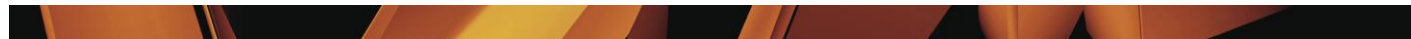


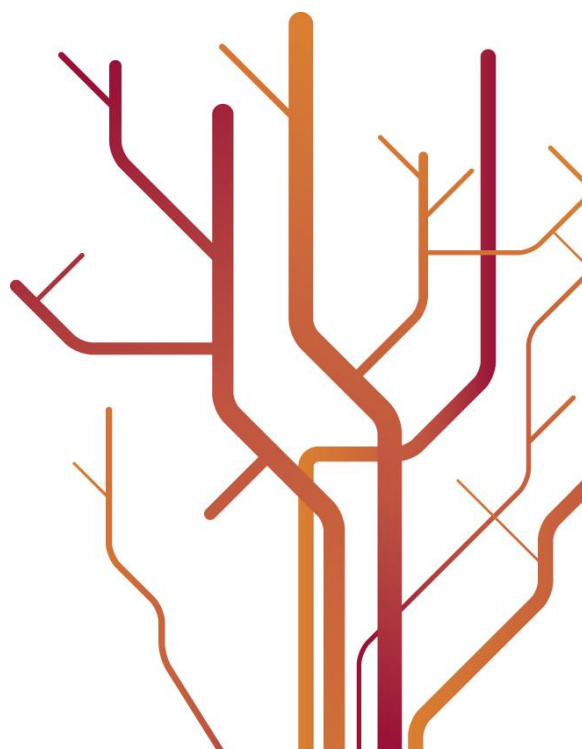
## Optimal pris og markedsføring mot kunder



**Christian Wiik**

Mastergradsoppgave i økonomi og administrasjon  
- studieretning bedriftsøkonomi (30 stp)

Mai 2011



## **Forord**

Denne oppgaven markerer slutten på mitt mastergradsstudium i bedriftsøkonomi ved Handelshøgskolen i Tromsø. Det har vært fem lærerike år med mange gode minner, noe som jeg særlig vil takke kull 2011 for.

Oppgaven har tidvis vært svært krevende å skrive, spesielt med tanke på den analytiske delen. Derfor vil jeg benytte anledningen til å rette en stor takk til min veileder, professor Øystein Myrland, som har hjulpet meg under hele prosessen. Videre vil jeg takke familie og venner for god bistand i slutfasen av arbeidet. En spesielt stor takk rettes til min kjæreste, Carina, for uvurderlig god støtte underveis.

Tromsø, mai 2011

Christian Wiik

## Sammendrag

Denne studien tar for seg hvordan produsenter kan prise sine produkter optimalt, samt hvordan de kan finne den optimale reklameinnsatsen. Den tidligere forskningen på området har sett lite på hvordan produsenter kan optimalisere empirisk, noe som i hovedsak skyldes at slike analyser krever gode markedsdata.

I denne oppgaven ser jeg nærmere på hvordan en mineralvannsprodusent kan optimalisere to aggregerte produkter med hensyn på pris og markedsføring. Analysen starter med å tilpasse data, slik at regresjonsanalyser kan benyttes. Med utgangspunkt i parametre fra regresjonsmodellene optimaliseres prisene ved fire ulike metoder. Den første metoden optimaliserer priser etter en ordinær måte uten substitusjon. Videre benyttes en Monte- Carlo simulering i den neste modellen, slik at en får med variasjon fra dataene inn i den matematiske modellen. Deretter optimaliseres prisene med substitusjon, hvor substitusjonseffekter fra det andre produktet tas med. Til slutt optimaliseres prisene ved å innføre både stokastikk og substitusjon. Innføringen av stokastikk og substitusjon i optimaliseringen kan karakteriseres som et nytt felt innen forskning, da dette ikke er gjort før. Den siste analysedelen som gjennomføres omhandler hvordan mineralvannsprodusenten kan optimalisere reklameinnsatsen.

Det viste seg at de nåværende prisene til mineralvannsprodusenten var signifikant forskjellig fra de optimale prisene som framkom av analysen, og at det er store gevinster å hente dersom man benytter optimaliseringsmodellene. Videre hadde substitusjonseffektene en negativ påvirkning på salgsinntektene. Reklameinnsatsen var heller ikke optimal i denne analysen. I tre av fire tilfeller brukte mineralvannsprodusenten for mye reklame, noe som resulterte i at de tapte mange kroner på det overskytende.

Nøkkelord: Mineralvann, optimale priser, reklameeffekt, Monte- Carlo simulering, elastisiteter.

## Innholdsfortegnelse

|  |     |
|--|-----|
| FORORD.....  | II  |
| SAMMENDRAG.....  | III |
| FIGUROVERSIKT .....  | V   |
| TABELLOVERSIKT.....  | V   |
| 1.0 INNLEDNING .....   | 1   |
| 1.1 BRANSJE.....   | 2   |
| 1.2 PRESENTASJON AV DATA .....   | 4   |
| 2.0 TEORETISK RAMMEVERK .....  | 9   |
| 2.1 PRISDISKRIMINERING.....  | 9   |
| 2.2 PROFITTFUNKSJONEN .....  | 10  |
| 2.4 ELASTISITET .....  | 12  |
| 2.5 REGRESJONSANALYSE .....  | 13  |
| 2.6 PROMOSJON/ MARKEDSFØRING.....  | 14  |
| 3.0 OPERASJONALISERING OG RESULTAT.....                                      | 16  |
| 3.1 RESULTATER FRA REGRESJONSMODELLENE TIL 0,5- OG 1,5- LITERSPRODUKTET..... | 18  |
| 3.2 STOKASTISK OPTIMALISERING .....  | 23  |
| 3.3 RESULTATER FRA OPTIMALISERINGEN.....                                     | 27  |
| 3.4 OPTIMAL MARKEDSFØRING .....  | 29  |
| 3.5 RESULTATER FOR OPTIMAL MARKEDSFØRING .....                               | 30  |
| 4.0 HYPOTESETESTER.....  | 33  |
| 5.0 DISKUSJON .....  | 37  |
| 5.1 IMPLIKASJONER AV REGRESJONSMODELLENE OG ELASTISITETENE .....             | 37  |
| 5.2 EFFEKTE AV OPTIMALISERINGSMODELLENE .....                                | 38  |
| 5.3 MARKEDSFØRINGENS EFFEKT PÅ SALGET .....                                  | 39  |
| 6.0 KONKLUSJON.....  | 41  |
| REFERANSELISTE.....  | 42  |
| VEDLEGG 1 – OPTIMALE ESTIMAT AV KOEFFISIENTER BRUKT I OPTIMALISERINGEN.....  | 44  |

## Figuroversikt

|  |   |
|--|---|
| FIGUR 1: OVERSIKT OVER OMSETNING AV BRUS FRA 2008-2011 I NORGE .....                       | 3 |
| FIGUR 2: OVERSIKT OVER OMSETNING AV BRUS FORDELT PÅ SALGSKANALER DE SISTE 18 MÅNEDER ..... | 4 |
| FIGUR 3: GRAFISK FRAMSTILLING AV AGGREGERTE PRISER FOR 0,5-LITERSPRODUKTENE .....          | 7 |

## Tabelloversikt

|  |    |
|--|----|
| TABELL 1: OVERSIKT OVER MINERALVANNSPRODUSENTENS KUNDER OG ANTALL PRODUKTER..  | 4  |
| TABELL 2: KORRELASJONSMATRISE AV AGGREGERTE PRISER FOR 0,5- LITERSPRODUKTENE .....   | 6  |
| TABELL 3: REKLAMEVARIABLEN FOR 0,5- LITERSPRODUKTET .....  | 16 |
| TABELL 4: RESULTATER FRA REGRESJONSMODELLEN TIL 0,5-LITERSPRODUKTET.....   | 18 |
| TABELL 5: RESULTATER FRA REGRESJONSMODELLEN TIL 1,5-LITERSPRODUKTET.....   | 19 |
| TABELL 6: DURBIN- WATSON D-STATISTIKK FOR 0,5- LITERSPRODUKTET OG 1,5- LITERSPRODUKTET .....   | 20 |
| TABELL 7: OVERSIKT OVER ELASTISITETER FOR 0,5- LITERSPRODUKTET OG 1,5- LITERSPRODUKTET .....   | 21 |
| TABELL 8: OPTIMALE PRISER, KVANTUM OG SALGSINNTEKT FOR 0,5- LITERSPRODUKTET OG 1,5- LITERSPRODUKTET .....  | 27 |
| TABELL 9: REKLAMEINNSATSEN FOR 0,5- LITERSPRODUKTET.....   | 30 |
| TABELL 10: REKLAMEINNSATSEN FOR 1,5- LITERSPRODUKTET.....  | 31 |
| TABELL 11: OVERSIKT OVER HVORVIDT OPTIMALE PRISER FOR 0,5- LITERSPRODUKTET OG 1,5- LITERSPRODUKTET INNGÅR I DE OPPRINNELIGE PRISERS KONFIDENSINTERVALL .....                     | 33 |
| TABELL 12: OVERSIKT OVER HVORVIDT OPPRINNELIG PRISER OG KVANTUM ER SIGNIFIKANT FORSKJELLIG FRA OPTIMALE PRISER OG KVANTUM TIL 0,5- LITERSPRODUKTET OG 1,5- LITERSPRODUKTET ..... | 34 |
| TABELL 13: T-TEST AV TO STOKASTISKE MODELLERS SALGSINNTEKT OPP MOT FAKTISK SALGSINNTEKT .....  | 35 |
| TABELL 14: OPTIMAL ANDEL REKLAME FOR 0,5- LITERSPRODUKTET OG 1,5- LITERSPRODUKTET .....  | 35 |
| TABELL 15: T- TEST FOR HVORVIDT DE OPTIMALE REKLAMEBUDSJETTENE FOR PRODUKTENE ER SIGNIFIKANT FORSKJELLIG FRA DE OPPRINNELIGE REKLAMEBUDSJETTENE .....                            | 36 |
| TABELL 16: KOEFFISIENTER TIL 0,5- LITERSPRODUKTET OG 1,5- LITERSPRODUKTET SOM BLE BRUKT I DE ULIKE OPTIMALISERINGSMODELLENE.....   | 44 |

## 1.0 Innledning

Denne studien tar for seg hvordan en produsent kan prise sine produkter optimalt mot sine kunder. Dette innebærer at produsenten vil kunne prisdiskriminere, noe som betyr at den selger samme vare med ulik pris til forskjellige kunder (Cabral, 2000).

Videre vil studien se på hvilken effekt markedsføring av produktene har på etterspørselen. Med andre ord vil vi finne et optimalt nivå for reklameinnsatsen, samt marginalproduktet av markedsføringen.

For å forske på dette emnet har jeg valgt å se nærmere på hvordan en mineralvannsprodusent kan prissette sine produkter optimalt mot sine kunder, hvor målet er å maksimere mineralvannsprodusents overskudd. Mineralvannsprodusenten ønsker å være anonym i denne studien, og blir derfor bare referert som en mineralvannsprodusent videre. Kundene i denne studien er kjente dagligvareforretninger.

På bakgrunn av dette vil formålet med denne studien være å finne ut om mineralvannsprodusenten kan øke overskuddet gjennom optimale priser og markedsføring.

Temaet som tas opp i denne studien kan sies å ha en nytteverdi, da dette emnet er lite forsket på. Det er for øvrig flere publiserte artikler som omhandler denne teorien, men det er et fåtall som ser på hvordan produsenter kan sette optimale priser empirisk.

Mineralvannsprodusenten vil ikke være den eneste som kan ha nytte av denne type forskning, også andre produsenter kan anvende den. I tillegg kan andre bransjer og detaljister benytte denne studien som utgangspunkt for å optimalisere prisene på deres produkter. De resultater som forekommer etter at forskingsprosessen er avsluttet, kan bidra til en økt profitt for mineralvannsprodusenten dersom analysen viser seg å være signifikant. I så måte vil nytteverdien være stor for bedriften dersom man finner en optimal pris og markedsføring for deres produkter.

