UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Matematikkspråk og hverdagsspråk

En kvalitativ studie om elevenes tolkninger og refleksjoner rundt hverdagsuttrykk som inneholder matematiske begrep

Julie Helen Olsen Vollstad

Masteroppgave i matematikkdidaktikk LER-3903, mai 2023

Forord

Denne masteravhandlingen markerer slutten på min lærerutdanning ved UiT Norges Arktiske Universitet i Tromsø. Studieforløpet, og spesielt masterprogrammet i matematikk har gitt meg verdifull kunnskap som jeg tar med meg ut i læreryrket.

Det er flere jeg ønsker å takke. Jeg ønsker først og fremst å takke skolen hvor jeg har samlet inn data. Både lærere som i en travel hverdag har vist vilje til å hjelpe med prosjektet mitt og for elever som stilte til intervju. Uten deres bidrag ville masteroppgaven ikke vært mulig.

Jeg ønsker også å takke min veileder Arne Hole for god veiledning underveis, og for å bidra med kunnskap og gode råd. Helt fra starten av har han vist engasjement for oppgaven. Det har betydd mye! Jeg ønsker også å takke gode studievenner som har bidratt i faglige diskusjoner med humor og godt humør. Dere har gjort mitt siste studieår bedre enn forventet.

Til slutt ønsker jeg å takke min samboer, familie og venner for all støtte, hjelp og for å alltid ha troen på meg.

Julie Helen Olsen Vollstad

Tromsø, mai 2023

Sammendrag

Dette mastergradsprosjektet ser nærmere på hvordan et utvalg elever opplever hverdagslige uttrykk som bruker matematiske begrep. De valgte uttrykkene kan gis ulik betydning i hverdagsspråket og i matematikkspråket, og hensikten med prosjektet var å se hvordan elevene opplever disse uttrykkene.

Som teoretisk grunnlag vil relevant tematikk beskrives i kapittel 2. Her løftes det fram hvordan matematikkspråket skilles fra hverdagsspråket og hvorfor matematikkspråket skal utvikles. I tillegg vil matematisk begrepskunnskap belyses. Det løftes også fram andre kompetanser i matematikkfaget som i større grad knyttes til matematiske regneoperasjoner. Det teoretiske grunnlaget er sentrale i tolkningen av resultatene og funnene.

Studien har et kvalitativt design og baseres på semistrukturerte, oppgavebaserte intervju med ti elever på 10. trinn. Under intervjuene ble det benyttet lydopptak og logg for å inkludere alle detaljer og for at intervjuene kunne transkriberes. Transkriberingen var grunnlaget for en innholdsanalyse. Forskningsdesignet blir beskrevet i kapittel 3.

Resultatene i studien viser at det framkommer flere ulike tolkninger av uttrykkene, og elevene veksler mellom matematisk språkregister og hverdagsregister under sine tolkninger. Ingen av elever bruker enten kun matematisk register eller kun hverdagsregister, men det er flere likhetstrekk mellom elevene som i høy grad benytter det matematiske registeret. Disse elevene viser tegn på en mer konseptuell forståelse og benytter i tillegg avansert matematikk i sine forklaringer. Studiens resultater og funn viser at uttrykkene kan være interessante å benytte som utgangspunkt for undervisningsopplegg i skolen.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Denne masteravhandlingen er basert på en generisk kvalitativ metode som ved bruk av semistrukturerte, oppgavebaserte intervju, ser på hverdagsuttrykk og hverdagsbegreper versus tilsvarende matematiske begreper. Eksempler som trekkes fram i oppgaven er blant annet «i mils omkrets», «et par» og «et steinkast». Studien undersøker hvordan elever forstår og tolker disse begrepene, og om dette kan skape en distansering mellom matematikkfaget og hverdagen.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Det matematiske språket bruker begreper, spesialiserende vokabular, symboler og notasjoner for å beskrive numeriske og geometriske relasjoner, som er grunnlaget for å utvikle kompetanser innenfor matematikkfaget (Machaba & Du Plooy, 2019, s. 164: Lee, 2006, s. 12). På denne måten er begrepsforståelsen i faget er en av grunnmurene i matematikkspråket og bidrar til å utvikle det matematiske språkregisteret. God begrepsforståelse innebærer at elevene har utviklet kompetanser for å representere begrepene på ulike måter, beskrive de med egne ord og kunne se de i en større sammenheng (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 3).

For å utvikle det matematiske språket, herunder også begrepsforståelse, er det vesentlig at hverdagsspråket fungerer som oversettelsesledd, og på denne måten vil hverdagsspråket og det matematiske registeret overlappe hverandre. Elevenes evne til å se sammenhengen mellom matematikk og det praktiske hverdagsliv er avgjørende for nøyaktig anerkjennelse av matematikk og utviklingen av konseptuell forståelse (Altay et al., 2017, s. 158). Ved å unngå å matematikken og hverdagen sammen, kan matematikk oppleves som et huskefag isolert fra den virkelige verden, hvor elevene uttrykker at matematikk bare er noe de driver med på skolen og at de ikke har noe med deres liv å gjøre (Herheim, 2016, s. 130). Samtidig er det en stor utfordring for lærere å skape sammenheng mellom skolematematikk og hverdagsmatematikk, herunder å transformere mellom praktiske og teoretiske kontekster (Mosvold, 2007, s. 389).

Barwell (2005, s. 119) viser til at matematiske begrep kan tillegges flere betydninger, og derav være tvetydig. Denne tvetydigheten oppstår gjerne når matematikkregisteret og hverdagsregisteret overlapper hverandre og det oppstår forvirring. Forskningen konkluderer med at tvetydighet i klasserommet oppstår hovedsakelig fra hverdagsspråket. Flere studier viser også til sammenhengen mellom hverdagsbegrep og matematiske begrep, men søker i større grad tolkninger av enkeltord som brukes i undervisningen (Morland, 2022: Durkin & Shire, 1991). Morland (2022, s. 264) viser til at elever blir eksponert for en blanding av hverdagsbegrep og matematiske begrep, kan oppleve misoppfatninger. Elever som ikke gjenkjenner matematikk i hverdagen, vil også se på matematikken som et isolert fag (Altay et al., 2017, s. 158). På den andre siden vil elever med konseptuell forståelse eliminere avstanden mellom hverdagsmatematikken og skolematematikken. Studien gjort av Durkin og Shire (1991, s. 46) viser at elever i større grad mestrer å identifisere synonymer til hverdagsbegrep fremfor matematiske begrep. Elevene vil dermed kjenne igjen og velge den definisjonen de bruker mest fremfor det matematiske språket. Det fremstår som følge av det interessant å undersøke hvordan elevene tolker ulike uttrykk og begrep som kan være tvetydige i hverdagsspråket og matematikkspråket.

1.2 Formål og problemstilling

Formålet med denne studien er som nevnt å fremskaffe kunnskap om hvordan elever forholder seg til norske ord og uttrykk som har ulik betydning i matematikk og i dagligtale. Studien belyser et tema som norsk forskning ikke har belyst tidligere, og hvor mye av liknende forskning er flere tiår gamle. Begrepslæring i matematikk, spesielt hvordan lærere skal undervise om begreper i matematikk er i stor grad belyst i forskning. Koblinger mellom den tekniske matematikken og hverdagsmatematikken er også i stor grad fremmet i forskning, men forskning på spesifikke begrep og uttrykk som gis forskjellig betydning i matematikken og i hverdagsspråket er mindre beskrevet. Gibbs og Orton (1994, s. 94) viser til at ord kan ha en betydning i hverdagen og en annen betydning i matematikken, og slike tvetydigheter kan skape misoppfatninger blant elevene.

Da det tidligere ikke er forsket på hvordan elevene tolker og forstår uttrykkene og begrepene som studien baserer seg på, vil en slik studie kunne være nyttig for alle som benytter disse begrepene. Samtidig vil studien være nyttig for norske lærere uavhengig av utfall da den kan inkluderes i undervisning for å belyse disse tvetydige begrepene. Det burde også vurderes om dette er noe elevene burde bli introdusert for i undervisningen for å unngå eventuelle misoppfatninger, samt kunne koble matematikken og hverdagen sammen i større grad.

Problemstillingen for studien er:

> Hvordan opplever elever forskjellene mellom matematiske begreper og hverdagslige uttrykk som benytter de samme begrepene, og hvilke utfordringer har elevene knyttet til dette?

For å belyse problemstillingen vil jeg arbeide med påfølgende forskningsspørsmål:

- Hvordan forstår og tolker elevene hverdagslige ord og uttrykk som bruker matematiske begrep, hvordan begrunner de tolkningene sine og hvordan er elevenes tolkninger relatert til elevenes matematiske kompetanse?
- Hvilke forskjeller mellom matematikkspråket og hverdagsspråket beskrives av elevene?

Forskningsspørsmålene er konkretiserende spørsmål ut fra problemstillingen for å utdype hvordan oppgaven søker at elevene «opplever» forskjellene mellom uttrykkene og begrepene som oppgaven baseres på. Forskningsspørsmålene handler om hvordan elevene forstår, tolker og begrunner de aktuelle ordene og uttrykkene. De søker dermed subjektive opplevelser av de valgte uttrykkene og begrepene, og en kvalitativ forskning vil i større grad søke de subjektive tolkningene. For å få tilgang til hvordan elevene forstår og begrunner oppgavene er det hensiktsmessig å besvare forskningsspørsmålene gjennom semistrukturerte, oppgavebaserte intervju som metode. Intervjuet vil ta utgangspunkt i utarbeidede oppgaver knyttet til uttrykkene som benyttes. Metodekapittelet vil belyse valget av metode i større grad.

1.3 Oppgavens oppbygging

Det førstkommende kapittelet vil gjøre rede for det teoretiske grunnlaget som studien baseres på. I dette kapittelet vil matematikkspråket, utviklingen av matematikkspråket i grunnskolen og matematisk begrepskunnskap beskrives. Dette kapittelet vil også løfte fram kompetanser i matematikken som knyttes både til ferdigheter innenfor muntlige, skriftlige og matematiske regneoperasjoner samt misoppfatninger/ alternative oppfatninger. Kapittelet avsluttes med en gjennomgang av tidligere forskning.

Det påfølgende kapittelet begrunner valg av forskningsdesign. Kapittelet redegjør for forskningsmetoden samt utfordringer knyttet til forskerrollen, etiske betraktninger og kvalitet i studien. De mest interessante resultatene beskrives i kapittel 4, hvor både resultatene og tolkningene av resultatene beskrives parallelt for en mer oversiktlig gjennomgang. Ut fra resultatene trekkes det fram noen relevante funn som beskrives nærmere i kapittel 5.

2 Teori

Dette kapitelet vil belyse teori som er relevant for å besvare problemstillingen. Teorien som beskrives handler om matematikkspråket, begrepskompetanse, ulike kompetanser i matematikk og tidligere forskning på temaet.

2.1 Språk- og begrepskompetanse i matematikk

2.1.1 Matematikkspråket

Språk handler om å overføre informasjon mellom individer enten muntlig eller skriftlig, og elevene trenger språk for å formidle hva de tenker og mener. For at innholdet og informasjonen skal overføres med riktig betydning må språket være både hensiktsmessig utvidet og hensiktsmessig utdypet (Johnsen-Høines, 2020, s.104). Dette er egenskaper som kommer blant annet gjennom nyansering og presisering med utspring i assosiasjoner og referanser. Hvert fagområde har sine egne måter å bruke språk for å konstruere kunnskap, og elevene må bruke språket effektivt for å kunne delta i disse måtene å bruke språket på (Schleppegrell, 2007, s. 140).

Matematikkspråket har et teknisk vokabular med presise formelle definisjoner, og skiller seg på denne måten fra hverdagsspråket (Morland, 2022, s. 254). Evnen til å bruke matematikkspråket innebærer blant annet å kunne bruke matematiske symboler og representasjoner i matematisk kommunikasjon (Niss & Højgaard Jensen, 2019, s. 14). Matematikkspråket er bygget på ordforråd og begrepsforståelse, og det å lære matematikkspråket er en viktig del av både elevenes språkutvikling og utviklingen av matematiske ferdigheter, da matematiske ferdigheter inkluderer evnen til å kommunisere og resonnere gjennom både muntlig og skriftlig språk (Riccomini et al., 2015, s. 235-236). I tillegg kan forklaringer i lærebøkene være tettskrevne og vanskelige for elevene å forstå (Schleppegrell, 2007, s. 147). Da spiller læreren en nøkkelrolle for å hjelpe elevene å forstå symboler, diagrammer og tekniske språk gjennom språket. Her vil det matematiske språket kobles sammen med de tekniske matematiske ferdigheter, for å forklare blant annet mønstre og relasjoner mer presist enn det hverdagslige språket.

Et viktig grunnlag for å uttrykke seg nyansert er et rikt ordforråd og begrepsforståelse. Ord og begrep skilles ved at «ord» er navnet til en abstraksjon, mens «begrep» refererer til innholdet. Elevene må altså kjenne igjen navn på flere ulike abstraksjoner (ordforråd), men også kunne tale om innholdet i abstraksjonen (begrepsforståelse). Ordforråd er på denne måten et viktig aspekt ved språkutvikling i matematikk (Riccomini et al., 2015, s. 248). Spesifikt i matematikk er begreper essensielt for å presisere og utdype (Stengrundet og Valbekmo, 2019, s. 9). Begreper i matematikk kan være et «objekt som et kvadrat, en prosess som en subtraksjon, eller en egenskap som volum» (oversettelse) (Roos & Trygg, 2018, s. 1). Addisjon og subtraksjon vil for eksempel gjenspeile det abstrakte innholdet, altså den matematiske prosessen som forklares gjennom begrepene.

Johnsen-Høines (2020, s. 114-115) ser på skriftlig symbolisering i matematikk som eksempelvis siffer som symboliserer antall, tegn som symboliserer gjenstander, handlinger og prosedyrer samt bokstaver og ord. Disse tegnene utfyller hverandre i både det skriftlige og muntlige matematiske språket. I tillegg kan begrepsforståelse deles inn i forståelse knyttet til tallbegrep, mengdebegrep og begrep om form. Disse tre kategoriene kan sees i sammenheng med Roos og Tryggs (2018, s. 1) eksempler på begrepsforståelse. I begges kategorier sees begreper i matematikk på som noe abstrakt, og som kan knyttes til blant annet ulike fremgangsmåter og representasjoner ved bruk av både muntlig og skriftlig språk samt tall og symboler. Ved at begrepsforståelse i matematikk kan deles inn i prosesser, egenskaper og tall- og mengdebegrep, vil begrepsforståelsen til elevene være gjenkjennelse av ordene, og at de kan bruke begrepene i gitte situasjoner (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 5).

Begreper som brukes for å forklare og kommunisere matematikk er viktig for den generelle utviklingen av matematiske ferdigheter (Riccomini et al., 2015, s. 236: Roos & Trygg, 2018, s. 1). Samtidig er evnen til å kommunisere effektivt gjennom matematikkspråket bundet opp mot matematikkforståelsen, for eksempel i ferdigheter innenfor tall, symboler, ord og diagrammer som elevene har behov for i løsning av matematikkoppgaver (Riccomini et al., 2015, s. 237). Matematisk kompetanse handler også om å bruke matematiske definisjoner, begreper og formler (Niss & Højgaard Jensen, 2019, s. 20). Elevene har også behov for matematikkspråket når de beveger seg mellom uttrykksmåter med familie, medelever, analoge og digitale lærebøker og tekster (Johnsen-Høines, 2020, s. 107). De lærer matematikk og språk i samme prosess, og matematisk språk og ordforråd er en sentral komponent for suksess i matematikk (Seethaler et al., 2011, s. 537: Jourdain & Sharma, 2016, s. 43). Matematisk ordforråd og matematiske ferdigheter kan dermed sees som gjensidig avhengige av hverandre.

De matematiske begrepene og det matematiske symbolspråket kan være ekstra utfordrende for elever, fordi matematikk er teknisk og med karakteristiske mønstre av ordforråd (Johnsen-Høines, 2020, s. 140: Schleppegrell, 2007, s. 142). Begrep i matematikk kan oppfattes krevende for elever da begrepene både er nøyaktige, abstrakte og skal knyttes opp mot prosesser, objekter, egenskaper, tall, mengde og form. Samtidig er begrepene en forutsetning for å forstå matematiske prosesser, fremgangsmåter og representasjoner som utgjør en helhetlig matematisk kunnskap. Man kan si at kompetansene avhenger av hverandre, og det vil være naturlig at begrep- og ordforrådsforståelse inkluderes i undervisning av matematikkfaget. Utvikling av matematikkspråket kan dermed bidra til en større matematisk forståelse, og er av stor betydning for at elevene blir engasjert i matematikk tidligere (Riccomini et al., 2015, s. 248).

2.1.2 Matematikkspråket i matematikkfaget

I matematikkundervisning vektlegger Prediger & Wessel (2011, s. 325) at det er hovedsakelig tre ulike registre: verbalt hverdagsregister, verbalt skoleregister og verbalt matematisk-teknisk register (oversettelse av Lekaus & Lossius, 2022, s. 12). Det er vanskelig å skille mellom registrene, og Barwell (2005, s. 119) viser til at hverdagsregisteret kan skape tvetydighet når hverdagsregisteret og det matematiske registeret overlapper hverandre. På den andre siden understrekes det at et mål med matematikkundervisningen er å utvikle elevenes hverdagsspråk mot et mer matematisk språk. Dermed er hverdagsregisteret viktig for matematikkundervisningen, noe som støtter det Johnsen-Høines (1978, s. 72) skriver om at hverdagsregisteret er nødvendig som oversettelsesledd (se kapittel 2.2.2). Man kan på denne måten si at både matematiske registre og hverdagsregistre er en viktig del av matematikkundervisningen. Dette underbygges ved at matematikkspråket kan trekkes inn i kjerneelementer og grunnleggende ferdigheter i matematikkfaget for LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019). «Kommunikasjon i matematikk» handler om at det matematiske språket blir brukt i samtaler, argumentasjon og resonnement. Elevene skal på denne måten bruke matematisk kommunikasjon i ulike representasjoner. Det poengteres også at elevene skal oversette mellom matematiske representasjoner og hverdagsspråket. Under kjerneelementet «representasjon og kommunikasjon» understrekes det at representasjoner kan være blant annet verbale, symbolske og visuelle.

Både innenfor å kunne skrive, lese, regne og muntlige ferdigheter kan matematikkspråket og begrepsbruk knyttes inn. Det konkretiseres i læreplanen at elevene skal finne og bruke informasjon med avansert symbol- og begrepsbruk og bruke effektive og hensiktsmessige metoder, begreper og symboler for å utvikle et mer presist matematisk språk. Modellen til Prediger og Wessel (2011, s. 325) viser til at det ikke nødvendigvis er klare forskjeller mellom de ulike registrene, og de kan til og med benyttes i samme setning. En utvikling mot et mer presist matematisk språk vil dermed omfatte bruk av de ulike registrene, men hvor et mål med undervisningen er å styrke det verbale matematikk-tekniske registeret.

Digitale ferdigheter kan med fordel knyttes til kommunikasjon i matematikk, da elevene skal behandle informasjon og fremstille besvarelser. Slik kan elevene tolke matematiske symboler og notasjoner. Læreplanen vektlegger altså at matematikkspråket, som omfatter både ordforråd og begrepsforståelse, skal inkluderes i undervisningen og knyttes opp mot de grunnleggende ferdighetene i faget samt kjerneelementene. På denne måten kan man si at læreplanen legger opp til en utvikling fra et hverdagslig register mot et mer matematisk register.

2.2 Begrepsforståelse og språk

2.2.1 Begrepsinnhold, begrepsuttrykk og meningsdannelse

Begrepsforståelse i matematikk er satt sammen av begrepsinnhold og begrepsuttrykk (Johnsen-Høines, 1987, s. 60). Begrepsuttrykk er alt som gir uttrykk for tankene, meningene og oppfatningene knyttet til et begrep som kan inkludere blant annet muntlig språk og tegning (Johnsen-Høines, 1987, s. 61: Johnsen-Høines, 2020, s. 116). For eksempel kan en trekant uttrykkes ved å bruke begrepet, men også ved å tegne symbolet (Herheim, 2016, s. 130). Begrepsinnholdet er den betydningen vi tillegger gjenstandene rundt oss (Johnsen-Høines, 1987, s. 61), for eksempel alt som gjør en trekant til en trekant (Herheim, 2016, s. 130). Siden begrepsinnhold baserer seg på tankene og meningene som et individ tillegger et objekt, er begrepsinnholdet subjektivt (Johnsen-Høines, 1987, s. 61). Tankene og meningene som tillegges et objekt blir skapt gjennom ervervede kunnskaper og tidligere erfaringer.

For å utvide, utdype og utvikle begrepsinnhold er språket viktig, og det er nærmest umulig å utvikle begrepsinnholdet uten å utvikle språket (Johnsen-Høines, 2020, s. 116). Samtidig som erfaringene tilhører individet, kan vi dele erfaringer ved å snakke om de og finne tolkninger som ligger nær hverandre for å bruke de på tilsvarende lik måte (Johnsen-Høines, 1978, s. 61).

I en klasseromssituasjon kan for eksempel drøftinger om begrepsinnholdet til en trekant inkludere at egenskapene til en trekant vektlegges, og at det i fellesskap resulterer i enighet om at en trekant er en mangekantet figur med tre sider og tre kanter. Flere begrep krever at elevene har utviklet begrepsinnhold for aktuelle begrep som må til for å korrekt kunne beskrive det aktuelle begrepet. Når elevene skal lære om de ulike trekantene, for eksempel en rettvinklet trekant, må elevene ha kjennskap til hva en rett vinkel er for å kunne tilegne seg presist begrepsinnhold om en rettvinklet trekant. Gjennom språket blir både begrepsinnhold og begrepsuttrykk altså utviklet, og det er tilnærmet umulig å utvikle begrepsinnhold uten å utvikle språk for dette (Johnsen-Høines, 1987, s. 60-61). Begrepsinnhold og begrepsuttrykk henger tett sammen siden de er avhengige av hverandre og påvirker hverandre. De kan sees i sammenheng med Van Hieles nivåer og utviklingen fra nivå 0 til nivå 2 som blir beskrevet i kapittel 2.3.

Meningsdannelsen til individet handler om hvordan språklige uttrykk brukes til å skape mening, blant annet i utviklingen av begrepsinnhold og begrepsuttrykk (Johnsen-Høines, 2020, s. 118). Dette handler om det er bedre å holde opp sju fingre eller si tallet «sju», og om det er bedre å si «to uker» enn «14 dager». Valget avhenger av hvilken oppfatning man har av mottakerens muligheter for å tolke uttrykket. I kommunikasjon velger individene til enhver tid hvilken del av egen erfaringsbakgrunnen som vektlegges ut fra egne assosiasjoner til erfaringsbakgrunnen (Kilpatrick et al., 2005, s. 9). Meningsdannelsen er dermed avhengig av hvilke assosiasjoner som er skapt under utviklingen av begrepsdannelsen og hvordan det uttrykkes.

2.2.2 Språk av 1. og 2. orden

Johnsen-Høines (1987, s. 67) ser på utviklingen av språk som en kontinuerlig prosess hvor språk av 1. og 2. orden er ytterpunkter. Språk av 1. orden beskrives som et språk med parallelle koder, hvor flere språkformer likestilles innenfor et tema. Dette er et språk hvor «språkuttrykkene har utviklet seg samtidig med at begrepsinnholdet har utviklet seg […]. Språket er til hjelp når man tenker» (Johnsen-Høines, 2020, s. 122). Dette dreier seg om at elevene bruker det de kan fra før av og kobler dette til nytt lærestoff og skaper ny viten (Johnsen-Høines, 2020, s. 126). På denne måten vil elevene bygge opp begrepsverden ved å dra nytte av kunnskaper som er utviklet i flere situasjoner, samle disse kunnskapene og skape helheter mellom kunnskapene (Johnsen-Høines, 1978, s. 69).

Språk av 2. orden er språk som ikke står i direkte kontakt med begrepsinnholdet og som må oversettes (Johnsen-Høines, 1978, s. 71-72). Alle nye språk vil for eksempel fungere som språk av 2. orden. Utviklingen av språk av 2. orden forutsetter at språk av 1. orden brukes som oversettelsesledd. Oversettelsesleddet blir et bindeledd mellom det nye språket og individets allerede fastsatte begrepsverden, dette kan være parallelle koder eller erstatningskoder. For eksempel vil begrepet «firkant» erstattes med «kvadrat» og «rektangel». På denne måten utvikler elevene et mer presist matematisk språk, slik læreplanen i matematikk fastsetter at matematikkundervisningen skal gjøre (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Å gjøre språk av 2. orden om til 1. orden i matematikk handler om å tilby matematikkspråket slik av det blir en del av individets matematikk, og at matematikk blir erfart som et aktuelt redskap (Johnsen-Høines, 2020, s. 130). Prosessen med utviklingen av matematikkspråk starter med at elevene jobber med den uformelle matematikken og inkluderer ny kunnskap gjennom den kjente språkstrukturen, altså at de benytter oversettelsesledd. De matematiske begrepene er på denne måten konstruert ved hjelp av hverdagsspråket (Hjelmborg & Fleischer, 2018, s. 158). Deretter fortsetter en formalisering- og generaliseringsprosess av elevenes språkbruk (Johnsen-Høines, 1978, s. 74-76). Det siste steget er å arbeide innenfor det matematiske symbolspråket, som har en ulik struktur enn elevenes muntlige språk (Johnsen-Høines, 1978, s. 96).

