR+svar utgjør 67,45% av oppgavene i fellesløypa. Man ser også at i 82,10% av oppgavene skal elevene oppgi et svar, og at 79,88% av oppgavene kan løses med et imitativt resonnement. De resterende oppgavene er under kreativt resonnement med 17,54% og umulig med 2,58%.

Tabell 16 viser fordelingen av Type of response og resonnement typene i nøkkeloppgavene

			Imitativt resonnement		Kreativt resonnement		
		Umulig	MR	AR	LCR	GCR	Totalt
Svar	Antall		16	121	35	2	174
	%		6,13%	46,36%	13,41%	0,77%	66,67%
Forklaring	Antall		2	22	32	5	61
	%		0,77%	8,43%	12,26%	1,92%	23,37%
Begrunnelse	Antall		0	6	13	2	21
	%		0%	2,30%	4,98%	0,77%	8,05%
Total	Antall	5	18	149	80	9	261
	%	1,92%	6,90%	57,09%	30,65%	3,45%	100%

Total	Antall		167	89	256
	%		63,98%	34,10%	98,08%

Vi har også valgt å se nærmere på oppgaver som er markert med nøkkelhull i oppgavetypen fellesløypa. Grunnen til at vi har gjort det er at det skal være oppgaver med spesielt viktige ideer og tenkemåter (Kongsnes & Wallace, 2020a, 2020c, 2021), og vi ønsker derfor å se hvordan disse oppgavene har gjort det i kategoriseringen vår. Totalt var det 261 oppgaver i fellesløypa som var markert som nøkkelhull i alle bøkene, og 5 av disse var umulig å kategorisere. Sammenlignet med resultatene som ser på alle oppgavene fra fellesløypa, så ser man at det er klare forskjeller i kategoriseringen. Av nøkkelhullsoppgaver var 98% kategorisert som imitativt resonnement, 34,10% som kreativt resonnement, og 1,92% som umulig. Oppgavene med nøkkelhull fordeler seg slik i kategoriseringen av *Type of response*: svar 66,67%, forklaring 23,37% og begrunnelse 8,05%. Det er altså en økning i oppgaver kategorisert som kreativt resonnement, samt en økning forklaring og begrunnelse sammenlignet med tabell 16.

Tabell 17 Viser oppgavetypen følg stien i kategoriene til Type of response og resonneringstypene

			Imitativt resonnement		Kreativt resonnement		
		Umulig	MR	AR	LCR	GCR	Totalt
Svar	Antall		40	1387	78	2	1507
	%		2,46%	84,92%	4,80%	0,12%	92,31%
Forklaring	Antall		3	56	0	0	59
	%		0,18%	3,45%	0%	0%	3,63%
Begrunnelse	Antall		0	34	17	4	55
	%		0%	2,09%	1,05%	0,25%	3,38%

Total	Antall	11	43	1470	95	6	1632
	%	0,68%	2,65%	90,46%	5,85%	0,37%	100%
Total	Antall		1513		101		1614
	%		93,11%		6,22%		99,32%

Tabell 17 viser oppgavene fra oppgavetypen følg stien. Sammenligner man denne oppgavetypen med de andre, så ser man at denne har høyest andel oppgaver kategorisert som imitativt resonnement med 93,11% kategorisert som enten MR eller AR. Ser man videre i tabellene finner man at følg stien også har høyest andel oppgaver som ber om svar med 92,31%. Den har også høyest andel oppgaver i kategorikombinasjonen AR+svar med 84,92%.

Tabell 18 Viser oppgavene fra terrenløypa i kategoriene til Type of response og resonneringstypene

			Imitativt resonnement		Kreativt resonnement		
		Umulig	MR	AR	LCR	GCR	Totalt
Svar	Antall		14	654	220	27	915
	%		1,29%	60,44%	20,33%	2,50%	84,57%
Forklaring	Antall		2	52	49	12	115
	%		0,18%	4,81%	4,53%	1,11%	10,63%
Begrunnelse	Antall		0	28	11	4	43
	%		0%	2,59%	1,02%	0,37%	3,97%
Total	Antall	9	16	734	280	43	1082
	%	0,83%	1,48%	67,84%	25,88%	3,97%	100%

Total	Antall	750	323	1073
	%	69,32%	29,85%	99,17%

Oppgavetypen terrengløypa skal bygge videre på det klassen har jobbet med i felleskap, og her kan man få sammensatte utfordringer, samt møte flere temaer på en gang. Sammenlignet med de to forrige oppgavetypene, så ser vi at terrengløypa har høyere andel oppgaver på kreativt resonnement med 34,10%. De resterende oppgavene er kategorisert som umulig i 1,92% av tilfellene og 69,32% av oppgavene er kategorisert som imitativt resonnement. Oppgavene ber om svar i 84,57% av tilfellene, forklaring i 10,63% av tilfellene, og begrunnelse 3,97% av tilfellene.

Tabell 16 Viser fordelingen av resonnement typer og i Type of response i Topptur

			Imitativt resonnement		Kreativt resonnement		
		Umulig	MR	AR	LCR	GCR	Totalt
Svar	Antall		12	71	34	16	133
	%		5,88%	34,80%	16,67%	7,84%	66,17%
Forklaring	Antall		6	14	35	9	64
	%		2,94%	6,86%	17,16%	4,41%	31,84%
Begrunnelse	Antall		0	1	1	2	4
	%		0%	0,50%	0,50%	1,00%	1,99%
Total	Antall	3	18	86	70	27	204
	%	1,49%	8,96%	42,79%	34,83%	13,43%	100%
Total	Antall		104		97		201
	%		51,75%		48,26%		98,51%

Vi ser at i toppturkapitlene er 8,96% MR, 42,79% av oppgavene er AR, 34,83% av oppgavene er LCR og 13,43% av oppgavene er GCR. Dette medfører en betydelig økning i andel kreative resonnementer sammenliknet med oversikten over resonnementer fra bøkene. 51,75% av oppgavene krever et imitativt resonnement og 48,26% av oppgavene krever et kreativt resonnement.

I 66,17% av oppgavene skulle elevene oppgi et svar, i 31,84% av oppgavene skulle elevene forklare og i 1,99% av oppgavene skulle elevene begrunne. Vi ser at andelen oppgaver som ber elevene forklare er gått kraftig opp fra tabellen som viser oversikten over Type of response i bøkene.

Tabell 17 Viser fordelingen av resonnement typer og Type of response i Ekspedisjon

			Imitativt resonnement		Kreativt resonnement		
		Umulig	MR	AR	LCR	GCR	Totalt
Svar	Antall		9	36	24	14	83
	%		8,18%	32,73%	21,82%	12,73%	75,45%
Forklaring	Antall		0	5	12	7	24
	%		0%	4,55%	10,91%	6,36%	21,82%
Begrunnelse	Antall		0	0	0	0	0
	%		0%	0%	0%	0%	0%
Total	Antall	3	9	41	36	21	110
	%	2,73%	8,18%	37,27%	32,73%	19,09%	100%
Total	Antall		50		57		107
	%		45,45%		51,82%		97,27%

Oppgavetypen ekspedisjon består av 8,18% MR, 37,27% AR, 32,73% LCR og 19,09% GCR. Sammenlignet med oppgavetypen topptur ser vi at kategoriene MR og LCR er ganske like i prosentandel, og at den største forskjellen mellom oppgavetypene er kategorien GCR, der ekspedisjon har størst prosentandel. Slik som oppgavetypen topptur, er det også en økning i andelen kreative resonnement i ekspedisjonsoppgavene sammenlignet med alle oppgavene fra lærebøkene. Andelen oppgaver som er kategorisert som kreativt resonnement er oppe i 51,82%, mens 45,45% av ekspedisjonsoppgavene var kategorisert som imitativt resonnement.

Ekspedisjonsoppgavene ba om svar på 75,45% av oppgavene, forklaring på 21,82% og hadde ingen oppgaver som ba om begrunnelse. Noe som er litt overraskende med at ingen ekspedisjonsoppgaver ba om begrunnelse, er at figur 21 viser at kategorien GCR skårer høyest på begrunnelse, og ekspedisjon har størst prosentandel av GCR.