Jeg vil starte med å gi en kort presentasjon av bransjen som mineralvannsprodusenten opererer i. Deretter vil en presentasjon av dataene som blir benyttet i denne studien fremstilles. For å teste hvorvidt overnevnte optimaliseringsproblem kan løses vil jeg formulere noen hypoteser i slutten av dette kapittelet. Den neste delen vil bestå av et teoretisk rammeverk som har som formål å presentere ulike økonomiske begreper og metoder som kan bidra til å løse optimaliseringsproblemet. Videre vil det teoretiske rammeverket danne

grunnlaget for det neste kapittelet som omhandler operasjonalisering av dataene. Dette kapittelet vil forklare hvilke justeringer som er gjort slik at en optimalisering muliggjøres. Deretter vil jeg presentere den første delen av resultatet som framkom av regresjonsmodellene til produktene. Jeg vil så vise hvordan optimaliseringsproblemet kan løses algebraisk gjennom fire ulike matematiske modeller, for deretter å presentere den andre delen av resultatet. Denne delen av resultatet vil vise de optimale prisene som er estimert, samt de opprinnelige prisene som mineralvannsprodusenten har i dag. Etter dette vil jeg gjennomgå ulike fremgangsmåter som er benyttet for å finne optimale andeler av markedsføringen, for så å vise den tredje delen av resultatene der optimal reklameinnsats blir fremstilt. Videre vil jeg presentere den siste resultatdelen hvor jeg ser nærmere på hvorvidt hypotesene utledet i innledningen er signifikante. Til slutt vil de to siste kapitlene av oppgaven omhandle en diskusjonsdel og en konklusjon. I diskusjonsdelen vil jeg drøfte de mest signifikante funnene i studien, mens i konklusjonen vil jeg konkludere med blant annet hvorvidt prisene og markedsføringen som mineralvannsprodusenten har i dag er av optimale størrelser.

## **1.1 Bransje**

Mineralvannsprodusenten opererer i dag i et marked bestående av flere konkurrerende virksomheter. I skrivende stund eksisterer det 26 mineralvannfabrikker i Norge, hvorav både store bryggerier og gårds- og mikrobryggerier er medberegnet<sup>1</sup>. Alle disse kan anses som konkurrenter både i stor og liten grad.

Kampen om markedsandeler blant de ulike aktørene er stor. Dersom en ser på antall liter brus solgt de tre siste årene i Norge, så er det betydelige andeler å hente om en prissetter egne produkter optimalt mot kundene. En oversikt over brus solgt i Norge vises i figuren under<sup>2</sup>:

---

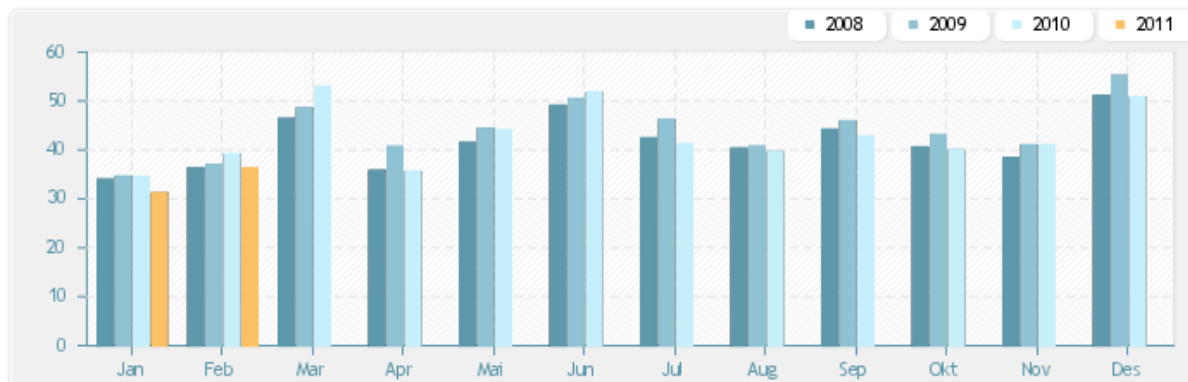
<sup>1</sup> Bryggeri- og drikkevareforeningen.

Webside: [http://www.drikkeglede.no/norske\\_bryggerier/](http://www.drikkeglede.no/norske_bryggerier/). Dato: 27.1.2011

<sup>2</sup> Bryggeri- og drikkevareforeningen.

Webside: [http://www.drikkeglede.no/tall\\_og\\_fakta/?PT\\_Radnr=3&mnd=2&aar=2011](http://www.drikkeglede.no/tall_og_fakta/?PT_Radnr=3&mnd=2&aar=2011). Dato: 6.4.2011

Angis i million liter



**Figur 1: Oversikt over omsetning av brus fra 2008-2011 i Norge**

Mineralvannsprodusentens kunder vil være sentrale i oppgaven. I dag selger de sine produkter til 10 kjente dagligvarekjeder i Norge. I tillegg selger de til kiosker, bensinstasjoner og utelivsbransjen.

Videre har mineralvannsprodusenten en rekke produkter som de selger til sine kunder, hvorav disse primært består av øl, brus og vann. Grunnet anonymitet i oppgaven vil ikke de spesifikke produktene eller kundene bli nevnt i denne studien, men i stedet vil generaliserte uttrykk bli benyttet. En oversikt over produktene framkommer i kapittel 1.2, der en presentasjon av dataene blir framstilt.

### *Avgrensning*

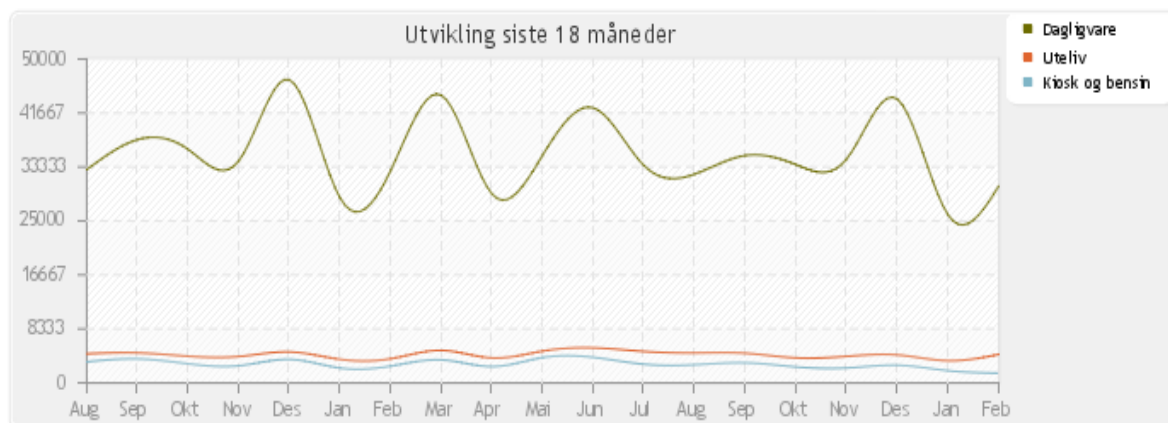
Markedet for mineralvannsprodusenter består av tre ulike segmenter, herunder dagligvare, uteliv, kiosk og bensinstasjon. Av figur 2 under, kan vi se at hovedtyngden består av dagligvareforretninger, mens de andre segmentene kjøper en betydelig mindre andel produkter<sup>3</sup>. På bakgrunn av dette vil denne oppgaven fokusere på produkter solgt til dagligvareforretninger, noe som betyr at de andre segmentene vil bli utelatt fra forskningen i denne omgang.

<sup>3</sup> Bryggeri- og drikkevareforeningen.

Webisode: [http://www.drikkeglede.no/tall\\_og\\_fakta/?PT\\_Radnr=3&mnd=2&aar=2011](http://www.drikkeglede.no/tall_og_fakta/?PT_Radnr=3&mnd=2&aar=2011). Dato: 6.4.2011



Angis i 1000 liter



Figur 2: Oversikt over omsetning av brus fordelt på salgskanaler de siste 18 måneder

I tillegg vil forhold som blant annet konkurrenter og leverandører spille en rolle for hvordan mineralvannsprodusenten skal prissette sine produkter, men grunnet omfanget av oppgaven vil ikke disse faktorene vektlegges.

## 1.2 Presentasjon av data

For å forske på dette emnet har jeg innhentet data fra produsenten slik at en analyse kan gjennomføres. Datasettet er en oversikt over 22 produkter med påfølgende priser og antall enheter solgt til ti ulike dagligvarekjeder.

Tabell 1: Oversikt over mineralvannsprodusentens kunder og antall produkter

| Kunder   | Pris                 | Kvantum              |
|----------|----------------------|----------------------|
| Kunde 1  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 2  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 3  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 4  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 5  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 6  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 7  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 8  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 9  | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |
| Kunde 10 | $P_1, \dots, P_{22}$ | $Q_1, \dots, Q_{22}$ |

Priser og mengder er basert på ukentlige observasjoner fordelt over tre år, noe som betyr at det eksisterer 156 observasjoner for hvert produkt til hver enkelt kunde. I tillegg inneholder dataene en framstilling av tv- omkostninger i form av reklame for hvert enkelt produkt som er brukt i løpet av den samme treårsperioden. På bakgrunn av at dataene inneholder forskjellig produkttyper som brus, vann og øl, har jeg først og fremst valgt å fokusere på brus og vann med kullsyre. En av grunnene til dette er at disse to kategoriene kan sees på substitutter, siden det kun er fargestoffer, sukker og forskjellig innpakning som skiller dem fra hverandre. Videre er produktene av ulikt volum, herunder 0,5 liter og 1,5 liter. På bakgrunn av dette har jeg valgt å transformere alle priser om til litersnivå. Med dette menes det at priser på 0,5-litersflasker vil bli multiplisert med 2, mens priser med volum 1,5 liter blir multiplisert med 2/3.

### *Kvantum*

Kvantumsvariabelen måler hvor mye mineralvannsprodusenten har solgt av de forskjellige produktene til de ti respektive kundene. For å systematisere dataene har jeg kategorisert kvantum slik:

$$[1] \quad Q_{1i} = \text{Kvantum for produkt 1, hvorav } i = (\text{kunde } 1, \dots, 10).$$

Det samme prinsippet gjelder for de resterende produktene. Det neste steget består i å aggregere kvanta for hvert produkt, noe som betyr at kvantum til for eksempel produkt 1, vil være en funksjon av kvanta solgt til alle kundene:

$$[2] \quad Q_1 = \sum_{i=1}^{10} Q_{1i}$$

### *Pris*

Prisvariabelen er et sentralt element i denne studien, hvorav alle ti kunder har hver deres pris fordelt over 22 produkter som utgangspunkt. På bakgrunn av dette har jeg valgt å kategorisere prisene på følgende måte:

$$[3] \quad P_{1i} = \text{Pris for produkt 1, hvorav } i \text{ symboliserer den spesifikke kunden}(= 1, \dots, 10).$$

Den samme prosedyren er gjort for de andre produktene. Deretter skal inntektsfunksjoner av prisene lages. Dette gjøres ved å multiplisere prisen til et produkt med kvantum for hver kunde, noe som illustreres under:

$$[4] \quad R_{1i} = P_{1i} \times Q_{1i}$$

Formålet med å aggregere prisen er å oppnå en generalisert pris for et produkt.

Fremgangsmåten som er benyttet er å kreere en pris  $P_1$  for produkt 1 som er satt sammen av inntektsfunksjonen til alle ti kundene. Den samme prosedyren benyttes for de andre produktene og vises matematisk under:

$$[5] \quad P_1 = \sum_{i=1}^{10} R_{1i}$$

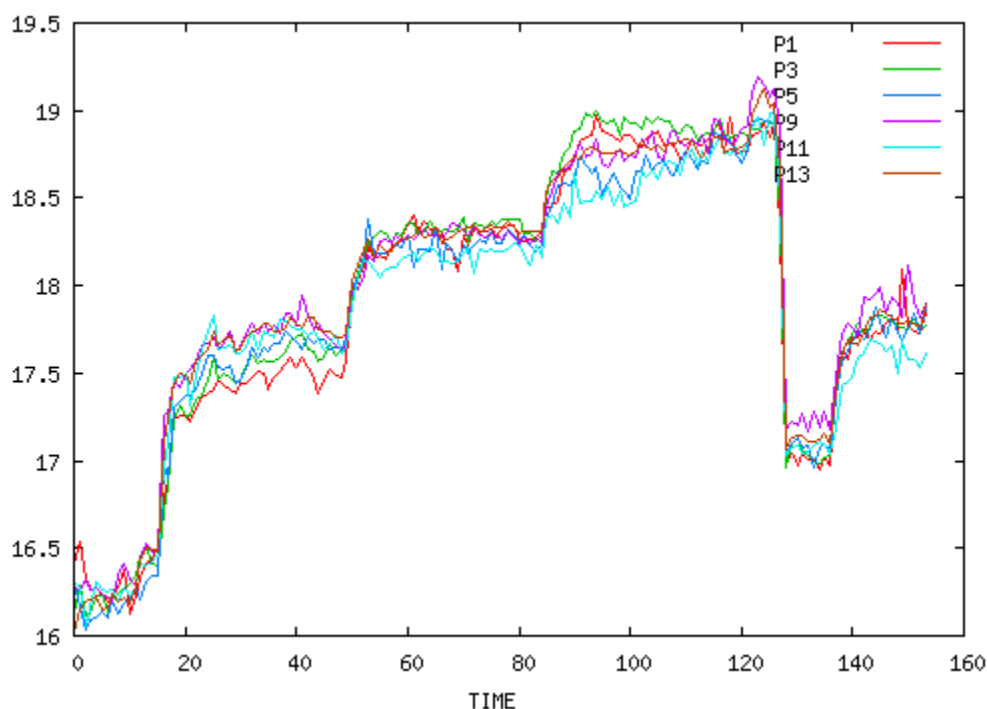
### *Korrelasjon*

Prosessen for å finne ut hvilke produkter som skal inngå i studien avhenger av i hvilken grad de er signifikante eller ei. Første steg i utvelgelsen er å kreere en korrelasjonsmatrise og se i hvilken grad prisene er korrelerte. I tabell 2 under kan man se at prisene for halvliterne er sterkt korrelerte.

