UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for naturvitenskap og teknologi

«Må vinklene være helt rette?»

En kvalitativ studie med fokus på hindringer elever møter når de utforsker første kvadratsetning

Heidi Riise Samuelsen

Masteroppgave i matematikkdidaktikk ved lektorutdanningen i realfag. Institutt for matematikk og statistikk.
MAT-3907. Juni 2024

Sammendrag

Denne kvalitative studien tar for seg hindringer elever møter på i utforskende oppgaver. Hensikten med studien har vært å finne ut hvilke hindringer elever møter på og i hvilken fase av utforskningsarbeidet hindringene oppstår. For å undersøke dette har jeg prøvd ut et undervisningsopplegg for elever som tar matematikk 1T. Undervisningsopplegget gikk ut på at elevene selv skulle komme fram til første kvadratsetning ved hjelp av konkreter som elevene laget ved hjelp av saks, farget papir og linjal. Problemstillingen for oppgaven er *hva hindrer elever i å komme fram til første kvadratsetning på egenhånd?* For å avgrense problemstillingen valgte jeg å formulere to forskningsspørsmål som begge er basert på teori om didaktiske situasjoner (Strømskag, 2020):

1. *Hvilke konsekvenser av den didaktiske kontrakt hindrer elevene i å lykkes i utforskende arbeid?*
2. *I hvilken fase innenfor didaktiske situasjoner oppstår hindringene elevene møter på?*

Med kvalitativ tilnærming har jeg innhentet data ved å ta lydopptak i undervisningsøkta hvor undervisningsopplegget ble utprøvd. For å analysere datamaterialet har jeg valgt å bruke teori for didaktiske situasjoner, TDS, som rammeverk. Innenfor TDS presenteres det ulike konsekvenser av den didaktiske kontrakt i tillegg til at undervisningen deles inn i fem faser.

Analysen viste at selve konkretene ble et hinder for flere av gruppene. Elevenes fokus gikk fra å være på det matematiske, til å omhandle eksempelvis hvordan farge de skulle ha på hvilken figur. Et annet funn i analysen var at de fleste av hindringene oppsto som et resultat av den første fasen, devolusjonsfasen, i undervisningen. Dette kan tyde på at devolusjonsfasen var for dårlig og at elevene ikke hadde fått tilstrekkelig med informasjon om eksempelvis om hva det vil si å lykkes innenfor den utforskende oppgaven. Et viktig aspekt ved funnene er også at elevene ikke jobbet selvstendig i fasene hvor læreren egentlig skal kunne opptre som observatør. Dette er verdifulle erfaringer å ta med seg videre da analysen i sin helhet viste at man må presisere informasjonen man gir til elevene i forkant, da spesielt hvor nøye de må være når de lager konkreter. Dette for å unngå at det ikke blir et hinder for dem i videre arbeid.

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på 5 år som student. Det siste året har jeg kombinert det å være masterstudent med det å være lærer. Å jobbe sitt første år som lærer samtidig som man studerer, har vært hektisk samtidig som det har gitt meg både motivasjon og inspirasjon til å skrive ferdig denne masteroppgaven. Som høygravid masterstudent er jeg nå både stolt, sliten og klar for neste kapittel.

Først og fremst vil jeg takke mine to medstudenter, Leni og Elida. Samholdet vi har hatt gjennom disse årene har betydd mye for meg. Det å kunne møtes bare vi tre, og sitte sammen å se på digitale forelesninger under pandemien, har vært gullverdt.

Videre er jeg nødt til å takke min kollega, Sigurd. Takk for at du har kommet med gode innspill, relevant teori og ikke minst takk for at du har tatt deg tid til å hjelpe meg i en ellers travel hverdag.

Jeg kommer heller ikke unna å takke min veileder, Anne Birgitte Fyhn. Dine gode og ærlige innspill har vært til god hjelp under arbeidet med denne oppgaven. Du har vært en fantastisk veileder som jeg har satt stor pris på.

Takk til pappa, mamma, søster og bror.

Sist, men ikke minst ønsker jeg å takke min samboer, Dagfinn-Andreas. For all støtte, spesielt gjennom de siste månedene. Denne oppgaven ville nok ikke blitt levert inn i tide hadde det ikke vært for deg.

Tromsø, 2024

Heidi Riise Samuelsen

Innhold

1 Innledning

Denne masteroppgaven er knyttet til utforskende undervisning i videregående skole og har som mål å utvikle min egen praksis som lærer ved ta i bruk nye undervisningsformer. Forhåpentligvis kan jeg også inspirere andre lærere på veien.

I studien er det interessant å se nærmere på hva som kan hindre elever når de selv skal komme fram til første kvadratsetning ved utforskende arbeid. Jeg ønsker å få et innblikk i hindringene elevene møter, slik at jeg kan jobbe proaktivt og dermed videreutvikle min praksis som lærer. Jeg håper at studien også kan være et bidrag til andre lærere samtidig som den kan belyse viktigheten av å variere undervisning, også i fag som matematikk 1T.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Som elev, og etter hvert student, har utforsking vært både noe av det artigste og mest motiverende, og noe av det mest utfordrende og demotiverende innenfor matematikk. Dette motsigende synet på utforskning har jeg reflektert mye over i min tid som lektorstudent, og jeg har ofte tenkt at målet som matematikklærer må være å sørge for at elevene opplever utforsking som gøy og motiverende. I retrospekt tenker jeg at årsaken til at utforskning var demotiverende var at jeg ofte satt igjen med en følelse av å ha fått for mye hjelp de gangene jeg hadde behov for veiledning. På denne måten falt en del av gleden med matematikk bort.

Under min tid på lektorstudiet har utforsking vært et sentralt og gjennomgående tema ettersom læreplanverket for kunnskapsløftet 2020, LK20, legger stor vekt på utforsking og problemløsning som et av sine kjerneelement i matematikk. Ifølge læreplanen skal elever lete etter mønstre og diskutere seg fram til en felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019). I praksis på både ungdomsskole og videregående har jeg fått erfaring med både å legge opp til, og å gjennomføre utforskende undervisningsopplegg. Jeg har fått kjenne på vanskeligheten rundt det å veilede elever som står fast, men også utfordringen rundt det å legge opp til at elevene skal lykkes uten at de skal bli avhengige av veiledning.

Som lærer i den videregående skolen ser jeg på det å gjøre undervisningen så motiverende som mulig som svært viktig. I tillegg anser jeg veiledningen man gir elever under arbeid med utforskende oppgaver essensiell for både motivasjonen og mestringsfølelsen til elevene. Veiledningen læreren gir i timen, samt hvordan utforskingsoppgaven er lagt opp, kan også være viktig for at eleven skal lykkes i utforskningen. Det er dog vanskelig å definere hva som er å lykkes innenfor utforskning. Etter å ha jobbet en god del med ulike problemstillinger og metode, har jeg konkludert med at det ikke er tilfellene hvor elevene lykkes jeg ønsker å sette søkelys på. Jeg ønsker heller å rette fokuset på de tilfellene der elever på en eller annen måte blir hindret i å lykkes. Det er nettopp situasjonene hvor ting ikke fungerer som bør forbedres eller unngås, og som derfor vil være mest interessant for min videreutvikling innenfor læreryrket.

Den internasjonale undersøkelsen Trends in International Mathematics and Science Studies, TIMSS, måler kompetansen innenfor naturfag og matematikk hos elever på 5. og 9. trinn (Kaarstein et al., 2020). TIMSS Advanced er en separat del av TIMSS, og måler kompetansen hos elever på videregående skole som har valgt å spesialisere seg innenfor matematikk og fysikk. Da TIMSS Advanced sist ble gjennomført i 2015, var et av hovedfunnene at norske elever skårer høyt innenfor begge fagområder, men at andelen elever som velger å spesialisere seg innenfor matematikk og fysikk er nedadgående. I matematikk viser undersøkelsen en framgang i totalskår sammenlignet med den tidligere undersøkelsen gjort i 2008. Elevene skårer dog svakere i matematikk sammenlignet med fysikk. Norske elever skårer spesielt lavt innenfor algebra sammenlignet med elever fra andre land. Undersøkelsen viser også at Norge er blant landene med færrest elever som velger matematikk og fysikk på øverste nivå (Utdanningsdirektoratet, 2016).

Min masteroppgave vil omhandle utforskende arbeidsmåter innenfor algebra for elever som tar matematikk 1T. Motivasjonen for oppgaven bygger på egen erfaring av å bli hindret i å komme fram til løsninger innenfor utforskende matematikk og erfaringer fra praksis. Da jeg til daglig underviser en klasse i matematikk 1T falt valget på å se på utforskende oppgaver for dem. Utforsking er i tillegg svært relevant da 3 av 15 kompetansemål omhandler utforsking.

Problemstillingen min er utarbeidet utfra egen erfaring som elev og lektorstudent, men skal besvares gjennom min rolle som masterstudent og lærer. I min tid som student har jeg skrevet flere oppgaver om mestring og motivasjon innenfor matematikk. Ettersom motivasjon og mestring er vanskelig å måle, og siden jeg allerede har tatt steget inn i læreryrket samtidig som jeg skriver master, har jeg heller valgt å fokusere på hva som hindrer elevene i å lykkes innenfor utforsking.

1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Hva hindrer elever i å komme fram til første kvadratsetning på egenhånd?

For å besvare problemstillingen min har jeg prøvd ut et undervisningsopplegg i en klasse jeg til daglig underviser i. Opplegget går ut på at elevene får beskjed om å klippe ut to kvadrater av ulik størrelse, og to like rektangler med én side lik det ene kvadratet og én side like det andre kvadratet. Videre får elevene i oppgave å finne et samlet areal.

For å avgrense oppgaven har jeg valgt å formulere to forskingsspørsmål basert på teori om didaktiske situasjoner fra Brousseau (2002), men videre utviklet av Strømskag (2020). Ifølge Brousseau (2002) består en didaktisk situasjon av fem faser, hvor alle fasene spiller en essensiell rolle for læringsutbytte til eleven. Brousseau presenterer også begrepet *den didaktiske kontrakt* som et samspill mellom lærer og elev. Den didaktiske kontrakt begrenses av seks ulike didaktiske konsekvenser. De didaktiske konsekvensene omfatter ulike hindringer som kan komme til syne i matematikkundervisning (Strømskag, 2020).

Forskningsspørsmålene er formulert ut fra teori om didaktiske situasjoner (Strømskag, 2020), og lyder slik:

1. *Hvilke konsekvenser av den didaktiske kontrakt hindrer elevene i å lykkes i utforskende arbeid?*

2. *I hvilken fase innenfor didaktiske situasjoner oppstår hindringene elevene møter på?*

Ved ta utgangspunkt i forskningsspørsmålene håper jeg å kunne si noe om hva som hindrer elevene i utforskende arbeid, og i hvilken fase hindringene oppstår. Svarene på forskningsspørsmålene vil muligens også bidra til å kunne lage bedre undervisningsopplegg som går ut på å utforske i matematikken.

1.3 Begrepet hindring

For å definere hva som ligger i begrepet hindring vil jeg støtte meg på Brousseau (2002) som definerer begrepet «obstacle» som en naturlig del av læringsprosessen. Videre i oppgaven har jeg valgt bruke det norske ordet «hindring» for «obstacle». Ved å anerkjenne hindringer som en del av læringsprosessen mener Brousseau at lærere og elever kan utvikle strategier for å overvinne dem. Han understreker også at feil i lærerens og elevers funksjon er en viktig del av betydningen til den tilegnede kunnskapen. Men dette som grunnlag bør ikke hindringer unngås, men heller integreres som en del av læringsprosessen slik at hindringene kan utvikles til å bli en kilde til videre forståelse og utvikling (Brousseau, 2002). I denne sammenheng vil det altså si at jeg søker å undersøke hvilke hindringer elevene møter når de jobber med utforskning i matematikken. På denne måten kan man forbedre sin lærerpraksis ved å videreutvikle undervisningsopplegg som legger til rette for at elever skal overvinne hindringer.

1.4 Oppgavens struktur

Denne masteroppgaven er delt inn i seks kapitler hvorav det første allerede er presentert. I kapittel 2 presenteres relevant teori for oppgaven videre. Her belyses algebra ut fra et undervisningsperspektiv i tillegg til at endringene i læreplan i Norge legges fram i korte trekk. Videre trekkes ulike tilnærminger til matematikkundervisning fram som videre vil være aktuell for analyse og diskusjon. I Kapittel 2.3.3 presenteres teori om didaktiske situasjoner som er relevant for forskningsspørsmål 2. I fortsettelsen, Kapittel 2.3.3.2, beskrives de ulike konsekvensene av den didaktiske kontrakt noe som henger tett sammen med forskningsspørsmål 1. I Kapittel 3 belyser hvordan jeg gikk fram når jeg skulle velge tema for oppgaven. I tillegg forklares undervisningsopplegget jeg har testet ut og forskningsdeltagerne skildres. Videre har jeg valgt å presentere en teoretisk framstilling av to ulike framgangsmåter man kan bruke for å komme fram til kvadratsetningen ved hjelp av konkretene elevene skulle lage. I fortsettelsen beskrives forskningsdeltagerne (3.3), observasjon som metode (3.4) og pilotering av undervisningsopplegget som ble utført for en kollega (3.5). I kapittel 3.6 blir plan for hvordan analysen skal foregå beskrevet. Kapittel 3.7 tar for seg studiens kvalitet og andre etiske aspekter ved studien.

I Kapittel 4 presenterer jeg aller først noen bilder jeg tok i undervisningsøkta da løsningene er lettere presentert med bilder enn med ord. Elevene har valgt ulike metoder for å komme fram til første kvadratsetning. Videre analyseres først datamaterialet i henhold til forskningsspørsmål 1, og fokuset er på hvilke konsekvenser som kom til syne som et hinder i økta. I fortsettelsen tar jeg utgangspunkt i forskningsspørsmål 2 og fokuset er på hvilken fase hindringene oppsto for elevene. I Kapittel 5 diskuteres de sentrale funnene fra Kapittel 4 opp mot teori fra Kapittel 2. Jeg vil også ta for meg hvilke erfaringer jeg har gjort meg i etterkant av undervisningsøkta, og hvilke endringer jeg ville ha gjort. Avslutningsvis vil jeg i Kapittel 6 reflektere over oppgaven med helhet.

2 Teori

I dette kapittelet presenterer jeg relevant teori for oppgaven. Først trekker jeg fram hva algebra er og presenterer teori om algebra i undervisning, deretter vil relevant teori knyttet til ulike tilnærminger til matematikkundervisning presenteres[1].

2.1 Hva er algebra?

Kaput (2008) beskriver algebra på ulike måter. Først som kulturarv som har blitt, og fortsatt blir, videreført gjennom generasjoner ved at det er implementert i undervisning. Algebra

---

[1] Deler av dette kapittelet er hentet fra egen prosjektskisse i et tidligere emne.

spiller ulike roller i forskjellige land, og det introduseres på ulike måter rundt om i verden. I hvilken alder elever undervises i algebra varierer også. Den andre måten algebra blir beskrevet på er som et sett av aktiviteter som eksempelvis representasjoner av generalisering og omskriving av representasjoner. I tillegg inngår algebra i matematisk modellering (Kaput, 2008). I Norge presenteres algebra som bokstaver vi bruker som et symbol for variable størrelser med hensyn til klassetrinn (Kongelf, 2015).

2.2 Undervisning om algebra

Undervisningsopplegget jeg har valgt å prøve ut omhandler figurer og algebraisk generalisering. Jeg velger derfor å presentere litteratur knyttet til algebraens rolle i skolen. I følge Kieran (2007) er algebra et utmerket verktøy for utforsking, analysering og representasjoner av matematiske ideer og begreper. I tillegg understreker Kieran (2007) at algebra er en effektiv måte å modellere forhold og sammenhenger. I skolen bygger mange grunnleggende prinsipper på en solid forståelse av algebra (Kieran, 2007). Kaput (2008) knytter også algebra til tre sentrale grunnprinsipper i skolen; representasjoner av generalisering, omskriving av representasjoner og modellering. Som et resultat av dette er det avgjørende å lykkes i algebra for å lykkes i matematikkfaget. Elevers matematikkferdigheter kan også spille en stor rolle i andre fag.