Tabell 18 Viser topptur og ekspedisjon sammen mot de resterende oppgavetypene

		Imitativt resonnement		Kreativt resonnement		
	Umulig	MR	AR	LCR	GCR	Totalt
TT+E	6	27	127	106	48	314
%	1,91%	8,60%	40,45%	33,76%	15,29%	5,95%
FL+FS+TL	79	145	3922	721	93	4960
%	1,59%	2,92%	79,07%	14,54%	1,88%	94,05%
TT+E%	1,91%	49,04%		49,04%		100%
FL+FS+TL%	1,59%	82,00%		16,41%		100%

I tabellen ovenfor viser vi fram de to oppgavetypene topptur og ekspedisjon sammen med de resterende oppgavetypene fellesløypa, følg stien og terrengløypa. Vi har valgt å fordele de slik på grunn av beskrivelsene som ble gitt i kapittel 3.14 utvalg oppgaver. Oppgavetypene topptur og ekspedisjon er for sterke elever. Sammenligner man oppgavene som er ment for elever som klarer seg veldig godt i faget med de resterende oppgavene i boka, så ser man at de vanskeligere oppgavene har langt høyere prosentandel av kreativt resonnement. I topptur og ekspedisjon er 49,04% av oppgavene kategorisert som kreative resonnement, mens kreativt resonnement utgjør en andel på 16,41% i de resterende oppgavetypene. Prosentandelen for imitativt resonnement i topptur og ekspedisjon utgjør 49,04% av oppgavene, mens de resterende oppgavetypene dekkes av 82% imitativt resonnement. Noe annet som er verdt å legge merke til er at topptur og ekspedisjon har høyere prosentandel MR med 8,60%, noe vi finner interessant siden denne kategorien er den laveste formen for matematisk kreativitet i rammeverket. Tabellen viser også at topptur + ekspedisjon har totalt 314 oppgaver og 5,95% av bøkenes totale oppgaver, mens de resterende oppgavetypene har 4960 oppgaver og dekker 94,05% av bøkenes oppgaver.

4.3 Kapittel som skiller seg ut

I dette kapittelet blir fire kapittel i Matemagisk presentert. Disse kapitlene har enten en stor andel oppgaver som faller under kreativt resonnement, eller en stor andel oppgaver som faller under imitativt resonnement. Hensikten er å vise til eksempler av kapitler som har oppgaver som stimulerer til veldig ulike typer resonnement.

4.3.1 Kapitler med flest oppgaver som ble kategorisert som imitative

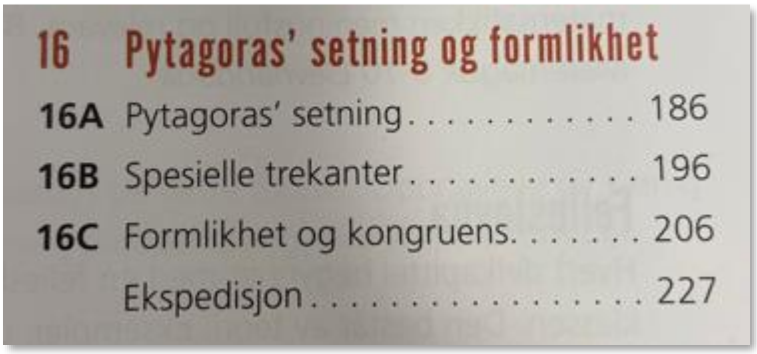
I kapittel 4.4.1 presenteres tabelloversikter av de to kapitlene som hadde færrest andel oppgaver som ble kategorisert som kreative resonnement. Forskjeller som på andre måter skiller disse kapitlene fra de fleste andre kapittel blir også presentert.

Tabell 19 Viser fordelingen av typer resonnement i kapittelet algebrastigen.

		Imitativt resonnement		Kreativt resonnement	
	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Antall	2	0	402	2	1
Prosent	0,49	0	98,77	0,49	0,25
Antall		402		3	
Prosent		98,77		0,74	

Algebrastigen er kapittelet med færrest andel oppgaver som har blitt kategorisert som kreative resonnement. I tabellen ser vi at 0,74% av oppgavene ble kategorisert som kreative og hele

98,77% av oppgavene ble kategorisert som imitative resonnement. Kapittelet har også en annen særegenhet. Dette er ett av to kapittel som ikke er etterfulgt av følg stien, terrengløypa og topptur. Til gjengjeld ha forfatterne bygd dette kapittelet opp ved gradvis progresjon (trinn). Dette er ulikt andre kapittel der kapittel er delt inn i underkapittel som skilles ved tema (se figurer 32). Noe annet som var verdt å legge merke til i dette kapittelet, er at det besto kun av ordinære oppgaver. Det vil si at det ikke var noen aktiviteter, spill, snakke matte eller nøkkeloppgaver i hele kapittelet.



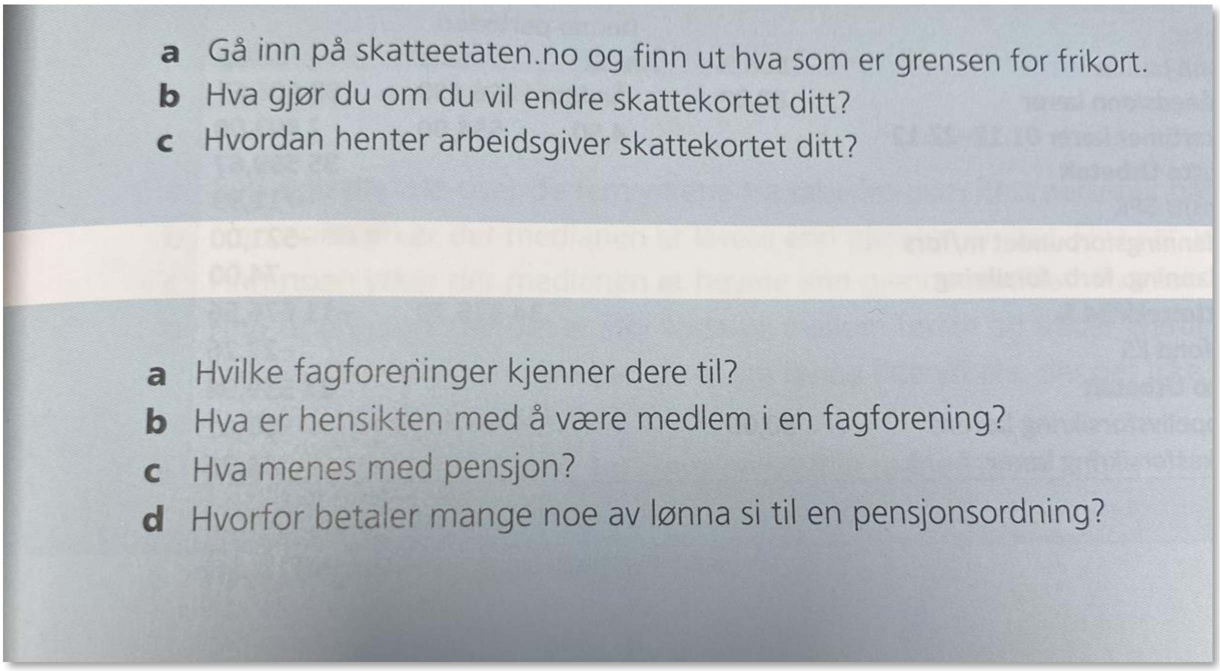
Figur 30 Viser den typiske oppbyggingen av et kapittel. Her er kapittelet delt inn i delkapittel

Figur 31 Viser oppbyggingen av kapittel 19 Algebrastigen. Her er kapittelet delt inn i trinn som bygger på hverandre.

Tabell 20 Viser fordelingen av typer resonnement i kapittel 22 personlig økonomi

		Imitativt resonnement		Kreativt resonnement	
	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Antall	13	3	143	5	1
Prosent	7,88	1,82	86,67	3,03	0,61
Antall		146		6	
Prosent		88,48		3,64	

Personlig økonomi er det kapittelet med nest færrest andel oppgaver som har blitt kategorisert som kreative resonnement. Her er 88,48% av alle oppgavene kategorisert som imitative resonnement, til motsetning er 3,64% av oppgavene kategorisert som kreative. Dette kapittelet skiller seg også fra andre kapittel ved at det har den høyeste andelen oppgaver som har blitt kategorisert som umulig. Det er lagt ved eksempler som alle har blitt kategorisert som umulig (se figur 34).



a Gå inn på skatteetaten.no og finn ut hva som er grensen for frikort.
b Hva gjør du om du vil endre skattekortet ditt?
c Hvordan henter arbeidsgiver skattekortet ditt?

a Hvilke fagforeninger kjenner dere til?
b Hva er hensikten med å være medlem i en fagforening?
c Hva menes med pensjon?
d Hvorfor betaler mange noe av lønna si til en pensjonsordning?