**Tabell 2: Korrelasjonsmatrise av aggregerte priser for 0,5- litersproduktene**

| <b>Korrelasjonsmatrise</b> |                      |                      |                      |                      |                       |                       |
|----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>P<sub>1</sub></b>       | 1                    |                      |                      |                      |                       |                       |
| <b>P<sub>3</sub></b>       | 0,99521              | 1                    |                      |                      |                       |                       |
| <b>P<sub>5</sub></b>       | 0,98522              | 0,99000              | 1                    |                      |                       |                       |
| <b>P<sub>9</sub></b>       | 0,98264              | 0,98682              | 0,99379              | 1                    |                       |                       |
| <b>P<sub>11</sub></b>      | 0,97593              | 0,98167              | 0,99125              | 0,98935              | 1                     |                       |
| <b>P<sub>13</sub></b>      | 0,55705              | 0,57501              | 0,59341              | 0,59576              | 0,59246               | 1                     |
|                            | <b>P<sub>1</sub></b> | <b>P<sub>3</sub></b> | <b>P<sub>5</sub></b> | <b>P<sub>9</sub></b> | <b>P<sub>11</sub></b> | <b>P<sub>13</sub></b> |

Med andre ord endrer prisene på produktene seg i takt med hverandre i løpet av perioden når vi har sterkt korrelerte priser, noe som også figur 3 viser:



Figur 3: Grafisk framstilling av aggregerte priser for 0,5-litersproduktene

I figuren over vil den horisontale akse tilsvare uker, mens den vertikale akse er prisen på produktene. I tilfeller der priser er sterkt korrelerte tenderer standard feil å være høy i forhold til de estimerte koeffisientene. Dette kan resultere i at man kan mistolke resultatet, og derav konkludere med at koeffisientene ikke er signifikante (Gujarati & Porter, 2009). Nevnte problemstilling medførte at jeg ikke kunne kjøre en regresjonsanalyse med disse produktene. I stedet valgte jeg en annen tilnærming der jeg så nærmere på utvelgelse av enkeltprodukter, noe som forklares nærmere under.

#### *Antall produkter*

Etter testing av de forskjellige produktene ble den beste løsningen å ha to produkter med utgangspunkt i 0,5- litersprodukter og 1,5- litersprodukter. Det første produktet består av et aggregat av 0,5- litere og vises matematisk under:

$$[6] \quad Q_1 = \sum_{i=1}^6 Q_i + Q_3 + Q_5 + Q_9 + Q_{11} + Q_{13}$$

$$[7] \quad P_1 = \sum_{i=1}^6 \frac{P_i + P_3 + P_5 + P_9 + P_{11} + P_{13}}{Q_1}$$

0,5- litersproduktet inneholder altså seks aggregerte produkter, og vil bli brukt som utgangspunkt senere i oppgaven. 1,5- litersproduktet derimot, er en sammensetning av to 1,5- liters produkter, hvorav kvantum og pris kan vises med disse formlene:

$$[8] \quad Q_2 = \sum_{i=1}^2 Q_2 + Q_4$$

$$[9] \quad P_2 = \sum_{i=1}^2 \frac{P_2 + P_4}{Q_2}$$

Oppsummert har man to aggregerte kvanta og to aggregerte priser å forholde seg til senere i oppgaven.

### *Hypoteser*

De økonomiske modellene som presenteres senere i oppgaven vil bli brukt som utgangspunkt for testing av ulike hypoteser. Den første hypotesen som jeg vil se på er hvorvidt prisene som mineralvannsprodusenten setter i dag på 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet er forbundet med optimal prissetting. Deretter vil jeg teste hvorvidt innføring av stokastikk og substitusjon i optimaliseringsmodellen er forbundet med et økt overskudd. Til slutt vil den siste hypotesen se på om dagens reklameinnsats for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet er assosiert med en optimal størrelse.

Overnevnte hypoteser beskriver forhold som forventes å ha en innvirkning på produsentens overskudd, og vil derfor bli testet om de er signifikante. Resultatet fra hypotesetestingen vil være av høy viktighet dersom produsenten ønsker å maksimere sitt overskudd i fremtiden.

## **2.0 Teoretisk rammeverk**

Dette kapitlet omhandler økonomiske begreper som har som formål å danne grunnlaget for den empiriske analysen. Ulike begreper som blant annet prisdiskriminering, profittfunksjon, elastisiteter, regresjonsanalyse og markedsføring vil bli forklart mer detaljert i påfølgende underkapitler.

### **2.1 Prisdiskriminering**

Prisdiskriminering er å benytte differensierte priser for samme vare mot ulike kunder. En av forutsetningene for at prisdiskriminering skal fungere i praksis er at det ikke eksisterer arbitrasjemuligheter. I tillegg vil det å kunne identifisere to eller flere typer kunder med forskjellig priselastisitet i forhold til etterspørsel være en annen forutsetning. Med sistnevnte menes at kundene må ha ulike grenseinntekter til en gitt pris (Tomek & Robinson, 2003).

Det finnes tre typer prisdiskriminering, herunder førstegrads-, andregrads- og tredjegradsprisdiskriminering. De ulike typene representerer forskjellige metoder for hvordan en bedrift kan benytte differensierte priser for samme vare til de ulike kundene.

Førstegradsprisdiskriminering innebærer at en bedrift prissetter sine produkter forskjellig mot hver enkelt kunde. I tillegg setter bedriften ulik pris på hver enhet som kjøpes av den enkelte kunde. På denne måten øker bedriften profitten ved å tilegne seg hele konsumentoverskuddet. Denne formen for prisdiskriminering forekommer for øvrig svært sjeldent (Cabral, 2000).

Andregradsprisdiskriminering omfatter at en bedrift tilbyr forskjellige varianter av samme produkt. Formålet med dette er å differensiere mellom kunder med lav betalingsvillighet og høy betalingsvillighet (Cabral, 2000).

Tredjegradsprisdiskriminering innbefatter at en bedrift setter en lavere pris til kunder med en større priselastisitet, noe som igjen betyr at bedriften fordeler sine kunder i ulike grupper, og setter deretter en pris per gruppe (Cabral, 2000). Videre kan tredjegradsprisdiskriminering bli mer komplisert når det er produsenter som utfører det, noe som skyldes at gevinster avhenger av hvorvidt andre konkurrerende virksomheter også diskriminerer med hensyn på pris (Besanko, et al., 2003). For mineralvannsprodusenten vil tredjegradsprisdiskriminering mot kundene være det beste alternativet og således et fokusområde videre i oppgaven.

## 2.2 Profittfunksjonen

For å få et innblikk i hvordan mineralvannsprodusenten kan løse optimaliseringsproblemet vedrørende økt profitt gjennom prisdiskriminering, vil jeg begynne med å utlede to generelle etterspørselsfunksjoner på invers form med samme fremgangsmåte som Tomek & Robinson (2003):

$$[10] \quad P_1 = a - bQ_1,$$

$$[11] \quad P_2 = c - dQ_2, \text{ og}$$

$$[12] \quad Q_1 + Q_2 = Q$$

Videre vil totalinntektsfunksjonen for mineralvannsprodusenten være en funksjon av pris multiplisert med kvantum:

$$[13] \quad R = R_1(Q_1) + R_2(Q_2)$$

De totale kostnadene vil bestå av en aggregert kostnad av  $Q$ , og kostnadsfunksjonen blir da som følger:

$$[14] \quad C = C(Q)$$

Profittfunksjonen kan, som vist under, utledes som inntekter minus kostnader:

$$[15] \quad \pi = R_1(Q_1) + R_2(Q_2) - C(Q)$$

For å finne den optimale allokeringen av pris og kvantum må man sette dette inn i en objektfunksjon og løse ut. Dette kan gjøres ved å bruke Lagranges metode. For å optimalisere algebraisk kan objektfunksjonen formuleres på følgende måte:

$$[16] \quad L = aQ_1 - bQ_1^2 + cQ_2 - dQ_2^2 + \lambda(Q_1 + Q_2 - Q)$$

På bakgrunn av at mineralvannsprodusenten selger produkter som er tett tilknyttet hverandre, er det nærliggende å tro at de vil fungere som substitutter, og det vil følgelig være formålstjenlig å forandre etterspørselsfunksjonen på disse. Fremgangsmåten er den samme som tidligere, bortsett fra at man nå trekker fra en andel fra det konkurrerende produktet. Det er imidlertid viktig å påpeke at parametrene vil endre verdier når en trekker inn substitusjon (Tomek & Robinson, 2003).

$$[17] \quad P_1 = a - bQ_1 - eQ_2$$

$$[18] \quad P_2 = c - fQ_1 - dQ_2$$

Dersom en benytter likning [17] og [18] for å optimalisere vil objektfunksjonen forandres, noe som vises under:

$$[19] \quad L = aQ_1 - bQ_1^2 - eQ_2 + cQ_2 - fQ_1 - dQ_2^2 + \gamma(Q_1 + Q_2 - Q)$$

Det som er nytt med denne objektfunksjonen er at vi får en ny lambda, som i likningen ovenfor er representert ved gamma( $\gamma$ ). Denne formen for å optimalisere er forsket lite på empirisk, noe som skyldes at det er vanskelig å estimere parametrene uten å ha gode markedsdata (Tomek & Robinson, 2003).

Videre vil jeg bruke en stokastisk modell for å løse optimaliseringsproblemet. Formålet med denne metoden er å få med variasjonen fra dataene inn i den matematiske modellen, der fremgangsmåten er å benytte en Monte- Carlo simulering. En slik simulering bidrar til at en kan se hvordan ulike estimeringer fungerer under forskjellige betingelser (Hill, et al., 2008). Dersom en tilføyer stokastikk i optimaliseringsproblemet kan objektfunksjonen formuleres slik:

$$[20] \quad L = aQ_1 - bQ_1^2 + Q_1 \times v_{1t} + cQ_2 - dQ_2^2 + Q_2 \times v_{2t} + \lambda(Q_1 + Q_2 - Q)$$

Det som skiller denne modellen fra den vi så i likning [16] er at jeg nå har lagt til et ekstra ledd for begge produkter, herunder  $v_{1t}$  og  $v_{2t}$ . Disse to symboliserer verdien av residualene som vi legger til de avhengige variablene  $Q_1$  og  $Q_2$ .

Det siste optimaliseringsproblemet i denne studien er å finne optimal markedsføring. Fremgangsmåten som benyttes for å løse dette tar utgangspunkt i Dorfman- Steiner betingelsen (1954), der formålet er å finne marginalproduktet for et produkts markedsføring (Leeflang, et al., 2000). Optimaliseringsproblemet med hensyn til reklame kan utledes slik:

$$[21] \quad \frac{\partial \pi}{\partial a} = p \frac{\partial q}{\partial a} - c \frac{\partial q}{\partial a} - q \frac{\partial c}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial a} - 1 = 0$$



## 2.4 Elastisitet

Elastisitet er et viktig økonomisk begrep som omfatter hvor følsom en variabel er for endring av en annen variabel. Priselastisitet innbefatter for eksempel hvor følsom etterspørselen etter et gode er ved en prisendring. Videre kan man se på hvor stort utslag en økning i reklamebudsjettet har på etterspørselastisiteten (Gujarati & Porter, 2009). Dersom bedrifter erverver seg kunnskap vedrørende egne produkters elastisiteter, kan de utkonkurrere andre bedrifter som opererer innen samme bransje (Hanssens, et al., 2001). På bakgrunn av dette vil jeg definere enkelte elastisiteter som vil inngå i denne studien, hvor jeg starter med å presentere en generell formel for å finne elastisiteten av en variabel  $y$  med hensyn på en variabel  $x$ :

$$[22] \quad \varepsilon = \frac{\text{prosentvis endring i } y}{\text{prosentvis endring i } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \times \frac{x}{y}$$

Priselastisitet kan betegnes som et forholdstall som måler en prosentvis endring i etterspurt mengde  $i$  for hver prosentvise endring i prisen  $p_j$ . Dette begrepet kan deles opp i to kategorier, herunder krysspriselastisitet ( $\varepsilon_{ij}$ ) og egenpriselastisitet ( $\varepsilon_{ii}$ ). Krysspriselastisitet er definert som etterspørselen etter et produkt  $i$  med hensyn til  $p_j$  (Jehle & Reny, 2001). Fremgangsmåten for å finne dette forholdstallet er gitt ved følgende likning:

$$[23] \quad \varepsilon_{ij} \equiv \frac{\partial x_i(p, y)}{\partial p_j} \times \frac{p_j}{x_i(p, y)}$$

Ut fra verdien av krysspriselastisiteten kan man fastslå hvorvidt to goder er substitutter eller komplementær. Dersom verdien er positiv kan godene tolkes som substitutter, mens negative verdier tilsier at det er komplementære goder (Frank, 2006). I denne studien vil ikke en krysspriselastisitet benyttes, men en krysskvantumselastisitet vil i stedet bli framstilt. Fremgangsmåten er den samme som å finne krysspriselastisiteten, der man kun trenger å substituere  $p$  med  $q$  i likning [23].