Ved utviklingen av det matematiske symbolspråket vil det være mer naturlig og spontant å beherske å uttrykke seg gjennom dette språket uten å måtte foreta noen oversettelse. Da vil utviklede, verdifulle kunnskaper nyttiggjort og tatt i bruk (Johnsen-Høines, 1978, s. 73). På denne måten vil forholdet mellom språket og assosiasjonene til den ulikes begrepsverden knyttes sammen. Det er vanskelig å se hvordan dette arbeidet kan gjennomføres uten oversettelsesleddet som bindeledd mellom språket av 1. orden og språket av 2. orden. Overgangen mellom språk av 1. og 2. orden vil også indirekte bevisstgjøre elevene om at bokstaver, tall og symbolers betydning er kulturelt bestemt (Johnsen-Høines, 2020, s. 138). Dette inkluderer at de som bruker dem må kjenne til hva de representerer og lære å bruke de i sammenhenger der de gjelder. Det handler ikke nødvendigvis om å forstå symbolene, men å gjenkjenne dem samt forstå sammenhengen mellom dem og vite hvordan de kan brukes. Med andre ord kan vi si at når elevene jobber med utviklingen mellom språk av 2. orden og språk av 1. orden i matematikk, jobber de også kontinuerlig med utviklingen av begrepsuttrykk og begrepsinnhold.

2.3 Kompetanser i matematikk

2.3.1 Å se matematikk som et nettverk

Kompetanse i matematikk består av flere ulike komponenter som til sammen gir en helhetlig matematisk forståelse. Brekke (2002, s. 4) fokuserer blant annet på ferdigheter, og definerer det som veletablerte prosedyrer. Samtidig som det er viktig å automatisere disse prosedyrene for å løse matematiske oppgaver mer effektivt, kan dette være med på å skape et syn på matematikk som et fag som består av regler og formler (Herheim, 2016, s. 129). Skemp (1976, s. 21) viser til matematikkundervisning hvor elevene lærer å «låne» (brukes i subtraksjon), «snu den brøken opp ned og multiplisere» (brukes i divisjon med brøk) og «ta det over til den andre siden og endre fortegn» (brukes for å løse likninger). Dette kan sees i sammenheng med hvordan Brekke (2002, s. 4) definerer ferdigheter. Skemp (1976, s. 23) kategoriserer denne kompetansen som instrumentell kompetanse som kan sees i sammenheng med prosedyrebasert kunnskap (Hiebert og Lefevre, 1986, s. 1), da begge kompetansene tar utgangspunkt i elevenes huskeregler for å komme fram til riktig svar.

Dersom kunnskaper innenfor matematikk kan sees som et nettverk med ulike tema, slik at elever kan løse oppgaver uten å bruke huskeregler eller kjenne til algoritmer, kategoriserer Skemp (1976, s. 25) dette som relasjonell kompetanse. Hiebert og Lefevre (1986, s. 3) viser til konseptuell kunnskap. Dette beskrives som kunnskaper rike på relasjoner, og hvor ulike kunnskaper kan sees i et nettverk. Konseptuell kunnskap utvikles gjennom å knytte sammen tidligere etablerte kunnskaper, eller å knytte nye kunnskaper til etablerte kunnskaper. For elever som har begrenset begrepskompetanse kan relasjonell/ konseptuell undervisning være spesielt utfordrende (Prediger & Wessel, 2013, s. 435). Oversettelsesledd kan dermed være en sentral del av å utvikle matematiske kunnskaper, samtidig som det matematiske språket utvikles parallelt.

Konseptuell kunnskap og relasjonell forståelse kan sees i sammenheng med hverandre. På den ene siden ser Skemp (1976, s. 23) på relasjonell og instrumentell forståelse som motsetninger av hverandre, hvor elevene enten har relasjonell eller instrumentell forståelse. Skemp anerkjenner på den andre siden viktigheten av å kunne prosedyrer, i likhet med Niss og Højgaard Jensen (2019, s. 20). De kategoriserer derimot ikke noens evne til å kunne utføre prosedyrer som en kompetanse, men som en ferdighet. Kompetanse sees på som evnen til å kombinere prosedyreferdigheter og å se på ferdighetene som et nettverk som kan kobles sammen. Denne definisjonen baserer seg på at man kun kan se på relasjonell forståelse og konseptuelle ferdigheter som kompetanse, men at prosedyreferdigheter er et hjelpemiddel for å løse matematikkoppgaver. Skemp (1976, s. 22) mener også at relasjonell forståelse er den eneste forståelsen som kan kategoriseres som en kompetanse, men at instrumentell forståelse likevel kan være et viktig supplement til relasjonell forståelse.

Forholdet mellom konseptuell og prosedyrebasert kunnskap er mer utfordrende å definere da kunnskapene i større grad er avhengige av hverandre (Carpenter, 1986, s. 121). Elever kan bruke prosedyrer som en effektiviserende faktor under arbeid med matematikkoppgaver, dette forutsetter imidlertid at forståelsen for algoritmen ligger til grunn. Elever med konseptuell forståelse vil følgelig erfare at de kan bruke flere prosedyrer for å løse det samme problemet, og at de kan bruke samme prosedyre på flere ulike problemer (Carpenter, 1986, s. 115). Det er likevel viktig å poengtere at forståelsen for prosedyrene må ligge til grunn for en konseptuell forståelse.

Beviset for at eleven har kunnskap ligger i om eleven er i stand til å bruke kunnskapen, og ikke om eleven kan gjengi kunnskapen (Johnsen-Høines, 1987, s. 99). Piaget deler kunnskap inn i operasjonell og figurativ kunnskap (Johnsen-Høines, 2020, s. 153-154). Operasjonell kunnskap er kunnskap som for eksempel kommer av tallmessige og strukturelle sammenhenger, herunder hvordan eller hvorfor en regneregel eller formel er riktig. Dette er sammenlignbart med relasjonell kompetanse og konseptuell forståelse. Figurativ kunnskap er basert på hukommelse, og er knyttet til å huske kunnskapens ytre form, herunder når det blir brukt formler eller huskeregler for å komme fram til riktig svar. Denne kunnskapen kan knyttes til instrumentell og prosedyrebasert forståelse. Piaget vektlegger at elever samler opp og setter sammen figurative kunnskapsbiter som bidrar til å utvikle den operasjonelle kunnskapen, og at elever dermed beveger seg mellom figurativ og operasjonell kunnskap. Dette knyttes opp mot konseptuelle forståelse som knytter sammen tidligere etablerte kunnskaper og nye kunnskaper (Schoenfeld, 1986, s. 230).

Kilpatrick et al. (2001, s. 116) viser til fem komponenter for matematisk forståelse hvor konseptuell forståelse og prosedyreflyt er to av komponentene. En annen komponent som trekkes fram er produktiv oppfatning som omhandler vurderingen av matematisk kunnskap som fornuftig, nyttig og av verdi. Disse faktorene sees i sammenheng med troen på egeninnsatsen og ferdighetene. Produktiv oppfatning vil utvikle seg i takt med de andre komponentene i modellen til Kilpatrick et al. (2001, s. 117). Dette rammeverket viser dermed sammenhengen mellom konseptuell- og prosedyrebasert forståelse og å kunne se nytteverdien i matematikkfaget. Det viser hvor sammensatt matematisk kompetanse er, og at det handler om å skifte mellom ulike register. Dette kan sees i sammenheng med rammeverket til Niss og Højgaard Jensen (2002). Her utpekes symbol- og formalismekompetanse som en kompetanse innenfor matematikk. Symbol- og formalismekompetanse innebærer å kunne avkode symbol og formelspråk, oversette mellom matematikkspråket og hverdagsspråket og å kunne behandle og forstå formler (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 58-59). Dette handler dermed om å skifte mellom de ulike registrene. Denne kompetansen setter søkelys på matematikksymbolenes karakter og betydning, inkludert de tilknyttede reglene. Symbol- og formalismekompetanse sees dermed i sammenheng med operasjonell og konseptuell forståelse samt produktiv oppfatning.

Når elevene skal oversette mellom matematikkspråket og hverdagsspråket kreves det kompetanse om matematikksymboler, matematikkspråket og oversettelsesledd til hverdagsspråket. Dette forutsetter en forståelse for betydningen og bruken av symboler, og ferdigheter til å knytte dette opp mot både matematikken og hverdagen, og samtidig se det i et nettverk av tidligere etablerte kompetanser. Å kunne koble sammen matematikken og hverdagsspråket er altså en kompleks forståelse, som inkluderer både et nettverk av kompetanser samt et utviklet matematisk språk.

2.3.2 Kompetanse i geometri

I studien er det relevant å inkludere kompetanser innenfor geometri. Van Hieles modell om nivåtenking vil følgelig beskrives, da læring i geometri ofte sees i sammenheng med modellen. Modellen baseres på fem nivåer av gradvis læring (Crowley, 1987, s. 2). Nivå 0 i modellen handler om visualisering av figurer og å sette navn på dem. På dette nivået kan elevene reprodusere figurene, men ikke gi figurene egenskaper som rette vinkler eller motstående parallelle sider, og kan sees i sammenheng med begrepsuttrykk. Nivå 1 består av analyser av figurene. På dette nivået kan elevene beskrive egenskaper og gjenkjenne ulike underkategorier av figurene, for eksempel at motstående vinkler i parallellogram er like store. Dette kan kobles til begrepsinnhold hvor egenskapene til figurene brukes for å beskrive dem. Relasjonene mellom egenskapene til figurene og de innbyrdes forhold kan derimot ikke gjenkjennes eller forklares (Crowley, 1987, s. 2). Dette betyr at blant annet et kvadrat blir ikke sett på som et rektangel (Dingman et al., 2019, s. 125).

Nivå 2 er uformell deduksjon. På dette nivået etableres det sammenhenger mellom figurene og egenskapene til figurene (Crowley, 1987, s. 3). Her vil elevene gjøre erfaringer med at et kvadrat også kan være et rektangel fordi det oppfyller alle kriteriene for å være et rektangel. Dette kan i likhet med nivå 1 kobles til begrepsinnhold, da begrepsinnholdet kan brukes som utgangspunkt for å se sammenhengen mellom egenskapene til figurene. Kompetansen på nivå 2 kan også kobles til relasjonell og konseptuell tenking hvor ulike kompetanser knyttes sammen og likhetstrekk sees i sammenheng. Nivå 3 er formell deduksjon, og handler om å etablere geometriteori innenfor et aksiomatisk system, og i nivå 4 reflekteres det over systemet og aksiomatiske systemer analyseres.

2.4 Misoppfatninger og alternative oppfatninger av begreper

Faktakunnskap og begrepsstrukturer kan trekkes fram som komponenter i matematisk kompetanse (Brekke, 2002, s. 4-9). Faktakunnskap i matematikk er å vite at *1000 kg* er *et tonn*, eller at 3a er definert som 3 • a, mens 3 ½ er det samme som 3 + ½. Begrepsstrukturer er nettverk av ideer som er med på å gjøre matematikken meningsfull og er med på å styrke ferdighetslæringen. «Det at slike strukturer eksisterer, viser seg blant annet ved at en har evne til å rette noe når en har husket feil, og å overføre eller tilpasse prosedyrer en har lært i en sammenheng, til nye situasjoner» (Brekke, 2002, s. 5). Dette kan sees i sammenheng med konseptuell forståelse.

På den andre siden er et sentralt problem i matematikkundervisningen at de etablerte begrepsstrukturene og ferdighetene ikke nødvendigvis gjelder i alle situasjoner (Brekke, 2002, s. 10). Dersom elever konsekvent bruker en bestemt ide, kan dette være et resultat av overgeneralisering av etablerte kunnskaper som overføres til nye områder hvor disse kunnskapene ikke gjelder fullt ut. Dette definerer Brekke (2002, s. 10) som misoppfatninger. Det må skilles mellom en *feil* som oppstår mer tilfeldig, og *misoppfatninger* som ikke er tilfeldige, og som oppstår grunnet utilstrekkelig kunnskap på et område. Misoppfatninger knyttet til ferdigheter kan oppstå blant annet på grunn av en overgeneralisering av den etablerte kunnskapen om at 3a = 3 • a, kan føre til ideen om at 3 ½ = 3 • ½.

Misoppfatninger knyttet til begreper kan være at multiplikasjon er gjentatt addisjon. Denne ideen om hva multiplikasjon er fungerer så lenger faktorene er heltall, men vil gi feil svar ved multiplikasjon med desimaltall og tall under 1. Ideen om multiplikasjon som gjentatt addisjon vil derimot være nyttig å introdusere ved innlæring av multiplikasjon. Da vil addisjon fungere som et oversettelsesledd for å gi et innblikk i hva multiplikasjon er. På denne måten kan definisjonen om multiplikasjon som gjentatt addisjon skape en forståelse for hva multiplikasjon er, og denne alternative oppfatningen kan gjøre det enklere å begynne å jobbe med multiplikasjon. Noen foretrekker å kun snakke om alternative oppfatninger, og ikke bruke begrepet misoppfatninger, fordi begrepet misoppfatninger kan oppfattes som unødvendig normativt.

Alternative oppfatninger av begreper kan også være at begrepene får en ny mening gjennom andre situasjoner, for eksempel i hverdagssituasjoner. I slike situasjoner kan begreper ha en betydning i en situasjon, og en annen betydning i andre situasjoner. Det kan diskuteres om de oppfatningene som er avvikende fra de teoretiske definisjonene er misoppfatninger eller alternative oppfatninger. Det kan kategoriseres som misoppfatninger da begrepet får en ny betydning i en annen situasjon. Samtidig kan det argumenteres for at kunnskap skapes gjennom samtale og samhandling med andre mennesker (Vygotsky & Cole, 1978, s. 19: Sollid, 2013, s. 160), og at nye definisjoner av begreper i andre situasjoner ikke nødvendigvis er en misoppfatning, men heller en alternativ oppfatning. Slike alternative oppfatninger kan derimot svekke elevers utvikling av begrepsstrukturer, gjennom blant annet misoppfatninger knyttet til begrepets definisjon. En slik alternativ oppfatning kan også skape en avstand mellom hvordan begrepet brukes i hverdag- og matematikksammenheng.

2.5 Sosiokulturell læringsteori og aktivitetspedagogiske perspektiv

Læring av matematisk språk kan i denne oppgaven kobles til både Vygotskys sosiokulturelle læringsteori og Piagets aktivitetspedagogiske perspektiv. Det sosiokulturelle perspektivet baseres på at kunnskaper blir til gjennom samtaler og samspill, hvor individet overtar kunnskaper og gjør dem til sine egne for å bruke og utvikle dem samt å forstå verden gjennom dem (Vygotsky & Cole, 1978, s. 19). Læringen foregår kombinert både sosialt og individuelt. Språket spiller en sentral rolle, da den kognitive utviklingen knyttes til å beherske språk (Johnsen-Høines, 2020, s. 155). Kunnskapene finnes i beskrivelser, refleksjoner, samtaler og samhandling. Den kognitive utviklingen og læringen er knyttet til å beherske språk, og gjennom språket kommunisere med andre, både gjennom verbalt-, tegn- og kroppsspråk (Johnsen-Høines, 1978, s. 60). Språket blir påvirket og er med på å påvirke gjennom argumenter, tolkning og kognitive valg. Oppfatningene vil på denne måten stadig endres og utvikles fordi mennesket stadig forandrer seg (Johnsen-Høines, 2020, s. 158). Samtidig vil språket utvikles fra uformelle til mer formelle måter å uttrykke seg på. Dette kan sees i sammenheng med utviklingen av språk fra 2. orden til språk av 1. orden.

Piagets aktivitetspedagogiske perspektiv vektlegger at barn utvikler sin kunnskapsbase gjennom erfaringer med omverden (Johnsen-Høines, 2020, s. 149). Siden mennesker utvikler seg gjennom samspill med og tilpasning til omverden, gjør det oss i stand til å forstå og handle på hensiktsmessige måter. Kunnskapen om gjenstander er dermed ikke knyttet til objektene i seg selv, men heller hva man gjør med dem og de erfaringene man tilegner seg gjennom eller av dem. Et eksempel på dette er et parallellogram som kan kategoriseres som et rektangel (Johnsen-Høines, 1987, s. 98). Dette kan sees i sammenheng med alternative oppfatninger ut fra bestemte situasjoner. Piaget mener at læringen foregår i og hos eleven (Johnsen-Høines, 2020, s. 162). Dette skjer gjennom at innsikten utvikles gjennom handlinger og aktiviteter der elevene bruker kunnskapene deres til å utvide ny innsikt gjennom handling med omverden for å utvide kunnskapsbeholdningen. Dette sees i sammenheng med å se på matematikk som en diskursiv, matematisk prosess hvor matematisk mening er avhengig av individuell konstruksjon som Barwell (2005, s. 118) viser til. Vygotsky flytter derimot fokus til at kunnskaper finnes i elevenes sosiale verden gjennom språket. Siden de kulturelle sammenhengene som læring foregår i, er ulike, innebærer det at elever utvikler seg og lærer ulikt i kulturelle praksiser.

Begge teoriene vektlegger at læring skjer gjennom erfaringer og samspill med andre. På denne måten vil matematikkspråket utvides, utdypes og utvikles gjennom kommunikasjon fra og med omverden. Ved å utvikle språket fra hverdagsspråket mot et gradvis mer matematisk språk, kan elevene oppleve koblingen mellom hverdagsspråket og matematikkspråket.

2.6 Tidligere forskning knyttet til motsetninger mellom matematikkspråket og hverdagsspråket

Ved at matematikken blir mer meningsfull, vil også elevenes holdning til matematikk som relevant for deres liv styrkes (Herheim & Rangnes, 2016, s. 120). Forskning viser at dersom elevene opplever det de lærer som relevant, vil det også være mer motiverende å lære om det (Tiller, 2012, s. 284). Det er derimot tenkelig at ved ord og uttrykk i hverdagsspråket som ikke samstemmer med matematikkspråkets betydning, vil det bli en konflikt mellom språkene da det ikke er oversettelsesledd mellom dem. Dette underbygges av det Barwell (2005, s. 118) poengterer om at så lenge matematikken gis mening gjennom individuelle konstruksjoner, vil muligheten for tvetydighet alltid være til stede. Tvetydighet oppstår når ord eller uttrykk har en mening i hverdagen og en annen betydning i matematikkspråket (Gibbs & Orton, 1994, s. 98).

Forskning viser at det kan oppstå problemer ved tvetydigheter mellom matematikkspråket og hverdagsspråket (Barwell, 2005: Morland, 2022: Hjelmborg & Fleischer, 2018: Gibbs & Orton, 1994: Durkin & Shire, 1991: Altay et al., 2017). Morland (2022, s. 260) ser på hvordan lærere bruker både matematikkspråket og hverdagsspråk i matematikkundervisningen, og konkluderer med at hverdagsspråket kan være et positivt bindeledd til matematikkspråket. Samtidig kan overdreven tillit til oversettelsen føre til at elevene ikke forstår nyansene i det matematiske språket og de matematiske begrepene. For eksempel kan det oppstå misoppfatninger der den hverdagslige betydningen ikke stemmer overens med den matematiske bruken fordi elevene ikke eksplisitt er klar over de doble betydningene (Morland, 2022, s. 242). Et eksempel som blir trukket fram er bruken av ordet «regel», med koblinger til matematikkregler. På et bibliotek er det regler om at man ikke kan snakke høyt eller spise, men disse reglene er motstridende i kantina.

Dersom elevene ikke blir introdusert for de forskjellige betydningene i ulike settinger, kan det føre til misoppfatninger (Morland, 2022, s. 254). På samme måte kan et utydelig skille mellom hverdagsspråket og matematikkspråket føre til misoppfatninger samt at det kan svekke elevenes bruk av matematikkspråket (Morland, 2022, s. 235). Studien er likevel kritisk til hvordan lærere bedømmer riktig tempo for overgangen mellom hverdagsspråk og matematikkspråk (Morland, 2022, s. 242). Samtidig er det viktig at lærere tar del i denne overgangen, og poengterer hvordan man beveger seg fra hverdagslig til matematisk språk. Dersom elevene ikke har kunnskap om at hverdagslige ord har et matematisk uttrykk, kan elevene miste dette oversettelsesleddet, noe som kan skape misoppfatninger (Morland, 2022, s. 264). Det er likevel en stor utfordring for lærere å transformere mellom praktiske og teoretiske kontekster og dermed skape sammenheng mellom skolematematikk og hverdagspraksis (Mosvold, 2007, s. 289).

Der Morland (2022) ser på hvordan problemer kan oppstå når språket skal oversettes fra hverdagsspråk, ser Gibbs og Orton (1994) på hvordan tvetydighet kan svekke elevenes forståelse. Dette eksemplifiseres med ordet «billion» som blir brukt av amerikanske radioeksperter om tusen millioner, mens matematikken ser på «billion» som en million million (Gibbs & Orton, 1994, s. 99). Det kan skape misoppfatninger når det er avvik mellom hvordan læreren fremmer et ord eller uttrykk og den meningen eleven innehar om det samme ordet eller uttrykket (Gibbs & Orton, 1994, s. 100). Samtidig kan det være krevende for en lærer å oppdage misoppfatningene, da elever kan respondere på ord som blir brukt uten å forklare de, eller bruke de uten å definere det (Gibbs & Orton, 1994, s. 100). En annen studie ga elever i oppgave å identifisere synonymer til ord som er tvetydige i hverdagssammenheng og matematikksammenheng (Durkin & Shire, 1991). Resultatene av studien viste at ytelsen til elevene var overlegen i hverdagssammenheng (Durkin & Shire, 1991, s. 47).

Et resultat av forskjellige betydninger mellom hverdagslige ord og uttrykk, og matematiske begreper, er at det kan forekomme et tydelig skille mellom matematikken og hverdagen. En studie viser viktigheten av å koble sammen hverdagsmatematikk og skolematematikk (Altay et al., 2017). Siden vi bruker matematikk mer eller mindre konstant i hverdagen, er det viktig for elevene å kjenne igjen matematikken og kunne anvende den for å styrke den konseptuelle forståelsen. Elever som klarer å koble matematikken til hverdagen, kan også koble sammen andre matematiske temaer og erfarer sammenhenger. Elever som derimot ikke klarer å koble matematikken til hverdagen, ser på faget som isolert fra hverdagen. Konseptuell og relasjonell kompetanse kan eliminere avstanden mellom skolematematikken og hverdagsmatematikken. Det vil også bidra til at elevene kan benytte kunnskap tilegnet i klasserommet i hverdagssammenheng og for å forstå og gi mening til normale, hverdagslige aktiviteter (Altay et al, 2017: Wain, 1994, s. 25).

3 Metode

Dette kapitelet viser til og begrunner metoden som benyttes for å svare på problemstillingen. Kapittelet inkluderer datainnsamlingsmetode, uttrykkene og begrepene som benyttes og hvordan disse brukes i datainnsamlingen for å besvare problemstillingen. I tillegg vil kapittelet inkludere analysemetode samt etiske betraktninger og studiens kvalitet.

3.1 Metode for å svare på problemstilling

3.1.1 Valg av metode

Denne studien søker informasjon om hvordan elevene tolker og forstår ulike uttrykk som brukes i hverdagen, der begrepene som brukes gis forskjellig betydning i hverdagsspråket og matematikkspråket. Forskningen i denne oppgaven følger en generisk kvalitativ metode. Dette er en pragmatisk tilnærming, som innebærer at forskningsspørsmålet blir besvart gjennom den mest hensiktsmessige metoden. Forskningen bruker kvalitative, semistrukturerte og oppgavebaserte intervju med elever da det ansees som en hensiktsmessig metode for å få tilgang til hvordan de tolker og forstår uttrykkene.

Det finnes flere metoder som også kunne blitt brukt i denne studien for å se på hvordan elevene tolker uttrykkene. Et eksempel er å gjennomføre en kvantitativ studie, blant annet gjennom å bruke spørreskjema. Da ville datagrunnlaget blitt større, slik at resultatene i større grad ble generaliserbare. Et spørreskjema er derimot mer fastlåst med konkrete spørsmål, og det vil være mer problematisk å stille oppfølgingsspørsmål, lese kroppsspråket til informanten underveis og få dyptgående forklaringer (Cohen et al., 2018, s. 508). For denne studien vil oppfølgingsspørsmål være essensielt for å få fram elevenes tolkning og forklaring til uttrykkene og begrepene. Målet i det kvalitative intervjuet er ikke kvantifisering, men nyanserte beskrivelser av den intervjuedes livsverden gjennom ord og ikke tall (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 47). Kvalitative intervju vil følgelig være en mer hensiktsmessig metode for å fremlegge informantenes tanker og ideer i større grad.

For å få et større datagrunnlag kunne det blitt gjennomført et undervisningsopplegg med utgangspunkt i uttrykkene og begrepene. Utfordringer som da kunne oppstått er å følge de ulike elevenes tankegang i arbeid med uttrykkene og begrepene, samt stille oppfølgingsspørsmål der det er nødvendig. Da informantene er elever, er det ikke nødvendigvis slik at elevene er bevisste når det er behov for å utdype og begrunne påstandene, og det er desto viktigere å stille utfyllende spørsmål der det er nødvendig. Et undervisningsopplegg hvor mange elever jobber med oppgavene samtidig vil lukke for denne muligheten. I tillegg kan det være flere feilkilder knyttet til denne metoden. Elevene kan blant annet påvirke hverandre gjennom det sosiale samspillet. Ut fra dette kan man få ukorrekte resultater fordi elevene svarer enten det en annen medelev har svart, eller fordi eleven svarer det den tenker forventes i den situasjonen. I tillegg søker oppgaven i større grad hvordan elevene tolker uttrykkene og begrepene utenfor skolematematikken. Dette kan svekkes dersom opplegget gjennomføres innenfor skolens gitte rammer, hvor informanten er i elevrollen. Disse feilkildene kan også oppstå under gruppeintervju, som brukes for å innhente flere svar på en mer effektiv måte. Individuelle intervju er mer velegnet dersom man ønsker å vurdere hvilke holdninger og oppfatninger individene sitter med (Gleiss & Sæther, 2021, s. 81). Den mest hensiktsmessige metoden for å besvare forskningsspørsmålet i denne studien er dermed individuelle intervju.