I den videregående skolen er algebraiske ferdigheter en nøkkelrolle for å lykkes i fag som kjemi og fysikk. Kieran (2007) poengterer at en stor andel av elever opplever algebra som vanskelig å både forstå og anvende. Elever anser algebra som krevende og meningsløst, noe som skyldes at algebra ofte blir for komplekst og abstrakt. Kieran (2007) belyser viktigheten av at lærere finner undervisningsmetoder som gjør algebra mer tilgjengelig for elevene. Mitt undervisningsopplegg har som mål å visualisere første kvadratsetning for elevene, og på den måten gjøre algebraen mer tilgjengelig for elevene.

2.2.1 Læreplan i endring

I Norge har læreplan stadig vært i endring og dette har medført debatt og engasjement i det didaktiske miljøet. Grønmo og Hole (2017) skriver at læreplanen gikk fra å være innholdsorientert (M74) til å være mer prosessorientert (L97). Dette innebar at læreplanen gikk fra å fokusere på konkret kunnskap og ferdigheter, til å vektlegge prosessen fram til løsningen vel så mye som selve resultatet. Ved innføringen av Læreplanverket for kunnskapsløftet 2006, LK06, gikk derimot læreplan vekk fra å skulle være prosessorientert, og fokuserte heller på kompetanseorientering. Dette medførte at skolen fikk et større fokus på hvordan elevene skulle bruke og anvende kunnskapen de lærte (Grønmo & Hole, 2017). I 2020 ble Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020, LK20, delvis innført i den norske skolen. Læreplanverket hadde likhetstrekk med tidligere læreplaner, men inneholdt også nye elementer som kjerneelementer, tverrfaglig tema og dybdelæring (Kunnskapsdepartementet, 2017). Ved å i korte og overfladiske trekk sammenligne kompetansemålene som omhandler algebra i matematikk 1T i K06 (Utdanningsdirektoratet, 2006) med det samme temaet i LK20, ser man tydelige skilnader. I K06 la kompetansemålene innenfor algebra vekt på at elever skulle tolke, regne og løse problemer. I LK20 legger læreplan vekt på at elevene skal mestre å forklare og utforske sammenhenger, i tillegg til å formulere og løse problemer.

2.3 Ulike tilnærminger til matematikkundervisning

Det finnes flere ulike tilnærminger til matematikkundervisning som alle har til hensikt å fremme dybdeforståelse og problemløsningsevner hos elevene. Utgangspunktet for undervisningsopplegget jeg har prøvd ut på elevene har vært teori om guided re-invention av Freudenthal (1973), utforskende matematikkundervisning (Blomhøj, 2016) og teori for didaktiske situasjoner (Strømskag, 2020). Kapittel 2.3 vil omhandle de tre ulike tilnærmingene. Jeg vil også diskutere teorienes relevans opp mot min oppgave.

2.3.1 Guided re-invention

Freudenthal (1973) argumenterer for at matematikk er en aktivitet. Han påpeker at den beste måten å lære en aktivitet på er å utføre den. Freudenthal (1973) poengterer også at matematikk ikke bør presenteres eller utforskes som et ferdig produkt, men at elever heller bør få mulighet og veiledning til å utforske matematiske oppfinnelser som om de ikke er utforsket ennå. På denne måten blir matematikk noe som ikke bare skal reproduseres, men også utforskes og skapes. For å realisere dette trenger man kun å gjennomgå parametere av generell teori, og at resten bør være opp til elevene. Freudenthal understreker også at kunnskap som er ervervet på denne måten er bedre forstått og bedre bevart hos elever sammenlignet med kunnskap som er ervervet i en mindre aktiv læringsprosess (Freudenthal, 1973).

Freudenthal (1973) introduserer begrepet *guided re-invention* som en pedagogisk tilnærming som har som formål å oppmuntre til elevaktivitet gjennom arbeid med matematikk. Begrepet guided re-invention lar seg ikke enkelt oversette. Freudenthal påpeker selv at guided re-invention ofte kalles oppdagelse eller gjenoppdagelse. Videre poengterer Freudenthal at «oppdagelse» ofte forbindes med noe sensasjonelt, uventet og overraskende. Han mener at å si at guided re-invention betyr enten gjenoppdagelse eller oppdagelse, vil føre til at den pedagogiske tilnærmingen blir begrenset. Med dette som grunnlag ønsker heller ikke jeg å oversette begrepet, men vil heller bruke det slik som det er.

Innenfor guided re-invention understreker Freudenthal viktigheten av lærerens rolle under elevers arbeid med matematikk. Ifølge Freudenthal kan guided re-invention føre til en dypere forståelse ved at elever lærer å stille spørsmål og deretter løser problemer på en mer selvstendig måte sammenlignet med deduktiv undervisning. Han påpeker også at å jobbe på denne måten fører til et større engasjement for matematikken blant elever. Innenfor guided re-invention argumenterer Freudenthal for at læreren skal være en veileder og skape et læringsmiljø rundt elevene slik at de oppfordres til å utforske, eksperimentere og reflektere over egne matematiske ideer. Det framheves også at det er viktig at man som lærer ikke gir hint til elevene, men at man heller opptrer som veileder (Freudenthal, 1973). Under datainnsamlingen for min oppgave ønsker jeg å ta i bruk teorien til Freudenthal nettopp fordi jeg selv som elev opplevde å få for mye veiledning. Jeg ønsker å ikke gi elevene hint, men heller mer tid til å komme fram til første kvadratsetning selv. Noen elever vil nok trenge veiledning etter hvert, men det er da spesielt viktig å unngå å gi for mye hjelp.

2.3.2 Utforskende matematikkundervisning

Utforskende matematikkundervisning (Inquiry-Based Mathematics Education; IBME) er en utdannelsespolitisk trend som bygger på oppfattelsen av at en bedre naturfaglig og matematisk undervisning er nødvendig. Artigue og Blomhøj (2013) hevder at et større fokus på undersøkende arbeidsformer i matematikk kan forbedre elevers læringsutbytte og med dette motivere til videre utdanning i matematikk. De understreker viktigheten av at elevene opplever spørsmålene som virkelige, relevante, åpne og med rom for flere strategier.

Blomhøj (2016) presenterer tre behov som bør være ivaretatt i utforskende matematikkundervisning; iscenesettelse, elevens utforskende arbeid og felles refleksjon. Behovene omtales som faser med hver sine didaktiske fokus, og poengterer at undersøkende arbeid ikke trenger å skje i den bestemte rekkefølgen og at fasene kan gjentas flere ganger. Fase 1 består av at læreren presenterer en utfordring eller et problem for elevene. I tillegg står lærer ansvarlig for å etablere et didaktisk miljø rundt arbeidet. Det vil si praktiske avklaringer som tidsbruk, gruppesammensetning og andre rammer som er relevant for arbeidet elevene skal gå i gang med. Videre påpeker Blomhøj (2016) at elevene må bevisstgjøres på hva det innebærer å lykkes i arbeidet. Fase 2 omfatter selve undersøkelsesarbeidet. I denne fasen er det essensielt at elevene får tilstrekkelig med tid, frihet, og støtte til å arbeide selvstendig. Det innebærer også å få støtte til å samarbeide med andre elever. I denne fasen har elevene kontrollen, og det er viktig at lærer har tilrettelagt godt nok for dette i fase 1. Ved proaktiv jobb under fase 1, blir situasjonen under fase 2 så gunstig som mulig for at elevene kan jobbe fritt og selvstendig. I fase 3 tar lærer tilbake kontrollen og systematiserer elevenes erfaringer. Læreren utpeker faglige poeng i arbeidet til elevene, og bygger opp felles kunnskap blant elevene. I denne fasen kan lærer stille videre spørsmål for å sette i gang undring og nysgjerrighet blant elevmassen. Fasen gjøres som regel i plenum og sikrer det faglige innholdet for samtlige elever (Blomhøj, 2016).

2.3.3 Teorien for didaktiske situasjoner (TDS)

Det teoretiske rammeverket for min oppgave, teori for didaktiske situasjoner, er utviklet i av Brousseau (2002) og videreutviklet av Strømskag (2020). Teori for didaktiske situasjoner forkortes TDS, og er en vitenskapelig tilnærming til matematikkundervisning som har som hensikt å designe undervisningen slik at den blir så gunstig som mulig overfor elevene (Strømskag, 2020). I min studie er ikke undervisningsopplegget designet i henhold til TDS, bruker TDS som analytisk verktøy. Strømskag (2020) skriver at TDS kan brukes som et verktøy i analyse av vanlig undervisning med en forutsetning om at målet for økta er å undervise en bestemt kunnskap. Kunnskapen som skal undervises defineres som målkunnskap og brukes både om det som skal undervises i vanlig undervisning og didaktiske situasjoner. I min undervisningsøkt vil kvadratsetningen være målkunnskapen som elevene skal oppnå.

Ifølge Strømskag (2020) er en didaktisk situasjon en designet situasjon som skal sørge for at undervisningen både er optimal, og en anbefalt løsning på et eller flere didaktiske problemer. En didaktisk situasjon har fem faser, hvor fasene optimalt sett kommer i kronologisk rekkefølge, men som i praksis kan stokkes om; devolusjon, aksjon, formulering, validering og institusjonalisering.

I den første fasen, devolusjon, overleverer læreren problemet til elevene. I denne fasen skal læreren klargjøre elevene på å jobbe selvstendig. Det innebærer å sette sammen grupper, overlevere problemet som skal løses, informere om hva kriteriet for suksess er og hvilke regler elevene må følge.

I neste fase, aksjon, konstruerer elevene en implisitt løsning på det eksakte problemet. Dersom devolusjonsfasen var vellykket, vil læreren opptre som observatør i denne fasen. Videre, i formuleringsfasen, videreformidler elever sin egen løsning til andre elever. Under formuleringen er lærerens rolle å synliggjøre ulike løsningsstrategier i klasserommet. Under valideringsfasen begrunner og undersøker elevene om deres løsning er valide. Innenfor institusjonalisering dekontekstualiserer elevene kunnskapen. På denne måten kan kunnskapen brukes i andre situasjoner (Strømskag, 2020).

Strømskag (2020, s. 53) skiller mellom didaktiske og adidaktiske situasjoner, og skriver at «i en didaktisk situasjon er læreren involvert i et system av samspill med den adidaktiske situasjonen hun har devolusjonert til elevene». Videre definerer Strømskag (2020) en didaktisk situasjon som den totale situasjonen hvor læreren er involvert i et samspill mellom elevene og det adidaktiske miljøet som læreren er ansvarlig for å legge til rette for under devolusjon. Strømskag (2020) definerer en adidaktisk situasjon som en situasjon hvor lærer ikke har noen intensjon om å undervise, men heller et ønske om at elevene finner en løsning på et problem i samspill med miljøet på en selvstendig måte. Strømskag (2020, s. 36) definerer miljø som «… en modell av elementene i den materielle og intellektuelle virkeligheten som elevene har samspill med når de løser et problem i en didaktisk situasjon». Videre skriver hun at miljøet omfatter informative tekster, data, fysisk materiell, verktøy, elevenes etablerte kunnskap, relevante minner, objektive hendelser og andre elever. Dette tatt i betraktning vil miljøet for elevene i undervisningsøkta hvor datainnsamlingen foregå være konkretene som tas i bruk, gruppene de settes sammen i, minnene deres fra matematikk på ungdomsskolen, deres etablerte kunnskap og deres forutsetninger i sum utgjøre miljøet for elevene. Dersom lærer går inn og gjør endringer i miljøet, eksempelvis endrer gruppesammensetningen, kalles det regulering.

I fortsettelsen plasseres devolusjons- og institusjonaliseringsfasen som didaktiske faser da begge fasene er lærerstyrt. I devolusjonsfasen skal læreren klargjøre elvene slik at grunnlaget for de tre adidaktiske fasene; aksjon, formulering og validering er så gunstig som mulig. Her skal elevene selv konstruere løsninger, samarbeide og validere egne løsninger. Videre, i institusjonaliseringsfasen, skal læreren ta tilbake kontrollen og oppsummere faglige poeng i tillegg til å gjøre kunnskapen tilgjengelig for elevene i andre situasjoner.

Strømskag (2020) påpeker viktigheten av adidaktiske situasjoner, og forklarer at det er viktig at elever lærer å bruke kunnskapen som blir presentert i didaktiske situasjoner i møte med nye systemer. Videre skriver Strømskag (2020, s.44) «dette forutsetter at eleven forstår sin relasjon til de nye systemene som nye adidaktiske situasjoner, der han kan finne passende svar». Dette kan skje på to måter. Enten ved at eleven gjenkjenner en situasjon ved at den ligner på en kjent situasjon, eller ved at elever oppfatter situasjonen som ukjent og stiller seg selv nye spørsmål hvor han bruker erfaring fra gamle systemer til å svare. Strømskag (2020) poengterer at det er de adidaktiske elementene i miljøet elevene trenger å operere på for å bygge kunnskap. Eleven vil da komme i kontakt med de tre adidaktiske fasene; aksjon, formulering og validering.

2.3.3.1 Den didaktiske kontrakten

Brousseau (2002) utviklet begrepet «den didaktiske kontrakt» som en felles forståelse mellom læreren og elevene om hva som skal læres, hvordan det skal læres og hvordan elevene vil bli vurdert. Den didaktiske kontrakten inneholder elementer som målsetninger, metoder og evaluering. Målsetning innebærer hva målet med undervisningen er, og hva elevene kan forvente å lære. Strømskag (2020) bruker begrepet målkunnskap for det elevene skal lære, og dette er begrepet jeg bruker videre i oppgaven. Innenfor metode inngår hvordan undervisningen skal gjennomføres og hvilke ressurser som inngår i undervisningen. Det siste elementet er evaluering. Det innebærer vurderingsformen elevene møter, og hvilke kriterier de blir vurdert etter. Brousseau (2002) understreker også at det er essensielt å være bevisst på den didaktiske kontrakten, og sørger for at både lærer og elever forstår den likt. Dette vil ifølge Brousseau (2002) fremme et mest mulig effektivt og engasjerende læringsmiljø.

Innenfor TDS står den didaktiske kontrakten sentralt for den didaktiske relasjonen mellom lærer og elev. Reglene innenfor kontrakten for læreren sin del går ut på at hen gir elevene oppgaver som elevene har forutsetninger for å løse ved å bruke kunnskapen de sitter inne med. For eleven går kontrakten for eksempel ut på å finne regnestykker i en tekstoppgave og løse dem. I tillegg er noen av reglene i kontrakten av matematisk karakter. Det kan for eksempel være at elever skal bruke algebraiske uttrykk for å navngi sider i en firkant (Strømskag, 2020).

2.3.3.2 Konsekvensene av den didaktiske kontrakt

Den didaktiske kontrakten omfatter flere konsekvenser som kan begrense matematikk-kunnskapen hos elever. Strømskag (2020) omtaler konsekvensene som didaktiske fenomener og beskriver de som skjulte reguleringer i det matematiske klasserommet.

Konsekvensene kan deles inn i to kategorier; hvorav den første omfatter måter lærer stiller spørsmål på og den andre representerer ulike måter og metoder lærer kan ta i bruk for å hjelpe elevene med å forstå matematikken. Innenfor den første kategorien finner vi tre underkategorier som alle kan skape et falskt inntrykk av at læring har funnet sted. Dette gjelder for Topaze-effekt, Jourdain-effekt og implisitt antydning om analogi. Den andre kategorien omfatter de tre konsekvensene metakognitivt skift, metamatematisk skift og Dienes-effekt og er alle ulike måter læreren prøve å hjelpe elevene på. Strømskag (2020) skriver at konsekvensene av den didaktiske kontrakt er essensielle i analysen av hvilken kunnskap som produseres i undervisningssituasjon. I mitt arbeid kommer jeg til å ta i bruk konsekvensene for å se på hvilke av de som hindret elevene i å komme fram til første kvadratsetning.