For å finne egenpriselastisiteten til et produkt substituerer man  $j$  med  $i$ , noe som er vist under.

$$[24] \quad \varepsilon_{ii} \equiv \frac{\partial x_i(p, y)}{\partial p_i} \times \frac{p_i}{x_i(p, y)}$$

Forholdstallet som beregnes vil avgjøre hvorvidt egenpriselastisiteten til etterspørselen er elastisk, uelastisk eller nøytralelastisk. Med en egenpriselastisitet som er elastisk menes at en prisendring etter et produkt vil gi en større proporsjonal endring i etterspørselen. I slike

tilfeller vil  $|\varepsilon_{ii}| > 1$ , og etterspørselskurven være flatere. Dersom priselastisiteten er uelastisk vil en prisendring føre til en mindre proporsjonal endring i etterspørselen. Når dette skjer vil etterspørselskurven være brattere, og vi får  $|\varepsilon_{ii}| = 0 - 1$ . I situasjoner der man har en egenpriselastisitet lik 1, vil en endring i pris føre til en tilsvarende endring i etterspørselen og følgelig vil etterspørselskurven ha en helning på 1 (Heckner & Kretschmer, 2008).

Til slutt vil reklameelastisiteten være viktig å finne, da den bidrar til at en kan finne forholdet mellom markedsføring og etterspørselen til et produkt. Formelen for reklameelastisiteten vises under (Chiplin & Sturgess, 1981):

$$[25] \quad \eta_a \equiv \frac{A}{Q} \times \frac{\partial Q}{\partial A}$$

Alle overnevnte elastisiteter vil bli benyttet senere i oppgaven slik at vi kan måle marginaeffekter av variablene.

## 2.5 Regresjonsanalyse

Dette kapittelet omhandler hvilke teknikker som skal benyttes for å kunne estimere de ukjente parametrene i regresjonsmodellen til 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet. På bakgrunn av at det eksisterer korrelasjon blant dataene, vil jeg benytte en autoregressiv modell som utgangspunkt. En slik modell benyttes i tillegg ofte når tidsserier er involvert. Videre kan en autoregressiv modell inneholde tidsforskyvninger<sup>4</sup> av den avhengige variabelen og de uavhengige variablene i tillegg til nåværende variabler. Med andre ord kan denne modellen innbefatte tidligere verdier av både uavhengige variabler og den avhengige variabelen. Et eksempel på en slik modell er formulert under:

$$[26] \quad Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_k X_{t-k} + \gamma Y_{t-1} + u_t$$

I dette uttrykket symboliserer  $y_t$  den avhengige variabelen som vi ønsker å estimere. De uavhengige variablene  $x_t, x_{t-1}, \dots, x_k$  er tett knyttet til  $y_i$ , og har som formål å forklare variasjonen i den avhengige variabelen. Dette gjelder også for tidsforskyvningen av den avhengige variabelen ( $Y_{t-1}$ ). Videre er koeffisientene  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$  ukjente, der hver enkelt av dem måler effekten av en endring opp mot de respektive forklarende variablene, gitt at de andre variablene holdes konstant. Feilledet som her er representert ved  $u_t$ , bidrar til at tilfeldige feil skal bli fanget opp. Dette feilledet forklarer forhold ved modellen som ikke fanges opp av de forklarende variablene, og kan derfor si noe om hvor godt dataene forklarer

---

<sup>4</sup> Engelsk: "Lag"

den avhengige variabelen ( $Y_1$ ). Forklaringsgraden ( $R^2$ ) til en modell kan med andre ord forklares som om hvor godt dataene passer regresjonsmodellen. Til slutt kan  $\alpha$  forklares som skjæringspunktet i modellen (Gujarati & Porter, 2009).

## 2.6 Promosjon/ markedsføring

I henhold til økonomisk teori er det en sammenheng mellom markedsføring og salg av produkter. På bakgrunn av dette vil jeg forklare hvorfor reklamebruk tas med i denne studien, og hvordan teorien rundt markedsføring blir implementert i analysen.

Et av formålene med å inkludere reklamevariabler er å se om bruk av reklame resulterer i økt profitt for bedriften. I tillegg har reklamevariabler den egenskapen at de lager et skifte i etterspørselskurven. Dersom et slikt skifte viser seg å være i form av en uelastisk karakter, kan det medføre økt profitt for bedriften siden en prisendring resulterer i en mindre proporsjonal endring i etterspørselen (Zheng, et al., 2007).

Videre vil det å finne en optimal mengde markedsføring være et viktig moment for bedrifter som ønsker å maksimere profitten. Dersom en tar reklameutgifter over salgssinntekter får man andelen av salgssinntektene som benyttes til reklame. Med utgangspunkt i dette forholdstallet, sammen med reklameelastisiteten fra likning [25], kan man definere hvorvidt en bedrift bruker for mye eller for lite markedsføring. Denne kombinasjonen kan kalles en ytelsesindeks:

$$[27] \quad \frac{(a \times c)}{(p \times q)} - \frac{\eta_a}{\epsilon_{ii}}$$

Dette uttrykket gir oss forholdet mellom reklameelastisiteten og etterspørselens egenpriselastisitet, her representert ved henholdsvis ( $\eta_a$ ) og ( $\epsilon_{ii}$ ). Videre kan ( $a$ ) karakteriseres som reklameinnsatsen, mens ( $c$ ) er ekvivalent med reklamekostnaden (Hanssens, et al., 2001). Dette forholdstallet impliserer at optimal bruk av reklame avhenger av salget ( $p \times q$ ), noe som betyr at reklame er endogent gitt, altså bestemt innenfor modellen. En endring i salget trenger nødvendigvis ikke gi en proporsjonal endring i reklamebruk dersom ikke de respektive elastisitetene endrer seg også. Denne formen for å fastslå hvor mye av salget som skal avsettes til reklamebudsjettet kan sees på som en motsetning til normen innen industribransjen, der faste proporsjoner av det forventede salget blir benyttet til reklame (Berndt, 1991). I tillegg vil en optimal andel av reklame variere noe i henhold til blant annet

hvor et produkt er i livssyklusen, hvilken produktkategori og hvilken industri en opererer i (Hanssens, et al., 2001). Det overnevnte forholdstallet vil bli benyttet senere i analysen slik at man kan finne en optimal andel reklame for hvert produkt.

Effekten av reklame for etterspørselen er som oftest ikke begrenset til den perioden hvor den er påtenkt, men i mange tilfeller har den en påvirkning langt inn i fremtiden (Chiplin & Sturgess, 1981). I slike tilfeller vil det være naturlig å behandle dataene som tidsseriedata slik at tidligere verdier av reklame blir tatt høyde for når en skal utføre en regresjonsanalyse. Denne fremgangsmåten vil bli implementert i regresjonsanalysen senere i oppgaven.

### 3.0 Operasjonalisering og resultat

Et viktig moment i denne studien er å operasjonalisere dataene slik at man får reliable resultater. Som vi så i innledningen har vi to produkter, herunder et 0,5- litersprodukt og et 1,5- litersprodukt. Med utgangspunkt i disse produktene vil jeg gjennomgå ulike fremgangsmåter som er brukt for å finne optimale priser og markedsføring. Jeg vil starte med å vise hvordan reklamevariablene for begge produkter er komponert. Deretter vil jeg utlede to regresjonsmodeller for hvert av produktene, hvorav disse har som formål å gi oss unike estimat av parametre. Resultatet av regresjonsmodellene blir presentert i kapittel 3.1. Videre vil jeg forklare hvordan man kan benytte de unike estimatene for å finne optimale priser gjennom fire ulike matematiske modeller. Etter dette vil jeg presentere resultatet av prisene og deres påfølgende profitter i kapittel 3.3. Til slutt vises metoden for å finne optimal markedsføring gjennom blant annet Dorfman- Steiner betingelsen. Resultatet av dette fremstilles i kapittel 3.5. Analysearbeidet som blir forklart i dette kapittelet gjøres i softwareprogrammet Shazam (White, 2006) versjon 10.1 og dels i Microsoft Office Excel 2007.

#### *Reklamevariabler*

Datasettet inneholder som nevnt en oversikt over hvor mange kroner som har blitt brukt på reklame for hvert enkelt produkt, hvorav reklamevariablene er uavhengig av hvorvidt kvantumet er 0,5 liter eller 1,5 liter. Siden regresjonsanalysen for 0,5- litersproduktet inneholder seks forskjellige produkttyper, har jeg kreert en variabel A som måler effekten av reklamebruk. Denne variabelen inneholder fem forskjellige typer tv- omkostninger for seks av produkttypene, noe som er illustrert i tabellen under:

**Tabell 3: Reklamevariabelen for 0,5- litersproduktet**

| <b>Reklame variabel (A)</b> | <b>Produkttyper</b>                          |
|-----------------------------|--|
| <b>A<sub>1</sub></b>        | Produkt <sub>1</sub> og Produkt <sub>3</sub> |
| <b>A<sub>2</sub></b>        | Produkt <sub>5</sub>                         |
| <b>A<sub>3</sub></b>        | Produkt <sub>9</sub>                         |
| <b>A<sub>4</sub></b>        | Produkt <sub>11</sub>                        |
| <b>A<sub>5</sub></b>        | Produkt <sub>13</sub>                        |

Grunnen til at det kun er fem reklamevariabler som inngår i A, er at  $A_1$  er reklamekostnader som dekker to produkter av samme merke. Aggregeringen av reklamevariabelen for 0,5-litersproduktet vises matematisk under:

$$[28] \quad A = \sum_{i=1}^5 A_i$$

Reklamekostnadene for 1,5-litersproduktet er  $A_1$ . Årsaken til dette er at produktet består av to ulike sorter brus med samme merke, herunder Produkt<sub>2</sub> og Produkt<sub>4</sub>, hvorav den ene er med sukker og den andre er uten.

### *Regresjonsmodeller*

Ettersom alle variabler er definert, kan en utlede de to regresjonene algebraisk. Jeg skal starte med å vise en autoregressiv modell som ble benyttet for 0,5-litersproduktet:

$$[29] \quad Q_{1t} = \beta_0 + \beta_1 P_{1t} + \beta_2 A_t + \beta_3 A_{t-1} + \beta_4 A_{t-2} + \beta_5 A_{t-3} + \beta_6 A_{t-4} + \beta_7 A_{t-5} \\ + \beta_8 A_{t-6} + \beta_9 A_{t-7} + \beta_{10} A_{t-8} + \beta_{11} Q_{2t} + u_t$$

Fra likningen ovenfor kan vi se at  $Q_{1t}$  er den avhengige variabelen som tilsvare kvantum til 0,5-litersproduktet. Videre symboliserer  $P_{1t}$  prisen til 0,5-litersproduktet, mens  $Q_{2t}$  er kvantum til 1,5-litersproduktet.  $A_t$  tilsvare den nåværende verdien av reklamevariabelen A, mens  $A_{t-1}, \dots, A_{t-8}$  er tidsforskyvninger av reklamevariabelen. På bakgrunn av at det eksisterer åtte tidsforskyvninger i denne modellen blir antall frihetsgrader redusert til 148. Til slutt ser vi at  $\beta_0, \dots, \beta_{11}$  tilsvare parametrene som vi ønsker å estimere.