3.1.2 Kvalitative intervju med fenomenologisk retning

I kvalitativ forskning er fenomenologi en naturalistisk forskningstradisjon som søker å beskrive, forklare og tolke et fenomen, en situasjon eller erfaringer (Cohen et al., 2018, s. 300). Forskningen i denne studien følger på denne måten en fenomenologisk retning. Under forskning med fenomenologisk retning søker å forstå hvordan fenomener fremstår gjennom å få innsikt i hvordan hverdagssituasjoner oppfattes og vedvarer hos informantene, og hvilke tanker de har rundt temaene (Cohen et al., 2018, s. 301). Kvale og Brinkmann (2015, s. 46-47) viser også til at intervju med fenomenologisk retning søker beskrivelser av den umiddelbare opplevelse i hverdagen i forhold til vitenskapens verden, slik denne forskningen søker.

Intervju er en metode hvor informantene blir stilt spørsmål om forholdene som skal studeres, og hvor informantenes svar utgjør datagrunnlaget (Grønmo, 2004, s. 159). Dette er en fleksibel metode under datainnsamlingen som gir innblikk i både verbal og ikke-verbal kommunikasjon (Cohen et al., 2018, s. 506). Formålet med intervju er å forstå, evaluere eller få tilgang til informantenes tanker (Cohen et al., 2018, s. 508), og er «en velegnet metode for å utvikle kunnskap om menneskers tanker, erfaringer og forestillinger» (Gleiss & Sæther, 2021, s. 78). Da oppgavens datagrunnlag baseres på informantenes tolkninger og refleksjoner vil kvalitative intervju være den mest hensiktsmessige metoden å benytte for å få tilgang til dette.

3.1.3 Semistrukturerte intervju

Intervju kan utformes som strukturerte, semistrukturerte eller ustrukturerte (Gleiss & Sæther, 2021, s. 79-80). Under strukturerte intervju er alle spørsmål som stilles formulerte på forhånd. Denne metoden er velegnet til å sammenligne informantenes svar, men gir ikke rom for å utdype informantenes svar. I denne studien kan strukturerte intervju føre til at refleksjoner og tanker rundt uttrykkene uteblir blant annet fordi det kan være vanskelig å fastsette utdypende- og oppfølgingsspørsmål på forhånd.

Ustrukturerte intervju ønsker å undersøke informantenes tanker og erfaringer med planlagte momenter som samtalen skal innom (Gleiss & Sæther, 2021, s. 80). Dette kan være en vanskelig strukturering for en uerfaren forsker, som ikke tidligere har erfart når eller hvilke oppfølgingsspørsmål som skal stilles, som kan sies å gjelde i denne forskningen. Av den grunn kan et ustrukturert intervju i denne studien føre til manglende datagrunnlag, eller for stor spredning i spørsmålene informantene blir stilt.

Semistrukturerte intervju er verken en åpen samtale eller et lukket spørreskjema. Det ligner på en hverdagssamtale, men med et forskningsformål (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 46). Under semistrukturerte intervju formuleres spørsmål på forhånd, slik at alle intervjuene følger samme retning (Gleiss & Sæther, 2021, s. 80). Dette gjør det også lettere for en uerfaren forsker å stille de samme spørsmålene til hver informant. Denne utformingen åpner samtidig for improviserte oppfølgingsspørsmål som kan bidra til å utdype eller konkretisere interessante momenter under intervjuet (Mejia-Ramos & Weber, 2020, s. 1101). På denne måten kan informantene styre samtalen i ulike retninger gjennom sine svar (Sollid, 2013, s. 126). Kombinasjonen mellom struktur og åpenhet i intervjuet bidrar til å skape et dybdeintervju ved å få innsikt i hva informantene tenker, hvordan de tolker problemer samt deres holdninger og meninger knyttet til problemstillinger (Cohen et al., 2018, s. 535). Kvale og Brinkmann (2015, s. 46) påpeker i likhet med dette at semistrukturerte intervju benyttes når temaer fra dagliglivet skal forstås ut fra intervjupersonens egne perspektiver. På denne måten er semistrukturerte intervju den intervjuformen som i denne studien resulterer i rike beskrivelser av informantenes tolkninger av de ulike uttrykkene.

3.1.4 Oppgavebaserte intervju

Under oppgavebaserte intervju samhandler forskeren og informanten gjennom en eller flere oppgaver (Goldin, 2000, s. 519). Oppgavebaserte intervju er en form for semistrukturerte intervju, hvor oppgavene er strukturerte og i en bestemt rekkefølge samtidig som samtalen knyttet til svarene er mindre strukturert.

Kvale og Brinkmann (2015, s. 48) poengterer viktigheten av at intervjuet baserer seg på spesifikke situasjoner og handlinger for å komme fram til betydninger på et konkret plan fremfor generelle meninger. Gleiss og Sæther (2021, s. 86) viser også til *photo elicitation* som et nyttig alternativ til konvensjonelle intervjuspørsmål. Det kan være effektiviserende under et intervju å legge fram blant annet bilder under intervjuene og be informantene å sette ord på sine assosiasjoner og tanker knyttet til bildet. Ved at informantene tegner eller gjør andre aktiviteter kan man unngå å stille lange og komplekse spørsmål (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 175). Oppgavebaserte intervju kan dermed være en måte å gjøre intervjuspørsmålene mer konkrete for informantene.

Under oppgavebaserte intervju kan informantene bli spurt om å «tenke høyt» og «beskrive fremgangsmåten» som gir en verbal oversikt over deres tenking (Mejia-Ramos & Weber, 2020, s. 1101). Denne måten å bygge opp et intervju på kan gjøre det lettere å få innsikt i elevenes tolkninger og kunnskaper. En begrunnelse for dette er at oppgavene kan bidra til mer intuitive svar. Rene samtalebaserte intervju kan gi et mer uriktig bilde av elevenes intuitive ideer, blant annet fordi det kan være vanskeligere å konkretisere oppgavene med detaljer muntlig. Når elevene skal produsere noe til oppgavene eller det blir fremstilt bilder, kan det også være lettere å ta opp tråden på disse oppgavene senere i en refleksjonsdel.

3.2 Valg av uttrykkene som benyttes

Denne oppgaven baserer seg på seks uttrykk og begrep som brukes i det generelle hverdagsspråket som kan oppfattes på en annen måte sett opp mot matematikken. I dette kapittelet vil uttrykkene presenteres. De seks uttrykkene er valgt med bakgrunn i at de ofte benyttes i nyhetsartikler, salgsannonser og som en del av hverdagsspråket som brukes rundt og av elevene. Ordene og uttrykkene er valgt innenfor forskjellige tema i matematikkfaget, og omfatter derfor faget bredt. Enkelte ord og uttrykk har en direkte kobling til matematikken, mens andre har en mer vag kobling til matematikken. Disse er med i oppgaven for å inkludere en bredde av matematiske tema, og for å se om elevene ser matematikken i uttrykkene. Det er viktig å poengtere at det også finnes flere liknende uttrykk, men en begrensning på seks oppgaver er satt for å få et dypere innblikk i tolkningene til informantene.

3.2.1 Uttrykket «et par»

I matematikken er «et par» to objekter som kan sees på som en helhet. Et relatert eksempel er «partall» som referer til at tallet kan deles i to like deler. Altså et antall uavhengige objekter som kan fordeles i to like store grupper. I Yatzy må man få to like verdier for å få «et par». «To par» er $2 \cdot$ to like, og «tre par» er $3 \cdot$ to like. I hverdagen brukes «et par» ofte i ytringer om sko, votter og hansker. Det kan også brukes i referanser om tidsperspektiv, herunder at noe tar to, tre eller kanskje fire timer. En oppfatning er at «et par timer» er mindre konkret enn «to timer». Hvis det sies at noe tar «et par timer» kan det betyr at noe tar omtrent to timer. Derimot vil ikke «et par timer» være mindre enn to timer, fordi «timer» viser til flertallsformen. «Et par timer» kan dermed tolkes til å være to eller flere timer, altså «noen timer». Dette er et eksempel hvor hverdagsspråket og matematikkspråket bruker samme begrepet, men hvor matematikken er tydelig på hva «et par» er mens hverdagsspråket er mer upresist.

3.2.2 Uttrykket «110 %»

Prosentbegrepet kan eksempelvis brukes i hverdagsspråket for å si at man er «110 % sikker» på noe, man viser da at man er helt sikker. Prosentbegrepet som brukes i matematikken skiller ofte mellom prosent som del av helhet og økning. For eksempel kan prisen på en vare endres med 110 %. Når prosentbegrepet brukes som del av helhet er 100 % helheten. For eksempel kan man spise 50 % av en kake. I denne konteksten kan prosenten derimot ikke overstige 100 %, fordi man eksempelvis ikke kan spise mer enn 100 % av ei kake. Disse to tolkningene skilles dermed i matematikken. Når man i hverdagsspråket forklarer at man er 110 % sikre på noe, overstiger prosenten 100 % for å forklare noe av en helhet. Skillet mellom del av helhet og økning kan i dette tilfellet viskes bort. Her vil hverdagsspråket av den grunn ikke følge de matematiske forutsetningene for ulike måter å bruke prosentbegrepet.

3.2.3 Uttrykket «å gå i sirkel»

«Å gå i sirkel» er et begrep som kan brukes i flere situasjoner i hverdagsspråket, for eksempel når man går seg bort og kommer tilbake til et punkt man tidligere har vært. Det kan også brukes når man har gått ei rute hvor startpunktet er på samme plass som sluttpunktet, og begrepet «sirkel» kan forstås som en lukket kurve. I skolematematikken defineres en sirkellinje som «linjen som går gjennom punktene som har samme avstand fra et fast punkt, […] sentrum i sirkelen» (matematikk.org). Alle punkt på sirkelen vil følgelig være like langt fra sirkelsentrum. «Å gå i sirkel» vil i matematikken bety at man går i en krummet linje med lik avstand fra et punkt hele tiden. I hverdagsspråket kan definisjonen være mer upresis.

3.2.4 Uttrykket «et steinkast»

«Et steinkast» refererer til en avstand. I hverdagsspråket brukes «et steinkast» blant annet i boligannonser for å referere til at boligen ligger et steinkast unna ulike destinasjoner. Denne avstanden kan i enkelte tilfeller være på opp mot flere kilometer, og uttrykket brukes av den grunn ofte for å beskrive at noe ligger et lite stykke unna. Historisk sett er et steinkast like langt som en voksen mann kan kaste en nevestor stein, og er beregnet til å være mellom 35 og 75 meter (Korsbrekke, 2016). Denne avstanden ble brukt som en sikkerhetsavstand mellom hus dersom det skulle oppstå brann. Likevel er det eksempler fra bibelen hvor «et steinkast» brukes i upresise sammenhenger (Hofstad, 2018). Avstanden kan dermed tolkes konkret eller ukonkret både i hverdagsspråket i dag og historisk. Bruksområdet for uttrykket er vidt, og tolkningen ansees som subjektiv.

3.2.5 Kvadrat, rektangel, parallellogram og trapes

Kvadrat, rektangel, parallellogram og trapes er alle underbegreper av begrepet «firkant». Tabell 1 viser hvordan de ulike firkantene kan defineres. Som kjent er det flere ulike måter dette kan gjøres på. Definisjonene som er gjengitt her, er hentet fra matematikk.org, som kan sies å representere skolematematikken.

Tabell 1: De matematiske definisjonene på trapes, parallellogram, rektangel og kvadrat. Hentet fra matematikk.org.

Trapes	Et trapes er en firkant med et par parallelle sider, men sidene kan være av ulik lengde.
Parallellogram	Et parallellogram er en firkant der motstående sider er parallelle, sidene er parvis like store og vinklene er parvis like store.
Rektangel	Et rektangel er en firkant der motstående sider er parallelle, sidene er parvis like store og alle vinklene er like store.
Kvadrat	Et kvadrat er en firkant der alle sidene er like lange og alle vinklene er like store.

Definisjonene på de ulike firkantene legger til grunn for at kvadrater, rektangler, parallellogram og trapes kan inngå under definisjonen til trapes. Kvadrater og rektangler kan også være parallellogram, og et kvadrat kan også omtales som et rektangel. Samtidig oppfyller hverken rektangler, parallellogram eller trapes definisjonen til et kvadrat. Tabell 2 viser denne sammenhengen.

Tabell 2: Sammenheng mellom definisjoner og figurer av ulike firkanter.

	Trapes	Parallellogram	Rektangel	Kvadrat
Oppfyller definisjon trapes	x	x	x	x
Oppfyller definisjon parallellogram		x	x	x
Oppfyller definisjon rektangel			x	x
Oppfyller definisjon kvadrat				x

I hverdagsspråket vil en firkant hovedsakelig kun representere ett av underbegrepene. Man kan for eksempel si at en fotballbane har en rektangulær form eller at hagen er kvadratisk. I matematikkspråket kan også kvadrat, rektangel, parallellogram og trapes sees som uavhengige begreper på lik linje, mulig for å lettere å skille mellom de ulike firkantene. Samtidig legger definisjonene til rette for at flere figurer kan inngå under hverandres definisjoner. Det kan følgelig oppstå en konflikt når elevene skal sortere ut de ulike undergruppene av firkanter og koble de til egenskapene og definisjonene. I «Matematikk 9» (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 105) fremmes firkantene kvadrat, parallellogram og trapes, hvor rektangel inngår under parallellogram. Dette åpner for at elevene skal lære at begrepsinnholdet bestemmer figuren, fremfor begrepsuttrykket mulig brukes i større grad i hverdagsspråket.

Stengrundet og Valbekmo (2019, s. 4) beskriver at begrepsstrukturer handler om en hierarkisk inndeling av begreper, hvor eksempelvis «firkant» er et overordnet begrep. Underbegreper av «firkant» trekkes fram som «rektangel» og «kvadrat». Disse underbegrepene blir referert til som sidebegreper. En slik definisjon viser derimot til at begrepene er uavhengige av hverandre. Ved å ta utgangspunkt i definisjonene vil definisjonen til rektangel omfatte «rektangel» og «kvadrat», mens definisjonen til kvadrat ikke inkluderer «rektangel». Satt på spissen, vil det dermed være feil å si at «kvadrat» og «rektangel» er sidebegreper, selv om begge begrepene er underbegreper av «firkant». Sidestilling av begrepene kan gi et smalt syn på definisjonene og begrepsinnholdet og hindre utviklingen fra nivå 1 til nivå 2 i Van Hieles modell.

3.2.6 Uttrykket «i mils omkrets»

Uttrykket «i mils omkrets» brukes for å beskrive en avstand fra et spesifikt punkt. For det første kan det være et skille om uttrykket refererer til entall eller flertall da «mils» refererer til flertall. Det kan også argumenteres for at det brukes genetiv s i uttrykket. På denne måten kan man si «i en mils omkrets» som viser til entallsformen. Uttrykket kan også misforstås gjennom bruken av ordet «omkrets». Eksempelet som blir brukt i intervjuene tar utgangspunkt i en brann i et søppelanlegg hvor overskriften forklarer at røyken er synlig i mils omkrets. En måte å tolke overskriften på kan være at røyken er synlig i en avstand på en mil fra søppelanlegget, som da vil danne en sirkel rundt sirkelsentrum (søppelanlegget) og at røyken er synlig innenfor dette området. Tolkningen av uttrykket vil da være at det refereres til en radius på en mil, som vil danne en omkrets en mil fra sirkelsentrum. Denne tolkningen kan sidestille uttrykket med utsagnet «i omkretsen til en mil», hvor hovedvekten av uttrykket ligger på «mil» og ikke på «omkrets».

En annen tolkning kan være at uttrykket «i mils omkrets» kan sidestilles med utsagnet «i en omkrets på en mil». Denne tolkningen legger hovedvekten på begrepet «omkrets», og legger til grunn at omkretsen er en mil, mens avstanden fra sirkelsentrum/radius da ikke blir poengtert.

Under vises utregningen for å finne radius, altså avstanden fra sirkelsentrum (halvparten av diameter) i tolkningen «i en omkrets på en mil». Diameteren er omkrets dividert på π.

$$\text{diameter} = \frac{10\,000 \text{ meter}}{\pi}$$

$$\text{radius} = \frac{\text{diameter}}{2}$$

$$\text{radius} \approx \frac{3184{,}71 \text{ meter}}{2}$$

$$\text{radius} \approx 1592{,}36 \text{ meter}$$

Denne tolkningen gir følgelig en radius på tilnærmet 1592,36 meter, eller tilnærmet 1,59 km. Denne avstanden er omtrent én sjettedel av den første tolkningen som ble presentert.

Uttrykket «i mils omkrets» kan oversettes til «in miles distance» på engelsk, som ordrett vil bety «i mils avstand». En tolkning her kan være at avstanden skal være en mil. En annen tolkning kan knyttes til definisjonen på en engelsk mil. Direkte oversatt vil det engelske uttrykket bety en avstand på omtrent 1,6 kilometer, og uttrykket kan tolkes som en avstand på 1,6 kilometer. Denne tolkningen baseres på at uttrykket tolkes som «innenfor en radius på en mils omkrets».

Tolkningene til uttrykket «i mils omkrets» vil stamme fra forskjellige resonnement og herunder vise til flere forskjellige avstander. Dersom uttrykket tolkes som at radius er én mil, kan det forekomme en feiltolkning i forhold til matematikken mellom hvordan begrepene radius og omkrets skal brukes. Disse ulike tolkningene fører til at uttrykket kan både referere til en avstand/radius på litt tilnærmet 1,6 km og helt til en avstand på flere mil dersom tolkningen baseres på flertallsformen av «mil». Uttrykket fremstår på denne måten tvetydig og uklart.

3.3 Utvalg

Tilgang på informantene er gitt gjennom mitt bekjentskap til den valgte skolen hvor forskningen gjennomføres. Utvalget baseres på ti elever på 10. trinn, hvor elevenes matematiske kunnskaper ligger innenfor det forventede nivået på 10. trinn. Vektleggingen mellom kjønn er utjevnet da forskningen ikke er kjønnsspesifikk, og de valgte elevene har også norsk som morsmål.

Valget om å intervjue elever på 10. trinn henger sammen med valg av uttrykk og begrep som benyttes. Begreper knyttet til geometriske figurer, inkludert ulike firkanter, radius og omkrets er blant annet på læreplanmålene for 9. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Siden studien ser på forbindelsene mellom uttrykkene og begrepene og hverdagsuttrykk er det ønskelig at elevene har eller er i utviklingen av begrepsinnholdet og bruker et språk nærmere 1. orden. I tillegg er det ikke ønskelig å intervjue elever i 9. trinn etter denne kompetansen er oppfylt, da det kan medføre en feilkilde at elevene har temaet ferskt i minne, og det er tenkelig at dette kan bidra til en mer matematisk tankegang. Det er også en risiko for at intervjuet da kan oppfattes som en utspørring heller enn en samtale.

Oppgaven kunne tatt utgangspunkt i flere intervju for å få et mer generaliserbart resultat, men for å beholde kvaliteten av hvert intervju ble valget om et utvalg på ti elever tatt. Kvale og Brinkmann (2015, s. 148) påpeker at under slik forskning må man intervjue så mange personer som trengs for å finne ut det man trenger å vite. Dette må likevel balanseres med loven om fallende utbytte, som innebærer at et økt antall informanter vil på et punkt tilføre stadig mindre ny kunnskap. Antall informanter må være så mange at resultatene i større grad er generaliserbare, men samtidig ikke så mange at det ikke er mulig å gjennomføre en dyptgående analyse av intervjuene. Et antall på ti elever vil av den grunn dekke informasjonsbehovet, samtidig som det gir rom for en dyptgående analyse. Ved uformelle intervju kan derimot ikke informasjonsbehovet endelig avklares før datainnsamlingen starter (Grønmo, 2004, s. 161). Under datainnsamlingen kan ny substansiell innsikt og nye metodologiske erfaringer forekomme, slik at informasjonsbehovet hele tiden må vurderes. Informasjonsbehovet avgrenses gjennom intervjuguiden.

3.4 Intervjuguide

3.4.1 Utforming

Intervjuguiden legger opp til enkle spørsmål om matematikkfaget, og som i etterkant går i dybden på disse. Uttrykkene som ble beskrevet i kapittel 3.2 er utgangspunktet for intervjuguiden (vedlegg 1). En intervjuguide er essensiell for å sikre at alle informantene får de samme spørsmålene innenfor samme tema, som gir muligheten for å sammenligne svar og avdekke likheter og ulikheter mellom informantenes svar (Sollid, 2014, s. 128). Intervjuguiden legger opp til å få svar på de utvalgte uttrykkene og begrepene som blir brukt. Samtidig tar den utgangspunkt i konkrete oppgaver og spørsmål for å unngå at intervjuet blir for tidskrevende. Som forsker ønsker man gjerne at intervjuet skal være langt og omfattende for å få så utfyllende informasjon som mulig. Man må derimot hensynta at informantene er elever, og at deres oppmerksomhetstid er gjerne kortere enn voksnes (Cohen et al., 2018, s. 530). Intervjuet burde derfor ikke ta for lang tid, og intervjuene legges derfor opp til å vare inntil 20 minutter.

Intervjuet deles inn i to deler; oppgaver og refleksjoner knyttet til oppgavene. Det ble vurdert om intervjuguiden skulle deles inn i seks deler, hvor hver del var avgrenset til hver oppgave med tilknyttet refleksjoner. Transkriberingen ville i dette tilfellet vært mer sammenhengende. Likevel kunne en diskusjon etter hver oppgave gradvis gitt feilaktige svar da det er tenkelig at dette kunne påvirke hvordan elevene svarer utover i intervjuet. En todelt fremgangsmåte fokuserer heller på elevenes intuitive svar før refleksjonene i etterkant går mer i dybden. Det ble videre vurdert om refleksjonene knyttet til hver oppgave ikke ville være like utfyllende ved denne fremgangsmåten. Likevel legger intervjuguiden opp til at elevene kan bli presentert for hva de svarte som innledning til refleksjonene gjennom åpne spørsmål, som skaper et dybdeintervju (Cohen et al., 2018, s. 301: Kvale & Brinkmann, 2015, s. 48). På denne måten vil det være enkelt å ta opp igjen oppgavene etter hvert. En todelt intervjuguide vil følgelig legge bedre til rette for informantenes intuitive svar.

I startfasen av intervjuet etterstrebes det å tilrettelegge en dagligdags samtale, samt utvikle relasjonen mellom elev og intervjuer, hvor informanten føler seg på bølgelengde med forskeren (Grønmo, 2004, s. 163). Dette er en del av iscenesettelsen av intervjuet, og er avgjørende for at informantene beskriver sine tanker og resonnement videre i intervjuet (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 160). Cohen et al. (2018, s. 528) poengterer viktigheten av å skape en behagelig atmosfære under intervjuet. For å unngå rene matematiske tankerekker, samt koble inn hverdagsspråket, er det viktig å bygge opp en hverdagslig samtale. I tillegg etterstrebes en hverdagssamtale for å distansere eleven fra sin rolle som elev.

Ytterligere er det viktig, slik intervjuguiden legger opp til, at eleven blir presentert for prosjektet og at intervjuet ikke presenteres som en test eller prøve (Gleiss & Sæther, 2021, s. 83). Det er viktig å presisere ovenfor eleven at forskningen søker elevenes subjektive tanker og meninger, og at eleven dermed ikke må svare det den tenker forventes til svar (Cohen et al., 2018, s. 530). Det også at det ikke er et riktig svar på oppgavene.

3.4.2 Oppgaver

Som en del av samtalen blir eleven spurt å overrekke «et par» forhåndsplasserte objekter ved siden av eleven. Objektene i denne forskningen er små, geometriske brikker med forskjellige former og farger som brukes som konkreter i undervisning i geometri. De plasseres slik at det er mer naturlig å spørre eleven om å overrekke dette fremfor å ta dem selv. Eleven burde samle «et par» i én hånd for å raskt kunne overrekke dette, og objektene må derfor ha lavt volum og vekt. Samtidig settes det totale objekter til <20, slik at «et par» ikke vil begrenses av antall objekter eller ha stor innvirkning på det totale volumet i boksen. De små brikkene i boksen passer dermed oppgaven fint, og kan også gi et innblikk i hvilke figurer og farger som velges ut. Denne oppgaven velges som startoppgave fordi oppgaven gis muntlig og uanmeldt. Oppgaven kan dermed inngå som en naturlig del av den påbegynte samtalen, og ville vært mindre naturlig dersom oppgaven kom senere i intervjuet. Oppgavene i et intervju burde også bygges opp slik at de mindre krevende kognitive oppgavene kommer først (Cohen et al., 2018, s. 528). Diskusjonen i etterkant avhenger av antall overleverte objekter, og å se sammenhengen mellom «et par» i matematikkspråket og hverdagsspråket.

Den andre oppgaven vil være en fortsettelse av samtalen, hvor eleven blir spurt hva det betyr å være 110 % sikker på noe. Vektleggingen baseres ikke på 110 % men heller på hvor sikker man kan være. Under refleksjonene i etterkant baseres diskusjonen på forskjellen mellom å være 100 % og 150 % sikker på noe, for å få fram nyansene mellom de ulike måtene å bruke prosentbegrepet. Avhengig av hva eleven har svart, kan dette knyttes opp mot konkreter som representerer prosentdel av en hel. Påfølgende refleksjon rundt prosent kan utforske helhet eller ikke helhet, for eksempel om det er mulig å spise mer enn 100 % av ei kake. Kake blir benyttet i denne oppgaven, fordi det er en konkretisering som ofte blir brukt for å se på brøkbegrepet i matematikkundervisningen. Disse spørsmålene blir stilt for å vurdere en helhetlig forståelse til elevens kompetanse tilknyttet prosentbegrepet.