Strømskag (2020) viser til et eksempel hvor en lærer ender opp med å avsløre mer og mer av et ord under en diktatprøve. Til slutt har eleven klart å skrive hele ordet, kun basert på hjelpen som læreren har gitt og helt uten å kunne stave. Strømskag (2020) kaller dette for Topaze-effekt og skriver at fenomenet er kjennetegnet ved at svaret eleven skal fram til er bestemt på forhånd. Dette gjør det mulig for læreren å ende opp med å hinte om hva eleven skal svare. I søket på rett svar forsvinner målkunnskapen. I matematikk kan et eksempel være at en elev trenger hjelp med å multiplisere 2 med 2. Dersom læreren gir hint som ikke dreier seg om hvordan man skal multiplisere, men heller om selve svaret, vil det være en Topaze-effekt. Eksempelvis kan læreren gi hint om at svaret er det samme som antallet ben på en hund. Dersom eleven vet at hunder har fire ben, vil eleven komme fram til rett svar uten å kunne multiplisere.

Jourdain-effekt er en form for Topaze-effekt da Jordain-effekten også går ut på at læreren anerkjenner en elevs løsning som vitenskapelig når den egentlig bygger på noe trivielt (Strømskag, 2020). I matematikkundervisning kan dette eksempelvis skje i undervisning om kombinatorikk hvor man ønsker å lære elevene hvordan de kan bruke en formel for å regne seg fram til antall kombinasjoner som finnes. Istedenfor å bruke formelen, kan elevene enten tenke seg til svaret eller tegne opp alle mulige kombinasjoner. Dersom læreren anerkjenner løsningen som vitenskapelig, kan dette være et eksempel på Jourdain-effekt.

Implisitt antydning om analogi gjenkjennes ved at læreren gjennomgår en oppgave på tavla, og at elevene bruker samme fremgangsmåte når de løser like oppgaver uten å forstå matematikken som ligger bak eksemplet eller løsningen (Strømskag, 2020). Dette kan blant annet skje i utregning av areal av ulike geometriske figurer. Læreren kan gjennomgå ulike eksempler på tavla hvor man får oppgitt lengden og bredden i et rektangel, og skal ved hjelp av dette finne arealet. Elevene kan se mønsteret, får oppgitt to tall i en tekst og multipliserer dette, og da blir svaret rett. På denne måten kan elever få riktig svar ved å bruke samme fremgangsmåte, uten å lese oppgaveteksten og uten å forstå matematikken.

Et metakognintivt skift er en konsekvens av at læreren tar i bruk konkretiseringsverktøy i undervisning. Et konkretiseringsverktøy kan være fysisk materiell, grafiske framstillinger eller muntlige metaforer. Strømskag (2020) forklarer metakognitivt skift som en konsekvens som kan komme til syne dersom en undervisningsøkt ikke har gått som ønsket, og læreren ender opp med å diskutere og forklare konkretene som har blitt brukt istedenfor det faglige poenget. Da kan fokuset flyttes fra det matematiske, og over på selve konkretiseringsverktøyet.

Om metamatematisk skift skriver Strømskag (2020, s. 58) at «… fenomenet består i å bytte ut et matematisk problem med en diskusjon om logikken bak løsningen av problemet og å begrunne feil i løsningen med denne logikken». Videre trekker Strømskag (2020) fram et eksempel hvor en lærer skal hjelpe en elev å addere to tresifrede tall. For å forklare hvordan man adderer forklarer læreren logikken bak titallssystemet. Ifølge Strømskag (2020) har det skjedd et metamatematisk skift dersom denne forklaringen ikke hjelper eleven med å løse oppgaven på riktig vis da fokuset går fra å være på oppgaven til å være på selve titallsystemet.

Dienes-effekt er når elever lærer en generell regel som kan brukes videre, uten å vite hvorfor eller hvordan regelen fungerer (Strømskag, 2020). Et eksempel på dette kan være abc-formelen, hvor mange ender opp med å bruke formelen uten å forstå matematikken bak.

Under undrevisningsøkten ønsker jeg å se hvilke av disse konsekvensene som kommer til syne som et hinder for elevene når de skal komme fram til første kvadratsetning. Videre ønsker jeg å se på hvilken fase elevene møter på hindringene i. Til dette vil jeg bruke fasene fra teori for didaktiske situasjoner til. I delkapittel 3.6.2 vil jeg forsøke å gjøre rede for sammenhengen mellom de tre fasene som Blomhøj (2016) presenterer, og fasene fra teori for didaktiske situasjoner (Strømskag, 2020). Jeg vil også begrunne hvorfor valget falt på fasene fra TDS og ikke Blomhøj.

3 Metode

Christoffersen og Johannessen (2012) beskriver metode som en bestemt fremgangsmåte for å få informasjon om den sosiale virkeligheten. Bringmann og Tanggaard (2012) definerer kvalitativ metode som at man søker etter *hvordan* noe gjøres, sies, oppleves, framstår eller utvikles. Innenfor kvalitativ forskning er man altså opptatt av å beskrive, forstå, forklare eller tolke erfaringskvaliteter. Den kvalitative forskningen er utviklet slik at man kan belyse menneskelige opplevelser og erfaringsprosesser. I min studie ønsker jeg å forstå og tolke egne erfaringer fra egen undervisning basert på egne observasjoner. Forskningen min kan dermed kategoriseres som kvalitativ forskning[2].

---

[2] Deler av dette kapittelet er hentet fra egen prosjektskisse i et tidligere emne.

Design based research (DBR), også kalt designforskning, er en relativt ny forskningsmetode som er spesielt viktig og relevant for lærere og lærerstudenter ettersom metoden fokuserer på utvikling av undervisningsdesign i forbindelse med klasseromsforskning. DBR kan dermed bidra til å forbedre egen lærerpraksis. Samtidig har designforskning potensiale til å bygge en viktig og etterspurt bro mellom undervisningspraksis og didaktisk og pedagogisk teori. Dette ved at man kan bruke undervisningsideer og aktiviteter til å bestemme designet. DBR tillater også å gjøre endringer underveis dersom dette er for å få et best mulig læringsutbytte. På denne måten kan undervisning brukes til forskning, samtidig som det ikke går på bekostning av kvaliteten av opplæringen til elevene (Bakker & van Eerde, 2015). Med dette tatt i betraktning anser jeg min studie som designforskning da datainnhentingen kommer til å foregå i klasserommet, og formålet med forskningen er å bedre undervisningen. Studien fokuserer forskningen på designet av et undervisningsopplegg. Et viktig aspekt ved datainnsamlingen er at den intensjonelt ikke skal gå på bekostning av elevenes læring, men heller styrke den. Fokuset i etterkant vil være hvordan designet, altså undervisningsopplegget, fungerte. Jeg vil se nærmere på situasjoner hvor elevene ikke kom fram til det de skulle, og hva som gjorde at de ikke lyktes. I lys av dette ønsker jeg å benytte meg av DBR da dette gir meg muligheten til å gjøre nødvendige endringer underveis med elevenes beste i fokus. Det gjør også fagdidaktikken mer interessant og nyttig da den bygger bro mellom teori og praksis i læreryrket.

3.1 Valg av tema for oppgaven

Mot slutten av det fjerde året mitt på lektorutdanningen ved universitetet i Tromsø fikk jeg fast jobb som lærer på en videregående skole i Finnmark. Jeg så på kombinasjonen mellom det å være masterstudent og lærer som en gylden mulighet til å prøve ut et undervisningsopplegg i en egen klasse. Da jeg fikk vite hvilke klasser jeg skulle undervise i, begynte arbeidet med å lage et utforskende undervisningsopplegg som passet kompetansemålene. I tillegg lagde jeg årsplan slik at jeg kunne planlegge omtrent når på året jeg ville utføre opplegget. Når jeg skulle velge ut hvilket tema jeg ønsket å prøve ut et undervisningsopplegg til, hadde jeg et ønske om å velge et tema som både interesserer meg og er viktig for andre fag. I tillegg ville jeg velge et tema som er kjent for å være utfordrende. Basert på dette falt valget på algebra.

Mine forskningsdeltagere ble de elevene som valgte å ta matematikk 1T. Jeg introduserte tidlig i skoleåret at jeg skulle ha en datainnsamling til masteroppgaven min i én av undervisningsøktene, men var tydelig på at det var frivillig å delta i prosjektet. Omtrent 80% av klassens elever endte opp med å melde seg frivillig som deltagere i prosjektet.

Under forberedelsen av undervisningsøkten var det viktig for meg at datainnsamlingen ikke skulle gå på bekostning av elevenes faglige utbytte. Dette er årsaken til at målet for økta også var todelt, hvor jeg anså elevenes faglige utbytte som det viktigste. Jeg var også bevisst på at elevene som valgte å ikke delta i prosjektet, skulle få like mye veiledning og oppmerksomhet i undervisningsøkta som elevene som ville delta.

I forkant av økta hadde vi jobbet oss gjennom første tema i årsplanen som omhandlet tall, og starten på det andre tema som omhandlet algebra. I tillegg hadde vi jobbet en del med programmering. Innenfor algebra hadde elevene jobbet med oppgaver som gikk ut på å forenkle og forkorte algebraiske uttrykk. Jeg gjennomgikk også hva et rektangel og et kvadrat var, og vi repeterte hvordan man kan finne arealet av disse geometriske figurene. Det gjorde vi ved å ha en felles gjennomgang på tavla hvor jeg tegnet figurer å spurte hvordan de ville regnet ut arealet. Elevene snakket sammen to og to, før vi hadde en felles oppsummering hvor vi ble enige om hvordan dette kunne regnes ut. Dette gjorde vi fordi utforskingsoppgaven de skulle arbeide med krevde at de kunne slik utregning.

Før selve undervisningsøkten delte jeg elevene inn i grupper på to og to. Jeg plasserte elevene som ikke ville være med på prosjektet sammen, og plasserte dem adskilt fra de elevene som ville delta. Dette for å sikre lydopptak av elevene som ville delta og ikke de som valgte å ikke delta. Når det kommer til gruppeinndelingen, var dette noe jeg lenge debatterte med meg selv og som jeg syntes var vanskelig å avgjøre. Siden jeg kjenner elevene, var det en mulighet å dele elevene inn etter faglig nivå. Fordelene med å dele gruppene inn etter nivå er at man sikrer et bedre utbytte for alle elevene. Dette sammenlignet med hvis man deler gruppene med faglig svake og sterke elever blandet. I et slikt tilfelle kunne fort de faglig sterke elevene i gruppa fått en rolle som hjelpelærer ovenfor den faglig svake eleven. I tillegg tenkte jeg at det ville vært mer givende for elevene å jobbe sammen med noen som er på omtrent samme matematisk nivå. Da vil den utforskende delen av matematikken kunne foregå som et samspill ved at man tenker sammen, og at man kan finne ut av ting sammen. Jeg tenkte også at elevene innad i gruppene ville blitt mer likestilt hvis de var på samme nivå faglig. Fordelene med å dele elevene inn i grupper på tvers av matematisk nivå er at man kan sikre et større utbytte blant de faglig svake elevene da de vil kunne få hjelp og forklaringer av de elevene som er sterkere. På denne måten ville jeg kunne sikre større framdrift innad i hver gruppe. På grunnlag av at elevene er på veldig ulikt nivå faglig, det vil si at flere elever med 1-2 i karakter og flere med 5-6 i karakter, kom jeg fram til at det å sette elevene som var på relativt likt nivå var det som ville sikre best læringsutbytte. Dette innebar dog ikke at jeg satt de to flinkeste elevene sammen, men at jeg eksempelvis satt én elev som hadde rundt karakter 4 med én elev som hadde omtrent 5. På samme måte satt jeg én elev med karakter 2 sammen med én elev med 1-2 i karakter.

3.2 Undervisningsopplegget

Forskningen og datainnsamlingen foregikk i en undervisningsøkt i matematikk 1T. Økten var godt planlagt på forhånd. På lik linje som at min rolle var todelt, var også målet for økta todelt. Jeg satte et mål som lærer for elevene, og et mål som jeg satte som observatør i en datainnsamling. Målkunnskapen for timen for elevenes del var at de skulle finne fram til første kvadratsetning på en måte som også skulle gi dem forståelse for hvorfor den er som den er. Ved å bruke hjelpemidler som saks, linjal og papir i ulike farger skulle elevene lage figurer som kunne gi dem muligheten til å få et visuelt bilde av hvordan de ulike leddene i kvadratsetningen ser ut. Opplegget kan gi elevene en visuell representasjon av sammenhengen mellom $(a + b)^2$ og $a^2+2ab+b^2$ og med det gjøre relasjonen mellom uttrykkene lettere å forstå. Målet mitt som observatør var å se på når elevene ikke lyktes, og i etterkant finne ut av hvorfor.

Elevene ble delt inn parvis, og fikk utdelt tre ark i tre ulike farger, saks og linjal. Videre fikk de vite at de skulle gjøre det de fikk beskjed om, og at de kanskje etter hvert ville se en sammenheng. De ble også oppfordret til å samarbeide sammen med den de var satt sammen med, men at de skulle lage hver sine figurer. Elevene fikk følgene instrukser skriftlig på tavla:

- Klipp ut to kvadrater i ulik størrelse. Gi sidene navn.

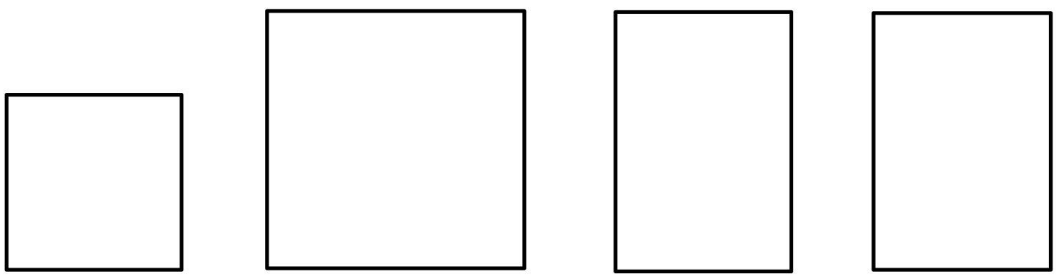
- Klipp så ut to like rektangler hvor den ene siden er like lang som sidene i det ene kvadratet, og den andre siden er like lang som siden i det andre kvadratet. Skriv navn på sidene.

- Uttrykk arealet til alle fire figurene.

Elever som raskt fant fram til første kvadratsetning fikk til utfordring å komme fram til andre kvadratsetning ved å bruke de samme konkretene.

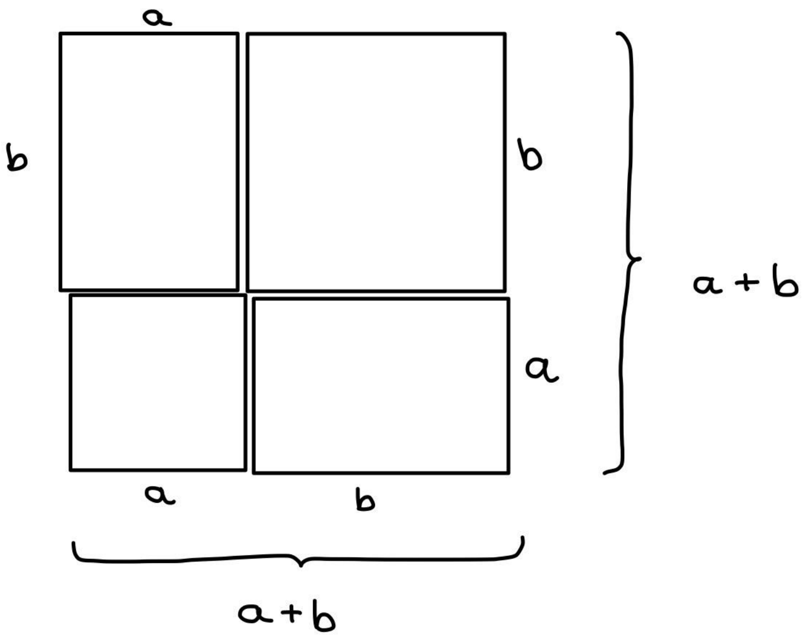
3.2.1 Teoretisk framstilling av framgangsmåte

Når man har klipt ut alle figurene har man to kvadrater hvor den ene er større enn den andre. I tillegg har man to like rektangler, hvor to av sidene er like stor som det minste kvadratet og de to resterende sidene er like stor som det største kvadratet (Figur 1).