Regresjonsmodellen for 1,5-litersproduktet ble estimert gjennom minste kvadraters metode<sup>5</sup>. I tillegg har jeg inkludert tidsforskyvninger av både den avhengige variabelen ( $Q_2$ ) og den uavhengige variabelen  $A_1$ , noe som vises under:

$$[30] \quad Q_{2t} = \alpha_0 + \alpha_1 P_{2t} + \alpha_2 A_{1t} + \alpha_3 A_{1t-1} + \alpha_4 Q_{1t} + \alpha_5 Q_{2t-1} + u_t$$

I likningen over ser vi at  $Q_{2t}$  representerer kvantum til 1,5-litersproduktet, mens  $Q_{2t-1}$  er tidsforskyvningen av kvantumet. Prisen for 1,5-litersproduktet er  $P_{2t}$ , og  $Q_{1t}$  symboliserer kvantum til 0,5-litersproduktet. Reklamevariabelen  $A_{1t}$  er den nåværende verdien av

---

<sup>5</sup> Engelsk: "Ordinary Least Squares"

markedsføringen av 1,5- litersproduktet, mens  $A_{1-t-1}$  tilsvarer tidsforskyvningen. Parametrene  $\alpha_0, \dots, \alpha_5$  er de vi skal estimere, hvorav resultatet av disse vises i påfølgende kapittel. I tillegg mister vi to frihetsgrader på grunn av tidsforskyvning av variabler, noe som medfører at vi har 154 frihetsgrader i modellen for 1,5- litersproduktet.

### 3.1 Resultater fra regresjonsmodellene til 0,5- og 1,5- litersproduktet

Dette kapittelet har som hensikt å vise de resultatene som framkom av regresjonsanalysene av 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet. En oversikt over resultatene for modellen til 0,5- litersproduktet framstilles i tabell 4 under:

Tabell 4: Resultater fra regresjonsmodellen til 0,5-litersproduktet

| Variabelnavn  | Koeffisient | Standardavvik | P- verdi | Signifikans | Elastisitet |
|---|-------------|---------------|----------|-------------|-------------|
| <b>One</b>  | 1 271 771   | 375 200       | 0,001    | *           | 2,1590      |
| <b>Q<sub>2</sub></b>  | 0,209584    | 0,071940      | 0,004    | *           | 0,1496      |
| <b>P<sub>1</sub></b>  | -51478,2    | 21 140        | 0,016    | *           | -1,5714     |
| <b>A<sub>t</sub></b>  | 0,024573    | 0,008888      | 0,006    | *           | 0,0518      |
| <b>A<sub>t-1</sub></b>  | 0,020604    | 0,006261      | 0,001    | *           | 0,0436      |
| <b>A<sub>t-2</sub></b>  | 0,017189    | 0,005633      | 0,003    | *           | 0,0360      |
| <b>A<sub>t-3</sub></b>  | 0,014326    | 0,005953      | 0,017    | *           | 0,0296      |
| <b>A<sub>t-4</sub></b>  | 0,012017    | 0,006143      | 0,052    | **          | 0,0246      |
| <b>A<sub>t-5</sub></b>  | 0,010260    | 0,005875      | 0,083    | **          | 0,0209      |
| <b>A<sub>t-6</sub></b>  | 0,009056    | 0,005494      | 0,101    | ***         | 0,0183      |
| <b>A<sub>t-7</sub></b>  | 0,008406    | 0,006138      | 0,173    |             | 0,0168      |
| <b>A<sub>t-8</sub></b>  | 0,008308    | 0,008856      | 0,350    |             | 0,0166      |
| <b>Sum A</b>  | 0,124740    | 0,039600      | 0,002    | *           | 0,2582      |
| <b>Rho (<math>\rho</math>)</b>  | 0,5663      |               |          |             |             |
| <b>R<sup>2</sup></b>  | 0,4967      |               |          |             |             |
| <b>Durbin- Watson</b>   | 2,0753      |               |          |             |             |
| * Indikerer at det er statistisk bevis på at koeffisienten er forskjellig fra null med et signifikansnivå på 5 %    |             |               |          |             |             |
| ** Indikerer at det er statistisk bevis på at koeffisienten er forskjellig fra null med et signifikansnivå på 10 %  |             |               |          |             |             |
| *** Indikerer at det er statistisk bevis på at koeffisienten er forskjellig fra null med et signifikansnivå på 15 % |             |               |          |             |             |

Vi kan med utgangspunkt i de estimerte parametrene i tabellen ovenfor sette inn for parametrene i likning [29]:

$$\begin{aligned}
 [31] \quad Q_{1t}^* &= 1\,271\,771 + 0,209584 Q_{2t} + 0,024573 A_t + 0,020604 A_{t-1} \\
 &+ 0,017189 A_{t-2} + 0,014326 A_{t-3} + 0,012017 A_{t-4} + 0,010260 A_{t-5} \\
 &+ 0,009056 A_{t-6} + 0,008406 A_{t-7} + 0,008308 A_{t-8} + -51478,2 P_{1t}
 \end{aligned}$$

I tabell 4 kan vi se at de uavhengige variablene forklarer 49,67 % av variasjonen til kvantumet av 0,5- litersproduktet. Videre kan vi observere at alle variablene er signifikant foruten om to tidsforskyvninger av reklamevariabelen, herunder  $A_{t-7}$  og  $A_{t-8}$ . I tillegg kan vi se at summen av reklamevariabelen(A) tilsvarer den langsiktige effekten, mens  $A_t$  fremstår som den kortsiktige effekten markedsføringen har på 0,5- litersproduktet. Til slutt kan vi se at rho( $\rho$ ) tilsvarer 0,5663, noe som impliserer at effekten av tidsforskyvningene til reklamevariabelen avtar. Dersom rho hadde vært lik 1, ville hver tidsforskyvning hatt en permanent effekt på etterspørselen til 0,5- litersproduktet (Leeflang, et al., 2000).

Vi skal nå se på resultatene som framkom av minste kvadraters metode for produktet med 1,5 liter. Disse vises i tabell 5 under:

**Tabell 5: Resultater fra regresjonsmodellen til 1,5-litersproduktet**

| Variabelnavn                    | Koeffisient | Standardavvik | p- verdi | Signifikans | Elastisitet |
|---------------------------------|-------------|---------------|----------|-------------|-------------|
| <b>One</b>                      | 593 935     | 49 290        | 0,000    | *           | 1,4308      |
| <b>Q<sub>2 t-1</sub></b>        | 0,22539     | 0,05773       | 0,000    | *           | 0,2254      |
| <b>Q<sub>1</sub></b>            | 0,10342     | 0,04885       | 0,036    | *           | 0,1457      |
| <b>P<sub>2</sub></b>            | -48 764,5   | 4293          | 0,000    | *           | -0,8437     |
| <b>A<sub>1t</sub></b>           | 0,019906    | 0,01589       | 0,212    |             | 0,0169      |
| <b>A<sub>1 t-1</sub></b>        | 0,019467    | 0,01585       | 0,221    |             | 0,0165      |
| <b>Sum A<sub>1</sub></b>        | 0,039373    | 0,02260       | 0,084    | **          | 0,0334      |
| <b>Langsiktig P<sub>2</sub></b> | -62 953,3   |               |          |             | -1,0827     |
| <b>R<sup>2</sup></b>            | 0,5474      |               |          |             |             |
| <b>Durbin-Watson H</b>          | 2,1260      |               |          |             |             |

\* Indikerer at det er statistisk bevis på at koeffisienten er forskjellig fra null med et signifikansnivå på 5 %  
 \*\* Indikerer at det er statistisk bevis på at koeffisienten er forskjellig fra null med et signifikansnivå på 10 %  
 \*\*\* Indikerer at det er statistisk bevis på at koeffisienten er forskjellig fra null med et signifikansnivå på 15 %



Ved å sette inn de estimerte parametrene i den opprinnelige likningen [30], får jeg dette uttrykket for kvantum til 1,5- litersproduktet:

$$[32] \quad Q_{2t}^* = 593935 + 0,10342 Q_{1t} + 0,019906 A_{1t} + 0,019467 A_{1t-1} \\ + -48764,5 P_{2t} + 0,22539 Q_{2t-1}$$

I tabell 5 ovenfor ser vi at de forklarende variablene beskriver 54,74 % av variasjonen til kvantumet av 1,5- litersproduktet. Videre kan vi observere at reklamevariabelen  $A_{1t}$  og tidsforskyvningen  $A_{1t-1}$  ikke er signifikante, men summen av disse to er imidlertid signifikant. Til slutt kan vi se at den langsiktige effekten av prisen ( $P_2$ ) til 1,5- litersproduktet har endret seg, noe som skyldes at vi har en tidsforskyvning av kvantumet ( $Q_{2t-1}$ ).

#### *Durbin- Watson – Test for autokorrelasjon*

For å teste hvorvidt det eksisterte autokorrelasjon i restleddene til produktene ble en Durbin- Watson test benyttet for 0,5- litersproduktet, mens en Durbin- Watson H- test ble brukt for 1,5- litersproduktet. Grunnen til at en H- test ble brukt skyldes at vi har en tidsforskyvning av den avhengige variabelen ( $Q_{2t-1}$ ) for 1,5- litersproduktet. Resultatet fra testene vises i tabellen under:

**Tabell 6: Durbin- Watson d- statistikk for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet**

| Produkter | Antall observasjoner | Antall forklarende variabler | Durbin- Watson d- verdi | Nedre grense $d_L$ ved 150 observasjoner | Øvre grense $d_U$ ved 150 observasjoner |
|-----------|----------------------|------------------------------|-------------------------|--|---|
| 0,5 liter | 156                  | 11                           | 2,0753                  | 1,473                                    | 1,783                                   |
| 1,5 liter | 156                  | 5                            | 2,1260                  | 1,557                                    | 1,693                                   |

\* Signifikansnivå for  $d_L$  og  $d_U$  er 0,01

Vi kan lese i tabellen ovenfor at d- statistikken for begge produkter er høyere enn  $d_L$ . Dette betyr imidlertid at vi kan utelukke at det eksisterer positiv autokorrelasjon i modellene, da dette forekommer når d- statistikken er under den nedre grensen ( $d_L$ ). For å fastslå hvorvidt det eksisterer negativ autokorrelasjon kan vi benytte følgende forkastningsregel for 0,5- litersproduktet (Gujarati & Porter, 2009):

$$[33] \quad d_U < d < 4 - d_U$$

Setter inn for  $d_U$  og  $d$ :

$$[34] \quad 1,783 < 2,0753 < 2,217$$

Vi kan altså se at det verken eksisterer positiv eller negativ autokorrelasjon i modellen for 0,5-litersproduktet. Den samme fremgangsmåten benyttes for 1,5-litersproduktet, der jeg setter inn resultatene fra tabellen i likning [33]:

$$[35] \quad 1,693 < 2,126 < 2,307$$

Siden  $d$ -statistikken er større enn 1,693 og mindre enn 2,307 for 1,5-litersproduktet, kan vi fastslå at det heller ikke eksisterer autokorrelasjon i den modellen. Med andre ord beholder vi nullhypotesen i begge tilfeller, og konkluderer med at det ikke eksisterer autokorrelasjon i modellene.

### *Elastisiteter*

Denne delen omhandler elastisiteter, herunder egenpriselasitetene, krysskvantumselasitetene og reklameelasitetene til henholdsvis 0,5-litersproduktet og 1,5-litersproduktet som framkom av regresjonsmodellene. Hensikten med å vise egenpriselasitetene er å se hvorvidt en prisendring av produktene affekterer etterspørselen. Videre vil krysskvantumselasitetene presenteres slik at en kan fastslå om produktene er substitutter eller komplementære goder. I tillegg vil reklameelasitetene fortelle oss noe om hvordan endringer i reklamebudsjettet influerer etterspørselen. Til slutt har jeg delt elastisitetene inn i et kortsiktig og langsiktig perspektiv, hvorav det kortsiktige perspektivet symboliserer nåværende elastisiteter, mens det langsiktige perspektivet inkluderer tidsforskyvninger av variabler. Resultatet av elastisitetene vises i tabell 7 under:

**Tabell 7: Oversikt over elastisiteter for 0,5-litersproduktet og 1,5-litersproduktet**

| Produkt   | Kortsiktig effekt  |                    |          | Langsiktig effekt  |                    |          |
|-----------|--------------------|--------------------|----------|--------------------|--------------------|----------|
|           | $\varepsilon_{ii}$ | $\varepsilon_{ij}$ | $\eta_a$ | $\varepsilon_{ii}$ | $\varepsilon_{ij}$ | $\eta_a$ |
| 0,5 liter | -1,5714            | 0,1496             | 0,0518   | -1,5714            | 0,1496             | 0,2582   |
| 1,5 liter | -0,8437            | 0,1457             | 0,0169   | -1,0827            | 0,1457             | 0,0334   |

Vi kan lese av tabellen og se at den kortsiktige egenpriselasiteten for 0,5-litersproduktet tilsvarende -1,5714, noe som betyr at 10 % økning i prisen på 0,5-litersproduktet resulterer i nedgang i etterspørselen på 15,71 %. Videre ser vi at den langsiktige effekten er elastisk og er ekvivalent med den kortsiktige egenpriselasiteten for 0,5-litersproduktet.