Nyhetsartikler viser til hendelser i hverdagen ved å benytte hverdagsspråk. Til uttrykket «i mils omkrets» velges derfor en nyhetsartikkel med uttrykket i overskriften, med tilhørende illustrasjonsbilde. Her ønskes det at elevene skisserer svaret mens eleven forklarer fremgangsmåten. Dette gir intervjueren muligheten til å observere fremgangsmåten og samtidig tolke elevenes tankegang underveis (Mejia-Ramos & Weber, 2020, s. 1101). Kartutsnittet har et størrelsesforhold som tilsier at én centimeter på kartet er én kilometer i virkeligheten dersom A4-format benyttes ved utskrift. Størrelsesforholdet er valgt relativt enkelt fordi fokuset på oppgavene ikke er at eleven skal fokusere på større omregninger, eller å måle elevenes kompetanse innenfor forholdsregning. Siden kartet inkluderer en radius på inntil en mil, kan det tenkes at elevene tolker at svaret vil være innenfor denne avstanden. Ved et nærmere kartutsnitt kan elevene tolke at en mil fra punktet er et unaturlig svar og vil fravike dette. Samtidig må kartutsnittet være så nært at 1,5 km ikke ansees som et urimelig svar. Under refleksjonene i etterkant vil begrep som radius, omkrets, sirkelsentrum være sentrale, blant annet ved å se på forskjellen mellom omkrets og radius. Å gå i dybden på disse begrepene kan gi en mer utfyllende refleksjon.

Den fjerde oppgaven er igjen muntlig, og plasseres her da både tredje og sjette oppgave benytter kartutsnitt. Denne oppgaven ser på hvordan definisjonene til «trapes», «parallellogram», «rektangel» og «kvadrat» kan overlappe hverandre. Oppgaven plasseres her for å variere under intervjuet og skape et mer tydelig skille mellom oppgavene. Samtidig kan denne oppgaven være en mindre kognitiv og tidskrevende oppgave hvor intervjueren tegner ulike firkanter, herunder kvadrat, rektangel, parallellogram og trapes, og spør deretter eleven om å navngi figurene. Under refleksjonene i etterkant vil det være essensielt å ta utgangspunkt i elevens svar under oppgavedelen for å vurdere om eleven ser figurenes egenskaper i sammenheng. Elevene blir spurt om det er mulig å si at et «kvadrat» også kan være et «rektangel», om et «rektangel» også kan være et «parallellogram» og om et «parallellogram» også kan være et «trapes».

Som en videreføring innenfor geometri handler femte oppgave om sirkler. Elevene blir spurt hva det betyr «å gå i sirkel». Deretter blir de vist et kartutsnitt av ei turløype som har form som en lukket kurve og med en mer oval form heller enn en sirkulær form. Elevene vil få spørsmålet om man går i sirkel dersom man følger denne løypa. Oppfølgingsspørsmål i diskusjonsdelen av intervjuet vil basere seg på hva elevene svarte i første del, men det vil være fokus på forskjellen mellom hvordan begrepet «sirkel» brukes i matematikken og hvordan det kan tolkes i uttrykket.

«Et steinkast» brukes ofte i boligannonser for å referere til at et bestemt mål ikke er langt unna. I annonsen som ble valgt til denne oppgaven, refereres det til at sentrum ligger et steinkast unna huset som ligger i et boligfelt. Google Maps oppgir distansen mellom huset og Stavern sentrum til å være 1,2 kilometer, og at distansen tar omtrent 14 minutter å gå. Kartutsnittet som brukes er hentet fra samme annonse hvor både huset og sentrum er inkludert i utsnittet. Sentrum er i området rundt Risøyveien på kartutsnittet (se intervjuguide, vedlegg 1). Kartet inkluderer dermed et minimum at det som må inkluderes for å få et helhetlig oversiktsbilde, samtidig som det ekskluderer unødvendig «støy». Eleven blir stilt et åpent spørsmål for å definere «et steinkast», for deretter å besvare et mer lukket spørsmål hvor eleven må ta stilling til om det er riktig å bruke «et steinkast» i boligannonsen. Definisjonen på «et steinkast» er ikke nødvendigvis allmennkjent, selv om mye ligger i selve ordet. Det kan derfor være aktuelt å gi denne definisjonen til eleven for å starte refleksjonene rundt oppgaven som tidligere ble gitt. Dersom eleven vet definisjonen, vil det fortsatt være aktuelt å gå i dybden rundt elevens refleksjoner om bruken av begrepet.

3.5 Supplement for datainnsamling

Intervju er en fleksibel metode for datainnsamling hvor flersensoriske måter blir brukt (Cohen et al., 2018, s. 506). Det er viktig å registrere hva som blir sagt, hvilke ord som blir brukt og pauser underveis (Sollid, 2013, s. 127). For at fokuset skal være å «lytte til respondentene, tolke svarene, formulere nye spørsmål og styre intervjuets utvikling» (Grønmo, 2004, s. 164) og ikke på notatene, vil lydopptak være et positivt supplement under datainnsamlinga (Gleiss & Sæther, 2021, s. 96). Stikkord underveis vil være utilstrekkelig da denne forskningen tar utgangspunkt i konkrete uttalelser.

Uten lydopptak vil begrenset informasjon bli nedskrevet, og det kan oppstå vansker knyttet til den ordrette tolkningen. En grunn til dette er at mennesker har begrenset kapasitet til å ta inn og huske informasjon, og kan i tillegg ha overdreven tiltro til egne observasjoner (Bjørndal, 2012, s. 74-75). Notatene vil kun inkludere det forskeren anser som viktigst i situasjonen, og vil dermed være en fortolkning av det som blir sagt. Bjørndal (2012, s. 74-75) poengterer at den største fordelen med å bruke lydopptak er å inkludere alt som blir sagt, også det som lett blir glemt eller aldri registrert ved kun bruk av notater. Forskerens bidrag i intervjuet er samtidig enklere å analysere og tolke ut fra et videoopptak enn ut fra de subjektive tolkningene underveis i intervjuet (Sollid, 2013, s. 160). En annen fordel ved å bruke lydopptak er rikdommen av detaljer som inkluderes, for eksempel hvor lang tid eleven bruker for å svare. I denne forskningen kan det være en indikator på om eleven tenker gjennom svarene eller svarer basert på den intuitive oppfatningen.

Lydopptak, samt videoopptak, regnes som det sterkeste beviset på at noe har skjedd (Bjørndal, 2012, s. 78). Videoopptak vil gi et helhetlig bilde på intervjusituasjonen, og vil inkludere kroppsspråk, uttrykk og gester (Cohen et al., 2018, s. 556). Videoopptak kan derimot gjøre situasjonen mer kunstig, og kan endre informantenes og forskerens oppførsel ubevisst, spesielt hvis informantene ikke har vært i en slik situasjon før. Det er ikke ønskelig at den formelle intervjusituasjonen blir mer ukjent for informantene ved å bruke kamera, særlig når det er elever som skal intervjues. Video vil også inkludere flere personopplysninger og prinsippet om dataminimering (Datatilsynet, u.å) er viktig å hensynta. I denne forskningssituasjonen ansees lydopptak og notater som tilstrekkelig, og video vil dermed ikke være et nødvendig supplement.

Logg blir benyttet under og etter intervjuene, da det er viktig å dokumentere ikke-verbal kommunikasjon, blant annet informantenes kroppsspråk (Sollid, 2013, s. 127: Grønmo, 2004, s. 164). De umiddelbare inntrykkene underveis og etter intervjuet kan være en verdifull kontekst for dybdeanalyse av intervjuene (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 161). Dette fører til tykke beskrivelser, med omfattende beskrivelser av hva som skjer, kroppsspråk og kontekst. Eksempelvis hvor mange objekter elevene gir når de blir spurt om å gi «et par», hvilke typer objekter de plukker ut, og om de eventuelt gir objekter i flere omganger. Det blir benyttet ustrukturert logg for å være åpen for å oppdage elementer underveis, og notere ned interessante observasjoner og hendelser til hvert intervju (Bjørndal, 2012, s. 66). Ved å bruke denne formen for logg kan det være vanskeligere å finne mønstre, og det vil av den grunn være mer krevende å behandle og analysere i ettertid. Derimot knyttes loggen opp mot hvert intervju, og kan dermed sees i sammenheng med de gjennomførte lydopptakene.

3.6 Forskerens rolle under intervju

«Intervju som forskningsmetode stiller store krav til forskeren om fagkunnskap, analytiske ferdigheter, […] og menneskelig nærvær» (Sollid, 2013, s. 125). Fagkunnskapen i denne forskningen inkluderer dyptgående kunnskap om uttrykkene og begrepene som benyttes og det teoretiske grunnlaget. I tillegg inkluderer det kunnskap om forskningsmetoden og egen rolle i forskningen og analysen.

I denne studien har forskeren kjennskap til elevene, noe som kan ha positiv og negativ påvirkning på intervjuet. Dersom forskeren og informanten ikke kjenner hverandre på forhånd må relasjonen etableres gjennom intervjuet (Gleiss & Sæther, 2021, s. 87-88). Forskeren vil i slike situasjoner bli sett på som en *outsider* av eleven. Dersom den på den andre siden er en *insider*, vil den kjenne til skolens kultur, arbeidsmåter og læringsmiljø (Gleiss & Sæther, 2015, s. 89). Kjennskapen til informantens uttrykksmåter og hvordan de forholder seg til omgivelsene, kan styrke muligheten til å uttrykke seg på en forståelig måte, stille gode spørsmål samt oppfatte og fortolke informantenes utsagn (Grønmo, 2004, s. 161-162). Dersom voksenpersonen er kjent for elevene på forhånd kan det også bidra til å gjøre intervjuet tryggere for elevene. Derimot kan en slik posisjon gjøre at man lettere tar for gitt viktig informasjon, og i større grad tolker svarene. I tillegg kan det være vanskelig å ikke bli assosiert som lærer, som kan være med på å gjøre maktforholdet i intervjuet skjevere (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 175). Når det er sagt, vil forskerens kjentskap til elevene veie mer positivt enn baksidene, blant annet av hensyn til elevenes opplevelse av intervjuet.

Det er viktig å gå inn i intervjuene med maksimal åpenhet til spørsmålene, og lytte til det som sies og hvordan det sies (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 170). Dette er spesielt viktig i deskriptive studier med hensikt å få et innblikk i informantenes forståelse og tolkning (Cohen et al., 2018, s. 300-301), slik denne studien vektlegger. Hovedsakelig legger intervjuguiden opp til spørsmål som åpner for refleksjoner.

Spørsmål som åpner for refleksjoner kan være refleksjonsspørsmål, oppfølgingsspørsmål og fortolkende spørsmål, og kategoriseres som åpne spørsmål (Sollid, 2013, s. 130). Det må vurderes om spørsmålene som stilles åpner eller lukker informantenes mulighet til å formidle (Gleiss & Sæther, 2021, s. 82). Åpne spørsmål er med på å skape et dybdeintervju (Cohen et al., 2018, s. 301: Kvale & Brinkmann, 2015, s. 48), og inkluderes i intervjuguiden blant annet gjennom spørsmål som «hva vil det si å gå i sirkel?». Lukkede spørsmål kan lede informanten i en retning, eller oppfattes som evaluerende (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 171). Det kan også gi inntrykk av hvilke svar som forventes og virke ledende (Grønmo, 2004, s. 165).

Ledende spørsmål skal i utgangspunktet ikke brukes under kvalitative intervju, da ulike syn kan gjenspeiles i informantene (Kleven & Hjardemaal, 2018, s. 42: Grønmo, 2004, s. 165). Gleiss og Sæther (2021, s. 84) poengterer derimot at ledende spørsmål ikke alltid er uheldig å bruke, men at de burde være veloverveide. I refleksjonsdelen av intervjuguiden kan ledende spørsmål bidra til flere mulige forklaringer til oppgavene, mens det i oppgavedelen kan føre til at egne syn gjenspeiles i informantene.

Under intervjuene burde det stilles oppfølgingsspørsmål som «hva», «hvordan» og «hvorfor» (Hana, 2016, s. 163), for å forstå hva informantene sier og mener (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 175). Mer konkrete spørsmål som også blir brukes er innskutt terminologi: «hva kalles denne typen firkant?», sondere: «hvordan tenkte du da?», utvide tenking: «kan man bruke andre tall?» og etablere kontekst: «vet du hva et steinkast er?» (Hana, 2016, s. 156). Spørsmål som ikke evaluerer svaret underveis i intervjuet minimerer også risikoen for å mistolke svarene (Grønmo, 2004, s. 165). Dersom svarene blir evaluert, må forskeren forsøke å formulere budskapet tilbake til informanten, og kanskje få bekreftelse eller avkreftelse av denne fortolkningen. Det kan være viktig fordi utsagn kan ha forskjellige fortolkningsmuligheter.

Det kan også bli fremsatt motstridende uttalelser i løpet av intervjuet. Oppgaven til forskeren er da å finne ut om uttalelsene er motstridene på grunn av kommunikasjonsvansker, ambivalens eller motsigelser i informantens hverdagstolkning (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 48). Selv om forskeren må være bevisst egen deltakelse i intervjuet, er det likevel nødvendig å bidra i samtalen. Små, bekreftede tilbakemeldinger som «hmm», «ja» og «interessant» er med på å skape en hverdagslig ramme rundt intervjuet, og kan avverge at intervjuet oppleves som et forhør (Grønmo, 2004, s. 130). Det vil også øke det menneskelige nærværet.

Under datainnsamlingen be intervjuene fortløpende transkribert. Dette bidro til å gi innsikt i min rolle under intervjuene, og åpnet for å forbedre egen intervjuteknikk. Ved de første transkriberingene ble det avdekket at det ble stilt få oppfølgingsspørsmål. Her ble elevenes svar i større grad evaluert, noe som resulterte i at intervjuene ble mindre dyptgående. Det var dermed et større behov under de neste intervjuene å stille oppfølgings-, refleksjons- og sonderende spørsmål. Dette utfordret egen rolle ved å unngå å fortolke det som sies, men heller stille undrende spørsmål.

3.7 Analysemetode

Datamaterialet analyseres gjennom kvalitativ innholdsanalyse, som er en generell strategi for kvalitativ analyse (Gleiss & Sæther, 2021, s. 136). Analyseringen tar utgangspunkt i datamaterialet, og har derfor en induktiv fremgangsmåte. På den ene siden kan man si at analyseringen starter allerede under intervjuene, hvor forskeren tolker informantenes utsagn, og fortsetter når datamaterialet transkriberes. Den mest omfattende delen av analysen i denne oppgaven er derimot fasen mellom transkriberingen og frem til sluttresultatet.

Forberedelse til analysen av datamaterialet begynner med transkriberingen og samskriving av logg. Transkriberingen sørger for at viktige verbale detaljer beskrives slik de blir sagt, slik at dataen fremstilles så likt intervjuet som mulig (Cohen et al., 2018, s. 646). Et alternativ til å transkribere alle intervjuene kan være å hente ut den informasjonen som anses som relevant, og ta utgangspunkt i oppsummeringer. Under denne metoden for å hente ut datamaterialet, er det derimot lettere å gå glipp av tidligere utsagn, og å se hele situasjonen som en del av det større bildet (Cohen et al., 2018, s. 646). Det fremstår interessant å se helheten av svarene til hver elev, for å se sammenhengen mellom tolkningene og svarene for å knytte det opp mot elevens kompetanse. Samtidig vil svarene på oppgavene og refleksjonene til ha hovedfokuset. En full transkribering av hvert intervju vil fremlegge begge delene.

Etter transkriberingen sorteres datamaterialet slik at oppgave- og refleksjonsdelene til hver elev settes sammen. Bakgrunnen for dette valget er å få en mer helhetlig forståelse for de ulike tolkningene til hver oppgave. Ved å organisere en analyse etter tema, som i denne forskningen vil være de ulike oppgavene, trekker Cohen et al. (2018, s. 662) fram at helheten til hvert individ gå tapt, og dermed også muligheten til å sammenligne individene. På grunn av dette kan det i denne studien bli vanskeligere å få et helhetsinntrykk av hver enkelt elev. Forskningsspørsmålene søker derimot hvordan elevene forstår og tolker de ulike uttrykkene og begrepene, og denne oversikten vil på den andre siden gå tapt ved å ikke organisere analysen etter tema.

3.8 Etikk i forskningen

I denne forskningen er forskningsetikk spesielt viktig fordi forskningen baseres på elever i grunnskolen. Det er viktig fordi «i forskning som involverer barn og unge er maktforholdet spesielt asymmetrisk, og man må være ekstra varsom med informert samtykke og anonymisering» (Gleiss & Sæther, 2021, s. 93).

Prosjektet er godkjent av NSD - norsk senter for forskningsdata (vedlegg 3), og følger NSD's retningslinjer om oppbevaring av data. Skole, klasse og elevenes navn anonymiseres for å bevare personvern. Elevene tildeles tilfeldige tall fremfor egne navn, slik at de ikke kan spores. Studien følger prinsippet om dataminimering, som innebærer at personopplysninger som ikke er nødvendig for studien, ikke samles inn (Datatilsynet, u.å.). Det vises kun til enkelte utsagn som er transkribert på bokmål. Setningsoppbyggingen er den samme, men ordene omskrives til bokmål, fordi det ikke har betydning for oppgaven å transkribere på dialekt. Det er spesielt viktig å ekskludere all informasjon som er ubetydelig å inkludere for resultatet (NESH, 2021).

Det er nødvendig med informert samtykke slik at elevene vet hva de samtykker til, og er garantert anonymitet og konfidensialitet (Cohen et al., 2018, s. 528-530). Dette gjøres gjennom et informasjonsskriv hvor både eleven og foresatte må signere (vedlegg 2). Grønmo (2004, s. 162) viser til at informantene burde få så mye informasjon på forhånd som mulig. I denne forskningen kan tilgang til intervjuspørsmålene på den andre siden gi feilaktige resultater fordi eleven kan være forberedt på svaret sitt og ikke besvare med de intuitive responsene. Denne informasjonen tilbakeholdes derfor i informasjonsskrivet.

I intervju er det viktig å være oppmerksom på maktrelasjonene og de asymmetriske forholdene som kan oppstå (Sollid, 2013, s. 136). Det asymmetriske maktforholdet styrkes ved at informantene er elever, og at forskeren først og fremst er en voksen. Forskeren har i utgangspunktet overtaket i situasjonen ved at den stiller spørsmål, og informanten svarer (Gleiss & Sæther, 2021, s. 92: Kvale & Brinkmann, 2015, s. 52). I tillegg tolker den informasjonen, og bruker fortolkningen i presentasjon av sitt forskningsarbeid. Maktforholdet kan bli mer utjevnet ved at intervjuene foregår på deres hjemmebane, altså skolen (Sollid, 2013, s. 136). Ved at intervjuene gjennomføres på elevenes arena kan de føle på en større trygghet under intervjuene. I tillegg kan oppgavenes utforming være med på å gi elevene større trygghet, da de ikke skal måles i kompetanse. Her vil samtalen i forkant av intervjuene være avgjørende for å skape denne tryggheten. Derfor er det som nevnt viktig å legge opp til intervjuet som en samtale fremfor et «avhør». I etterkant av datainnsamlingen legges intervjuene fram på en slik måte at personvernet hensyntas.

3.9 Validitet og reliabilitet

Validitet og reliabilitet beskriver kvaliteten i forskningsprosjekt. I kvalitative intervju avhenger validiteten av om spørsmålene som stilles, måler det de hevder å måle, mens reliabiliteten styrkes ved å bruke strukturerte intervju som måler det samme hver gang (Cohen et al., 2018. s. 271-272).

Validitet defineres av Gleiss & Sæther (2021, s. 204) som kvaliteten på datamaterialet og forskerens fortolkninger og konklusjoner. I denne studien styrkes kvaliteten på datamaterialet med en sammenheng mellom spørsmålene som stilles i intervjuet og problemstillingen. Det gis blant annet rom for elevenes tolkninger, som oppfyller studiens mål med å fremme tolkningene. I tillegg vil lydopptak som transkriberes i større grad sørge for at datamaterialet ikke kun baseres på egne fortolkninger under intervjuet, slik utdypet i kapittel 3.5.

Reliabiliteten styrkes ved gjentatte undersøkelser som måler det samme hver gang (Sollid, 2013, s. 135). Ved å gjennomføre samme intervju gjentatte ganger, slik denne studien baseres på, vil reliabiliteten på denne måten styrkes. Ved bruk av oppgavebaserte intervju hvor oppgavene er fastsatt på forhånd, vil det forhindre store avvik mellom hvilke spørsmål elevene får. Reliabiliteten avhenger også om forskningen kan reproduseres (Gleiss & Sæther, 2021, s. 202). Ved å bruke en tydelig og detaljert intervjuguide vil andre kunne gjenskape intervjuene. Feilkilder knyttet til intervjuets kontekst vil dermed minimaliseres, selv om resultatene i denne studien ikke nødvendigvis vil fremtre ved å gjenskape intervjuene i en annen elevgruppe.

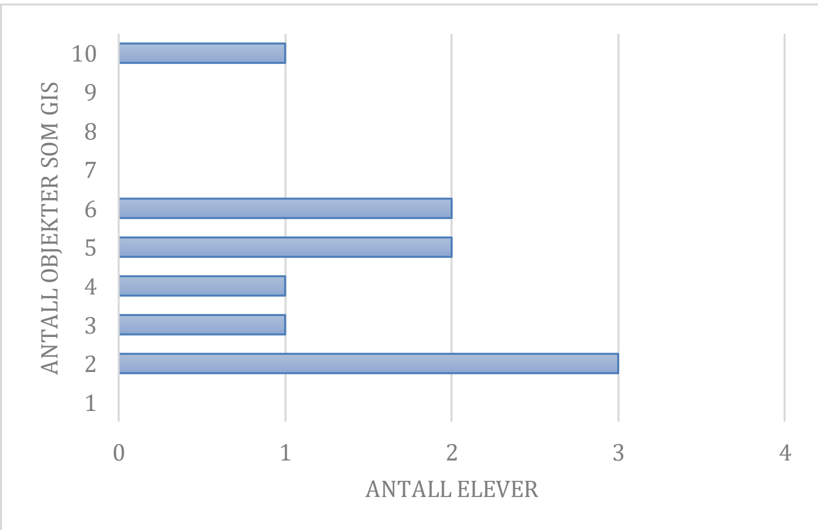
Å vurdere reliabilitet og validitet i kvalitative undersøkelser med intervju som metode kan være krevende (Sollid, 2013, s. 135). Blant annet er det krevende å fastsette den ytre validiteten, da det er vanskelig å generalisere forskningsresultatet til en større gruppe. Det er samtidig viktig å presisere at intervju som metode følger en ikke-positivistisk forskningstradisjon (Sollid, 2013, s. 160). Dette innebærer at metoden ikke kan brukes for å finne et endelig svar på et spørsmål, eller utvikle generaliseringer, men at den heller bidrar til å få fram analyser av et utdrag av samfunnet rundt oss. Formålet med intervjuene er å fremme elevenes tanker og resonnement som ikke nødvendigvis kan generaliseres, men som kan synliggjøre temaet. Det er heller mer relevant se hvor mange ulike måter begrepene kan tolkes. Dersom det framkommer ulike svar til hvert begrep, kan man si at i en større gruppe vil det mest sannsynlig også komme frem ulike svar. Det er derimot ikke gitt at dersom utvalget på ti elever svarer det samme, kan dette resultatet generaliseres til en større gruppe. Resultatene i denne studien vil hovedsakelig kun være gjeldende for den valgte elevgruppa, og resultatene vil ikke være generaliserbare.

4 Resultater og tolkning

Dette kapittelet gjennomgår resultatene av intervjuene med tilknyttede tolkninger av ulike utsagn. Noen elementer vil bli drøftet her fordi det vurderes som relevant å inkludere dem, mens de ikke inngår direkte som en del av funnene i kapittel 5. Det vil også være mer oversiktlig å legge dem frem i tilknytning til de ulike oppgavene. Kapittelet er strukturert etter oppbyggingen av oppgavene i intervjuet (se intervjuguide, vedlegg 1 og kapittel 3.4) for å få en bedre oversikt over tolkningene knyttet til hver oppgave. Elevene refereres til ved tilfeldige nummer fra 1- 10.

4.1 Samtale om «et par»

I oppgavedelen av «et par» skal elevene overrekke «et par» objekter i en boks plassert ved siden av dem. Blant de ti elevene varierer svarene mellom to og ti objekter. Figur 1 viser hvor mange elever som ga ulike antall objekter. Flest elever ga to objekter, og de mesteparten av elevene ga mellom to og seks objekter. Én elev ga ti objekter. Gjennomsnittlige objekter gitt per elev er 4,5, noe som indikerer at elevene tolker «et par» som mer enn to.



Figur 1: Antall elever som overrekker ulike antall objekter.

De tre elevene som velger å gi kun to objekter, velger også å gi helt like objekter. Elevene kommer med disse begrunnelsene når de blir spurt hvorfor de valgte å gi to like objekter:

Elev 2: Fordi de er helt lik. Fordi de er et par.

Elev 5: Fordi to ... er ikke det et par?

Elev 7: Det er et par.

Etterpå blir de spurt om man kan tolke oppgaven på en annen måte også. En av elevene sier da:

Elev 7: Man kan bare gi to. Men man kan gi forskjellig farge. Men et par er to.

