UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning

«Ka sei elevan…»

En kvalitativ case-studie om elevers kommunikasjon med arbeid ved vertikale tavler

Silje Helen Akselsen og Theresa Oxem

Masteroppgave i matematikkdidaktikk, LER-3903, mai 2023

Forord

Denne masteren setter punktum for vår videreutdanning som lærere ved UiT – Norges arktiske universitet. Lærerspesialistutdanninga og masterprogrammet i matematikkdidaktikk har gitt oss tre verdifulle år sammen med opp- og nedturer, og har kanskje vært de tøffeste årene i våre liv på godt og vondt.

Først vil vi takke hverandre for et fantastisk faglig samarbeid som har gitt oss mye verdifull læring og kunnskap innen matematikk og livet generelt. Sjøl om vi bare har møtt hverandre fysisk på samlinger, så har det vokst fram et fabelaktig og uvurderlig vennskap mellom oss som har vært med på at vi sto han á.

Vi ønsker å takke våre dyktige veiledere ved UiT – Norges arktiske universitet, som fikk oss igjennom dette «master-svangerskapet». Både Monica Nymoen Hansen og Ove Gunnar Drageset fortjener stor applaus for å ha stilt opp til alle døgnets tider, hverdag som helg, med masse kunnskap og råd i tillegg til konstruktive diskusjoner og positive tilbakemeldinger i prosessen.

Tusen takk til våre familier for støtte, oppmuntring og for tilsyn og pass av barn og hunder. Stor takk til Lea for alt du har bidratt med. Uten din hjelp, ingen master. Alpha og Mali trenger en takk for at de dro oss ut på tur når vi trengte det som mest.

Til minne om engelen Mats

Ingen andre var som du, ingen i hele verden

Din mamma

Silje Helen Akselsen og Theresa Oxem

Hesseng / Steiro, mai 2023

Sammendrag

Vår masteroppgave setter søkelys på den matematiske kommunikasjonen mellom elever. Målet er å få en dypere innsikt i hvordan samtalene mellom elevene foregår i klasserommet når det arbeides med vertikale tavler. Problemstillinga vår er *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»*. I det teoretiske rammeverket presenteres teori om sosiokulturelt læringsperspektiv og det redegjøres for Fagfornyelsen LK20. Vi belyser verbal og non-verbal kommunikasjon sett opp mot Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk i tillegg til Brendefur og Frykholm (2000) sine fire nivåer for kommunikasjon. Avslutningsvis knyttes dette opp mot Liljedahls (2021) sitt tenkende klasserom.

Forskningsprosjektet vårt er en kvalitativ, ikke-eksperimentell case-studie som ble gjennomført med observasjon kombinert med video- og lydopptak. Utvalget i studien består av en lærer som tilfredsstilte våre krav. Klassen som ble valgt passet også til våre ønsker. Datamaterialet består av fem undervisningstimer der vi valgte å benytte problemløsningsoppgaver. Våre data ble transkribert, kodet og kategorisert ut fra rammeverket til Røsseland et al. (2022), før elevutsagnene ble analysert. Med bakgrunn i empiri, måtte vi justere rammeverket underveis ved å legge til kategorier og undergrupper tilhørende de opprinnelige kategoriene.

Da samhandlingene mellom deltakerne i diskursen hadde gjensidig påvirkningskraft, kan de ikke forstås isolert. Kommunikasjonsmønsteret ble derfor identifisert ved å studere interaksjonene mellom elevene. Når elevene slapp til uten en lærer som la føring og styrte samtalene, observerte vi elever som vurderte, forklarte og kom med forslag. Arbeidet med vertikale tavler kan ses på som en dynamisk prosess. Språket til elevene vekslet mellom matematisk og ikke-matematisk innhold, iblandet sosialt småprat som drev samtalen og elevarbeidet videre.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Introduksjon

Vår erfaring er at manglende kommunikasjon har og har hatt stor betydning for elevers begrensende matematiske utvikling. Kommunikasjonens form og posisjon har i løpet av årene heldigvis endret seg innenfor matematikkfaget. Det eksisterer mange forskjellige måter å kommunisere mellom lærer – elev og elev – elev, der nyere forskning viser hvor viktig kommunikasjon og samhandling mellom elevene er. Det forskerne er enige om, er at gode matematiske samtaler er viktige for at elever skal utvikle matematisk kompetanse (Drageset, 2016, s. 12).

1.1 Bakgrunn for studien

Tradisjonelt har matematikk vært et fag som har bestått av oppgaveløsning der læreren har forklart ny innlæring på tavla framme i klasserommet, før elevene har prøvd å kopiere dette i kladdebøkene, sittende på sine respektive plasser (Alrø & Skovsmose, 2002). Kommunikasjonen har ofte vært ensrettet monolog fra læreren og vi ser stadig vekk at matematikklærere fortsatt benytter seg av IRE-mønsteret i sin kommunikasjon med elevene. IRE-mønsteret er et av de mest kjente og brukte kommunikasjonsmønstre i matematikk-klasserommet (Cazden, 1988). Wells (1993) anslår at IRE-mønsteret utgjør omtrent 70 % av kommunikasjonen i matematikk. Det kan være problematisk å utøve IRE-mønster, hvis vi kun ser på det fra en læringssynsvinkel (Skott et al., 2016, s. 266). Elevenes mulighet til å lære begrenses, samtidig som lærerens mulighet til å forstå hvordan elevene tenker reduseres (Skott et al., 2016, s. 266).

Slik var også vår hverdag før vi startet på lærerspesialistutdanninga. Vi benyttet IRE-mønsteret, der vi både hintet og forenklet spørsmålene for å lede elevene til korrekt svar. Avga elevene ønsket svar, bekreftet vi dette, før vi styrte undervisninga videre. En slik måte å lede undervisning på, kan over tid føre til deduktiv læring som er med på å senke elevenes kognitive evner (Skott et al., 2016, s. 241–245). Cazden (1988) beskriver at igjennom slik kommunikasjon, blir fokuset sentrert direkte på svaret i stedet for refleksjonene rundt prosessen for å finne løsning. Her bestemmer læreren retninga på undervisninga, noe som fører til asymmetrisk maktfordeling mellom lærer og elev (Cazden, 1988).

Vår erfaring er at mange elever, både i barneskolen og ungdomsskolen, ikke deltar i matematiske diskusjoner og derfor ikke lærer å argumentere eller resonere i matematikk slik det er beskrevet i kjerneelementene i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2019b). De arbeider stort sett individuelt og blir sjelden utfordret til å diskutere og forklare matematikk muntlig. Når vi leser LK20, ser vi at IRE-mønsteret ikke er med på å utvikle elevenes kompetanse innenfor den grunnleggende muntlig ferdighet eller kjerneelementene resonnement og argumentasjon slik intensjonen er i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2019c; Utdanningsdirektoratet, 2019).

Dialog mellom elever er sentralt i sosial læring og dermed også faglig læring. For å få elevene til å delta i matematiske diskusjoner og faglige samtaler, må læreren legge til rette for et godt klassemiljø. Elevene skal føle seg trygge og forstå at deres bidrag er verdifulle. Franke et al. (2007) beskriver at sosiale normer styrer samhandlingene mellom elevene og påvirker dermed det matematiske arbeidet (Franke et al., 2007). Overordnet del i fagfornyelsen påpeker også at læreren er ansvarlig for elevenes trygghet til å ytre sine meninger (Utdanningsdirektoratet, 2019d). Yackel og Cobb (1996) har definert spesifikt de normene vi finner knyttet til matematikkfaget. Disse normene kalles for sosiomatematiske normer og de kan enten ivareta eller dempe kommunikasjonen mellom elevene (Yackel & Cobb, 1996).

Vi ble introdusert til nyere forskning gjennom lærerspesialistutdanninga, som omhandler metoder for å hjelpe elevene til å kommunisere muntlig. Metodene vi ble presentert og arbeidet med, var blant annet målrettet samtale, samtaletrekk og mestre ambisiøs matematikkundervisning (MAM). Alle disse metodene setter søkelys på hvordan læreren skal få elevene til å kommunisere verbalt og dermed bidra til å øke elevenes evne til blant annet å argumentere og resonnere. I tillegg til metoder for å fremme muntlig kommunikasjon, ble vi presentert for Peter Liljedahl og hans forskning (Liljedahl, 2021). Resultatet fra forskninga hans ble 14 praksiser som læreren kan benytte for å fremme en klasseromskultur der elevene er engasjert og tenker kreativt gjennom kommunikasjon med medelever (Liljedahl, 2021, s. 57-64). Ved å benytte nevnte metoder og praksiser i klasserommet, vil læreren fjerne seg fra IRE-mønsteret og være med på å bidra til at elevene får mulighet til å benytte mer muntlig kommunikasjon i klasserommet (Liljedahl, 2021; Alrø & Skovsmose, 2002; Wæge, 2015; matematikksenteret.no, u.d.).

Vi har opp gjennom årene observert store variasjoner i hvilken grad elevene er faglig muntlig, der noen elever prater hele tida, både argumenterer og resonnerer. Andre igjen kan gjenta eller repetere med egne ord. Mens enkelte føyer kun til momenter i samtalen. I tillegg har vi den tause eleven, som nær sagt aldri sier noe eller ikke klarer å gjenta det som allerede er sagt. Ut fra dette har vi valgt å innføre metodene vi lærte i videreutdanninga i våre klasserom og ser faglig muntlig utvikling blant elevene.

Gjennom videreutdanninga vår har vi hele tida hatt fokus på hvordan læreren fremmer den muntlige kommunikasjonen hos elevene, noe det er forsket og skrevet mye litteratur om. Vi ønsket derfor å studere samhandlingene mellom elever og finne ut hva som kjennetegner deres samtaler innen matematikk. Det vi erfarte gjennom masterarbeidet er at det eksisterer lite forskning og litteratur innen kommunikasjon mellom elever.

1.2 Problemstilling

I løpet av lærerspesialistutdanninga ble vi tidlig interessert i Liljedahl (2021) og hans forskning på «*Building Thinking Classroom*». En av praksisene han benytter for å få til et tenkende klasserom, fenget vår oppmerksomhet. Praksisen er vertikale tavler og er en spesiell tavle som henger på veggen der overflata er glatt og hvit, og man kan skrive eller tegne med spesielle tusjer som har blekk som lett kan tørkes bort. Arbeid med vertikale tavler skjer stående i grupper av elever med optimalt tre elever per tavle. Vertikale tavler er et verktøy som er med på å bidra til økt kommunikasjon i klasserommet (Liljedahl, 2021, s. 57–66).

I tillegg er vi nysgjerrig på kommunikasjonen som skjer mellom elevene i undervisninga. Vi har erfart, både gjennom studiet og utprøving på egen arbeidsplass, at vertikale tavler bidrar til endring i kommunikasjonsmønsteret hos elevene i klasserommet. Med kunnskap om hvor viktig klasseromssamtaler og kommunikasjon er, ønsker vi å studere elevinteraksjoner ved bruk av vertikale tavler. Grunnen til at vi ønsker å studere elevinteraksjoner ved bruk av vertikale tavler er at den kanskje viktigste delen av læringa i et tenkende klasserom foregår ved tavlene når elevene snakker sammen.

Vår problemstilling blir:

«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»

Verbalet i problemstillinga er «*kjennetegner*» som kan defineres som å karakterisere eller angi det særpregende ved noe (Det Norske Akademis ordbok, u.å.). Subjektet er *den matematiske* *kommunikasjonen*, som vil si at elevene bruker matematisk språk seg imellom i samtaler (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Objektet i setninga er *vertikale tavler* som da er et verktøy vi bruker for å fram den matematiske samtalen. Problemstillinga er fortsatt en fullstendig setning uten setningsleddet *mellom elever*. Det forteller oss at dette setningsleddet er med på å spisse problemstillinga – at den matematiske kommunikasjonen skal skje mellom elever (Riksmålsforbundet, u.d.).

1.3 Struktur

Masteroppgaven vår består av seks hovedkapitler med underkapitler. Bakgrunn for valgt tema og problemstilling presenteres i første kapittel, innledning. Kapittel to framstiller teorigrunnlaget som masteroppgaven er forankret i. Her presenteres teori om både verbal og non-verbal kommunikasjon og rammeverk for elevinteraksjon. Etter teorikapitlet beskrives studiens metodiske og empiriske valg. Her skisseres forskningsdesign, beskrivelse av metodiske valg og gjennomføring. Videre i kapitlet presenteres studiens validitet og reliabilitet samt etiske betraktinger som er hensyntatt. I kapitlet etter metode og empiri presenteres data og analysen vår. I femte kapittel drøftes funnene som framkom i kapittel fire. I siste kapittel besvares problemstillinga vår i form av en konklusjon med avsluttende refleksjon.

2 Teoretisk innramming

Målet med studien er å betrakte kommunikasjon mellom elever mens de benytter vertikale tavler i arbeidet. Den teoretiske innramminga vil ta utgangspunkt i studiens problemstilling som er: «*Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?*». Her vil teori og tidligere forskning om blant annet kommunikasjon, rammeverk for elevinteraksjoner og vertikale tavler, bli belyst.

Matematisk kommunikasjon går ut på at elevene benytter matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement (Utdanningsdirektoratet, 2019b). For at elevene skal få noe å diskutere seg imellom, må de ha noe å tenke på og Liljedahl (2021) uttrykker at det åpenbare valget da blir problemløsningsoppgaver. I tillegg trenger vi et rammeverk for å kategorisere dialogene mellom elevene.

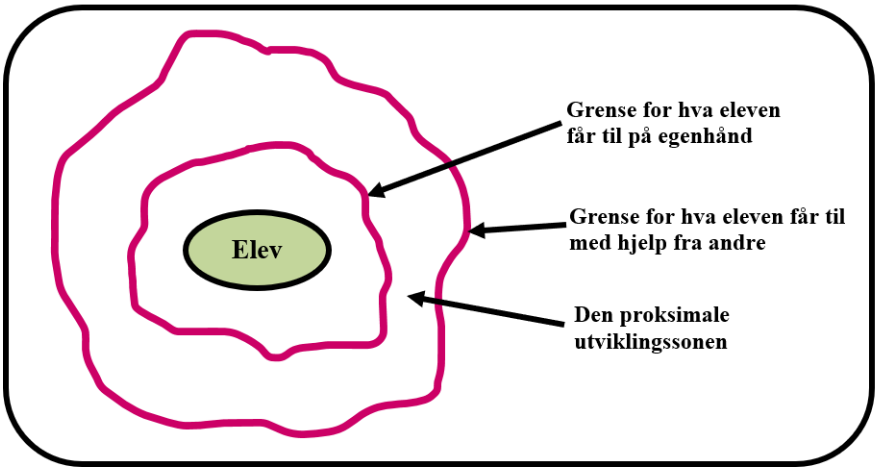
2.1 Sosiokulturelt læringsperspektiv

Læring kan beskrives som et fenomen som skjer i og med et menneske (Hinna et al., 2011, s. 872–873). Det vil si at det skjer noe i og utenfor den som lærer og at læring fører til et produkt eller resultat. Produktet kan være tilegnelse av kunnskap, ferdigheter og holdninger. Resultatet kan defineres som endring av praksis. Læringsprosesser tar tid og noen individer lærer fortere enn andre. Videre lærer noen mennesker best auditivt, andre visuelt, noen kognitivt mens noen lærer best taktilt. Uansett må læring ses i sammenheng med forutsetningene og motivasjonen til eleven samt læringsmiljøet på skolen. I tillegg kan to personer ha forskjellig læringsutbytte fra samme læringssituasjon (Hinna et al., 2011, s. 872–873).

Siden vi skal forske på elevinteraksjoner der elevene deltar aktivt i grupper på tre elever, ser vi at vi kan plassere forskninga vår inn i det sosiokulturelle læringsperspektivet. Hinna et al. (2011, s. 875–876) definerer det sosiokulturelle læringssynet som at elevene er aktive deltakere i læringsprosessen der de deltar for å tilegne seg kunnskap. I tillegg til at elevene er med i samtalene. Innen det sosiokulturelle perspektiv spiller både det sosiale og kulturelle en overordnet rolle i læringa (Hinna et al., 2011, s. 898–899). Det er fire kjennetegn på sosiokulturelt perspektiv. Det første kjennetegnet er at læring er grunnleggende sosial og at læring skjer gjennom samhandling mellom deltakerne. Læring påvirkes ikke bare av det sosiale, men er betinget av det. Her skjer læring i to steg: sosialt og kulturelt. Mennesket lærer igjennom tankearbeid etter at disse stegene har funnet sted. Det andre kjennetegnet er at læring skjer i en kontekst eller er situert. Konteksten læringa foregår i, har betydning for hva som læres og hvordan det læres. Det ideelle er at konteksten er realistisk. Hvis læringa er situert, betyr det at konteksten som læringa foregår i, har innflytelse på kunnskapen som tilegnes. Neste kjennetegn er at læring er mediert via både psykiske og fysiske verktøy, der språket er det viktigste verktøyet i læringsprosessen (Hinna et al., 2011, s. 899–907). Vygotsky (1978, s. 54) deler inn verktøyene i psykologiske tegn og fysiske redskaper. De psykologiske tegnene deler han inn i kultur, språk og intellekt. Mens fysiske redskaper, som også kan kalles hjelpemidler, kan være konkreter, passer eller linjal. De fysiske redskapene orienterer mennesket utover og er med på å påvirke eller endre menneskets oppfatning av omgivelsene. Psykologiske tegn er orientert innover og er med på å endre menneskets tankeprosesser (Vygotsky, 1978, s. 54–55). Det siste kjennetegnet på sosiokulturelt perspektiv er at læring og kunnskap er fordelt mellom deltakerne (Hinna et al. 2011, s. 899–907). Det vil føre til at fellesskapet har større mulighet til løse problemer enn hvis man arbeider individuelt (Hinna et al., 2011, s. 899–907).

Både Piaget og Vygotsky har laget utviklingsmodeller (Hinna et al., 2011, s. 907–908). Det er en forskjell mellom disse to modellene. Piaget sin modell er basert på biologisk modning. Vygotsky sin modell bygger på både biologisk modning og kulturell utvikling, der den kulturelle utviklinga er avhengig av språkutvikling. Dette betyr at Piaget mener at eleven må igjennom en viss biologisk modning før læring kan skje. Mens Vygotsky sier at læring går foran utvikling. Det begge har felles i sine modeller er at elevene må være aktive i læringsprosessene (Hinna et al., 2011, s. 907–908).

Vygotsky (1978, s. 89–93) mener at utviklinga av elever går fra det sosiale til det individuelle. Ut fra dette har han utviklet en modell, den proksimale utviklingssonen, som beskriver hva eleven klarer å gjennomføre alene og hva eleven kan få til med hjelp og støtte. Modellen er bygd opp av tre soner der den innerste sonen viser eleven. Seksjonen utenfor eleven viser hva eleven kan klare uten hjelp av andre. Utenfor dette området, vises hva eleven kan klare med hjelp. Mellomrommet mellom det eleven klarer uten hjelp og det han klarer med hjelp, kalles den proksimale utviklingssonen. Vygotsky forklarer modellen slik at læring først skaper et utviklingsrom for faglig forståelse, for så å lede forståelsen til utvikling av høyere psykologiske funksjoner (Vygotsky, 1978, s. 89–93). *Figur 1* viser visuelt hvordan Vygotsky beskriver den proksimale utviklingssonen.



Figur 1: Proksimale utviklingssonen (Vygotsky, 1978) – egenlaget figur

Hinna et al. (2011, s. 909) beskriver to pedagogiske forutsetninger knyttet til pedagogikken rundt den proksimale utviklingssonen. Den ene forutsetninga er at hjelperen til eleven må inneha mer kompetanse innenfor fagfeltet enn eleven. Vygotsky mener at denne personen bør være et voksent menneske. Jerome Bruner har utvidet det til å gjelde andre elever. Den andre forutsetninga er at elevene må få oppgaver med utfordringer, der de må strekke seg faglig. Utfordringene må verken være for store eller for små, slik at elevene gir opp eller kjeder seg (Hinna et al., 2011, s. 909).

2.2 Fagfornyelsen – LK20

Fagfornyelsen (LK20) består av en overordnet del som er felles for alle fag og inneholder i tillegg fagplaner og kjerneelementer i de ulike fagene (Utdanningsdirektoratet, 2019e). Den overordnede delen av LK20 presiserer at opplæringa på skolen skal sikre at elevene blir trygge språkbrukere, utvikler sin språklige identitet samt at språket benyttes til å tenke, skape mening, kommunisere og knytte bånd til andre (Utdanningsdirektoratet, 2019c). LK20 beskriver videre at sosial læring skjer både gjennom undervisning samt aktiviteter i skolens regi, siden faglig læring ikke kan isoleres fra sosial læring. Dialog mellom elever er sentralt i sosial læring og dermed også faglig læring (Utdanningsdirektoratet, 2019c). Vygotsky (1978) sine tanker samsvarer med det som er beskrevet i LK20 da han mente at læring er et resultat av menneskers samhandling i sine omgivelser (Vygotsky, 1978). Lærerne skal i møte med elevene, fremme kommunikasjon og samarbeid som skal gi elevene mot og trygghet til å ytre meningene sine (Utdanningsdirektoratet, 2019c). Skott et al. (2016, s. 235–236) skriver at det er viktig at læreren er oppmerksom på kommunikasjon i klasserommet. Han definerer to grunner til dette. Den første er at elevene dermed kan systematisere og videreutvikle sin faglige tenking ved hjelp av kommunikasjon. Det vil si at elevene besvarer oppgaven med hva de har gjort, samt hvorfor det skaper meining det som ble gjort. En annen grunn for å styrke kommunikasjon er at faglig kommunikasjon er et kjerneelement i tillegg til et middel for læring (Skott et al., 2016, s. 235–236). Drageset (2016) støtter at kommunikasjon i klasserommet betyr mye for læring av matematikk for elevene.

I forbindelse med Kunnskapsløftet LK06 kom de grunnleggende ferdighetene inn i læreplanen. En av de fem grunnleggende ferdighetene er den muntlige ferdigheten, som er viktig for blant annet elevens identitet og sosiale relasjoner. Muntlige ferdigheter presenteres i overordnet del og defineres som å skape mening gjennom samtaler i og om matematikk. Det betyr at elevene må prate sammen ved å utveksle idéer og drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger (Utdanningsdirektoratet, 2019d). Vygotsky støtter at elevene må være aktive i læringsprosessene (Hinna et al., 2011, s. 907–908). Det å inneha muntlige ferdigheter er også viktig for at eleven skal kunne delta i undervisning, arbeid og i samfunnet. Rammeverket for grunnleggende ferdigheter ble videreført fra LK06 og revidert i forbindelse med Fagfornyelsen (Utdanningsdirektoratet, 2017).

Kjerneelementene er en av de største endringene som kom inn i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2019b). De skal bidra til å framheve det viktigste fra hvert fag slik at elevene får nødvendig kunnskap for å mestre de ulike fagene. I matematikk er det første kjerneelementet utforsking og problemløsning og handler om at løsningsmetoder skal få like stor oppmerksomhet som svaret. Elevene skal utvikle metoder som gjør dem i stand til å løse ukjente problemer. Det andre kjerneelementet er modellering og anvendelser, som skal gi kunnskap i hvordan matematiske modeller kan benyttes til å beskrive samfunnet. Så kommer kjerneelement resonnering og argumentasjon, som omhandler å begrunne i tillegg til å forstå matematiske strategier og regler. Det fjerde kjerneelementet er representasjon og kommunikasjon, som skal bidra til at elevene lærer å bruke det matematiske språket i samtaler og argumentasjon, og dermed bli kjent med ulike måter å uttrykke matematikk på. Neste kjerneelement er abstraksjon og generalisering, hvor elevene skal få kunnskap og øvelse i bevis og bevisføring, hvordan man går fra konkrete beskrivelser til det mer generelle, ved blant annet bruk av formelt matematisk språk. Matematiske kunnskapsområder forklarer generelt hva matematiske temaer omfatter (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Flere av kjerneelementene fordrer til faglige samtaler i klasserommet. Eksempler er resonnering og argumentasjon samt representasjon og kommunikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

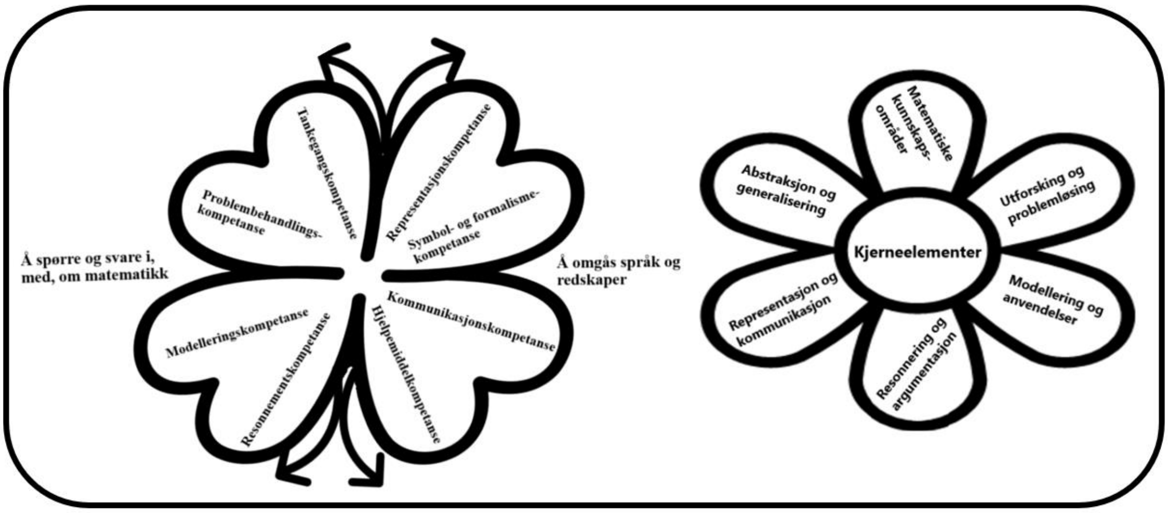
Kompetansemålene er et viktig begrep i opplæringa (Utdanningsdirektoratet, 2019b). De forteller hva elevene faktisk skal lære. Det er progresjon i kompetansemålene fra trinn til trinn. For grunnskolen oppgis kompetansemålene i matematikk for hvert trinn, fra 2. trinn til og med 10. trinn. Progresjon for stigende trinn kommer til uttrykk på forskjellige måter. En måte er ved hjelp av verb. Et eksempel er å reflektere over et tema hvor det i noen tilfeller er mer krevende enn å beskrive det samme temaet. Barn kan også reflektere, vurdere og utforske og derfor ser vi disse verbene også på de laveste trinnene, men da er oppgavene som utforskes og argumenteres mindre avanserte. Verbbruken i LK20 legger dessuten mer opp til at elevene skal kunne og vite, ikke bare arbeide med og møte, som har vært tendensen i tidligere planer. Progresjonen kommer ikke bare til uttrykk gjennom verb. Andre måter å uttrykke progresjon på er gjennom innhold og bruk av adjektiv og adverb – altså hva de skal reflektere over og på hvilken måte (Utdanningsdirektoratet, 2019b). *Tabell 1* viser et eksempel på progresjon i kompetanse innen geometri på forskjellige trinn.

Tabell 1: Eksempel på progresjon av tema geometri i kompetansemålene

	Kompetansemål i matematikk
Etter 2. trinn	• *utforske*, *tegne* og *beskrive* geometriske figurer fra sitt eget nærmiljø og *argumentere* for måter å sortere dem på etter egenskaper
Etter 4. trinn	• *utforske*, *beskrive* og *sammenligne* egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer ved å *bruke* vinkler, kanter og hjørner
Etter 6. trinn	• *beskrive* egenskaper ved og minimumsdefinisjoner av to- og tredimensjonale figurer og *forklare* hvilke egenskaper figurene har felles, og hvilke egenskaper som skiller dem fra hverandre
Etter 9. trinn	• *utforske* og *argumentere* for hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger

Her ser vi at verbene *utforske* og *beskrive* benyttes i tre av fire kompetansemål ved geometriske figurer. Progresjonen vises da ved at etter 2. trinn skal elevene tegne og beskrive, som anses som lettere enn å beskrive og sammenlikne som er verbene etter 4. trinn. Etter 6. trinn øker vanskelighetsgraden ved at elevene skal beskrive og forklare. Før de når toppen av progresjonskurven etter 9. trinn ved at de er kommet opp til å argumentere. I tillegg ser vi at progresjonen øker med økende trinn ved at det elevene skal lære, blir vanskeligere definert i kompetansemålene (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

Kjerneelementene i matematikk er inspirert av Niss og Jensen (2002) sine kompetanser innen matematikk. Disse kompetansene består av åtte kompetanseområder, der hvert område beskriver ulike former for matematiske aktiviteter. De åtte kompetansene deles så inn i to grupper hvor den ene gruppa er *å spørre og svar i, med, om matematikk* og består av tankegangskompetanse, problembehandlingskompetanse, modelleringskompetanse og resonnementskompetanse. Den andre gruppa *å omgås språk og redskaper* inneholder representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse (Niss & Jensen, 2002). Det er altså tydelige likheter mellom disse åtte kompetansene og de seks kjerneelementene som er presentert for matematikk i LK20. *Figur 2* viser de matematiske kompetansene til Niss og Jensen og kjerneelementene fra LK20.



Figur 2: De matematiske kompetansene (Niss & Jensen, 2002) og kjerneelementene (LK20) – egenlaget figur

Skemp (1976) skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse i matematikk. Instrumentell forståelse kjennetegnes ved å kunne regler, formler og algoritmer for å kunne løse de matematiske oppgavene. Eleven lærer prosedyren mekanisk og forstår ikke hvorfor den fungerer. Dersom konteksten er kjent, vil elevene ved å bruke algoritmene finne den riktige løsningen. Problemene dukker derimot opp når elevene står overfor en ukjent kontekst der algoritmene ikke lenger fungerer slik de er vant med. En slik type matematisk forståelse har vært den dominerende innlæringsmetoden og opptrer gjerne sammen med IRE-mønster. Ved relasjonell forståelse vet eleven hva han gjør og hvorfor. Dette er ikke nødvendigvis den mest effektive metoden, men det er metoden som gjelder for at elevene skal forstå sammenhengen mellom operasjoner. Elevene som har utviklet relasjonell forståelse i matematikk, kan sammenhengene og relasjonene mellom de forskjellige stegene i algoritmen. Relasjonell forståelse hjelper læreren å forstå hva elevene tenker (Skemp, 1976). LK20 legger vekt på at elevene skal oppnå størst mulig grad av relasjonell forståelse i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

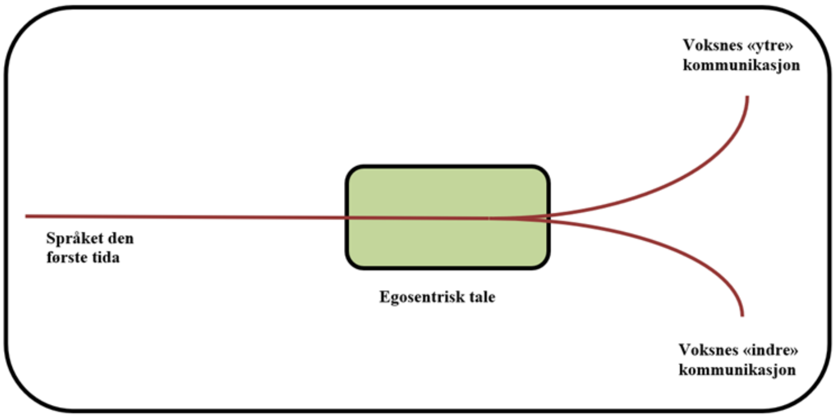
Alseth (2009) mener at elevene ikke er vant til å forklare tenkemåten sin muntlig. Han beskriver at matematikktimene ofte handler om å finne korrekt svar på oppgaven ved bruk av en bestemt metode, så kjapt som mulig (Alseth, 2009). Denne måten å arbeide på samsvarer med det Skemp (1976) kjennetegner som instrumentell forståelse. Alseth (2009) kommenterer at denne måten å arbeide med matematikk ikke fører til at elevene ser hvordan og hvorfor de trenger å resonere og argumentere med og om matematikk. For å bryte en slik tradisjon, er det viktig å skape en klasseromskultur der elevene føler seg trygge og dermed kan uttrykke seg matematisk gjennom argumentasjoner og resonnement (Alseth, 2009). Ved å få elevene til å argumentere og resonnere, vil elevene inneha mer relasjonell forståelse (Skemp, 1976). Ved mer relasjonell forståelse, vil elevene utvikle sine ferdigheter innen kjerneelementene argumentasjon og resonnering (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

Å kommunisere i matematikk er viktig for å utvikle matematikkunnskapene sine. Faget matematikk skal bidra til elevers utvikling av språk for resonnering, kritisk tenking og kommunikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Gjennom faget skal elevene forberedes til å møte et samfunn i stadig utvikling, der utforskning og problemløsning stadig blir viktigere. I tillegg skal faget bidra til at elevene skal kunne arbeide sjølstendig, men samtidig utvikle evnen til samarbeid med medelever (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Dette betyr at elevene bruker kommunikasjon og det matematiske språket når de samtaler, argumenterer og resonnerer.