Figur 1: To kvadrater av ulik størrelse, og to like rektangler med parvis like store sider som kvadratene.

For å navngi sidene i hver av figurene kan man starte med det minste kvadratet. La oss si at lengdene kan skrives som *a*. I det største kvadratet navngir vi sidene til å være *b*. Da blir sidene i rektanglene *a* og *b*. Videre er oppgaven å uttrykke det samlede arealet figurene vil ha. En mulig løsningsmetode er da å legge figurene en formasjon slik at de til sammen blir et stort kvadrat (Figur 2).



Figur 2: Kvadratene og rektanglene fra Figur 1 er lagt sammen som et stort kvadrat. Lengdene av hver side blir da *(a + b)*.

Om man legger figurene som et stort kvadrat, kan man finne arealet ved å gange sidene med hverandre. Da får man:

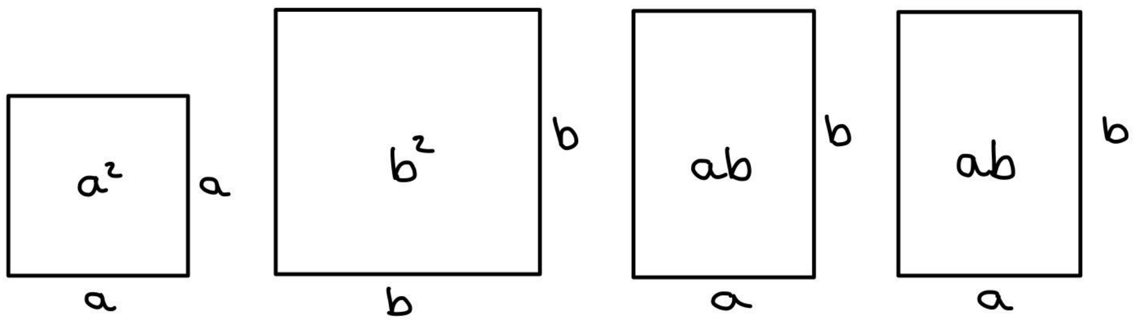
$$F = (a+b)^2$$

$$= (a+b) \cdot (a+b)$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2.$$

En annen løsning er å finne et uttrykk for hver av figurene, og deretter addere hver av uttrykkene (Figur 3).



Figur 3: Arealet av kvadratene og rektanglene uttrykt hver for seg. Figuren illustrerer en alternativ løsningsmetode hvor man ikke trenger å legge kvadratene og rektanglene sammen som et stort kvadrat.

3.3 Mine forskningsdeltagere

Klassen besto av omtrent like mange gutter og jenter, hvor stort sett alle hadde gått på grunnskolen sammen. Dette gjorde klassen til en sammensveiset gjeng hvor mitt inntrykk var at de fleste turte å være muntlig aktiv i undervisningen. Selv om de fleste elevene kjente hverandre godt fra før av, var noen av elevene nylig tilflyttet. Ved datainnsamlingen hadde de nådd og bli både godt tatt imot av klassen, og godt kjent. Elevene som deltok i innsamlingen ble delt inn i 7 grupper.

Klassen var høylytte, blide og glad i de fleste aktiviteter hvor de ikke måtte sitte stille å jobbe med oppgaver. Dette gjorde at jeg tenkte at de kom til å like den utforskende oppgaven jeg hadde planlagt for dem. Under arbeidet med det første temaet merket jeg at elevene fort glemte ting vi hadde gjennomgått, og at de hadde store behov for at vi repeterte fagstoff underveis.

Klassens matematiske nivå var spredt. Noen elever hadde høye ambisjoner om videre utdanning innenfor matematikk, mens andre hadde mål om å bestå faget. Tidlig på høsten gjennomførte samtlige elever en kartleggingsprøve i matematikk. Prøven skulle avdekke deres faglige nivå. Resultatet av kartleggingen viste det samme som min oppfatning; elevene var på veldig ulike nivå innenfor matematikken. Dette gjorde at selv om det er vanlig å lære om kvadratsetningene på grunnskolen, kunne jeg forvente at noen av elevene mine ikke hadde lært om, eller ikke husket setningene.

Mine forventede hindringer i forkant av økta var hovedsakelig at elevene ikke skulle huske hvordan man regnet ut areal av ulike geometriske figurer. Dette var en hindring jeg ikke ønsket som resultat da hukommelsen hos elever ikke er en kjent konsekvens av den didaktiske kontrakt (Kapittel 2.3.3.2). Dette var årsaken til at jeg valgte å repetere nettopp dette på forhånd. En annen forventet hindring i forkant av økta var gruppesammensetning. Jeg så for meg at dersom elevene fikk velge grupper selv, kunne elever på laveste nivå ende opp sammen med elever på høyt nivå i matematikk. For at elevene skulle ha de beste forutsetningene for å fungere å finne svar på faglige utfordringer sammen valgte jeg derfor å bestemme gruppene på forhånd.

3.4 Observasjon som metode

Ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) egner observasjon seg godt når man ønsker direkte tilgang til det som undersøkes. Siden observasjonen skulle foregå klasserommet, var det begrenset hvor strukturert observasjonen kunne være. På grunnlag av dette anser jeg min observasjon som semi-strukturert i henhold til Gleiss og Sæther (2021). I forkant av undervisningsøkta hadde jeg planlagt hvordan timen skulle foregå. Likevel skjedde det ulike ting som påvirket dialogene mellom meg og elevene. Denne metoden er relevant for min problemstilling da jeg planla økten i forkant, men hadde et ønske om å rette mitt fokus på hva som hindrer elevene under en utforskende matematikkoppgave. Samtalene mellom elevene er essensiell i min forskning, og jeg valgte derfor å ta opp lyden. For at jeg skulle få med meg alle samtalene som utspilte seg mellom elevene var dette nødvendig, spesielt med tanke på at jeg var eneste lærer i klasserommet. Jeg plasserte en båndopptaker hos hver av gruppene. På denne måten kunne jeg høre på samtalene som utspilte seg blant gruppene i ettertid.

Ideelt sett ville jeg tatt videoopptak av elevene under undervisningsøkta. Dette ville vært bedre når jeg i etterkant skal analysere timen. Det ville derimot blitt vanskelig å fått godkjennelse til å filme elevene fra kunnskapssektorens tjenesteleverandør SIKT og jeg valgte derfor å kun forholde meg til lydopptak. I tillegg kan man og tenke seg at færre elever ville sagt seg villig til å delta i prosjektet da elevene kunne ha syntes at lyd- og bildeopptak ville blitt for invaderende. Undervisningssituasjonen ville også ha blitt mer ulik det den er til vanlig, og dette kunne igjen ført til at situasjonen ble mer stressende for elevene. Stressede elever kunne ført til at de ikke fikk ut sitt fulle faglige potensiale, og dermed kunne dette ha påvirke dataene negativt.

For å få best mulig resultat er det ønskelig at datainnsamlingen skjer i så realistisk situasjon som mulig. Dette var årsaken til at valget falt på lydopptak, og ikke videoopptak.

3.5 Pilotering

I forkant av selve undervisningsopplegget valgte jeg å teste ut samme utforskende oppgave til en kollega. Min kollega hadde matematikk 2P som høyeste nivå fra videregående skole, og har ikke tatt noen form for utdanning innenfor matematikk siden da. På bakgrunn av dette vurderte jeg min kollegas matematiske evner til relativt lik elevene som tar matematikk 1T. Årsaken til at jeg valgte å pilotere opplegget i forkant av undervisningen var å få et innblikk i hva som kunne gå galt, og dermed justere dette i forkant av undervisningstimen.

Under piloteringen valgte jeg å ha en rolle som både lærer og elev. I undervisningsopplegget for elevene er det essensielt at elevene sitter sammen to og to og er muntlig aktiv. Under piloteringen så jeg meg derfor nødt til å ha en samarbeidende rolle, slik at piloteringen skulle bli så lik som mulig for min kollega som undervisningen blir for elevene. Jeg lot derimot min kollega stå for utforskingen, og lot være å gi svar eller hint. Som lærer ga jeg beskjed om hva som skulle gjøres, og delte ut det nødvendige utstyret. Under piloteringen la jeg merke til at det var vanskelig for min kollega å få med seg instruksene. I forkant av piloteringen hadde jeg planlagt å gi instruksene muntlig. Etter piloteringen endret jeg dette til å gi instruksene skriftlig på tavla i tillegg. Denne endringen tror jeg kan ha ført til at det ble enklere å følge instruksene for elevene.

3.6 Plan for analyse

For å besvare forskningsspørsmålene mine vil analysen av datamaterialet vil hovedsakelig bestå av at jeg kategoriserer transkribert datamateriell på to måter. Først vil jeg ta for meg forskningsspørsmål 1 og dermed konsekvensene av den didaktiske kontrakt (Kapittel 2.3.3.2) og kategorisere hindringene til elevene innenfor de seks fenomener. Deretter vil jeg ta utgangspunkt i forskningsspørsmål 2 og se på når elevene møtte på hindringene og plassere dem innenfor en av de fem fasene som inngår i en didaktisk situasjon (Kapittel 2.3.3). Her vil fokuset være på hvilken fase elevene befinner seg i når de hindres i utforskingen. På denne måten håper jeg å kunne finne svaret på hva som hindrer eleven i å utforske, og når eleven hindres. Jeg vil først gå inn på transkripsjonen og hvordan den er utført. Transkripsjonen vil så danne grunnlaget for det som analyseres videre.

3.6.1 Transkripsjon

Ifølge Neteland og Aa (2020) er transkripsjon handler om å skrive ned det som blir sagt så nøyaktig som mulig. De poengterer også at transkripsjonsmåte bør velges ut fra hva som skal analyseres videre. Jeg vil hovedsakelig være ut etter faktorene som hindrer elevene og videre knytte disse opp mot konsekvensene av den didaktiske kontrakt (Strømskag, 2020). Det er derfor essensielt at jeg er bevisst på dette i transkriberingsfasen slik at jeg ikke utelater elementer fra samtalene som kan være en slik hindring. For å unngå å utelate noe som kan kategoriseres som en hindring, valgte jeg først å skrive ned alt som ble sagt. Videre kategoriserte jeg det elevene hadde sagt. Når jeg gjengir deler av samtalene som utspilte seg i denne oppgaven har jeg valgt å utelate enkelte små samtaler som ikke dreier seg om fag, eller som kan bidra til å svekke anonymiteten til deltagerne. Av hensyn til personvern er transkripsjonen også oversatt til bokmål.

3.6.2 Beskrivelse av data

I etterkant av datainnsamlingen vil jeg først fokusere på hvilke hindringer jeg har observert og knytte disse opp mot konsekvensene av den didaktiske kontrakt. Fokuset vil altså ikke være på hvem som sier hva, men hva som hindrer elevene i å komme fram til første kvadratsetning. Ut fra de seks ulike konsekvensene av den didaktiske kontrakt (Kapittel 2.3.4.1) vil jeg prøve å se på hvilken av de som hindrer elevene i å komme fram til første kvadratsetning.

I den andre delen av analysen vil jeg ta for meg hindringene elevene møtte på, og prøve å si noe om hvilken av de fem fasene elevene er i når de hindres. Blomhøj (2016) presenterer tre faser som bør være i varetatt under utforskende undervisning; iscenesettelse, elevens utforskende arbeid og felles refleksjon (Kapittel 2.3.2). Innenfor TDS poengterer Brousseau (2002) og Strømskag (2020) på sin side at enhver didaktisk situasjon optimalt sett har fem faser; devolusjon, aksjon, formulering, validering og instutisjonalisering (Kapittel 2.3.3). For å gjøre sammenligningen i dette kapittelet enklere har jeg valgt å kun bruke Brousseau (2002) som kilde for TDS.

Både Blomhøj (2016) og Brousseau (2002) beskriver de ulike fasene som noe som bør inngå i en læringssituasjon og poengterer at ikke alle punktene må inntreffe i kronologisk rekkefølge, og at noen av dem kan skje opptil flere ganger i undervisningen. Etter at jeg har satt meg inn i de ulike fasene ser jeg tydelige likhetstrekk. Blomhøjs første behov innenfor utforskende undervisning er iscenesettelse og omhandler lærerens overrekkelse av problemet til elevene. Dette samsvarer med Brousseaus første fase devolusjon som også dreier seg om å overlevere oppgaven til elever. Det andre behovet Blomhøj poengterer henger sammen med når elevene utforsker fritt. Dette behovet stemmer overens med andre fase fra Brousseau hvor elevene selv konstruerer løsninger til et problem. Videre har Brousseau påpekt formulering og validering som to faser som er essensiell innenfor didaktiske situasjoner. Både formulering, altså at elever formidler egne løsninger til hverandre, og validering av egne løsninger, foregår under behovet elevens utforsking. Den siste og avsluttende fasen, institusjonalisering, til Brousseau samsvarer med det siste behovet som Blomhøj påpeker, felles refleksjon. Ifølge min tolkning av behovene og fasene (Tabell 1).

Tabell 1: Min tolkning av sammenhengen mellom Blomhøjs (2016) tre faser i utforskende undervisning og Brousseaus (2002) fem faser i didaktiske situasjoner.

Faser i didaktiske situasjoner	**Faser i utforskende matematikkundervisning**
Devolusjon	Iscenesettelse
Aksjon	Elevene utforsker
Formulering	
Validering	
Institusjonalisering	Felles refleksjon

I min analyse vil jeg i hovedsak analysere hindringene jeg finner i forbindelse med konsekvensene av den didaktiske kontrakten opp mot hver av de fem fasene til Brousseau fordi disse fasene tar for seg utforskingen mer detaljert enn behovene Blomhøj presenterer. Dette gjør at jeg kan analysere hvor hindringene oppstår i elevens utforskning. Ettersom datamaterialet mitt består av lydopptak fra disse tre fasene, er det de som vil være mest essensielle i min analyse.

Fasene som er dårligst dokumentert fra undervisningsøkta er den første og den siste fasen, da fokuset mitt i forkant og under utforskingen var elevenes utforsking. Den første fasen, devolusjon, er når læreren klargjør elevene til oppgaven og overrekker problemet. Under denne fasen tok jeg ikke lydopptak. Her vil jeg kun ha egne observasjoner og notater som datamateriale. Den siste fasen, hvor læreren tar tilbake kontrollen og oppsummerer faglige poeng, har jeg ikke noe datamateriale å lene meg på. Dette er en tydelig svakhet ved mitt prosjekt.

3.6.3 Analyse av datamateriale

For best å belyse problemstillingen min har jeg valgt å dele analysen i to deler. I den første delen ønsker jeg å se nærmere på hvilke konsekvenser av den didaktiske kontrakt som hindrer elevene i å utforske. Av de tre konsekvensene innenfor kategori to vil jeg kun ta for meg metakognitivt skift siden jeg ikke finner tydelige eksempler på Dienes-effekt og metamatematisk skift. Dette kan antakeligvis forklares ut ifra at omfanget av undervisningsopplegget ikke er stort nok til å romme eksempler på alle konsekvensene. For å gjøre dette vil jeg analysere datamaterialet ut ifra teori om den didaktiske kontrakt. Neteland og Aa (2020, s. 32) skriver at det «å ta utgangspunkt i og prøve ut teoretiske antakelser» er deduktiv forskning. Første del av analysen min faller dermed inn under deduktiv forskning.

I den andre delen av analysen søker jeg å belyse i hvilken av de fem fasene innenfor didaktiske situasjoner elevene opplever å bli hindret i å utforske. Jeg har valgt å ikke se på den siste fasen som er institusjonalisering. Årsaken til dette datamaterialet mitt er fra én undervisningstime, og dermed ville det vært vanskelig å få med institusjonalisering. For å kunne si noe om institusjonalisering ville det krevd betydelig flere timer, da spesielt det å frigjøre kunnskapen fra situasjon slik at elevene kan bruke den i andre sammenhenger tar tid.