Alle tre elevene overrekker de to objektene umiddelbart etter spørsmålet. Siden disse tre elevenes uttalelser viser at utvalget på to helt like objekter ikke er tilfeldige siden de begrunner med at det er et par, viser også at valget er bevisst. Når også elev 7 uttaler at det kun er mulig å gi to ting fordi et par er to, lukker eleven for andre mulige svar. De poengterer også at et par er to like ting. Dette kan ha likhetstrekk med spillet Yatzy hvor et par er to terninger som viser like mange øyne, som tidligere nevnt. Tolkningen og refleksjonene til disse elevene viser at de holder seg til den matematiske bruken av begrepet «par».

De andre syv elevene gir mellom tre og ti objekter. Den ene eleven som gir tre objekter forklarer at det var et tilfeldig antall, men at eleven liker tallet tre og valgte på bakgrunn av dette. Andre elever forklarer hvorfor de ga mellom fire og ti objekter slik:

Elev 6: Fordi ... Du sa et par og da tenkte jeg flere.

Elev 9: Jeg tenker at jeg tar noen få ...

Elev 1: Det var det jeg tenkte var nok.

De fleste elevene tolker et par som «flere» og «noen få». Denne tolkningen beskriver også en av elevene som kun ga to objekter:

Elev 2: Et par kan jo også bety en liten mengde av noe. Eller det er i hvert fall sånn jeg har hørt det blir brukt mange ganger i mitt daglige liv.

Dette er med på å understreke tolkningen flere elever har om at «et par» i hverdagsspråket kan være synonymer til «flere» og «noen få».

Når elevene blir spurt hva «et par» i matematikksammenheng er, forklarer samtlige elever at det er to. En elev påpeker at uttrykket kan tolkes ulikt dersom man sier «et» eller «ett» par.

Elev 6: Det blir sånn hvis folk sier «gi meg ett par», så er det to, men hvis de sier «gi meg et par» så kan det være fem.

Her indikerer eleven at «ett par» i større grad ligner den matematiske definisjonen. Eleven uttaler også at et par *kan* være fem. Dette viser at eleven ikke mener at et par er fem, men at det kan tolkes som fem. Dette åpner også for at andre svar kan være mulig, i motsetning til «ett par» som eleven tenker er to.

Som en siste del av diskusjonen knyttet til «et par», blir elevene som gir et annet antall enn to spurt om hvorfor det er forskjell på «et par» i matematikken og slik de tolker det. Elevene sier da:

> *Elev 1: Jeg vet ikke … Et par blir brukt ganske ofte føler jeg. Sånn «bare gi meg noen» liksom.*

> *Elev 4: Fordi i matte er man mer spesifikk. Og ellers er det bare sånn.. Ja randomt. Du er liksom ikke helt sikker på hva du skal ha, så du bare sier et par. Sleng meg et par appelsiner liksom.*

Elev 4 poengterer at i hverdagsspråket blir «et par» brukt upresist, mens i matematikken er uttrykket mer spesifikt. Dette er et utsagn som gjenspeiles i de andre elevenes refleksjoner, også refleksjonene til en av elevene som tolker «et par» som to. De fleste elevene tolker «et par» som mer enn to, og forholder seg dermed til en mer hverdagslig tolkning, men noen elever følger også den matematiske tankegangen.

4.2 Samtale om «110 %»

I oppgavedelen knyttet til uttrykket 110 % blir elevene spurt hva det betyr å være «110 % sikker» på noe. Under trekkes det fram noen elevsvar:

> *Elev 3: At du er bombesikker.*

> *Elev 5: Ehm ... At man er veldig, veldig sikker. At man vet at det er det som er rett.*

> *Elev 9: Du er helt klar. Du står på din mening. Du har sjekket svaret ditt, så du vet at det er helt rett. Og du kan argumentere uten at du får tvilsfølelsen.*

> *Elev 10: Det betyr at du er helt sikker.*

Samtlige elever sier at å være «110 % sikker på noe» betyr at man er helt sikker på noe. Alle elevene viser dermed lik forståelse for hva uttrykket betyr. Noen elever viser i tillegg forståelse for at det betyr at du er mer enn 100 % sikker. Blant annet sier en av elevene:

Elev 4: Helt sikker og mer.

Denne eleven viser en matematisk forståelse for at å være 110 % sikker på noe betyr at du er mer enn 100 % sikker. Utsagnet kan tolkes som at 100 % sikker er å være helt sikker, men hvis man er 110 % sikre på noe så er man mer enn helt sikker. En annen elevs utsagn kan også tolkes som at eleven vet at å være 110 % sikker betyr å være mer enn 100 % sikker:

Elev 2: Hvis du vet at det er helt riktig, men du kjenner det liksom også i magen. Så hvis du liksom ... Jeg kan si til deg at 1 pluss 1 er 2, men jeg er ikke 110 prosent sikker på det, fordi det er bare noe jeg vet er sant. Det er liksom ikke som at jeg føler at det er 110 prosent.

Denne eleven viser til at hvis du vet at noe er sant, men tilleggsfaktorer, her en magefølelse, kan gjøre at man blir mer sikker. For å få en bedre forståelse for denne tolkningen blir eleven spurt hva forskjellen på å være 100 % sikker på noe og 150 % sikker på noe. Eleven svarer da:

Elev 2: Eh ... Det ... Det er kanskje hvis du får meningen til andre folk med for hvis du liksom har din egen mening så har du 100 prosent, men hvis du får med andre så får du mer for da er det liksom mer enn en person.

Her viser eleven at et enkeltindivid kun kan mene noe opp mot 100 %. Eleven forklarer også at en annen person kan være 50 % sikker på noe i tillegg. Resonnementet «*hvis du får med andre så får du mer*» kan på bakgrunn av dette tolkes som at hvis en person er 100 % sikker og en annen person er 50 % sikker på noe, vil man totalt være 150 % sikre på noe. I en matematisk tolkning vil det derimot være mer naturlig å bruke gjennomsnittet av disse to personene. Man vil da se på de to personene som totalt én enhet, og deres mening teller 50 % av helheten. Hvis en av personene er helt sikker på sin del, og en annen person bare er halvparten så sikker, kan det være riktigere at de to personene er 75 % sikre til sammen. For å konkretisere resonnementet blir eleven spurt om det er mulig å spise 110 % av ei kake. Eleven svarer da:

Elev 2: Eh ... Nei. Jeg tror ikke du kan spise 110 prosent av ei kake ... Fordi det finnes ikke 110 prosent av en ting. Fordi en hel ting er alltid 100 prosent. Men du kan spise en hel kake og 1ti prosent av ei anna kake.

Her følger eleven liknende resonnement ved å forklare at man kan spise 100 % av en kake og 10 % av en annen kake. Eleven viser på den andre siden tegn til en større forståelse enn i det tidligere resonnementet for at en hel ting ikke kan være mer enn 100 %.

Et slikt resonnement kan være et resultat av overgeneralisering, slik Brekke (2002, s. 10) beskriver kan forekomme dersom ferdigheter, i dette tilfellet å summere, overføres til nye situasjoner hvor ferdigheten ikke gjelder fullt ut. I situasjonen eleven beskriver, vil ikke summering av prosent føre til en større sikkerhet. Utsagnet kan knyttes til ferdigheten om begrepsstrukturer, som blant annet omhandler å overføre og tilpasse prosedyrer til nye situasjoner (Brekke, 2002, s. 5), hvor en overgeneralisering har ført til at overføringen av prosedyrer knyttes til situasjoner hvor prosedyren kan minske den matematiske troverdigheten.

Andre elever som blir spurt om forskjellen på å være 100 % sikre på noe og 150 % sikre på noe svarer dette:

Elev 7: Eh ... Ingenting egentlig. 150 da overdriver du.

Elev 5: Ehm ... 100 prosent sikker på noe, da ... Er man ganske sikker og man tror man vet svaret. Og 150 prosent da ... Eller ... Jeg tror man egentlig er like sikker, men man sier mer fordi ... Eller man tror mer på det eller ... Ja.

Elev 8: Du kan bare være 100 prosent sikker på noe. Du kan si at du er 50 prosent mer sikker, men du kan egentlig ikke være mer sikker enn 100 prosent.

Disse elevene viser forståelse for at det ikke er noe forskjell mellom å være 100 % sikker og 150 % sikker, blant annet gjennom at de sier at dersom noen sier at de er 150 % sikre på noe så overdriver de. En annen elev som får samme spørsmålet svarer dette:

Elev 3: Da er det fortsatt en sjanse for at det går galt.

En tolkning av dette utsagnet er at det kan tenkes at i utgangspunktet kan man ikke være mer sikker enn 100 %. Dersom noen sier at de er 150 % sikre derimot, vil 150 % erstatte 100 % og være beskrive helheten. Hvis man er 100 % sikre i stedet for 150 %, vil man være $\frac{100}{150} \approx 67$ % sikker. Dette kan indikere at hvis man er 67 % sikker, er det enda en mulighet for at man kan ha feil.

For å fortsette tankegangen knyttet til 110 %, knyttes det matematiske aspektet inn i samtalen ved hjelp av konkretisering. Elevene blir da spurt om det er mulig å for eksempel spise 110 % av ei kake. Alle elevene uttaler at det ikke er mulig å spise 110 % av ei kake. Da elevene viste forståelse for at 100 % er en helhet, knyttes dette eksempelet opp mot det å være helt sikre på noe, for å se likhetene mellom eksemplene. Elevene blir deretter spurt hvorfor de tror at vi bruker 110 % i slike situasjoner hvor vi egentlig bare kan være 100 % sikre.

> *Elev 4: For å være mer dramatisk. Mer overdrivende. Mer overtalende. For eksempel sier lærere at hvis du skal være 110 prosent ferdig med teksten så må du se over en gang til.*
>
> *Elev 6: Ehm ... Vet ikke helt ... Sånn hvis du er helt, helt sikker, så i stedet for å si at du er 100 prosent sikker så tenker kanskje folk at du er veldig sikker hvis du er 110 prosent sikker.*
>
> *Elev 8: Kanskje at man vil høre mer … Mer selvsikker? Kanskje sånn at folk stoler mer på deg.*

Elevenes utsagn kan tolkes slik at de mener det er vanlig å bruke 110 % fremfor 100 % for å være mer overtalende ovenfor andre mennesker. Uttrykket fremstår derimot ikke som tvetydig da alle elevene forstår uttrykket på samme måte, men uttrykket bruker prosentbegrepet feil sett i sammenheng med matematikken.

Avslutningsvis blir elevene spurt om når det er matematisk riktig å bruke 110 %. Dette spørsmålet stilles for å se om elevene viser forståelse for forskjellen mellom prosent som en del av en helhet eller prosent som eksempelvis økning. Ingen av elevene gir eksempler på når det er matematisk riktig å bruke 110 %, og det kan være tenkelig at bruken av et slikt begrep kan være med på å utviske skillet mellom tolkningen av prosent.

4.3 Samtale om «i mils omkrets»

I oppgavedelen knyttet til uttrykket «i mils omkrets» blir elevene vist fram et utklipp fra en avisartikkel om røyk i et avfallsanlegg, hvor overskriften sier at røyken er synlig i mils omkrets. Elevene får deretter et kartutsnitt over området, og blir bedt om å tegne hvor langt de tenker at røyken er synlig når én centimeter på kartet er én kilometer i virkeligheten. Åtte elever tegner et eller flere punkt som ligger en mil i avstand i luftlinje fra avfallsanlegget. De begrunner at de tolker uttrykket «i mils omkrets» slik fordi:

Elev 3: At det er en mil langt.

Elev 6: Bare liksom ... En mil unna.

De andre elevene gir også liknende svar. Svarene tolkes som at elevene tenker at uttrykket «i mils omkrets» betyr «en avstand på en mil». I diskusjonsdelen etterpå inkluderes begrepene omkrets og radius. Elevene forklarer at omkrets er «det rundt» og radius er «det fra midten og ut». Intervjueren spør da om de tenker at røyken er synlig én mil i radius fra punktet, og elevene er enige i dette. Intervjueren spør da om elevene tenker at «i mils omkrets» betyr en radius på en mil. Dette svarer også elevene «ja» til, noen få elever sier at de er usikre, men ingen elever poengterer at dette ikke høres riktig ut matematisk.

En annen elev tegner en sirkel med en radius på fire kilometer fra avfallsanlegget. Eleven begrunner dette med:

Elev 9: Jeg tenkte realistisk sett … Du kan tenke ... At røyken går opp, og at du kan se at den går en mil opp. Eller så kan du tenke at det er vind, også går røyken en mil bortover.

Eleven åpner her for to mulige forklaringer. Enten er det mulig å se at røyken går opp én mil, eller så beveger røyken seg én mil bortover. Dette indikerer at eleven tolker «i mils omkrets» som «en avstand på en mil», slik mange elever også tolker utsagnet. Eleven forklarer videre at det er mest realistisk å tenke at røyken er synlig innenfor en radius på fire kilometer, fordi det virker urealistisk at røyken skal være synlig én mil bortover. Selv om eleven da sier at uttrykket kan tolkes som en avstand på en mil, velger derimot eleven å tolke utsagnet ut fra et mer realistisk perspektiv. Eleven åpner for at uttrykket ikke nødvendigvis indikerer en bestemt avstand, men at uttrykket brukes som en avstand som er åpen for tolkning.

En av elevene tolker oppgaven slik:

Elev 8: Altså.. En mil unna. … Eller liksom … Sirkel rundt. Nei.

Eleven sier først «*en mil unna*», som indikerer samme tankerekke som de andre elevene som tolker uttrykket som «en avstand på en mil». Etter dette kan det oppfattes som om eleven ombestemmer seg, og eleven blir stilt spørsmål om hva den tenker.

> *Elev 8: Altså. En mil rundt. Sirkelen rundt er en mil. Så omkretsen er en mil.*

Eleven viser med dette utsagnet at uttrykket «i mils omkrets» tolkes som «en omkrets på en mil», og tegner en sirkel med radius på litt over 1,5 kilometer fra punktet (se kapittel 3.1.6 for utregning). Under diskusjonsdelen blir eleven spurt hvorfor eleven ombestemte seg, hvorpå eleven svarer:

> *Elev 8: Først tenkte jeg sånn ... En avstand på én mil ... Men så kom jeg på at man kan vel egentlig ikke se noe fra én mils avstand. Eller jeg vet ikke, men … Det står jo i mils omkrets. Så da er jo omkretsen én mil.*

Ved at eleven sier at *«man kan vel egentlig ikke se noe fra en mils avstand»* bruker eleven et realistisk perspektiv for å svare på oppgaven, i likhet med elev 9. Når eleven svarer dette, viser det at elevens intuitive tolkning er en avstand på en mil. Dette tegnes av intervjueren på kartutsnittet, hvorpå eleven utbryter at det, realistisk sett, er for langt unna. Det er dermed mer naturlig for eleven å holde seg til tolkningen at uttrykket «i mils omkrets» betyr «i en omkrets på en mil».

Ved å se på elevsvarene kan det konkluderes med at uttrykket «i mils omkrets» hovedsakelig tolkes som «en avstand på en mil». Likevel framkommer det også alternative forklaringer til uttrykket. Tolkningene varierer mellom en avstand fra avfallsanlegget på 1,5 kilometer og opp til en avstand på én mil. Én mil er tilnærmet 6,67 ganger lengre enn 1,5 kilometer, som viser at ut fra de gitte tolkningene kan uttrykket oppfattes utydelig. Det er også viktig å poengtere at når elevene som tolker utsagnet som en avstand på en mil blir spurt om «mils omkrets» er synonymt med en «mils avstand», svarer samtlige elever «ja». Dette kan være både et spontant svar uten tid til egenrefleksjon, eller det kan indikere at elevene ser på avstand og omkrets som synonymer. Da omkretsen vil være tilnærmet 3,14 (π) ganger lengre enn avstanden fra sirkelsentrum ut til sirkellinjen (radius) kan ikke radius og omkrets ha samme verdi i en sirkel. Derimot forklarer elevene forskjellen på omkrets og radius når de blir spurt direkte om det. Dermed fremstår det mer nærliggende å tro at elevene kommer med sporløse svar uten å benytte tid til refleksjon når de blir spurt om «mils omkrets» er synonymt med «mils avstand».

4.4 Samtale om «kvadrat, rektangel, parallellogram og trapes»

I oppgavedelen knyttet til begrepene «kvadrat», «rektangel», «parallellogram» og «trapes» skal elevene navnsette de ulike firkantene. Fire elever mestrer å navngi alle fire, én elev husker navnene på kvadratet, rektangelet og parallellogrammet og de siste fem elevene kan navnsette både kvadratet og rektangelet. Siden begrepene «kvadrat» og «rektangel» er som oftest mer vanlig å bruke i både det matematiske skoleregisteret og hverdagsregisteret er det ikke uventet at alle elevene kan disse begrepene.

I oppgavedelen blir elevene spurt om man kan si at et kvadrat også kan være et rektangel. Elevene er uenige i dette. Under vises noen av begrunnelsene:

> *Elev 3: Fordi den her, den* (rektangel), *har bare to sider som er like lange. Nei. Ja. Den der* (kvadrat) *har alle sidene like lange.*
>
> *Elev 6: Må ikke et kvadrat kun ha alle sidene like lang? Og det har jo ikke et rektangel.*
>
> *Elev 8: Fordi et rektangel har to og to like sider. Det* (kvadrat) *har fire like lange sider.*
>
> *Elev 9: Et kvadrat skal ha fire helt like sider, men et rektangel har to og to.*

Når de forklarer at det er forskjell på å ha fire like lange sider og parvis like lange sider, viser de kjennskap til egenskapene til de ulike figurene, men ser de ikke i sammenheng med hverandre. Disse uttalelsene viser at samtlige elever er på nivå 1 på Van Hieles modell (se kap. 2.3). Elevene som forklarer at et rektangel har to og to like sider, mens et kvadrat har fire like sider, blir spurt om ikke et kvadrat også har to og to like lange sider. En av elevene blir mer usikker og svarer dette:

> *Elev 5: Hmm.. På en måte ... Eller ... Det er jo to og to sider som er like lange. Men alle sidene er også like lange. Så på en måte ja og på en annen måte nei.*

Eleven viser her forståelse for sammenhengen mellom at når alle sidene er like lange, er også sidene parvis like lange. De andre elevene forklarer at kvadratet har to og to like lange sider, men at det er forskjellig når sidene er like lange, slik elev 1 forklarer:

> *Elev 1: Jo. Men det må være bare to som er like. Så to må være forskjellige liksom.*

I denne oppgaven viser elevene forståelse for begrepsinnholdet til et kvadrat, hvor alle sidene må være like lange. Likevel sees ikke kvadratet i sammenheng med begrepsinnholdet til et rektangel, hvor sidene er parvis like lange. Dette kan tyde på at begrepene kan sees som sidebegreper under hovedbegrepet «firkanter». Denne tolkningen forsterkes av begrunnelsen til elev 5:

> *Elev 5: Jeg tror en firkant kan være et rektangel, men kvadrat kan ikke være rektangel.*

Her viser eleven forståelse for at rektangel er et underbegrep av «firkant», men skiller mellom begrepet «kvadrat» og «rektangel». En grunn til at elevene ikke ser disse figurene i sammenheng med hverandre kan være fordi dette er de mest brukte firkantene i matematikkundervisningen og i hverdagsspråket. Det er tenkelig at dette kan skape et fysisk skille mellom firkantene. Elevene er følgelig ikke enige om at et kvadrat oppfyller kriteriene til å være et rektangel.

Elevene blir deretter spurt om man kan si at et rektangel også kan være et parallellogram. Her kommer det fram flere ulike svar. Elevene som er uenige begrunner det slikt:

> *Elev 4: Nei. Ikke hvis ikke du setter det litt skjevt.*

> *Elev 7: Nei, fordi de er forskjellige.*

Disse begrunnelsene antyder at elevene ser på begrepsuttrykket fordi figurene er forskjellige ved at parallellogrammet skisseres med skrå vinkler, og rektangelet skisseres med rette vinkler. Elev 4 poengterer at rektangelet kan bli et parallellogram hvis det forskyves, og ser følgelig likhetstrekk mellom figurene.

Noen elever er mer usikre og begrunner det slikt:

> *Elev 6: Ja.. Eller ... Eh ... Jeg vet ikke helt. Altså det er jo 90 grader der* (rektangel). *Men ikke der* (parallellogram).

> *Elev 8: ... På en måte. De har to og to sider som er like lange begge to. Men den her* (parallellogram) *er skjev da.*

Disse elevene ser mer på strukturene i figurene. Elev 6 poengterer at forskjellen er at rektangelet har vinkler på 90°, mens parallellogrammet ikke har det. Den samme tankegangen følger elev

8 som poengterer at den ene er skjev, altså at vinklene er av ulik størrelse. Av de elevene som forklarer at et rektangel også kan være et parallellogram forklarer en elev det slik:

> *Elev 9: Ja. Du kan bare vinkle det.*

Begrunnelsen til elev 9 følger at et rektangel kan være et parallellogram dersom det vinkles. Eleven ser her likhetene mellom et rektangel og et parallellogram, og viser forståelse for at forskjellen mellom figurene er at i et rektangel må alle vinklene være like store. Denne begrunnelsen baserer seg derimot på at figuren endres. Dermed vil begrunnelsen også bety at et rektangel ikke kan være et parallellogram slik det står. Dette forklarer også elev 4, men fastholder ved at et rektangel ikke oppfyller kravene til et parallellogram.

To elever forklarer at et rektangel også kan være et parallellogram slik:

> *Elev 5: Hm ... Ja det kan det. Fordi det er to og to sider som er like lang. De er bare litt annerledes.. Siden de er på skrå.*

> *Elev 2: Ja ... Fordi definisjonen på et parallellogram er at de har to par med like ... Eller parallelle sider. Og begge figurene har parallellesider.*

Her begrunner elevene ut fra begrepsinnholdet til rektangel og parallellogram. Elev 5 forklarer at begge figurene har to og to sider like lange, forskjellen er bare at et parallellogram har skrå vinkler, og på denne måten ser annerledes ut. Elev 2 bruker definisjonen om at et parallellogram har parvis parallelle sider, noe begge figurene oppfyller. Begrunnelsen til elev 2 og 5 baseres følgelig på begrepsinnholdet til figurene.

En tenkelig grunn til at elevene i større grad ser sammenhengen mellom rektangel og parallellogram kan være at disse figurene i større grad sammenlignes fremfor kvadrat og rektangel. Dette eksempelet trekkes blant annet fram i boka «Matematikk 9» (Hjardar & Pedersen, 2020, s. 105) hvor rektangel sees som et underbegrep av parallellogram. Det er derimot viktig å poengtere at disse elevene ikke fulgte denne boka på 9. trinn, og at undervisningen deres har basert seg på rektangel og parallellogram som separate figurer.

Elevene blir deretter spurt om man kan si at et parallellogram også kan være et trapes. Flere av elevene er uenige. Elev 1 begrunner det slik:

Elev 1: Hmmm. Nei. Eller ... Hvis du legger på mer da. Liksom originalt er den ikke det men du kan legge på en trekant så blir det et trapes.

Begrunnelsen til elev 1 tar utgangspunkt i formen til figurene. Her poengteres det at slik figuren er nå, kan man ikke si at det er et trapes, men dersom det legges til en trekant kan figuren være et trapes. Figur 2 viser elevens tolkning visuelt, laget med elevens skisse som utgangspunkt.

Figur 2: Figur som viser hvordan et parallellogram og en rettvinklet trekant kan bli et trapes ved at de plasseres ved siden av hverandre.

To andre elever begrunner hvorfor et parallellogram ikke kan være et trapes slik:

Elev 2: Eh ... Det tror jeg. Eller ikke. Jeg tror et trapes må ha et sett med parallelle og et sett med uparallelle linjer.

Elev 4: Nei, Fordi ... Fordi den (trapes) *har bare to like sider. Den* (trapes) *har bare to parallelle sider og parallellogram har to og to parallelle sider.*

Elevenes begrunnelser tar utgangspunkt i de parallelle sidene i hver figur. De viser forståelse for at det skisserte trapeset har to parallelle sider og det skisserte parallellogrammet har parvis parallelle sider. Elevene tror derimot at et trapes må ha to sider som ikke er parallelle for å være et trapes, og ut fra dette vil ikke et parallellogram oppfylle definisjonen.

En av elevene er derimot enig i påstanden om at et parallellogram også kan være et trapes og begrunner det slik:

Elev 9: Ja. Fordi de har to sider som er parallelle.

Eleven viser her forståelse for definisjonen av et trapes, og ser dette i sammenheng med figuren parallellogram. Det som skiller denne eleven fra elev 2 og 4 er at denne eleven ser bort fra at parallellogrammet har flere par med parallelle sider.

Resultatene viser at noen elever ser sammenhengen mellom rektangelet og parallellogrammet og sammenhengen mellom parallellogrammet og trapeset. Alle elevene ser derimot på «kvadrat» og «rektangel» som parallelle begrep. En mulig grunn til at elevene kan se sammenhengen mellom parallellogrammet og trapeset er at disse firkantene er ikke like fremtredende i hverdagsspråket som «kvadrat» og «rektangel». Disse figurene får dermed egenskapene sine i stor grad gjennom matematikkundervisningen. Begrepene «kvadrat» og «rektangel» brukes mer i både matematikksammenheng og hverdagssammenheng. Dette kan ha sammenheng med at alle elevene kunne navngi disse figurene, mens flere av elevene hadde glemt navnene til «parallellogram» og «trapes».