2.3 Kommunikasjon

Kommunikasjon stammer fra det latinske ordet «*communicare*» og betyr å gjøre felles (Allott, 2023). Ordet kan også bety å melde, meddele og underrette. Kommunikasjon er en betegnelse på overføring og/eller utveksling av informasjon og/eller kunnskap mellom individer. Det kreves en avsender, en beskjed og en mottaker av beskjeden for at kommunikasjon skal finne sted. Det er vanlig å dele kommunikasjon inn i verbal og non-verbal kommunikasjon, der formålet er å formidle informasjon (Allott, 2023).

Kommunikasjon mellom mennesker er et fundamentalt behov for oss individer og er en grunnleggende begavelse for menneskene (Røkenes & Hanssen, 2012, s. 41). Mennesker kommuniserer og lærer gjennom språk og tegn for å formidle et budskap og i tillegg påvirke andre personer (Phelps et al., 2017). Vygotsky (1978) mener at den intellektuelle utviklinga springer ut fra språk, som sosialt fenomen og at det spirende språket er grunnmuren for tenking. Videre mener han at språket har to funksjoner. I starten av språkutviklinga sitter småbarn ofte ved siden av hverandre, men prater kun med seg sjøl. Dette kaller Vygotsky for egosentrisk tale og er en ren sosial aktivitet. Etter hvert deles språkfunksjonen seg i to, et sosialt språk til kommunikasjon og en egosentrisk indre tale som danner tankene. Vygotsky er tydelig på at mennesker oppnår kunnskap og ferdigheter gjennom sosial interaksjon med andre (Vygotsky, 1978). *Figur 3* viser visuelt hvordan Vygotsky beskrev funksjonene til språket.



Figur 3: Språkets funksjoner (Vygotsky, 1978) – egenlaget figur

Bambaeeroo og Shokrpour (2017, s. 53) støtter Vygotsky i at kommunikasjon bidrar til sosial utvikling. De poengterer videre at kommunikasjon er kilden til utvikling av kulturen og det mentale hos mennesket. Mangel på kommunikasjon bidrar til en statisk tilstand i menneskets liv som igjen forhindrer enhver form for sosial utvikling (Bambaeeroo & Shokrpour, 2017, s. 53). Røkenes og Hanssen (2012, s. 41) skriver at når mennesker kommuniserer med hverandre, skapes og utveksles det meninger i en sosial situasjon. Det vil si at folk deler meninger og opplevelser med hverandre og dermed skaper en felles side ved vår egen verden (Røkenes & Hanssen, 2012, s. 41).

Norén og Thornberg (2016) påstår at elevers møter med kommunikasjon i matematikkfaget kan påvirke deres oppfatning og holdning om faget, og på sikt også deres læring i faget. Normene som råder i klasserommet er ofte uuttalte og kan påvirke kommunikasjonen mellom elev-lærer og/eller elev-elev. Noen elever som blir oppmuntret til å være med i samtaler, kan komme med initiativ, argumenter og delta i felles samtaler. Mens andre elever som sliter med å forstå regler som gjelder for kommunikasjon, kan oppleve at de blir usikre, som igjen kan medføre til at matematikken kommer i andre rekke (Norén & Thornberg, 2016). Dette er i tråd med LK20 som poengterer at opplæringa på skolen skal bidra til at elevene blir sikre og trygge språkbrukere (Utdanningsdirektoratet, 2019c). Ut fra dette ser vi viktigheta av å skape normer i klasserommet slik at elevene tør å ytre sine tanker og meininger.

Yackel og Cobb (1996) poengterer at både sosiale og sosiomatematiske normer påvirker læringsmiljøet i en klasse. Sosiale normer opptrer i alle fag og handler om hvordan lærere starter individuelt eller gruppearbeid, hvilke allmenne regler som eksisterer for å fordele samtalene i undervisninga samt hvordan elevene skal argumentere for sin meining i klassen. Sosiomatematiske normer handler om det som skjer i matematikktimene og er spesifikke for både elevenes og lærerens matematiske aktiviteter. Disse normene beskriver hva som kan regnes og vurderes som en løsning på et matematisk problem, hva som er en effektiv løsning, hva som er godkjent som forklaring eller bevis samt vurdere matematiske forskjeller og ulikheter. Videre sier Yackel og Cobb (1996) at lærer og elever forhandler om oppgavenes meninger og løsninger. Ofte er det bare en løsningsmetode i læreboka og da benytter elevene denne. Oppmuntres de ikke til kommunikasjon om forskjellige måter å løse oppgaver på, kan den sosiomatematiske normen bli at det er løsningsstrategien til læreboka som gjelder (Yackel & Cobb, 1996).

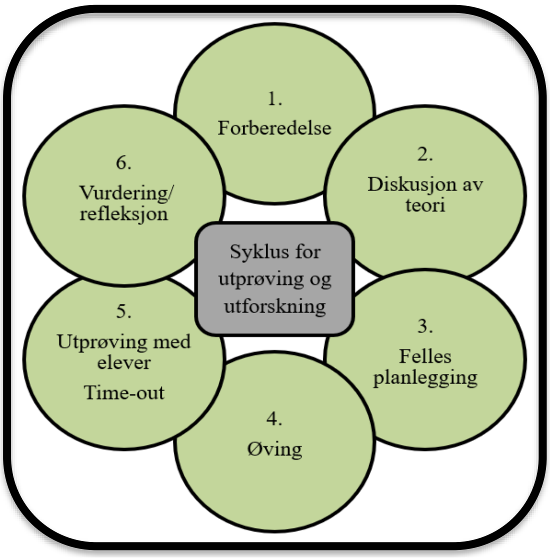
Kilhamn (2011) beskriver at sosiomatematiske normer er koblet sammen med matematiske klasseromsaktiviteter og matematisk kommunikasjon. Videre skriver hun at hvorvidt elever liker å arbeide med åpne oppgaver, henger sammen med hvilke sosiomatematiske normer som råder i klassen. Det er det sosiale samspillet i klassen som etablerer normene i fellesskap. Normene er dynamiske og spesifikke for en bestemt gruppe elever og lærer og er oftest uuttalte eller usynlige, helt til normene endres eller brytes (Kilhamn, 2011).

Domínguez (2004, s. 67–68) har kommet fram til at matematikkelever benytter både verbal og non-verbal kommunikasjon ved problemløsning gjennom sin forskning. Læreren får en bedre forståelse av hva elevene kan faglig når de benytter både tale og gester, enn når kun en kommunikasjonsform benyttes alene. Videre henviser han til liknende forskning som viser at non-verbal bevegelse er med på å forbedre forståelsen av komplekse geometriske former ved kommunikasjon. Non-verbal kommunikasjon er med på å støtte opp den verbale kommunikasjonen for avsenderen (Domínguez, 2004, s. 67–68).

2.4 Verbal kommunikasjon

Den verbale kommunikasjonen omfatter både det skrevne og muntlige ord og vi kan skille mellom enveis- og toveiskommunikasjon (Allott, 2023). Dahl (2013, s. 134) beskriver at det verbale språket, både muntlig og skriftlig, følger bestemte regler. Reglene bygger på grammatikk som bestemmer uttrykk, bøyning av ordklasser, setningsoppbygging og hvordan språket skal brukes. Dette er med på å sette rammer for hvordan språket skal benyttes i forskjellige kontekster (Dahl, 2013, s. 134).

Det er forsket på forskjellige metoder innen kommunikasjon hvor læreren er med på å fremme gode faglige samtaler, forståelse av elevenes tanker og hvordan oppnå læring i matematikk. En av metodene er Mestre Ambisiøs Matematikkundervisning, MAM, som er en undervisningspraksis hvor lærerne engasjerer seg i elevens tenkning, stiller spørsmål, observerer og vurderer elevenes resonnement, språk og argumentasjon. Dette fremmer forståelse, læring og økt motivasjon hos elevene (matematikksenteret.no, u.d.). Som tidligere nevnt mener Vygotsky (1978) at intellektuell utvikling baserer seg på at språket er grunnsteinen for tenkning. Derfor er det viktig at elevene må formidle sine tanker og at elever lærer både kunnskap og ferdigheter gjennom sosial samhandling (Vygotsky, 1978). Gjennom MAM kan lærere øke sin kompetanse og utvikle sin undervisningspraksis gjennom en syklus av teori og demonstrasjon, planlegging, veiledet øving og refleksjon (matematikksenteret.no, u.d.). Når lærerne øker sin kunnskap, drar elevene nytte av dette med mer muntlig aktivitet. MAM bygger på seks deler som går i en syklus for utprøving og utforskning og legger opp til at lærere i felleskap skal jobbe seg gjennom flere slike sykluser (matematikksenteret.no, u.d.). *Figur 4* viser de forskjellige syklusene i MAM.



Figur 4: MAM-syklus (matematikksenteret.no) – egenlaget figur

Kazemi og Hintz (2019, s. 12–17) hevder at hvordan kommunikasjonen utspiller seg i klasserommet har stor betydning for elevenes tenking. Ved å benytte et tradisjonelt kommunikasjonsmønster som IRE, vil elevenes tanker og idéer få minimal oppmerksomhet. Derfor er det viktig å ha målrettede samtaler med elevene. LK20 beskriver som tidligere nevnt at dialog er sentralt i både sosial og faglig læring (Utdanningsdirektoratet, 2019c) og dermed må lærerne finne en alternativ undervisningsmetode til IRE-mønsteret for å imøtekomme kjerneelementene. Da kan både MAM og målrettede samtaler bidra til at læreren endrer sin undervisningspraksis.

Kazemi og Hintz (2019, s. 54–70) mener at målrettede samtaler gir læreren et rammeverk for å planlegge, strukturere og gjennomføre meningsfulle matematiske samtaler som beriker og utvider elevenes læring. Læreren må ha et klart mål med samtalen og samtalen må oppfattes meningsfull for elevene. Elevene må vite hvilket matematisk mål de arbeider mot gjennom diskusjonene. I tillegg må elevene forstå hva og hvordan de skal dele med både lærer og medelever. Læreren må orientere elevene mot hverandre og mot de matematiske ideene. Dette for at læreren må få fram at alle elevene er med på å skape forståelse og alle innspill er verdifulle (Kazemi & Hintz, 2019, s. 54–70). Kazemi og Hintz (2019) beskriver syv forskjellige samtaletrekk læreren kan benytte for å fremme kommunikasjon i klasserommet. Disse trekkene er *gjenta*, *repetere*, *resonnere*, *tilføye*, *vente*, *snu og snakk* og *endre*. De foreslår samtaletrekk som støtte for lærerens arbeid med å strukturere og utvikle målrettede samtaler (Kazemi & Hintz, 2019, s. 33–34). Ved å bruke samtaletrekk, får læreren et verktøy som kan hjelpe elevene til å delta mer aktivt i samtaler i og om matematikk. Når elevene skal løse problemer i fellesskap, innebærer det at elevene skal kommunisere tanker og idéer for hverandre.

Både MAM og målrettet samtale er metoder læreren bruker for å styre elevenes kommunikasjon i klassen. Uansett hvilken metode læreren velger å benytte i undervisninga for å fremme matematiske samtaler, er det viktig at samtaletrekkene er godt iverksatt i klassen. Gode matematiske samtaler avhenger av at det er etablert et trygt klassemiljø slik at elevene tør å si hva de tenker og ikke er redde for å svare feil (Yackel & Cobb, 1996). Elevene må være vant til å lytte til hverandre, stille spørsmål til det som er uklart, og argumentere for sine løsninger slik Yackel og Cobb (1996) beskriver.

I utgangspunktet var det Chapin, O'Connor og Anderson som beskrev de fem samtaletrekkene først, men Kazemi og Hintz har lagt til to og beskriver dem omtrent slik vi ser dem her i *tabell 2*.

Tabell 2: Oversikt over samtaletrekk av Kazemi og Hintz (2019)

Samtaletrekk	Det kan høre ut som…	Hva en lærer gjør
1. Gjenta	«Så du sier at…?»	Repeterer deler av eller alt en elev sier, og ber deretter eleven respondere og bekrefte om der er korrekt eller ikke.
2. Repetere	«Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?»	Spør en elev om å gjenta en annen elevs resonnering.
3. Resonnere	«Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir det mening?»	Spør elevene om å bruke deres egen resonnering på andres resonnement.
4. Tilføye	«Har noen noe de vil føye til?»	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon.
5. Vente	«Ta den tid du trenger…vi venter»	Venter uten å si noe.
6. Snu og snakk	«Snu og snakk med sidemannen din»	Sirkulerer og lytter til samtalene mellom elevene. Bruker informasjonen til å velge hvem du skal spørre.
7. Endre	«Har noen av dere forandret tenkingen deres?»	Tillater elevene å endre tenkingen etter som de får ny innsikt.

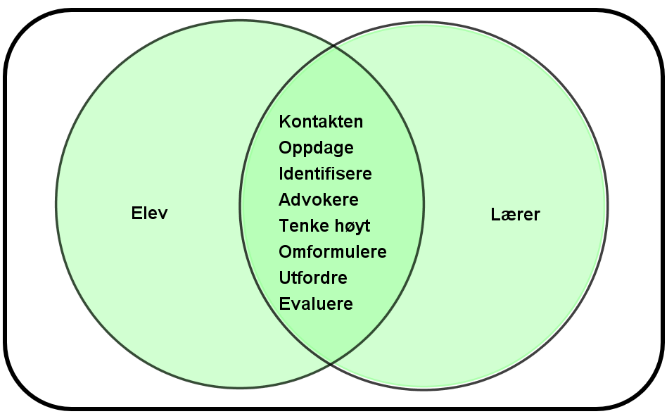
2.4.1 Inquiry – Cooperation – modellen

Alrø og Skovsmose (2002) understreker hvor viktig kvaliteten på kommunikasjonen er, og dens betydning for læring. De ser på samtalen som en prosess som inkluderer ulike samarbeidskvaliteter der målet er oppnåelse av innsikt og forståelse. Alrø og Skovsmose understreker at samtalen forutsetter at elevene er villige til å stille seg sjøl spørsmål om egen forståelse og kunnskap. Elevene må også tørre å undersøke det som er nytt og ukjent i tillegg til å ta eierskap for egen læring i undersøkelsesprosessen. Dette fører til at dialogen ikke følger en bestemt struktur eller retning, men kjennetegnes da som en dynamisk prosess som veksler mellom det kjente og ukjente. Det kan ses på som risikotakning, da det i slike prosesser kan oppstå uforutsette situasjoner. Læreren må anerkjenne og akseptere at man i slike prosesser beveger seg inn i ukjent matematisk farvann og må se på dette som en mulighet for læring (Alrø & Skovsmose, 2002).

Alrø og Skovsmose (2002) har utarbeidet en modell, Inquiry – Cooperation – modellen (IC-modellen). Modellen består av samtalekvaliteter som kan opptre i samtaler og ble definert ved å studere samtaler mellom lærer-elev og elev-elev. IC-modellen skiller seg fra den tradisjonelle måten lærere underviser på. Den bygger på at elevene skal være mer muntlig aktiv i undervisninga. Dermed beveger elevene seg bort fra oppgaveparadigmet til at de arbeider innenfor et undersøkelseslandskap med undersøkende oppgaver. Elevene får mulighet til å være spørrende til det matematiske i undervisninga. Denne modellen fungerer både ved lærer-elev samtaler, men også godt som analysemodell mellom bare elever uten at lærer er til stede. IC-modellen kan ses på som en undersøkende samarbeidsmodell.

Wiliam (2018) beskriver fire faktorer som bidrar til å forklare hvorfor samarbeidslæring har god effekt. Motivasjon er den første faktoren. Den handler om at elever hjelper hverandre via strukturerte samarbeidshandlinger. Innsatsen øker siden elevene ser at det er i deres egen interesse å gjøre dette. Neste faktor er det sosiale samholdet. Elevene hjelper hverandre fordi de bryr seg. Derfor økes innsatsen (Wiliam, 2018). Her ser vi at læring skjer mellom elever og er det første kjennetegnet på sosiokulturelt perspektiv (Hinna et al., 2011, s. 899–907). Tredje faktor omhandler at eleven lærer av medelever som presterer på et høyere nivå (Wiliam, 2018). Dette fører til at de engasjerer seg der medelever strever for å hjelpe til. På denne måten kan elevene bidra til at medelevene når lenger i læringsprosessen som Vygotsky beskriver i sin teori om den proksimale utviklingssonen. Den siste faktoren går ut på at elever som hjelper andre, må tenke klarere igjennom sine idéer før de hjelper til (Wiliam, 2018).

IC-modellen innehar åtte elementer, som Alrø og Skovsmose (2002) mener kan forekomme i matematikkundervisninga; *kontakten*, *oppdage*, *identifisere*, *advokere*, *tenke høyt*, *omformulere*, *utfordre* og *evaluere* (Alrø & Skovsmose, 2002). *Figur 5* viser IC-modellen.



Figur 5: IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2002) – egenlaget figur

Alrø og Skovsmose (2002) beskriver at *kontakten* handler om at læreren og elevene retter seg inn mot hverandre med hensikt på å samarbeide. I tillegg handler det om å være oppmerksom mot hverandre og lytte aktivt til hverandres bidrag. *Oppdage* innebærer å finne ut noe man ikke visste fra før. Det vil si at man også kan oppdage nye eller andre perspektiver på ulike matematiske løsninger. For å få til dette, stilles det undrende eller oppklarende spørsmål. *Identifisere* menes at man blir i stand til å uttrykke perspektivet sitt samt kartlegge et matematisk innhold. *Advokere* går ut på å reflektere og argumentere for mulige løsningsstrategier samt fremme egne idéer og være åpen for andres idéer. Elevene må være åpne og villige til å revurdere sine synspunkter. Dermed kan man skape en felles forståelse for det matematiske (Alrø & Skovsmose, 2002).

Tenke høyt betyr at man uttrykker både tankene og idéene sine som oppstår i løpet av undersøkelsesprosessen (Alrø & Skovsmose, 2002). Disse tankene og idéene må da kommuniseres til de andre og ses på som en ressurs for gruppa. *Omformulere* er en viktig prosess for å forstå hverandre. Den er også med på å oppnå ny felles forståelse i situasjoner der deltakerne arbeider sammen. I denne kategorien gjentar deltakerne det andre har sagt slik at de kan utfylle hverandre. Hvis en omformulerer med egne ord det man hører, er man med å bekrefte forståelse i temaet. Neste element er *utfordre* som er å stille spørsmål innad i gruppa. Spørsmålene bygger på noe gruppa allerede har forståelse for. Måten dette blir gjort på er at noen stiller et hypotetisk spørsmål som vil åpne opp for å utforske nye løsninger. For at dette skal fungere, må noen ta utfordringa til nye spørsmål. På denne måten kan spørsmålene bidra til nye forslag på løsninger. *Evaluere* er siste element og det skjer etter at elevene har kommet fram til et eller flere svar på problemet det arbeides med. Evaluere kan foregå på flere måter, som å komme med støtte eller kritikk, bekreftelse eller ros eller ved å påpeke feil (Alrø & Skovsmose, 2002). Alrø og Skovsmose (2002) poengterer at elementene i IC-modellen opptrer i tilfeldig rekkefølge og ikke alle elementene er til stede i alle undervisningstimer.

2.5 Non-verbal kommunikasjon

Non-verbal kommunikasjon er det mennesker formidler uten å benytte ord og kan angå måten verbal kommunikasjon foregår på (Svartdal, 2020). Slik kommunikasjon er ofte mer subtil og dermed mer effektiv i samtaler enn verbal kommunikasjon og kan være med på å formidle meninger bedre enn gjennom ord (Bambaeeroo & Shokrpour, 2017, s. 53). Dahl (2013, s.

134) hevder at non-verbale elementer i det muntlige språket betyr mye for hvordan mottaker oppfatter budskapet som sendes.

Forskning gjennomført av Bambaeeroo og Shokrpour (2017, s. 54) viser at det er kun syv prosent av begrepene som uttrykkes i form at ord. Mesteparten av informasjonen overføres via en kombinasjon av holdning, bevegelse, blikk, ansiktsuttrykk og utseende. Kroppsspråket har makt til å overføre holdninger og følelser til andre mennesker. Ofte kan kroppsspråket formidle mer effektivt enn det verbale. Grunnen til dette er effekten av at kroppsspråket virker lavere enn mottakerens egen bevissthet. Det betyr at mottakere mottar de dype virkningene og betydningene som uttrykkes uten å være klar over det (Bambaeeroo & Shokrpour, 2017, s. 54). Dette støtter Domínguez (2004) som skriver at elevene får bedre fram sin kunnskap ved å benytte både verbal og non-verbal kommunikasjon. Goldin-Meadow et al. (1999, s. 720) hevder at lærere kommuniserer med elevene ved bruk av både verbal og non-verbal kommunikasjon. Det er sjølklart at den muntlige instruksjonen er viktig for både å undervise og lære. Forskninga deres går ut på hvorvidt den non-verbale kommunikasjonen har betydning når lærerne skal undervise i matematikk (Goldin-Meadow et al., 1999).

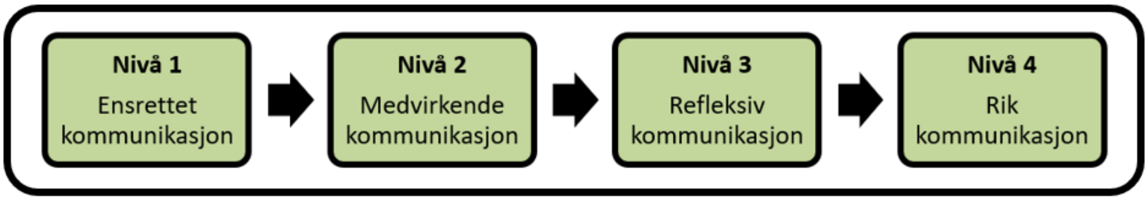
Goldin-Meadow et al. (1999) har forsket på hvordan lærere benytter håndbevegelser (gester) til for eksempel; peke, vise og understreke i matematikkundervisninga. Gestene er med på å støtte den verbale informasjonen fra lærer til elev. Elevene drar nytte av det læreren forsterker med hendene fordi læreren da kan understreke viktige poeng. Gestene påvirker ikke bare hvor mye informasjon elevene henter fra lærerens tale, men kan også stå alene som informasjonskilde, siden elevene er i stand til å lese av lærerens hender informasjon som ikke alltid blir uttrykt muntlig. Læreren er ikke alltid bevisst på hva hendene uttrykker, noe som kan føre til at gestene ikke samsvarer med det muntlige. Det er derfor viktig at læreren blir bevisst på hva hendene forteller. Hvis læreren ikke er bevisst, så kan det blir motsetninger mellom det som formidles muntlig og kroppsspråket til læreren (Goldin-Meadow et al., 1999). Funnene til Goldin-Meadow et al. (1999) påpeker at lærere bruker håndbevegelser, om ikke nødvendigvis bevisst, for å formidle relevant informasjon i en matematikkopplæring, og gir dermed elevene en ny inngangsport til oppgaven. Elevene er dermed i stand til å hente inn vesentlig informasjon fra lærerens bevegelser, noe som fører til at de forstår lærernes tale letter ut fra gestene som lærerne bruker sammen med talen. Hvis gester blir anerkjent som en integrert og uunngåelig del av samtalen i en undervisningssituasjon, kan dette utnyttes som et redskap for å presentere andre perspektiv på oppgaven til elevene (Goldin-Meadow et al., 1999).

Altun (2019) har forsket på temaet kroppsspråk i undervisninga, der han skriver at kroppsspråk er et undervurdert verktøy ved læring. Forskninga hans vektlegger rollen til non-verbal kommunikasjon som følger ved verbal kommunikasjon for å etablere og opprettholde kontakt eller interaksjon mellom mennesker og miljø. Videre skriver han at vi mennesker lærer kroppsspråk fra barndommen, på lik linje med det verbale språket. Våre språklige feil blir korrigert opp gjennom årene, men det er ikke alle som får korrigert sitt kroppsspråk. Dette kan være med på å feiltolke hva mennesket mener. Menneskene har en tendens til å benytte det verbale språket til formidling av informasjon. I tillegg benytter vi gester, blikk og tonefall for å forsterke eller minske det som er formidlet muntlig (Altun, 2019).

2.6 Fire nivåer av kommunikasjon

Brendefur og Frykholm (2000) har utviklet et rammeverk for kommunikasjon. Bakgrunnen for rammeverket er reformer innen matematikkundervisninga, som krever at lærerne bidrar til at elevene engasjerer seg innen ulike former for kommunikasjon. Hvis kvaliteten på elevenes refleksjoner øker, kan utviklinga av rik matematisk forståelse heves (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). I fagfornyelsen er muntlige ferdigheter beskrevet i overordnet del, mens kjerneelementet kommunikasjon i matematikk beskrives under fagplanen. Studerer vi kompetansemålene for de forskjellige trinnene i matematikk innen samme tema, ser vi at det er en naturlig progresjon i verbene som beskriver hva elevene skal lære. Ofte brukes utforske og beskrive på alle trinn, men da øker kravene til hvor omfattende elevene skal sette seg inn i temaet. På lave trinn starter verbet ofte med å tegne, så bruke før eleven skal forklare og til slutt argumentere på de høyere klassetrinnene. Dette indikerer at kommunikasjon er en sentral del av elevenes utdannelse (Utdanningsdirektoratet, 2019a; Utdanningsdirektoratet, 2019).

Det er viktig å kjenne til at kommunikasjon er et redskap for å utvikle elevenes matematiske forståelse, i tillegg til å vite hvordan lærere kan utvikle praksisen sin til å fremme matematisk kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). Brendefur og Frykholm (2000, s. 126–128) deler rammeverket sitt inn i fire nivåer; *ensrettet*, *medvirkende*, *refleksiv* og *rik* kommunikasjon. *Figur 6* viser en skjematisk framstilling av Brendefur og Frykholm sine nivåer av kommunikasjon.



Figur 6: Fire nivåer av kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000) – egenlaget figur

Ensrettet kommunikasjon er det første nivået og er vanlig på skolene (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126–128). Her er læreren den dominerende part i samtalen. Kommunikasjonen foregår ofte gjennom forelesning. Læreren stiller lukkede spørsmål til elevene slik at elevene får få muligheter til å vise sine strategier, idéer og tanker. Elevene bidrar dermed med korte svar uten å dele tanker og idéer. Ensrettet kommunikasjon kan minne om det lærerstyrte IRE-mønsteret som Hugh Mehan kom fram til da han gjennom studier i klasserommet oppdaget et kommunikasjonsmønster som han kalte for Initiation – Replay – Evaluation, IRE-mønster (Skott et al., 2016, s. 241–245).

IRE-metoden starter med at læreren tar initiativ (I) og stiller et spørsmål eller gir en oppgave i klassen. Spørsmålet eller oppgaven skal oppmuntre elevene til å svare. En eller flere av elevene besvarer spørsmålet, eleven responderer (R) på det læreren sa. Hvis elevens respons tilfredsstiller lærerens forventning, stopper mønsteret her etter at læreren har gitt en tilbakemelding i form av evaluering (E). Svarer ikke elevens respons til lærerens forventning, fortsetter læreren å spørre fram til eleven kommer med korrekt eller ønsket svar. I slike situasjoner kan samtalen fortsette i flere deler der læreren dominerer samtalesekvensene, mens eleven får en passiv rolle i kommunikasjonen (Skott et al., 2016, s. 241–245). Hiebert & Grouws (2007) beskriver at for det meste består dette mønsteret av en monolog fra læreren, som i tillegg til læreboka, er den intellektuelle autoriteten i klasserommet. Hensikten med denne metoden er å overføre kunnskap til elevene. Her vektlegges ferdighetstrening, som innebærer at elevene skal utføre nøyaktig og kjapt både matematiske beregninger, regler og prosedyrer (Hiebert & Grouws, 2007). Dette kommunikasjonsnivået oppmuntrer ikke elevene til å utvikle en vid forståelse av matematisk kompetanse, som nå anbefales i nye læreplaner (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126–127).

Medvirkende kommunikasjon er det neste nivået (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126–128). Her er samtalen mellom elev-elev og lærer-elever begrenset til assistanse eller deling. Det er sjelden deling av tanker. Læreren gir elevene mulighet til å diskutere matematiske oppgaver med hverandre, presentere løsningsstrategier eller hjelpe hverandre i utviklinga av løsninger og problemløsningsstrategier. Innen dette nivået er samtalene oftest korrigerende samt at det oppstår uformelle interaksjoner mellom elevene når de arbeider sammen om matematiske oppgaver (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126–128). Medvirkende kommunikasjon minner om topaze-effekten. Kjennetegn på topaze-effekten er stort søkelys på å finne det rette svaret (Brousseau, 2002, s. 25). Videre at læreren vet resultatet og setter søkelys på å lede elevene til å finne den korrekte løsningen. Læreren ønsker i utgangspunktet at eleven skal være aktiv og komme fram til svaret sjøl. Makter ikke eleven det på egen hånd, bruker læreren språklig forkledning for å gi elevene resultatet uten å si det direkte. Det er vanlig at læreren starter med å hinte, før deretter å stille enkle spørsmål slik at oppgaven forenkles. Er dette ikke nok, kan læreren stille videre spørsmål for å avgrense og forenkle oppgaven, eller rett og slett gi eleven både framgangsmåten og løsninga. Læreren mener at elevenes suksess i matematikk bare kan oppnås ved gjentatte utførelser av en serie lignende prosedyrer. Topaze-effekten legger opp til elevmedvirkning, men kan ikke garantere dette (Brousseau, 2002, s. 25).

Det tredje nivået er *reflekterende kommunikasjon* (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 128–129). Med dette menes bidragende kommunikasjon der elevene deler sine idéer, strategier og løsninger, både med andre elever og lærer. Både elever og lærer reflekterer over gjennomførte aktiviteter og samtaler om dette. På denne måten er de med på å oppnå dypere kommunikasjon i matematikk (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 128–129). Ved bruk av IC-modellen i klasserommet, vil elevene bevege seg bort fra oppgaveparadigmet og dermed utvikle en spørrende holdning (Alrø & Skovsmose, 2002). Her er elementet *kontakten* i IC-modellen viktig. Elevene og lærerne retter seg inn mot hverandre for å samarbeide (Alrø & Skovsmose, 2002). Wiliam (2018) er tydelig på at samarbeidslæring har god effekt for læring.