Figur 32 Viser eksempler av oppgaver i kapittel 22 som er blitt kategorisert som umulig.

4.3.2 Kapittelet med flest kreative oppgaver

I kapittel 4.4.2 presenteres kapittel som har størst andel oppgaver som ble kategorisert som kreative resonnement.

Tabell 21 Viser fordelingen av typer resonnement i kapittelet figurtall og mønster. Det er kapittelet med størst andel oppgaver som krever kreativt resonnement.

		Imitativt resonnement		Kreativt resonnement	
	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Antall	2	2	104	85	12
Prosent	0,98	0,98	50,73	41,46	5,85
Antall		106		97	
Prosent		51,71%		47,32%	

Tabellen viser at 0,98% av oppgavene ble kategorisert som MR, og 50,73% av oppgavene ble kategorisert som AR. Dette medfører at 51,71% av oppgavene faller under samlekategorien imitativt resonnement. 41,46% av oppgavene kategoriseres som LCR og 5,85% av oppgavene kategoriseres som GCR. Dette gjør at 47,32% av alle oppgavene faller under samlekategorien kreativt resonnement.

Tabell 22 Viser fordelingen av typer resonnement i kapittelet Pytagoras setning. Det er kapittelet med nest størst andel oppgaver som krever kreativt resonnement.

		Imitativt **resonnement**		Kreativt resonnement	
	Umulig	MR	AR	LCR	GCR
Antall	0	24	129	80	14
Prosent	0	9,72	52,35	32,39	5,67
Antall	0	153		94	
Prosent	0	61,94		38,06	

Tabellen viser at 9,72% av oppgavene ble klassifiser som MR og 52,35% av oppgavene ble klassifisert som AR. Dette gjør at 61,94% av oppgavene faller under samlebetegnelsen imitativt resonnement. 32,39% av oppgavene ble kategorisert som LCR og 5,67% av oppgavene ble kategorisert som GCR. Dette gjør at 38,06% av oppgaven faller under kategorien kreativt resonnement.

5 Diskusjon

I denne delen vil vi først diskutere generelle trekk med bøkene samlet, før vi går videre på de ulike oppgavetypene. Vi vil sammenligne våre funn med tidligere forskning, diskutere rammeverket og til slutt drøfte hvordan man kan arbeide med en prosedyrebasert lærebok.

5.1 Generelle funn

Etter analysen av oppgavene så vi at den kategorien som var mest brukt fra rammeverket *Type of response* var svar. Av alle oppgavene som ble kategorisert dekket svar hele 86,55%, mens forklaring dekket 10,68% og begrunnelse 2,78%. De fleste oppgavene ble i vår analyse kategorisert som imitativt resonnement, totalt 79,96%. De resterende oppgavene var kategorisert som kreativt resonnement med totalt 18,83% og umulig med 1,61%. Mer spesifikt ble oppgavene fordelt inn i underkategorier. 3,26% av oppgavene ble kategorisert som MR, 76,70% som AR, 15,59% som LCR og 2,84% som GCR. I funnene våre så vi en sammenheng mellom hvordan type svar oppgaven ba om og hvor kreativ den var, med utgangspunkt i vårt rammeverk. Forklaring og begrunnelse forekom oftere i oppgaver som ble kategorisert som kreative resonnement, noe som er en trend gjennom hele analysen vår.

En rekke tidligere studier viser at lærebøker i hovedsak setter søkelys på løsningsprosedyrer og operasjoner (Brehmer et al., 2016; Charalambous et al., 2010; Fan et al., 2013; Jäder et al., 2020), og langt mindre på problemløsning (Bruin-Muurling, 2010; Li et al., 2009; Van Stiphout, 2011). Disse studiene viser et bilde som sier noe om mellomrommet som oppstår mellom den tiltenkte mengden problemløsning som presenteres i styringsdokumenter verden over, og det som faktisk presenteres i lærebøkene som brukes i klasserommet. Flere andre studier viser at vestlige land i større grad konsentrerer seg om fakta og prosedyrekunnskap i oppgavene sine (Charalambous et al., 2010; Mayer et al., 1995; Ubuz et al., 2010). På andre siden viser det seg at østlige land har en overvekt av problemløsningsoppgaver (Charalambous et al., 2010; Mayer et al., 1995; Ubuz et al., 2010). I studien til Mayer et al. (1995) viser det seg at Japan sine lærebøker har mer fokus på konseptuell kunnskap, problemløsning og forklaringer sammenlignet med USA, det er noe som kan relateres til oppgaver av høyere kreative krav. Når elever forklarer eller begrunner svaret sitt, øker den matematiske forståelsen (Charalambous et al., 2010). Som nevnt i forrige avsnitt, så forekommer kategoriene forklaring og begrunnelse oftere i oppgaver som var kategorisert som kreative resonnement, noe som er med på å øke den matematiske forståelsen.

Vår analyse viser at Matemagisk 8-10 (Kongsnes & Wallace, 2020a, 2020c, 2021) har et klart flertall av oppgaver kategorisert som imitativt resonnement. Og oppgavene som ble kategorisert slik er i stor grad prosedyrebasert. Våre funn samsvarer i stor grad med tidligere forskning som sier at vestlige land sine lærebøker har en stor overvekt av prosedyrebaserte oppgaver.

En fordel med oppgaver som krever kreativt resonnement for å løses, er at slike oppgaver legger til rette for å utvikle problemløsere, logisk tenking og utvikling av tankeprosesser (Bhattacharya, 2022; Lithner, 2008). I kategorien LCR er 22,85% forklaring og 5,68% begrunnelse. GCR har 31,91% forklaring og 12,77% begrunnelse. Innenfor kategoriene som krever mindre kreativitet fordeler det seg ved 7,38% forklaring og 1,95% begrunnelse i AR, mens MR bare har forklaring med 12,21%. Oppgaver som ber eleven om å vurdere gyldigheten til et svar gir et større utbytte når det kommer til å utvikle adaptiv resonnering (Kilpatrick et al., 2001). Warshauer (2015) mener at matematikk skal involvere og utforske problemer, søke etter løsninger og grundig resonnering. Oppgaver kategorisert som LCR eller GCR, GCR i større grad enn LCR, vil være med på å styrke elevenes kompetanse innen logisk tenkning og utvikling av tankeprosesser. Dette fordi oppgavene krever et eget matematisk resonnement for å løses, dermed kjennetegnes de av selvregulering og utforskning. Altså vil oppgaver som kom i en av kategorikombinasjonene LCR+begrunnelse eller GCR+begrunnelse egne seg best i utviklingen av adaptiv resonnering, samt treffe Warshauer (2015) sitt syn på hvordan matematikk skal være.

Sammenhengen mellom problemløsningsoppgaver og kreativitet støttes av Haylock (1997) og Mann et al. (2017). Videre sier Haylock (1997) at elever som blir bedt om å løse oppgaver ved bruk av systematikk ikke trenger å tenke eller bruke sine kreative evner. Kategoriene *AR* og MR kan kjennetegnes ved at de bruker systematikk og gjentakende prosedyrer for å løse oppgaver, og dermed trenger elevene i mindre grad å tenke eller bruke sin kreativitet for å løse oppgaven. Mayer og Wittrock (2006) deler oppgaver i rutinebaserte og ikke rutinebaserte oppgaver, der rutinebaserte oppgaver er oppgaver hvor problemløseren er kjent med en fremgangsmåte for å løse de, noe som kan knyttes til kategoriene *AR* og *MR*. De kategoriene baserer kjennetegnes også ved hendelser, altså om de har fremgangsmåter som kan brukes for å løse den gitte oppgaven. Oppgaver kategorisert som *LCR* og *GCR* krever at noe er nytt, det kan knyttes opp mot produktiv streving. I produktiv streving i matematikk, må man ifølge Hiebert og Grouws (2007) finne ut av noe som ikke umiddelbart er åpenbart. Å streve i matematikk er en forutsetning for en dypere forståelse av matematikk (Hiebert & Wearne, 1993). Oppgaver som oppfyller produktiv streving kan altså ses på som en motsetning til matematikk som et statisk fag, der man lærer prosedyrer, regler og fakta gjennom repetisjon (Schoenfeld, 2014). I arbeid med oppgaver som legger til rette for produktiv streving er det viktig at elever får tilstrekkelig med tid og støtte (Bjork, 1994; Hiebert & Grouws, 2007). I følge Mesa (2004) må lærers rolle som formidler av en lærebok understrekes. Det er dermed viktig at lærer som formidler av læreboken legger til rette for tid og støtte for å oppnå produktiv streving.