I hverdagsspråket kan «kvadrat» og «rektangel» brukes om firkanter hvor vinklene er like store, men hvor firkanten enten er et «kvadrat» eller et «rektangel». For eksempel kan det være unaturlig å si at en kube har rektangulære sider fremfor at kuben har kvadratiske sider. Det er tenkelig at begrepene «kvadrat» og «rektangel» brukes som en beskrivelse av objekter for å gi en mer nøyaktig beskrivelse av formen. Når begrepene sidestilles med hverandre i hverdagsspråket, kan det også være vanskeligere for elevene å se sammenhengen mellom figurene, og følgelig se at et kvadrat oppfyller definisjonene for å være et rektangel. Dette er en tenkelig grunn til at elevene skiller mellom «kvadrat» og «rektangel», men i større grad ser sammenhengene mellom «rektangel», «parallellogram» og «trapes».

Enkelte elever har begynt å bevege seg fra nivå 1 til nivå 2 i modellen til Van Hiele (se kap. 2.3) med begrepene parallellogram og trapes. Det er viktig å poengtere at dette er det forventede nivået elevene skal ligge på ut fra oppfylte kompetansemål på 9. trinn. Det vises til kompetansemål fra 9. trinn fordi geometri er et tema i undervisningen på 9. trinn og det er ingen kompetansemål om egenskaper til polygoner på 10. trinn. På 9.trinn skal elevene «utforske egenskapene ved ulike polygoner» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det er dermed ikke et krav at elevene på dette nivået skal se egenskapene til de ulike polygonene i sammenheng, men det fremstår positivt at flere av elevene har begynt å knytte egenskapene sammen da dette er neste nivå på Van Hieles modell. Ut fra resultatene kan det tolkes at definisjonene figurene tillegges i hverdagsspråket og Van Hieles nivå 1 er mer fremtredende.

4.5 Samtale om «å gå i sirkel»

Oppgavedelen knyttet til uttrykket «å gå i sirkel» består av to deler. Først skal elevene forklare hva de tenker at uttrykket betyr, og så skal de ta stilling til om ei oval turløype kan være en sirkel. Når elevene blir spurt hva «å gå i sirkel» betyr kommer det frem flere ulike tolkninger:

> *Elev 6: At du går rundt i ring.*
>
> *Elev 10: At du går rundt.*
>
> *Elev 4: Da går du rundt. Da kommer du tilbake der du var.*
>
> *Elev 9: Du går rundt deg selv, også kommer du tilbake til samme plass.*
>
> *Elev 2: Det er ... Det er vel når du prøver å løse et problem, men så når du liksom tror at du kommer til slutten så er du plutselig på starten av problemet igjen.*
>
> *Elev 5: Ehm ... At man bare ... Gjør ting om og om igjen ... Tror jeg. [...] Fordi du gjør noe ... eller du gjør det samme om og om igjen.*

Elev 6 og 10 svarer at det betyr å gå rundt. Elev 6 er mer presis i sin formulering som beskriver at man da går rundt i «ring». Elev 4 og 9 utdyper at det betyr å gå rundt, og at man kommer tilbake til samme plass. Elev 2 og 5 poengterer derimot tolkninger som indikerer at ordet «gå» brukes mer metaforisk enn i ordets rette forstand. Elev 2 viser til en tolkning hvor uttrykket knyttes til å løse et problem, og dersom man prøver å løse problemet vil man bare komme til starten av problemet igjen. For å løse problemet er det på denne måten tenkelig at sirkelen må brytes. Elev 5 tolker uttrykket som at man gjør det samme igjen og igjen. Elevutsagnene viser at uttrykket «å gå i sirkel» kan tolkes på flere ulike måter.

Når elevene skal ta stilling til om det er riktig å si at man går i en sirkel dersom man følger en oval, ujevn turløype hvor man kan starte turen og slutte den på samme plass, svarer seks av elevene «ja». En av elevene forklarer at man har gått i sirkel fordi man kommer tilbake der man starter, som sees i sammenheng med tolkningene om hva de tenker «å gå i sirkel» betyr. Resten av elevene er mer usikker i svarene sine:

> *Elev 6: Jeg vet ikke om det der er helt en sirkel. den er jo ikke helt sånn ... Rund. Så nei.*

Elev 7: Kanskje ikke en helt rett sirkel [...] Man har gått i en runding. På en måte. Men det er ikke en helt fin runding. Eller.. Du har gått i sirkel. Men hvis man tenker på sirkel som formen så stemmer det ikke.

Elev 8: Nei, fordi du har … Altså du har gått i en sirkel, men det er ikke en rett sirkel. For den går litt her og litt her, men ikke helt rundt. Nei … Du har gått i en sirkel da.

Disse elevenes utsagn bunner i tolkningen om at «å gå i sirkel» betyr å gå rundt og komme tilbake til samme plass. I løpet av resonnementene deres viser de derimot forståelse for den geometriske figuren sirkel, og kobler dette opp mot uttrykket. Elev 6 viser blant annet dette gjennom å forklare at turløypa ikke er helt rund, og derfor kan man ikke si at man går i sirkel, noe også elev 7 trekker fram. Denne eleven forklarer også at man ikke har gått i en sirkel, men at det vil være mer riktig å si at man har gått i en runding. Også elev 9 som sier at man kan si at man har gått i en sirkel, sier:

Elev 9: [...] Men hvis du tenker geometrisk så har du jo ikke det.

Som også ser uttrykket i sammenheng med den matematiske formen sirkel. Når elevene kobler inn matematikken i uttrykket, ser de også at bruken av begrepet «sirkel» i denne hverdagssammenhengen ikke stemmer overens med den matematiske figuren. Elev 2 viser blant annet til dette:

Elev 2: Eh.. Jeg vil si at du beveger deg i en sirkel i at [...] hele personen liksom har bevegd seg 360 grader. For du har sett fram på et tidspunkt, og liksom gått i en ring og ender opp der du starter ... Men du har ikke gått i en sirkel i at det faktisk er den geometriske formen sirkel.

Eleven poengterer her forskjellen mellom den geometriske formen «sirkel» som den læres i skolen, og en mer hverdagslig måte å bruke begrepet på, men som også kan forklares matematisk. Dette utdypes videre i kapittel 5.2.

I diskusjonsdelen blir elevene spurt hva en sirkel i matematikk er. De fleste elevene gir en riktig matematisk forklaring, enten gjennom en forklaring av begrepet, tegne figuren på papir eller i lufta med fingeren. Elevene blir deretter spurt hva som er forskjellen på en sirkel og å gå i sirkel.

Elev 4: En sirkel må du være mer nøye på. Den må ha lik radius. Mens å gå i sirkel, da har du bare gått og endt der du starta igjen.

Elev 6: Jeg tror det er litt forskjellig. Fordi hvis det er å gå i sirkel så går du rundt noe og slutter der du starter, men en sirkel er helt rund.

Elev 7: Å gå i sirkel ... Da har du gått rundt og kommet tilbake på samme plass. Men en sirkel er sånn ... Helt rund. En runding.

Elev 9: Å gå i sirkel, da har du gått rundt. Men en sirkel da er det veldig nøye [...]. Det er en helt rund figur.

En annen elev tenker også at uttrykket kan være en metafor:

Elev 2: Å gå i sirkel er vel egentlig bare at du er i en prosess, også ... Er det en metafor for at når du går i en sirkel så kommer du alltid tilbake til det punktet du starta på når du går rundt.. Selv om du trenger liksom ikke å gå i en sirkel for å si at du har gått i en sirkel.

Elevene viser dermed en forståelse for at det er forskjell mellom den matematiske figuren sirkel og hvordan vi kan bruke begrepet «sirkel» i hverdagen. De fleste av elevene tolker blant annet «å gå i sirkel» som å komme tilbake til samme plass. Dette kan i stor grad sees i sammenheng med andre begrep elevene møter i hverdagsspråket som inkluderer begrepet «sirkel». Et eksempel på dette er «sirkelkomposisjon» som elevene møter i norskfaget, som er en tekstlig komposisjon hvor begynnelsen og slutten i en tekst knyttes sammen (NAOB, u.å.). Et annet eksempel som kan knyttes opp mot tolkningen til elev 5 er «sirkeltrening» i kroppsøvingsfaget, hvor elevene gjennomfører ulike øvelser i en bestemt rekkefølge, og disse øvelsene blir gjennomført flere ganger. En slik bruk av sirkelbegrepet kan sees i sammenheng med utsagnet til elev 5 om at man har gått rundt og rundt hvis man har gått i sirkel. Et tredje eksempel er «sirkelresonnement» som baseres på sirkellogikk. Her begrunnes en påstand av en annen, og som er samtidig er avhengig av at man aksepterer den første. Disse to påstandene henger derfor sammen og er avhengige av hverandre (Ridderstrøm, 2020, s. 34) Det kan være tenkelig at begrep som sirkelkomposisjon, sirkeltrening, sirkelresonnement og liknende begrep kan ha innvirkning på hvordan uttrykket «å gå i sirkel» kan tolkes.

En av elevene poengterer at det er forskjell på hvordan man bruker begrepet «sirkel», og når eleven blir stilt utdypende spørsmål og hva som menes med det sier eleven:

Elev 3: Det er jo matteveien og språkveien.

Eleven impliserer her at begrepet «sirkel» kan tolkes enten matematisk eller språklig. Dette kan være en indikator på at det blir et skille mellom matematikkfaget og hverdagsspråket. Dette poengterer også elev 9 og forklarer:

> *Elev 9: Det kan bli litt forvirring når det er forskjell mellom en sirkel i matte og en sirkel ellers.*

Denne eleven poengterer at det kan oppstå forvirring når begrepet kan inneholde flere tolkninger. Dette kan også ha utspring i de tidligere nevnte eksemplene elevene møter både i hverdagen og i andre fag i skolesammenheng hvor begrepet «sirkel» blir brukt som en komposisjon hvor man ender opp der man startet.

Elevutsagnene viser at uttrykket «å gå i sirkel» kan brukes i flere ulike sammenhenger, samtidig som flere elever viser til at begrepet brukes forskjellig i hverdagsspråket og matematikkspråket. Tolkningene viser at begrepet «sirkel» brukes om en enkel, lukket kurve i hverdagsspråket fremfor den geometriske figuren sirkel.

4.6 Samtale om «et steinkast»

Til oppgaven om uttrykket «et steinkast» blir elevene spurt hva et steinkast er. Svarene er enten at et steinkast er en kort avstand eller så langt man kan kaste en stein. At et steinkast er like langt som det er mulig å kaste en stein følger både ordenes betydning og historisk bruk av begrepet. Når et steinkast sees som en kort avstand følger dette i større grad hverdagsspråket og betydningen som tillegges uttrykket i hverdagen.

Under oppgaven blir elevene vist fram et bilde hentet fra en boligannonse på Finn. De blir forklart at i boligannonsen står det at boligen ligger et steinkast unna Stavern sentrum. Som nevnt i kapittel 3.4.2 oppgir Google Maps distansen mellom huset og Stavern sentrum til å være 1,2 kilometer, og at distansen tar omtrent 14 minutter å gå. Elevene blir vist fram et kartutsnitt som viser hvor huset ligger i forhold til Stavern sentrum og spurt om de er enige i at huset ligger et steinkast unna Stavern sentrum. En av elevene sier da:

> *Elev 9: Eh … Nei, jeg vil heller si at det ligger litt unna Stavern sentrum. Hvis det er et steinkast ville jeg tenkt litt nærmere. Kanskje i ok gåavstand. Her bruker du jo kanskje noen minutter i bil og ganske lang tid på å gå. Så det er kanskje litt lenger unna.*

Eleven mener her at det er feil å si at huset ligger «et steinkast» unna Stavern sentrum fordi det er for langt å gå. Her måles avstanden i hvor lang tid man bruker fra huset til sentrum. Totalt er syv elever uenige i at huset ligger «et steinkast» unna Stavern sentrum, og flere forklarer at det er fordi huset ligger for langt unna for til man kan gå til sentrum. En elev forklarer at dersom det tar mindre enn ti minutter å gå så ligger det «et steinkast» unna, men ut fra kartet så det ut som at det tok lengre tid å gå. Andre forklaringer som begrunner hvorfor huset ikke ligger et steinkast unna Stavern sentrum er:

> *Elev 4: Fordi du kan ikke kaste en stein så langt.*

> *Elev 6: Hvis man sier et steinkast så tenker jeg hvor langt man kan kaste en stein. Og det så litt lengre ut enn det.*

Her bruker elevene definisjonen på «et steinkast», og vurderer at det ikke er mulig å kaste en stein så langt.

En elev følger motsatt tankerekke enn de andre elevene. Eleven svarer først at «et steinkast» er så langt man kan kaste en stein, men når eleven blir vist fram bildet fra boligannonsen, viser eleven tegn til usikkerhet.

> *Elev 7: Jeg tror det* (et steinkast) *betyr at det ligger nært. At du kan kaste en stein dit. Hvis man tenker ut fra navnet.*

Eleven forklarer at «et steinkast» i denne sammenhengen kanskje heller betyr at det ligger nært noe, og dermed er det riktig å bruke uttrykket i denne sammenhengen. Følgelig viser eleven forståelse for at det både kan være riktig og galt å bruke uttrykket i denne sammenhengen.

I diskusjonsdelen blir elevene spurt hvorfor de tror at «et steinkast» blir brukt i denne boligannonsen. Noen av elevene svarer:

> *Elev 1: Bare for at man skal gjette seg litt hvor langt det er liksom. Kan jo forestille seg litt hvor det ligger.*

> *Elev 4: Fordi det skal komme opp flere plasser når du søker på Stavern. Hvis folk søker på Stavern sentrum så skal boligannonsen komme opp.* […] *Det er sikkert fint for de som skal selge. Så får de flere som ser på annonsen og sånne ting.*

Når elevene kommer med disse uttalelsene, viser de også at de ser et formål ved å bruke uttrykket. I samtalen kommer det frem både et perspektiv som er nyttig for eventuelle kjøpere som kan forestille seg hvor det ligger, samtidig som elevene uttaler et perspektiv som er nyttig for selgeren som kan bidra til at annonsen når ut til flere personer.

En annen forklaring som kommer fram er at det ligger nært, og at det dermed er mulig å gå dit.

> *Elev 7: Fordi det er veldig nært. Du kan gå dit.*

Dette strider mot enkelte elevers uttalelser om at det er feil å bruke «et steinkast» i en slik situasjon fordi det er for langt å gå dit. Dette indikerer at hvordan «et steinkast» blir brukt kan være svært individuelt. Dette forklarer også en av elevene:

> *Elev 9: Hvordan du oppfatter et steinkast kan kanskje være avhengig av hvor du kommer fra. Hvis du kommer fra Finnmark er kanskje et steinkast mye lengre enn et steinkast for noen sørpå.*

Eleven setter her ord på at lengden til «et steinkast» vil være en subjektiv tolkning, som kan stamme fra en geografisk dimensjon, noe også de ulike elevsvarene representerer. Andre elever forteller at uttrykket er upresist. Noen elever påpeker at det hadde vært mer korrekt å si at boligen ligger nært eller i nærheten av Stavern sentrum, fordi «et steinkast» for kan mistolkes. Det kan derimot være interessant å se nærmere på hvilket ord som er mer upresist av disse to.

Uttrykket «et steinkast» kan tolkes ulikt. Resultatene i denne studien viser til tolkninger om at «et steinkast» er innenfor en kortere gangavstand, men også at «et steinkast» er så langt man kan kaste en stein. Uttrykket fremstår dermed som upresist ut fra utsagnene og tolkningene til elevene.

4.7 Spørsmål om matematikk og oppgavene

Før oppgavedelen av intervjuet blir elevene spurt hva de syns om matematikk og om de finner faget nyttig. I etterkant av selve intervjuet blir elevene spurt hva de tenker om oppgavene i intervjuet. Dette delkapittelet deles inn etter elever som viser likhetstrekk i svarene sine.

4.7.1 Elever som sier at de har bruk for matematikk i hverdagen

Når elev 2 blir spurt om faget matematikk svarer eleven at matematikk kan være litt komplisert. Likevel poengterer eleven at den er glad for at matematikk finnes. Når eleven blir spurt om den har bruk for matematikk svarer eleven:

> *Elev 2: Eh. Ja, det har jeg jo selvfølgelig, fordi jeg trenger matte for å gjøre lett hoderegning og telle og være nøyaktig.*

I dette utsagnet viser eleven forståelse for at matematikken viser en nøyaktighet som kan være nødvendig å bruke, som kan knyttes til komponenten produktiv oppfatning i modellen til Kilpatrick et al. (2001, s. 117). Dette begrunnes med at eleven vurderer matematisk kunnskap som nyttig og verdifull. Når eleven forklarer at matematikk er noe som behøves for å gjøre lett hoderegning og å telle viser eleven på den ene siden forståelse for matematikken i hverdagen. Å telle og lett hoderegning er imidlertid mer grunnleggende enn matematikken som foregår på 10. trinn, og det kan dermed tenkes at eleven ikke ser nytteverdien av nivået på matematikken på 10. trinn i like stor grad som å kunne telle og lett hoderegning. Elev 5 forklarer også behovet for mye i matematikk, men ikke alt:

> *Elev 5: Ja, men ikke alt i matte. Ikke sånn ... Jeg vet ikke ... Pytagoras. Men jeg har bruk for hoderegning og sånt.*

Eleven trekker her fram den nødvendige bruken av hoderegning, men ser ikke nytten av Pytagoras' læresetning. Dette kan være et resultat av at hoderegning er inkludert i den relasjonelle kompetansen til elevene fordi elevene har benyttet hoderegning i flere ulike tema innenfor matematikkfaget. Pytagoras' læresetning kan derimot tenkes å inngå i prosedyrekunnskapen. En årsak til dette er at teoremet i større grad er formelbasert, og kan kreve hjelpemidler som kalkulator eller notater for å gjennomføre, mens hoderegning baseres på fremgangsmåter hvor elevene systematisk kommer fram til svaret uten å nødvendigvis være avhengig av hjelpemidler. En annen grunn kan også være at hoderegning i større grad brukes i hverdagen til elevene, og dermed vil det være mer naturlig for dem å se nytten av matematikken de omgås med fremfor matematikk som fremmer mer ukjente kontekster for elevene. Det vil for eksempel være mer relevant for elevene å vurdere pris på varer i butikken fremfor å vurdere lengden til et tak. En tredje årsak kan være at Pytagoras' læresetning inngår i prosedyrekunnskapen på grunn av at denne ferdigheten er nyligere innført. Det kan derfor være vanskeligere å koble den til andre tema innenfor matematikken. Dette kan sees i sammenheng med tolkningen av utsagnet til elev 2, hvor nytteverdien av grunnleggende matematikk som har blitt bygd på opp gjennom matematikkundervisningen sees på som relevant, men ikke nylig tillærte kunnskaper.

I samtalen etter oppgavene trekker elev 2 fram at ordene og uttrykkene blir brukt på feil måte, og poengterer at dette kan være en negativ ting. Eleven poengterer at mennesker trenger ord og uttrykk for å forstå hverandre. Når ordene og uttrykkene tolkes forskjellig kan det føre til misforståelser og at vi ikke nødvendigvis forstår hverandre. Elev 5 forklarer på sin side fram at det er litt rart, men at eleven ikke tenker over det i stor grad.

Felles for elev 2 og elev 5 er at de ser nytteverdien av den mer grunnleggende matematikken, som kobles til produktiv oppfatning. Dette kan også indikere at de ser hvordan disse kompetansene kan brukes i forskjellige situasjoner, som kan kobles til relasjonell tenking. Nyere tilegnet kunnskap kan fortsatt være isolert fra andre matematiske kunnskaper, og det kan være mer utfordrende for elevene å koble dette inn i matematikknettverket på dette stadiet.

4.7.2 Elever som sier at de ikke har bruk for matematikk i hverdagen

Elev 6 forklarer at matematikk kan være gøy, men når eleven får spørsmål om den har bruk for matematikk svarer eleven:

> *Elev 6: Altså ... Det er greit å kunne. Men det er ikke sånn at jeg bruker det i hverdagen.*

Dette utsagnet kan være noe motstridende. På den ene beskriver eleven at det er greit å kunne matematikk, men på den andre siden forklarer eleven at den ikke bruker matematikk i hverdagen. Dette kan tyde på at eleven ser nytteverdien av kunnskapene i matematikkfaget, og kan også tyde på at eleven ser et fremtidig behov for matematikk men ser ikke nytteverdien av faget nå. I samtalen etter oppgavene blir eleven spurt om hva den tenker om at ord og uttrykk kan ha forskjellig mening. Eleven forklarer da:

> *Elev 6: Eh ... Det er litt rart. Det er ikke alle jeg skjønner hvorfor de blir brukt sånn. Så jeg må liksom gjette meg litt til hva man kan mene med det.*

Utsagnet viser at eleven synes at det er litt rart, og at den ikke nødvendigvis er klar over alle betydningene av uttrykkene og må gjette seg til noen av dem. Det er tenkelig at eleven her tenker på «et steinkast» hvor eleven var usikker på betydningen av uttrykket.

Elev 3 og 8 forklarer i likhet med elev 6 at de ikke har bruk for matematikk. Dette kan gjenspeiles i svaret som gis i samtale etter oppgavene, når eleven blir spurt hva den tenker om at det kan være forskjellige betydninger i matematikkspråket og hverdagsspråket:

Elev 3: [...] Jeg vet ikke. Mattespråk brukes når du gjør matte. Eller hvis du er lege.

Dette utsagnet kan tyde på at eleven ser matematikk som et isolert fag, og at matematikkspråket kun brukes i matematikk eller når man jobber med matematikk. Når eleven sier at matematikkspråket brukes hvis du er lege, kan dette indikere en forståelse for at matematikkspråket kan brukes for å vise en større nøyaktighet, slik også elev 2 forklarer. Elev 8 forklarer på sin side at det er forskjell, og at det bare er slik det er. Mot slutten poengterer begge elevene fram at det er litt rart.

Begge disse elevene viser en forståelse som kan tyde på at de ser på matematikken som et isolert fag og at de dermed ikke har behov for matematikk i deres hverdag. Utsagnene kan også kobles til det elev 6 forteller. Dette speiles også i samtalen etterpå hvor utsagnet til elev 3 kan tyde på at det er kun i visse yrker at man har behov for matematikkspråket. Dette kan være et resultat av at elevene opplever matematikk som et huskefag, slik Herheim (2016, s. 129) beskriver det. Dette kan igjen være et resultat av instrumentell og prosedyrebasert læring (se kap. 2.3), hvor koblingene mellom matematiske tema ikke har like stort fokus. Når elevene derimot forklarer at det er rart at begrepene brukes slik, gir de uttrykk for at de forstår at selv om de fremsatte begrepene kan tolkes på ulike måter, brukes ikke nødvendigvis begrepene riktig. Dette kan også styrkes av at elev 3 forklarer etter intervjuet at det kan være vanskeligere å lære seg begrepene i matematikk når de kan bety noe annet i hverdagsspråket.

4.7.3 Elever som sier at de har litt bruk for matematikk i hverdagen

Elev 1 svarer at matematikk ikke er favorittfaget, og at det kommer litt an på om matematikk er nyttig. Eleven trekker fram at de nylig har jobbet med økonomi i matematikk, og tenker at det kan være nyttig. Dette er et tema som ofte kobles direkte til hvordan matematikk brukes i hverdagen, og det kan dermed være enklere å se sammenhengen mellom hverdagen og matematikken. Elev 4 og 9 følger en lik tankegang som elev 1, hvor elevene forklarer at matematikk kan være nyttig men at det ikke nødvendigvis er favorittfaget. Elev 7 og 10 forklarer at det er mye i matematikkfaget man ikke får bruk for.

I etterkant av intervjuet når elevene blir spurt om tanker rundt uttrykkene svarer elevene:

> *Elev 1: Ja ... Det blir jo kanskje litt sånn ... Confusing da. Når du setter dem opp mot hverandre. Men sånn som med et par, jeg føler at det bare er vanlig liksom. Det bare er sånn.*

> *Elev 4: At.. Det er jo greit. Jeg skjønner jo forskjellen. Hvis du sier at jeg skal gå i en sirkel så kommer jo ikke jeg til å måle opp, jeg kommer bare til å gå rundt og komme tilbake.*

Her forklarer elev 1 at det kan være forvirrende når ordene kan ha forskjellige betydninger, men konkluderer med at *«det bare er sånn»*. Dette tyder på at eleven ser skillet mellom matematikkbegrepet og hvordan vi bruker begrepet i hverdagen. Elev 4 følger en liknende tankegang som elev 1 også på dette spørsmålet, hvor eleven ser forskjellen mellom hvordan begrepene brukes i hverdagen og i matematikken. Elev 4 trekker i tillegg fram at dersom man ikke forstår forskjellen kan det føre til misforståelser. Elev 7 og 10 forklarer at de ser forskjellen mellom hvordan begrepene brukes i matematikk og i hverdagsspråket. Begge forklarer at de ikke har tenkt over det, og elev 7 uttrykker at det er litt rart. Elev 9 forklarer i likhet med de overnevnte elevene at det bare er sånn det er:

> *Elev 9: Det er jo bare litt sånn det er.. Og man tenker jo egentlig ikke over det. Det bare skjer naturlig.*

Eleven poengterer derimot at oppgavene skapte forvirring, og poengterer at den kommer til å legge merke til når andre bruker disse ordene og uttrykkene. Eleven forklarer:

> *Elev 9: […] Jeg kommer nok til å legge merke til det hvis noen sier at de er 110 prosent sikker … For de lyver jo faktisk da.*

Når eleven forklarer at man lyver hvis man sier at man er 110 % sikker, kan dette tyde på at eleven velger å basere seg på den matematiske tilnærmingen til oppgavene. Eleven trekker fram at dette var matematikk som var nyttig, og at dette har den bruk for i hverdagen, selv om eleven i starten av intervjuet forklarte at det ikke var alt som var like nyttig. En grunn til at eleven kan se på koblingen med disse ordene og uttrykkene som nyttig i hverdagen, kan være at det fremmes en mer eksplisitt kobling mellom matematikkspråket og hverdagsspråket.