Rik kommunikasjon er det siste nivået (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 129) og involverer mer enn interaksjoner mellom lærer og elever. Modifikasjonshandlinga er sentral for rik kommunikasjon. Den ene grunnen er at denne type kommunikasjon fører til modifisering av elevens forståelse i matematikk. I tillegg begynner lærerne å forstå tankeprosessene, styrkene og begrensningene til eleven. Det er disse lærer-elev samtalene som endrer hvordan instruksjonssekvenser foregår og gjør kommunikasjonen virkefull og som over tid er med på å opprettholde elevens matematiske aktivitet (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 129). Dette finner vi igjen i Alrø og Skovsmose (2002) sitt element å advokere siden elevene må være åpne for nye innspill og revurdere sine egne tanker.

2.7 Rammeverk elevinteraksjoner

Røsseland et al. (2022) har videreutviklet et rammeverk som bygger på Drageset et al. (2021) sin teoretiske modell over elevinteraksjoner. Drageset et al. (2021) sitt rammeverk er basert på en litteraturstudie av empiriske artikler der han deler rammeverket inn i fire distinkte grupper; (bare) svar på matematiske spørsmål, forklaring, initiativ og evaluering. I tillegg til dette rammeverket benyttet Røsseland et al. (2022) rammeverk fra Mercer og Wegerif (2002) og Alrø og Skovsmose (2002) for å lage et analytisk rammeverk. Røsselands et al. (2022) sitt rammeverk beskriver elevinteraksjoner utført gjennom gruppearbeid uten lærermedvirkning. Hun kom fram til syv forskjellige kategorier; *svar og påstander*, *argumentasjon*, *utfordringer*, *evaluering og avklaring*, *forklaring*, *spørsmål* og *forslag*.

Den første elevinteraksjonen er *svar og påstander* (Røsseland et al., 2022). Denne kategorien er utviklet fra Drageset et al. (2021) sin (bare) svare på matematiske spørsmål som skildrer at elevene svarer uten noen form for informasjon om tenking, logikk eller prosess. Det betyr ikke at svarene er verdiløse. Eleven kan inneha dyp matematisk innsikt sjøl om svaret ikke blir forklart (Drageset et al., 2021). Røsseland et al. (2022) beskriver at her er det svar på spørsmål. Svaret kan være riktig, delvis riktig eller feil. Det blir ikke gitt noen forklaring fra elevene og de argumenterer heller ikke. Her finner vi ofte en strøm av spørsmål og svar, som er typisk for kumulativ samtale (Røsseland et al., 2022). Svar og påstander kan kobles til ensrettet kommunikasjon, fordi elevene formidler korte svar uten dype tanker (Brendefur & Frykholm, 2000). I elevinteraksjonen argumentasjon fokuserer elevene på hvorfor noe er korrekt, gunstig eller logisk (Røsseland et al., 2022). Argumentasjon kan kobles til både refleksiv og rik kommunikasjon fordi elevene svarer på hvorfor og da må det begrunnes (Brendefur & Frykholm, 2000).

Neste kategori er *utfordringer* (Røsseland et al., 2022). Utfordringer bryter med strømmen. Her presenteres en ny idé eller man motsetter seg en allerede presentert idé. Dette er en essensiell del av utforskende samtaler hvis det fører til argumenter eller forklaringer. Utfordringer kan skape en disputasdiskusjon hvis de kun møtes med utfordring og ingen argumenter eller forklaringer (Røsseland et al., 2022). Kategorien kan kobles mot både refleksiv og rik kommunikasjon, fordi elevene enten er uenig eller presenterer en ny idé, og dette fordrer argumentasjon (Brendefur & Frykholm, 2000).

Fjerde elevinteraksjon er *evaluering og avklaring* (Røsseland et al., 2022). Evaluering er vurdering av hvilken som helst av de andre interaksjonene, men vanligvis relatert til riktighet eller logikk. Den kan også handle om å avklare, ofte sett ved omformulering (Røsseland et al., 2022). Drageset et al. (2021) poengterer at evalueringa kan skje på flere måter slik som råd, støtte, kritikk samt retting av feil, og kan likne på kategorien initiativ. Ved initiativ bringes noe nytt inn i samtalen. Evaluering omhandler at elevene er aktive og reflekterer rundt andre elevers løsninger (Drageset et al., 2021). Evaluering og avklaring kan kobles til rik kommunikasjon, fordi elevene vurderer svarene ut fra riktighet eller logikk (Brendefur & Frykholm, 2000).

Interaksjonen *forklaring* fokuserer på hva som er gjort eller hva som må gjøres, gjerne kronologisk, for å få et svar (Røsseland et al., 2022). Drageset et al. (2021) har en liknende kategori som defineres ved at elevinteraksjonene gir informasjon om tankegang og/eller prosess. Hans kategori er delt inn i tre forskjellige typer interaksjoner; forklare handlinger, forklare grunnen og forklare konseptet. Innen interaksjonen forklare handlinger, vil eleven oppgi trinnene i en prosess for å komme fram til svaret. Med interaksjonen forklare grunnen, framstiller eleven hvorfor svaret eller metoden vil gi et korrekt svar, der begrunnelsen er i fokus. Siste interaksjon er forklare konseptet og her vil eleven forklare hva konseptet eller en idé betyr (Drageset et al., 2021). Denne interaksjonen kan kobles til medvirkende og refleksiv kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000). Medvirkende kommunikasjon kan sammenliknes med at elevene forklarer sine handlinger, uten å måtte utdype sine tanker. Men hvis elevene bidrar med begrunnelse av sine tanker går kommunikasjonen over til rik kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000).

Kategorien *spørsmål* inneholder spørsmål om hva, hvordan og hvorfor (Røsseland et al., 2022). For å få en utforskende samtale er det typisk at elevene tar initiativ og stiller spørsmål (Røsseland et al., 2022). Kategorien spørsmål kan kobles til medvirkende og refleksiv kommunikasjon fordi spørsmål fordrer til svar uten at det er behov for begrunnelse (Brendefur & Frykholm, 2000).

Siste kategori i Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk er *forslag*. Forslag er initiativ til å finne en måte å løse en oppgave på. Den er ofte knyttet til å tenke høyt. Denne kategorien blir vanligvis etterfulgt av argumenter eller forklaringer (Røsseland et al., 2022). Drageset et al. (2021) utdyper dette med at initiativ er når elevene bryter flyten i samtalen. Det er flere måter dette kan skje på. Elevene kan for eksempel spørre om hva eller hvordan de skal gjøre noe, foreslå en ny idé, korrigere noen, påpeke eller be om avklaring (Drageset et al., 2021). Denne kategorien kan plasseres både i refleksiv og rik kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000). Hvis innspillende til elevene brukes til refleksjon og diskusjon, kan dette sammenliknes med refleksiv kommunikasjon. Når elevene er aktive og utfordrende gjennom initiativ, kan dette ses på som rik kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000). *Tabell 3* viser en skjematisk oversikt over vår oppsummering av Rønseland et al. (2022) sitt rammeverk over elevinteraksjoner.

Tabell 3: Vår oppsummering av Rønseland et al. (2022) sitt rammeverk med vår tolkning av kommunikasjonsnivå

Elevinteraksjoner	**Utviklet fra**	**Nivå av kommunikasjon**
Svar og påstander	(Bare) svar på matematiske spørsmål (Drageset et al., 2021) - Lærerstyrte svar (Drageset, 2015) - Uforklarte svar (Drageset, 2015) - Ufullstendige svar (Drageset, 2015) Kumulativ samtale (Mercer & Wegerif, 2002)	Ensrettet Medvirkende
Argumentasjon	Advokere (Alrø & Skovsmose, 2004)	Refleksiv Rik
Utfordringer	Utfordre (Alrø & Skovsmose, 2004) Utforskende og konfererende samtale (Mercer & Wegerif, 2002)	Refleksiv Rik
Evaluering og avklaring	Evaluere (Alrø & Skovsmose, 2004) Utforskende samtale (Mercer & Wegerif, 2002) Omformulere (Alrø & Skovsmose, 2004)	Rik
Forklaring	Forklaringer (Drageset et al., 2021) - Forklare handlinger (Drageset et al 2021) - Forklare årsak (Drageset et al., 2021) - Forklare begrep (Drageset et al., 2021) Advokere (Alrø & Skovsmose, 2002) Tenke høyt (Alrø & Skovsmose, 2002)	Medvirkende Refleksiv Rik
Spørsmål	Initiativ (Drageset et al., 2021) Utforskende samtale (Mercer & Wegerif, 2002)	Medvirkende Refleksiv
Forslag	Tenke høyt (Alrø & Skovsmose, 2004) Initiativ (Drageset et al., 2021)	Refleksiv Rik

2.8 Tenkende klasserom

Peter Liljedahl (2016) har studert matematikkundervisning i Canada i lang tid, der han har hatt søkelys på problemløsning innen matematikk. Han har tidligere lett etter AHA! følelsen hos elever der elever fikk et matematisk problem som førte til at de satt fast. Liljedahl ønsket at elevene da fikk en AHA-opplevelse i det de forsto hvordan oppgaven skulle løses. Dette skjedde ikke, elevene gav opp. Det viste seg at elevene enten ikke ville eller ikke kunne tenke. Liljedahl utforsket dette og fant det samme i flere klasserom (Liljedahl, 2016).

Gjennom observasjoner av elever fra ulike skoler, fant Liljedahl (2021, s. 10) ut at omtrent 20 % av elevene kunne anses som tenkende i klasserommet. De resterende 80 % av elevene drev med «*mimicking*», prøvde overhodet ikke å løse oppgaver, holdt på med andre ting eller lot som de arbeidet med oppgaver. Mimicking, herming, er det elevene gjør når de prøver å gjenskape det læreren gjør på tavla og over halvparten av elevene praktiserte dette. Disse observasjonene førte til et forskningsprosjekt Liljedahl utførte sammen med mange andre lærere. Resultatet ble en undervisningsform som fremmer en klasseromskultur der elevene er engasjerte og tenker kreativt rundt problemløsning. Denne måten å undervise på kaller han «*Building Thinking Classroom*» - altså et tenkende klasserom. Undervisningsformen «*Et tenkende klasserom*» består av 14 praksiser. En del av praksisene er enkle å ta i bruk, mens andre er mer komplekse og krever dermed større endring av lærerens undervisningspraksis. Et tenkende klasserom skal være et sted som bidrar til og gir plass for tenking og er med på å føre til at elevene får muligheter til å tenke og resonnere i matematikk – både individuelt og kollektivt. Elevene lærer sammen, og utvikler forståelse i matematikk gjennom aktiviteter og diskusjoner (Liljedahl, 2021).

2.8.1 Oppgaver

Oppgaver som skal oppmuntre til utforsking kaller Gustavsen et al. (2015) for problemløsningsoppgaver. Skott et al. (2016) beskriver at det sentrale i denne sammenheng er hva som menes med et problem. Hvis man på forhånd veit hvilken metode en skal benytte for å løse det matematiske problemet, så tilfredsstiller ikke oppgaven oppgaveformen problemløsning (Skott et al., 2016). Gustavsen et al. (2015) definerer en problemløsningsoppgave som en spesiell oppgavetype, der eleven ikke på forhånd har en gitt oppskrift eller metode for å løse oppgaven. Ofte krever problemløsningsoppgaver samarbeid, anstrengelser og kreativitet for å finne en måte å løse den på. Siden framgangsmåten ikke er kjent på forhånd, kan elevene komme med ulike forslag på hvordan man kan arbeide med oppgaven. Dermed får man et utgangspunkt for diskusjoner og samhandlinger (Gustavsen et al., 2015). Slike oppgaver fordrer at elevene må tenke.

Dette stemmer med hvilke oppgavetyper Liljedahl (2021, s. 19) mener lærerne skal gi elevene. Problemløsning er det vi gjør når vi egentlig ikke vet hva vi skal gjøre, fordi når vi ikke vet hva vi skal gjøre begynner vi å tenke. Gjennom tenking kan vi klare å løse problemet og når vi løser problemet lærer vi. Hvis læreren ønsker at eleven skal tenke, må han gi eleven noe å tenke på. Er oppgaven at elevene skal lære å tenke, må det gis problemløsingsoppgaver som skaper høyt engasjement. Målet er å få flere av elevene til å tenke, og tenke lenge, noe som fører til dybdelæring. Da er det viktig å ha den rette aktiviteten slik som engasjerende ikke-lærerplanlagte oppgaver fordi gode aktiviteter skaper den riktige dynamikken i tenkende klasserom. Aktivitetene som gis, skal være så interessante at elevene ikke kan la være å tenke. I tillegg må konteksten aktiviteten gis i være virkelighetsorientert. Oppgaver må også være lette å komme i gang med for de fleste, egne seg for alle elevene og kunne benyttes i heterogene klasserom (Liljedahl, 2021, s. 18-22). Det finnes et stort utvalg aktiviteter en kan benytte for å utvikle et tenkende klasserom på www.peterliljedahl.com/teachers/good-problem. Disse oppgavene likner mye på matteLIST oppgaver (Matematikksenteret, NTNU, u.d.). Disse oppgavene skal gjerne løses via Pólya sin problemløsningsstrategi som er å forstå problemet, utarbeide en plan, iverksette planen, for så å se tilbake (Liljedahl, 2021, s. 19–23).

MatteLIST er en samling oppgaver i matematikk, der LIST står for Lav Inngangsterskel, Stor Takhøyde og bygger på oppgaver fra matematikkprosjektet NRICH ved Universitetet i Cambridge, England. På nettstedet https://www.mattelist.no/ finnes et stort utvalg av slike oppgaver (Matematikksenteret, NTNU, u.d.). Wæge og Nosrati (2018, s. 82–84) beskriver at LIST oppgaver er bygd opp for at det skal være enkelt å komme i gang med problemløsning, samtidig skal oppgavene stimulere til utvikling av dypere matematisk forståelse på et høyere nivå. Ved å benytte matteLIST er det rom for å jobbe på et høyt matematisk nivå til tross for at oppgavene er enkle å komme i gang med for de fleste. I tillegg gir disse mulighet for at hele klassen jobber med samme oppgave, noe som fremmer et positivt klassemiljø og stimulerer til en følelse av fellesskap. LIST oppgaver gir elevene mulighet til å vise hva de kan, i stedet for det de ikke kan. Siden alle elevene kan bidra på sitt vis, kan medelever lære og bli inspirert av hverandres framgangsmåter og resonneringer. Ved å benytte slike oppgaver, så fremmes både motivasjon og læring hos elevene (Wæge & Nosrati, 2018, s. 82–84).

2.8.2 Sammensetning av grupper

Liljedahl (2021) oppdaget gjennom forskninga si at det vanligste var at lærerne delte klassen inn i strategiske grupperinger. Vanligvis deler lærerne inn klassen etter hvordan elever samarbeider, produktivitet, ferdighetsnivå, kjønn, venner eller andre sosiale grunner. Hvordan vi tradisjonelt sett har satt sammen grupper, fører til at 80 % av elevene går inn i gruppearbeidet med tanken om at deres rolle ikke er å tenke. Etter Liljedahl intervjuet elevene i studiene hans, framkom det at de fleste elevene gikk inn i gruppesamarbeid med tanke om at de ikke ville være en ressurs for gruppa – verken med tanker eller idéer. Det ble da laget tilfeldige grupper mens elevene så på, noe som viste seg å være en strålende idé. Dette var med på at elevene lettere godtok gruppeinndelinga og prøvde å samarbeide, siden de visste de fikk nye grupper neste gang. Forskninga hans peker på at det beste var vilkårlige grupper med tre deltakere fordi grupper på to elever sliter mer enn grupper på tre elever. Mens grupper på fire elever deler seg internt inn i grupper med to og to eller tre og en. For å danne slike vilkårlige grupper kan for eksempel elevene trekke en lapp med et nummer når de kommer inn i klasserommet, trekke fra en kortstokk eller liknende. Forskninga viser at bruk av tilfeldige grupper bryter ned sosiale barrierer, reduserer stress og øker elevenes entusiasme for matematikk og fører til samarbeidslæring (Liljedahl, 2021, s. 38-44). Wiliam (2018) støtter at samarbeidslæring har god effekt. Når elevsamarbeid fungerer, har det stor innvirkning på læring (Wiliam, 2018).

2.8.3 Vertikale tavler

En av de institusjonelle normene som har eksistert lengst, er at elevene skal sitte ved pulten sin og skrive i notatbøkene sine (Liljedahl, 2021). Liljedahl bekrefter at dette kan være problematisk ettersom mye tid går til at elevene sitter og skriver i kladdebøkene sine. Dette kan ofte føre til at elever arbeider med oppgaver av typen «*now you try one*». Slike oppgaver kan føre til «*mimicing*» som igjen vil føre til at elevene ikke starter med å tenke. Får elevene presentert utfordrende problemløsningsoppgaver når de sitter ved pultene sine, kan det føre til at elevene lettere gir opp arbeidet. Elevene blir frustrerte og ofte demotiverte. Gjennom observasjoner i klasserom, studerte Liljedahl (2021) kunnskapsmobilitet hos elevene mens de arbeidet på forskjellige flater, slik som både horisontale og vertikale ark og whiteboard-tavler samt i arbeidsbøker. Forskninga hans viser at dette er det minst gunstige arbeidsstedet for å fremme tenking. Det beste er å la elevene stå og jobbe på vertikale ikke-permanente flater (eks. whiteboard, tavle eller vindu). Han erfarte at når elevene arbeidet stående med vertikale tavler, deltok elevene i større grad i undervisninga. De var også mer gira på å starte med oppgavene. At flatene er ikke-permanente, altså at det går an å viske bort det man har skrevet, viser seg å være særlig viktig, da dette fører til at elevene tar mer risiko i arbeidet med oppgavene (Liljedahl, 2021).

Bruk av vertikale tavler som verktøy i matematikkundervisninga er ikke noe nytt fenomen. Allerede tidlig på 1970-tallet tok noen australske universiteter i bruk slike tavler (Forrester et al., 2017). Begrepet «whiteboarding» har vært i bruk siden starten av 1990-tallet i Australia og kan forklares som handlinga eller prosessen med å bruke en tavle, spesielt som et middel til å samarbeide med andre. Etter hvert utviklet dette seg til å bli egne rom der det henger vertikale tavler på alle veggene som elevene benytter i undervisninga (Forrester et al., 2017).

Både Forrester et al. (2017) og Liljedahl (2021) erfarte at ved å innføre vertikale tavler kom elevene fortere i gang med oppgavene fordi de lett kunne viske bort eventuelle feil når som helst, og dermed turte de å prøve seg fram. Elevene brukte også lengre tid på oppgavene, siden andre elevers tanker var synlig og dermed kunne hjelpe elevene videre i oppgaveløsninga. Elevene spør hverandre og deler tanker, idéer og løsninger, noe som har stor betydning for elevenes engasjement og samarbeidslæring (Forrester et al., 2017; Liljedahl, 2021, s. 57–64). Forrester et al. (2017) poengterer at klasseromskulturen endret seg ved bruk at vertikale tavler. Elevene begynte å arbeide som matematikere fordi de utnyttet tida bedre. I stedet for å vente på læreren for å få hjelp, brukte de tida til å diskutere ulike løsninger med medelever (Forrester et al., 2017).

2.8.4 Når, hvor og hvordan oppgavene blir presentert

Den tradisjonelle presentasjonen av oppgaver til elever er å gi dem skriftlige oppgaver, enten fra læreboka, oppkopierte ark med oppgaver på eller via en dataskjerm (Liljedahl, 2021). For å få elevene til å tenke mest mulig, må presentasjonen av oppgavene endres. For å fremme tenking er det viktig å gi oppgavene på riktig tid, på riktig sted og på riktig måte. Gjennom forskninga kom Liljedahl (2021) fram til at oppgaven bør gis i løpet av de første fem minuttene av timen, den bør gis når elevene står i løs formasjon rundt læreren og oppgaven bør gis muntlig. Endres den tradisjonelle måten å gi elever oppgaver på til denne måten, vil det være med å bygge et tenkende klasserom (Liljedahl, 2016).

3 Metode og empiri

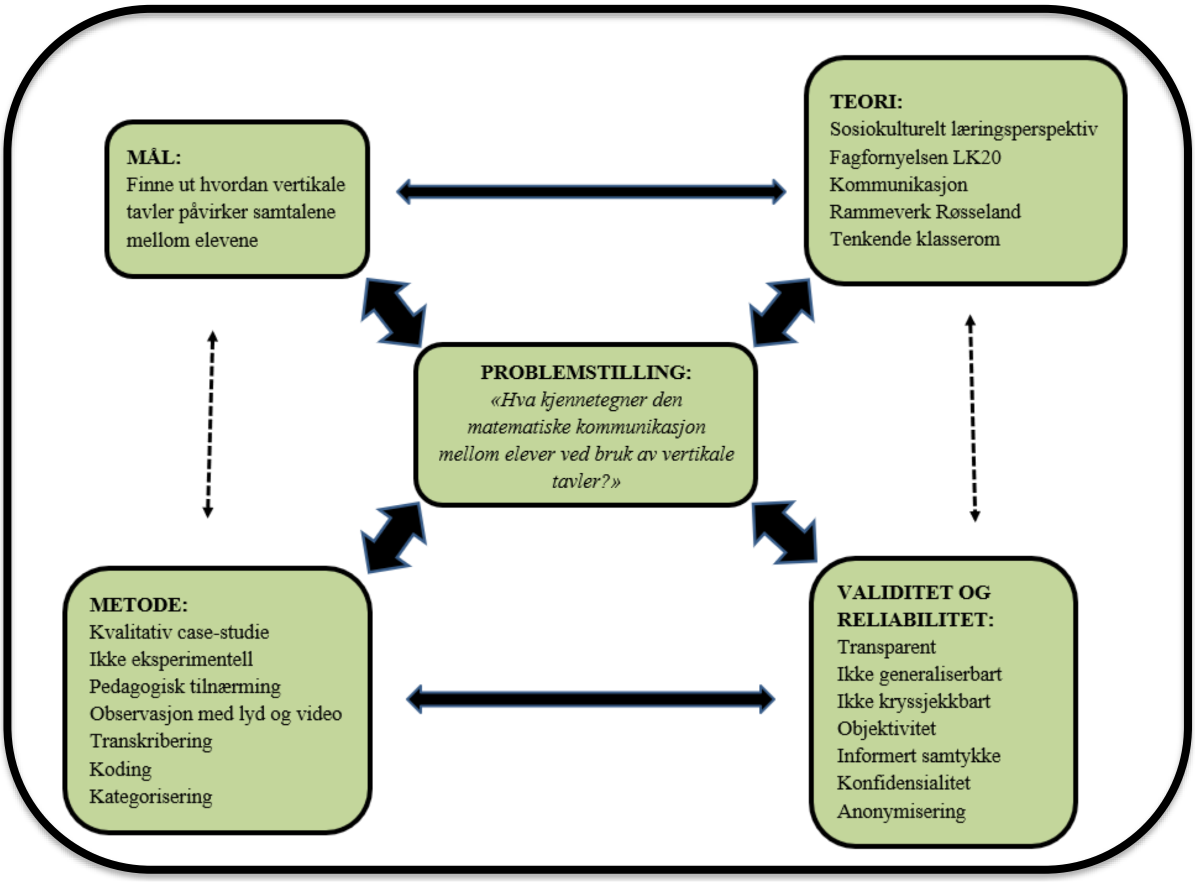
Metode stammer fra gresk og kan forstås som å følge en bestemt vei for å nå ett bestemt mål. Ordet kan dermed ses på som en planmessig framgangsmåte. Forskning inkluderer metode både måter å samle inn samt å analysere empirisk datamateriale (Gleiss & Sæther, 2022, s. 29).

I dette kapittelet gjør vi rede for valg av forskningsdesign, vitenskapelig forankring samt hvilken metode og valg vi har benyttet for å svare på studiens problemstilling. Videre beskriver og begrunner vi studiens analyseverktøy. I tillegg belyses både validiteten og reliabiliteten i studien.

3.1 Forskningsdesign

Ved å bruke et forskningsdesign, får vi en overordnet plan for hvordan forskninga skal gjennomføres (Cohen et al., 2007, s. 78–80). Gleiss og Sæther (2022, s. 25–29) beskriver at forskningsdesign er med på å avgrense masterstudiet, siden elementene i designet beskriver hva som skal belyses samt besvares. Vi valgte å benytte Maxwell (2012) sin interaktive modell som ramme for vår forskning, der forskningsspørsmålet ble midtpunktet i forskningsdesignet. Dette designet ble valgt, fordi det er en dynamisk modell der alle elementene er forbundet med hverandre og dermed påvirker hverandre gjensidig. Den skiller seg i tillegg fra andre modeller ved at forskeren kan bevege seg mellom elementene mens forskninga pågår. Dermed kan vi utforske nye innspill som eventuelt kan dukke opp i løpet av forskningsprosessen (Maxwell, 2012, s. 216–219).

Starten på studien var å forankre problemstillinga i prosessen. Vi var begge klar over at vi ønsket å forske på muntlig kommunikasjon ved bruk av verktøyet *vertikale tavler*. Det var en krevende prosess å utforme en problemstilling som fungerer. Vi endte opp med følgende problemstilling: *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»* Da problemstillinga var avklart, ble målet definert mens teorien ble funnet. Dette stemmer med Maxwells (2012, s. 215–219) beskrivelse at faktorene problemstilling, mål og teori utvikles tidlig i forskningsprosessen. Metoden som vi skulle bruke for å få svar på problemstillinga, måtte diskuteres. I tillegg måtte vi ivareta validiteten og reliabiliteten av studien. *Figur 7* viser vårt forskningsdesign basert på Maxwells modell.



Figur 7: Vårt forskningsdesign basert på Maxwell (2012, s. 217) – egenlaget figur

3.2 Kvalitativ tilnærming med sosiokulturelt læringsperspektiv

Hensikten med studien vår, var å se etter kjennetegn på matematisk kommunikasjon mellom elever mens de arbeidet ved vertikale tavler. Vi begrenset studien til å omhandle en klasse og forsket da på et mindre antall elever. Videre åpnet forskninga vår seg opp slik at vi fikk en helhetsforståelse av sosiale prosesser og sammenhenger mellom elevene. Bjørndal (2019, s. 122–123) beskriver at ofte benyttes kvalitativ tilnærming ved studier med et lite utvalg, noe som passer til vår studie.

Da vi startet innsamling av data, hadde vi ikke ferdig definerte rammeverk av elevinteraksjoner, noe som ga oss lav grad av forhåndsstruktur. Viktig styrke ved en kvalitativ tilnærming er fleksibilitet og åpenhet, som dermed gir en større mulighet for å undersøke spørsmål vi ikke hadde tenkt på forhånd. Fleksibiliteten gjorde det mulig for oss å justere retninga av forskninga underveis, samt at vi diskuterte og evaluerte spørsmål som dukket opp i løpet av forskningsperioden. Gleiss og Sæther (2022, s. 30) definerer dette som et kjennetegn på kvalitativ tilnærming. Elevene hadde full frihet til å prate og diskutere oppgavene de fikk tildelt. Dette kan nesten ses på som en hverdagssamtale mellom elevene, bortsett fra at temaet de diskuterte var matematikk. Ut fra dette fikk vi god innsikt i interaksjonene mellom elevene. Vi tolket dermed hver enkelt deltaker sitt bidrag. Det er slik Bjørndal (2019, s. 122–123) beskriver kvalitativ datainnsamling. Ut fra dette passer kvalitativ metode vårt forskningsprosjekt (Gleiss & Sæther, 2022, s. 30–31; Bjørndal, 2019, s. 122–123).

Vi forsket på elevinteraksjoner hvor elevene deltok aktivt muntlig. Kunnskapen til elevene ble dannet i sosiale samhandlinger. Elevene tok aktivt del i læringsprosessen med å tilegne seg kunnskap. Hinna et al. (2011, s. 875–876) plasserer en slik forsking innen sosiokulturelt læringsperspektiv.

3.3 Case-studie

Yin (2014, s. 15-17) beskriver at et essensielt kjennetegn til case-studier er at de er en empirisk undersøkelse av et fenomen i en naturlig kontekst. Dette kan gjerne være en beslutning, der målet er å belyse beslutningene; hvorfor de ble tatt, hvordan de ble implementert og med hvilket resultat. Typisk for case-studier er at de inneholder få enheter, har mange variabler og inneholder en rekke ulike kilder som skal være med på å analysere fenomenet som skal studeres. Case-studier åpner opp for å kunne benytte seg av et mangfold av datakilder og dette gir en fleksibilitet med hensyn til innhenting, analyse, og tolkning av data. Samtidig som man underveis får en bedre oversikt og forståelse av fenomenet som undersøkes, kan den analytiske framgangsmåten justeres (Yin, 2014, s, 15–17).

Cohen et al. (2007, s. 253–258) beskriver at i case-studier observerer man effekter i en reell kontekst og kan fastslå årsak og virkning. Brekke og Tiller (2013, s. 173–178) beskriver en case-studie også som en empirisk undersøkelse der man i tillegg undersøker det aktuelle fenomenet i dybden. Videre er deltakelse, observasjon og samtaler som utforsker et aktuelt fenomen i virkelighetsnære kontekster, også kjennetegn på en case-studie. Case-studiene kan deles inn i vitenskapelige og pedagogiske caser. Forskjellen mellom disse er studiens generelle krav til dokumentasjon, teoriforankring og teoriutvikling, tilknytning til øvrige relevante forskning og formidling (Brekke & Tiller, 2013, s. 173–178). Ary et al. (2018) skiller mellom eksperimentelt og ikke-eksperimentelt design. Ved eksperimentell tilnærming manipulerer forskeren en variabel for å undersøke hvordan den vil påvirke en annen variabel.

Ikke-eksperimentell tilnærming betyr at forskeren verken styrer eller påvirker variablene, men undersøker hva som skjer ved å observere hvordan ting er (Ary et al., 2018). Cohen et al. (2007, s. 253–258) beskriver at en av styrkene til case-studier er at de kan fastslå årsak og virkning og at man observerer effekter i en reell kontekst.

Problemstillinga vår formidler at vi skal forske på kommunikasjon i klasserommet for å klassifisere elevinteraksjoner ved bruk av vertikale tavler. Vi forholdt oss til én klasse, undersøkte én reell situasjon der elevene var våre informanter som ble observert systematisk. Dermed kunne vi gå dypere inn i hvordan elevene kommuniserte seg imellom. Postholm (2010) hevder at både observasjon, intervju, filmopptak, lydopptak og studie av rapporter og dokumenter kan benyttes som datainnsamlingsmetoder i case-studier.

Forskninga vår baserte seg på å observere elevinteraksjoner. Observasjonene ble gjennomført systematisk der vi fikk dypere innsikt i hvordan elevene kommuniserte seg imellom. I tillegg fikk vi gå i dybden i hva elevene diskuterte gjennom virkelighetsnære kontekster. Da datainnsamlinga var over, fikk vi laget kategorier av samtalene og komme fram til en konklusjon på effekten ved bruk av vertikale tavler. For å analysere samtalene mellom elevene, hadde vi behov for å høre det som ble sagt gjentatte ganger samt å se hvordan elevene kommuniserte ved gester og hodetilt. Det var derfor nødvendig for oss å samle inn datamaterialet ved hjelp av video- og lydopptak. Ei forutsetning for å samle inn dataene vi trengte for å svare på problemstillinga, var å få med seg alt som skjedde, både verbalt og non-verbalt i klasserommet. Dette betyr at vi forsket på en reell situasjon og ikke på teorier som kunne fortalt oss hva vi ville fått av kommunikasjon i klasserommet.

Vi klassifiserer dermed vår forskning som en ikke-eksperimentell case-studie med en pedagogisk tilnærming siden vi ønsket å finne spesifikke kjennetegn på matematisk kommunikasjon (Brekke & Tiller, 2013, s. 173–178; Cohen et al., 2007, s. 253–258).