Av krysskvantumselastisitetene for 0,5- litersproduktet kan vi se at de er 0,1496 på kort og lang sikt. Siden verdien er større enn null, kan vi konkludere med at 1,5- litersproduktet er et substitutt for 0,5- litersproduktet.

Reklameelastisitetene for 0,5- litersproduktet er vidt forskjellig ved et kort- og langsiktig perspektiv. En elastisitet på 0,0518 betyr at 10 % økning i reklamebudsjettet medfører en økning i antall enheter solgt med 0,52 %. Den langsiktige effekten er et resultat av tidsforskyvninger av reklamevariablen A, hvorav en økning i reklamebudsjettet på 10 % bidrar til en økning på 2,5 % i solgte enheter.

For 1,5- litersproduktet ser vi at den kortsiktige egenpriselastisiteten er uelastisk og tilsvarende -0,8437. Dersom mineralvannsprodusenten øker prisen på 1,5- litersproduktet med 10 %, vil kvantumsendringen være en mindre proporsjonal endring i form av 8,44 %. Videre ser vi at den langsiktige egenpriselastisiteten er elastisk (-1,0827), noe som skyldes tidsforskyvningen av kvantumet ( $Q_{2,t-1}$ ) som vi så i regresjonsmodellen til 1,5- litersproduktet.

Krysskvantumselastisitetene for 1,5- litersproduktet er 0,1457 i begge tilfeller. Dette betyr at 0,5- litersproduktet kan sees på som et substitutt for 1,5- litersproduktet.

Til slutt vil reklameelastisiteten for 1,5- litersproduktet variere marginalt på kort og lang sikt. Dette impliserer at en økning på 10 % i reklamebudsjettet bidrar til en økning på henholdsvis 0,16 % på kort sikt og 0,33 % på lang sikt i solgte enheter.

### 3.2 Stokastisk optimalisering

For å finne en optimal pris for produktene har jeg valgt å bruke fire forskjellige modeller. Den første metoden innebærer å optimalisere prisen med en ordinær modell som ble utledet i likning [10] og [11]. Deretter vil jeg benytte en stokastisk modell for å se om variansen fra dataene påvirker prisene. Den tredje metoden omfatter å bruke en substitusjonsmodell med utgangspunkt i likning [17] og [18] for å beregne optimale priser. Til slutt vil jeg benytte en stokastisk modell der jeg inkorporerer substitusjon i prosessen. Alle metodene vil suksessivt bli presentert i detalj under.

#### *Ordinær modell*

Den ordinære modellen tar altså utgangspunkt i likning [10] og [11] for å beregne optimale priser for henholdsvis 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet. Modellen for 0,5- litersproduktet vises på nytt her:

$$[36] \quad P_1^* = a - bQ_1^*$$

For å finne optimalt kvantum løser en følgende likning og finner  $Q_1$ :

$$[37] \quad \max Q_1^* = (Q_1^* \times a + b \times Q_1^{*2}) - Q_1^*$$

Deretter setter man inn for  $Q_1^*$  i prislikningen og får en optimal pris for 0,5- litersproduktet. Til slutt kan en kalkulere profitten ( $\pi$ ) ved å sette inn for både  $P_1^*$  og  $Q_1^*$  i profittfunksjonen fra likning [15].

$$[38] \quad \pi = P_1^* \times Q_1^* - MC$$

Siden kostnader ikke er representert i datasettet vil følgelig marginalkostnadene (MC) tilsvare null kroner. Denne prosedyren repliseres og gjøres for 1,5- litersproduktet også.

#### *Stokastisk modell uten substitusjon*

Den andre optimaliseringsmetoden innebærer å gjøre modellen stokastisk, hvor fremgangsmåten er gjennom en Monte- Carlo simulering.

Jeg vil starte med å vise fremgangsmåten for 0,5- litersproduktet, der jeg trunkerer de gjennomsnittlige verdiene av variablene A og  $P_2$  inn i konstantleddet ( $\beta_0$ ) og får et nytt skjæringspunkt gitt ved  $\widetilde{\beta}_0$ :

$$[39] \quad \widetilde{\beta}_0 = \beta_0 + \beta_2 \bar{A} + \beta_3 \bar{P}_2$$

Setter så inn  $\widetilde{\beta}_0$  for  $\beta_0$  og løser for  $Q_1$ :

$$[40] \quad Q_1^* = \widetilde{\beta}_0 + \beta_1 P_1 + e_i$$

Deretter skrives likningen om slik at en får pris( $P_1$ ) på venstre side av likhetstegnet:

$$[41] \quad \beta_1 P_1 = -\widetilde{\beta}_0 + Q_1^* + e_i$$

Dividerer så uttrykket på  $\beta_1$  slik at vi får  $P_1$  alene:

$$[42] \quad P_1^* = -\frac{\widetilde{\beta}_0}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_1} \times Q_1^* - \frac{e_i}{\beta_1}$$

Restleddet ( $-\frac{e_i}{\beta_1}$ ) kan defineres som  $v_t$ . Algebraisk kan  $v_t$  utledes slik:

$$[43] \quad v_t \approx \left( E \left( -\frac{e_i}{\beta_1} \right), \sigma \right)$$

$\sigma$  symboliserer standardavviket. Dette avviket fremkommer som et resultat av at man tar kvadratroten til variansen. Denne prosessen vises under:

$$[44] \quad \sigma^2 = \frac{\sum v_t^2}{N - K} \rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

I tillegg bidrar feilleddet til å gjøre hele prosessen stokastisk. Til slutt kan vi skrive om funksjonen til  $P_1^*$  ved å erstatte de ulike leddene ved enklere notasjoner, og får da følgende uttrykk:

$$[45] \quad P_1^* = c_0 + c_1 * Q_1^* + v_{1t}$$

Videre kan vi finne profittfunksjonen for 0,5- litersproduktet ved å sette inn  $P_1^*$  i den opprinnelige profittfunksjonen:

$$[46] \quad \pi_1 = P_1^* \times Q_1^* - MC$$

Deretter setter jeg inn for  $P_1^*$  i profittfunksjonen. Siden det ikke eksisterer informasjon vedrørende kostnader til produktene blir profittfunksjonen for 0,5- litersproduktet slik:

$$[47] \quad \pi_1 = (c_0 + c_1 \times Q_1^* + v_{1t}) \times Q_1^* - Q_1^*$$

Vi kan så med utgangspunkt i profittfunksjonen ovenfor maksimere uttrykket slik at en finner den beste kombinasjonen av kvantum og pris som er mulig å oppnå:

$$[48] \quad \max \pi_1 = (Q_1^* \times c_0 + c_1 \times Q_1^{*2} + Q_1^* \times v_{1t}) - Q_1^*$$

For 1,5- litersproduktet er det den samme prosedyren for å finne den optimale prisen, samt den maksimale profitten. Vi får da altså følgende to uttrykk for 1,5- litersproduktet:

$$[49] \quad P_2^* = d_0 + d_1 \times Q_2^* + v_{2t}$$

$$[50] \quad \max \pi_2 = (Q_2^* \times d_0 + d_1 \times Q_2^{*2} + Q_2^* \times v_{2t}) - Q_2^*$$

### *Substitusjonsmodell*

Den tredje metoden tar med substitusjonseffekten i optimaliseringen. Begrunnelsen for at effekten av substitusjon tas med her skyldes at produktene sees på som substitutter som opererer i samme marked. Med utgangspunkt i likning [17] og [18] kan en finne optimale priser for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet når det eksiterer substitutter.

Prosessen starter med å kollapse den gjennomsnittlige verdien for variabelen A inn i konstantleddet( $\beta_0$ ), og får så et nytt skjæringspunkt gitt ved  $\beta_0^{\sim}$ :

$$[51] \quad \beta_0^{\sim} = \beta_0 + \beta_2 \bar{A}$$

Setter så inn  $\beta_0^{\sim}$  for  $\beta_0$  og løser for optimal mengde ( $Q_1^*$ ):

$$[52] \quad Q_1^* = \beta_0^{\sim} + \beta_1 \times P_1 + \beta_3 \times P_2$$

Omformulerer slik at en får pris( $P_1$ ) på venstre side av likhetstegnet:

$$[53] \quad \beta_1 \times P_1 = -\beta_0^{\sim} + Q_1^* - \beta_3 \times P_2$$

Dividerer så uttrykket på  $\beta_1$  slik at vi får et uttrykk for  $P_1^*$ :

$$[54] \quad P_1^* = -\frac{\beta_0^{\sim}}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_1} \times Q_1^* - \frac{\beta_3 \times P_2}{\beta_1}$$

Forenkler så uttrykket ytterligere:

$$[55] \quad P_1^* = c_0 + c_1 \times Q_1^* - e_1 \times Q_2^*$$

Den samme prosedyren benyttes for å finne pris( $P_2$ ) og kvantum( $Q_2$ ) for 1,5- litersproduktet, men jeg velger kun å vise resultatet av prisligningen her:

$$[56] \quad P_2^* = d_0 + d_1 \times Q_2^* - f_1 \times Q_1^*$$

Til slutt settes profittfunksjonene for både 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet sammen, slik at en finner det maksimale overskuddet:

$$[57] \quad \max \pi_{12} = (Q_1 \times c_0 + c_1 \times Q_1^2 + e_1 \times Q_2 \times Q_1) + (Q_2 \times d_0 + d_1 \times Q_2^2 + f_1 \times Q_1 \times Q_2) \\ - (Q_1 + Q_2)$$

### *Stokastisk modell med substitusjon*

Den siste metoden baserer seg på fremgangsmåtene til den stokastiske modellen og substitusjonsmodellen. På bakgrunn av dette formulerer jeg kun prisene for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet, samt profittfunksjonen:

$$[58] \quad P_1^* = c_0 + c_1 \times Q_1^* - e_1 \times Q_2^* + v_{1t}$$

$$[59] \quad P_2^* = d_0 + d_1 \times Q_2^* - f_1 \times Q_1^* + v_{2t}$$

$$[60] \quad \max \pi_{12} = (Q_1 \times c_0 + c_1 \times Q_1^2 + e_1 \times Q_2 \times Q_1 + v_{1t} \times Q_1) + (Q_2 \times d_0 + d_1 \times Q_2^2 + f_1 \\ \times Q_1 \times Q_2 + v_{2t} \times Q_2) - (Q_1 + Q_2)$$

### 3.3 Resultater fra optimaliseringen

Dette kapittelet har som formål å presentere resultatene som framkom da jeg benyttet de ulike modellene for å finne optimale priser for produktene. Resultatenes signifikans vil bli avgjørende for hvorvidt en kan si at mineralvannsprodusenten setter sine priser fornuftig, eller om det eksisterer optimale priser i stedet, slik at produsenten kan maksimere sitt overskudd. Videre tilsvarer resultatene av optimaliseringsmodellene som vises under i tabell 8 optimale verdier per uke:

Tabell 8: Optimale priser, kvantum og salgsinntekt for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet

|  | <b>Optimalt Kvantum</b> | <b>Optimal pris</b> | <b>Optimal salgsinntekt</b> | <b>Faktisk salgsinntekt*</b> | <b>Ukentlig differanse</b> | <b>Årlig (x52) endring</b> | <b>SUM 0,5 &amp; 1,5</b> |
|--|-------------------------|---------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| <i>Ordinær modell uten substitusjon:</i>   |                         |                     |                             |                              |                            |                            |                          |
| <b>0,5</b>   | 730 233                 | 15,19               | 11 088 813                  | 10 389 081                   | 699 733                    | 36 386 090                 | 36 071 570               |
| <b>1,5</b>   | 399 620                 | 7,35                | 2 936 360                   | 2 942 408                    | -6 048                     | -314 520                   |                          |
| <i>Stokastisk modell uten substitusjon:</i>  |                         |                     |                             |                              |                            |                            |                          |
| <b>0,5</b>   | 730 470                 | 15,18               | 11 089 049                  | 10 389 081                   | 699 968                    | 36 398 348                 | 36 067 670               |
| <b>1,5</b>   | 399 311                 | 7,35                | 2 936 049                   | 2 942 408                    | -6 359                     | -330 679                   |                          |
| <i>Substitusjonsmodell:</i>  |                         |                     |                             |                              |                            |                            |                          |
| <b>0,5</b>   | 745 967                 | 14,82               | 11 057 598                  | 10 389 081                   | 668 517                    | 34 762 896                 | -24 810 952              |
| <b>1,5</b>   | 406 499                 | 4,42                | 1 796 757                   | 2 942 408                    | -1 145 651                 | -59 573 848                |                          |
| <i>Stokastisk Substitusjonsmodell:</i>   |                         |                     |                             |                              |                            |                            |                          |
| <b>0,5</b>   | 746 163                 | 14,88               | 11 100 250                  | 10 389 081                   | 711 169                    | 36 980 812                 | -7 083 298               |
| <b>1,5</b>   | 406 225                 | 5,16                | 2 095 022                   | 2 942 408                    | -847 387                   | -44 064 110                |                          |
| * Faktisk pris 0,5= 17,89. Faktisk pris 1,5= 7,13. Faktisk kvantum 0,5= 580 720. Faktisk kvantum 1,5= 412 680. Priser og salgsinntekter er oppgitt i kroner. |                         |                     |                             |                              |                            |                            |                          |

Optimal mengde, pris og salgsinntekt er alle utregnet med utgangspunkt i likningene gitt i kapittel 3.2, hvorav de estimerte parametrene fra regresjonsmodellene i kapittel 3.1 brukes som basis. De estimerte parametrene finnes i tabell 16 i vedlegg 1. Begrunnelsen for at salgsinntekter er oppgitt kontra profitt, er at det ikke eksisterer kostnader i datasettet. Videre vil jeg kun kommentere resultatene som framkom av analysen og ikke sette inn for de



estimerte parametrene og vise resultatene algebraisk. Den faktiske salgsinntekten som vises i tabell 8 er et resultat av gjennomsnittlige verdier for både kvantum og pris for begge produktene før estimering av regresjonsmodellene ble utført. Disse er tatt med slik at en har noe å måle resultatene fra de fire modellene opp mot.