4.8 Oppsummerende resultater

Elevene veksler i stor grad mellom matematisk og hverdagslig tolkning av begrepene. På oppgaven knyttet til uttrykket «et par» tolker de fleste elevene uttrykket som mer enn to. Med gjennomsnittlig 4,5 gitte objekter kan resultatene indikere at den hverdagslige tolkningen er mer fremtredende. Elevene viser forståelse for hva det betyr å være 110 % sikre på noe, som viser at uttrykket tolkes på en hverdagslig måte, selv om elevene viser til at det ikke er mulig å være mer enn 100 % sikre på noe ut fra et matematisk perspektiv. På oppgaven knyttet til uttrykket «i mils omkrets» bruker de fleste hverdagslige tolkninger når de forklarer at det betyr en avstand på én mil. Én elev tolker derimot uttrykket etter ordenes rette forstand ved å forklare at uttrykket betyr en omkrets på én mil, og bruker her en mulig mer matematisk fremgangsmåte. I oppgaven med ulike firkanter er det flere elever som skiller mellom de ulike firkantene og som dermed kan kategoriseres under Van Hieles nivå 1, mens noen elever ser likheter mellom figurene og viser tegn til kompetanse innenfor nivå 2. Under oppgaven knyttet til uttrykket «å gå i sirkel» bruker de fleste elevene den hverdagslige tolkningen, men flere poengterer her at begrepet «sirkel» er mer nyansert i matematikken. Svarene til uttrykket «et steinkast» er mer spredt, men mesteparten av elevene mener at huset ikke ligger et steinkast unna sentrum. Her tolker elevene uttrykket mer bokstavelig, men dette kan også være fordi dette er et uttrykk som ikke brukes av elevene i like stor grad som uttrykket «å gå i sirkel». Det er på denne måten en spredning i de avgitte svarene på alle oppgavene, og ingen elever svarer hverken rent matematisk eller kun hverdagslig på oppgavene. Følgelig kan man konkludere med at elevene veksler mellom hverdagslige og matematiske tolkninger.

5 Funn og diskusjon

Dette kapittelet drøfter interessante funn basert på resultatene i kapittel 4, samt didaktiske implikasjoner av funnene. Hvordan elevene tolker de ulike uttrykkene er hovedsakelig beskrevet i resultatkapittelet, med noen tilhørende drøftinger. I dette kapittelet sees imidlertid paralleller mellom ulike utsagn, i tillegg til at spesielt interessante utsagn trekkes fram og drøftes. På denne måten vil dette kapittelet vise til de mest interessante funnene ut fra resultatene og transkriberingen.

5.1 Funn 1: Sammenheng mellom elevenes tanker om matematikk og tolkninger av oppgavene

Resultatene i kapittel 4 indikerer at elevene som mener at matematikk er relevant for sin hverdag, også bruker matematikk i sin beskrivelse av de hverdagslige begrepene. På denne måten ser disse elevene forskjellen mellom hverdagsbegrepene og de tilsvarende matematiske begrepene.

Slik det kommer frem i kapittel 4.7 beskriver elev 2 og elev 5 konkrete operasjoner i hverdagen hvor de viser forståelse for at de anvender matematikk. Begge elevene forklarer at de har behov for hoderegning, noe som kan indikere at de ser nytten av hoderegning i ulike situasjoner i hverdagen. Dette kan vise til at elevene har utviklet sin produktive oppfatning. Herheim og Rangenes (2016, s. 120) viser til en sammenheng mellom hvordan matematikken oppleves som meningsfull og relevansen for matematikk i hverdagen, i likhet med disse elevene som anerkjenner sammenhengen mellom matematikken og hverdagen.

Elev 2 og 5 er to av de totalt tre elevene som overrekker to identiske objekter når de blir spurt om å gi «et par». Under oppgaven med de ulike firkantene begrunner elevene med utgangspunkt i definisjonene til de ulike firkantene, og begrunner på denne måten med utgangspunkt i begrepsinnholdet. Selv om elev 2 viser til at de ulike firkantene er sidebegreper, begrunnes dette ut fra firkantenes egenskaper og det benyttes dermed et mer teknisk, matematisk register, slik nevnt i kapittel 4.4. Begge elevene bruker definisjonen til en sirkel for å forklare forskjellene mellom «å gå i sirkel» og en «sirkel», og ser her en tydelig forskjell mellom matematikkdefinisjonen og betydningen begrepet tillegges i hverdagsspråket. I oppgaven om prosent viser derimot elev 2 til en alternativ oppfatning ved summering av prosent, som tidligere beskrevet kapittel 4.2. Selv om tolkningene eleven viser til ikke nødvendigvis er matematisk korrekt, bruker eleven fremdeles matematikk som utgangspunkt i sine resonnement. Elevene beskriver ulike resonnement i oppgaven knyttet til uttrykket «et steinkast». Elev 2 forklarer at distansen er lengre enn den eksplisitte tolkningen av uttrykket, mens elev 5 begrunner at det kan være et steinkast gjennom den implisitte og mer hverdagslige tolkningen av uttrykket. Denne oppgaven er den eneste elevene svarer forskjellig på, selv om de resonnerer ulikt rundt de andre uttrykkene.

Begge elevene velger den matematiske fremgangsmåten i over halvparten av oppgavene, og skiller seg på den måten ut fra de fleste andre elevene. Felles for elev 2 og elev 5 er at de forklarer og begrunner hvorfor de har bruk for matematikk i hverdagen og at de i tillegg ser forskjellen mellom den matematiske og hverdagslige bruken av uttrykkene i intervjuet. Utsagnene styrkes blant annet i oppgaven knyttet til «å gå i sirkel» hvor begge elevene gir en liknende forklaring om at man kan si at man går i sirkel i hverdagsspråket, men man går ikke i den geometriske formen sirkel. Dette tyder på at elevene innehar formalismekompetanse, hvor evnen til å oversette mellom matematikkspråket og hverdagsspråket inngår i kompetansen (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 58-59).

I tillegg uttrykker begge elevene at de synes det er rart at de fremstilte begrepene ofte blir gitt en bredere eller en annen betydning i hverdagsspråket. Når elevene stiller seg kritisk til hvordan matematikkbegreper og matematikksymboler brukes i praktiske sammenhenger, bruker elevene kritisk matematisk argumentasjon (Herheim & Rangnes, 2016, s. 107). Både forståelsen for formalismekompetanse og å kritisk vurdere matematikk er kompetanser som krever en dypere matematisk forståelse og et bredere matematikkspråk. Det kan bekrefte sammenhengen med at de elevene som ser nytteverdien av matematikk i hverdagen og hverdagsspråket også er de elevene som i større grad legger den matematiske tolkningen til grunn i oppgavene i intervjuet. Dette viser også Herheim og Rangenes (2016, s. 120) til.

Når matematikken forstås som meningsfull for elevene, kan det være et resultat av at matematikkspråket har blitt en del av elevenes naturlige forhold til matematikk. Dette kan igjen være et resultat av at matematikkspråket i større grad fungerer som et språk av 1. orden for elevene, hvor eksempelvis begrepsinnholdet har utviklet seg, slik Johnsen-Høines (2020, s. 122) beskriver. Dette styrkes ved at de nevnte elevene også baserer resonnementene sine på begrepsinnholdet til figurene. Når elevene har utviklet det matematiske symbolspråket, vil det være mer naturlig og spontant å kunne uttrykke seg gjennom dette språket (Johnsen-Høines, 1978, s. 73). Den mer spontane måten å bruke språket på vises blant annet når begge elevene beskriver figurenes egenskaper med matematiske begrep, og gir to helt like objekter når de blir spurt om «et par».

Elevene som forklarer at de kun har bruk for litt matematikk, veksler i større grad enn elev 2 og elev 5 mellom hverdagstolkninger og matematiske tolkninger. Eksempelvis forklarer elev 1 at det ikke er mulig å være mer enn 100 % sikker og at huset ligger mer enn «et steinkast» fra sentrum. Samtidig forklarer eleven at man kan si at man har gått i sirkel ved å følge turløypa, og gir seks objekter under oppgaven om uttrykket «et par» og beskriver at det også er mulig å gi flere. Eleven forklarer også at kun et rektangel kan være et rektangel, og at et kvadrat kun kan være et kvadrat. I denne forklaringen tar eleven utgangspunkt i geometriens begrepsuttrykk, og viser tegn på figurativ kunnskap, hvor egenskapene til figuren tillegges av dens ytre form (Johnsen-Høines, 2020, s. 154).

Elevene som forklarer at de ikke har bruk for matematikk, svarer også hovedsakelig ut fra den hverdagslige tolkningen og begrunner også svarene sine mindre matematisk. En av disse elevene forklarer mot slutten av intervjuet:

Elev 3: Det er vanskeligere å lære matte når vi snakker på en annen måte ellers.

Dette utsagnet er med på å styrke påstanden om at elever som ser matematikken mer meningsfull har parallelt styrket sin formalismekompetanse. I tillegg kan utsagnet indikere at det har oppstått en distansering mellom matematikkspråket og hverdagsspråket. Det kan tyde på at eleven ser matematikk som et isolert fag uten tilknytning til hverdagen, noe som styrkes av elevens utsagn om når det er nødvendig å kunne matematikk:

Elev 3: […] Mattespråk brukes når du gjør matte. Eller hvis du er lege.

Gjennom utviklingen fra hverdagsspråket og mot et gradvis mer matematisk språk vil elevene oppleve koblingen mellom hverdagsspråket og matematikkspråket (Herheim & Rangenes, 2016, s. 120). De elevene som bruker det matematiske språket i større grad, begrunner også koblingen tydeligere enn de elevene som bruker hverdagstolkningen mer.

Resultatene i denne studien viser at elevene som ser nytten av matematikk i hverdagen også er de elevene som i større grad bruker et mer teknisk matematisk register, har utviklet språket mot et språk av 1. orden, og viser tegn til konseptuell forståelse. Denne sammenhengen trekkes også fram i modellen til Kilpatrick et al. (2001, s. 117), hvor forståelsen for den matematiske nytteverdien utvikles i takt med ferdighetene.

Elevene som ikke ser nytten av matematikken, løser også oppgavene fra et mer hverdagslig perspektiv, og viser vansker for å koble inn matten i like stor grad som elevene som forklarer at matematikken er nyttig. Dette kan kobles til Vygotskys sosiokulturelle læringsteori og Piagets aktivitetspedagogiske perspektiv. Læringsteoriene viser til at kunnskap blir til gjennom samtaler og samspill, hvor individet overtar kunnskaper og gjør dem til sine egne for å bruke og utvikle dem, samt å forstå verden gjennom dem (Vygotsky & Cole, 1978, s. 19).

Når elevene lærer ulike begreper gjennom matematikkspråket, overtar elevene disse kunnskapene og gjør de til sine egne. Språket utvikles dermed og blir mer omfattende, slik at elevene i større grad kan forstå verden gjennom dem. Dette er en del av begrepsutviklingen i matematikk, hvor elevene stadig utvikler mer nyanserte begrep for å beskrive blant annet geometriske figurer. Samtidig er kunnskapen ikke knyttet til tingene i seg selv, men de erfaringene man tilegner seg gjennom dem (Johnsen-Høines, 1987, s. 98). Språket og begrepene kan tillegges en annen betydning gjennom ulike erfaringer, for eksempel ved andre tolkninger i hverdagsspråket. Elevene som dermed svarer mer hverdagslig kan ha tillagt uttrykkene mer hverdagslige tolkninger gjennom erfaringene om hvordan uttrykkene brukes i samspill med andre i dagliglivet. Det er likevel viktig å nevne at hverdagsregisteret og det teknisk-matematisk registeret overlapper hverandre. Begge registrene er verdifulle i læring av matematikk og i det matematiske språket.

5.2 Funn 2: Elevene bruker matematikk i sin tolkning av uttrykkene

Resultatene fra intervjuene i kapittel 4 viser at flere elever bruker til dels avansert matematikk i sin tenkning rundt de hverdagslige variantene av begrepene som ble diskutert. Et typisk eksempel er dette sitatet fra elev 2 som beskriver sin tolkning om uttrykket «å gå i sirkel», jamfør kapittel 4.2:

> *Elev 2: Eh.. Jeg vil si at du beveger deg i en sirkel i at [...] hele personen liksom har bevegd seg 360 grader. For du har sett fram på et tidspunkt, og liksom gått i en ring og*

ender opp der du starter ... Men du har ikke gått i en sirkel i at det faktisk er den geometriske formen sirkel.

Vi ser her at eleven skiller mellom den geometriske formen sirkel og en mer dagligdags måte å bruke begrepet på. Elevens beskrivelse av en «sirkel» i dagligtale ligger ganske nær en presis matematisk definisjon av en enkel, lukket kurve. Måten å tenke på, med en retningsendring på til sammen 360 grader, ligger også nær angrepsmåten som kan brukes i et bevis for Jordans kurveteorem, som sier at en enkel, lukket kurve deler planet i en ubegrenset del som er på utsiden av kurven, og en begrenset del som er på innsiden (Abate & Tovena, 2012, s. 80). Elevens tenkning rundt det hverdagslige begrepet «sirkel» kan altså sies å involvere langt mer avansert matematikk enn det matematiske begrepet «sirkel» gjør.

Et annet eksempel hvor elevene bruker matematikk i sin tenkning som trekkes fram er tolkningen til elev 8 av uttrykket «i mils omkrets», jamfør kapittel 4.3:

Elev 8: […] En mil rundt. Sirkelen rundt er en mil. Så omkretsen er en mil.

Vi ser her at eleven tolker uttrykket på den måten at omkretsen rundt området er en mil, som gir en radius fra sirkelsentrum på tilnærmet 1,6 kilometer (se kap. 3.2.6 og 4.3). Dette følger en matematisk tankegang som kan indikere at eleven vektlegger at begrepet «omkrets» benyttes i uttrykket. Elevens resonnement skiller seg fra de andre elevenes refleksjoner, som tillegger uttrykket betydningen om en avstand på en mil. Eleven starter sitt resonnement med å tolke uttrykket som en avstand på én mil, men endrer sin forklaring fortløpende.

Det er tenkelig at elevens intuitive tolkning er at avstanden er på én mil, men mens eleven leser uttrykket, endres tolkningen. På denne måten er det tenkelig at eleven ikke sidestiller «mils omkrets» og «mils avstand» som resultatene viser at andre elever gjør. Eleven viser forståelse for at hvis sirkelen rundt er én mil, vil omkretsen være én mil. Dette kan tyde på at eleven ikke sidestiller «avstand» og «omkrets», som resultatene kan indikere at de andre elevene gjør når de blir spurt om dette. I matematikken vil alltid «omkrets» være pi ganger lengre enn «radius». Omkretsen vil følgelig alltid være lengre enn radius og disse begrepene kan dermed ikke sidestilles i matematikken.

5.3 Didaktiske implikasjoner

Samtlige elever sier i etterkant av intervjuet at oppgavene var interessante og relevante fordi de selv bruker disse uttrykkene eller at andre rundt dem bruker uttrykkene. De forklarer at når de får fremstilt ulike tolkninger på begrepene så synes de begrepene kan være litt rare. De fleste reflekterer også til at hverdagstolkningen ikke nødvendigvis er korrekt i forhold til matematikktolkningen. Elev 9 som i starten av intervjuet forklarer at det ikke er alt som er nyttig i matematikk forklarer på vei tilbake til klasserommet etter endt intervju at dette her var nyttig, og at eleven kunne ønske at slike tema ble mer inkludert i matematikkundervisningen. Som beskrevet i kapittel 4.7.3 forklarer eleven også:

> *Elev 9: Når jeg får det fremstilt sånn her blir det litt forvirring. Så jeg kommer nok til å legge merke til det hvis noen sier at de er 110 prosent sikker … For de lyver jo faktisk da.*

Eleven forklarer her at bevisstheten rundt bruken av uttrykkene vil forsterkes etter intervjuet, noe som kan indikere at eleven opplever lærdommen tilegnet gjennom intervjuet som nyttig og interessant. Dette underbygges av at eleven forklarer oppgavene og diskusjonen som nyttig, som tidligere nevnt. Den felles oppfatningen av elevenes opplevelse under intervjuet er at de syntes det var gøy, og at de vil tenke på uttrykkene på en annen måte i etterkant, slik elev 9 også forklarer. Når elevene kobler det de lærer til sitt eget liv og de ser nytteverdien av det, kan det føre til større motivasjon (Tiller, 2012, s. 284). Elev 9 forklarer indirekte at dette er noe som er relevant i det uformelle språket når eleven forklarer at den kommer til å legge merke til uttrykkene fremover. Det fremstår dermed interessant å vurdere om og hvordan dette kan brukes i et alternativt undervisningsopplegg.

Ved å trekke slike hverdagslige uttrykk inn i undervisningen er det tenkelig at det må tas ekstra hensyn til flerspråklige elever. Selv om matematiske symboler og representasjoner er internasjonale, kan språket skape spenninger, blant annet bruken av ordet «billion» som Gibbs & Orton (1994, s. 99) eksemplifiserer (se kap. 2.6). For flerspråklige elever vil det være spenninger mellom formelt og uformelt språk samt mellom språket elevene bruker hjemme og i skolehverdagen (Barwell, 2009, s. 161). Disse spenningene befinner seg innenfor en bred sosial kontekst, som inkluderer lokale og nasjonale språkpolitikker, statusen til forskjellige språk og den sosiale statusen knyttet til ulik språkbruk. Dette kan også sees i sammenheng med studien til Hjelmborg og Fleischer (2018) som viser at minoritetsspråklige i klasserom kan ha vansker med å koble matematikkspråket opp mot morsmålet.

Matematikkspråket trekkes frem som relevant i kjerneelementene og de grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget, som nevnt i kapittel 2.1.2. I læreplanen poengteres viktigheten av at elevene skal oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket (Kunnskapsdepartementet, 2019. Dette kan tolkes dithen at elevene skal utvikle formalismekompetanse. I tillegg skal elevene utvikle språket gjennom å benytte presise matematiske begreper og bruke dette språket i samtaler, argumentasjon og resonnement. Å poengtere hvordan matematikken brukes i hverdagsspråket er dermed et viktig element i undervisningen for å ivareta læreplanen. Læreplanen åpner også for å se forskjellene mellom matematikkspråket og hverdagsspråket slik denne studien gjør.

I overordnet del av læreplanen er kritisk tenking en del av opplæringens verdigrunnlag. Kritisk tenking «innebærer å bruke fornuften på en undersøkende og systematisk måte i møte med konkrete praktiske utfordringer, fenomener, ytringer og kunnskapsformer» (Kunnskapsdepartementet, 2017). Dersom elevene undersøker hvordan disse uttrykkene kan tolkes forskjellig ut fra matematikkspråket og hverdagsspråket, vil de undersøke fenomener og ytringer i konkrete praktiske utfordringer. Dersom elevene selv undersøker de ulike tolkningene, og ser likhetene og forskjellene, kan dette bidra til å gi rom for kritisk tenkning som en del av opplæringen.

Undervisning med slike uttrykk kan legges opp utforskende hvor elevene kan vurdere hvordan de ulike uttrykkene kan tolkes og bedømme tolkningene. Elevene kan jobbe både individuelt og i grupper, med tilknyttede klasseromsdiskusjoner, hvor målet med diskusjonene er å fremme de ulike tolkningene. Dersom undervisningen legges opp slik, er det også mulig å parallelt legge undervisningen opp til å bli diagnostisk. Da kan undervisningen avdekke misoppfatninger som elevene kan ha innenfor de ulike temaene, for eksempel når prosentbegrepet kun kan brukes opp til 100 % og når det kan brukes over 100 % i en korrekt matematisk kontekst. Det er også mulig å hente inspirasjon fra elevresonnementene som belyses i denne oppgaven knyttet til disse uttrykkene for å bevisstgjøre elevene om misoppfatninger eller alternative oppfatninger om begrepene.

I en klasseromsdiskusjon kan det likevel være viktig å poengtere at det ikke finnes et riktig svar på hvordan disse uttrykkene skal tolkes. Selv om det er mer naturlig å vise fram den korrekte matematiske måten som den mest riktige måten, har også den hverdagslige tolkningen verdi og må også vektlegges. Diskusjonen kan heller se på hvilke ulike tolkninger man kan tillegge uttrykkene fra ulike perspektiv. Ved denne fremtoningen vil vektleggingen være på å se likheter og forskjeller mellom matematikkspråket og hverdagsspråket, fremfor å vurdere hvilken tolkning som er mer korrekt. Det er tenkelig at dette er med på å knytte matematikkspråket og hverdagsspråket sammen, og å bruke de ulike språkene parallelt i et klasserom. Dette kan også være en fin øvelse mot å gjøre matematikkfaget mer muntlig hvor alle elevene kan bidra med sin tolkning av oppgavene. Slike diskusjoner kan bidra til å unngå at matematikk sees på som et huskefag, slik Herheim (2016, s. 129) beskriver, men heller som et fag som brukes i og rundt oss parallelt med hverdagsspråket.

6 Konklusjon

Problemstillingen for denne oppgaven var:

> Hvordan opplever elever forskjellene mellom matematiske begreper og hverdagslige uttrykk som benytter de samme begrepene, og hvilke utfordringer har elevene knyttet til dette?

Med påfølgende forskningsspørsmål:

- Hvordan forstår og tolker elevene hverdagslige ord og uttrykk som bruker matematiske begrep, hvordan begrunner de tolkningene sine og hvordan er elevenes tolkninger relatert til elevenes matematiske kompetanse?
- Hvilke forskjeller mellom matematikkspråket og hverdagsspråket beskrives av elevene?

Problemstillingen ble forsøkt besvart gjennom semistrukturerte, oppgavebaserte intervju med noen elever på 10. trinn. Gjennom intervjuene kom det fram ulike tolkninger og refleksjoner tilknyttet de valgte uttrykkene. Resultatene viser at ingen elever har en ren matematisk eller hverdagslig tolkning. Elevene veksler dermed mellom matematisk-tekniske register og hverdagsregister, både i oppgavedelen og når de skal begrunne tolkningene sine. Flere elever beskriver forskjellene mellom begrepenes betydning i hverdagsuttrykk kontra i matematikken som rare, men interessante. De påpeker at når begrepene brukes i matematikken er de mer presise enn når de brukes i hverdagsspråket, og at det derav kan være en forskjell i måten de tolkes på. Noen elever kommenterer også at forskjellene kan gjøre at vi lettere misforstår hverandre.

Et av funnene viser at noen av elevene benytter rent hverdagslig språk, men at enkelte elever også bruker avansert matematikk i sine hverdagstolkninger av begrepene. Et mer indirekte funn som kan knyttes til den normaliserte bruken av «110 %» viser at skillet mellom prosent som del av helhet og prosent i eksempelvis økning kan være mer utydelig. Uttrykkene kan på denne måten være interessant å gjøre videre forskning på.

Et annet funn viser at det kan være en sammenheng mellom hvordan elevene tolker uttrykkene og deres matematiske kompetanse. Resultatene kan indikere at elevene som ser nytteverdien av matematikk i større grad bruker matematiske registre i sine tolkninger og begrunnelser. Dette funnet viser en sammenheng mellom et mer fremtredende bruk av matematisk-teknisk register, konseptuell forståelse og formalismekompetanse. Resultatene og funnene viser på denne måten hvordan elevene opplever de valgte uttrykkene i studien.

6.1 Studiens begrensninger

Studien tar utgangspunkt i flere hverdagsuttrykk, men en begrensning i studien er at elevene bare får muligheten til å tolke uttrykket ut fra et gitt eksempel. Det er tenkelig at uttrykkene kan tolkes på forskjellige måter ut fra konteksten som uttrykket brukes i. For eksempel kan det være tenkelig at uttrykket «et par» kan tolkes på en annen måte hvis elevene skal ta noe til seg selv fremfor å gi noe til noen andre. Det er også tenkelig at uttrykket «et steinkast» kan tolkes på en annen måte ved bruk av et annet kartutsnitt eller ved et annet eksempel. Dette gjelder også oppgaven knyttet til uttrykket «i mils omkrets», som begrenser svaralternativene ved at størrelsen på kartutsnittet er forhåndsbestemt. Studien begrenser følgelig tolkningene og refleksjonene til de valgte eksemplene. Det må nevnes at studien baseres på et lite utvalg, og at studien også begrenses av utvalget. Dersom studien hadde blitt gjort større er det tenkelig at flere tolkninger kunne kommet frem.

Forskningen bærer også preg av utviklende intervjuteknikk og erfaring underveis. Som nevnt i kapittel 3.6 ble det underveis i forskningen avdekket et behov for å stille mer utdypende spørsmål til elevene og unngå fortolkende svar. Dette kunne vært avdekket ved å gjennomføre flere pilotintervju. Erfaringen bidro til å bedre intervjuteknikken underveis i intervjuene, men det resulterte også i at det ble noe skiftende i hvilken grad elevene ble bedt om å utdype utsagn. Dette anses derimot ikke som en fremtredende begrensning, da intervjuguiden ikke ble endret underveis. Elevene ble dermed spurt de samme spørsmålene, og deres intuitive tolkning er derav like gyldig uavhengig av oppfølgingsspørsmålene som ble stilt i etterkant.