3.4 Undervisningsøktene

I dette kapittelet presenterer vi hvordan vi planla og gjennomførte forskninga. I tillegg beskriver vi hvordan etterarbeidet etter undervisningsøktene ble håndtert.

3.4.1 Planlegging

Før oppstart av forskninga måtte vi finne relevante matematikkaktiviteter å benytte under observasjonene. Hovedkriteriet vårt for valg av oppgaver var å få elevene i gang med kommunikasjon. Vi valgte å bruke to oppgaver fra Liljedahl sitt fyldige repertoar av aktiviteter, som ble gjennomført slik de er beskrevet. Grunnen til at vi valgte akkurat disse to oppgavene (*vedlegg 1*) var at vi hadde prøvd dem ut i løpet av videreutdanninga, og visste at oppgavene fordret både tenking og diskusjoner. Vi fant også tre aktiviteter fra matteLIST hentet fra Matematikksenteres oppgavebase. Disse tre oppgavene ble modifisert ved å gi dem muntlig til elevene og at vi ikke benyttet oss av svaralternativer som beskrevet i oppgaven. Disse tre oppgavene (*vedlegg 1*) ble plukket ut fordi matematikksenteret oppga dem å bidra til å fremme resonnering og argumentasjon. Vi så at aktivitetene lett kunne gis muntlig uten at det ville bli vanskelig for elevene å motta relevant informasjon. I tillegg kunne oppgavene gis i en realistisk og gjenkjennbar kontekst for elevene. Alle oppgavene vi valgte stemmer med hvilke oppgavetyper Liljedahl (2021, s. 19) mener lærerne skal gi elevene hvis vi ønsker at aktiviteten skal oppfordre elevene til tenking, være lett nok å komme i gang med, engasjere, samtidig som aktivitetene ikke skal være lærerplanlagt. I tillegg hadde oppgavene lav inngangsterskel og stor takhøyde. Elevene kunne arbeide med samme oppgave og allikevel oppleve mestring på sitt faglige nivå (Matematikksenteret, NTNU, u.d.).

Batteri i lydopptaker og iPad ble sjekket før hver time i tillegg til at det var mulig å ta opp de respektive tekniske redskaper. Grunnen til at dette ble sjekket, var at andre hadde kunnet benyttet seg av lydopptaker og iPad siden sist vi sjekket. I friminuttet før timen startet ble både lydopptaker og iPad plassert gunstig i relasjon til elevene og de vertikale tavlene. I tillegg ble pulter flyttet bort fra vegger og det ble sett til at det var nok tusjer til alle gruppene.

3.4.2 Gjennomføring

Hver time startet med at elevene kom inn i klasserommet og satte seg. Det var en elev i klassen som hadde reservert seg mot studien. Denne eleven og en lærer gikk så ut av klasserommet sammen for å ha matematikkundervisning utenfor klasserommet. Klassen ble så delt inn i grupper på tre. Vi benyttet kortstokk for å dele elevene inn i vilkårlige grupper. Dermed så elevene at gruppeinndelinga ikke var planlagt på forhånd (Liljedahl, 2021, s. 43). Hver gruppe gikk til sin respektive tavle. Læreren formidlet dagens oppgave muntlig. Dette skjedde fra midten av klasserommet i løpet av undervisningstimens fem første minutter, noe som også stemmer med Liljedahl (2021, s. 101–105) med hensyn til når, hvor og hvordan oppgavene skal presenteres. I løpet av timen arbeidet elevene i grupper på vertikale tavler, mens læreren gikk rundt og veiledet og samtalte med de ulike elevgruppene. Mot slutten av timen oppsummerte læreren oppgaveløsningene gjennom felles studie av elevenes tavler. I oppsummeringa gikk lærer og elever igjennom hva som var likt / forskjellig i de ulike gruppene og hvordan gruppene hadde tenkt og løst oppgavene i fellesskap. Oppsummeringa er ikke en del av vår observasjon, siden dette da blir interaksjon mellom lærer og elever.

3.4.3 Etterarbeid

Etter undervisningsøkta var ferdig, ble Ipad og lydopptaker hentet inn. Både lyd og film ble overført og lastet opp i UiT sin SharePoint. Det siste som ble gjort var å påse at opptakene ble slettet fra enhetene slik at de var klar til bruk for andre lærere.

3.5 Metode for datainnsamling

Vi var avhengig av å ha datamaterialer for å dokumentere problemstillinga vår. Målet med studien var å finne kjennetegn på kommunikasjon mellom elever. For å kartlegge elevinteraksjoner i én klasse, trengte vi et avgrenset utvalg av dette. Datamaterialet vårt besto av lyd- og videoopptak fra fem undervisningsøkter, innhentet i løpet av to måneder.

3.5.1 Utvalg

Tjora (2017, s. 40–42) mener at en stor utfordring ved forskning er hvordan man skal avgrense det empiriske arbeidet, og da trenger man et utvalg. Det er flere hensyn å ta ved utvelgelse av et utvalg, som størrelse, representativitet, utvalgsstrategi, tilgang samt forskningsmetode (Cohen et al., 2007). Faktorer som spiller inn når størrelsen på utvalget blir bestemt, er blant annet formålet med studien, nivå av konfidensialitet og datainnsamlingsmetoden. Beslutningene basert på disse faktorene fører til at utvalget av kvalitativ forskning ofte er mindre enn ved kvantitativ forskning (Cohen et al., 2007).

Gleiss og Sæther (2022, s. 38–43) definerer et utvalg som de personene og rammene som velges for å innhente de data man trenger for forskninga. De skiller mellom to hovedformer for utvalg, sannsynlighetsutvalg og ikke-sannsynlighetsutvalg. Sannsynlighetsutvalg benyttes gjerne i kvantitativ forskning og her har alle enheter like stor sjanse for å bli valgt. Ikke-sannsynlighetsutvalg brukes både i kvantitativ og kvalitativ forskning og kan ikke generaliseres siden utvalget er valgt ut fra kriterier forskere har bestemt på forhånd (Gleiss & Sæther, 2022, s. 38–39). For å svare på problemstillinga vår, trengte vi å avgrense forskninga og finne et passende utvalg. Vi hadde bestemt rammene på forhånd og trengte da å finne personene som tilfredsstilte kriteriene. Siden vi valgte kriteriene på forhånd og hadde et lite utvalg, hadde vi et ikke-sannsynlighetsutvalg. Vi var dermed bevisst på at vi ikke kunne generalisere våre funn. Kriteriene våre var å finne en klasse som var kjent med å kommunisere muntlig i matematikktimene, men som ikke hadde benyttet vertikale tavler i undervisninga tidligere. Vi ønsket en lærer som hadde iverksatt samtaletrekk og vertikale tavler i undervisninga, samt implementert både Liljedahl og matteLIST oppgaver i sitt repertoar. Grunnen til at vi valgte disse kriteriene, var at vi ønsket å forske, sett fra elevenes side og ønsket færrest mulige variabler som kunne skape feilkilder når vi skulle se på kjennetegnene i kommunikasjonen mellom elevene. Vi tok kontakt med en kjent skole og fant en klasse som tilfredsstilte alle våre krav. Å legge slike begrensninger til grunn for utvalget, definerer Gleiss og Sæther (2021, s. 38–43) som en bekvemmelighetsgrunn. Vi fant informanter, elever og lærer fra egen bekjentskapskrets som tilfredsstilte rammene våre. Et utvalg fra egen krets kalles bekvemmelighetsutvalg og kan ikke betraktes som representativ for alle elever (Tjora, 2017, s. 255). Ut fra dette ser vi at vårt utvalg er et ikke-sannsynlighetsutvalg og er en kombinasjon av et strategisk utvalg, altså et utvalg satt sammen fra kriterier og et tilgjengelighetsutvalg.

3.5.2 Avgrensninger

Tjora (2017, s. 55–59) skriver at det kan være utfordrende ved observasjonsstudier å velge sted og tid samt å sannsynliggjøre at man får inn data som kan svare på problemstillinga. Siden problemstillinga kan endres underveis, er det viktig å ha en klar tanke om hvilken kunnskap man søker når man starter med observasjon i et slikt prosjekt (Tjora, 2017, s. 55–59). Da vi startet med masteren, ønsket vi å se på kommunikasjon mellom elever ved hjelp av vertikale tavler. Dokumentasjonen ble gjennomført ved å observere klassen annenhver tirsdag i andre time.

Skilbrei (2021, s. 167–170) hevder at man ved kvalitative studier må lage et estimat på forhånd over hvor mye data man trenger å samle inn for å svare på problemstillinga. Størrelsen på materialet avhenger av på hvor rik data man frambringer. Videre skriver hun at forskeren skal prøve å identifisere når metningspunktet er nådd. Metningspunktet inntreffer når ny innsamlet data ikke lengre gir ny variasjon eller skaper grunnlag for ny kunnskap. For å finne datametninga, må en se på prosjektets ambisjonsnivå samt kvaliteten på datamaterialene (Skilbrei, 2021, s. 167–170). Da vi hadde observert i fem økter, klarte vi ikke å finne flere nye kategorier av elevinteraksjoner. Variasjonen i datamaterialene hadde også stoppet opp og vi fant ikke mer variasjon innen hver kategori hos våre informanter.

3.5.3 Observasjon med lyd- og videoopptak

For å svare på problemstillinga vår, var det viktig å få med seg alt som skjedde mellom elevene mens de løste oppgavene. Vi måtte finne en metode som kunne samle inn den informasjonen vi trengte. Vi ønsket å studere det som foregikk i klasserommet, mellom elevene. Ønsker forskeren å finne ut hva som virkelig skjer mellom menneskene, bør observasjon inkluderes i studien (Tjora, 2017, s. 51–55). Ut fra dette ble observasjon den forskningsmetoden vi benyttet.

Ingen av oss anså oss som så dyktige observatører at vi ville klare å få med oss alt som skjedde gjennom arbeidsøktene. Derfor valgte vi å benytte lyd- og videoopptak. Ved å bruke iPad fikk vi både filmet elevene, hva de sa og hvordan de benyttet gester som peking, blikk og hodetilting. På film kunne vi i ettertid observere elevene, gjentatte ganger, spole fram og tilbake samt stoppe når vi måtte ønske det. Lydopptakene var en backup i tilfelle vi ikke fikk med oss all kommunikasjon via iPad-opptakene. Vi fikk da en systematisk og etterrettelig datainnsamling, slik Brekke og Tiller (2013, s. 109) viser til.

Observatøren og objektene påvirkes ved observasjon (Tjora, 2017, s. 71). Dette fører til en forskningseffekt som betyr at de som observeres handler annerledes enn de ville gjort uten observasjon (Tjora, 2017, s. 71). Vi anser at dette ble minimalisert i vårt prosjekt, siden elevene var i sine vante omgivelser med kjente voksne rundt seg. I tillegg ble alle observasjonene utført så uniformt som mulig for å minimalisere dette.

Vi valgte at forsker 1 gjennomførte undervisninga, i tillegg til at hun observerte elevene. Fokuset hennes var konsentrert mest på undervisninga. I tillegg observerte hun elevene via lyd- og videoopptak. Forsker 2 ble aldri presentert for elevene. Observasjonen hennes skjedde via lyd- og videoopptakene. Bjørndal (2019, s. 33) skriver at når en observatør har som primæroppgave å observere den pedagogiske situasjonen, kalles det observasjon av første orden. Observasjon av andre orden er når observatøren observerer den pedagogiske situasjon hun sjøl inngår i (Bjørndal, 2019, s. 33). Ut fra denne teorien var forsker 1 observatør av andre orden. Mens forsker 2 var observatør av første orden.

Vi hadde meldt inn forskninga vår til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Et av kriteriene for at vi fikk tillatelse til å filme, var at vi lastet opp vårt datamateriale på et sikkert nettsted og slettet lyd- og videoopptak snarest mulig. Derfor ble dataene våre lastet opp på vår SharePoint på UiT sin konto.

3.6 Analyse av datamaterialet

For å gjennomføre analyse av datamaterialet trengte vi et rammeverk som kunne systematisere dataene. I teorikapitlet presenterte vi teori og rammeverk som definerte verbal og non-verbal kommunikasjon, modeller innen kommunikasjon og elevinteraksjoner. Vi brukte rammeverket til Røsseland et al. (2022), i tillegg til at vi hadde åpne kategorier. Grunnen til at vi valgte å ha åpne kategorier var fordi vi ikke ønsket å gå glipp av funn eller å plassere utsagn feil. Vi satte oss inn i blant annet Altun (2019) sin beskrivelse av non-verbal kommunikasjon, fordi vi ønsket å forstå hvordan mennesker kommuniserer non-verbalt.

Da vi var kommet så langt at vi ikke fikk inn ny variasjon eller kategorier, startet arbeidet med å analysere innsamlet data. For å gjøre datamaterialet mer tilgjengelig for analyse, ble alle lyd- og videoopptak gjort om fra muntlig tale til transkribert tekst. Transkribering kan dermed forstås som første steg i en analyseprosess for å systematisere datamaterialet (Gleiss & Sæther, 2022, s. 97). Transkribering inkluderer en fortolkning der komplekse situasjoner reduseres til ord og verbale beskrivelser, men blir aldri nøyaktig. Forskeren vurderer og tar beslutninger underveis i transkriberinga siden denne allerede har avgjort hva det skal settes søkelys på (Gleiss & Sæther, 2022). Vi ønsket en mest mulig autentisk gjengivelse av elevinteraksjonene. Derfor transkriberte vi alle opptakene sammen, noe som var en langvarig prosess. Bjørndal (2019, s. 101–104) utdyper at man noen ganger kan få ikke-verbal atferd transkribert, siden transkripsjon skal gjengi det som blir sagt og/eller gjort. Med tanke på problemstillinga vår, og fokuset på både den verbale og den non-verbale kommunikasjon, ble det svært viktig at vi hadde full konsentrasjon på både det vi så og det vi hørte i arbeidet med transkriberinga.

Bjørndal (2019, s. 104–106) definerer koding som en grunnleggende del av å analysere lyd- og videoopptak. Koding er å dele opp innhentet data i mindre enheter for å gi dem en merkelapp. Etter at de forskjellige elevinteraksjonene hadde fått merkelapper, hvor vi benyttet fargekoding, ble de plassert inn i rammeverket hvor de så fikk navn ut fra kategori. Koding består som regel av korte setninger. En slik måte å arbeide på er nyttig når det skal kodes (Bjørndal, 2019, s. 104–106). Vi benyttet denne måten slik at vi fikk arbeidet systematisk med både koding og kategorisering, for å kunne analysere datamaterialet og svare på problemstillinga vår.

Postholm (2010, s. 91–94) mener at man kan skille mellom deskriptive og teoretiske analyser. Teoretisk analyse er når forskeren tar i bruk substantiv teori for å analysere deler av et materiale. Mens deskriptiv analyse anvendes når forskeren strukturerer datamaterialet slik at det blir oversiktlig, forståelig og rapportvennlig (Postholm, 2010, s. 86). Vi transkriberte både den verbale og non-verbale kommunikasjon, siden vi så at den non-verbale kommunikasjonen også hadde mye å si for hvilket faglig kommunikasjonsnivå elevene oppnådde. For å svare på vår problemstilling, brukte vi både koding og kategorisering, noe som da ses på som deskriptiv analyse. Materialet vårt ble samlet inn og delt inn i ulike deler.

Tabellene 3, 4 og 5 viser hvordan vi har kodet et eksempel på elevinteraksjon ved hjelp av farger. # viser nummer for utsagn. Vi startet nummerering på 1 for hver av de fem matematisk aktivitetene som ble gjennomført. I tillegg startet nummereringa på 1 for hver gruppe, for hver aktivitet. Under kommunikasjon blir den verbale samtalen beskrevet med vanlig skrift, mens den non-verbale skrives i parentes og kursiv. I siste kolonne beskrives kodinga. På denne måten arbeidet vi systematisk med koding og kategorisering, slik at vi kunne analysere vårt datamateriale og til slutt svare på vår problemstilling. *Vedlegg 2* viser fullstendig oversikt over kategorier og koder som er funnet i datamaterialet vårt. De neste tre tabellene viser eksempler på koding fra transkribering.

Tabell 3: Eksempel I, transkribering med koding

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
64	Elev 1	En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti (*mens hun peker på trappetrinnene som er tegna på tavla*)	R4-f
65	Elev 2	Også gjør du det samme på den, men starter med to også en, en, en, en, en….	R7-c

Denne tabellen viser hvordan vi kodet ei økt der elevene arbeidet med oppgaven «*Kalle Kanin*». I dette eksemplet finner vi koden *R4-f,* med rød markering, innenfor kategorien evaluere og avklare. Koden *R7-c,* med grønn markering, er fra kategorien forslag.

Tabell 4: Eksempel II, transkribering med koding

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
227	Elev 1	Ka du gjør?	R6-a
228	Elev 2	Prøver jo å finne ut den tusentingen vel.	R1-d
229	Elev 1	Ja, den med tusen egg…	R4-f
230	Elev 1	Eller va det daga?	R6-b
231	Elev 2	Da tok vi jo… (*peker på tavla*) Vi fikk 103 egg på den her	R1-d

I dette eksemplet arbeider elevene med oppgaven «*Høner på bondegården*». Vi finner koden *R6-a* med gul markering, fra kategorien spørsmål. Koden *R1-d,* med grå markering, fra kategorien svar og påstander. Neste kode er *R4-f,* med rød markering fra kategorien evaluering og avklaring. Koden *R6-b,* kommer fra kategorien spørsmål. Siste utdrag har kode *R1-d,* med grå markering og er fra kategorien svar og påstander.

Tabell 5: Eksempel III, transkribering med koding

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
45	Elev 3	(*peker på den diagonale linja i figuren på tavla*) Kan dem ikke bare stå diagonalt?	R3-a
46	Elev 2	Hæ? Kan dem det?	R6-a
47	Elev 1	Ja.	R1-a

Tabellen viser et eksempel fra aktiviteten «*Nabotall*» som elevene arbeidet med i andre undervisningstime. Her ser vi koden *R3-a,* med lilla markering fra kategorien utfordringer. Neste kode er *R6-a,* med gul markering fra kategorien spørsmål. Siste kode er *R1-a,* med grå markering og passer inn i kategorien svar og påstander.

Når kategoriene hentes fra innsamlet datamateriale, definerer Gleiss og Sæther (2022, s. 170–173) det som induktiv analysemetode. Hvis kategoriene etableres på forhånd ut fra eventuell kjent teori, kalles det deduktiv analysemetode. Når induktiv og deduktiv metode kombineres, får vi en abduktiv analysemetode. Videre hevder de at for å analysere kvalitative datamateriale, må det lages grupperinger av elementer som har noen trekk felles. Dette kalles kategorier (Gleiss & Sæther, 2022, s. 170–173). Analyseprosessen vår startet med å kategorisere samtalene mellom elevene ut fra konteksten. Vi benyttet fastsatte kategorier fra rammeverket til Røsseland et al. (2022) som da betegnes som en deduktiv analysemetode. Siden vi i tillegg lagde egne kategorier førte det til at vi fikk en abduktiv tilnærming på datamaterialet.

3.7 Validitet og reliabilitet

For å vurdere kvaliteten på en studie, kan validitet og reliabilitet benyttes (Gleiss & Sæther, 2022, s. 201–207). Forskeren må være åpen om styrker og svakheter ved eget forskningsdesign. I tillegg må forskninga være transparent angående gjennomføringa (Gleiss & Sæther, 2022, s. 201–207).

3.7.1 Validitet

Validitet betyr gyldighet (Skilbrei, 2021, s. 87–89). Den beskriver kvaliteten på datamaterialet, i tillegg til tolkning og konklusjon på studien. Skilbrei skiller mellom intern og ekstern validitet innenfor kvalitativ forskning. Intern validitet gjelder når forskeren har dekning i datamaterialet for de konklusjonene som trekkes fra studien. Ekstern validitet omhandler kunnskapen som utvikles gjennom studien er overførbar og dermed gyldig i andre sammenhenger (Skilbrei, 2021, s. 87–89). Elevene kan bli påvirket av lyd- og videoopptak og kan enten bli usikre og dermed mer taus, eller kanskje de spiller seg opp og blir mer verbal enn forventet. Dette kan føre til at datamaterialet blir lite representativt for det vi forsker på. Forsker 1 kan også påvirke elevene og da blir det viktig at vi reflekterer over hvordan vi påvirker forskningsprosessen. Dette er eksempler på intern validitet. Studien vår er en case-studie der en av styrkene er å observere årsak og virkning i en reell kontekst (Cohen et al., 2007, s. 253–258). En svakhet med case-studier er at det er begrenset hvor generaliserbart datamaterialet blir. Det er vanskelig å reprodusere vårt forskningsprosjekt, siden vi har valgt et lite utvalg fra eget nettverk. Dette fører til at vi ikke får generalisert våre funn og vi vil ikke kunne trekke slutninger basert på funnene våre. Men funnene kan være til nytte for andre. Dette kan ses på som ekstern validitet.

Gleiss og Sæther (2022, s. 201–207) beskriver at god validitet varierer mellom kvantitativ og kvalitativ forskning, men at metoden og utvalget må være egnet til problemstillinga. I kvalitativ forskning, som vi har drevet, er den begrepsmessige validiteten mindre relevant, fordi man ikke har ønske om å kvantifisere et mål. For å styrke validiteten kan man sammenlikne funnene som framkommer med tidligere forskning. Man styrker også validiteten hvis forskningsdesignet henger sammen (Gleiss & Sæther, 2022, s. 201–207). Vi mener at vi har et forskningsdesign som henger godt sammen, der vi har bevegd oss imellom de forskjellige delene med problemstillinga alltid i fokus, slik Maxwell (2012) sitt design tilsier. Postholm (2010, s. 169–171) presiserer at innen kvalitativ forskning er validitet mer avhengig av mangfoldet i datamaterialet samt forskerens evne til å analysere dette enn utvalgets størrelse (Postholm, 2010, s. 169–171). Noen av rammeverkene, slik som elevinteraksjonene til Røsseland et al. (2022), nivåer av kommunikasjon av Brendefur og Frykholm (2000) i tillegg til IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002), er beskrevet av anerkjente forskere, som igjen har basert sin forskning på andres arbeid innen temaet. Det vi savnet var mer litteratur og forskning som omhandlet samtaler mellom elever og det non-verbale språket.

Vi har valgt observasjon som metode og setter da validiteten på prøve, siden noen atferder er vanskelig å observere (Brekke & Tiller, 2013, s. 122–123). Forskerne vil kunne tolke det de observerer ut fra egen forståelse og da er det viktig å sikre begrepsvaliditet. Det gjøres når observatøren operasjonaliserer og diskuterer begrepene som benyttes i observasjonsnedtegnelsene (Brekke & Tiller, 2013, s. 122–123).

Det er viktig at studien vår er så transparent som mulig. Det vil si at forskninga vår er åpen og gjennomsiktig og at vi ikke holder noe skjult. Da vil andre kunne vurdere de valgene vi har gjort.

3.7.2 Reliabilitet

Reliabilitet handler om hvorvidt forskeren har skapt datamateriale på en pålitelig måte, der leseren kan stole på at resultatene ikke skyldes feil eller skjevheter (Skilbrei, 2021, s. 87–89). For å vurdere reliabiliteten av forskningsprosjektet vårt, er det viktig at vi er så objektive som mulig og ikke påvirker de som observeres. I vår forskning er forsker 1 involvert i undervisninga. Hun starter klassen og er til stede. Elevene aksepterer at hun er til stede. Dermed påvirker hun ikke det vi forsker på, som er interaksjonene mellom elevene. Ulempen med at forsker 1 er deltaker, er at hun ikke har muligheter til å registrere sine observasjoner underveis. Dette løste vi med lyd- og videoopptak. Ut fra dette anser vi forskningsprosessen som pålitelig.

Postholm (2010) hevder at ved små utvalg, må forskeren være nøye med transkriberinga, kodinga og klassifiseringa. Vi har vært nøye med dette når vi har gjennomgått elevobservasjonene. Gleiss og Sæther (2022, s. 201–207) advarer mot undersøkelseseffekter, bias, som kan oppstå under forskning. Bias bør minimeres mest mulig. For å redusere dette, må vi være klar over at kodinga kan påvirkes subjektivt ved at vi har en forhåndsinntatt holdning. Vi må også være nøye på ikke å tilegne utsagn kvaliteter det ikke har, eller motsatt. For å øke reliabiliteten på kodinga, kan vi la flere kode vårt datamateriale uavhengig av oss, men dette forventes ikke i en master (Gleiss & Sæther, 2022, s. 201–207). All transkribering og koding som er gjort i forbindelse med forskningsarbeidet har vi utført sammen. Det har vært mange diskusjoner som har både vært verdifulle og avklarende når vi skulle plassere utsagnene i kategorier.

Reliabiliteten styrkes ved gjentatte observasjoner med samme premisser (Brekke & Tiller, 2013, s. 122–123). Dette kunne vi kanskje har styrket ved å gå inn i flere klasser og gjennomført observasjoner, for så å analysere og kategorisere.

3.7.3 Metodekritikk

Slik tidligere beskrevet har vi en kvalitativ tilnærming i vår studie. Det medfører fleksibilitet og åpenhet, noe som gir oss mulighet til å endre studien og problemstillinga etter hvert som man får større innsikt. Vi har også gått i dybden på et lite utvalg. I tillegg har vi fått innsikt i helhetsforståelser av sosiale prosesser og sammenhenger blant noen få elever. En svakhet med kvalitativ tilnærming er at fleksibiliteten i metoden fører til at man samler inn ulik informasjon fra de ulike undersøkelsesenhetene, noe som fører til at tolkningene fra dataene kan bli mindre entydige (Gleiss & Sæther, 2022; Cohen et al., 2007).

Studien vår baserer seg på en case. Det fører til at resultatene er lettere å forstå av et bredt publikum. I tillegg kan en slik type studie greit gjennomføres av en eller to forskere. Siden vi bruker et lite utvalg hentet fra eget nettverk, kan dataene våre ikke kryss-sjekkes, noe som kan føre til at dataene blir selektiv, partisk, personlig eller subjektiv (Brekke & Tiller, 2013; Cohen et al., 2007).

Vi har observert én klasse i fem undervisningsøkter. Vi mener at vi har kommet til metningspunktet for datainnsamling. Det betyr at sjøl om vi hadde fortsatt observasjon, ville vi ikke ha oppdaget noen nye kategorier i denne klassen. Vi valgte å bruke lyd- og videoopptak, fordi da kunne vi studere observasjonene flere ganger. Dermed får vi med oss mest mulig informasjon som fort kunne ha blitt glemt gjennom kun direkte observasjon. Vi kan spole fram og tilbake og spille av i sakte film. Dette fører til at vi finner mer detaljerte observasjoner enn hva vi ville klart å ta inn over oss, uansett hvor dyktige vi er til å observere – altså at vi kan studere interaksjonene med mikroskopisk hukommelse (Bjørndal, 2019). Vår oppfatning er at elevene ikke er påvirket i nevneverdig grad av lyd- og videoopptakene som er gjort.

3.8 Etiske betraktninger

Når vi starter et forskningsprosjekt, er det viktig at vi følger noen sentrale etiske prinsipper. Gleiss og Sæther (2022, s. 43–48) beskriver tre sentrale prinsipper; informert samtykke, konfidensialitet og anonymisering samt å unngå negative konsekvenser for deltakere. Vi følger de nasjonale forskningsetiske retningslinjene for humaniora. For å sikre at vi ivaretar deltakerne på best mulig måte, meldte vi inn forskninga vår til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Via søknad til NSD fikk vi et samtykkeskjema som beskriver hensikt, problemstilling og hvordan vi skulle forske (*vedlegg 3)*. Skjemaet ble levert til foresatte som så måtte ta stilling til om deres barn skulle delta eller ikke i forskninga vår. Både foresatte og elever mottok både muntlig og skriftlig informasjon om prosjektet. Det var viktig at de hadde fått god nok informasjon og var innforstått med hva det innebar at vi brukte lyd- og videoopptak. Dette ivaretok vi ved samtykkeskjema som kunne trekkes tilbake når som helst.

Skilbrei (2021, s. 138) skriver at etter at forskeren har valgt hva og hvem som skal studeres, må det skaffes tilgang til dette og at forskeren må være påpasselig med at vilkår for fritt samtykke er oppnådd. For vår del betydde det at vi måtte finne en klasse vi kunne studere.

Videre måtte vi innhente tillatelse fra foresatte. Vi var påpasselig med at alle elever og foresatte følte at de hadde et reelt valg for å delta i prosjektet vårt.

Gjennom hele prosessen ble deltakernes data behandlet med konfidensialitet og anonymisering slik Gleiss og Sæther (2022, s. 43–46) beskriver. I tillegg var vi påpasselig at ingen av deltakerne skulle oppleve negative konsekvenser, verken under observasjon eller før/etter observasjon. Videre måtte vi tenke på hva som skulle observeres, hensikten med det, hvor det observertes, observasjonenes utstrekning, hvordan opptakene bruktes og ble lagret. Vi måtte også ta hensyn til at vi begge kommer fra relativt små forhold og var påpasselig på at ingen av elevene ble gjenkjent i løpet av prosessen, slik som Gleiss og Sæther (2022, s. 43–46) poengterer.

I case-studier er det viktig at vi lar hendelser og situasjoner snakke for seg sjøl, i stedet for å tolke, vurdere eller bedømme det som skjer. Virkeligheten lar seg ikke kopiere, kun representere, og den kan da begrenses på grunn av observatørens og teknologiens begrensninger.

4 Analyse og funn

I dette kapittelet presenteres data fra vår forskning. Funnene er basert på innsamlet datamateriale fra elevinteraksjoner i grupper á tre og tre elever. Disse danner grunnlaget som kan hjelpe oss i å besvare studiens problemstilling: *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»*. Kapitlet er delt inn i tre deler. Første del gjengir eksempler fra transkriberinger av elevinteraksjoner sett opp mot rammeverket til Røsseland et al. (2022). Del to består av tre eksempler der vi viser hvordan non-verbal kommunikasjon kan støtte opp om det verbale. Elevinteraksjonen ses opp mot Brendefur og Frykholm (2000) sitt rammeverk over kategorisering av kommunikasjonsnivåer. Utdrag fra disse delene blir den verbale kommunikasjonen presentert som ren tekst, mens den non-verbale kommunikasjonen settes i parentes og kursiveres. Siste del i dette kapittelet er en oppsummering av våre funn fra datamaterialet vårt.

4.1 Elevinteraksjoner

Vi har benyttet Røsseland et al. (2022) sin teoretiske modell som analytisk tilnærming for å kategorisere elevutsagnene og vil vise eksempler fra hennes rammeverk.

4.1.1 Svar og påstander

Gjennom konversjonene mellom elever i undervisningstimene observerte vi flere elevinteraksjoner som gikk ut på at elevene svarte og kom med påstander. Røsseland et al. (2022) påpeker at det er flere undergrupper for kategorien svar og påstander. Vi finner to undergrupper i datamaterialet vårt, (bare) svar på matematiske spørsmål og kumulativ samtale. Innen (bare) svar på matematiske spørsmål er det både uforklarte og ufullstendige elevsvar, som så kan deles inn i grupper uten og med matematisk innhold.

Følgende eksempel er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegård.* Det er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene er kommet et godt stykke ut i oppgaven og gjentar opplysninger som har vært gitt.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
133	Elev 3	På elleve dager?	
134	Elev 1	Ja.	R1-a
135	Elev 3	Da er det jo seks ganger seks.	
136	Elev 2	Ja.	R1-a
137	Elev 1	La oss prøve.	