For å belyse i hvilken av de fem fasene elevene opplever å bli hindret vil jeg bruke en kombinasjon av induktiv og abduktiv forskning. Det vil i følge Alvesson og Kärreman (2015, referert i Neteland &Aa, 2020, s. 32) si å koble sammen «teoretiske antagelser og ideer og empiriske indtrykk». I fortsettelsen skriver Neteland og Aa (2020) at abduksjon verken er induktiv eller deduktiv. De forklarer det på følgende måte: «Framfor å basere analyse og fortolkning på empiriske funn og «la dataene snakke for seg», slik en gjør i induktiv forskning, eller å ta utgangspunkt i og prøve ut teoretiske antakelser, slik en gjør i deduktiv forskning, er abduktiv kjennetegna av ei vekselvirkning mellom empiri og teori» (Neteland &

Aa, 2020, s. 32). I denne sammenhengen vil det si at funnene i analysen er styrende, men at måten jeg tolker funnene på vil være påvirket av teori. Helt konkret vil datamaterialet bli analysert med fokus på fasene innenfor didaktiske situasjoner, men samtidig vil jeg søke å se etter sammenhenger i datamaterialet for å finne et mønster som kan vise hvordan elevene blir hindret i å utforske. For å gjøre dette holder det ikke kun å analysere dataene ut fra teori om didaktiske situasjoner, jeg må også finne mønstre som kan vise når elevene hindres.

3.7 Studiens kvalitet

I forbindelse med datainnsamling til min masteroppgave valgte jeg å kombinere min rolle som lærer og student ved at jeg gjennomførte et planlagt undervisningsopplegg i egen klasse. Videre vil jeg ta for meg studiens validitet og reliabilitet.

3.7.1 Validitet

Christoffersen og Johannessen (2012) forklarer *validitet* som gyldigheten til studien, og forklarer validitet som hvor relevant dataene er for det som forskes på. I denne sammenheng vil de konkrete dataene være lydopptakene fra undervisningsøkten sett i sammenheng med problemstillingen min «*Hva hindrer elever i å komme fram til første kvadratsetning på egenhånd?*». Dalen (2004) knytter validitet tett opp mot fire hovedpunkter; forskerrollen, forskeropplegget, datamaterialet og tolkninger og analytiske tilnærminger. Jeg vil først ta for meg forskerrollen i og med at den er sentral for min studie da jeg kombinerer rollen som observatør og lærer. I forbindelse med forskerrollen påpeker Dalen (2004) viktigheten av at forskeren redegjør for egen tilknytning til det som forskes på. Jeg jobber som lærer ved siden av studiene, og underviser til daglig i klassen jeg har valgt å ha min datainnsamling i. Min rolle i prosjektet kan påvirke funnene mine både positivt og negativt.

Dalen (2004) poengterer viktigheten av det skapes en intersubjektivitet mellom forsker og forskningsobjektet, og at situasjonsforståelsen er nokså lik. Min kjennskap til elevene vil kunne veie positivt ved at jeg har en større innsikt i elevenes forutsetninger enn jeg ville hatt dersom jeg ikke kjente de fra før. Det har også gjort det mulig for meg å repetere fagstoff som de måtte ha som grunnlag for å lykkes i undervisningsøkten. Dette kunne fort ha endt opp med å bli en avgjørende hindring.

Min rolle kan også spille en negativ rolle for prosjektet. Intersubjektiviteten mellom meg som forsker og elevene som forskningsobjekt henger tett sammen med de to siste hovedpunktene Dalen (2004) poengterer; datamaterialet og tolkninger og analytiske tilnærminger. Intersubjektiviteten kan påvirke prosjektet negativt ved jeg som forsker tolker betydningen av det elevene sier som noe mer enn hva jeg ville gjort dersom jeg ikke kjente dem. Det er viktig at jeg er bevisst på dette i analysen, slik at analysen blir minst mulig påvirket av det.

Ifølge Dalen (2004) handler også gyldighet om utvalget som forskes på, og han påpeker at det bør representere en viss bredde. I denne sammenheng ble undervisningsopplegget testet på en liten klasse da jeg til daglig er lærer på en videregående skole i Finnmark. Det er ikke unormalt at klassene på skolen er under 10 elever. Dette gjør naturligvis at utvalget ikke var like bredt som ønsket, men klassen besto av omtrent like mange jenter som gutter. I tillegg var klassens matematiske nivå spredt. En annen fordel med at klassen ikke var så stor, er at elevene kunne føle mer trygghet og derfor være muntlig aktiv. De fikk også mulighet til å bli veiledet under utforskingen. Denne veiledningen ville ikke kommet like kjapt dersom klassen besto av flere elever. Med dette som grunnlag mener jeg derfor at klassen ga meg et godt innblikk i hvilke hindringer man kan møte på i utforskende arbeid, og at det i tillegg kan ha spilt en positiv rolle. I tillegg ville en klasse på om lag 30 elever blitt for stor med tanke på at jeg ikke ville fått med meg samtalene. Det ville også vært vanskelig for meg å veilede de underveis.

3.7.2 Reliabilitet

Ifølge Dalen (2004) handler reliabilitet om hvor troverdig og nøyaktig forskningen er. Dermed sier reliabiliteten noe om påliteligheten til studien. Det understrekes også at reliabiliteten avhenger av hvordan datamaterialet bearbeides i etterkant av innsamlingen. I mitt tilfelle var jeg alene om å bearbeide datamaterialet. Dette er en tydelig svakhet for min oppgave. Likevel har jeg diskutert aspekter ved mine observasjoner i etterkant av transkriberingen med kollegaer og veileder. Det som kunne styrket reliabiliteten hadde vært om flere enn meg hørte igjennom lydopptakene. På grunn av hensyn til personvern ovenfor elevene har det ikke vært et alternativ å la noen andre høre på lydopptakene.

Gleiss og Sæther (2021) skriver at reliabiliteten også handler om hvordan forskeren reflekterer over i hvilken grad egen rolle kan ha påvirket studien og studiens resultater. Da jeg er lærer for elevene som deltok i prosjektet vil dette kunne påvirke mine resultat i både positiv og negativ retning. Det kan virke positivt ved at elevene kan ha blitt tygge på meg i forkant av datainnsamlingen. Dersom elevene er trygge på meg kan det føre til at de er mer komfortable med at det de sier tas opp. Jeg har også hatt god tid til å forberede dem på lydopptak, og til å forklare dem min intensjon med økta. At elevene kjenner meg kan også gjøre at de ikke er redde for å snakke med hverandre, og stille faglige spørsmål.

Min rolle som både elevenes lærer og observatør kan ha negativ innvirkning på mine funn ved at jeg som forsker går inn i studien med en viss forventing om hvilke elever som kommer til å gjøre og si hva. Dette gjør at jeg må være ekstra påpasselig med å analysere datamaterialet like nøye for hver av gruppene. Det kan også virke negativt inn at jeg til daglig er lærer for elevene ved at de kan tenke at det de sier kan spille en rolle for hva jeg tenker om dem. Dette kan ha gjort at elevene var redde for å si noe dumt, og dermed lot være å si det de tenkte under arbeidet.

Jeg informerte elevene i god tid i forveien av datainnsamlingen slik at de skulle få tid til å stille eventuelle spørsmål, og til å tenke nøye igjennom om de ville delta eller ikke. Dette kan ha ført til at spenningen ble bygd opp over tid, som videre kan ha påvirket elevenes prestasjoner under innsamlingen.

Siden jeg er lærer for elevene, og dermed ansvarlig for å gi de karakter i faget, kan noen elever ha følt på et ekstra press om å prestere under lydopptakingen. For at dette ikke skulle skje var jeg svært nøye med å påpeke at det ikke hadde noe å si hvem som sa hva, og at jeg heller ikke kom til å tenke over dette da jeg jobbet med datamaterialet.

3.7.3 Etiske aspekter ved studien

Både Postholm og Jacobsen (2018) og Robston og McCartan (2015) poengterer krav om informert samtykke, krav på privatliv og krav på å bli korrekt gjengitt som tre grunnleggende krav for forskningsobjektene. Robson og McCartan (2015) kategoriserer barn som en sårbar gruppe, og understreker at det er forskerens ansvar å gi nok informasjon slik at de som skal gi samtykke er velinformert om prosjektet og hva det innebærer for dem. I mitt tilfelle fikk elevene informasjon om datainnsamlingen i god tid i forveien. Dette gjorde at de hadde god tid til å tenke over om de ville delta, og til å stille eventuelle spørsmål. Samtykkeskjemaet ble laget ut ifra en mal fra SIKT. For at elevene skulle forstå innholdet i skjemaet forenklet jeg en del av teksten, og la til setninger som «elever som velger å ikke delta vil bli bedt om å sette seg vekk fra elevene som deltar …» og «Poenget er ikke å si noe om hvem som sier hva, men hvordan undervisningsopplegget har fungert.». Dette for å påpeke overfor elevene om at de ikke vil bli vurdert ut fra deres deltagelse, og at det ikke vil utgjøre en betydelig forskjell om de velger å takke nei til deltagelsen.

Som forsker plikter jeg både å ivareta deltagernes privatliv, og sikre at datamaterialet er trygt oppbevart. Dette ble gjort ved at jeg som forsker har gjort tiltak for at elevene ikke skal kunne bli gjenkjent. Alle elevene har fått pseudonymer som ikke nødvendigvis gjenspeiler riktig kjønn. Navnet på skolen hvor datamaterialet har blitt innsamlet er også bevisst utelatt fra oppgaven. Jeg har også valgt og ikke gjengi fraser og utsagn fra undervisningsøkta som kan føre til at elevene blir gjenkjent. Eksempelvis er flere små dialoger som ikke omhandlet fag, klippet helt vekk.

For å sikre at datamaterialet ble lagret og overført på en trygg og forsvarlig måte, ble SIKT sin egen datahåndteringsplan fulgt. Lagringen av lydopptakene ble gjort på en harddisk koblet til en institusjon. I tillegg ble koblingsnøkkelen mellom pseudonymer og virkelige navn og alt av egne kladdeark som ble brukt under transkribering og analyse knyttet til studien oppbevart i en låst skuff.

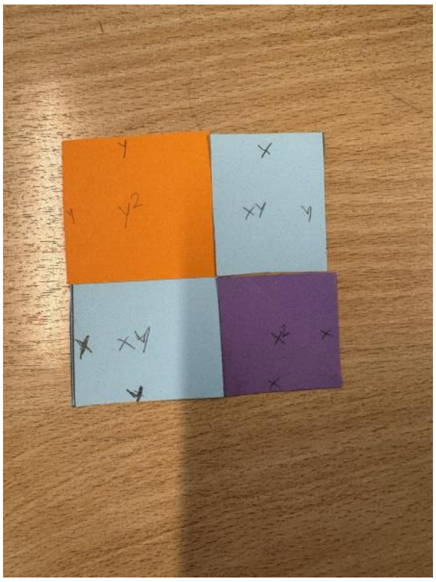
Postholm og Jacbobsen (2018) fremhever dog at det er vanskelig å garantere full anonymitet da det ofte kan være noen utenforstående som kan kjenne igjen personene basert på studien. Visse elementer som trinn og fag kan ikke utelates fra oppgaven uten av oppgaven da ville mistet sin mening.

4 Analyse

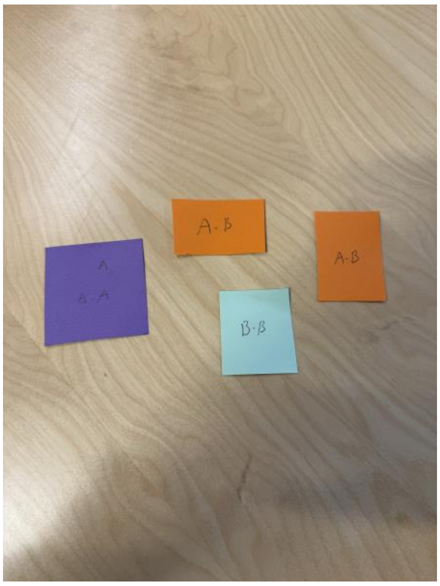
I dette kapittelet analyserer jeg lydopptakene fra undervisningstimen. I Kapittel 4.1 presenterer jeg bilder jeg tok av konkretene til noen av elevene. Dette for å kunne referere til de videre i analysen. Analysen vil være todelt og i stor grad gå ut på å kategorisere hindringer elever møter når de selv skal komme fram til første kvadratsetning. For den første delen har jeg tatt utgangspunkt i forskningsspørsmål 1 som lyder «hvilke konsekvenser av den didaktiske kontrakt hindrer elevene i å lykkes i utforskende arbeid?». Her vil jeg være ute etter å se hvilke av konsekvensene som kommer tilsynet i undervisningsøkta. Videre vil ta utgangspunkt i forskningsspørsmål 2 som lyder «I hvilken fase innenfor didaktiske situasjoner oppstår hindringene elevene møter på?». Ved å besvare forskningsspørsmålene håper jeg å både kunne si noe om hva som hindrer elevene og i hvilken fase de blir hindret. Utgangspunktet for min analyse vil være mitt transkriberte datamateriale.

4.1 Elevenes løsning

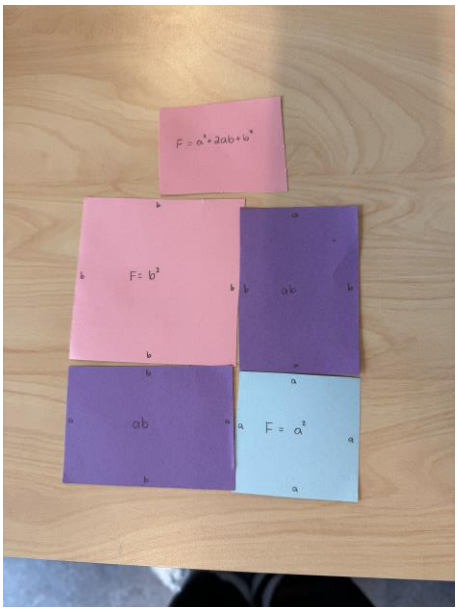
Etter undervisningsøkta tok jeg noen bilder av konkretene til noen av elevene (Figur 4,5,6 og 7).



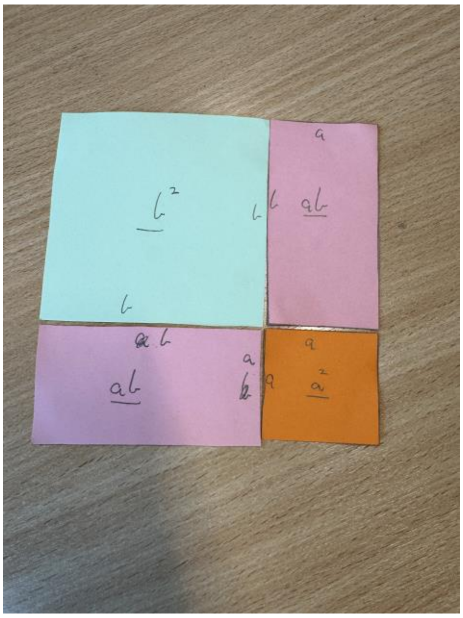
Figur 4: En elevs løsning



Figur 5: En elevs løsning



Figur 6: En elevs løsning



Figur 7: En elevs løsning

Elevene (Figur 4, 6 og 7) har alle løst oppgaven ved å bygge figurene sammen som et stort kvadrat (Kapittel 3.2.1). Den siste eleven (Figur 5) har valgt den andre metoden for å løse oppgaven; å skrive arealet på hver av figurene og deretter addere alle uttrykkene. Begge metodene vil føre til første kvadratsetning og er beskrevet i Kapittel 3.2.1.

4.2 Konsekvenser av den didaktiske kontrakt

Konsekvensene av den didaktiske kontrakt er delt inn i to kategorier. Den første kategorien omfatter måten læreren stiller spørsmål på, og analyseres først, deretter analyseres den andre kategorien som omfatter måter og metoder som tas i bruk for å lære.