6.2 Forslag til videre forskning

Med utgangspunkt i denne studien kan videre forskning baseres på å gjennomføre en større forskning hvor uttrykkene brukes samt å utvikle undervisningsopplegg knyttet til uttrykkene. Å gjennomføre et større forskningsprosjekt kan både bety å inkludere flere hverdagslige uttrykk som baseres på matematisk språk og tillegges ulike betydninger ut fra register, men også å inkludere flere eksempel hvor studiens uttrykk brukes. Det kan som nevnt være interessant å se om elevene velger ulike antall objekter ut fra om de skal gi eller ta, og om ulike kartutsnitt kan endre elevenes tolkning. Videre forskning kan dermed baseres på om ulike sammenhenger vil endre registeret som brukes for tolkningen. Det kan også være interessant å gjennomføre en komparativ studie ved ulike aldersgrupper for å vurdere om registrene endres etter alder. En annen tilnærming kan også være å gjennomføre en liknende studie, men med elever som ikke har norsk som morsmål. Da kan forskningen baseres på hvordan disse elevene tolker uttrykkene, og vurdere det opp mot de ulike spenningene mellom matematisk register, skoleregister og hjemmeregister som Barwell (2009, s. 161) beskriver.

Det kan også være interessant å knytte tolkninger av denne typen registerkonflikterende uttrykk inn i undervisningsopplegg. Ulike tilnærminger til undervisning med uttrykkene ble diskutert i kapittel 5.3. Som beskrevet i nevnte kapittel kan det være essensielt å være åpen for at det ikke finnes én riktig tolkning av uttrykkene, men at det er viktig å verdsette både matematiske og hverdagslige tolkninger for å skape åpne, gode klasseromsdiskusjoner.

Referanseliste

Abate, M., & Tovena, F. (2012). *Curves and surfaces*. Springer Science & Business Media.

Altay, M. K., Yalvaç, B. & Yeltekin, E. (2017). *8th Grade Student's Skill of Connecting Mathematics to Real Life.* doi:10.11114/jets.v5i10.2614

Barwell, R. (2005). Ambiguity in the mathematics classroom. I *Language and Education*, *19*(2), (s. 117-125).

Barwell, R. (2009). Summing up: Teaching and Learning Mathematics in a Multilingual World. I R. Barwell (Red.), *Multilingualism in Mathematics Classroom: Global Perspectives*. (s. 161-180). Multilingual Matters

Bjørndal, C. (2012). *Det vurderende øyet* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Brekke, G. (2002). Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk. I Læringssenteret. *Kartlegging av matematikkforståelse*. https://web01.usn.no/~panderse/KIMhefter/kimgammeldiag.pdf

Carpenter, T. P. (1986). Conseptual Knowledge as a Foundation for Procedural Knowledge: Implication from Research on the Initial Learning. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (S. 113-132). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison K. (2018). *Research Methods in Education* (8. Utg). Routledge

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geomemc Thought. I M. M. Lindquist (Red.), *Learning and Teaching Gemretry, K-12, 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 1-16). National Council of Teachers of Mathematics.

Datatilsynet. (u.å.). *Personvernprinsippene*. https://www.datatilsynet.no/rettigheter-og-plikter/personvernprinsippene/

Det norske akademis ordbok (NAOB). (u.å.). *Sirkelkomposisjon*. https://naob.no/ordbok/sirkelkomposisjon

Dingman, S. W., Kent, L. B., McComas, K. K., & Orona, C. C. (2019). *The language of mathematics education: An expanded glossary of key terms and concepts in mathematics teaching and learning*. BRILL.

Durkin, K. & Shire, B. (1991). Primary School Children's Interpretations of Lexical Ambiguity in Mathematical Descriptions. I UKLA, *Journal of Research in Reading (*s.46-55). https://doi.org/10.1111/j.1467-9817.1991.tb00005.x

Gibbs, W. & Orton, J. (1994). Language and Mathematics. I A. Orton & G. Wain (Red.), *Issues in Teaching Mathematics*, (s. 95-114). Cassel.

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis.* Cappelen Damm Akademisk.

Goldin, G. (2000). A Sientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research. I A. E. Kelly & R. A. Lesh (Red.), *Handbook of Recearch Design in Mathematics and Science Education* (s. 517-545).

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Fagbokforlaget.

Hana, G. M. (2016). Lærerens spørsmål – et virkemiddel til å være matematisk. I R. Herheim & M. Johnsen- Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring-analytiske perspektiv* (s. 155-168). Caspar Forlag.

Herheim, R. (2016). Matematikk som magi. I T. E. Rangnes & H. Alrø (Red.), *Matematikklæring for fremtida: Festskrift til Marit Johnsen*-Høines (s.129-146). Caspar Forlag.

Herheim, R. & Rangnes, T. E. (2016). Kritisk-matematisk argumentasjon og agens. I R. Herheim & M. Johnsen- Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring-analytiske perspektiv* (s. 107-122). Caspar Forlag.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2020). *Matematikk 9 fra Cappelen Damm: Grunnbok*. Cappelen Damm.

Hjelmborg, M., & Fleischer, A. (2018). En registeranalyse af centrale matematiske begreber i en grønlandsk kontekst. I *Nordisk matematikkdidaktikk*, *23*(3-4), (s. 143-163).

Hofstad, K. (2018). Steinkast. I *Store norske leksikon*. https://snl.no/steinkast

Johnsen-Høines, M. (1987). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for matematikk-undervisningen 1.-6. klasse*. Caspar forlag.

Johnsen-Høines, M. (2020). *Begynneropplæringen: matematikkdidaktikk - barnetrinnet*. Caspar forlag AS.

Jourdain, L., & Sharma, S. (2016). Language challenges in mathematics education: A literature review. I *Waikato Journal of Education*, *21*(2) (s. 43-56).

Kilpatrick, J., Hoyles, C., Skovsmose, O., & Valero, P. (2005). Meanings of meaning of mathematics. I *Meaning in mathematics education*, (s. 9-16).

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Research Council. Washington, DC: National Academy Press. https://doi.org/10.17226/9822

Kleven, T. A. & Hjardemaal, F. R. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolking og vurdering* (3. Utg.). Fagbokforlaget.

Korsbrekke, M. (2016). Så langt er et steinkast: Se hva eiendomsmeglere og bibelen sier. I *Dagbladet*. https://www.dagbladet.no/tema/sa-langt-er-et-steinkast/63236558

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Kvale, S. og Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.) Overs. T. M. Andersen og J. Rygge. Oslo: Gyldendal akademisk.

Lee, C. (2006). *Language for learning mathematics: assessment for learning in practice: Assessment for learning in practice*. McGraw-Hill Education (UK).

Lekaus, S., Lossius, M. E. H. (2022). Språksensitiv matematikkundervisning. Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning, 33(3), (s. 10–16).

Machaba, F., & Du Plooy, M. (2019). Mathematics and Mathematical Literacy on the career podium–sharing gold?. I *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *23*(3), (s. 363-375).

Matematikk.org. (u.å). *Ordliste*. https://www.matematikk.org/begreper/?tid=197775

Mejía-Ramos, J. P., & Weber, K. (2020). *Using task-based interviews to generate hypotheses about mathematical practice: mathematics education research on mathematicians' use of examples in proof-related activities*. ZDM Mathematics Education *52*, (s. 1099-1112). https://doi.org/10.1007/s11858-020-01170-w

Morland, E. (2022). A critical analysis of the benefits and problems of shifting in and out of mathematical register in a Year 9 class. *Journal of Trainee Teacher Educational Research, 13* (s. 235-268). https://doi.org/10.17863/CAM.84205

Mosvold, R. (2007). Teaching «Mathematics in Everyday Life». I C. Bergsten, B. Grevholm, H. S. Måsøval og F. Rønning, *Relating Practice and Research in Mathematics Education: Proceeding of NORMA 05, Fourth Nordic Conference on Mathematics Education, 2007* (s. 389-399).

NESH. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora. *Den nasjonale forskningsetiske komite*.

Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark. http://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf

Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*. (s. 9-28). https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

Prediger, S., & Wessel, L. (2011). Relating registers for fractions–multilingual students on their way to conceptual understanding. I *Proceedings of the 21 ICMI study conference* (s. 324-333).

Prediger, S., & Wessel, L. (2013). Fostering German-language learners' constructions of meanings for fractions—design and effects of a language-and mathematics-integrated intervention. I *Mathematics Education Research Journal*, *25*(3), (s. 435-456).

Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. I

Reading & Writing Quarterly, *31*(3), (s. 235-252). https://doi.org/10.1080/10573569.2015.1030995

Ridderstrøm, H. (2020). *Drøfting og argumentasjon*. I bibliotekarstudentens nettleksikon om litteratur og medier. https://www.litteraturogmedieleksikon.no/gallery/drofting_og_argumentasjon.pdf

Roos, H. & Trygg, L. (2018). Begrepp och representationer. http://lnu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1251097/FULLTEXT01.pdf

Schleppegrell. (2007). The Linguistic Challenges of Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. I *Reading & Writing Quarterly*, *23*(2), s. (139–159). https://doi.org/10.1080/10573560601158461

Schoenfeld, A. H. (1986). On Having and Using Geometric Knowledge. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (S. 225-264). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Seethaler, P. M., Fuchs, L. S., Star, J. R., & Bryant, J. (2011). The cognitive predictors of computational skill with whole versus rational numbers: An exploratory study. I *Learning and Individual Differences*, *21*(5), (s. 536-542). https://doi.org/10.1016/j.lindif.2011.05.002

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), (s. 20-26).

Sollid, H. (2013). Intervju som forskningsmetode i klasseromsforskning. I M. Brekke & T. Tiller (Red.), *Læreren som forsker: Innføring i forskningsarbeid i skolen* (s. 124-137). Universitetsforlaget.

Stengrundet, S. & Valbekmo, I. (2019). Begrepslæring og begrepsforståelse i matematikk. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-03/T3.P1.M2A%20Begrepsl%C3%A6ring%20og%20begrepsforst%C3%A5else%20i%20matematikk.pdf

Tiller, T. (2012). Når skolen skulker sin omverden. I S. Jentoft, J.-I. Nergård & K. A. Røvik (Red.), *Hvor går Nord-Norge?* (s. 127-136). Orkana forlag as.

Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Wain, G. (1994). Mathematics Education and Society. I A. Orton & G. Wain, *Issues in Teaching Mathematics* (s. 21-33), Cassel.

VEDLEGG 1: Intervjuguide

INTERVJUGUIDE

Utgangspunktspørsmål:

- Hva synes du om matematikk?
- Har du bruk for matematikk?

<u>DEL 1 - oppgavebasert</u>

«Et par»

- Kan du gi meg et par av de der? (<20 små objekter som plasseres ved siden av eleven)

«110 %»

- Hva betyr det å være 110 % sikker på noe?

«I mils omkrets»

- Se på bildet til oppgaven. 1 cm på kartet er 2 km i virkeligheten. Hvor langt tror du at røyken er synlig? Tegn på kartutsnittet til oppgaven.

«Kvadrat»

- *Tegner et kvadrat, rektangel, parallellogram og trapes*. Hvilke/ hvilken figur er: Rektangel? Trapes? Parallellogram? Kvadrat?

«Å gå i sirkel»

- Hva vil det si å gå i sirkel? Viser løype rundt Prestvannet i Tromsø, se bilde til oppgaven. Hvis du går denne løypa, kan du si at du har gått i sirkel?

«Et steinkast»

- Hva er et steinkast? Oppgaven er hentet fra en boligannonse på Finn.no. I annonsen så står det at leiligheten kun ligger et steinkast unna Stavern sentrum. Se på kartutsnittet til oppgaven. Tenker du at et steinkast er riktig å bruke for å beskrive avstanden?

DEL 2

«Et par»

- Hvis eleven har svart med 2: Hvorfor 2? Kan flere svar også være riktig?
- Hvis eleven har svart med et annet antall: Hvorfor? Hva er et par? Partall? Hvorfor kan det du ha svart ikke være feil likevel?

«110 %»

- Kan man være 110 % sikker på noe?
- Er det forskjellig fra å være 100 % sikker på noe? 150 %?
- I denne sammenhengen sees prosent på som del av en helhet. For eksempel ei kake. Kan man for eksempel spise 110 % av ei kake?
- Når kan man bruke 110 %?

«I mils omkrets»

- Hvorfor tegnet du slik du gjorde?
- Hva er omkrets? Hva er en mil i omkrets da?

«Kvadrat»

- Er dette et rektangel også? (to og to sider er like lange og alle vinklene er 90°)
- Parallellogram? (to og to sider er like lange, to og to vinkler er like store)
- Trapes? (firkant med (minst) 2 parallelle sider)

«Å gå rundt i sirkel»

- Hva er en sirkel? (en kurve som består av alle punkter med samme avstand fra et fast punkt, sirkelsentrum).
- Hva er forskjellen på å gå i sirkel og en sirkel?

«Et steinkast»

- Hva er et steinkast? Hvor langt?
- Vet du definisjonen på et steinkast (like langt som en voksen mann kan kaste en nevestor stein, en trygg avstand mellom hus hvis brann. 35-75 meter)?
- Hva synes du om at «et steinkast» blir brukt i boligannonser?

Ekstra spørsmål:

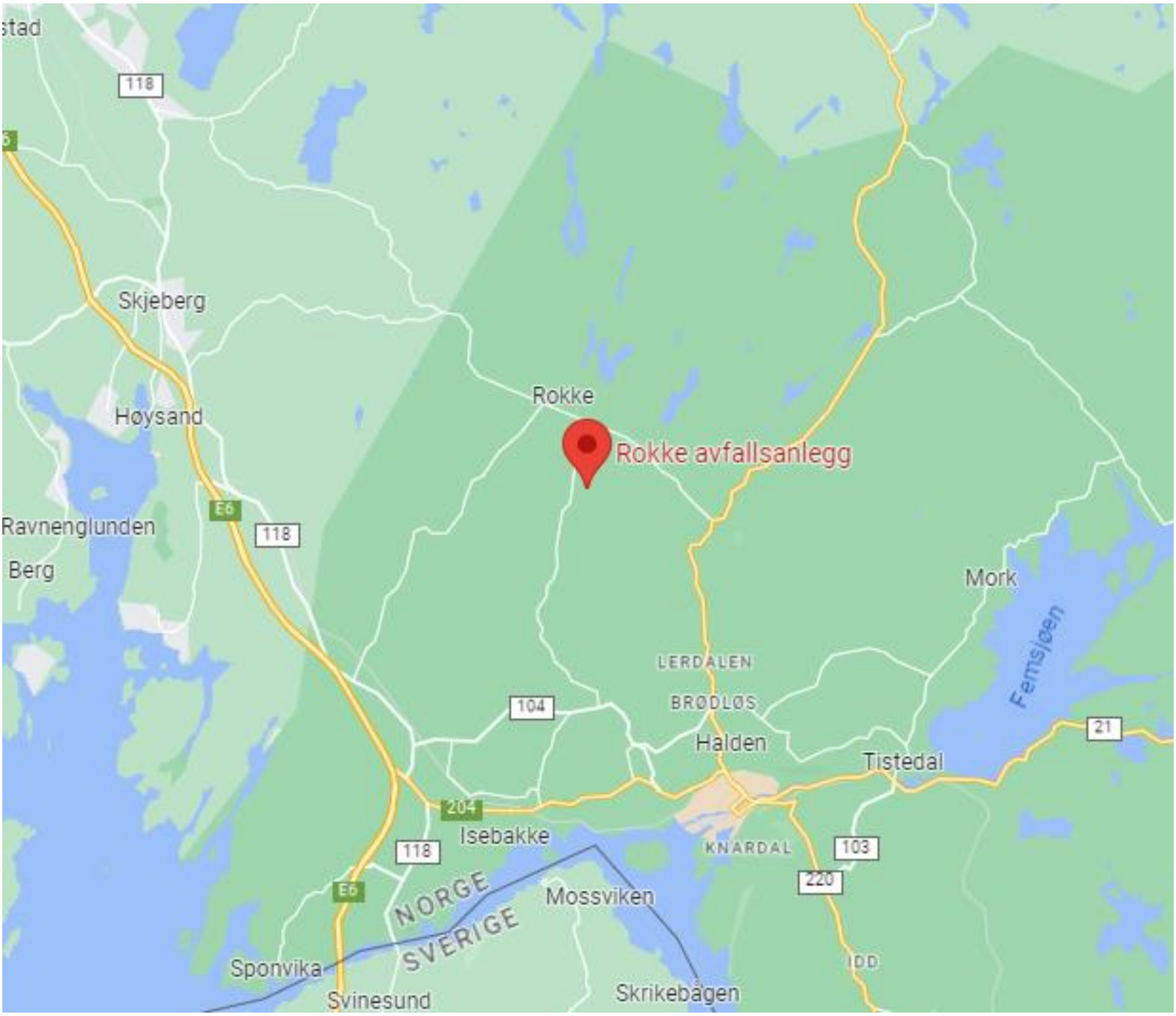
- Hva tenker du om slike begrep som har forskjellig mening i matematikk og i hverdag?

Bilde til oppgave 3:

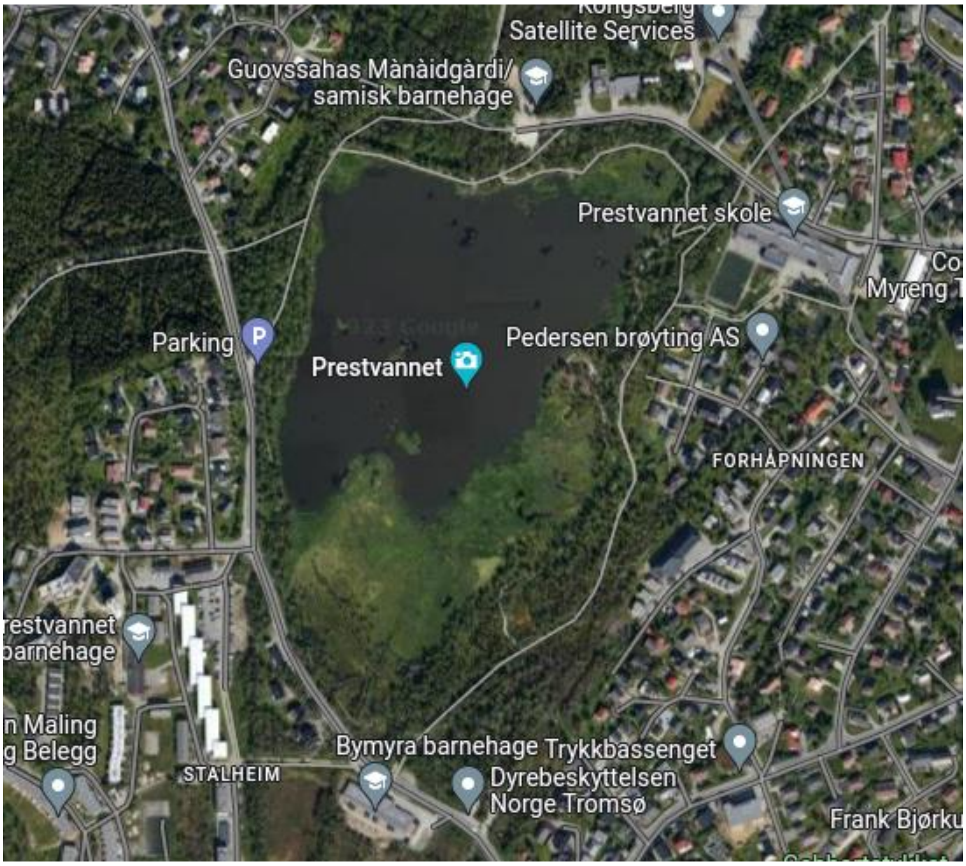
Røyk synlig i mils omkrets - brann i avfallsanlegg i Østfold

Politiet ber folk om å lukke vinduer og slå av ventilasjonsanlegg etter at det begynte å brenne i et avfallsanlegg utenfor Halden. Ingen personer skal være skadet, men brannen fører til store mengder røyk.

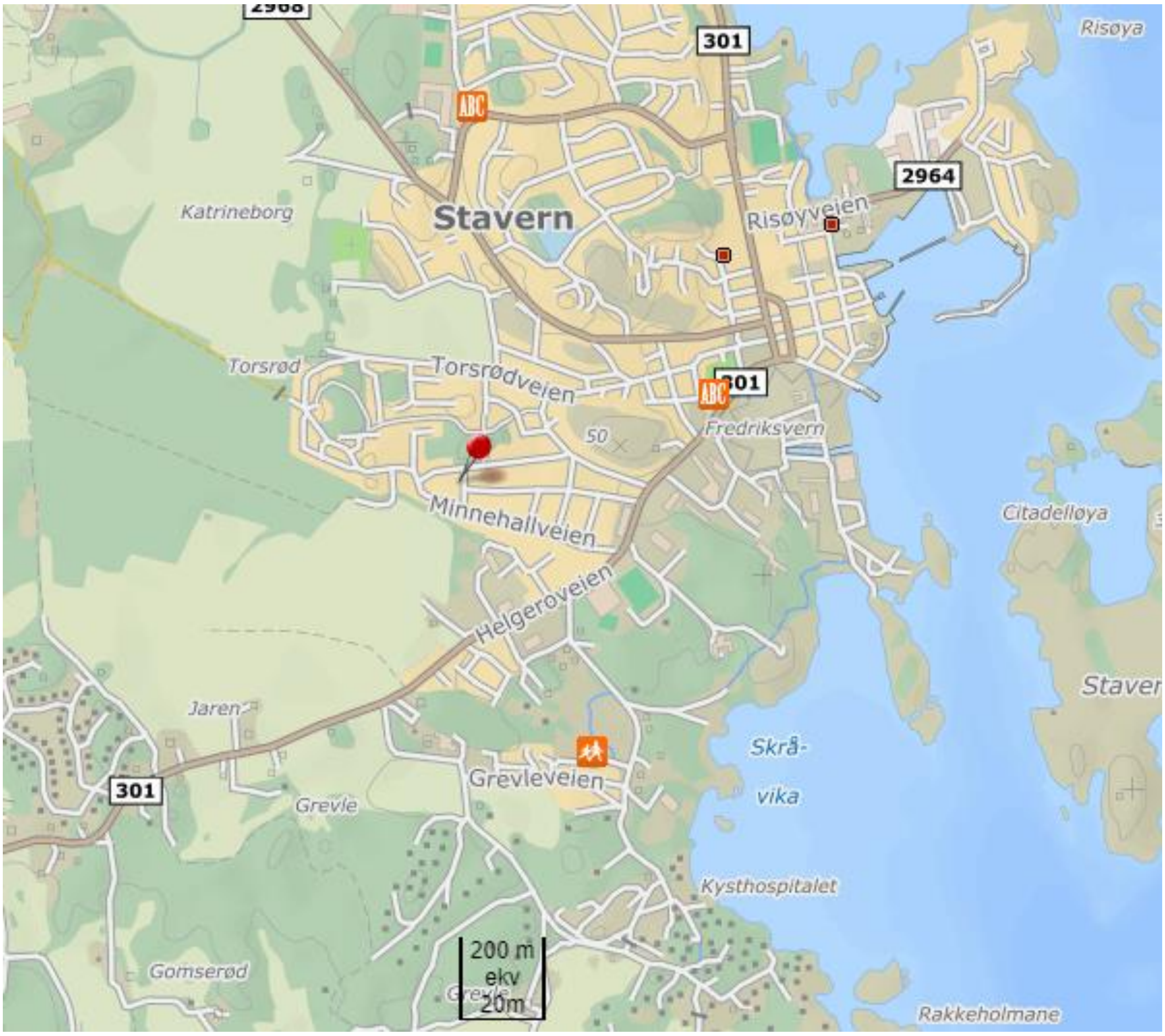
Kartutsnitt til oppgave 3:



Bilde til oppgave 5:



Kartutsnitt til oppgave 6:



VEDLEGG 2: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Hverdagsspråk og matematikkspråk"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke forholdet mellom matematikkspråk og språket man bruker i hverdagen. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med prosjektet er å skrive en masteravhandling i matematikkdidaktikk ved lærerutdanningen ved UiT.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
UiT – Norges arktiske universitet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Jeg vil gjerne snakke med noen elever på 10. trinn om hva de synes om matematikk og matematikkspråk i forhold til hverdagsspråk.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du stiller til et intervju med meg. Intervjuet varer maks en halvtime. Jeg tar lydopptak og notater under intervjuet, men filmer ikke. Intervjuet vil foregå på skolen, men det vil ikke ha innvirkning på dine resultater på skolen og du vil heller ikke få fravær fra timen du hentes ut i.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Din deltakelse i prosjektet vil være helt anonym. Det vil ikke være mulig å identifisere deg i noen publikasjoner basert på prosjektet.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes senest 31.12.2023. Ved prosjektslutt vil alle personopplysninger og lydopptak slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra UiT – Norges arktiske universitet har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Julie Helen Olsen Vollstad (masterstudent) (jvo016@uit.no)
- UiT – Norges arktiske universitet ved Arne Hole (arne.hole@ils.uio.no)
- Vårt personvernombud: Joakim Bakkevold (personvernombud@uit.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Julie Helen Olsen Vollstad	Arne Hole
(Masterstudent)	(Veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Hverdagsspråk og matematikkspråk», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles fram til prosjektet er avsluttet.

(Signatur elev, dato)

(Signatur foresatte, dato)

VEDLEGG 3: NSD – vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer
123279

Vurderingstype

Standard

Dato

20.11.2022

Prosjekttittel

Hverdagsspråk og matematikkspråk

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig

Arne Hole

Student

Julie Helen Olsen Vollstad

Prosjektperiode

01.10.2022 - 31.12.2023

Kategorier personopplysninger

- Alminnelige

Lovlig grunnlag

- Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 31.12.2023.

Kommentar

OM VURDERINGEN

Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket. Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG

Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger om skoleelever på 10.trinn, med aldersspenn 14-16 år, fram til dato 31.12.2023.

LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER

Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om: lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13. Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20). Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32). Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med. For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilken type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Anne Marie Try Laundal

Lykke til med prosjektet!