Utdrag 1

Utdrag 1 viser en samtale mellom alle elevene på gruppa der elev 3 starter utdraget med å stille et spørsmål. Elev 1 avgir et kort svar. Elev 3 kommer med en kommentar som oppfattes som et spørsmål. Elev 2 svarer med et kort svar. Svarene elevene gir har ikke matematisk innhold, viser ingen form for hvordan elevene har kommet fram til resultatet eller hvordan elevene begrunner svaret. Utsagn 134 og 136 kan kategoriseres som uforklarte elevsvar uten matematisk innhold innen elevinteraksjonen svar og påstander (Røsseland et al., 2022).

Eksemplet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegården.* Det er gruppe 3 sine utsagn som vises. Elevene er kommet et stykke ut i aktiviteten og arbeider med å finne et svar på oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
138	Elev 2	(*tar tusjen*) Ka skal æ skrive?	
139	Elev 3	Er ikke det 36?	
140	Elev 1	Ja det er 36.	R1-b

Utdrag 2

I utdrag 2 ser vi et eksempel der elev 2 stiller et konkret spørsmål. Elev 3 svarer med et spørsmål. Elev 1 bekrefter svaret til elev 3. Svaret elev 1 gir har matematisk innhold, men viser ingen form for avklaring hvordan eleven har kommet fram til resultatet eller hvordan eleven begrunner svaret. Utsagn 140 kan kategoriseres som uforklarte elevsvar med matematisk innhold innen elevinteraksjonen svar og påstander (Røsseland et al., 2022).

Følgende avsnitt er hentet fra undervisningstime nummer 2. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *Nabotall*. Det er gruppe 3 sine utsagn som vises. Elevene er i startfasen av oppgaven og har begynt å fylle ut figuren de har tegnet på tavla.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
40	Elev 2	Men kaaa, nei, ni, åtte.	
41	Elev 1	Nei, det går ikke.	R1-c
42	Elev 2	Jo, næi, de kunne ikke stå ved siden av kverandre.	

Utdrag 3

Utdrag 3 viser at elev 2 oppdager at to nabotall står ved siden av hverandre i figuren og kommenterer dette. Elev 1 ser også det og er enig med elev 2. I siste utsagn begrunner elev 2 hvorfor ikke tallene kan skrives ved siden av hverandre. Svaret elev 1 bidrar med i utdraget har ikke matematisk innhold eller noen form for informasjon om tankeprosessen. Utsagn 41 kan kategoriseres som ufullstendige elevsvar uten matematisk innhold innen elevinteraksjonen svar og påstander (Røsseland et al., 2022).

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegård.* Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene er kommet godt i gang med oppgaven, men en av elevene forstår ikke hvordan gruppa skal komme videre.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
72	Elev 3	Men kordan kan den være mer?	
73	Elev 1	Fordi det er seks egg.	R1-d
74	Elev 1	Nei, fordi det er seks høner.	R1-d
75	Elev 3	Men den legg jo elleve egg.	

Utdrag 4

Utdrag 4 starter med at elev 3 har problemer med å forstå oppgaven. Hun undrer på hvordan seks høner som legger egg annen hver dag, kan legge flere egg enn fem høner som legger egg hver dag, og ber indirekte om hjelp fra medelevene. Elev 1 forklarer i utsagn 73 først ett svar, før eleven så korrigerer seg sjøl etter at hun oppdager at hun hadde sagt feil (utsagn 74). Svarene elev 1 avgir har matematisk innhold, men ikke noen form for informasjon om tankeprosessen. Utsagn 73 og 74 kan kategoriseres som ufullstendige svar med matematisk innhold innen elevinteraksjonen svar og påstander (Røsseland et al., 2022).

Følgende eksempel er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer*. Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har omtrent akkurat startet med oppgaven, og har fått tegnet rokkeringene på tavla og diskusjonen har startet.

<table>
<tr><th>#</th><th>Hvem</th><th>Kommunikasjon</th><th>Kode</th></tr>
<tr><td>39</td><td>Elev 3</td><td>Kan ikke dokker bare ta åtte på hver og en i midten?</td><td rowspan="4">R1-e</td></tr>
<tr><td>40</td><td>Elev 1/
Elev 2</td><td>(ser på hverandre og snur seg mot elev 3)</td></tr>
<tr><td>41</td><td>Elev 2</td><td>Åtte på hver og en i midten?</td></tr>
<tr><td>42</td><td>Elev 1</td><td>Åtte på hver?</td></tr>
</table>

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
43	Elev 3	Men ka bli åtte + åtte?	R1-e
44	Elev 2	16.	
45	Elev 3	Og ka med den i midten?	
46	Elev 1	(*snur seg mot tavla og begynner å plassere myntene i rokkeringene*)	
47	Elev 2	Ja, men det sku jo være likt på alle?	
48	Elev 3	Ja, det e jo det.	
49	Elev 2	Nei, det sku jo…(*snur seg mot elev 3*) sku vi ha det dær i midten, sku vi tegne?	
50	Elev 3	Den i midten ja.	
51	Elev 2	Tenker vi for vanskelig nu? Gjør vi det?	

Utdrag 5

Utdrag 5 viser en samtale mellom alle tre elevene på gruppa. Elevene veksler mellom å stille spørsmål og svare gjennom hele utdraget. Elev 1 benytter i tillegg non-verbal kommunikasjon ved å tegne på tavla (utsagn 46). Dette støtter opp om å svare på de verbale spørsmålene. Strømmen av spørsmål og svar inneholder ingen form for forklaringer eller argumenter. Utdrag 5 kan kategoriseres som kumulativ samtale innen elevinteraksjonen svar og påstander (Røsseland et al., 2022).

Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon svar og påstander er utviklet fra (bare) svar på matematiske spørsmål (Drageset et al., 2021) og kumulativ samtale (Mercer & Wegerif, 2001). Drageset et al. (2021) sin interaksjon (bare) svar på matematiske spørsmål deles inn i tre undergrupper. Første undergruppe, som er lærerstyrte svar, finner vi ikke i vårt datamateriale. Grunnen er nok fordi vår studie ikke omfattet lærer-elev interaksjon. Neste undergruppe som er uforklarte svar, forekommer i vår studie. Elevene gir uforklarte svar både uten og med matematisk innhold. Typiske eksempler på svar uten matematisk innhold som vi ser hos elevene er: «*ja*», «*nei*», «*vet ikke*» og «*kanskje*». Vårt datamateriale viser mange «ja» og «*nei*», men svært få «*vet ikke*» og «*kanskje*». Eksempel på svar med matematisk innhold som vi erfarer i datamaterialet er «*tallord*», som det er mange av. Siste undergruppe er ufullstendige svar. Her finner vi også elevsvar som består av både matematisk og ikke matematisk innhold. Eksempel på elevsvar uten matematisk innhold er «*nei, det er det ikke*» og «*jo, det er det*». Typiske elevutsagn med matematisk innhold innen ufullstendige svar er: «*6 egg…*», «*6 høner…*», «*Da har vi tatt alle tallene…*» og «*Åsså den 29*».

Elevene starter ofte på en tankerekke, før kommunikasjonen dør ut, og en annen elev tar over samtalen. Felles for disse måtene å svare på, er at svarene er korte og ikke inneholder noe informasjon om hvordan elevene har kommet fram til svaret, altså tankeprosessen bak et svar. Resultatene fra vårt datamateriale gjør det naturlig for oss å skille mellom (bare) svar uten matematikk og (bare) svar med matematikk. Disse nyansene framkommer ikke i rammeverket til Røsseland et al. (2022). Datamaterialet vårt viste at 16,5 % av alle elevutsagn kan klassifiseres som elevinteraksjonen svar og påstander. *Tabell 6* viser en oversikt over eleveksempler fra samtaletrekket (bare) svar på matematiske spørsmål.

Tabell 6: Eksempler på elevsvar for interaksjonen svar og påstander

Svar og påstander	**Uforklarte svar**		**Ufullstendige svar**	
	Uten matematikk	**Med matematikk**	**Uten matematikk**	**Med matematikk**
Eksempler på elevsvar	Ja, det e jo det.	68.	Nei, det er det ikke.	6 egg…
	Nei.	49.	Jo, det er det.	6 høner…
	Vet ikke.	Men det e jo fem.	Sku se om dem har gjort noe liknende.	Da har vi tatt alle tallene…
	Kanskje.	Da blir det jo…15.	Ja, det går jo an å ha mange fler.	Åsså den 29.

4.1.2 Argumentasjon

Via kommunikasjonene mellom elever i undervisningstimene, observerte vi elevinteraksjoner som gikk ut på at elevene kom med argumenter. Røsseland et al. (2022) fastslår at elevene kan argumentere rundt hvorfor noe er riktig, gunstig eller logisk. Vi fant to undergrupper i datamaterialet vårt, korrekt og logisk argumentasjon.

Eksemplet under er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer*. Dette er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet i gang med oppgaven og har tegnet rokkeringene på tavla og diskusjonen er startet.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
59	Elev 3	Hvis du tar 8 i hver og så tar en i midten.	
60	Elev1	(*snur seg mot elev 3*) Vis.	
61	Elev 3	(*kommer til tavla og peker på tavla*) Åtte i den. (*peker på den høyre rokkeringen*) Åtte i den. (*peker på den venstre rokkeringen*) Og en i den. (peker på den overlappende sirkelen)	
62	Elev 1	Det funker.	

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
63	Elev 3	(*viser og peker hvor det skal skrives*) Ja, her, overlegg, da e det en i midten. Da e det likt på begge sider.	R2-a
64	Elev 1	(*skriver inn tallene i rokkeringene*)	
65	Elev 2	He, det dær va smart.	

Utdrag 6

Utdrag 6 starter med elev 3 som kommer med et forslag på en løsning. Ved neste utsagn snur elev 1 seg mot denne og ber elev 3 vise, slik at hun forstår tanken bak forslaget. Elev 3 kommer bort til tavla og peker på figuren, samtidig som han forklarer hva han mener (utsagn 61). Ut fra hva elev 1 svarer i utsagn 62, forstår vi at eleven har skjønt hvordan oppgaven kan løses. I dette tilfellet ser vi hvordan det non-verbale er med på å øke forståelsen for løsninga på aktiviteten. Eksempelet viser at elev 3 argumenterer for svaret sitt og vektlegger at utsagnet er korrekt ved at det da er likt på begge sider i rokkeringene (utsagn 63). Eleven understøtter sin verbale argumentasjon med gester. Utsagn 63 kan kategoriseres som korrekt argumentasjon innen elevinteraksjonen argumentasjon (Røsseland et al., 2022).

Følgende avsnitt er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer*. Dette er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene har kommet et godt stykke ut i aktiviteten, og er usikker på veien videre for å løse oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
133	Elev 2	(*visker litt av tavla*) Eemmm, tegn en til.	
134	Elev 1	Har vi gjort s (*avbryter seg sjøl og ser på figuren hvor de har seks i hver*) Ja, det har vi.	
135	Elev 2	Men kaaa, nei, ni, ni, det går ikke.	
136	Elev 1	Nei, det blir jo. (*pause*)	
137	Elev 2	Jo, næi, det må være mindre.	
138	Elev 1	Ni pluss ni…næi det blir 18. Det ska vær mindre enn 18.	R2-b
139	Elev 2	(*elev 2 snur seg til elev 3*) Har du et nytt forslag?	
140	Elev 1	Ja.	

Utdrag 7

Utdrag 7 starter med at elev 2 visker bort litt av det som er skrevet på tavla, før han oppfordrer til at det skal tegnes mer. I neste utsagn kommenterer elev 1 oppgaven, avbryter seg sjøl midt i et ord, før hun ser på figuren og bekrefter sitt eget uuttalte spørsmål. I utsagn 135-137 diskuterer elev 2 og 1 oppgaven. I utsagn 138 kommer elev 1 med en argumentasjon om at svaret ikke kan være det gruppa har fått som resultat. Her ser vi eksempel på logisk argumentasjon ved at elev 1 poengterer at svaret må være mindre enn 18. Utsagn 138 kan kategoriseres som logisk argumentasjon innen elevinteraksjonen argumentasjon (Røsseland et al., 2022).

Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon argumentasjon er utviklet fra elementet advokere i IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002). Advokere kan deles inn i tre undergrupper der argumentasjonen omhandler hvorfor noe er riktig, gunstig eller logisk. I vårt datamateriale finner vi ikke eksempler på argumentasjon som handler om hvorfor noe er gunstig. Datamaterialet vårt viser at når elever samtaler, viser de korrekt argumentasjon. Eksempler på riktig argumentasjon er: «*Begge to er primtall*», «*Begge to er oddetall*», «*Ja, det går ikke, 10 pluss 10 det er for mye*» og «*Det skulle være likt*». I tillegg inneholder datamaterialet logisk argumentasjon. Her vises eksempler på elevutsagn: «*Ja, her, overlegg, da er det en i midten. Da er det på begge sider*», «*Jaja, tre høner siden dem la egg hver tredje dag, så ble det ni egg i løpet av 11 daga*» og «*Det skal være mindre enn 18*».

Det er ikke ofte vi ser argumentasjon blant elevkommentarene. Vi ser at det er få elever som stiller konkrete spørsmål som fører til at argumentasjon er nødvendig å benytte. En grunn kan være at de vertikale tavlene synliggjør elevenes tanker, forklaringer og løsninger på en helt annen måte enn elevene har vært vant til ved mer tradisjonell matematikkundervisning. Synliggjøringa kan bidra til at elevene ikke har behov for å argumentere muntlig. Her ser vi hvordan vertikale tavler blir et verktøy som fremmer elevtenking slik Liljedahls (2021) forskning viser. Når vi ser dette, har elevene som regel kommet et godt stykke ut i oppgaven. Opplever elevene at argumentet er tilfredsstillende, kjøper medelever dette og diskusjonen endrer retning. Datamaterialet vårt viste at 4,1 % av alle elevutsagn kan klassifiseres innen elevinteraksjonen argumentasjon. *Tabell 7* viser en oversikt over eleveksempler som ble funnet i datamaterialet vårt innen elevinteraksjonen argumentasjon.

Tabell 7: Eksempler på elevsvar for interaksjonen argumentasjon

Argumentasjon	**Korrekt argumentasjon**	**Logisk argumentasjon**
Eksempler på elevsvar	Begge to er primtall.	Ja, her, overlegg, da er det en i midten. Da er det på begge sider.
	Begge to er oddetall.	Jaja, tre høner siden dem la egg hver tredje dag, så ble det ni egg i løpet av 11 daga.
	Ja, det går ikke, 10 pluss 10 det er for mye.	Det skal være mindre enn 18.
	Det skulle være likt	Det går ikke, for du kan ikke sette 10, der, der og der.

4.1.3 Utfordringer

Fra dialogene mellom elever i undervisningstimene, observerte vi elevinteraksjoner som gikk ut på at elevene endret idéer for, så å endre retning på en løsningsprosess. Røsseland et al. (2022) angir at det er flere undergrupper for kategorien utfordringer. Vi fant to undergrupper i datamaterialet vårt; elevene presenterer en ny idé og elevene motsetter seg en idé som allerede er presentert.

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 5. Klassen arbeider med matteList oppgaven *Evens venner.* Dette er gruppe 3 sine utsagn som vises. Elevene har akkurat startet med oppgaven og arbeider med å finne ut at det er lettere å komme videre i oppgaven når månedene oppgis som tall i stedet for med navn.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
44	Elev 2	(*skriver alle månedene på tavla*)	
45	Elev 3	August er vel åttende måneden – og da har vi jo ham som…	
46	Elev 3	Æ trur det hadde vært lettere om du bare hadde skrevet en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, 10, 11, 12.	R3-a
47	Elev 2	(*skriver en over januar osv…*)	
48	Elev 3	30. mai har vi jo allerede et – ehhhh…helt sinnsykt bra (*vandrer litt fram og tilbake*)	

Utdrag 8

Utdrag 8 starter med at elev 2 skriver alle månedene på tavla. I neste utsagn er elev 3 i gang med å forklare at august er den åttende måneden og avbryter seg sjøl midt i en setning. I neste utsagn følger samme elev opp med å presentere en ny måte å gjøre dette på. I utsagn 47 skriver elev 2 tallene over de allerede skrevne månedene. I utsagn 48 konstaterer elev 3 at gruppa har brukt mai og evaluerer gruppas arbeid til å være tilfredsstillende. Utsagn 46 viser presentasjon av en ny idé ved at elev 3 utfordrer gruppa når han ber elev 2 om å skrive tall i stedet for navn. Utsagn 46 kan kategoriseres som presentasjon av ny idé innen elevinteraksjonen utfordringer (Røsseland et al., 2022).

Følgende eksempel er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer.* Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene er kommet langt ut i oppgaven og har opptegnet rokkeringene på tavla. En av elevene titter rundt i klasserommet for å få inspirasjon til å komme seg videre med oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
144	Elev 1	(*titter rundt på andre tavler*) Nu så æ noe…	
145	Elev 2	Ka?	
146	Elev 1	(*skriver inn 8 og 9 i rokkeringene*)	
147	Elev 3	Det dær går jo ikke.	R3-b
148	Elev 2	Det skulle være likt.	
149	Elev 1	Åja, det skulle det jo. (*visker vekk det hun skrev på tavla*)	

Utdrag 9

Utdrag 9 starter med at elev 1 ser seg rundt i klasserommet, titter på de andre gruppenes tavler og forteller gruppa si at hun har oppdaget noe. I utsagn 145 lurer elev 2 på hva elev 1 har funnet ut. Neste utsagn skriver elev 1 inn tallet åtte i den ene rokkeringen, mens hun skriver tallet ni i den andre. I utsagn 147 motsier elev 3 det som blir skrevet på tavla. I påfølgende utsagn kommenterer elev 2 at det skulle være like mange i begge rokkeringene. I siste utsagn oppfatter elev 1 at det er feil det som er på tavla og visker det bort. I utsagn 147 motsetter elev 3 den nye idéen som blir presentert av en medelev. Dette utsagnet kan kategoriseres som å motsette seg en idé som presenteres innen elevinteraksjonen utfordringer (Røsseland et al., 2022).

Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon utfordringer er utviklet fra elementet utfordre i IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002) i tillegg til utforskende og konfererende samtale (Mercer & Wegerif, 2001). Denne elevinteraksjonen deles inn i presentasjon av ny idé og motsetning av allerede presentert idé. I vårt datamateriale finner vi eleveksempler fra begge kategorier. Videre viser det at elevene motsetter seg litt oftere nye idéer som blir presentert enn at de presenterer nye idéer. Eleveksempler på presentasjon av nye idéer er «*Vi snur den på hodet og ser på trappa under ifra*», «*Æ trur det hadde vært lettere om du bare hadde skrevet*» og «*Ka om vi begynner nederst?*». Eksempler vi finner i datamaterialet på at elever motsetter seg idé som allerede er presentert er «*Det der går jo ikke*», «*Det er ikke noe halvparten av 55*» og «*Nei, vi har gjort det feil*». Begge kategoriene finner vi både i starten, midten og slutten av øktene. Elevinteraksjonen utfordringer er den interaksjonen som opptrer minst i vårt datamateriale med 2 %. Det kan tyde på at disse kategoriene også kan deles inn i undergrupper uten og med matematisk innhold. Siden denne interaksjonen opptrer så sjelden, er det vanskelig å trekke noen slutninger.

Da vi valgte oppgaver, vektla vi å bruke oppgaver som skulle få elevene til å diskutere slik at vi var sikre på at kommunikasjon oppsto. Vi ønsket lav inngangsterskel med mulighet til å utvide oppgavene slik både Liljedahl og matteLIST oppgaver gir mulighet til

(Matematikksenteret, NTNU, u.d.). Dette førte til at oppgavene kanskje var litt for enkle å løse for elevene, slik at de ikke ble utfordret nok. Klassen har vært vant til tradisjonell undervisning (Alrø & Skovsmose, 2002) med lite fokus på problemløsningsoppgaver. Vi må akseptere at vi bevegde oss inn i ukjent matematisk område, men mener at elevene lærer allikevel, slik Alrø og Skovsmose (2002) beskriver. *Tabell 8* viser en oversikt over eleveksempler fra elevinteraksjonen utfordringer.

Tabell 8: Eksempler på elevsvar for interaksjonen utfordringer

Utfordringer	**Presentasjon av ny idé**	**Motsetning av presentert idé**
Eksempler på elevsvar	Vi snur den på hodet og ser på trappa under ifra.	Det der går jo ikke.
	Æ trur det hadde vært lettere om du bare hadde skrevet.	Det er ikke noe halvparten av 55.
	Ka om vi begynner nederst?	Nei, vi har gjort det feil.

4.1.4 Evaluering og avklaring

Av samtalene mellom elever i undervisningstimene, observerte vi elevinteraksjoner som gikk ut på at elevene evaluerte både seg sjøl og medelever. Røsseland et al. (2022) ytrer at det er flere undergrupper for kategorien evaluering og avklaring. Vi fant seks undergrupper i datamaterialet vårt. Eleven vurderer eget arbeid uten og med matematisk innhold, eleven vurderer medelever uten og med matematisk innhold, eleven vurderer eget arbeid opp mot medelevers arbeid med matematisk innhold og avklaring.

Eksempelet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegård.* Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet nesten til slutten av oppgaven og viser at de er fornøyde med egen innsats.

#	**Hvem**	**Kommunikasjon**	**Kode**
263	Elev 3	(*peker på tavla der det står 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0*) Det står her, den du skrev i sted.	
264	Elev 1	(*ser fornøyd på tallrekka som elev 3 henviser til*) Ganske fin den der.	R4-a
265	Elev 3	(peker på tavla) Dag en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti, elleve.	
266	Elev 2	(*klapper litt i hendene*) Flink. Så flink.	

Utdrag 10

Utdrag 10 starter med at elev 3 peker på en tallrekke elev 1 allerede har skrevet på tavla, mens han i tillegg gjør eleven oppmerksom på det. I utsagn 264 ser elev 1 fornøyd på tavla og tallrekka som elev 3 henviste til og kommenterer «*Ganske fin den der*». Neste utsagn viser elev 3 ved å peke samtidig som han kommenterer det som står der. I utsagn 266 viser elev 2 både verbalt og non-verbalt at hun er fornøyd med løsninga på oppgaven. Eksemplet viser at elev 1 vurderer sitt eget arbeid uten matematisk innhold (utsagn 264). Utsagn 264 kan kategoriseres som vurdering av eget arbeid uten matematisk innhold innen elevinteraksjonen evaluering og avklaringer (Røsseland et al., 2022).

Følgende avsnitt er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegården.* Dette er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i oppgaven og er startet på utvidelsen av aktiviteten.

#	**Hvem**	**Kommunikasjon**	**Kode**
232	Elev 3	Det va 1000 egg.	
233	Elev 2	Vi fikk 103 egg på den her. (*peker på tavla*) Også tok vi det her ti ganger hundre som blir tusen, også tok vi tre ganga etter det for kor mange egg som skal ut.	
234	Elev 3	Og da blei det… (*ser spørrende på tavla*)	
235	Elev 2	Eh, nei, men æ trur vi heller må ha seks der	
236	Elev 2	Oi, nei syv fordi da blir det rett (*visker ut 10 og skriver syv*)	R4-b

Utdrag 11

Utdrag 11 starter med at elev 1 svarer på et spørsmål som omhandler oppgaven. I utsagn 233 forklarer elev 2 hva de har gjort for å komme videre i oppgaven ved å peke på tavla samtidig som hun forteller framgangsmåten. Neste utsagn lurer elev 3 på hva svaret blir mens hun ser spørrende på tavla. I utsagn 235 foreslår elev 2 at de bør gjøre en endring ved å benytte noen andre tall, før hun fortsetter i neste utsagn med å vurdere sitt svar i forrige utsagn, mens hun visker ut 10 tallet på tavla og erstatter det med syv. Utsagn 236 viser elev 2 som vurderer sitt svar matematisk ved at hun konkluderer at svaret blir korrekt ved å endre fra 10 til seks, før hun ender opp med syv. Dette utsagnet kan kategoriseres som vurdering av eget arbeid med matematisk innhold innen elevinteraksjonen evaluering og avklaringer (Røsseland et al., 2022).

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 3. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Kalle Kanin.* Dette er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene er kommet godt i gang med aktiviteten. Her er gruppa i gang med metode to for å løse oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
142	Elev 1	Æ skal skrive en, en, en, en, en, en, to liksom.	
143	Elev 3	Der kor vi hoppe.	
144	Elev 1	(*skriver en, en, en, en, en, en, to på tavla*)	
145	Elev 2	Det der blir råbra.	R4-c

Utdrag 12

Utdrag 12 starter med at elev 1 repeterer hva hun har oppfattet at hun skal skrive på tavla for å løse oppgaven. I følgende utsagn legger elev 3 til en tilleggsopplysning. I neste utsagn skriver elev 1 på tavla det hun gjentok i første utsagn. I siste utsagn utbryter elev 2 «*det der blir råbra*». Dette utsagnet viser at elev 2 vurderer medelever uten matematisk innhold. Utsagn 145 kan kategoriseres som vurdering av medelever uten matematisk innhold innen elevinteraksjonen evaluering og avklaringer (Røsseland et al., 2022).

Følgende eksempel er hentet fra undervisningstime nummer 2. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *Nabotall*. Dette er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i oppgaven, viser engasjement, men har stoppet litt opp når de fikk utvidelsen av aktiviteten.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
242	Elev 3	Ka du ser på?	
243	Elev 2	(*går mot nabotavla*)	
244	Elev 2	Sku se om dem har gjort noe lignende da…	
245	Elev 2/ Elev 1	(*studerer nabotavla*)	
246	Elev 1	(*peker mot nabotavla*) Men dem har jo fått noen andre tall enn vi på den der. Trur de har rett…	R4-d

Utdrag 13

Utdrag 13 omhandler at elever på en gruppe studerer noen av de andre tavlene i klassen. De småprater seg imellom om en av nabotavlene før de går tilbake til sin egen tavle. I utsagn 246 kommenterer elev 1 at den andre gruppa har andre tall og konkluderer med at han mener den andre gruppa har løst oppgaven korrekt. Elev 1 vurderer eget arbeid opp mot en annen gruppe. Utsagn 246 kan kategoriseres som vurdering av medelever med matematisk innhold innen elevinteraksjonen evaluering og avklaringer (Røsseland et al., 2022).

Eksemplet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegård*. Det er gruppe 3 sine utsagn som vises. Elevene er ferdig med sin oppgave. De står og ser på andre grupper sine tavler.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
276	Elev 3	Så legg på fire, men ikke på fem og seks (*peker på tallrekka på tavla*)	
277	Elev 3	Så dem legg egg på dag en, så dag tre (*peker på tallrekka*) Seks…..	
278	Elev 3	Så legg dem på dag fire.	
279	Elev 1	Ja.	
280	Elev 2	Ikke fem og seks, syv, ikke åtte ni, ti, ikke elleve	
281	Elev 3	Æ trur ikke den e så enkel som den andre gruppa gjorde den.	R4-e
282	Elev 3	(*peker på tallrekka der det beskrives hvordan de ulike hønene la egg på forskjellige dager*) Bare se på det her.	

Utdrag 14

Utdrag 14 starter med at elev 3 kommer med tre utsagn der han kommenterer en annen gruppes tavle. Elev 3 går igjennom steg for steg hva denne gruppa har gjort. I utsagn 279 svarer elev 1 kort på kommenteringa til elev 3, mens i følgende utsagn gjentar elev 2 deler av kommentarene til elev 3. I utsagn 281 fortsetter elev 3 med å vurdere matematisk hva den andre gruppa har skrevet på tavla opp mot egen gruppes løsning. Mens i utsagn 282 peker han på tallrekka som er skrevet opp på tavla samtidig som han kommenterer videre. Utsagn 281 kan kategoriseres som vurdering av eget arbeid opp mot medelevers arbeid med matematisk innhold innen elevinteraksjonen evaluering og avklaringer (Røsseland et al., 2022).

Følgende avsnitt er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegård.* Det er gruppe 3 sine utsagn som vises. Elevene er i starten av oppgaven og skriver informasjon på tavla at høna legger egg annen hver dag.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
45	Elev 3	(*skriver på tavla 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1*)	
46	Elev 2	(*ser på elev 3*) Ka du gjør nu.	R4-f
47	Elev3	Seks egg på elleve dager.	
48	Elev 2	(*peker på tavla der det står «6 legger annenhver dag»*) Den der.	R4-f
49	Elev 3	Ja.	

Utdrag 15

Utdrag 15 starter med at elev 3 skriver på tavla hvordan han løser oppgaven. I utsagn 46 ser elev 2 på elev 3 og ber om en avklaring. I utsagn 47 forklarer elev 3 muntlig hvordan han tenker. I utsagn 48 peker elev 2 på tavla der det allerede er skrevet ned opplysninger om oppgaven og ber igjen om avklaring. I siste utsagn bekrefter elev 3 det elev 2 trenger avklaring på. Her ser vi eksempel på elevinteraksjonen avklaring, hvor utsagn 46 og 48 viser hvordan eleven ber om avklaring underveis i arbeidet med oppgaven. Disse utsagnene kan kategoriseres som avklaringer innen elevinteraksjonen evaluering og avklaringer (Røsseland et al., 2022).

Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon evaluering og avklaring er utviklet fra elementene evaluere og omformulere i IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002) og utforskende samtale fra Mercer og Wegerif (2001). Evaluering er vurdering av hvilken som helst av de andre interaksjonene, men vanligvis relatert til riktighet eller logikk. Den kan også handle om å avklare, ofte sett ved omformulering.

I vårt datamateriale finner vi både evaluering og avklaring. Kategorien evaluering kan deles inn i fem undergrupper. Elevene evaluerer både eget arbeid uten og med matematisk innhold. Typiske eksempler på elevsvar der eleven vurderer eget arbeid uten matematisk innhold, er «*Ganske fin den der*», «*Nei, det her var for rart*» og «*Bare glem det, æ gjorde feil*». Eksempler på elevsvar der eleven vurderer eget arbeid med matematisk innhold er «*Oi, nei syv fordi da blir det rett*», «*Æ glemte fem, å hoppe over fem*» og «*Æ vet ikke om æ vet helt ka vi har gjort her med de her tallan…*». I interaksjonen evaluering framkommer også at elevene vurderer andre elevers arbeid uten og med matematisk innhold. Typiske eksempler på elevsvar der eleven vurderer medelever uten matematisk innhold er «*Det der blir råbra!*», «*Flink. Så flink!*» og «*Oh, chill*». Eksempler på elevsvar der eleven vurderer medelever med matematisk innhold er «*Men dem har jo fått noen andre tall enn vi på den der*», «*Trur de har rett…*» og «*Skjønner ikke det dær med koffor du sir 29. juni e mulig...*».

I tillegg fant vi en underkategori der elever vurderer eget arbeid opp mot medelevers med matematisk innhold. Det var ikke mange eleveksempler innen denne underkategorien, men eksempler er «*Æ trur ikke den e så enkel som den andre gruppa gjorde den*», «*Se på den der, de har gjort det samme som oss*» og «*Dem kopierer jo oss*». Resultatene fra vårt datamateriale gjør det naturlig for oss å skille mellom egen evaluering og evaluering av medelever som igjen kan deles inn i evaluering uten matematikk og med matematikk. Disse nyansene framkommer ikke i rammeverket til Røsseland et al. (2022). Datamaterialet vårt viser også at elevene kommer med avklaringer. Typiske eksempler på det er «*Ka du gjør nu*», «*Skal vi begynne her i fra eller derifra?*» og «*Kor mange hopp kan han gjøre?*».