Hiebert og Grouws (2007) skriver at flere studier antyder at produktiv streving er essensielt for å utvikle konseptuell forståelse i matematikk. Lithner (2008) mener det er ønskelig å utvikle elever som problemløsere, og at rutinelæring hemmer elevers utvikling som problemløsere. I vår studie fant vi ut at 18,83% av oppgavene ble kategorisert som kreativt resonnement, disse oppgaver er med på å utvikle problemløsere og konseptuell forståelse i matematikk. Lithner (2008) sier at elever er nødt til å møte oppgaver som krever matematisk kreativitet for å løses, dette for å utvikle deres matematiske forståelse. Bicer (2021) sin definisjon av matematisk kreativitet på skolenivå kan sees i sammenheng med kategorien kreativt resonnement, og dermed har disse oppgavene en positiv effekt på elevenes læring. Kategorien kreativt resonnement har fellestrekk med Hiebert og Lefevre (1986) sin konseptuell kunnskap, Skemp (1976) sin relasjonell forståelse og Kilpatrick et al. (2001) sin tråd konseptuell forståelse. Alle tre er sentrale og avgjørende for elevers læring i matematikk, men Kilpatrick et al. (2001) og Hiebert og Lefevre (1986) mener det er mer som skal til for at elever matematiske kompetanse skal utvikles fullstendig. Kilpatrick et al. (2001) sier at deres modell er sammensatt, og at alle trådene bør utvikles samtidig for å oppnå høyeste form for matematisk kompetanse. Om noen tråder uteblir, kan det resultere i at elevenes helhetlige matematiske kompetanse svekkes.

Hiebert og Lefevre (1986) sier at det er viktig for elever å utvikle prosedyrekunnskap sammen med konseptuell kunnskap, fordi det vil gi elevene langvarig og god matematisk forståelse. I bøkene vi har analysert er 79,96% av oppgavene kategorisert som imitativt resonnement, og denne kategorien har klare fellestrekk med Hiebert og Lefevre (1986) sin prosedyrekunnskap og Skemp (1976) sin instrumentell forståelse. Til forskjell fra Hiebert og Lefevre (1986), så mener Skemp (1976) at instrumentell forståelse er unødvendig, fordi det gir elevene kortvarig og begrenset matematisk forståelse. I vår analyse viser det seg at bøkene i stor grad legger til rette for å utvikle elevenes prosedyrekunnskap.

5.2 Funn i oppgavetypene

Vår vertikale analyse viser at det er 2246 oppgaver i fellesløypa, 1632 oppgaver i følg stien, 1082 oppgaver i terrengløypa, 204 oppgaver i topptur og 110 oppgaver i ekspedisjon. Totalt er det 5274 oppgaver. De tre første oppgavetypene dekker 94,05% av bøkenes oppgaver og 82% av oppgavene ble her kategorisert som imitativt resonnement. Under vil vi diskutere noen oppgavetyper samlet, og noen for seg selv.

Bøkene består i all hovedsak av oppgaver fra de tre første oppgavetypene, og disse har en stor overvekt av imitativt resonnement. Siden de har det, vil elevene bli godt trent opp i bruken av ulike algoritmer og prosedyrekunnskaper. Det som kjennetegner oppgaver av mindre krav av kreativitet, ifølge vårt rammeverk, er at elevene ikke trenger å legge til eller utvide løsningen/algoritmen til oppgaven. I stor grad handler denne resonnement typen om at elevene kan kopiere løsningsforslag. På bakgrunn av dette er det god grunn til å tro at elevene vil utvikle god prosedyreflyt, og som Kilpatrick et al. (2001) sier kunne se hvilke prosedyrer som skal brukes på ulike oppgaver. De sier også at prosedyreflyt er gunstig for å støtte den konseptuelle forståelsen, men at den ene ofte går på bekostning av den andre. I tilfellet med disse oppgavetypene, som dekker så store deler av boken, kan man si at konseptuell forståelse i stor grad faller under på bekostning av prosedyreflyt. I tillegg vil disse oppgavetypene i veldig liten grad utvikle strategisk kompetanse, som kan knyttes til problemløsning (Kilpatrick et al., 2001). Som nevnt tidligere kan problemløsningsoppgaver i stor grad kobles mot oppgaver som krever kreativt resonnement, noe disse oppgavetypene i liten grad tilbyr.

Fellesløypa dekker 42,59% av bøkenes oppgaver, og er dermed den oppgavetypen som har flest oppgaver. 79,88% av disse oppgavene er kategorisert som imitativt resonnement. Fellesløypa er den eneste oppgavetypen som hadde egne oppgavetyper i seg. Dette var oppgaver som skilte seg ut fra de andre ordinære oppgavene, men ble kategorisert på lik linje med resten. Den eneste oppgavetypen i fellesløypa som vi følte var verdt å presentere som et eget funn var nøkkelhull, dette fordi vi tydelig så forskjeller i denne type oppgaver sammenlignet med de andre i fellesløypa. Til tross for at snakke matte oppgavene skulle be elevene om å forklare til hverandre, så var de på lik linje med de andre oppgavetypene i fellesløypa. Nøkkelhullsoppgavene hadde spesielt viktige tankemåter og ideer (Kongsnes & Wallace, 2020a, 2020c, 2021). Det var totalt 261 oppgaver i fellesløypa markert med nøkkelhull, og her var 63,98% av oppgavene imitativt resonnement og 34.10% kreativt resonnement. Selv om det ikke er like høy andel oppgaver i kreativt resonnement som topptur og ekspedisjon, så var det allikevel en betydelig forskjell fra resten av oppgavene i fellesløypa. Denne forskjellen er interessant siden nøkkelhullsoppgaver befinner seg i fellesløypa som er ment å passe de fleste elevers matematiske nivå. At elevene får tenke, resonnere og reflektere matematisk er med på å legge til rette for kreativitet (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dette kan ses i sammenheng med beskrivelsen av nøkkelhullsoppgavene, men til tross for at det skal legge til rette for kreativitet, så ser vi at disse oppgavene også er dominert av imitative resonnement. Oppgavene legger i større grad vekt på tankemåter og ideer som er med på å øke de kreative resonnementene, men er som de fleste andre oppgaver i disse oppgavetypene prosedyrebasert.

Følg stien har totalt 30,94% av bøkenes oppgaver, og dekker nesten en tredjedel av oppgavene i Matemagisk 8-10. Denne oppgavetypen er i stor grad prosedyrebasert, da den har hele 93,11% av oppgavene i kategorien imitativt resonnement. Ser man på beskrivelsen av denne oppgavetypen, så finner man at den fokuserer på en ting om gangen, og det de allerede har jobbet med i fellesskap. Sammenlignet med våre definisjoner av MR og AR, som i stor grad omhandler hendelser, så er det ikke overraskende resultater. Denne oppgavetypen er i stor grad repetisjon av tidligere presentert teori og oppgaver, noe Lithner (2008) mener hemmer elevers utvikling mot å bli problemløsere.

Oppgavene fra terrengløypa dekker 20,52% av oppgavene, og dekker dermed like over en femtedel av bøkenes oppgaver. Sammenlignet med de to forrige oppgavetypene har denne litt høyere andel av kreative resonnement, med 29,85%. Ser man i bokens beskrivelse av denne kategorien, kan man skjønne at den har litt høyere andel kreative resonnement. I denne oppgavetypen kan de på sammensatte utfordringer, samt flere temaer på en gang. I vår definisjon av LCR sier vi at oppgaver der elever må sette sammen prosedyrer selv vil bli kategorisert som LCR, noe som kan sammenlignes med bokens beskrivelse av oppgavene i terrengløypa. Sammenslåing av prosedyrer kan ses i sammenheng med Ervynck (2002) sin algoritmiske aktivitet, som også vil belage seg på kreativ aktivitet. Dette fordi det handler om å reflektere og manipulere bruken av prosedyrer. Til tross for dette, har denne oppgavetypen høy andel av imitative resonnement (69,32%) noe som kan kobles til at disse oppgavene skal bygge videre på det klassen har arbeidet med i fellesskap, og da ofte belage seg på hendelser.