4.2.1 Kategori 1 – måter læreren stiller spørsmål på

I det følgende kapittelet vil jeg belyse hindringene som kom fram ved måten læreren stilte spørsmål på. Kategorien inneholder tre underkategorier; Topaze-effekt, implisitt antydning om analogi og Jourdain-effekt (Kapittel 2.3.4.1).

4.2.1.1 Topaze-effekt

Datamaterialet viser flere eksempler som kan tolkes som spor av Topaze-effekt.

> Emilie: Jeg vet jo lengden på sidene i kvadratene, kan jeg ikke bare skrive det? Jeg har jo målt opp med linjal.
>
> Lærer: Vi skal finne et generelt uttrykk så vi kan ikke bruke lengden vi vet. Hva bruker vi når vi skal bruke noe generelt?
>
> Emilie: Vet ikke …
>
> Lærer: Hva bruker det å stå på sidene vi ikke vet navn på?
>
> Emilie: Bob?? Nei jeg vet ikke.
>
> Lærer: hmm, ikke *y* men…

Thea: *x*! Det bruker jo bare å stå *x*!

Elevene på gruppe 1 klarte ikke å navngi sidene i kvadratet og rektanglet. Læreren startet med et vagt hint om hva som brukes når vi uttrykker noe generelt. Når dette ikke fungerte ga læreren et mye tydeligere hint ved å si «ikke *y* men …». I denne situasjonen var navngiving et hinder for elevene. Utdraget ovenfor tyder på at elevene ikke hadde den matematiske forståelsen for hvordan man kan navngi sider i figurer på en generell måte. Etter at læreren hadde gitt elevene hint om hvordan de kunne gjøre det, kunne de fortsette å utforske.

Emilie: Okei, men hvis alle sidene i kvadratet er *x*, så er vel de to av sidene i rektanglet også *x*?

Thea: Ja, det må det jo være. Hvis tanken var de (peker på figurer) skal være like stor uansett hvor stort kvadrat vi lagde.

Her ser vi at selv om elevene fikk et hint for å navngi en side, ser de sammenhengen mellom sidene i de ulike figurene selv. Thea påpeker at det er lengden av sidene som er essensielt og at det er noe håndfast de kan bruke videre. Videre klarer gruppa å navngi sidene på egenhånd.

Gruppe 5 har også behov for veiledning under utforskingen. Her velger læreren en annen metode for å veilede, slik som Figur 5 i Kapittel 4.1 illustrerer.

Eva: Heidi, vi har plusset alle sidene sammen og sitter igjen med dette uttrykket.

Lærer: Ja, se der ja. Kan dere forenkle dette uttrykket enda mer da?

(tenkepause)

Tina: Ja, det kan vi jo. Kan vi ikke gjøre noe med ba og ab?

Eva: Kan vi det, Heidi?

Lærer: Er *b* ganger *a*, det samme som *a* ganger *b*?

Eva: Ja, det er det jo!

Istedenfor å gi hint, stilte læreren et spørsmål til elevene som gjorde det enklere for å elevene å komme seg videre i utforskingen. På denne måten var veiledningen til hjelp for elevene, og ikke et hinder når de skulle utforske videre.

4.2.1.2 Implisitt antydning om analogi

Under datainnsamlingen var det ikke ønskelig at elevene skulle følge en bestemt framgangsmåte, og læreren gjennomgikk derfor ikke noe i plenum før elevene skulle utforske på egenhånd. Hensikten var at elevene ikke hadde noen form for framgangsmåte å kopiere, og de ble nødt til å tenke selv.

Selv om implisitt antydning om analogi handler om at elever kan ende opp med å kopiere framgangsmåten til lærer uten å ha noe, kunne elevene ende opp med å kopiere hverandres framgangsmåter. Under utforskingen skjedde det flere ganger at de ulike gruppene samhandlet med hverandre. I tillegg satt alle gruppene i samme rom, og etter hvert som noen av gruppene kom fram til første kvadratsetning kan andre grupper ha blitt inspirert av deres framgangsmåte. Gruppe 2 og 3 samhandlet spesielt mye under utforskingen.

> Runa henvender seg til gruppe 2 og sier: Forstår dere noe?
>
> Daniel: Vi har bare klipt ut kvadratene og rektanglene.
>
> Runa: Men hvorfor? Det gir ikke mening?
>
> Daniel: Vet ikke enda, men vi skal prøve å finne arealet av alle figurene.

Gruppesammensetningene var bestemt på forhånd av lærer. En følge av dette var at de elevene med sterkest relasjon til hverandre ikke nødvendigvis var på samme gruppe. Interaksjon på tvers av gruppene blir da enda mer naturlig for elevene ettersom det er normalt å søke svar hos sine nærmeste. Det er en hindring for gruppe 2 og 3, da ingen av dem har kommet fram til noe nyttig enda. Dette gjør at ingen av gruppene har noe faglig å dele, og de kan derfor ikke hjelpe hverandre videre. Eksempler som samtalen ovenfor, som pågikk på mellom av gruppe 2 og 3, fantes det flere av:

Eva: Får dere til?

Kåre: Ikke enda, enn dere?

Eva: Tror Tina skjønner mer enn meg.

Kåre: Vi får vel bare gjøre det som står på tavla, også ser vi.

Gruppe 4 og 6 samhandlet også, men de utvekslet ikke informasjon som var knyttet til utforskingen, kun hvordan det gikk. Derimot ville de nok tatt imot hjelp eller latt seg inspirere av hverandre dersom noen av gruppene hadde kommet fram til noe på tidspunktet hvor samtalen fant sted.

I utdraget ovenfor ser vi også et klassisk eksempel på implisitt antydning om analogi da Kåre sier til Eva at de bare må følge det som står på tavla. Dette hindret ikke Kåre i å utforske, men det hindrer ham i å forstå matematikken da han ender opp med kun å gjøre det som står på tavla uten å ha eller erverve kunnskap.

Elevene kan også ha husket kvadratsetningen fra tidligere gjennomgang da de skal ha lært den i ungdomsskolen. Dette kan ha ført til at elevene kom fram til selve kvadratsetningen uten å forstå den nødvendige matematikken bak. Det var tydelig at gruppe 1 husket tilbake til ungdomsskolen underveis i utforskingen.

Thea: Vi skal finne arealet av alle disse figurene til sammen … Hmm…

(elevene på gruppe 1 er stille i 2 minutter mens de tenker hver for seg)

Emilie: Jeg må ha et ark å kladde på.

Thea: Jeg har en idé!

(elevene på gruppe 1 er stille i 1 minutt)

Emilie: Når vi skal legge sammen arealet for alle figurene, kan vi jo pusle sammen alle til å bli ett stort kvadrat! Denne siden blir $a + b$, og det blir den andre siden også.

Thea: Hmm…

Emilie: Vi ganger bare den ene siden med den andre. Da blir det $a^2 + b^2$.

(elevene på gruppe 1 er stille i 30 sekunder)

Thea: Jeg hadde tenkt å bare plusse sammen alle arealene til hver av figurene.

Emilie: Hmm, lurt. Men da får du $+2ab$ i tillegg. Så vi får ikke det samme.

Thea: Men vi burde vel få det samme?

(elevene på gruppe 1 sitter stiller og tenker i 1 minutt)

Emilie: Det blir det samme!

Thea: Ja, er ikke dette kvadratsetningen? Den som (navn på tidligere matematikklærer) lærte oss?

Emilie: Ja!

Elevene på gruppe 1 bruker hver sin løsningsmetode fra Kapittel 3.2.1. Det er tydelig at Thea og Emilie kjenner igjen kvadratsetningen. Dette kan ha hjulpet dem i å finne fram til den, og det vil da være en hindring for elevene at de allerede har hatt gjennomgang av den tidligere. På denne måten hindrer den tidligere gjennomgangen av fagstoffet elevene i å utforske seg fram til den, og det kan føre til at de ikke forstår hva som ligger bak setningen. Det er dog etter at de har kommet fram til kvadratsetningen, at elevene kjenner den igjen. Det kan derfor også være at de husker den når de ser den, og at de derfor kan bruke dette til å validere svaret sitt.

4.2.1.3 Jourdain-effekt

Det var tydelig at gruppe 1 husket at de hadde lært om kvadratsetningen før da de minnet hverandre på at denne hadde deres tidligere matematikklærer lært de. Dette kunne vi tydelig observere fra forrige utdrag fra transkripsjonen. Det var likevel ikke en hindring for elevene da de først utforsket seg fram til setningen, og deretter forsto at de måtte ha kommet fram til noe rett da de kjente igjen setningen. De endte på denne måten opp med å bruke det de hadde lært tidligere for å validere egen løsning.

Dersom elevene var avhengige av å huske første kvadratsetning for å komme fram til den kunne det i så fall ha blitt kategorisert som en Jourdain-effekt som hindret elevene i å nå målet for undervisningsøkta selv om de nådde målet med utforskingen. Dog brukte elevene det kun som en validering av egen løsning.

4.2.2 Kategori 2 – måter og metoder som brukes for å lære

I det følgene delkapittelet vil jeg belyse hindringene som kom fram ved metoden som ble brukt for å undervise matematikk. I mitt tilfelle lagde elevene egne konkreter ved hjelp av saks, farget papir og linjal. Dette for at elevene skulle få en visuell forståelse av første kvadratsetning. Kategori 2 består av fenomenene metakognitivt skift, metamatematisk skift og Dienes-effekten (Kapittel 2.3.3.1). I analysen vil jeg kun belyse metakognitivt skift da metamatematisk skift og Dienes-effekten ikke er like relevant for undervisningsopplegget som er gjennomført i denne oppgaven.

4.2.2.1 Metakognitivt skift

I undervisningsøkta så jeg flere eksempler på metakognitive skift:

> Emilie: Må vinklene være helt rette?
>
> Lærer: Ja, det skal være et kvadrat.
>
> Thea: Mine vinkler ble ikke helt rette. Kanskje vi trenger å bruke en passer da.
>
> Lærer: Om den blir litt skakk gjør det ikke noe, men poenget er at det er et kvadrat.

Emilie og Thea på gruppe 1 stiller spørsmål om hvordan vinklene bør være. De poengterer at de ikke kan klippe ut et eksakt kvadrat uten å benytte seg av passer. På dette tidspunktet vet ikke elevene hva hensikten til oppgaven er. De vet derfor ikke om det er nøye eller ikke at vinklene er helt rette. Som lærer svarte jeg at de skulle lage et kvadrat og at vinklene måtte være rette da det er viktig for oppgaven at det er to kvadrater de skulle lage.

Videre i utforskingen fortsetter de å stille spørsmål ved figurene de skulle lage av papir.

> Thea: Må begge rektanglene være i lik farge?
>
> Lærer: Ja, rektanglene i én farge og kvadratene i én farge.

Her stiller Thea et spørsmål om figurene som er avgjørende for oppgaven. Heller ikke når dette utspilte seg, vet elevene hva de skal komme fram til ved utforskingen. Dette er noe som kunne ha vært presisert i devolusjonsfasen.

Etter en stund kommer læreren bort og spør gruppe 1 hvordan det går med arbeidet.

> Lærer: Hvordan går det her da?
>
> Emilie: Tror det går bra, men vinklene ble ikke helt rette.

Selv om elevene hadde fått svaret at det gikk fint med litt skakke vinkler, klarer de ikke helt å legge det fra seg. Her ser man tydelig et metakognitivt skift ved at elevens fokus har gått bort fra matematikken, og over på selve hjelpemidlene. Denne hindringen forplantet seg videre i klassen ettersom andre grupper overhørte at gruppe 1 fokuserte på vinklene i det de klipte ut figurer. Aksel og Kåre på gruppe 4 grublet også over vinkler.

> Aksel: Hvordan fikk dere vinklene så rette, Thea og Emilie?
>
> Thea: Hvis du ser ordentlig så er de ikke så rette.
>
> Kåre: De ser ganske rette ut.
>
> Emilie: Men hun (læreren) sa at det ikke var viktig om de var helt rette eller ikke.

Aksel: Hmm, da er det vel ikke et kvadrat?

Kåre: Er de rette nok nå (holder opp kvadratene sine i lufta)?

Lærer: Ja.

I tillegg til at fokuset til Aksel og Kåre er gått over til å dreie seg om vinklene, stiller de også spørsmål ved at de ikke lengre har et kvadrat dersom de ikke er helt rette.

Gruppe 8 hadde også spørsmål som dreide seg om konkretene:

Maria: Heidi, kan kvadratet være gult, og rektanglet rødt?

Lærer: Det er uansett hvilken farge dere velger, så lenge dere ikke bruker lik farge på flere av figurene.

Her ser vi også et tydelig eksempel på at elevene retter oppmerksomheten sin på konkretene. Det matematiske er ute av fokus, og elevene har spørsmål om farger på papiret istedenfor matematikken.

På gruppe 7 skapte konkretene det motsatte av forvirring.

Thomas: Heidi, hvordan skal vi sette navn på sidene? Vi har puslet alle bitene sammen sånn her.

Lærer: Hvis den ene siden består av det lille kvadratet, og den lengste siden av rektanglet, hvordan kan du uttrykke det da?

Thomas: $a \cdot b$?

Lærer: Hvor lang er a?

Thomas: 3cm

Lærer: Hvor lang er b?

Thomas: 4cm, så til sammen er jo lengden 7cm. Det vet jeg …

(tenkepause i 20 sek)

Thomas: Så da blir lengden $a + b$?

Lærer: Ja.

Her ser vi et eksempel på at hjelpemidlene er med på å gi eleven forståelse, og hjelper eleven videre i utforskingen. Ut fra at han er ute etter å uttrykke en av sidene som $a + b$ kan det tyde på at Thomas er ute etter å finne det samlede arealet ved å bygge et stort kvadrat av alle figurene (Kapittel 3.2.1). Siden eleven vet hvor lang siden er totalt, og hvor lang kvadratet og rektanglet er, mestrer eleven også å lage et algebraisk uttrykk som stemmer overens med hvordan han ville regnet ut siden. Eleven bruker konkretene til å forstå matematikken, og fokuset endres ikke.

4.3 Fasene i didaktiske situasjoner

Det følgende kapittelet er knyttet til forskningsspørsmål 2 og vil omhandle hindringene fra Kapittel 4.2, for å belyse i hvilken fase fra teori om didaktiske situasjoner elevene møter på hindringer. I deler av analysen vil jeg også trekke fram nye utdrag fra datamaterialet for å utfylle analysen. Datamaterialet består hovedsakelig av det som skjedde under aksjon-, formulering- og valideringsfasen. Jeg vil i tillegg se nærmere på devolusjonsfasen, da noen av hindringene elevene møtte også kan ha oppstått der. Delkapitlet er strukturert etter rekkefølgen på fasene. Det starter med devolusjon (4.3.1) før henholdsvis aksjon (4.3.2), formulering (4.3.3) og validering (4.3.4) følger.

4.3.1 Devolusjon

Under devolusjon overleverer læreren problemet til eleven (Kapittel 2.3.3). Målet med denne fasen er å forberede elevene på å overta ansvaret for å løse problemer selv (Strømskag, 2020). Elevene fikk instruksene for opplegget presentert muntlig, samtidig som det ble skrevet på tavla. Det viste seg at selv om beskjedene sto på tavla ble elevene hindret i å utforske da de ikke visste når de var ferdige med oppgaven. Dette kommer fram av utdraget fra datamaterialet i delkapittel 4.1.1 når en av elevene sier «Heidi, vi har plusset alle sidene sammen og sitter igjen med dette uttrykket». I utdraget virker det som eleven tenker at problemet er løst, men de har ikke kommet fram til første kvadratsetning. Dermed kan en argumentere for at elevene hindres i å utforske, fordi de ikke vet hva målet med utforskingen er. Det kan tyde på at læreren ikke orienterte elevene tydelig nok om hva målet med utforskingen var. Denne informasjonen er lærer ansvarlig for å gi elevene under devolusjonsfasen.

Et annet hinder knyttet til devolusjon kommer fram i følgende utdrag:

Thea: Må begge rektanglene være i lik farge?

Lærer: Ja, rektanglene i én farge og kvadratene i én farge.