Materialet fra dataene våre viser at elevene ofte evaluerer og kommer med avklaringer. Elevene vurderer både seg sjøl og medelever fortløpende gjennom oppgavene, både gjennom kommunikasjon og når de visker ut og skriver på nytt på tavlene. Datamaterialet viser at interaksjonen evaluering og avklaring ofte opptrer sammen med interaksjonen forklaring og forslag – da særlig det å tenke høyt.19,5 % av alle elevutsagn kan klassifiseres innen elevinteraksjonen evaluering og avklaring. Enkelte elevinteraksjoner som er kategorisert som avklaring kan av og til minne om kategorien spørsmål. Grunnen til at vi likevel har valgt å kategorisere dem som evaluering og avklaring skyldes konteksten. Vi ser at elevene ikke spør hverandre fordi de ikke vet, men de stiller oppklarende spørsmål til hverandre for å få spesifisert hvor i oppgavene de arbeider. Konteksten rundt utsagnene gir derfor mening til hvordan kodinga og kategoriseringa er gjort. *Tabell 9 og 10* viser eksempler på elevsvar innen elevinteraksjonen evaluering og avklaring.

Tabell 9: Eksempler på elevsvar for interaksjonen evaluering

Evaluering	**Evaluering av seg sjøl**		**Evaluering av medelev**	
	Uten matematikk	**Med matematikk**	**Uten matematikk**	**Med matematikk**
Eksempler på elevsvar	Ganske fin den der.	Oi, nei syv fordi da blir det rett.	Det der blir råbra!	Men dem har jo fått noen andre tall enn vi på den der.
	Nei, det her var for rart.	Æ glemte fem, å hoppe over fem.	Flink. Så flink!	Trur de har rett…
	Bare glem det, æ gjorde feil.	(snur seg litt rundt, usikker latter) Æ vet ikke om æ vet helt ka vi har gjort her med de her tallan…	Oh, chill.	Skjønner ikke det dær med koffor du sir 29. juni e mulig….
Evaluering	**Evaluering av egen gruppe opp mot annen gruppe**			
Eksempler på elevsvar	Æ trur ikke den e så enkel som den andre gruppa gjorde den.			
	Se på den der, de har gjort det samme som oss.			
	Dem kopierer jo oss.			

Tabell 10: Eksempler på elevsvar for interaksjonen avklaring

Avklaring	
Eksempler på elevsvar	(*ser på elev 3*) Ka du gjør nu.
	Skal vi begynne her i fra eller der i fra?
	Kor mange hopp kan han gjøre?

4.1.5 Forklaring

Gjennom diskusjonene mellom elever i undervisningstimene, observerte vi elevinteraksjoner som gikk ut på at elevene kom med forklaringer. Rösseland et al. (2022) skriver at forklaringer fokuserer på hva som er gjort eller må gjøres for å komme fram til et svar. Vi fant to undergrupper i datamaterialet vårt, der eleven forklarte handlingene sine og eleven tenkte høyt.

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer*. Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene er i startfasen på aktiviteten og har tegnet to rokkeringer på tavla og 16 rundinger som skal plasseres i rokkeringene.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
34	Elev 2	(*peker på en annen rundinger av de allerede tegnede 16 rundingene*) Å så tar du den og setter dit (*peker på en runding før hun peker på den høyre rokkeringen*)	R5-a
35	Elev 1/ Elev 2	(*elev 1 tegner inn en liten runding i den høyre rokkeringen, mens elev 2 visker ut en runding fra den store mengden med 16 rundinger*)	R5-a
36	Elev 2	(*peker på en liten runding og viser at elev 1 må tegne den inn i fellesrommet til de to rokkeringene*) Å en inni der.	R5-a
37	Elev 2	(*peker videre på rundingene*) Og en dit. (*peker på den høyre rokkeringen*)	R5-a
38	Elev 1 / Elev 2	(*elev 1 tegner en runding inn i den høyre rokkeringen - elev 2 visker ut fra store mengden av rundinger. De tar en til og tegner inn i den venstre rokkeringen. En til tegnes inn i fellesrommet. De fortsetter å tegne inn en og en*)	

Utdrag 16

Utdrag 16 starter med at elev 2 peker på en av de resterende rundingene og utbryter at en av disse må flyttes før hun peker på den høyre rokkeringen. I utsagn 35 utfører elev 1 det elev 2 pekte og ba om, mens elev 2 visker bort en runding fra mengden med 16 rundinger. I neste utsagn peker elev 2 på en liten runding og viser at elev 1 må tegne den inn i fellesrommet, samtidig som hun sier at en må inn der. I utsagn 37 fortsetter elev 2 å dirigere hvor rundingene skal flyttes i forhold til rokkeringene. I siste linje tegner elev 1 inn i høyre rokkering, samtidig som elev 2 visker bort en runding fra stedet på tavla elevene opprinnelig tegnet inn 16 rundinger. Slik fortsetter elev 1 og 2 å tegne og viske ut rundinger. I dette utdraget ser vi elev 2 forklarer oppgaven for medelever både ved tale og gester som peking og visking på tavla. Hele avsnittet består av eksempler der den non-verbale forklaringen støtter opp om det som blir sagt. Utsagn 34-37 kan kategoriseres som å forklare handlinger innen elevinteraksjonen forklaring (Røsseland et al., 2022).

Følgende eksempel er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegård.* Det er gruppe 3 sine utsagn som vises. Elevene har kommet et stykke ut i oppgaven. Elev 2 gjennomfører en monolog til de andre på gruppa.

<table>
<tr><th>#</th><th>Hvem</th><th>Kommunikasjon</th><th>Kode</th></tr>
<tr><td>65</td><td>Elev 2</td><td>Ett egg en dag.</td><td rowspan="4">R5-b</td></tr>
<tr><td>66</td><td>Elev 2</td><td>Annahver dag. (går fram til tavla og skriver)</td></tr>
<tr><td>67</td><td>Elev 2</td><td>Så vi skriver en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, 10, 11.
(skriver på tavla mens han snakker)</td></tr>
<tr><td>68</td><td>Elev 2</td><td>Sånn. Også legg det seks egg der. (skriver tallet seks under ettallet)
Seks egg der. (skriver tallet seks under tretallet)
Seks egg der (skriver tallet seks under femtallet)
-seks egg der (skriver tallet seks under syvtallet)
-seks egg der (skriver tallet seks under nitallet)
-seks egg der (skriver tallet seks under ellevetallet)</td></tr>
<tr><td>69</td><td>Elev 1</td><td>Oh, chill.</td><td></td></tr>
<tr><td>70</td><td>Elev 2</td><td>Sånn, det var jo ganske lett.</td><td></td></tr>
</table>

Utdrag 17

Utdrag 17 starter med elev 2 som benytter seg av opplysningene gruppa har fått om oppgaven for å komme videre. Eleven fortsetter i neste utsagn med å forklare høyt mens han flytter seg til tavla for å skrive ned det han tenker. I neste utsagn fortsetter han monologen, mens han fortsetter å skrive det han uttaler høyt. I utsagn 68 kommer elev 2 med hele tankerekka mens han fortsetter å notere på tavla. I utsagn 69 responderer elev 1 på det elev 2 har sagt høyt og skrevet på tavla. I siste utsagn evaluerer elev 2 sin egen arbeidsinnsats. I utsagn 65-68 løser elev 2 oppgaven mens han prater og skriver på tavla. Her ser vi et eksempel på at elev 2 tenker høyt for å løse aktiviteten. Disse utsagnene kan kategoriseres som tenke høyt innen elevinteraksjonen forklaring (Røsseland et al., 2022).

Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon forklaring er utviklet fra forklaring av Drageset et al. (2021). Drageset et al. (2021) sin forklaring kan igjen deles inn i forklare handlinger, forklare årsak og forklare begrep (Drageset, 2016). I tillegg bygger forklaringer fra Røsseland et al. (2022) på elementene advokere og tenke høyt fra IC – modellen av Alrø og Skovsmose (2002). Forklaring er fokusert på hva som er gjort eller hva som må gjøres for å få et svar. Vi fant kun forklare handlinger og tenke høyt i vårt datamateriale. Datamaterialet viser at vi ikke finner undergruppene forklare årsak eller begrep. En grunn til dette kan være vårt valg av oppgaver. Når elevene løser oppgavene, benytter de både utforskning, samarbeid og kreativitet for å komme i mål med aktiviteten. Dette stemmer med Gustavsen et al. (2015) sin oppfatning av hva problemløsningsoppgaver er. Videre ser vi at elevene er engasjert og ikke blir styrt av læreren, noe som er med på at vi får den rette dynamikken som skal være i et tenkende klasserom slik Liljedahl (2021) beskriver. Hadde vi som lærer gått inn med spesifikke kompetansemål fra LK20 for å terpe på begreper eller finne spesifikke årsaker, hadde vi kanskje sett de kategoriene som uteble. For når elevene arbeider med problemløsningsoppgaver foran vertikale tavler, er det ingen av elevene som tar «lærerrollen» hvor de stiller spørsmål til hverandre slik en lærer kunne gjort med tanke på å forklare årsak og begrep.

Typiske eksempler på å forklare handlinger er «*Fem ganger 11 er lik 55*», «*Å så for å få 100 til 1000 må vi gange med 10*» og «*Æ regna ut at det blir 100*». Eksempler på å tenke høyt er «*Vi kan jo bare skrive alle måtene nedover der*», «*Så tar vi den og flytter den dit og den dit*» og «*Æ tenker at vi prøver på det*». Datamaterialet vårt viser at interaksjonen forklaring ofte støttes ved non-verbal kommunikasjon til den verbale forklaringa. Denne elevinteraksjonen er den vi finner flest av med 22,4 %. *Tabell 11* viser en oversikt over elevinteraksjonen forklaring med eleveksempler.

Tabell 11: Eksempler på elevsvar for interaksjonen forklaring

Forklaring	**Forklare handlinger**	**Tenke høyt**
Eksempler på elevsvar	Fem ganger 11 er lik 55.	Vi kan jo bare skrive alle måtene nedover der.
	Å så for å få 100 til 1000 må vi gange med 10.	Så tar vi den og flytter den dit og den dit.
	Æ regna ut at det blir 100.	Æ tenker at vi prøver på det.

4.1.6 Spørsmål

Via dialogene mellom elever i undervisningstimene, observerte vi elevinteraksjoner der elevene kom med spørsmål. Vi fant to undergrupper i vårt datamateriale, der elevene stilte spørsmål uten og med matematisk innhold.

Eksempelet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegård.* Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
225	Elev 2	(*skriver videre på tavla slik at det står 30 ganger 11*)	
226	Elev 2	(*visker bort det som er skrevet sist på tavla*)	
227	Elev 1	Ka du gjør?	R6-a
228	Elev 2	Prøver jo å finne ut den tusentingen vel.	
229	Elev 1	Ja, den med tusen egg…	

Utdrag 18

Utdrag 18 starter med elev 2 som skriver på tavla. I neste utsagn visker eleven bort det hun skrev. Elev 1 stiller et spørsmål til elev 2 i utsagn 227. Svaret elev 2 gir følger så. I siste utsagn kobler elev 1 hva oppgaven dreier seg om. Spørsmålet elev 1 stiller i utsagn 227 har ikke matematisk innhold. Dette utsagnet kan kategoriseres som spørsmål uten matematisk innhold innen elevinteraksjonen spørsmål (Røsseland et al., 2022).

Følgende avsnitt er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer.* Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet et stykke ut i oppgaven, der elev 2 prater mens elev 1 skriver og tegner på tavla.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
67	Elev 2	Å så må vi se om vi finn andre løsninger også.	
68	Elev 1	(tegner inn nye rokkeringer)	
69	Elev 2	Og da, kan man ta…det går også ann til å ha tre i midten også syv på hver side…(*snur seg spørrende mot elev 3*)	R6-b
70	Elev 1	(*skriver inn tre rundinger i midten og syv rundinger i begge rokkeringene*)	

Utdrag 19

Utdrag 19 starter med elev 2 kommenterer at gruppa må finne flere løsninger. I neste utsagn tegner elev 1 to nye rokkeringer på tavla. I utsagn 69 kommer elev 2 med et spørsmål som også kan ses på som et forslag. På grunn av det spørrende uttrykket elev 2 har, tolkes dette til å være et spørsmål. I siste utsagn skriver elev 1 det spørrende forslaget inn i rokkeringene. Her ser vi et eksempel på spørsmål med matematisk innhold. I utsagn 69 stiller elev 2 spørsmål med bruk av matematisk språk til elev 1. Utsagnet kan kategoriseres som spørsmål med matematisk innhold innen elevinteraksjonen spørsmål (Røsseland et al., 2022).

Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon spørsmål er utviklet fra initiativ (Drageset et al., 2021) og utforskende samtale (Mercer & Wegerif, 2001). I datamaterialet vårt finner vi to undergrupper av spørsmål. Når elevene stiller spørsmål til de andre elevene i gruppa, skjer det uten og med matematisk innhold. Typiske eksempler på spørsmål uten matematisk innhold som vi ser hos elevene er «*Du er helt sikker?*». «*E du enig?*» og «*Men gjør vi det riktig nu?*». Eksempler på spørsmål med matematisk innhold er «*66 pluss 55?*», «*Ka blir åtte + åtte?*» og «*Ka skal det stå i midten da?*».

Resultatene fra vårt datamateriale gjør det naturlig for oss å skille mellom spørsmål uten og med matematisk innhold. Disse nyansene framkommer ikke i rammeverket til Røsseland et al. (2022). Spørsmålene elevene stiller finner vi både i starten, midt i og i avslutninga av oppgavene de arbeider med. Datamaterialet vårt viser få stilte spørsmål fra elevene. Det er kun 8,3 % av elevinteraksjonene som kan klassifiseres innen elevinteraksjonen spørsmål. Røsseland et al. (2022) kommenterer at det er typisk for en utforskende samtale at elevene tar initiativ og stiller spørsmål. Ved gjennomgang av vårt datamateriell finner vi ikke entydige utforskende samtaler. Dette kan være fordi vi har definert dem som kumulativ samtale. Når elevene stiller spørsmål, er det for å få avklaringer, komme videre i oppgaven eller om resten av gruppa er enig. *Tabell 12* viser en oversikt over eleveksempler fra samtaletrekket spørsmål.

Tabell 12: Eksempler på elevsvar for interaksjonen spørsmål

Spørsmål	**Uten matematisk innhold**	**Med matematisk innhold**
Eksempler på elevsvar	Du er helt sikker?	66 pluss 55?
	E du enig?	Ka blir åtte + åtte?
	Men gjør vi det riktig nu?	Ka skal det stå i midten da?

4.1.7 Forslag

Fra samtalene mellom elever i undervisningstimene, observerte vi elevinteraksjoner som gikk ut på at elevene kom med forslag på å løse oppgavene. Røsseland et al. (2022) antyder at det er flere undergrupper for kategorien forslag. Vi fant fire undergrupper i datamaterialet vårt, der eleven begrunnet ubetinget uten og med matematisk innhold, eleven kom med betingende matematiske forklaring og eleven kom med forslag når denne tenkte høyt.

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegården.* Det er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i aktiviteten og prøver seg fram for å løse oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
135	Elev 3	Da er det jo seks ganger seks.	
136	Elev 2	Ja.	
137	Elev 1	La oss prøve.	R7-a
138	Elev 2	(*tar tusjen*) Ka skal æ skrive?	
139	Elev 3	Er ikke det trettiseks…	

Utdrag 20

Utdrag 20 starter med at elev 3 kommer med en påstand. Elev 2 svarer kort. Elev 1 kommer med et forslag i utsagn 137. I utsagn 138 stiller elev 2 et spørsmål. Siste utsagn er et spørrende svar. Utsagn 137 viser elev 1 som kommer med et forslag uten matematisk innhold. Dette utsagnet kan kategoriseres som forslag uten matematisk innhold innen elevinteraksjonen forslag (Rømmeland et al., 2022).

Følgende eksempel er hentet fra undervisningstime nummer 5. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Evens venner.* Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet et stykke ut i aktiviteten og en av elevene forstår ikke hvordan resten av gruppa løser oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
68	Elev 2	Æ skjønne ikke…	
69	Elev 3	Even har bursdag 12. august…og august e den åttende måneden i året. Så legger han sammen korsen dato han har bursdag i åsså den 12. og korsen måned i året, og så får han 20. Samme gjør vennan. Men ingen av vennan hannes har bursdag på samme dag. Så da spør dem ka e det største antall venner Even kan ha.	
70	Elev 2	Æ vet ikke.	
71	Elev 3	(*snur seg mot tavla, peker på noe gruppa har skrevet tidligere*)	
72	Elev 1	Vi har skrevet ting som blir 35.	
73	Elev 2	Ja…men…(*ser spørrende ut på de andre i gruppa*)	
74	Elev 3	Ja datoer og …åsså har vi bare gått nedover (*peker på tavla*)	
75	Elev 1	Vi kan jo skrive 30. mai oppå der, åsså 29. juni for at juni er den sjette måneden.	R7-b

Utdrag 21

Utdrag 21 starter med at elev 2 ikke forstår løsninga gruppa har begynt å komme fram til. I neste utsagn gjentar elev 3 store deler av informasjonen gruppa har fått, før han avslutningsvis stiller et spørsmål til elev 2 om hvor mange venner Even kan ha. I utsagn 70 ser vi elev 2 fortsatt ikke helt forstår hva medeleven mener. Elev 3 snur seg mot tavla og viser til det de har funnet ut så langt i utsagn 71. Elev 1 kommenterer i utsagn 72 verbalt det som ble presentert non-verbalt i forrige utsagn. Neste utsagn prøver elev 2 å få resten av gruppa til å forstå at hun ikke skjønner, mens hun ser totalt spørrende på medelevene. I utsagn 74 fortsetter elev 3 å peke på tavla mens han forklarer hva som er tenkt. I siste utsagn kommer elev 1 med et forslag på hvordan oppgaven kan løses. Utsagn 75 er et matematisk forslag. Dette utsagnet kan klassifiseres som forslag med matematisk innhold innen elevinteraksjonen forslag (Røsseland et al., 2022).

Eksemplet under er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer*. Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i økta og arbeider med å finne flere løsninger på oppgaven.

#	**Hvem**	**Kommunikasjon**	**Kode**
102	Elev 2	Ja men det går jo an til å ha mange fler	
103	Elev 1	Tre da…	
104	Elev 2	Okey da, ta…	
105	Elev 2	Vi tar tre.. (*flirer*) Neida… (*peker mot tavla på en av de andre rokkeringene*)	
106	Elev 3	Men ka om vi gjør den der mindre og de der to større.	R7-c

Utdrag 22

Utdrag 22 starter med at elev 2 mener det finnes flere løsninger på oppgaven. I neste utsagn kommer elev 1 med et konkret forslag på hvor mange rundinger det skal være i hver rokkering. Elev 2 bekrefter at gruppa prøver dette forslaget i utsagn 104. I neste utsagn bekrefter elev 2 at gruppa går for oppgitt løsning, mens hun peker på noe på tavla. I utsagn 106 kommer elev 3 med et forslag som bygger på noe som har skjedd tidligere. Dette forslaget er et betinget forslag med matematisk innhold ut fra hva gruppa har arbeidet med tidligere i økta. Utsagn 106 kan klassifiseres som betinget forslag med matematisk innhold innen elevinteraksjonen forslag (Røsseland et al., 2022).

Følgende avsnitt er hentet fra undervisningstime nummer 3. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Kalle Kanin.* Det er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene har kommet så vidt i gang med oppgaven, har tegnet trappa og utdraget viser elev 1 som utfører en monolog.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
43	Elev 1	Hmmm… (*pause*) Men… (*pause*)	R7-d
44	Elev 1	(*går til tavla*) Men han kan ikke hoppe kor han vil – da kan bare fortsette sånn her. (*peker på trappa hun har tegna på tavla*)	
45	Elev 1	Det er mange. Hvis ikke det hadde vært sånn kor mange hopp.	
46	Elev 1	Han kan starte på to hopp her (*peker på trappa på tavla*) to hopp, derifra til dit, og to hopp, derifra til dit, og to hopp derifra til dit.	

Utdrag 23

Hele utdrag 23 omhandler at elev 1 tenker høyt for å komme videre i oppgaven. Utdraget starter med at eleven tenker, tar en pause og fortsetter så tankevirksomheta. I neste utsagn går hun til tavla, tenker videre høyt samtidig som hun peker på trappa hun har tegnet. I utsagn 45 fortsetter hun monologen med sine tanker om løsning av oppgaven. I siste utsagn konkluderer hun med hvordan kaninen kan hoppe, mens hun peker på trappa og kommer med en sluttkommentar. Utsagnene 43-46 viser at elev 1 tenker høyt for å komme i mål med løsninga på oppgaven, samtidig som hun bruker tavla til å støtte sitt forslag. Disse utsagnene kan klassifiseres som å tenke høyt innen elevinteraksjonen forslag (Røsseland et al., 2022).

Siste kategori i Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk er forslag som er utviklet fra elementet tenke høyt fra IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002) og elevinteraksjonen initiativ fra Drageset et al. (2021). Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon forslag kan ses på som initiativ til å finne en måte å løse en oppgave på og er ofte knyttet til å tenke høyt. Vårt datamateriale viser fire undergrupper. Den første undergruppa er forslag uten matematisk innhold. Typiske eksempler på det er «*Da må du kanskje tegne igjen*», «*Men det går jo liksom ant å ta…*» og «*Det går sikkert ant å ta sånn dære…*». Eksempler på neste undergruppe, som er forlag med matematisk innhold, er «*Vi kan kanskje ha syv der, og syv der og så tre i midten*», «*Ka om vi setter 10 der, så kan vi ha 9 der?*» og «*Mmmmmm, det går jo med…4?*».

Tredje undergruppe vi fant i datamaterialet vårt er betinget forslag med matematisk innhold. Eksempler på denne undergruppen er «*Man kan ikke gjøre sånn, fordi det gjorde vi i sted*», «*Viss vi flytter om på de her to, blir det ikke det samme*» og «*Men ka om vi gjør den der mindre og de der to større*». Eksempler på siste underkategori som er å tenke høyt er «*Når det ikke blir i mars, og i mai. Så må, i mai blei det…*», «*Da må vi finne ut kor mange kombinasjoner*» og «(*Eleven teller på knokene*) *Men da kan han ha 30. mai*».

Resultatene fra vårt datamateriale gjør det naturlig for oss å skille mellom forslag uten og med matematisk innhold. Disse nyansene framkommer ikke i rammeverket til Røsseland et al.

(2022). Datamaterialet vårt viste at 16,2 % av alle elevutsagn kan klassifiseres innen elevinteraksjonen forslag med stor variasjon mellom de fire underkategoriene. *Tabell 13* viser en oversikt over eleveksempler fra samtaletrekket forslag.

Tabell 13: Eksempler på elevsvar for interaksjonen forslag

Forslag	**Uten matematikk**	**Med matematikk**	**Betinget med matematisk innhold**	**Å tenke høyt**
Eksempler på elevsvar	Da må du kanskje tegne igjen.	Mmmmmm, det går jo med…4?	Man kan ikke gjøre sånn, fordi det gjorde vi i sted.	Når det ikke blir i mars, og i mai. Så må, i mai blei det…
	Men det går jo liksom ant å ta…	Ka om vi setter 10 der, så kan vi ha 9 der?	Viss vi flytter om på de her to, blir det ikke det samme.	Da må vi finne ut kor mange kombinasjoner
	Det går sikkert ant å ta sånn dære…	Vi kan kanskje ha syv der og syv der og så tre i midten.	Men ka om vi gjør den der mindre og de der to større.	(*Eleven teller på knokene*) Men da kan han ha 30. mai.

4.1.8 Gjenta medelever

Datamaterialet vårt viser at elevene av og til gjentar medelevers svar, opplysninger, kommentarer eller forslag på løsninger. Vi fant to undergrupper i datamaterialet vårt, der eleven gjentar medelever som ikke helt passet inn i elevinteraksjonene i Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk.

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegården.* Det er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene har kommet så vidt i gang med oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
52	Elev1	Så da blir det 61	
53	Elev 2	(*tegner pil*) Så skrive man…. det blir jo seks ganger…..	
54	Elev 3	66.	
55	Elev 2	66.	A1-a
56	Elev 3	Nei det går jo ikke.	
57	Elev 2	(*visker bort 66 fra tavla*)	

Utdrag 24

Utdrag 24 starter med at elev 1 foreslår en løsning på oppgaven gruppa arbeider med. I utsagn 53 benytter elev 2 seg av non-verbale gester i form av å tegne på tavla samtidig som han kommenterer det som skrives. Elev 3 fortsetter den påbegynte forklaringa som elev 2 startet med og kommenterer hva svaret blir i utsagn 54. I utsagn 55 gjentar elev 2 nøyaktig svaret som elev 3 avga i forrige utsagn. I utsagn 56 kommenterer elev 3 at det ikke blir riktig og utdraget avslutter med elev 2 som visker bort det de har resonnert seg fram til tidligere. Utsagn 55 kan klassifiseres som nøyaktig gjentakelse av medelever.

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 4. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Høner på bondegården*. Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har akkurat startet med oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon	Kode
21	Elev 2	Også fem ganger	
22	Elev 3	Femogfemti	
23	Elev 1	Fem ganger elleve, skriv det (*peker på tavla*) samme som femtifem…	A1-b

Utdrag 25

Utdrag 25 starter med at elev 2 kommer med et regnestykke for å komme videre i oppgaven. I neste utsagn forteller elev 3 svaret. Siste utsagn gjentar elev 1 både regnestykket og svaret med egne ord. Utsagn 23 kan klassifiseres som gjentakelse av medelev ved bruk av egne ord.

Kategorien gjenta medelev kan deles inn i to undergrupper. Den første undergruppa er når eleven gjentar nøyaktig det en medelev sier. Typiske eksempler på dette er «*I elleve dager*», «*Åtte venner*» og «*Vi bytter fem og ti*». Den andre undergruppa vi fant i datamaterialet vårt er når eleven gjentar en medelev med egne ord. Eksempler på elevinteraksjoner her er «*Ja, de kunne jo stå rett oppfor hverandre*», «*Nei, den kan ikke hoppe sånn*» og «*Det blir jo nesten det samme*». Begge gruppene finner vi av og til i vårt datamateriale. Kategorien gjenta medelev finner vi ofte når kommunikasjonen flyter i gruppa. Da gjentar elevene hverandre for å støtte opp hverandres løsningsmåter. Eller når to elever omtrent samtidig finner ut samme løsning og har behov for å bekrefte at begge kom fram til det samme. Vi kunne ha kategorisert disse utsagnene som Røsseland et al. (2022) sin elevinteraksjon evaluering og avklaringer. Men gjennom konteksten ser vi at elevene verken evaluerer eller avklarer. Det er enten direkte herming eller gjentakelse med egne ord. Disse samtaletrekkene kan minne om Alrø og Skovsmose (2002) sitt element omformulere. Omformulere er et viktig element når elevene skal forstå hverandre og er med på at elevene oppnår ny felles forståelse når de arbeider sammen. Disse utsagnene likner mer på samtaletrekket gjenta til Kazemi og Hintz (2019). Vi valgte å opprette en ny kategori siden vi ser at elevene repeterer hverandre, både nøyaktig og med egne ord. Da vi var ferdig å transkribere, kode og kategorisere alt datamateriale, så vi at det var svært få av denne type elevutsagn. Derfor gjennomførte vi en ny vurdering, om vi skulle kategorisere dem inn i Røsseland et al. (2022) sin evaluering og avklaring, men valgte å opprettholde den nye kategorien. Datamaterialet vårt viser at 2,8 % av alle elevutsagn kan klassifiseres innen elevinteraksjonen gjenta medelever. *Tabell 14* viser en oversikt over eleveksempler fra samtaletrekket gjenta medelever.

Tabell 14: Eksempler på elevsvar for interaksjonen gjenta medelever

Gjenta medelever	#	**Hvem**	**Kommunikasjon**
Eksempler på elevsvar der elevene gjentar nøyaktig	16	Elev 3	I elleve dager.
	17	Elev 2	I elleve dager.
	124	Elev 2	Åtte venner.
	125	Elev 3	Åtte venner.
	36	Elev 3	Vi bytter fem og ti.
	37	Elev 2	Vi bytter fem og ti.
Eksempler på elevsvar der elevene gjentar med egne ord	46	Elev 2	Å, de kunne jo stå loddrett.
	47	Elev 3	Ja, de kunne jo stå rett oppfor hverandre.
	187	Elev 2	(*peker på tavla*) Den kan jo ikke hoppe dit og så dit.
	188	Elev 1	Nei, den kan ikke hoppe sånn.
	145	Elev 1	De likner jo på kverandre.
	146	Elev 2	Det blir jo nesten det samme.

4.1.9 Sosial småprat

Ut fra vårt datamateriale ser vi at elevene ofte kommer med små prat som ikke har noe med den matematiske aktiviteten å gjøre. Denne elevinteraksjonen er ikke beskrevet i Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk.

Avsnittet under er hentet fra undervisningstime nummer 5. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Evens venner*. Det er gruppe 2 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i arbeidet med oppgaven.

#	**Hvem**	**Kommunikasjon**	**Kode**
101	Elev 2	Har du bursdag da eller har du ikke?	A2
102	Elev 3	Æ har bursdag i september.	A2
103	Elev 1	E det så nøye da.	A2

Utdrag 26

Utdrag 26 starter med at elev 2 stiller et spørsmål til en medelev om bursdagen hans. Spørsmålet har ikke noe med oppgaven å gjøre, men stilles fordi elev 2 lurer på det. I utsagn 102 svarer elev 3. Utdraget avsluttes med at elev 1 blander seg inn i samtalen og lurer på om det de snakker om er relevant for aktiviteten. Hele utdraget viser kommunikasjon mellom elever uten at det de snakker om har betydning for hvordan de løser oppgaven.

Kategorien sosial småprat finner vi stadig vekk i datamaterialet vårt. Den inneholder ingen form for matematikk. Elevene bedriver sosialt småprat i alle faser av timen, men oftest enten i startfasen av oppgaven før elevene kommer inn i problematikken. Eller når de har arbeidet konsentrert en stund og bidratt med forklaringer og løsninger og vi ser at elevene trenger en liten pause fra tenkinga, og ikke lengre har helt fokus på oppgaven. Typiske eksempler på sosial småprat er «*Å vi skal ut. (Synger). I believe I can fly*», «*For en forståelig skrift. Da skriv æ bare sekstall. Ser sånn arabisk ut når man ser på det*» «*Duuuu, dumming, kordan skrives det, to rokkeringer. Skrives med c. Næi. Jo, det skrives rock – e – ringer*».

I Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk finner vi ikke en elevinteraksjon hvor sosial småprat passer inn. Vi ser heller ikke at vi kan sammenlikne slike elevutsagn med elementene i IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002). Elevutsagnene inneholder ikke matematikk og er derfor ikke faglig prat. LK20 er klar på at den faglige og sosiale praten ikke kan isoleres. Dette førte til at vi opprettet en ny kategori der disse elevsvarene kunne plasseres. Datamaterialet vårt viser at 8,1 % av alle elevutsagn kan klassifiseres innen elevinteraksjonen sosial småprat. *Tabell 15* viser en oversikt over eleveksempler fra samtaletrekket sosial småprat.

Tabell 15: Eksempler på elevsvar for interaksjonen sosial småprat

Sosial småprat	**#**	**Hvem**	**Kommunikasjon**
Eksempler på elevsvar	204 205	Elev 2 Elev 2	Å vi skal ut. (*synger*) I belive I can fly.
	8 9 10	Elev 2 Elev 2 Elev 3	For en forståelig skrift. Da skriv æ bare sekstall. Ser sånn arabisk ut når man ser på det.
	12 13 14 15	Elev 1 Elev 2 Elev 1 Elev 2	Duuuu, dumming, kordan skrives det, to rokkeringer. Skrives med c. Næi. Jo, det skrives rock – e – ringer.

4.2 Forsterkning med non-verbal kommunikasjon

Menneskene benytter det verbale språket for formidling av informasjon. I tillegg benytter vi non-verbal kommunikasjon slik som gester, blikk og tonefall for å forsterke eller minske det som er formidlet muntlig (Altun, 2019). I utdragene under velger vi å presentere tre eksempler der både verbal og non-verbal kommunikasjon vises. Utdragene er med på å synliggjøre hvordan den non-verbale kommunikasjonen er med på å forsterke den verbale samtalen.