For mange elever vil læreboka være det som representerer og definerer matematikk (Johansson, 2003; Love & Pimm, 1996; Valverde et al., 2002). Siden en stor del av oppgavene i Matemagisk 8-10 er oppgaver hvor elevene trenes i bruken av algoritmer og prosedyrer, så vil deres oppfatning av matematikk bli preget av det. Boaler (2015) mener at elevenes *produktiv disposisjon* (Kilpatrick et al., 2001) vil bli påvirket negativt av bøkenes overrepresentasjon av imitative resonnement. Bøkene legger i stor grad opp til øving på prosedyrer, som kan få elevene til å tenke at matematikk er et fag der man utelukkende må huske regler og prosedyrer. Dette er ikke et uvanlig fenomen, da flere studier tyder på at elever jobber mye med prosedyrekunnskap og instrumentell forståelse (Hiebert & Grouws, 2007; Jonsson et al., 2014; Schoenfeld, 1992).

De to oppgavetypene topptur og ekspedisjon dekker de resterende 5,95% av bøkenes oppgaver, henholdsvis 3,87% og 2,08%. I disse oppgavetypene er oppgavene helt likt fordelt i imitativt resonnement og kreativt resonnement, sammenlignet med de resterende oppgavetypene er dette en klar forbedring. Dette mener vi imidlertid er overraskende, at hele 49,04% av oppgavene er kategorisert som imitativt resonnement. Disse oppgavetypene skal være svært utfordrende, gi god trening i abstraksjon, generalisering og avansert problemløsning (Kongsnes & Wallace, 2021). Vi tenkte oss at oppgaver som er betegnet som svært utfordrende, skulle ha en betydelig overvekt av kreative resonnement. Grunnen til det er at slike oppgaver i stor grad burde være så utfordrende at de ikke kan bruke tidligere hendelser for å løse de. Det vi la merke til i analysen av disse oppgavetypene er at de er regneteknisk vanskeligere enn de resterende oppgavene. Dermed tror vi en forklaring på at så mange av oppgavene havnet på imitativt resonnement, er at de i stor grad kun var regneteknisk vanskeligere. Som Schoenfeld (2014) sier så vil ikke nødvendigvis en regneteknisk vanskelig oppgave være et matematisk problem. Når en elev kan bruke metoder systematisk for å løse et problem, trenger ikke eleven å bruke sine kreative evner (Haylock, 1987).

Som nevnt dekke topptur og ekspedisjon en svært liten del av lærebøkene, og bare halvparten av disse oppgavene er kategorisert som kreativt resonnement. Hvis for eksempel alle oppgavene i disse oppgavetypene, samt oppgavene markert med nøkkelhull hadde vært mer kreativt krevende, så ville elevene hatt flere muligheter til å utvikle sin matematiske kreativitet. Det kan også nevnes at en jevnere fordeling av imitativt resonnement og kreativt resonnement i alle oppgavetypene ville forbedret elevenes matematiske forståelse (Hiebert & Lefevre, 1986; Jonsson et al., 2014). En jevn fordeling av resonnement typene forekommer kun i oppgavetypene topptur og ekspedisjon. Det er også verdt å bemerke seg at siden fordelingen kun er jevn i disse oppgavetypene, så vil svakere elever i veldig liten grad få mulighet til å utvikle en fullstendig matematisk forståelse, da oppgavene de arbeider med i svært stor grad er prosedyrebasert. Dette sies på bakgrunn av slik oppgavetypene er beskrevet i bøkene.

Elevene sin strategiske kompetanse vil utvikles gjennom arbeidet med oppgaver som krever kreativt resonnement fordi de må trene på forskjellige tilnærminger og vurdere sine svar (Kilpatrick et al., 2001). Figur 30 viser at de kreative resonnementene har større andel av oppgaver som ber om forklaring og begrunnelse. Funnene våre viser at kravet for kreativitet i oppgavene økte etter vanskelighetsgraden i oppgavene. Det vises tydelig i oppgavetypene topptur og ekspedisjon. Til dels økte kravet om forklaring til oppgaven med vanskelighetsgraden, størst var økningen av forklaring i oppgavetypen topptur. Grunnen til at det bare delvis økte med vanskelighetsgraden er nøkkelhullsoppgavene, som befant seg i fellesløypa. De har like stor andel krav til forklaring som ekspedisjon, og størst andel krav til begrunnelse av alle oppgavetypene. At nøkkelhullsoppgavene ber om forklaring og begrunnelse kan ses på som naturlig, da disse oppgavene skulle vise spesielt viktige ideer og tenkemåter. Dette kan både utvikle og ses i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001) sin adaptivt resonnement, da elever burde ha mulighet til å forklare og begrunne ideer for å bedre sin konseptuelle forståelse. Kravet om begrunnelse var lavt i oppgavetypen topptur, og eksisterte ikke i oppgavetypen ekspedisjon. I funnene ser vi en sammenheng mellom vanskelighetsgraden i oppgaven, og kategorien begrunnelse. Desto vanskeligere oppgavene blir, desto mindre ber oppgavene om begrunnelse.

5.3 Våre funn mot tidligere forskning

Vi vil i denne delen sammenligne og diskutere våre funn mot tidligere forskning. Henholdsvis sammenligner vi data med Bergqvist (2007), Charalambous et al. (2010) og Strand og Heimstad (2018). Vi har valgt disse studiene fordi to av dem har vært sentral i vår oppbygging av rammeverket, og den siste bruker et ganske likt rammeverk.

Bergqvist (2007) sin studie som analyserte eksamensoppgaver på universitetsnivå i henhold til imitativ- og kreativt resonnement, er sammenlignbart med vårt studie. I vår analyse ble 79,96% av oppgavene kategorisert som imitatative resonnement mens 69% av eksamensoppgavene Bergqvist (2007) analyserte ble kategorisert som det samme. Det vil si at Bergqvist (2007) har en høyere andel kategorisert som kreative resonnement. I hennes studie ble 31% av oppgavene kategorisert som kreative resonnement. I vår studie ble 18,83% av oppgavene kategorisert som kreative resonnement.

Vi tror det kan være flere grunner til at vi har fått ulike resultater. Siden hun har analysert eksamensoppgaver, er det grunn til å tro at det ikke er for mange like oppgaver i en og samme eksamen, og dermed færre hendelser. Oppgavene i en eksamen vil ikke kunne dekke en hel lærebok, og det er grunn til å tro at det vil være mer repetisjonsoppgaver i en lærebok. Til slutt kan forskjeller i definisjonene av kategoriene påvirke resultatene, blant annet at vi har en ekstra kategori. Vi har valgt å ta med kategorien umulig, noe hun ikke har. Det mener vi ikke er noe overraskende. Som nevnt tidligere, er kategorien umulig forbeholdt oppgaver uten matematisk karakter, noe vi mener ville vært unaturlig å ha i en matematikkeksamen.

Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk tar for seg både en horisontal og en vertikal del, men vi vil kun sammenligne våre resultater med resultatene deres fra *Type of response*. Sammenlignet med studien til (Charalambous et al., 2010), så viser det seg at Matemagisk 8-10 har en større forekomst i prosent av forklaring og begrunnelse enn lærebøkene fra Irland og Kypros. Sammenlignet med lærebøkene fra Taiwan hadde Matemagisk sine lærebøker lavere andel, men det er verdt å påpeke at ingen av oppgavene som Charalambous et al. (2010) kategoriserte havnet i kategorien begrunnelse.