Her stiller Thea et spørsmål knyttet til hjelpemidlene i oppgaven som lærer har informert om muntlig. Grunnen til at eleven ikke har fått med seg den muntlige beskjeden er uklar, men det er tydelig at dette ble en hindring for eleven siden hun må bruke tid på å finne svar før hun kan fortsette. Dette er en hindring som er knyttet til lærerens overlevering av oppgaven, og kan antakeligvis forebygges ved at lærer er enda tydeligere når instruksene for utforskingen gis. Dette er en nyttig erfaring å ha som lærer da det kan føre til at man ved neste utforskende oppgave er mer presis når oppgaven skal overleveres. Det å presisere hva som vil ha noe å si, og at eksempelvis fargene og vinklene på figurene ikke spiller en så stor rolle ville vært nyttig for flere av gruppene.

Elevene hadde flere spørsmål som omhandlet konkretene. I utdragene som presenteres i Kapittel 4.2.2.1 som omhandler metakognitivt skift, kommer det tydelig fram at elevene behøver støtte fra lærer før de er i stand til å konstruere en løsning på problemet de har fått. I alle tre utdragene i kapitlet om metakognitivt skift. Et konkret eksempel er når en av elevene spør «… må vinklene være rette?». Dette kan tolkes som en hindring da de stiller spørsmål ved hvordan de skal gå fram for å lage konkretene. Elevene kommer ikke i gang med utforskingen før de har fått klarhet i spørsmålene som omhandler hvordan de skal ta i bruk hjelpemidlene, og elevene venter til de har fått svar før de kan sette i gang å utforske.

4.3.2 Aksjon

Under konstrueringen av løsningene vil lærerens rolle, dersom devolusjonsfasen var vellykket, hovedsakelig bestå av å være observatør (Strømskag, 2020). Ved flere tilfeller under aksjonsfasen var elevene avhengige av å bli veiledet, og læreren måtte derfor ta en mer aktiv rolle. I det første utdraget i 4.2.1.1 behøver elevene hjelp til å navngi sidene i figuren. Elevene hindres altså i å utforske videre. Det kan tolkes som at elevene ikke var forberedt godt nok, og at devolusjonsfasen ikke har vært vellykket da elevene er avhengige av lærens veiledning i aksjonsfasen. Det kan også være at elevene ble forberedt, men ikke fulgte med når beskjedene ble gitt.

I det siste utdraget som presenteres i Kapittel 4.2.2.1 stiller eleven spørsmål ved hvordan han kan sette navn på siden av hele kvadratet etter at han har puslet alle figurene sammen til ett stort kvadrat. Etter at læreren har oppsummert det han spør om, foreslår han at lengden på den ene siden er a ganger b. I dette tilfellet besto lengden han prøvde å uttrykke av en lengde a og en lengde b. Etter at læreren har spurt hvor lang lengde a og b er i virkeligheten og hvor lang de blir til sammen, forstår eleven hvordan han kan uttrykke dette på en generell måte etter at han har hatt en liten tenkepause. Han spør bekreftende «Så da blir lengden $a + b$?». Eleven kommer ikke videre med arbeidet fordi han ikke klarer å uttrykke lengden selv. Etter å ha fått veiledning av lærer, fortsetter eleven med det utforskende arbeidet. Denne hindringen oppsto i fasen hvor elevene skal jobbe selvstendig. For å ha unngått dette kunne det ha hjulpet om eleven var bedre forberedt på å møte slike oppgaver. Et annet perspektiv på dette kan være at de matematiske forkunnskapene til eleven ikke var som læreren hadde tenkt.

4.3.3 Formulering

Formuleringsfasen består blant annet av at elevene formidler egne løsninger og ideer til hverandre. Det er i denne fasen samarbeidet mellom elevene står i senter (Strømskag, 2020). På gruppe 6 var samarbeidet utfordrende. I samtale med en annen gruppe kommer en elev med utsagnet «… Tror Tina skjønner mer enn meg.». Det at eleven kommenterer at medeleven skjønner mer kan tyde på at samarbeidet dem imellom ikke fungerer, og at Tina ikke lykkes i å dele det hun eventuelt får til med sin medelev. Under utforskingen ble elevene oppfordret til å samarbeide innad i gruppene sine, og til å fortelle hverandre hva de tenkte underveis. Når den ene eleven på gruppa får til, mens den andre ikke forstår, er det tydelig at gruppa blir hindret i formuleringsfasen.

Deler av datamaterialet som ikke er presentert ovenfor viser også at det å samarbeide med utforskende oppgaver kan være vanskelig. På gruppe 4 kan man se antydninger til at en elev hindres i å utforske, da den andre eleven ikke samarbeider.

> Kåre: Jeg er ferdig, hva skal jeg gjøre nå?
>
> Lærer: Enn du, Aksel?
>
> Aksel: Jeg forstår ingenting!
>
> Lærer: Kåre, da kan du forklare Aksel hva du har tenkt.

Kåre har løst oppgaven og er ferdig, uten å samarbeide med Aksel. Ut fra utdraget kan det tyde på at Aksel blir hindret i sitt arbeid ved at Kåre har kommet godt i gang. Dette kan ha forvirret medeleven, eller gjort han demotivert i egen utforsking. Når jeg som lærer oppdager at Kåre er ferdig med oppgaven, mens Aksel ikke har begynt, oppfordrer jeg Kåre til å forklare Aksel hva han har gjort. På denne måten ønsker jeg å oppfordre elevene til å gå tilbake til formuleringsfasen, på tross av at Aksel har hoppet over hele fasen. Derfor spurte jeg Kåre om han kunne forklare Aksel hva han hadde tenkt. Videre prøvde Kåre å forklare Aksel hva han hadde tenkt. Samtalen fant sted like før økten var over, så Aksel fikk ikke nok tid til å prøve å utforske.

4.3.4 Validering

Under validering er det essensielt at elevene begrunner og sammenligner egne løsninger for å validere om de er korrekte (Strømskag, 2020). I siste utdrag i Kapittel 4.2.1.2 sammenligner elevene på gruppe 1 framgangsmåtene sine og oppdager at de har benyttet to ulike metoder. Begge metodene er presentert i kapittel 3.2.1. I dialogen mellom Thea og Emilie validerte de egen løsning ved å sammenligne med hverandre. Dette kan tolkes som et hinder for elevene da de hadde brukt ulik metode og fått ulike uttrykk for arealet. Men på en annen side førte dette til at de så seg nødt til å finne forklaringen på hvorfor uttrykkene deres var ulike, og eventuelt hvilken metode som kunne brukes, før de kunne fortsette utforskingen. Elevene tok seg en tenkepause, og så over egne og hverandres utregning. Dette er sannsynligvis et eksempel på at elevene utforsker. De har kommet fram til en løsning, men oppdager at løsningen ikke kan stemme siden medelevene ikke har kommet fram til det samme. Dermed går de over hver sine løsninger og finner ut at de får det samme uttrykket. Dette fører utforskingen videre, uten at lærer er delaktig.

Når de begge sitter igjen med første kvadratsetning kjenner de igjen det matematiske uttrykket fra tidligere. Thea sier «… er ikke dette kvadratsetningen? Den som (navn på tidligere matematikklærer) lærte oss?». Dette kan også tolkes som en form for validering da elevene kommer fram til noe som er kjent. Videre svarer Emilie «Ja!», og det ser ikke ut til at denne valideringen hindrer gruppa. Det at Thea, og etter hvert Emilie, kjenner igjen kvadratsetningen og på den måten validerer svaret sitt kan også tyde på at elevene lærte noe. De har først utforsket seg fram til noe, også oppdaget at det er noe de har jobbet med før.

5 Diskusjon

Analysen viste at elevene flyttet fokuset fra utforskingen og over på konkretene i undervisningsopplegget, noe om ble et hinder for elevene når de skulle komme fram til første kvadratsetning. Det kom også fram at mange av hindringene oppstod som et resultat av en mulig mangelfull devolusjonsfase. I dette kapitlet vil jeg diskutere de sentrale funnene i en større sammenheng. I 5.1 ser jeg på konsekvensene av den didaktiske kontrakt før jeg i 5.2 fokuserer på fasene i didaktiske situasjoner. Til sist fokuserer jeg på noen av erfaringene jeg har gjort meg gjennom arbeidet med problemstillingen «*hva hindrer elever i å komme fram til første kvadratsetning på egenhånd?*». Her vil jeg også komme inn på hvilke endringer jeg ville ha gjort basert på erfaringer jeg har gjort meg.

5.1 Konsekvensene av den didaktiske kontrakt

Et metakognitivt skift er en konsekvens av bruken av konkretiseringsverktøy i undervisning (Strømskag, 2020). I analysen kommer det til uttrykk at konkretene vi tok i bruk for å visualisere, og etter hvert komme fram til kvadratsetningen, tok mye av oppmerksomheten til elevene. Flere av gruppene stilte spørsmål rundt vinklene til figurene og fargen på papiret. Ved ett tilfelle kommenterte en elev at vinklene ikke ble helt rette selv om læreren har sagt at det ikke er nøye. Dette tyder på at elevene ikke klarte å legge fra seg det faktumet at de eksempelvis ikke var i stand til å klippe ut kvadrater på grunn av at de ikke hadde passer tilgjengelig for å konstruere rette vinkler. Det kan også tyde på at læreren ikke var presis nok når hun sa at det ikke var essensielt at vinklene var akkurat 90 grader.

At bruk av konkretene ble et hinder for elevene kan ha vært et resultat av at elevene ikke visste hva de skulle komme fram til ved utforskingen. Det kan derfor ha vært vanskelig for dem å avgjøre hvor nøye de måtte være når de skulle klippe ut kvadrater og rektangler. Dette er svært likt eksemplet Strømskag (2020) viser til når hun skriver om metakognitivt skift. I hennes eksempel skjer det et metakognitivt skift hvis elevene flytter fokuset fra å løse en likning, til å diskutere hvordan skålvekten skal brukes. I datamaterialet i denne oppgaven skjer det et metakognitivt skift når elevene fokuserer mer på konkretene i oppgaven, enn å faktisk utforske. Et eksempel er at fargen på papiret ble et hinder da flere av gruppene brukte mye tid på fargevalg.

For å unngå at det skulle skje et metakognitivt skift kunne jeg ha klipt ut ferdige sett med kvadrater og rektangler og delt ut til elevene. Trolig ville ikke konkretene vært en hinder for det utforskende arbeidet, slik som det gjorde når elevene selv lagde konkretene. Elevene ville dog ikke ha lagd figurene selv, og poenget med at det er uansett hvor stort kvadrat de lager, og hvordan det blir seende ut til slutt, ville gått tapt. Et viktig poeng, og noe som kan være både gøy og lærerikt for elevene, er at de jobber sammen i grupper, men løser oppgaven hver for seg. Dette ved at de to på gruppa lager hvert sitt sett av kvadrater og rektangler. Når de skal jobbe seg fram til uttrykket er det essensielt at de skal generalisere, og at de derfor kommer fram til samme areal på tross av at de har ulike størrelser å jobbe med. Dersom elevene hadde fått delt ut sett med ferdigklipte figurer, kan man tenke seg at dette poenget ville gått tapt.

Strømskag (2020, s. 58) skriver at «… fenomenet er en konsekvens av lærerens opplevelse av plikt til å undervise for enhver pris og er ofte bundet med bruk av konkretiseringsverktøy …». Dette kan tolkes som at i noen tilfeller vil det være best å utelate konkreter i undervisningen. I undervisningsøkta var hensikten at konkretene skulle hjelpe elevene med å finne et samlet uttrykk for arealet av alle figurene, men ettersom konkretene hindret noen av gruppene kan man tenke seg at det ville vært fordelaktig og lært elevene første kvadratsetning uten å ta i bruk konkreter. Man kunne ha prøvd å gi elevene de samme instruksene, men at de skulle tegne figurene istedenfor å klippe de ut. Da kunne selve hinderet med ulike farger på papir og vanskeligheter for å klippe ut rette vinkler blitt neglisjert. En bakside med dette ville være at det ville blitt vanskelig for elevene å flytte rundt på figurer. Da ville man utelukket den ene muligheten som finnes for å løse problemet, nemlig å pusle alle figurene sammen som et stort kvadrat.

Freudenthal (1973) beskriver konkretisering som en aktivitet hvor elevene går fra noe matematisk og finner noe i elevenes verden for å uttrykke matematikken. Videre stiller Freudenthal seg kritisk til konkretisering i matematikkundervisning, og sammenligner det med å plassere vogna foran trekkdyret. Altså mener Freudenthal at man, ved å bruke konkretisering, går motsatt vei av det man burde. Han setter konkretisering opp mot matematisering, og beskriver begrepene som to motpoler. Konkretisering har altså også sine svakheter. Et eksempel som kom fram i analysen er at konkretene får for mye av oppmerksomheten til elevene, noe som skaper et hinder i arbeidet med utforskende arbeid. Det kan også forvirre elevene dersom de har et innarbeidet inntrykk av matematikk som noe abstrakt. Dette kan dog også brukes som et argument for at konkreter er viktige å bruke i noen sammenhenger, fordi elevene skal kunne lære å bruke matematikken. Det skal ikke bare være formler, tall og bokstaver, men noe som kan brukes i den konkrete virkeligheten.

5.2 Fasene i didaktiske situasjoner

Analysen av datamaterialet viste at de fleste hindringene oppsto som et resultat av, devolusjonsfasen. Ifølge Strømskag (2020) skal læreren forhandle frem en didaktisk kontrakt under devolusjon, og med dette klargjøre elevene for selvstendig arbeid. Av analysen kan det se ut til at elevene ikke behersket å jobbe selvstendig da flere av gruppene ved flere anledninger var avhengige av veiledning underveis i arbeidet. Dette kan tolkes som at de ikke har fått god nok innføring i oppgaven før de ble satt til å arbeide sammen i grupper, og at devolusjonsfasen dermed ikke ga elevene et godt nok utgangspunkt i forkant av utforskingen.

En annen årsak til at elevene ikke mestret å jobbe selvstendig, men heller ble avhengige av å stille spørsmål underveis, kan være at det er nytt for dem å jobbe med slike oppgaver. Som skrevet i Kapittel 2.3.1 har læreplan vært i stadig endring. LK20 ble innført da elevene som deltok i datainnsamlingen gikk på mellomtrinnet. Elevene har trolig ikke vært vant til å jobbe med utforskende oppgaver før dette. Det er også vanskelig å si noe om hvor mye de har jobbet med utforskende oppgaver på mellomtrinnet til tross for at det står i læreplan. Dette kan ha resultert i at elevene ikke er vant til å arbeide med matematikk på denne måten, og at de derfor er avhengig av hyppig veiledning. Selvstendighet innenfor problemløsning i matematikk er en treningssak. Analysen viste for eksempel at elevene ikke fikk til å navngi sidene i figurene de hadde klipt. Dette er noe jeg mener at de egentlig er i stand til å mestre, men ettersom arbeidsmåten er ny for dem ble det en hindring. I dialog med lærer kom det fram at det var kjent for elevene at sidene ofte blir kalt x og y, men de var ikke kapable til å navngi sidene uten å bli veiledet til å tenke på hva som var vanlig å navngi sider man ikke visste lengde på. Dette mener jeg er et tydelig tegn på at elevene har jobbet for lite med slike oppgaver. Det kan også være et resultat av at elevene ikke hadde dekontekstualisert kunnskapen når de tidligere har fått innføring i algebra og med dette har hatt manglende institusjonalisering. Det vil altså si at de har fått innføring i dette før, men de har sannsynligvis ikke lært det godt nok til å bruke det i en annen sammenheng. Dette gjelder både kvadratsetninger og grunnleggende algebra.