Følgende eksempel er hentet fra undervisningstime nummer 1. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *17 elementer i to rokkeringer*. Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i oppgaven.

#	Hvem	Kommunikasjon
188	Elev 2	Men vi kan ikke ha den høyere enn åtte.
189	Elev 1	Ka som ikke kan være høyere enn åtte?
190	Elev 2	(*viser på tavla ved å peke på hver enkelt sirkel*) De dær. De myntan. (*teller opp alle ringene*) For da blir det høyere enn sytten.
191	Elev 1	Okey, ja for det e bare sytten mynter ja.

Utdrag 27

Utdrag 27 starter med at elev 2 stadfester et utsagn angående oppgaven. I utsagn 189 stiller elev 1 et spørsmål til det elev 2 sa. I neste utsagn peker elev 2 på sirklene og rundingene i tillegg til at han kommer med muntlig argumentasjon for resultatet som vises. I utsagn 191 svarer elev 1 bekreftende at hun er med på tankegangen til elev 2. Hvis vi isolerer det uttalte språket i utsagn 190, kan dette anses som ensrettet og upresist språk. Siden han benytter non-verbal kommunikasjon ved hjelp av fakter, forstår vi at han har et rikere språk enn hvis vi bare hadde observert det verbale. Ved hjelp av faktene hans forstår vi hvordan han argumenterer. I tillegg viser han et høyere nivå av kommunikasjon ved bruk av det non-verbale enn hvis det kun hadde vært verbalt. Utsagn 190 viser hvordan elev 2 ved å bruke det non-verbale forsterker argumentasjon sin ovenfor elev 1.

Eksemplet under er hentet fra undervisningstime nummer 2. Klassen arbeider med Liljedahl oppgaven *Nabotall*. Det er gruppe 2 sine utsagn som vises.

#	Hvem	Kommunikasjon
46	Elev 2	Å, de (*peker mot noen av tallene i rutene*)
47	Elev 2	Åhh, kunne de stå sånn (*peker loddrett på rutene i figuren*)
48	Elev 3	(*peker diagonalt på rutene i figuren*) kan dem ikke bare stå sånn?

Utdrag 28

Utdrag 28 starter med elev 2 som trenger en avklaring på hvor tallene kan stå, mens hun peker på noen av tallene i figuren. Elev 2 følger opp i neste utsagn med både verbalt spørsmål og gester for å forklare hva hun undrer på. I utsagn 48 benytter elev 3 både verbal og non-verbal kommunikasjon for å få en avklaring. Vi ser i utsagn 46 at elev 2 er svært upresis i språket, men siden hun peker på noen av tallene på tavla, tydeliggjør hun det hun sier. I utsagn 47 fortsetter elev 2 med upresist språk, men gesten hun gjør mot figuren er med på å tydeliggjøre hva hun tenker. Siste utsagn viser elev 3 at han forstår hvordan tallene kan skrives inn i rutene, men har for lite matematisk ordforråd til å forklare det han formidler. Hadde det ikke vært for det non-verbale i disse tre utsagnene, hadde vi hatt store problemer med å forstå hva elevene prøvde å formidle i gruppa.

Følgende avsnitt er hentet fra undervisningstime nummer 3. Klassen arbeider med matteLIST oppgaven *Kalle Kanin*. Det er gruppe 1 sine utsagn som vises. Elevene har kommet langt ut i oppgaven.

#	**Hvem**	**Kommunikasjon**
134	Elev 1	(visker bort noe fra tavla) Også skal æ bare…
135	Elev 2	(*peker på buene på trappa*) Ja, også tegner du at han hopper herfra til dit.

Utdrag 29

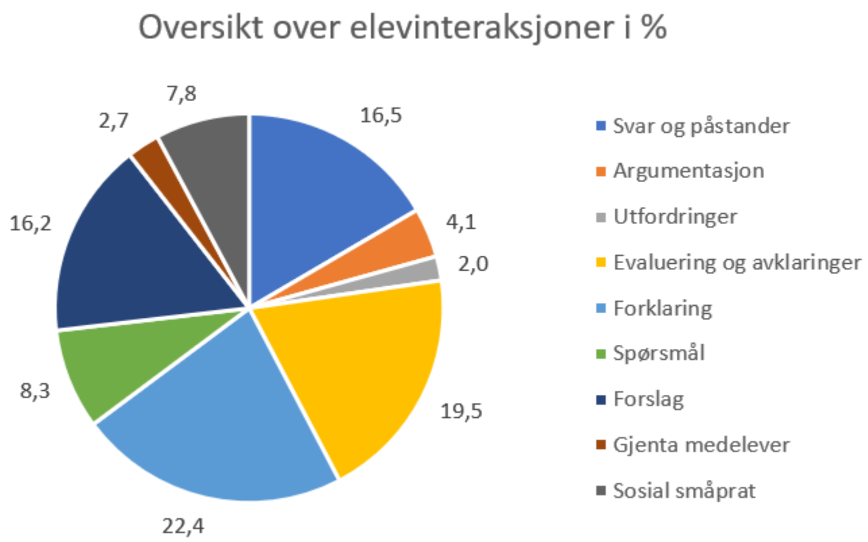
Utdrag 29 starter med at elev 1 visker bort noe fra tavla mens hun kommer med et halvt spørsmål. I utsagn 135 peker elev 2 forklarende på tavla mens han kommenterer. Ser vi bare på det verbale i utsagn 135, hadde det vært vanskelig å følge hva eleven mente med kommentaren sin. Siden han også bruker hånda aktivt til å vise sine tanker, klarer vi å følge resonnementet hans. Utsagn 135 viser hvordan det non-verbale er med på å forklare mangelfull språklig kunnskap.

Brendefur og Frykholm (2000, s. 126–128) har laget et rammeverk der de deler kommunikasjon inn i fire nivåer; ensrettet, medvirkende, refleksiv og rik kommunikasjon. Vi ser i disse tre eksemplene at elevene endrer kommunikasjonsnivå ved hjelp av å benytte non-verbal kommunikasjon. Non-verbal kommunikasjon er ofte mer subtil og dermed mer effektiv i samtaler enn bare å benytte verbal kommunikasjon, og kan dermed bedre være med på å formidle hva elevene mener enn kun gjennom samtaler (Bambaeeroo & Shokrpour, 2017, s. 53). Vi ser i datamaterialet at elevene får bedre fram sin kunnskap når de benytter begge kommunikasjonsformene (Domínguez, 2004).

4.3 Oppsummering

I dette kapittelet har vi presentert case-studiens resultater. Vi benytter Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk for elevinteraksjoner. Gjennom datamaterialet vårt fant vi alle syv hovedgruppene som Røsseland et al. (2022) beskriver. Elevene i vår studie benyttet ikke alle undergruppene som er kategorisert. Derimot fant vi noen undergrupper som ikke er beskrevet i rammeverket. I tillegg fant vi to nye hovedkategorier blant elevinteraksjonene vi studerte. Det vi også erfarte fra vår studie var at non-verbal kommunikasjon komplementerer matematikksamtalene i klasserommet. Det non-verbale støtter opp om forklaringene og dermed det matematiske språket til mange elever som ikke har den muntlige kompetansen.

Fra resultatdelen trekker vi fram forskningas hovedfunn. Elevene bruker mest forklaringer (om lag 22 %), evaluering og avklaringer (om lag 20 %), svar og påstander (om lag 17 %) samt forslag (om lag 16%). Videre oppdaget vi at elevene nesten ikke benytter seg av elevinteraksjonene spørsmål (om lag 8%), argumentasjon (om lag 4 %) eller utfordringer (om lag 2 %). Det vi også fant i datamaterialet var at flere av kategoriene kan deles opp i utsagn bestående uten og med matematisk innhold. Vi oppdaget to forskjellige typer elevsvar som vi ikke klarte å plassere i Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk. Disse ble kategorisert som gjenta medelever (om lag 3 %) og sosial småprat (om lag 8%). *Figur 8* viser et prosentvis bilde på elevinteraksjoner vi finner i vårt datamateriale.



Figur 8: Oversikt over elevinteraksjoner i % som vi fant i datamaterialet vårt

Tabell 16 viser en oversikt over elevinteraksjonene med underkategorier vi finner i vårt datamateriale.

Tabell 16: Oversikt over funn av elevinteraksjoner og undergrupper

Elevinteraksjon	**Funn av undergrupper/kjennetegn**	**Koding**
Svar og påstander	Uforklarte elevsvar uten matematisk innhold	R1-a
	Uforklarte elevsvar med matematisk innhold	R1-b
	Ufullstendige elevsvar uten matematisk innhold	R1-c
	Ufullstendige elevsvar med matematisk innhold	R1-d
	Kumulativ samtale	R1-e
Argumentasjon	Korrekt argumentasjon	R2-a
	Logisk argumentasjon	R2-b
Utfordringer	Presenterer ny idé	R3-a
	Motsetter seg en idé som presenteres	R3-b
Evaluering og avklaringer	Vurdering av eget arbeid uten matematisk innhold	R4-a
	Vurdering av eget arbeid med matematisk innhold	R4-b
	Vurdering av medelever uten matematisk innhold	R4-c
	Vurdering av medelever med matematisk innhold	R4-d
	Vurderer eget arbeid opp mot medelevers arbeid med matematisk innhold	R4-e
	Avklare	R4-f
	Utforskende samtale	R4-g
Forklaring	Forklare handlinger	R5-a
	Tenke høyt	R5-b
Spørsmål	Spørsmål uten matematisk innhold	R6-a
	Spørsmål med matematisk innhold	R6-b
Forslag	Forslag uten matematisk innhold	R7-a
	Forslag med matematisk innhold	R7-b
	Betinget forslag med matematisk innhold	R7-c
	Forslag ved å tenke høyt	R7-d
Gjenta medelever	Gjenta nøyaktig	A1-a
	Gjenta med egne ord	A1-b
Sosial småprat		A2

5 Diskusjon

I denne delen av oppgaven skal vi trekke fram hovedfunnene våre og drøfte dem med utgangspunkt i det teoretiske rammeverket. Dette danner grunnlaget for at vi kan besvare problemstillinga vår: *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»*. Gjennomgående vil vi belyse de funnene vi anser som mest interessante for å drøfte disse opp mot relevant teori.

5.1 Elevenes verbale kommunikasjon

Liljedahl (2021) anbefaler at for å få et tenkende klasserom bør tre av hans 14 praksiser innføres samtidig. Disse praksisene er valg av oppgaver, hvordan danne vilkårlige grupper og hvor elevene arbeider i et tenkende klasserom. Oppgavene som gis, skal ha lav inngangsterskel slik at alle elever kan finne et utgangspunkt for å komme i gang, gjerne problemløsningsoppgaver. Når det gjelder vilkårlige grupper, mener Liljedahl (2021) at disse skal bestå av tre elever, der den tilfeldige inndelinga av gruppene skjer i klasserommet foran elevene. Siste praksis som Liljedahl (2021) nevner i denne tre-enighet er hvor elevene arbeider og gjennom forskninga anbefaler han arbeid med vertikale tavler.

Vi valgte problemløsningsoppgaver fra Liljedahl og matteLIST i vår master. Dermed bevegde vi oss bort fra oppgaveparadigmet og over til mer undersøkende matematikk, slik Alrø og Skovsmose (2002) beskriver når elevene benytter IC – modellen. Denne modellen anses å være en undersøkende samarbeidsmodell som kan benyttes i kommunikasjon mellom elever. Gustavsen et al. (2015) hentyder at problemløsningsoppgaver skal oppmuntre elevene til utforskning, noe vi ønsket. I den tradisjonelle matematikkundervisninga slik Alrø og Skovsmose (2002) uttrykker, har vi sett frustrerte elever som føler de ikke har mestret det de skulle lære. Undervisning hvor elever ikke opplever mestring kan etter hvert resultere i manglende motivasjon blant elevene (Wæge & Nosrati, 2018). Vi så ingen tegn til frustrasjon eller demotivasjon blant elevene i vår studie. Når elevene arbeidet med problemløsningsoppgavene, var de både motiverte, engasjerte og utholdende i arbeidssituasjonen. I tillegg var de ivrige på både å starte og arbeide med oppgavene. Elevene prøvde seg fram med ulike metoder for å løse aktivitetene. Fellesskapet i gruppa bidro til at elevene klarte å løse oppgavene gjennom forskjellige måter, noe som stemmer med det Hinna et al. (2011) beskriver. Disse trekkene er typiske for et tenkende klasserom (Liljedahl, 2021).

Problemløsningsoppgavene førte til at elevene pratet hele tida og dermed var muntlig aktive, slik IC-modellen (Alrø & Skovsmose, 2002) beskriver. Elementene i IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002) opptrer i ulik grad i vår forskning. Observasjonene våre viser at dette også gjaldt elevinteraksjonene fra Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk, se *figur 8* som viser en oversikt over disse i prosent. Kilhamn (2011) skriver at sosiomatematisk normer blir etablert i fellesskap i klassen ut fra det sosiale samspillet. Vi var heldige som hadde en trygg klasse som hadde vært sammen i mange år. Dermed kjente elevene hverandre sine styrker og svakheter. Ut fra dette kunne vi trekke en slutning om at den sosiomatematiske normen i klassen er at elevene liker å arbeide med utforskende matematikk. Hadde klassen vært utrygg, ville vi kanskje opplevd at ikke alle deltok i samtalene. Da hadde vi måttet arbeide med den sosiomatematiske normen, slik at elevene kunne utvikle bedre samarbeidsevner. Normen ville da etter hvert kanskje blitt at elevene kunne arbeide i grupper med problemløsningsoppgaver. Det er viktig at læreren er bevisst på å utvikle den sosiomatematiske normen i klasserommet slik at elevene vet at det er helt ufarlig å svare feil, komme med påstander som ikke alltid holder faglig standard, og trygge elevene slik at de tør å bidra muntlig i klassen (Yackel & Cobb, 1996).

På lik linje med Liljedahl (2021) sin forskning, ble elevene delt inn i tilfeldige grupper. Det vi erfarte var at alle elevene deltok muntlig med gruppa si i alle timene. Transkriberinga viste at uansett hvordan gruppesammensetninga ble, deltok alle fordi vi så bidraget deres i datamaterialet. Hadde vi ikke hatt videoopptak, hadde det vært mer utfordrende å si med sikkerhet at alle elevene i klassen deltok, uten at noen meldte seg ut. Liljedahl (2021) er tydelig på at vilkårlige grupper er med på å bryte ned sosiale barrierer og øke elevenes ønske om å samarbeide. Resultatene viser at elevene er trygge nok til å arbeide på denne måten. Både størrelsen på gruppene, hvordan gruppene dannes samt at ingen elever sniker seg unna, er positive faktorer for elevenes verbale bidrag, noe som bekrefter Liljedahl (2021) sine meninger. Det er ikke alltid like enkelt å dele inn i vilkårlige grupper. Klassen kan ha utfordringer innad som vanskeliggjør en slik tilfeldig inndeling, enten på grunn av det psykososiale læringsmiljø eller elever med diagnoser som hindrer samvær. Det er viktig å skille om elevene faktisk ikke kan arbeide sammen eller om det er en bekvemmelighetsgrunn hos læreren som gjør at elevene ikke kan være i gruppe. Er det sånn at elevene ikke skal arbeide side om side, vil læreren på ett eller annet vis finne ut av dette, ifølge Liljedahl (2021, s. 52)

Wiliam (2018) beskriver fire faktorer som er med på å forklare hvorfor samarbeidslæring er effektivt. Vi så en positiv økning av samarbeidslæring i gruppene utover øktene vi gjennomførte. Dette vistes når elevene pekte og forklarte sine strategier og løsninger ved både verbal og non-verbal kommunikasjon. Liljedahl (2021) hevder at elevene lærer mer via samarbeidslæring og dermed utvikler sin forståelse for matematikk. Elevene var ivrige og etterspurte ofte arbeid med vertikale tavler. Dette tolket vi som at elevene var motiverte, som er første faktor hos Wiliam (2018). Det sosiale samholdet er andre faktor. Vi så ofte at elevene vurderte medelever i arbeidsprosessen i positive ordlag med støtte og ros. Dette tolker vi som at elevene styrker det sosiale samholdet i klassen. Noen elever er med på å dra medelever opp til å prestere på et høyere nivå faglig, som er tredje faktor. Dette så vi når elever hjalp hverandre med å diskutere prosessen for så å komme fram til løsninga på aktivitetene. Den siste faktoren er at elever som hjelper andre, må tenke klarere gjennom sine idéer før eleven kan dele tankene sine. Elevene viste dette ved at de ble mer bevisst hva som ble sagt, og når elevene benyttet elevinteraksjonen tenke høyt av Røsseland et al. (2022). Vygotskys (1978) proksimale utviklingssone beskriver hva en elev klarer å utføre alene og denne kan økes ved hjelp av en annen person. Analysen viser tydelig at elevenes proksimale utviklingssone endres når det arbeides i grupper foran vertikale tavler. Vi ser at sonen økes, i tillegg til at elevene viser økt kreativitet rundt aktivitetene. Det er medelever som bidrar til at eleven utvider egen sone. Gjennom resultatene ser vi at den som bidrar til å flytte den proksimale sonen, ikke trenger å være et voksent menneske, noe som samsvarer med Bruner (Hinna et al., 2011).

Elementet kontakten fra IC – modellen til Alrø og Skovsmose (2002), beskriver hvordan elevene retter seg inn mot hverandre for å samarbeide. Videre kommenterer de hvor viktig det er at elevene er oppmerksomme overfor hverandre og lytter til hverandres bidrag. Dette ser vi mye av i kategorien forklaring. Forklaring er mest brukte elevinteraksjonen i vår studie og kan ses på som et kjennetegn på den kommunikasjonen vi observerte. Når elevene forklarer handling, skjer det ved at elevene forklarer hvordan gruppa kan komme videre, løse oppgaven eller rett og slett hjelpe medelever til å forstå det matematiske. Elevene retter seg dermed inn mot hverandre for å samarbeide, slik Alrø og Skovsmose (2002) beskriver.

Fra analysen har vi hentet *utdrag 8* for å illustrere samarbeidslæring hos elevene, se under. Utdraget starter med at elev 2 har begynt å skrive månedsnavnene med bokstaver på tavla. Elev 3 kommenterer at august er den åttende måneden i året før han tar en liten pause. Han ser på elev 2 som fortsatt skriver navnene på tavla. Elev 3 presenterer så verbalt en annen måte å registrere månedene, nemlig ved å erstatte ord med tall. Her ser vi at ved samarbeidslæring, lærer elev 2 at det er mulig å benytte tall for måneder. Elev 2 utvikler mer matematisk kunnskap, elev 3 bli mer bevisst sin kunnskap gjennom formidling og det sosiale samholdet styrkes, i tråd med det Wiliam (2018) skriver om samarbeidslæring. *Tabell 17* viser et utdrag der det er samarbeidslæring mellom to elever.

Tabell 17: Samarbeidslæring mellom to elever (utdrag 8)

Hvem	**Kommunikasjon**
Elev 2	(*skriver alle månedene på tavla*)
Elev 3	August er vel åttende måneden – og da har vi jo ham som…
Elev 3	Æ trur det hadde vært lettere om du bare hadde skrevet en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, 10, 11, 12.
Elev 2	(*skriver en over januar osv…*)
Elev 3	30. mai har vi jo allerede et – ehhhh…helt sinnsykt bra (*vandrer litt fram og tilbake*)

Elevinteraksjonen argumentasjon (Røsseland et al., 2022) fokuserer på hvorfor noe er riktig eller logisk. Denne interaksjonen bygger på Alrø og Skovsmose (2002) sitt element advokere og vi ser lite av det i vårt datamateriell. Derfor er dette ikke et kjennetegn på kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler. Kanskje de vertikale tavlene er med på å synliggjøre det som kunne vært argumentert i gruppa, slik at elevene ikke ser behovet for å påpeke dette verbalt. En annen grunn kan være at den sosiomatematiske normen i klassen er at elevene ønsker å komme fram til svaret så kjapt som mulig uten å bruke mer krefter enn nødvendig. Eller kanskje elevene ikke har utviklet sitt matematiske språk godt nok til uoppfordret å argumentere matematisk. Klassen har vært vant til lærere som benytter IRE-mønsteret og dermed ikke forventer at elevene skal argumentere (Skott et al., 2016). For å få opp argumentasjonsaktiviteten ved arbeid med vertikale tavler, må det fortsettes å arbeide med denne metoden og problemløsningsoppgaver i klassen (Liljedahl, 2021). Læreren må stille åpne spørsmål i gruppene slik at elevene nesten blir tvunget til å argumentere for sine strategier og løsninger. Elevene må også forstå at medelever er en ressurs for læring. Videre må de forstå at det ikke er svaret vi er ute etter, men prosessen til resultatet (Skemp, 1976). Arbeider læreren og klassen målrettet mot at det er prosessen som er ønskelig, kan den sosiomatematisk normen endres slik at en ny norm innføres i klassen (Yackel & Cobb, 1996).

For å få til mer argumentasjon, kunne vi ha gjennomført noen økter der målet var at elevene skulle benytte kjerneelementene resonnere og argumentere (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Det er utført mye forskning på metoder læreren kan benytte for å nå slike spesifikke mål. En av metodene er å gjennomføre noen timer der samtaletrekk av Kazemi og Hintz (2019) blir benyttet for å øve elevene opp til argumentasjon. En annen metode, som også er velegnet for å fremme konkrete kompetanser, er MAM fra matematikksenteret (matematikksenteret.no, u.d.). Avslutninga av timen er ikke tatt med i resultatdelen av masteren. Avslutningsvis ser vi at når læreren oppsummerer alle gruppenes vertikale tavler og stiller spørsmål til elevene ut fra deres resultater, så argumenterer elevene for strategiene og løsningsmetodene de har brukt. Dermed ser vi at elevene er i stand til å argumentere når læreren legger opp til dette.

Kategorien evaluering og avklaring (Røsseland et al., 2022) er et annet interessant kjennetegn på kommunikasjonen mellom elevene vi finner i datamaterialet vårt. Elevinteraksjonen evaluering og avklaring har sitt utspring i elementet evaluering av Alrø og Skovsmose (2002). Evaluering kan synliggjøres på flere måter, som å påpeke feil, komme med kritikk eller støtteerklæringer, bekrefte eller gi ros. Vi så at elever vurderer egeninnsats og medelevers arbeid fortløpende i øktene. Evalueringa foregikk gjennom hele økta. Vurdering kom til uttrykk gjennom positiv tilbakemelding, ros og støtteerklæringer. Dette kan sammenliknes med Alrø og Skovsmose (2002) sitt element evaluering.

Utdraget under er et eksempel på elever som vurderer eget og medelever sitt arbeid uten bruk av matematisk innhold. Vi ser at elev 3 peker på det elev 1 har skrevet og kommenterer i forbindelse med oppgaven. Elev 1 titter på hva han har skrevet og evaluerer egeninnsatsen med utsagnet «*Ganske fin den der*». Utdraget fortsetter med at elev 3 peker på tavla og kommenterer videre. Elev 2 kommer så inn i samtalen og vurderer elev 1 sitt arbeid fra tavla med følgende uttrykk «*Flink. Så flink*». Det kommer tydelig fram at både elev 1 som vurderer eget arbeid og elev 2 som vurderer medelev er fornøyd med løsningene. *Tabell 18* viser hvordan elever vurderer egeninnsats og medelever sitt arbeid uten matematisk innhold.

Tabell 18: Egenvurdering og vurdering av medelever uten matematisk innhold (utdrag 10)

Hvem	**Kommunikasjon**
Elev 3	(*peker på tavla der det står 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0*) Det står her, den du skrev i sted.
Elev 1	(*ser fornøyd på tallrekka som elev 3 henviser til*) Ganske fin den der.
Elev 3	(peker på tavla) Dag en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti, elleve.
Elev 2	(*klapper litt i hendene*) Flink. Så flink.

Hinna et al. (2011) diskuterer at ved læring skjer det noe i og utenfor den som lærer, og dermed fører dette til et produkt eller resultat. Vi ser at elevene utvikler økt kunnskap og ferdigheter når de korrekt vurderer både seg sjøl og medelever med matematisk innhold. Ut fra dette kan vi trekke slutninga at produktet er det som beskriver hva elevene kan. Endring av praksis er når elevene uoppfordret vurderer både egne strategier og løsninger samt medelevers, når de kan betraktes som et resultat. Dette beskrives som læring (Hinna et al., 2011).

Utdraget under er et eksempel fra en elev som vurderer medelevers arbeid med bruk av matematisk innhold. Utsagnet viser to elever som studerer nabogruppas tavler. Elev 1 peker på nabotavla og vurderer muntlig nabogruppas løsning opp mot sin gruppes løsning. Her vurderer elev 1 uoppfordret egen løsning opp mot naboenes løsning. Dette kan ses på som et resultat, ifølge Hinna et al. (2011) og dermed som læring. *Tabell 19* viser hvordan elever vurderer medelever sitt arbeid med matematisk innhold.

Tabell 19: Vurdering av medelevers arbeid med matematisk innhold (utdrag 13)

Hvem	**Kommunikasjon**
Elev 3	Ka du ser på?
Elev 2	(*går mot nabotavla*)
Elev 2	Sku se om dem har gjort noe lignende da…
Elev 2/ Elev 1	(*studerer nabotavla*)
Elev 1	(*peker mot nabotavla*) Men dem har jo fått noen andre tall enn vi på den der. Trur de har rett…

En slik høy grad av evaluering av eget og andres arbeid hadde vi ikke sett for oss. Dette finner vi høyst interessant fordi erfaringsmessig ser vi ikke slik evaluering uoppfordret i de tradisjonelle klasserommene vi tidligere har vært i. Da opplevde vi nesten aldri elever som vurderte eget eller andres arbeid, slik som prosessen, resultatet eller svaret. Grunnen til at vi finner så mange evalueringer i datamaterialet vårt, kan være at prosessen og resultatene blir godt synliggjort via den vertikale tavla, både for eleven og resten av gruppa. Elevene får «vi-følelsen» når de arbeider sammen slik Wiliam (2018) skriver om samarbeidslæring og ønsker å støtte hverandre og samtidig vise de andre på gruppa hva den enkelte får til. En elev som evaluerer er lik en elev som tenker, og tenker eleven så lærer han, sier Liljedahl (2021). Gjennom evaluering med matematisk innhold, viser eleven at han mestrer oppgavene.

Brendefur og Frykholm (2000) sin kommunikasjonsmodell går fra ensrettet til rik kommunikasjon. Vi fant ikke det første nivået, ensrettet kommunikasjon, i vårt datamateriale. Grunnen er at i ensrettet kommunikasjon er det læreren som dominerer samtalen. Ensrettet kommunikasjon kan sammenliknes med kommunikasjonsmåten i det tradisjonelle matematikklasserommet der læreren ofte benytter IRE-mønster (Alrø & Skovsmose, 2002). Siden vi så på kommunikasjon mellom elever og samtalene var elevstyrte, finner vi dette helt logisk. Hadde vi funnet ensrettet kommunikasjon, så hadde lærerne ikke forstått hvordan Liljedahl (2021) anbefaler arbeidet med vertikale tavler. Neste nivå er medvirkende kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000). Medvirkende kommunikasjon fant vi en del av i Røsseland et al. (2022) sine elevinteraksjoner svar og påstander, forklaring uten non-verbal kommunikasjon og spørsmål uten matematisk innhold. Samtidig vil kommunikasjonen også være medvirkende (Brendefur & Frykholm, 2000) ved at elevene ofte har fokus på løsningsstrategier, men ikke alltid reflekterer rundt strategier som presenteres. Ved at elevene benytter det non-verbale språket i tillegg til det talte, kan kommunikasjonen mellom elevene også plasseres innenfor enten refleksiv eller rik kommunikasjon. Vi ser ofte at elevene både deler og vurderer egne og medelevers strategier og løsninger, noe som klassifiseres som det Brendefur og Frykholm (2000) omtaler som refleksiv kommunikasjon, nivå tre. Det betyr at vi kan plassere kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler på dette nivået. En del av elevene forsto medelevers tankeprosesser og bidro til forklaringer slik at disse eleven forsto oppgavene. Dette er kjennetegn på rik kommunikasjon, ifølge Brendefur og Frykholm (2000).

Drageset, (2016) påpeker at det er både fordeler og ulemper med refleksiv og rik kommunikasjon i klasserommet. Styrken er når elevene deltar i diskusjonene og får hjelp til å nå et høyere nivå i Brendefur og Frykholm (2000) sin modell. Svakheten er når læreren ikke har mulighet til å følge opp alle samtalene i klassen. Det kan føre til at elevene ikke når et nytt nivå, stagnerer på det nivået de er på eller havner på et lavere nivå fordi det ikke er noen som kan utfordre eleven. Dette betyr at kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler befinner seg på nivåene medvirkende, refleksiv og rik, i tråd med Brendefur og Frykholm (2000) som sier at hvert nivå har noen av egenskapene til det foregående nivået.

5.2 Elevers non-verbale kommunikasjon

Altun (2019) henviser til at kroppsspråk er et undervurdert verktøy ved læring. Elever benytter gester for å støtte opp om sin verbale kommunikasjon og som hjelpemiddel for å forklare hva de prøver å uttrykke i tillegg til støtte for mottakeren. Domínguez (2004) bekrefter at matematikkelever ofte benytter non-verbal kommunikasjon for at læreren lettere skal forstå hva de mener. Ved å bruke gester vil også elevene lettere forstå hva avsenderen formidler. Et kjennetegn med arbeid ved vertikale tavler er at vi observerte mye non-verbal kommunikasjon når elevene arbeidet med problemløsningsoppgavene.

Elevinteraksjonen forklaring (Røsseland et al., 2022) utmerker seg med svært mye non-verbal kommunikasjon. Analysen viser at gester har stor betydning for elevenes verbale forklaring. Elevene viser dette med å bruke hender for å peke, viske og skrive med. Gestikuleringa er med på å formidle elevenes tanker og forklaringer i matematikk bedre enn om de hadde kun benyttet verbalt språk, noe Bambaeeroo og Shokrpour (2017) støtter. Når elevene peker, så underbygger de som ofte det de mener muntlig. Datamaterialet viser at mye av forklaringene overføres ved hjelp av bevegelse og blikk, som også stemmer med meningene til Bambaeeroo og Shokrpour (2017). Hadde ikke elevene benyttet gestikulering, hadde det tidvis vært vanskelig å forstå hva de tenkte, mente og formidlet. Den non-verbale kommunikasjon viser seg her som et verktøy som fører elevene opp på et høyere nivå innenfor kommunikasjon (Brendefur og Frykholm, 2000). Vi ser at det også vil være viktig at elevene øves opp i å bli mer presise innen det matematiske språket. Det er ikke alltid elevene kan benytte den verbale kommunikasjonen til å formidle det de tenker og mener (Utdanningsdirektoratet, 2019c). Dette kan gjøres slik tidligere beskrevet ved å benytte samtaletrekkene til Kazemi og Hintz (2019) eller MAM hentet fra Matematikksenteret (matematikksenteret.no, u.d.).