Studien til Strand og Heimstad (2018) måler kognitive nivåkrav og *Type of response* i to kjente læreverk for matematikk på ungdomsskolen i Norge før LK20. For å måle kognitive nivåkrav har de brukt rammeverket til Stein og Smith (1998), som vi nevnte i kapittel 2.7.2 kan sammenlignes med Lithner (2008) sitt rammeverk. Deres kategorier er noe ulik våre, men er også delt inn i et lavere og høyere nivå. Tilsvarende vårt imitativt resonnement, som dekker 79,96%, har de lavt kognitivt nivå som dekker henholdsvis 68% og 81% av oppgavene i sine bøker. Kreativt resonnement som dekker 18,83% av oppgavene vi har analysert, dekker høyere kognitivt nivå 32% og 19% av bøkene de har analysert. Vi ser at resultatene er veldig lik for det ene læreverket, mens det andre har høyere kognitive nivåkrav i oppgavene. De har også brukt en egen kategori til oppgaver de mente var umulig å kategorisere.

I analysen av *Type of response* har de også valgt å bruke de tre kategoriene svar, forklaring og begrunnelse. 90% og 97% ble kategorisert som svar, 8 og 3% som forklaring, og til slutt 2 og 0,4% som begrunnelse. Våre resultater av kategoriene er 86,55% svar, 10,68% forklaring og 2,78% begrunnelse. Igjen er resultatene veldig likt det ene læreverket, det som er interessant er at resultatene for type svar er likt med læreverket deres som hadde høyere andel kognitive nivåkrav. Vi ser altså at det er en forskjell i sammenhengen mellom *Type of response* og krav av kreativitet/kognitive nivå mellom de to studiene. En mulig årsak for dette kan være at det nye læreverket prøver å legge til rette for kritisk tenkning gjennom måten de ber om svar i en oppgave. Kritisk tenkning i matematikk handler om å tenke, resonnere og reflektere, og dette skal legge til rette for kreativitet (Kunnskapsdepartementet, 2019). Oppgavene i læreverket ber fortsatt i stor grad kun om svar, og dermed legges det ikke til rette for at elevene skal utvikle sin kritiske tenkning. Vi ser også noen forskjeller i kategorikombinasjonene, der de ikke har noen oppgaver innen lavere kognitive krav som ber om begrunnelse, mens vi har noen med kategorikombinasjonen AR+begrunnelse. De ser etter kognitive krav, derfor er det kanskje naturlig at alle oppgaver som ber om begrunnelse havner i høyere kognitive nivåer, mens vi bruker hendelser i vår kategorisering, og dermed kan vi få en slik kategorikombinasjon.

5.4 rammeverk mot de tre underkategoriene

Det er vanlig for matematikkdidaktikere å ta for seg tre aspekter ved matematisk kreativitet. Disse er originalitet, flyt og fleksibilitet (Singer, 2018). Disse er mulig å måle ved å bruke en Torrance test. Her måles flyt ved antallet akseptable svar et individ klarer å produsere, fleksibilitet måles ved antall ulike tilnærminger et individ bruker for å løse oppgaven, og originalitet måles ved i hvor stor grad svarene skiller seg ut fra andre svar (Haylock, 1997). Grunnen til at denne testen ikke har fått plass i vår studie, er at den har som hensikt å måle matematisk kreativitet hos elever. Disse kriteriene lar seg ikke lett overføre til læreverk. Funnene i vår analyse vil derfor ikke nødvendigvis samsvare godt med graden læreverket stimulerer til disse underkategoriene av kreativitet på individnivå. Likevel vil funnene samsvare godt med definisjonen av matematisk kreativitet for elever lagt til grunn i kapittel 2.3.

En av de tre underkategoriene av kreativitet vil allikevel ikke være helt irrelevant. De ulike kategoriene MR, AR, LCR og GCR baserer seg på i hvor stor grad en løsning kan baseres på ulike hendelser presentert tidligere i boken. Dette vil si at desto mer en oppgave er problemløsende desto mer kreativt blir den kategorisert. Fleksibilitet er evnen til å tenke på et problem fra flere ulike perspektiver og reversere sin mentale prosess (Krutetskii, 1976). Kilpatrick et al. (2001) mener at fleksibilitet er et fundamentalt karaktertrekk i problemløsningsprosessen og at en utvikler fleksibilitet gjennom problemløsning. En kan derfor argumentere for at underkategorien fleksibilitet er ivaretatt i dette rammeverket. Hvis en elev ikke er kjent med fremgangsmåten for å løse en oppgave, vil eleven være nødt til å tenke på problemet fra flere ulike perspektiver.

5.5 Hvordan kan lærere jobbe med en prosedyrebasert lærebok

Læreboken er hovedressursen i lærerens planlegging av undervisning og har ofte stor innflytelse på praktiseringen av både lærerens og elevenes klasseromspraksis (Brehmer et al., 2016). Lærebøker er ikke bare med å bestemme hva skolematematikk er, de også i mange tilfeller med å definere hva matematikk er for lærere og elever (Johansson, 2003). Siden læreboken har mye å si for undervisningen, vil det være opp til læreren å balansere forholdet mellom prosedyrebaserte oppgaver og problemløsningsoppgaver. Det blir da opp til læreren å gjøre at undervisningen ikke blir like prosedyrebasert som det Matemagisk 8-10 legger opp til. Lærebøker har ofte rettet mye fokus på prosedyrer og algoritmer, og problemløsningsoppgaver har fått mindre oppmerksomhet (Bruin-Muurling, 2010; Li et al., 2009; Van Stiphout, 2011).

I våre resultater finner vi at en stor andel av oppgavene i kreativt resonnement kun ber om svar. Polya (2004) mener at alle problemløsningsfasene er viktig, og den siste av de er vurdering av løsningen. For at arbeidet med kreative resonnement skal legge til rette for matematisk forståelse burde altså alle fasene være med, dermed burde slike oppgaver vektlegge kategoriene forklaring og begrunnelse fra *Type of response*.

6 Avslutning

I dette kapitlet vil vi svare på problemstillingen vår, se på mulige forslag for videre forskning og betydning for vår profesjon.

6.1 Konklusjon

Problemstillingen vår er: *I hvilken grad legges det til rette for matematiske kreative krav i oppgavene elevene får i Matemagisk 8-10?*

1: Hvilken grad av matematisk kreativitet krever oppgavene?

2: Hvilke typer svar krever oppgavene?

Gjennom vår analyse har vi funnet at 79,96% av alle oppgavene i Matemagisk 8-10 ble kategorisert som imitativt resonnement, herunder ble 3,26% kategorisert som MR og 76,90% ble kategorisert som AR. Kreative resonnement forekom i 18,83% av oppgavene. Her ble 2,84% av oppgavene kategorisert som GCR og 15,95% av oppgavene kategorisert som LCR. Disse funnen er kategorisert etter hvilke resonnement som kreves av elevene dersom de jobber med læreverket kronologisk. Imitative resonnement krever at elevene kan reprodusere fremgangsmåter som er presentert tidligere i læreverket. På motsatt side krever kreative resonnement at eleven evner å skape noe nytt. Disse oppgavene kan ses i sammenheng med problemløsningsoppgaver. Lovett (2002) mener problemløsningsoppgaver er prosessen du starter for å løse et problem du ikke umiddelbart ser løsningen på. Det er disse oppgavene som i større grad legger til rette for tre av Kilpatrick et al. (2001) sine tråder av matematisk kompetanse; adaptivt resonnement, konseptuell forståelse og strategisk kompetanse.

I kategoriseringen av T*ype of respons* ble det avdekket at 86,55% av oppgavene krevde svar, 10,68% av oppgavene krevde en forklaring og 2,78% av oppgaven krevde en begrunnelse. Oppgaver som krever forklaring eller begrunnelse er i større grad enn oppgaver som krever svar, kategorisert som kreative resonnement. Dette siden en oppgave som krevde en forklaring eller en begrunnelse, sjeldnere kunne forklares eller begrunnes fullstendig ut ifra tidligere hendelser i boken. Disse kategoriene kan i tillegg kobles til delen av adaptivt resonnement som omhandler begrunnelse og forklaring (Kilpatrick et al., 2001). Kilpatrick et al. (2001) bruker begrunnelse som å tilstrekkelig forklare hvorfor en påstand er sann, og dette vil være til nytte i utviklingen av matematisk kompetanse.