Abrahams og Millar (2008) gjennomførte en studie hvor målet var å få et realistisk bilde av praktisk arbeid for elver i alderen 11-16 år. Studien viste blant annet at mange lærere forventet at elever skal lære teoretiske ideer ved å ha en oppdagelsesbasert tilnærming til praktiske aktiviteter. I deres studie kom det tydelig fram at praktisk arbeid kan forbedres betydelig dersom lærere blir mer bevisste på at kunnskap ikke oppstår fra observasjoner, uansett hvor nøye veiledning elevene får. I min studie har jeg ikke sett på kunnskapen elevene satt igjen med, men heller hvilke hindringer de møtte på. Her var det tydelig at elevene hadde behov for veiledning, også i de adidaktiske situasjonene. Strømskag (2020) trekker fram at læreren hovedsakelig skal opptre som en observatør i disse tre fasene, og at devolusjonsfasen skal ha klargjort elevene slik at er forberedt til å jobbe selvstendig med arbeidet de får devolusjonert i denne fasen. Abrahams og Millar (2008) hevder dog at elevene har behov for veiledning også når de gjør observasjonene, altså under de adidaktiske fasene. Dette fordi elevene selv ikke er i stand til å observere og utvikle ideer. De mener at elevene trenger hjelp til å bygge bro mellom praktiske observasjoner og vitenskapelig teori. I analysen kom det fram at elevene hadde behov for veiledning utenom devolusjonsfasen. Det kan ha vært flere årsaker til at elevene hadde behov for veiledning under de adidaktiske fasene.

En årsak til det store behovet for veiledning kan være at devolusjonsfasen, hvor elevene blant annet fikk informasjon om oppgaven, ikke var god nok. Dette kan ha resultert i at elevene ikke hadde forstått hva de skulle gjøre, og at de derfor ble avhengige av at læreren tok en aktiv rolle også i de adidaktiske fasene. Det kan også være at elevene ikke fulgte med når beskjedene ble gitt og at dette resulterte i at noe av det de skulle gjøre ble uklart. Som beskrevet i Kapittel 3.2 ble en del beskjeder gitt muntlig mens instruksene for å løse de skulle følge ble skrevet på tavla. Dersom elevene ikke fulgte med i devolusjonsfasen hadde de kun det som ble skriftlige som ble stående på tavla å forholde seg til.

En annen årsak til at elevene var uselvstendige under utforskingen kan ha vært at de ikke visste hva de skulle komme fram til. Dette kan ha gjort det vanskelig for elevene å vite om de var på rett spor eller ikke som igjen kan ha resultert i at de stilte mange spørsmål.

De metakognitive skiftene kan forklares som et resultat av en utilstrekkelig devolusjonsfase. I analysen kom det eksempelvis fram at elevenes fokus gikk over på å være på konkretene fordi de var usikre rundt hvilke papir de skulle bruke til hvilke figurer og hvor nøye det var at vinklene ble rette når de klipte ut. Dette er noe som kunne vært unngått dersom læreren hadde vært mer tydelig i devolusjonsfasen. Ved en forbedret devolusjonsfase kunne trolig det at bruken av konkreter ble et hinder, vært unngått.

Det var også et problem at elevene ikke visste hva de skulle fram til under utforskingen, og at det derfor var problematisk for dem å avgjøre om de var ferdige eller om de kunne arbeide mer med uttrykket sitt. I et tilfelle under utforskingen var en gruppe usikre på om de skulle fortsette å jobbe med uttrykket sitt. Da hadde vi uttrykket $a^2 + ba + ab + b^2$. For å komme seg videre behøvde de veiledning av lærer. Det at elevene var usikre på akkurat dette kan tolkes som at de enten ikke visste når de skulle stoppe å utforske som et resultat av at de ikke visste hva de skulle fram til, eller at de rett og slett manglet den matematiske kunnskapen for å se at dette uttrykket fint lot seg arbeide videre med. En løsning på dette kunne ha vært å snu om på undervisningsopplegget slik at elevene visste akkurat hvilket uttrykk de skulle komme fram til. Da kunne de først fått kvadratsetningen presentert, og deretter fått de samme instruksene som de fikk. Da ville det nok både vært mer tydelig for elevene hvilken betydning konkretene hadde, i tillegg til at de da ville ha visst hva kriteriet for suksess var, slik som Strømskag (2020) peker på som et essensielt mål for læreren å formidle under devolusjon.

5.3 Erfaringer

Ut fra analysen ser jeg flere endringer jeg ville ha gjort for at undervisningsøkta kunne blitt gunstigere for elevene. En tydelig hindring for elevene var at devolusjonsfasen ikke var god nok. Denne kunne vært forbedret dersom læreren hadde vært mer tydelig i formidlingen om hva som hadde noe å si og ikke i utklippingen av figurene. Dette ble for utydelig, og elevenes fokus ble rettet mot konkretene. I tillegg bør beskjedene som ble skrevet opp på tavla vært mer konkret. Eksempelvis bør det stått skrevet «Lag generelle navn på sidene i figurene» istedenfor «Gi sidene navn» for at det skulle blitt mer tydelig for elevene at navnene de ga sidene skulle være generelle. Det bør også ha stått «Uttrykk det samlede arealet for figurene» istedenfor «uttrykk arealet til alle figurene» da sistnevnte kan tolkes som at man skal finne et areal for hver av figurene og ikke alle til sammen.

6 Avslutning

Studien tar utgangspunkt i utforskende oppgaver og har som mål å undersøke hva som hindrer elever i å komme fram til første kvadratsetning på egenhånd ved hjelp av figurere i ulike farger som elevene selv har klippet ut. For å finne svar på dette har jeg valgt å teste ut et undervisningsopplegg for en klasse jeg selv er lærer i. Klassen ble delt inn i grupper på to og to, og fikk både muntlig og skriftlige instrukser. Oppgaven elevene fikk gikk ut på å klippe ut figurer av farget papir. Videre skulle elevene finne et generelt uttrykk for det samlede arealet.

I undervisningsøkta ble det tatt lydopptak av hver av gruppene som videre ble brukt til å analysere datamaterialet med fokus på hindringene elevene møtte og i hvilken fase i undervisningsøkta hindringene oppsto. I analysen kom det fram av at flere av gruppene ble hindret av konkretene, noe som Strømskag (2020) kaller metakognitivt skift. Det var tydelig at konkretene i noen tilfeller hindret elevene i å utforske når de ikke visste hva de skulle komme fram til, og når de ikke visste betydningen av konkretene. Videre i analysen kom det fram at de fleste hindringene oppsto som et resultat av devolusjonsfasen hvor læreren er ansvarlig for å forhandle fram en didaktisk kontrakt med elevene (Strømskag, 2020). Som et resultat av dette mestret ikke elevene å jobbe selvstendig i de adidaktiske fasene, og de ble avhengig av veiledning fra lærer. Strømskag (2020) argumenterer for viktigheten av adidaktiske situasjoner og trekker fram at elevene må forberedes på å kunne bruke kunnskapen i møte med nye systemer, som vist i analysen (Kapittel 4.3.1).

Abrahams og Millar (2008) hevder at læringsutbytte av praktisk arbeid kan forbedres ved at læreren opptrer aktivt under observasjoner og på denne måten hjelper elevene med å bygge mellom praksis og teori. I min studie var det hindring for elevene at de ikke greide å arbeide selvstendig og ble avhengig av veiledning fra lærer. Dette kan tyde på at elevene ikke har nok mengdetrening i slike oppgaver. Utforsking er et av kjerneelementene i LK20, og er derfor svært relevant. Elevene har trolig ikke vært vant til å arbeide med utforskende oppgaver før LK20 ble innført i 2020 (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det er grunn til å tro at elever med årene vil bli mer vant til slike oppgaver og derfor bli mer og mer selvstendig i utforskingen. Etter hvert vil trolig elevene være klar til at læreren har en rolle som observatør i de adidaktiske fasene slik som Strømskag anbefaler (2020). I tillegg vil en mer tydelig devolusjonsfase være gunstig for utforskende arbeid. Her er det eksempelvis spesielt viktig at elevene blir gjort oppmerksom på betydningen konkreter har dersom de skal involveres. Det kan også være fordelaktig å fortelle elevene hva de skal komme fram til i situasjoner hvor man vil fram til en bestemt målkunnskap ved å utforske.

Svaret på problemstillingen *Hva hindrer elever i å komme fram til første kvadratsetning på egenhånd?* virket i min undervisningsøkt å være at en for dårlig devolusjonsfase hindret elevene. Dette kan videre ha resultert i at fokuset til elevene gikk fra å være på matematikken over til å være på konkretene. Det kan også diskuteres om slike oppgaver er for utfordrende for elevene da de trolig ikke har så mye erfaring med utforskende arbeid ettersom det er kommet med LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019). En mulig løsning kan i så fall være å bistå elevene i de adidaktiske fasene slik som Abrahams og Millar (2008) skriver. Etter hvert som elevene blir kjent med utforskende oppgaver kan man trekke seg mer og mer ut med mål om at elevene skal kunne bruke kunnskap uten at læreren veileder.

7 Litteraturliste

Abrahams, I. & Millar, R. (2008). Does Practical Work Really Work? A study of the ettectiveness of practical work as a teaching and learning method in school science. *International Journal of Science Education*, 30(14), 1945 – 169.

Bakker, A. & van Eerde, D. (2015). An introduction to Design-Based Research with an Example From Statistics Education. I A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to qualitative Research in Mathematics education: Examples of Methodology and Methods* (s. 429 – 431). Springer.

Brinkmann, S. & Tangaard, L. (2012). *Kvalitative metoder*. Gyldendal akademisk.

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics :* didactique des mathématiques, *1970 – 1990: Vol. v. 19* (1st ed. 2002.). Kluwer Academic Publishers.

Dalen, M. (2004). *Intervju som forskningsmetode: En kvalitativ tilnærming.* Universitetsforlaget.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* D. Reidel publishing company.

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm.

Grønmo, L. S. & Hole, A. (2017). Prestasjonsprofiler og undervisning i ulike land. I L.S.

Grønnmo & A. Hole (Red.), *Prioritering og progresjon i skolematematikken*: *En nøkkel til å lykkes i realfag: Analyser av TIMSS Advanced og andre internasjonale studier.* (s. 63 – 78). Cappelen Damm akademisk.

Jensen, F., Pettersen, A., Frønes, T. S., Eriksen, A., Løvgren, M. & Narvhus, E. K. (2022). *Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing*. Cappelen Damm Akademisk.

Kaarstein, H., Radišić, J., Lehre, A.C., Nilsen, T. & Bergem, O.K. (2020). *TIMSS 2019. Kortrapport*. Institutt for lærerutdanning og skoleforskning. Universitetet i Oslo.

Kaput, J. J.(Red.). (2008). *What is Algebra? What is Algebraic Reasoning?*. Routledge.

Kieran (2007). *Learning and teaching algebra at the middle school through college levels*. I F. K. J. Lester (Red.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, (s. 707–762). Information Age.

Kongelf, T. R. (2015). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. *Nordic Studies in Mathematics Education, 20*(3-4), 83–109

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk 1T (MAT09-01).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Utdanningsdirektoratet.

Kunnskapsdepartementet. (2017). Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/

Neteland, R. & Aa, L. I. (Red). (2020). *Master i norsk*: Metodeboka 2. Universitetsforlaget.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen Damm Akademisk.

Strømskag, H. (2020). Teorien for didaktiske situasjoner i matematikk: Et systematisk rammeverk for å utvikle og studere matematikkundervisning. I V. Nilssen & S.-M. Høynes (red.), *Samtaleorientert matematikk* (s. 25– 80). Fagbokforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2006). *Læreplan i matematikk 1T (MAT1-01).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2006. https://www.udir.no/kl06/MAT1-01/Hele/Kompetansemaal/etter-vg1t

Utdanningsdirektoratet. (2016, 29. november). *TIMSS Advanced 2015: Ett skritt fram og ett tilbake.*https://www.udir.no/tall-og-forskning/finn-forskning/rapporter/timss-advanced-2015/

Vedlegg 1: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Informert samtykke

Vil du delta i forskningsprosjektet

Datainnsamling til masteroppgave?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på virkningen av å la elever finne regler selv (såkalt induktiv arbeidsmåte), isteden for å presentere ferdige formler. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelsen vil innebære.

Formål
Formålet med prosjektet er å undersøke lærerstyrt induktiv arbeidsmåte for elever som tar matematikk 1T. Jeg ser for meg å dele elevene inn i grupper og plassere lydopptaker på midten av bordet. Ønsker så å se nærmere på hvordan elevene selv kan komme fram til første kvadratsetning selv ved bruk av blyant, papir og saks. Det faglige innholdet innad i gruppene vil være relevant for meg. Opplegget har som mål å møte elever på alle nivå. I hensikten med opplegget er å se på min lærervirksomhet, og hvordan denne undervisningen fungerer.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
UiT Norges arktiske universitet ved min veileder Anne Fyhn er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du får spørsmål om å delta fordi du tar matematikk 1T skoleåret 2023/2024.

Hva innebærer det for deg å delta?
Prosjektet vil være datainnsamling til min masteroppgave. Selve datainnsamlingen vil foregå i én undervisningssøkt. Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du sitter sammen med andre elever som også har takket ja. Det vil være plassert ut lydopptaker i midten av gruppa. Etter timen kommer jeg til å analysere det faglige innholdet. Poenget er ikke å si noe om hvem som sier hva, men hvordan undervisningsopplegget har fungert.

Dersom det er ønskelig, er det mulig å få høre lydopptakene i ettertid.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

De som velger å ikke delta vil kunne delta i undervisningen på lik linje med resten av elevgruppen. Eleven(e) som ikke deltar vil bli bedt om å sette seg vekk fra der elevene som deltar sitter slik at det elevene som ikke vil bli tatt opp sier, ikke blir tatt opp.

Samtykkeerklæring

Jeg ____ (ditt fulle navn) har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *datainnsamling til masteroppgave* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i studien ved lydopptak

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2: Godkjennelse fra SIKT

Sikt

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
737916	Automatisk	15.08.2023

Tittel
Datainnsamling for masteroppgave

Behandlingsansvarlig institusjon
UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig
Anne Fyhn

Student
Heidi Riise Samuelsen

Prosjektperiode
21.08.2023 - 30.06.2024

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 30.06.2024.

Meldeskjema

Grunnlag for automatisk vurdering
Meldeskjemaet har fått en automatisk vurdering. Det vil si at vurderingen er foretatt maskinelt, basert på informasjonen som er fylt inn i meldeskjemaet. Kun behandling av personopplysninger med lav personvernulempe og risiko får automatisk vurdering. Sentrale kriterier er:

- De registrerte er over 15 år
- Behandlingen omfatter ikke særlige kategorier personopplysninger;
  - Rasemessig eller etnisk opprinnelse
  - Politisk, religiøs eller filosofisk overbevisning
  - Fagforeningsmedlemskap
  - Genetiske data
  - Biometriske data for å entydig identifisere et individ
  - Helseopplysninger
  - Seksuelle forhold eller seksuell orientering
- Behandlingen omfatter ikke opplysninger om straffedommer og lovovertredelser
- Personopplysningene skal ikke behandles utenfor EU/EØS-området, og ingen som befinner seg utenfor EU/EØS skal ha tilgang til personopplysningene
- De registrerte mottar informasjon på forhånd om behandlingen av personopplysningene.

Informasjon til de registrerte (utvalgene) om behandlingen må inneholde

- Den behandlingsansvarliges identitet og kontaktopplysninger
- Kontaktopplysninger til personvernombudet (hvis relevant)
- Formålet med behandlingen av personopplysningene
- Det vitenskapelige formålet (formålet med studien)
- Det lovlige grunnlaget for behandlingen av personopplysningene
- Hvilke personopplysninger som vil bli behandlet, og hvordan de samles inn, eller hvor de hentes fra
- Hvem som vil få tilgang til personopplysningene (kategorier mottakere)
- Hvor lenge personopplysningene vil bli behandlet
- Retten til å trekke samtykket tilbake og øvrige rettigheter

Vi anbefaler å bruke vår mal til informasjonsskriv.

Informasjonssikkerhet

Du må behandle personopplysningene i tråd med retningslinjene for informasjonssikkerhet og lagringsguider ved behandlingsansvarlig institusjon. Institusjonen er ansvarlig for at vilkårene for personvernforordningen artikkel 5.1. d) riktighet, 5. 1. f) integritet og konfidensialitet, og 32 sikkerhet er oppfylt.