#### *Resultater fra den ordinære modellen*

Vi kan lese av tabell 8 at den optimale salgsinntekten for 0,5- litersproduktet er omtrent 700 000 kroner mer per uke enn den faktiske salgsinntekten. Dette utgjør 36,3 millioner kroner på årlig basis. Vi kan med andre ord se at det lønner seg å sette ned prisen på produktet. Dersom vi ser på 1,5- litersproduktet ser vi at prisen har økt noe fra den opprinnelige prisen, men antall enheter har falt noe. Denne endringen bidrar til at den optimale salgsinntekten for 1,5-litersproduktet er marginalt mindre enn den faktiske salgsinntekten per uke, og utgjør en nedgang på 314 520 kroner på årlig basis. Til slutt kan vi se at produktene samlet sett har en økt årlig salgsinntekt på om lag 36 millioner når den ordinære modellen legges til grunn.

#### *Resultater fra den stokastiske modellen uten substitusjon*

Resultatene for den stokastiske modellen uten substitusjon er tilnærmet lik de resultater som framkom i den ordinære modellen. Det vi kan observere er at variasjonen fra dataene som tas med i den stokastiske modellen bidrar til en marginal økning i salgsinntektene for 0,5- litersproduktet, mens en marginal nedgang i salgsinntektene for 1,5- litersproduktet. Samlet sett bidrar den stokastiske modellen uten substitusjon til at mineralvannsprodusenten kan øke den årlige salgsinntekten med 36 millioner kroner.

#### *Resultater fra substitusjonsmodellen*

Tabell 8 viser at de optimale salgsinntektene for 0,5- litersproduktet er relativt lik de to foregående modellene. Hovedforskjellen er at prisen på produktet er redusert med omtrent 40 øre, mens kvantum har økt med om lag 15 000 enheter. Denne endringen fører til en økt årlig salgsinntekt på 34,7 millioner kroner for 0,5- litersproduktet. Dersom en ser på resultatet for 1,5- litersproduktet, ser man at både pris og kvantum er mindre enn de faktiske tallene og følgelig blir den optimale salgsinntekten lavere enn den opprinnelige. Dette skyldes i hovedsak at prisen til 1,5- litersproduktet i stor grad påvirkes av substitusjonseffekten til 0,5- litersproduktet. Dette medfører at salgsinntektene for 1,5- litersproduktet er negativ og tilsvarer -59 millioner kroner, noe som naturligvis influerer den samlede årlige inntekten.

### *Resultater fra den stokastiske modellen med substitusjon*

I den siste modellen ser vi at substitusjonseffekten fortsatt har en negativ effekt på salgsinntektene til 1,5- litersproduktet. Det som derimot er påfallende, er at bruken av stokastikk i modellen reduserer substitusjonseffekten noe. Dette kan vi se av prisen til 1,5- litersproduktet, som har økt med om lag 0,8 kroner i forhold til substitusjonsmodellen. Med andre ord bidrar variasjonen i dataene til en samlet årlig salgsinntekt på -7 millioner kroner, noe som er en oppgang på omtrent 17 millioner kroner i forhold til substitusjonsmodellen. For 0,5- litersproduktet ser vi at både prisen og kvantum er marginalt forskjellig fra substitusjonsmodellen, og den årlige økningen i salgsinntekter tilsvarer om lag 37 millioner kroner. Siden de årlige salgsinntektene for 0,5- litersproduktet ikke har variert i en betydelig grad ved de fire optimaliseringsmodellene, kan det se ut som om substitusjonseffekten fra 1,5- litersproduktet ikke påvirker salgsinntektene betydelig.

### **3.4 Optimal markedsføring**

For å beregne en optimal mengde markedsføring for begge produkter benyttes Dorfman-Steiner betingelsen (1954) som ble utledet i likning [16]. Formålet med dette er å finne optimale verdier på reklameinnsatsen, for deretter å fastslå hvorvidt mineralvannsprodusentens reklamebruk er for høyt eller for lavt. Fremgangsmåten for å finne reklamekostnaden for 0,5- litersproduktet er å ta den gjennomsnittlige verdien til A. Vi får da følgende uttrykk for reklameinnsatsen:

$$[61] \quad ac_1 = \frac{\sum A}{N}$$

Den samme prosedyren gjelder for 1,5- litersproduktet, hvor følgende uttrykk er gjeldene for å finne reklameinnsatsen:

$$[62] \quad ac_2 = \frac{\sum A_1}{N}$$

Videre vil overnevnte uttrykk deles på salgsinntektene, og vi vil få et forholdstall som tilsier hvor mange kroner av salget som allokeres til markedsføringsbudsjettet. Deretter må en finne forholdet mellom reklameelastisiteten og egenpriselastisiteten som er gitt ved:

$$[63] \quad -\frac{\eta_a}{\varepsilon_{ii}}$$

Med utgangspunkt i de overnevnte uttrykkene kan en finne ytelsesindeksen. Indeksen forteller oss hvorvidt det eksisterer et overforbruk av reklame eller om for lite penger er allokert til reklamebudsjettet. Overforbruk tilsier at indeksen er større enn 1, mens en for liten reklameinnsats kjennetegnes ved verdier under 1 (Hanssens, et al., 2001). Ytelsesindeksen ble gitt ved likning [27] tidligere i oppgaven, men vises på nytt her:

$$[64] \quad \frac{\frac{(a \times c)}{(p \times q)}}{-\frac{\eta_a}{\epsilon_{ii}}}$$

### 3.5 Resultater for optimal markedsføring

Dette kapittelet har som formål å se på forholdet mellom reklameforbruk og totalt salg. Jeg vil starte med å vise ytelsesindeksen for henholdsvis 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet. Indeksen vil fortelle oss hvorvidt mineralvannsprodusentens allokering av midler til reklamebudsjettet er optimal. Deretter vil jeg se nærmere på marginalproduktet av markedsføringen. Resultatet av ytelsesindeksen for 0,5- litersproduktet vises i tabell 9 under:

Tabell 9: Reklameinnsatsen for 0,5- litersproduktet

| Produkt           | Reklame   | Salg       | $\frac{\text{Reklame}}{\text{Salg}}$ | $-\frac{\eta_a}{\epsilon_{ii}}$ | Ytelsesindeks | Konklusjon |
|-------------------|-----------|------------|--------------------------------------|---------------------------------|---------------|------------|
| <u>0,5 liter:</u> |           |            |                                      |                                 |               |            |
| <b>Kortsiktig</b> | 1 198 333 | 10 389 081 | 0,1153                               | 0,0329                          | 3,50          | For mye    |
| <b>Langsiktig</b> | 1 209 865 | 10 389 081 | 0,1164                               | 0,1643                          | 0,71          | For lite   |

I oversikten ovenfor kan vi se at mineralvannsprodusenten bruker for mye markedsføring på 0,5- litersproduktet på kort sikt. Dette impliserer at den ekstra andelen som mineralvannsprodusenten allokere til reklamebudsjettet ikke påvirker etterspørselen etter 0,5- litersproduktet. De kortsiktige resultatene som fremkommer her er basert på nåværende verdier, herunder reklameelastisiteten til  $A_t$ . Dersom en ser på de langsiktige resultatene, ser man at ytelsesindeksen er under 1, noe som indikerer at mineralvannsprodusenten bruker for lite ressurser til markedsføring av 0,5- litersproduktet. Estimaten som har blitt benyttet her er et resultat av elastisitetene som ble vist i tabell 7. For den langsiktige effekten betyr det at tidsforskyvninger av reklamevariabelen ( $A_t$ ) er inkorporert i reklameelastisiteten.

Videre kan vi se i tabell 10 under at mineralvannsprodusenten bruker en for høy reklameinnsats av 1,5- litersproduktet både på kort og lang sikt.

Tabell 10: Reklameinnsatsen for 1,5- litersproduktet

| Produkt           | Reklame | Salg      | $\frac{\text{Reklame}}{\text{Salg}}$ | $\frac{\eta_a}{\epsilon_{ii}}$ | Ytelsesindeks | Konklusjon |
|-------------------|---------|-----------|--------------------------------------|--------------------------------|---------------|------------|
| <u>1,5 liter:</u> |         |           |                                      |                                |               |            |
| <b>Kortsiktig</b> | 348 272 | 2 942 408 | 0,1184                               | 0,0200                         | 5,92          | For mye    |
| <b>Langsiktig</b> | 347 353 | 2 942 408 | 0,1180                               | 0,0308                         | 3,83          | For mye    |

Resultatene som vises ovenfor tar også utgangspunkt i elastisitetene som ble vist i tabell 7.

Dette betyr med andre ord at den kortsiktige effekten baseres på nåværende verdier av elastisitetene, mens den langsiktige effekten har implementert tidsforskyvninger av henholdsvis reklamevariabelen ( $A_1$ ) og den avhengige variabelen ( $Q_2$ ).

#### *Marginalprodukt ved bruk av reklame*

Denne delen av resultatet ser nærmere på marginalproduktet av markedsføring. Jeg vil benytte fremgangsmåten til Dorfman- Steiner (1954) for å finne effektene på kort og lang sikt for begge produktene. Jeg vil starte med å se på 0,5- litersproduktet på kort sikt:

$$[65] \quad \frac{\partial Q_1}{\partial A} \times \bar{P}_1 = 0,020604 \times 17,89 = 0,3686$$

På kort sikt vil en investering i markedsføring på 1 krone resultere i en økt inntekt på 0,36 kroner for 0,5- litersproduktet. Videre kan vi se at effekten av reklame på lang sikt gir en noe bedre avkastning:

$$[66] \quad \frac{\partial Q_1}{\partial \text{Sum } A} \times \bar{P}_1 = 0,12474 \times 17,89 = 2,2316$$

Dersom den langsiktige reklameeffekten ligger til grunn, vil den siste kronen brukt på markedsføring utgjøre en økt inntekt på 2,23 kroner. For 1,5- litersproduktet vil marginalproduktet på kort sikt se slik ut:

$$[67] \quad \frac{\partial Q_2}{\partial A_1} \times \bar{P}_2 = 0,019467 \times 7,13 = 0,1388$$

Vi kan her se at en investering på 1 krone i reklame for 1,5- litersproduktet vil medføre en økt inntekt på 0,13 kroner. På lang sikt vil avkastningen være bedre enn på kort sikt, noe som likning [68] også viser:

$$[68] \quad \frac{\partial Q_2}{\partial \text{Sum } A_1} \times \bar{P}_2 = 0,039373 \times 7,13 = 0,2807$$

I dette tilfellet vil marginalproduktet av reklame utgjøre 0,28 kroner for den siste kronen investert i markedsføring. Det er imidlertid viktig å påpeke at reklameeffektene som forekommer på kort og lang sikt må reduseres med 1 krone. Dette skyldes at vi må trekke fra den ene kronen som er investert i reklame. På bakgrunn av dette er det kun investering i reklame for 0,5- litersproduktet på lang sikt som er formålstjenlig for mineralvannsprodusenten.

## 4.0 Hypotesetester

Dette kapittelet har som hensikt å teste hypotesene som ble presentert i innledningen, og følgelig determinere hvorvidt de er signifikante eller ei. Når en skal fastslå signifikansen er det to feil man kan gjøre, herunder en type 1 feil og en type 2 feil. En type 1 feil som gjøres er å forkaste nullhypotesen når den er sann, mens en type 2 feil innebærer å beholde nullhypotesen når den er feil (Hill, et al., 2008).