Med bakgrunn i våre funn ser vi at læreverket Matemagisk 8-10 i stor grad legger til rette for utviklingen av prosedyrekunnskaper, og i mindre grad legger til rette for at elevene skal utvikle sin konseptuelle kunnskap, adaptive resonnering og strategiske kompetanse. Oppgavene i dette læreverket legger i stor grad vekt på å huske regler og algoritmer, noe som ikke er tilstrekkelig i utviklingen av elevenes fullstendige matematiske kompetanse (Kilpatrick et al., 2001; Schoenfeld, 1992).

Læreverket Matemagisk 8-10 stimulerer til matematisk kreativitet gjennom problemløsningsoppgaver. I disse oppgavene har ikke elevene blitt presentert med hendelser som kan brukes direkte til å løse oppgaven. Derfor må elevene selv skape noe av matematikken, og vil ved det oppdage løsningsstrategier som er ny for dem, men ikke nødvendigvis ny for resten av verden. Dette passer med Bicer et al. (2021) sin definisjon av matematisk kreativitet. I tillegg stiller enkelte oppgaver krav til forklaring eller begrunnelse. Dette bidrar i noen tilfeller til at oppgaver som i utgangspunktet er rutineoppgaver, allikevel må løses ved bruk av et kreativt resonnement.

6.2 Forslag til videre forskning og betydning for profesjon

Vår problemstilling begrenser utvalget ved at vi har valgt læreverket Matemagisk 8-10, som er et av de største i landet. For videre forskning av matematisk kreativitet i norske læreverk vil et naturlig forslag være å analysere andre store læreverk, eksempelvis Matematikk fra Cappelen Damm og Maximum fra Gyldendal. Siden disse også er mye brukt i Norge, vil en analyse av disse læreverkene bidra til en bredere forståelse av matematisk kreativitet i norske læreverk. De ulike læreverkene har også tilleggsmateriale som oppgavebøker, parallellbøker og nettressurser, analyse av disse vil også bidra til en bredere forståelse av de kreative kravene som elevene møter i oppgavene. En studie som inkluderer grunnbøkene og tilleggsmaterialet til de store forlagene vil gi et resultat som er mer generaliserbart med tanke på matematisk kreativitet som de norske læreverkene tilbyr elevene.

I vår analyse har vi sett på hvordan oppgavene møter elevene slik de blir fremstilt i lærebøkene, og jobbet kronologisk gjennom lærebøkene. Vår studie kan altså ikke si noe om hvordan lærere presenterer og gjør nytte av oppgavene i undervisning, eller se hvilke resonnement elevene faktisk bruker i oppgavene. Disse områdene kan utforskes ytterligere for å skape et klarere bilde av elevers læring i matematikk i den norske skolen. Sammenligning av elevenes faktisk resonnement og slik vi har kategorisert de vil være med på å styrke gyldigheten av studiet om de stemmer med hverandre.

Vår studie har gitt oss flere ting av betydning for lærerprofesjonen. For det første har den lært oss hvilke typer oppgaver som legger til rette for matematisk kreativitet. Vi har også fått en forståelse for at en kombinasjon av oppgaver med matematisk kreativitet og rutineoppgaver gir en større matematisk forståelse hos elevene. Dette er personlig erfaring vi blir å ta med oss ut i arbeidslivet, og som forhåpentligvis vil gjenspeiles som nyttig i vårt arbeid med fremtidige elever. Denne studien har gitt oss et godt innblikk i hvilke typer oppgaver elevene møter i arbeidet med lærebøker i matematikk. Vi tenker det er spesielt to ting som er viktig for lærere å være bevisst på i undervisningen med lærebøker. Først mener vi lærere ikke burde være ukritiske til oppgavene som finnes i lærebøker. Om man slavisk følger læreverket fra start til slutt, viser funnene våre at undervisningen blir overveldet av prosedyrebaserte oppgaver. Man vil da komme til kort når det gjelder utviklingen av konseptuell kunnskap, adaptiv resonnering og strategisk kompetanse, og dermed få en snever matematisk forståelse. Det andre er at lærebøker sine beskrivelser av oppgavetyper ikke alltid vil være passende for oppgavenes krav til matematisk kreativitet. Vi så mange tilfeller i nøkkelhull, topptur og ekspedisjon som hadde oppgaver kategorisert som imitativt resonnement, og ikke stemmer overens med beskrivelsen av oppgavetypen. Tatt disse poengene i betraktning, ser vi at lærerens rolle i matematikklasserommet er svært viktig for å gi elevene mulighet til å møte oppgaver som har høyere krav til matematisk kreativitet.

7 Referanseliste

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering-matematikkfaget som kasus*. Telemarksforsking Notodden.

Andersson-Bakken, E. & Dalland, C. (2021). Metoder i klasseromsforskning. *Forskningsdesign, datainnsamling og analyse*.

Ark. (2023). *Matemagisk 9 - Paralellbok*. Hentet 22.03.23 fra https://www.ark.no/boker/Asbjorn-Lero-Kongsnes-Matemagisk-9-9788203412363

Aschehoug. (2023a). *Anne Karin Wallace*. Aschehoug Hentet 15.04.23 fra https://aschehoug.no/Anne-Karin_Wallace

Aschehoug. (2023b). *Matematikk for ungdomsskolen Matemagisk 8-10*. Aschehoug. Hentet 10.04.23 fra https://skole.aschehoug.no/laremiddel/matemagisk-8-10

Aschehoug. (2023c). *Våre lærebøker følger fagfornyelsen (LK20)*. Aschehoug. https://aunivers.no/marked/aktuelt/vaare-laereboeker-foelger-fagfornyelsen-lk20

Aschehoug. (u.å-a). *Asbjørn Lerø Kongsnes* Aschehoug. https://skole.aschehoug.no/Asbjorn-Lero_Kongsnes

Aschehoug. (u.å-b). *H. Aschehoug & Co. (W. Nygaard) AS*. Aschehoug. https://aschehoug.no/om-aschehoug/om-aschehoug-forlag

Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(4), 348-370.

Bhattacharya, U. (2022). "I Am a Parrot": Literacy Ideologies and Rote Learning. *Journal of Literacy Research*, *54*(2), 113-136.

Bicer, A. (2021). A Systematic Literature Review: Discipline-Specific and General Instructional Practices Fostering the Mathematical Creativity of Students. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *9*(2), 252-281.

Bicer, A., Chamberlin, S. & Perihan, C. (2021). *A Meta ‐ Analysis of the Relationship between Mathematics Achievement and Creativity* [569-590]. [Buffalo] :.

Bjork, E. L. & Bjork, R. A. (2011). Making things hard on yourself, but in a good way: Creating desirable difficulties to enhance learning. *Psychology and the real world: Essays illustrating fundamental contributions to society*, *2*(59-68).

Bjork, R. A. (1994). Memory and metamemory considerations in the. *Metacognition: Knowing about knowing*, *185*(7.2).

Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom : helping children learn and love maths* (Revised and updated paperback edition. utg.). Souvenir Press.

Boesen, J., Lithner, J. & Palm, T. (2006). *The relation between test task requirements and the reasoning used by students*. Citeseer.

Brehmer, D., Ryve, A. & Van Steenbrugge, H. (2016). Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *60*(6), 577-593.

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield, Eds. & Trans.). I. Dordrecht: Kluwer.

Bruin-Muurling, G. (2010). The development of proficiency in the fraction domain. *Affordances and constraints in the curriculum*.

Chamberlin, S. A. & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, *17*(1), 37-47.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical thinking and learning*, *12*(2), 117-151.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forl.

Cohen, L., Morrison, K. & Manion, L. (2018). *Research methods in education* (8. utg.). Routledge.

Creswell, J. W. & Miller, D. L. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory into practice*, *39*(3), 124-130.

Deák, G. O., Ray, S. D. & Pick, A. D. (2004). Effects of age, reminders, and task difficulty on young children's rule-switching flexibility. *Cognitive Development*, *19*(3), 385-400.

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational psychologist*, *23*(2), 167-180.

Ervynck, G. (2002). Mathematical creativity. I *Advanced mathematical thinking* (s. 42-53). Springer.

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, *45*, 633-646.

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2022). *Forskningsmetode for lærerstudenter : å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis* (1. utg.). Cappelen Damm akademisk.

Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg. utg.). Fagbokforl.

Guilford, J. P. (1967). The nature of human intelligence.

Hammersley, M. (2012). *What is qualitative research?* Bloomsbury Academic.

Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM*, *29*(3), 68-74.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school chilren. *Educational studies in mathematics*, *18*(1), 59-74.

Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for research in mathematics education*, *28*(5), 524-549.

Hiebert, J. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. ERIC.

Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, *1*(1), 371-404.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, *2*, 1-27.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American educational research journal*, *30*(2), 393-425.

Hiebert, J. & Wearne, D. (2003). Developing understanding through problem solving. *Teaching mathematics through problem solving: Grades*, *6*(12), 3-14.

Hiebert, J., Wearne, Diana (2003). *Devoloping understanding through problem solving*

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum* [Luleå tekniska universitet].

Jones, D. L. & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cogitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, *6*(2).

Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y. & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *36*, 20-32.

Jäder, J., Lithner, J. & Sidenvall, J. (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(7), 1120-1136.
Kapur, M. (2010). Productive failure in mathematical problem solving. *Instructional Science*, *38*(6), 523-550.
Kapur, M. (2011). A further study of productive failure in mathematical problem solving: Unpacking the design components. *Instructional Science*, *39*, 561-579.
Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. & council, N. r. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (Bd. 2101). National Academy Press Washington, DC.
Kim, H., Cho*, S. & Ahn, D. (2004). Development of mathematical creative problem solving ability test for identification of the gifted in math. *Gifted Education International*, *18*(2), 164-174.
Kleivdal, K. (2023). *Si hei til elevenes egen matematikkbok!* Aschehoug. Hentet 23.03.23 fra https://aunivers.no/marked/ungdomsskole/aktuelt/si-hei-til-elevenes-egen-matematikkbok
Kongelf, T. R. (2011). What characterises the heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *16*(4), 5-44.
Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020a). *Matemagisk 8*. Aschehoug undervisning.
Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020b). *Matemagisk 8-10 : Elevhåndbok*. Aschehoug undervisning.
Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2020c). *Matemagisk 9*. Aschehoug undervisning.
Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2021). *Matemagisk 10*. Aschehoug undervisning.
Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2023a). *Matemagisk 8 : Parallellbok*. Aschehoug.
Kongsnes, A. L. & Wallace, A. K. (2023b). *Matemagisk 9 : Parallellbok*. Aschehoug.
Krumsvik, R. J. (2014). *Forskingsdesign og kvalitativ metode : ei innføring*. Fagbokforl.
Krutetskii, V. (1976). The psychology of mathematical abilities in school children, University of Chicago Press, Chicago. *KrutetskiiThe psychology of mathematical abilities in school children1976*.
Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Utdanningsdirektoratet https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal#
Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier?lang=nob
Lakatos, I. (1976). Proofs andrefutations. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 1-25.
Lester, F. K. (2010). On the Theoretical, Conceptual, and Philosophical Foundations for Research in Mathematics Education. I B. Sriraman & L. English (Red.), *Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers* (s. 67-85). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2_8
Li, Y., Chen, X. & An, S. (2009). Conceptualizing and organizing content for teaching and learning in selected Chinese, Japanese and US mathematics textbooks: The case of fraction division. *ZDM*, *41*, 809-826.
Liljedahl, P. & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For the learning of mathematics*, *26*(1), 17-19.
Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational studies in mathematics*, 165-190.
Lithner, J. (2003). Students' mathematical reasoning in university textbook exercises. *Educational studies in mathematics*, *52*(1), 29-55.

Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *The Journal of Mathematical Behavior*, *23*(4), 405-427.
Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational studies in mathematics, 67*(3), 255-276.
Love, E. & Pimm, D. (1996). This is so': a text on texts. *International handbook of mathematics education*, *1*, 371-409.
Lovett, M. C. (2002). Problem solving.
Mann, E. L. (2005). *Mathematical creativity and school mathematics: Indicators of mathematical creativity in middle school students*. University of Connecticut.
Mann, E. L., Chamberlin, S. A. & Graefe, A. K. (2017). The prominence of affect in creativity: Expanding the conception of creativity in mathematical problem solving. I *Creativity and giftedness* (s. 57-73). Springer.
Maxwell, J. (1992). Understanding and validity in qualitative research. *Harvard educational review*, *62*(3), 279-301.
Mayer, R. E., Sims, V. & Tajika, H. (1995). Brief note: A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American educational research journal*, *32*(2), 443-460.
Mayer, R. E. & Wittrock, M. C. (2006). Problem solving. *Handbook of educational psychology*, *2*, 287-303.
Mayring, P. (2015). Qualitative content analysis: Theoretical background and procedures. I *Approaches to qualitative research in mathematics education* (s. 365-380). Springer.
Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: An empirical approach. *Educational studies in mathematics*, *56*(2-3), 255-286.
Mishler, E. (1990). Validation in inquiry-guided research: The role of exemplars in narrative studies. *Harvard educational review*, *60*(4), 415-443.
Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. ERIC.
Murphy, G. L. (2002). *The big book of concepts*. MIT Press.
Neumann, C. J. (2007). Fostering creativity: A model for developing a culture of collective creativity in science. *EMBO reports*, *8*(3), 202-206.
Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. *Hentet*, *10*, 2017.
NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanse*. https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf
Palm, T., Boesen, J. & Lithner, J. (2011). Mathematical reasoning requirements in Swedish upper secondary level assessments. *Mathematical thinking and learning*, *13*(3), 221-246.
Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd. utg.). Sage Publications.
Pepin, B. & Haggarty, L. (2007). Making connections and seeking understanding: Mathematical tasks in English, French and German textbooks. *Paper presentation at AERA*, *7*.
Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton university press.
Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.
Robitaille, D. F. & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics.
Runco, M. A. (2003). *Critical creative processes*. Hampton Press.

Runco, M. A. & Jaeger, G. J. (2012). The standard definition of creativity. *Creativity research journal*, *24*(1), 92-96.
Schoenfeld, A., H. (1992). Schoenfeld.(1992). Learning to Think Mathematically Problem Solving Meta Cognition and Sense-Making in Mathematics. Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning. I. New York: MacMillan.
Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical problem solving*. Elsevier.
Schoenfeld, A. H. (2015). Thoughts on scale. *ZDM*, *47*(1), 161-169.
Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, *29*(3), 75-80.
Silverman, D. & Schmieder, C. (2022). *Doing qualitative research* (Sixth edition. utg.). SAGE.
Singer, F. M. (2018). *Mathematical Creativity and Mathematical Giftedness: Enhancing Creative Capacities in Mathematically Promising Students*. Cham: Springer International Publishing AG.
Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), 20-26.
Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The mathematics educator*, *14*(1).
Staksrud, E., Kolstad, I., Bang, K. J., Bomann-Larsen, L., Fretheim, K., Granaas, R. C., Harpviken, K. B., Haugen, H. Ø., Jakobsen, K. A. & Johnsen, R. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora.
Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(4), 268-275.
Strand, K. & Heimstad, C. A. (2018). *Kognitive utfordringer i to norske lærebokserier fra ungdomsskolen–en mixed methods studie* [UiT Norges arktiske universitet].
Syed, M. & Nelson, S. C. (2015). Guidelines for establishing reliability when coding narrative data. *Emerging Adulthood*, *3*(6), 375-387.
Teddlie, C. & Tashakkori, A. (2003). Major issues and controversies in the use of mixed methods in the social and behavioral sciences. *Handbook of mixed methods in social and behavioral research*, *1*(1), 13-50.
Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. utg.). Fagbokforl.
Treffinger, D. J., Young, G. C., Selby, E. C. & Shepardson, C. (2002). Assessing Creativity: A Guide for Educators. *National Research Center on the Gifted and Talented*.
Ubuz, B., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. & Özgeldi, M. (2010). Exploring the quality of the mathematical tasks in the new Turkish elementary school mathematics curriculum guidebook: the case of algebra. *ZDM*, *42*, 483-491.
Utdanningsdirektoratet. (2022). *Kjerneelementer Matematikk 1-10 (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob
Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Springer Science & Business Media.
Van Stiphout, I. (2011). The development of algebraic proficiency. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *8*(2-3), 62-80.
Warshauer, H. K. (2015). Productive struggle in middle school mathematics classrooms. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*(4), 375-400.
Weiss, I. R. & Pasley, J. D. (2004). What Is High-Quality Instruction? *Educational Leadership*, *61*(5), 24.

Wessels, H. M. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(9), 22-40.