Elevene visker mye på tavlene. Det er lett for dem å viske bort feilskriving eller opplysninger de ikke lenger trenger. I tillegg slenges det ut forslag på løsninger som noteres flittig på tavla, som blir forkastet, for så å bli visket ut. Liljedahl (2021) påpeker at dette med visking av tavler er en av hovedgrunnene til den lave terskel for å tørre å prøve på nye løsninger. Elevene skriver på tavla, rett før eller etter at de har uttrykt tankene sine verbalt. Videre veksler elevene mellom å skrive ned det de tenker høyt og hva medelever uttrykker verbalt. Vi finner ikke rene algoritmeløsninger fra de vertikale tavlene. Dette mener vi hovedsakelig skyldes valg av oppgaver siden oppgavene ikke legger opp til en spesifikk måte å løse aktiviteten på. Elevene ser dermed ikke at en spesifikk algoritme kan benyttes. Problemløsningsoppgavene skal helst være konstruert slik at elevene i starten skal oppleve å stå fast, slik Liljedahl (2021, s. 20-23) beskriver. Dette skal føre til at eleven blir tvunget å tenke, eksperimentere og prøve og feile. Grunnen er at elevene da skal bli så nysgjerrige på oppgavene at de får lyst til å arbeide med å løse oppgavene (Liljedahl, 2021). Vi opplevde ikke at elevene sto nevneverdig fast i oppgavene, men løste gjennom samarbeid oppgavene steg for steg. I tillegg så vi hva elevene skrev og hørte på diskusjonene deres at den ikke inneholdt en forhåndsbestemt algoritme. Ut fra dette antar vi at elevene benytter relasjonell forståelse i stedet for instrumentell forståelse (Skemp, 1976).

Utdrag 16 er et typisk eksempel på elevenes bruk av non-verbal kommunikasjon. I utdraget under ser vi et samspill mellom elev 2 og elev 1 der elev 2 peker og forklarer mens elev 1 visker bort etter hvert som de kommer videre i oppgaven. Hadde ikke elev 2 pekt med hånda hadde det vært vanskelig å forstå hva han mente, siden han er upresis i språket. Gjennom gestene klarer vi å følge tankene hans. *Tabell 20* viser hvordan elevene kommuniserer verbalt og med gester. Non-verbal kommunikasjon vises ved kursivert skrift og verbal kommunikasjon er skrevet normalt i eksemplet under.

Tabell 20: Elevers verbale og non-verbale kommunikasjon (utdrag 16)

Hvem	**Kommunikasjon**
Elev 2	(*peker på en annen rundinger av de allerede tegnede 16 rundingene*) Å så tar du den og setter dit (*peker på en runding før hun peker på den høyre rokkeringen*)
Elev 1/ Elev 2	(*elev 1 tegner inn en liten runding i den høyre rokkeringen, mens elev 2 visker ut en runding fra den store mengden med 16 rundinger*)
Elev 2	(*peker på en liten runding og viser at elev 1 må tegne den inn i fellesrommet til de to rokkeringene*) Å en inni der.
Elev 2	(*peker videre på rundingene*) Og en dit. (*peker på den høyre rokkeringen*)
Elev 1/ Elev 2	(*elev 1 tegner en runding inn i den høyre rokkeringen - elev 2 visker ut fra store mengden av rundinger. De tar en til og tegner inn i den venstre rokkeringen. En til tegnes inn i fellesrommet. De fortsetter å tegne inn en og en*)

Vygotsky (1978) sin utviklingsmodell bygger på både biologisk modning og kulturell språkutvikling. Siden vi ser at det non-verbale språket er med på å forsterke det verbale, kan det se ut til at elevene ikke har utviklet et godt nok verbalt språk slik at de får fram alt når det evalueres. Når elevene ikke har godt nok verbalt språk, må læreren legge til rette slik at elevene kan øve på dette. Det første læreren må få på plass er den sosiomatematisk normen i klassen (Yackel & Cobb, 1996). Læreren må være bevist valget av oppgaver som da legger til rette for innlæring av spesifikke begreper og benytte kjerneelementene (Utdanningsdirektoratet, 2019b). I tillegg kan læreren benytte mer utforskende undervisning samt stille flere åpne spørsmål for å få elevene til å prate med mer matematisk språk (Eilertsen, 2017).

5.3 Elevinteraksjoner uten og med matematisk innhold

Ut fra analysen ser vi at flere av Røsseland et al. (2022) sine elevinteraksjoner ble delt inn i elevutsagn, uten og med matematisk innhold. Kategoriene vi ser dette i er kategoriene svar og påstander, evaluering og avklaringer, spørsmål og forslag.

Innen elevinteraksjonen svar og påstander (Røsseland et al., 2022) så vi av resultatene at elevene kom med utsagn som kunne kategoriseres innen uforklarte og ufullstendige svar slik Drageset et al. (2021) har kategorisert sin (bare) svar på matematiske spørsmål. Begge gruppene svarer elevene slik at det kan skilles mellom svar uten og med matematisk innhold. Resultatene våre viser at det er flest elevsvar uten matematisk innhold innen uforklarte svar i elevinteraksjonen svar og påstander (Røsseland et al., 2022), se *vedlegg 4*. Vi antar at grunnen til dette er at elevene ofte benytter utsagn som «*ja*», «*nei*», «*vet ikke*» eller «*kanskje det*». Når det gjelder uforklarte elevutsagn med matematisk innhold, tenker vi at grunnen til at vi finner færrest her er fordi de kan klassifiseres som forklaringer, hvis elevene svarer med litt lengre setninger. Videre ser vi at innen kategorien ufullstendige svar opptrer elevutsagn med matematisk innhold oftest. Dette tenker vi er fordi elevene ofte utbryter rene tallord som svar (*vedlegg 4*). Svarene elevene gir innen svar og påstander (Røsseland et al., 2022) er ofte korte uten informasjon eller tankeprosess på hvordan elevene kom fram til svaret. Vi observerte at elevene i noen svar benyttet kommunikasjon uten matematisk språk, mens i andre inneholdt svaret matematisk informasjon. Alseth (2009) beskriver at elevene ikke er vant til å forklare sin muntlige tenkemåte og det er kanskje derfor alle elevutsagn innen svar ikke inneholder spor av matematikk. Vi ser at mange svar fra eleven handler om å finne fortest mulig løsning på oppgavene. Har ikke elevene da et velutviklet matematisk språk, uttrykker de heller svaret uten matematisk innhold. Alseth (2009) støtter det at matematikktimene ofte handler om å finne korrekt svar på oppgavene ved å bruke en bestemt metode, så kjapt som mulig. Her må læreren inn og arbeide med de sosiomatematiske normene slik beskrevet i kapittel 5.1.

Resultatene våre viser at elevene vurderer både seg sjøl og medelever som vi kunne kategorisere som elevinteraksjon evaluering og avklaring (Røsseland et al., 2022). Innen vurdering av seg sjøl, ser vi at elevene både benytter matematisk språk og språk uten matematikk. Når elevene vurderer seg sjøl og sin arbeidsinnsats uten matematisk språk, er vurderinga mer diffus og språket blir upresist. Elever som vurderer om oppgaven er utført riktig eller logisk, spesifiserer hva som er bra og bruker dermed matematisk ordlyd. Eksempler på vurdering uten matematisk innhold er «*Ganske fin den der*» og «*Nei, det her* *var for rart*». Følgende utsagn er eksempler med matematisk innhold: «*Oi, nei syv fordi da blir det rett*» og «*Æ glemte fem, å hoppe over fem*». I interaksjonen evaluering framkommer det også at elevene vurderer andre elevers arbeid uten og med matematisk innhold. Her finner vi kun positive vurderinger slik som «*Det der blir råbra!*» og «*Flink. Så flink!*». Det virker som det er helt naturlig for elevene å kommentere medelever og deres arbeid med oppmuntring og støtte. Resultatene våre viser at det er flest elevsvar uten matematisk innhold innen vurdering (*vedlegg 4*). Men det er så lite av datamaterialet som er kategorisert som vurdering av medelever, at vi ikke kan trekke noen slutning. Når elevene blir mer presise i språket ved å benytte matematiske begreper, ser vi at elevene kan forflytte seg mot et høyere nivå i Brendefur og Frykholm (2000) sine nivåer av kommunikasjon. Mens når elevene er upresise og ikke benytter matematiske uttrykk, kan det hende at de blir stående på sitt nivå, eller falle til et lavere nivå innen kommunikasjon.

Innen elevinteraksjonen spørsmål (Røsseland et al., 2022) finner vi også at elevene spør med setninger som ikke inneholder matematisk språk eller ordlyd. Spørsmål som ikke inneholder matematikk, handler ofte om at elevene spør om mer generelt og overordnede forhold. Når elevene bruker matematisk innhold i spørsmålet, er det helt konkrete og spesifikke spørsmål om oppgaven som stilles. Elevinteraksjonen forslag (Røsseland et al., 2022) kan også deles inn i elevutsagn uten og med matematikk. Utsagnene vi så uten matematisk innhold kan tyde på at elevene bare slenger ut forslag uten å tenke over hva de kommuniserer, siden det å arbeide med vertikale tavler kan ses på som mindre formell klasseromsundervisning enn den tradisjonelle (Alrø & Skovsmose, 2002). Det kan virke som at elevene tenker at her er det lov å si det meste. Elevutsagn med matematisk innhold, ser vi når elevene går ned på detaljnivå i oppgaven.

LK20 skriver at det er viktig å kommunisere i matematikk for å utvikle matematikkunnskapene sine der kommunikasjon i faget skal bidra til elevers utvikling av språk for resonnering og kritisk tenking (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Det vises svært tydelig at elevene kommuniserer både uten og med matematisk innhold når aktivitetene diskuteres ved de vertikale tavlene. Denne utfordringa hadde vi ikke sett for oss og har heller ikke funnet noe litteratur på. Vi kan ikke trekke noen slutning om det er de samme elevene som bruker hverdagslig språk uten matematisk innhold. Hvis denne hypotesen stemmer, kan man anta at eleven innehar få matematiske begreper og lav kompetanse innen matematisk kommunikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

5.4 Sosial småprats bidrag til kommunikasjon

I følge LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2019d) er dialog mellom elever sentralt innen læring, både sosialt og faglig. Vygotsky (1978) er tydelig på at mennesker får kunnskap og ferdigheter gjennom sosial interaksjon med andre. Vi finner en del småprat i datamaterialet som ikke har sammenheng med den matematiske oppgaven elevene arbeider med. Denne type elevutsagn er ikke definert i Rösseland et al. (2022) sitt rammeverk. Vi finner heller ikke noen kategorier vi kan plassere disse utsagnene i. Småpraten oppfattes som sosial og er med på å drive samtalen framover. Det kan virke som at den sosiale småpraten kommer når elevene er slitne og trenger et lite pusterom for å komme videre i oppgaven. Småpraten kommer jevnlig og tilsynelatende når elevene har vært konsentrert over en lengre tidsepoke. Den sosiale småpraten kan bidra til læring og sidestilles med faglig læring, slik LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2019c) beskriver angående sosial og faglig læring. Dette stemmer også med Vygotsky (1978) sine tanker.

Ut fra resultatene tenker vi at denne kategorien kan legges til de andre elevinteraksjonene i Rösseland et al. (2022) sitt rammeverk.

5.5 Kjennetegn elevinteraksjoner

Nå har vi belyst og diskutert funnene vi fant mest interessant opp mot det teoretiske rammeverket fra studien vår. Dette bidrar til å besvare problemstillinga vår: *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»*.

Ut fra diskusjonen kan vi trekke noen slutninger. Typisk for kommunikasjon ved bruk av vertikale tavler er at alle elevene bidrar til å løse oppgavene. Det er ingen elever som sluntrer unna. Vi ser elever som både forklarer og avklarer. De spør og svarer hverandre, i tillegg til å vurdere både seg sjøl og medelever. Elevene viser mye kunnskap gjennom både det verbale og non-verbale. Videre ser vi at elever gjerne hjelper medelever gjennom samarbeidslæring både verbalt og non-verbalt. Dette kan vi si er typisk for kommunikasjonen mellom elevene i vår studie.

Elevene benytter ofte kommunikasjon uten og med matematisk språk innen flere av Rösseland et al. (2022) sine elevinteraksjoner, slik som kategoriene svar og påstander, evaluering og avklaringer, spørsmål og forslag. I tillegg fant vi en ny kategori bestående av sosial småprat som opptrer ofte i datamaterialet som er et kjennetegn på elevinteraksjoner blant våre deltakere. Vi ser også at bruk av vertikale tavler kan bidra til at elevene utvikler og dermed øker det faglige nivået på kommunikasjonen sin (Brendefur & Frykholm, 2000).

6 Konklusjon

I denne studien ønsket vi å undersøke problemstillinga: *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»* Formålet med studien var å finne kjennetegn på kommunikasjonen som skjer mellom elevene mens de arbeider ved vertikale tavler slik problemstillinga indikerer. Studiens empiri er basert på observasjon, lyd- og videoopptak og transkribering av alle observerte undervisningsøkter.

For å kunne svare på problemstillinga, begynte vi arbeidet med å finne informanter til studien. Vi var også ute etter å finne en lærer som var kjent med bruk av samtaletrekk og vertikale tavler. Både informanter og lærer ble valgt fra eget nettverk. Den utvalgte klassen ble observert og filmet i undervisninga som var lagt opp til arbeid med utforskende oppgaver i grupper ved vertikale tavler. Gjennom å analysere datamaterialet, og se dette opp mot de ulike rammeverkene, fikk vi tilstrekkelig innsikt gjennom dataene våre til å svare på problemstillinga.

Gjennom studien har vi avdekket funn om kommunikasjonen som oppstår mellom elevene ved bruk av vertikale tavler. Vi oppdaget at rammeverket til Røsseland et al. (2022) passet fint til våre data, men at det likevel ikke var tilstrekkelig. Vi opprettet to nye kategorier, og flere undergrupper til de eksisterende kategoriene. På bakgrunn av denne studiens empiri, videreutviklet vi dermed Røsseland et al. (2022) sitt rammeverk.

Når elevene får slippe til uten at læreren legger føringer og styrer samtalene, så skjer det mye interessant. Analysen ga oss konkrete og interessante funn hva angår interaksjoner mellom elever. Ved bruk av vertikale tavler oppdaget vi kommunikasjon som vi som lærere ikke hadde sett i noen særlig grad før vi startet med masteren. Vi erfarte at alle elevene deltok i aktivitetene. De bidro muntlig og viste samarbeidsvilje innad i gruppene. Vi mener vi så at alle elevene bidro ut fra sine sosiale og matematiske forutsetninger. Nevnte observasjoner anser vi som typiske kjennetegn på kommunikasjon mellom elever i vår elevgruppe. Et annet kjennetegn er at elevene benytter mye non-verbal kommunikasjon for å underbygge og støtte det som uttales verbalt. Elevene kommer med utsagn uten og med matematisk innhold innen flere av Røsseland et al. (2022) sine elevinteraksjoner. Sosial småprat er en typisk kategori vi finner i vårt datamateriell. Trekkene vi har sett er med på å svare på vår problemstilling. Siste kjennetegn er at det ikke finnes ensrettet kommunikasjon blant elevene i arbeid med vertikale tavler fra modellen til Brendefur og Frykholm (2000).

6.1 Veien videre – som forskningsobjekt

Gjennom denne fagdidaktiske masteren i matematikk mener vi at vi har svart på vår problemstilling. Samtidig har vi flere refleksjoner vi sitter igjen med. Ut fra funn i litteraturen ser vi at det ikke har vært forsket mye innen elevinteraksjoner. Derimot fant vi mye relevant teori og forskning som omhandler interaksjoner mellom lærer og elev. Det eksisterer heller ikke mye litteratur eller forskning som beskriver hva den non-verbale kommunikasjonen har å si for interaksjonen mellom elever.

Kan det vi har forsket på generaliseres? Vi har tross alt bare vært inne i én klasse. Hva skjer om vi hadde gått inn og studert elevinteraksjonene i en naboklasse? Eller en klasse et annet sted i landet? Eller en klasse i utlandet? Hadde vi funnet de samme kategoriene med samme undergrupper? Hvordan vil fordelinga av kategorier av elevinteraksjoner være i en klasse som er vant til å benytte vertikale tavler som metode?

Kan våre funn verifiseres? Ut fra datamaterialet har vi funnet forslag til to nye kategorier og en del undergrupper hos allerede eksisterende kategorier fra rammeverket til Røsseland et al. (2022). Vil andre også finne samme kategorier og utvidelser av allerede eksisterende kategorier?

Hvordan kan den non-verbale kommunikasjonen være med på å styrke elevers faglige nivå i matematikk? Vil andre også se at den non-verbale kommunikasjonen er med på å styrke elevenes kunnskap i matematikk?

Våre funn kan være betydningsfulle når det gjelder klassifisering og inndeling av elevinteraksjoner og hvilket nivå av kommunikasjon elevene kan nå ved bruk av vertikale tavler. Det hadde vært av interesse å se om andre også finner det vi fant og støtte opp om våre nye funn.

Referanseliste

Allott, N. (2023). Kommunikasjon. I *Store norske leksikon*. https://snl.no/kommunikasjon

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Kluwer Academic.

Alseth, B. (2009). *Kompetanse og grunnleggende ferdigheter i matematikk*. https://www.nb.no/items/e3181309a4587cbec034a18231b9fbca

Altun, M. (2019). An Underestimated Tool: Body Language in Classroom during Teaching and Learning. *International Journal of Social Sciences & Educational Studies*, *6*(1). https://doi.org/10.23918/ijsses.v6i1p155

Ary, D., Jacobs, L. C., Irvine, C. K. S., & Walker, D. (2018). *Introduction to research in education. Cengage Learning.*

Bambaeeroo, F., & Shokrpour, N. (2017). The impact of the teachers' non-verbal communication on success in teaching. *Journal of Advances in Medical Education & Professionalism*, *5*(2), 51–59.

Bjørndal, C. R. P. (2019). *Det vurderende øyet: Observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3. utgave). Gyldendal Akademisk.

Brekke, M., & Tiller, T. (Red.). (2013). *Læreren som forsker: Innføring i forskningsarbeid i skolen* (1. udgave). Universitetsforlaget.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers´conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*(2), 125–153. https://doi.org/10.1023/A:1009947032694

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academic Publishers.

Cazden, C. B. (1988). *Classroom discourse: The language of teaching and learning*. Heinemann.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed). Routledge.

Dahl, Ø. (2013). *Møter mellom mennesker: Innføring i interkulturell kommunikasjon* (2. utgave). Gyldendal Akademisk.

Det Norske Akademis ordbok. (u.å.). *Kjennetegne*. Hentet 5. desember 2022, fra https://naob.no/ordbok/kjennetegne

Domínguez, H. (2004). *Non-Verbal Communication of Bilingual Students Solving Mathematics Problems*.

Drageset, O. G. (2016). *Korleis lærarar leier ein matematisk samtale*. Caspar Forlag.

Drageset, O. G., Allern, T. H., & Røsseland, M. (2021). *Curious classrooms—A drama approach to mathematics teaching. Manuscript submitted for review.*

Eilertsen, B. (2017). Novemberkonferansern 2017. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/product/November-konferansen%202017.pdf

Forrester, P. A., McPhail, C., & Denny, S. L. (2017). *Vertical whiteboarding: Riding the wave of student activity in a mathematics classroom*.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice Second handbook of research on mathematics and learning. *National Council of Teachers*, *1*.

Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2022). *Forskningsmetode for lærerstudenter. Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm Akademisk.

Goldin-Meadow, S., Kim, S., & Singer, M. (1999). What the Theacher´s Hands Tell the Student´s Mind About Math. *Journal of Educational Psychology, Vol 91*(No 4), 720–730.

Gustavsen, T. S., Hinna, K. R. C., Borge, I. C., & Andersen, P. S. (2015). *QED 5-10. Matematikk for grunnskolelærerutdanningen. Bind 2* (2.). Cappelen Damm.

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). *The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning.: Bd. Vol 2*. Information Age Publishing.

Hinna, Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2011). *QED 5-10. Matematikk for grunnskolelærerutdanningen. Bind 1*. Høyskoleforl.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale. Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner* (1. utgave). Cappelen Damm.

Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers*. University of Gothenburg : Distribution, Acta Universitatis Gothoburgensis.

Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem-Solving. I P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems* (s. 361–386). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_21

Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.

Matematikksenteret, NTNU. (u.d.). *Mattelist.no*. https://www.mattelist.no/.

matematikksenteret.no. (u.d.). *MAM*. Matematikksenteret. https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/mam

Maxwell, J. A. (2012). *Qualitative Research Design: An Interactive Approach*. Sage publications.

Mercer, N., & Wegerif, R. (2001). Is ‘exploratory talk’ productive talk? I *Learning with Computers—Analysing productive interaction* (s. 79–101). Routledge.

Niss, M., & Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet : Undervisningsministeriets forlag.

Norén, E., & Thornberg, P. (2016). Normer och kommunikation i matematikklassrummet. *lærportalen.skolverket.se*.

Phelps, J. M., Larsen, N. M., & Singh, M. (2017). *Kommunikasjon og konflikthaandtering i operativt politiarbeid: Sosialpsykologiske perspektiver*. Universitetsforlaget.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Universitetsforlaget.

Riksmålsforbundet. (u.d.). *Setningsanalyse. Språkets hvem-hva-hvor*. https://www.riksmalsforbundet.no/grammatikk-en-innforing/setningsanalyse/

Røkenes, O. H., & Hanssen, P.-H. (2012). *Bære eller briste: Kommunikasjon og relasjon i arbeid med mennesker* (3. utgave). Fagbokforlaget.

Røsseland, M., Drageset, O. G., Sjåstad, S., Cangemi, E., & Bertolini, M. (2022). *Using roles and positions to foster explorative talk in mathematics*.

Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding*. Department of Education, University of Warwick.

Skilbrei, M.-L. (2021). *Kvalitative metoder—Planlegging, gjennomføring og etisk refleksjon* (2. utgave). Fagbokforlaget.

Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2016). *Matematik for lærerstuderende. Delta. Fagdidaktik* (1. utg. 8. oppl). Forlaget Samfundslitteratur.

Svartdal, F. (2020). Nonverbal kommunikasjon. I *Store norske leksikon*. https://snl.no/nonverbal_kommunikasjon

Tjora, A. H. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg). Gyldendal Akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2017). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/rammeverk/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/

Utdanningsdirektoratet. (2019a). *Fagfornyelse*. Grunnleggende ferdigheter. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/rammeverk/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/2.2-muntlige-ferdigheter/

Utdanningsdirektoratet. (2019b). *Fagfornyelsen*. Kjerneelementer - Læreplan i matematikk 1.–10. trinn (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2019c). *Fagfornyelsen*. Overordnet del - Et inkluderende læringsmiljø. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/3.-prinsipper-for-skolens-praksis/3.1-et-inkluderende-laringsmiljo/

Utdanningsdirektoratet. (2019d). *Fagfornyelsen*. Overordnet del - Identitet og kulturelt mangfold. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/3.-prinsipper-for-skolens-praksis/3.1-et-inkluderende-laringsmiljo/

Utdanningsdirektoratet. (2019e). *Fagfornyelsen*. Forside. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

Wells, G. (1993). Reevaluating the IRF sequence: A proposal for the articulation of theories of activity and discourse for the analysis of teaching and learning in the classroom. *Linguistics and Education*, *5*(1), 1–37. https://doi.org/10.1016/S0898-5898(05)80001-4

Wiliam, D. (2018). *Embedded formative assessment* (Second Edition). Solution Tree Press.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk—Redskap i matematiske diskusjoner. *Tagenten 2/2015*.

Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458. https://doi.org/10.2307/749877

Yin, R. K. (2014). *Case Study Research Design and Methods.* (5.). Sage publications.

Vedlegg 1

Oversikt over oppgaver benyttet i studien.

Økt	Innhold
Økt 1	**«17 elementer i to rokkeringer» (Intersecting Sets)** https://www.peterliljedahl.com/teachers/good-problem • Place 17 objects into the two circles below so that each circle has the same number of objects. How many ways can you do it?
Økt 2	**«*Nabotall*» (Next door numbers)** (Liljedahl, 2021, s. 116) • Place 10 numbers into the 10 boxes • But there is one rule • Two numbers that are next to each other in the list, cannot be next to each other when they are in the boxes
Økt 3	**«*Kalle Kanin*»** https://www.mattelist.no/433 • Kalle Kanin skal hoppe opp ei trapp med ti trinn • Han kan bare hoppe ett eller to trinn i hvert hopp • Han hopper aldri ned • På hvor mange ulike måter kan Kalle Kanin komme seg opp trappa?
Økt 4	**«*Høner på bondegården*»** https://www.mattelist.no/270 • 11 høner • 5 legger egg hver dag • 6 legger egg annenhver dag • Hvor mange egg legger hønene til sammen på 11 dager?
Økt 5	**«*Evens venner*»** https://www.mattelist.no/266 • Evens bursdag er 12. august • Han legger sammen dato og måned og får 20 • Alle vennene gjør det samme og får svaret 35 • Hva er største antall venner Even kan ha?

Vedlegg 2

Oversikt over kategorier og koder funnet i studien.

Elevinteraksjon	**Funn av undergrupper/kjennetegn**	**Koding**
Svar og påstander	Uforklarte elevsvar uten matematisk innhold Uforklarte elevsvar med matematisk innhold Ufullstendige elevsvar uten matematisk innhold Ufullstendige elevsvar med matematisk innhold Kumulativ samtale	R1-a R1-b R1-c R1-d R1-e
Argumentasjon	Korrekt argumentasjon Logisk argumentasjon	R2-a R2-b
Utfordringer	Presenterer ny idé Motsetter seg en idé som presenteres	R3-a R3-b
Evaluering og avklaringer	Vurdering av eget arbeid uten matematisk innhold Vurdering av eget arbeid med matematisk innhold Vurdering av medelever uten matematisk innhold Vurdering av medelever med matematisk innhold Vurderer eget arbeid opp mot medelevers arbeid med matematisk innhold Avklare Utforskende samtale	R4-a R4-b R4-c R4-d R4-e R4-f R4-g
Forklaring	Forklare handlinger Tenke høyt	R5-a R5-b
Spørsmål	Spørsmål uten matematisk innhold Spørsmål med matematisk innhold	R6-a R6-b
Forslag	Forslag uten matematisk innhold Forslag med matematisk innhold Betinget forslag med matematisk innhold Forslag ved å tenke høyt	R7-a R7-b R7-c R7-d
Gjenta medelever	Gjenta nøyaktig Gjenta med egne ord	A1-a A1-b
Sosial småprat		A2

Vedlegg 3

Oversikt over NSD samtykkeskjema.

Vil du delta i forskningsprosjektet:
«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»
Dette er et spørsmål til dere om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å *forske på hvordan bruk av vertikale tavler definerer den muntlige aktiviteten i klasserommet.* I dette skrivet gir vi dere informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for dere.

Formål
Formålet med prosjektet er å forske på hva som kjennetegner kommunikasjonen som oppstår når det brukes vertikale tavler i undervisningen. Dersom elevene viser mer matematisk muntlig aktivitet, vil de kunne tilegne seg mer faglig kompetanse. Omfanget av dette prosjektet er observasjon av fem undervisningsøkter som hver har varighet på 20 – 45 minutter. Problemstillingen vi skal analysere er: *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»* Forskningsprosjektet skal bli til en masteroppgave som skal inneholde inntil 36000 ord.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
UiT – Norges arktiske universitet er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får dere spørsmål om å delta?
Utvalget til denne studien er hentet fra eget nettverk og det er kun en klasse som får denne henvendelsen.

Hva innebærer det for deres barn å delta?
Metoden som benyttes til å samle inn data er observasjon med lyd – og filmopptak. Dataene som samles inn, gjelder matematisk samtale blant elevene. Grunnen til at det er nødvendig for oss å bruke videoopptak i vår forskning er fordi vi ønsker best mulig overblikk over det som skjer i klasserommet. Da vi vet at det skjer mye kommunikasjon i timene, både verbalt og non-verbalt, faglig og ikke-faglig vil vi ved å bruke videoopptak få med oss all kommunikasjon og interaksjon mellom elevene, og vi kan observere gjentatte ganger. Opptakene vil bli lagret på SharePoint ved UiT.

- *Hvis deres barn skal delta i prosjektet innebærer det at han/hun deltar i fem undervisningsøkter hvor det vil bli gjort lyd- og videoopptak. I øktene plasseres kameraet gruppevis blant elevene.*

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis deres barn velger å delta, kan dere når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deres barn hvis dere ikke vil delta eller senere velger å trekke dere.

Forskningen gjøres i ordinære undervisningstimer og deltakelse/ ikke-deltakelse vil ikke påvirke elevens forhold til skolen eller lærer. Elever som ikke deltar, vil få et alternativt opplegg de timene det skal gjøres lyd/filmopptak.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker deres opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deres barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- *Det er kun vi, Silje Akselsen og Theresa Oxem, veileder Monica Nymoen Hansen og veileder Ove Gunnar Drageset som får tilgang på datamaterialet.*
- *I forbindelse med masteroppgaven vil det ikke framkomme navn eller kjønn på utsagn som benyttes.*
- *Det er kun Silje Akselsen og Theresa Oxem som skal samle inn og bearbeide data.*

Ingen deltakere vil kunne gjenkjennes i den ferdige oppgaven. Eventuelle utsagn som benyttes vil anonymiseres.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes *16. mai 2023*. Etter prosjektslutt vil datamaterialet slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deres barn basert på ditt samtykke.
På oppdrag fra UiT – Norges arktiske universitet har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge deres barn kan identifiseres i datamaterialet, har dere rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deres barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deres barn som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deres barn
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis dere har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte dere av deres rettigheter, ta kontakt med:

- UiT - Norges arktiske universitet ved Monica Nymoen Hansen, *monica.n.hansen@uit.no*

Hvis dere har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan dere ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Monica Nymoen Hansen og Ove Gunnar Drageset
Forsker/veileder

Theresa Oxem og Silje Akselsen
Studenter

Samtykkeerklæring

Vi har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«Hva kjennetegner den matematiske kommunikasjon mellom elever ved bruk av vertikale tavler?»*

og har fått anledning til å stille spørsmål. Vi samtykker til at vårt barn:

- ☐ deltar i undervisning mens observasjonen/lyd-video opptak pågår.
- ☐ deltar med å svare på spørreskjema.

Da du som prosjektdeltaker er under 16 år må en av dine foreldre/foresatte signere på samtykkeerklæringen.

Vi samtykker til at opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av prosjektdeltaker/foresatte, dato)

Vedlegg 4

Oversikt over prosentvis fordeling innenfor kategori og type av elevinteraksjoner.

Elevinteraksjon	Observerte samtaletrekk	Gj.snitt	Totalt
Svar og påstander	Uforklarte elevsvar uten matematisk innhold	5,2	16,5%
	Uforklarte elevsvar med matematisk innhold	3,2	
	Ufullstendige elevsvar uten matematisk innhold	3,5	
	Ufullstendige elevsvar med matematisk innhold	4,6	
	Kumulativ samtale		
Argumentasjon	Korrekt argumentasjon	2,1	4,1%
	Logisk argumentasjon	2,1	
Utfordringer	Presenterer ny idé	0,7	2,0%
	Motsetter seg en idé som presenteres	1,3	
Evaluering og avklaringer	Vurdering av eget arbeid uten matematisk innhold	4,9	19,5%
	Vurdering av eget arbeid med matematisk innhold	3,3	
	Vurdering av medelever uten matematisk innhold	4,4	
	Vurdering av medelever med matematisk innhold	2,6	
	Vurderer eget arbeid opp mot medelevers arbeid med matematisk innhold	0,3	
	Avklare	4,1	
	Utforskende samtale		
Forklaring	Forklare handlinger	14,7	22,4%
	Tenke høyt	7,7	
Spørsmål	Spørsmål uten matematisk innhold	4,6	8,3%
	Spørsmål med matematisk innhold	3,7	
Forslag	Forslag uten matematisk innhold	4,3	16,2%
	Forslag med matematisk innhold	6,7	
	Betinget forslag med matematisk innhold	1,4	
	Forslag ved å tenke høyt	3,9	
Gjenta medelever	Gjenta nøyaktig	2	2,7%
	Gjenta med egne ord	0,7	
Sosial småprat			7,8%