Jeg vil starte med å teste den første hypotesen fra innledningen angående hvorvidt dagens priser er optimale for 0,5- litersproduktet og 1,5-litersproduktet.

For å teste hvorvidt dette faktisk stemmer har jeg testet de optimale prisene fra de ulike modellene opp mot de opprinnelige prisene til produktene. Formålet med testen er å se om de optimale prisene inngår i konfidensintervallet til de opprinnelige prisene, noe som tabell 11 viser:

Tabell 11: Oversikt over hvorvidt optimale priser for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet inngår i de opprinnelige prisers konfidensintervall

| Ulike estimeringsmodeller            |          | 95 % konfidensintervall |                         |                    |
|--------------------------------------|----------|-------------------------|-------------------------|--------------------|
| Ordinær modell uten substitusjon:    |          | <i>Nedre grense</i>     | <i>Opprinnelig pris</i> | <i>Øvre grense</i> |
| P <sub>1</sub>                       | 15,19 kr | 17,76 kr                | 17,89 kr                | 18,01 kr           |
| P <sub>2</sub>                       | 7,35 kr  | 6,93 kr                 | 7,13 kr                 | 7,33 kr            |
| Stokastisk modell uten substitusjon: |          |                         |                         |                    |
| P <sub>1</sub>                       | 15,18 kr | 17,76 kr                | 17,89 kr                | 18,01 kr           |
| P <sub>2</sub>                       | 7,35 kr  | 6,93 kr                 | 7,13 kr                 | 7,33 kr            |
| Substitusjonsmodell:                 |          |                         |                         |                    |
| P <sub>1</sub>                       | 14,82 kr | 17,76 kr                | 17,89 kr                | 18,01 kr           |
| P <sub>2</sub>                       | 4,42 kr  | 6,93 kr                 | 7,13 kr                 | 7,33 kr            |
| Stokastisk modell med substitusjon:  |          |                         |                         |                    |
| P <sub>1</sub>                       | 14,88 kr | 17,76 kr                | 17,89 kr                | 18,01 kr           |
| P <sub>2</sub>                       | 5,16 kr  | 6,93 kr                 | 7,13 kr                 | 7,33 kr            |

I tabell 11 ovenfor ser vi at ingen av de optimale prisene inngår i konfidensintervallet på 95 %. På bakgrunn av dette må vi forkaste nullhypotesen og konkludere med at prisene som mineralvannsprodusenten har i dag ikke er forbundet med optimal prissetting.

Den neste hypotesen angår hvorvidt bruk av stokastikk og substitusjon i optimaliseringen medfører en økt salgsinntekt. For å teste dette skal jeg først benytte en t- test for å se om dagens størrelser på kvantum og pris er signifikant forskjellig fra de optimale størrelsene. Deretter vil jeg på lignende måte teste hvorvidt salgsinntektene i de stokastiske modellene med og uten substitusjon er signifikant forskjellig fra den faktiske salgsinntekten. I tabell 12 under vises den første testen:

**Tabell 12: Oversikt over hvorvidt opprinnelig priser og kvantum er signifikant forskjellig fra optimale priser og kvantum til 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet**

|   | <b>Optimal pris/<br/>kvantum</b> | <b>Opprinnelig<br/>pris/<br/>kvantum</b> | <b>T- verdi*</b> | <b>P- verdi</b> | <b>Konklusjon</b>      |
|---|----------------------------------|--|------------------|-----------------|------------------------|
| <i>Opprinnelig pris versus optimal pris uten substitusjon:</i>        |                                  |  |                  |                 |                        |
| <b>P<sub>1</sub></b>  | 15,18 kr                         | 17,89 kr                                 | -41,38           | 0,000           | Forkast H <sub>0</sub> |
| <b>P<sub>2</sub></b>  | 7,35 kr                          | 7,13 kr                                  | 4,91             | 0,001           | Forkast H <sub>0</sub> |
| <i>Opprinnelig kvantum versus optimalt kvantum uten substitusjon:</i> |                                  |  |                  |                 |                        |
| <b>Q<sub>1</sub></b>  | 730 470                          | 580 720                                  | 44,43            | 0,000           | Forkast H <sub>0</sub> |
| <b>Q<sub>2</sub></b>  | 399 311                          | 412 680                                  | -3,76            | 0,002           | Forkast H <sub>0</sub> |
| <i>Opprinnelig pris versus optimal pris med substitusjon:</i>         |                                  |  |                  |                 |                        |
| <b>P<sub>1</sub></b>  | 14,88 kr                         | 17,89 kr                                 | -47,21           | 0,000           | Forkast H <sub>0</sub> |
| <b>P<sub>2</sub></b>  | 5,16kr                           | 7,13 kr                                  | -47,44           | 0,000           | Forkast H <sub>0</sub> |
| <i>Opprinnelig kvantum versus optimalt kvantum med substitusjon:</i>  |                                  |  |                  |                 |                        |
| <b>Q<sub>1</sub></b>  | 746 163                          | 580 720                                  | 47,56            | 0,000           | Forkast H <sub>0</sub> |
| <b>Q<sub>2</sub></b>  | 406 225                          | 412 680                                  | -1,76            | 0,081           | Behold H <sub>0</sub>  |
| * Signifikansnivå: 0,05   |                                  |  |                  |                 |                        |
| * Kritisk verdi: 2,26   |                                  |  |                  |                 |                        |

I tabell 12 ovenfor kan vi observere at alle optimale verdier, foruten kvantum til 1,5- litersproduktet(Q<sub>2</sub>) med substitusjon, er signifikant forskjellig fra de opprinnelige størrelsene med et signifikansnivå på fem prosent. Med andre ord må vi beholde nullhypotesen, og konkludere med at det ikke eksisterer tilstrekkelig bevis for at de optimale størrelsene på kvantum og pris er signifikant forskjellig fra de faktiske størrelsene.

I den neste delen vil jeg benytte den samme fremgangsmåten som ved forrige hypotesetest. Nå vil jeg teste om de optimale salgsinntektene til de stokastiske modellene, med og uten

substitusjon, er signifikant forskjellig fra den faktiske salgsinntekten. Resultatet fra t- testen vises under i tabell 13:

Tabell 13: T-test av to stokastiske modellens salgsinntekt opp mot faktisk salgsinntekt

| $\sum 0,5L + 1,5L$     | Optimal salgsinntekt | Faktisk salgsinntekt | T-verdi | Kritisk verdi | P-verdi | Konklusjon    |
|------------------------|----------------------|----------------------|---------|---------------|---------|---------------|
| Uten substitusjon      | 14 025 098 kr        | 13 331 489 kr        | -3,27   | 2,26          | 0,001   | Forkast $H_0$ |
| Med substitusjon       | 13 195 272 kr        | 13 331 489 kr        | 0,615   | 2,26          | 0,539   | Behold $H_0$  |
| *Signifikansnivå: 0,05 |                      |                      |         |               |         |               |

Vi kan lese av tabell 13 og se at de optimale salgsinntektene til den stokastiske modellen uten substitusjon er signifikant forskjellig fra den opprinnelige salgsinntekten med et signifikansnivå på fem prosent. Videre ser vi at dette ikke er tilfellet for den stokastiske modellen med substitusjon, hvor det ikke eksisterer tilstrekkelig bevis for at salgsinntektene er signifikant forskjellige fra den faktiske salgsinntekten. Med andre ord forkaster vi nullhypotesen i den første testen og beholder nullhypotesen i den andre. På bakgrunn av dette kan vi konkludere med at bruk av stokastiske modeller kan bidra til en økt salgsinntekt, mens substitusjon ikke ser ut til å påvirke salgsinntekten i en positiv forstand.

Den siste hypotesen som testes er hvorvidt dagens reklameinnsats for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet er assosiert med en optimal størrelse. For å teste denne hypotesen vil jeg starte med å sette ytelsesindeksen lik 1 for produktene. Med utgangspunkt i de optimale reklamebudsjettene kan vi teste om de optimale verdiene for reklameinnsatsen er signifikant forskjellig fra dagens reklameinnsats. Resultatet av optimal andel reklame vises i tabell 14 under:

Tabell 14: Optimal andel reklame for 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet

| Produkt           | Reklame      | Salg          | $\frac{\text{Reklame}}{\text{Salg}}$ | $\frac{\eta_a}{\epsilon_{ii}}$ | Ytelsesindeks |
|-------------------|--------------|---------------|--------------------------------------|--------------------------------|---------------|
| <u>0,5 liter:</u> |              |               |                                      |                                |               |
| Kortsiktig        | 341 800 kr   | 10 389 081 kr | 0,0329                               | 0,0329                         | 1             |
| Langsiktig        | 1 706 928 kr | 10 389 081 kr | 0,1643                               | 0,1643                         | 1             |
| <u>1,5 liter:</u> |              |               |                                      |                                |               |
| Kortsiktig        | 58 848 kr    | 2 942 408 kr  | 0,0200                               | 0,0200                         | 1             |
| Langsiktig        | 90 626 kr    | 2 942 408 kr  | 0,0308                               | 0,0308                         | 1             |



Deretter utfører jeg en t- test for å teste signifikansen av de optimale størrelsene i tabell 15 nedenfor:

**Tabell 15: T- test for hvorvidt de optimale reklamebudsjettene for produktene er signifikant forskjellig fra de opprinnelige reklamebudsjettene**

| <b>Produkt</b>         | <b>Optimal<br/>reklameinnsats</b> | <b>Faktisk<br/>reklameinnsats</b> | <b>T-verdi*</b> | <b>P-verdi</b> | <b>Konklusjon</b> |
|------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------|----------------|-------------------|
| <i>0,5- liter:</i>     |                                   |                                   |                 |                |                   |
| <b>Kort sikt</b>       | 341 800 kr                        | 1 198 333 kr                      | 96,81           | 0,0000         | Forkast $H_0$     |
| <b>Lang sikt</b>       | 1 706 928 kr                      | 1 209 865 kr                      | -34,52          | 0,0000         | Forkast $H_0$     |
| <i>1,5- liter:</i>     |                                   |                                   |                 |                |                   |
| <b>Kort sikt</b>       | 58 848 kr                         | 348 272 kr                        | 94,33           | 0,0000         | Forkast $H_0$     |
| <b>Lang sikt</b>       | 90 626 kr                         | 347 353 kr                        | 81,83           | 0,0000         | Forkast $H_0$     |
| *Signifikansnivå: 0,05 |                                   |                                   |                 |                |                   |

Vi kan se i tabell 15 at alle de optimale reklamebudsjettene er statistisk signifikant forskjellig fra de opprinnelige reklamebudsjettene. Dermed kan vi forkaste nullhypotesen, og konkludere med at reklameinnsatsen som mineralvannsprodusenten benytter i dag ikke er optimal.

## 5.0 Diskusjon

Dette kapittelet vil ta for seg de resultater som framkom i kapittel 3 og 4, samt drøfte implikasjoner av disse. I tillegg vil jeg sammenligne resultatene opp mot tidligere forskning. Videre vil jeg starte med å diskutere hvilke implikasjoner regresjonsmodellene og elastisitetene har for resultatene. Deretter vil jeg se på effekten av de ulike optimaliseringsmodellene, for så drøfte hvorvidt markedsføring av produktene har en betydning for salget.

### 5.1 Implikasjoner av regresjonsmodellene og elastisitetene

Fra analysen så vi at regresjonsmodellenes resultater dannet grunnlaget for optimalisering av både priser og markedsføring. For 0,5- litersproduktet fikk vi en  $R^2$  på 49,67 %, noe som impliserte at våre variabler kun forklarte halvparten av variasjonen i kvantumet. Dette var også gjeldene for 1,5- litersproduktet, der 45 % av variasjonen var uforklart. Dette betyr med andre ord at regresjonsmodellene har et forbedringsområde, hvorav tiltak som kan gjøres for å forbedre forklaringsgraden er å inkludere faktorer som blant annet konkurrenter, leverandører og kunders betalingsvillighet. I tillegg så vi at begge regresjonsmodellene hadde signifikante variabler, sett bort fra et par tidsforskyvninger, noe som indikerte at de variabler som ble tatt med i analysen var gode instrumenter for å predikere antall solgte enheter. Vi så også at Durbin- Watson testen indikerte at autokorrelasjon ikke eksisterte i modellene.

Av elastisitetene så vi at 0,5- litersproduktet kunne sees på som et substitutt til 1,5- litersproduktet og vice versa. Dette var et forventet resultat, da det som i hovedsak skiller produktene er forskjellig innpakning. Videre så vi at egenpriselastisiteten for 0,5- litersproduktet var elastisk(-1,5714) både på kort og lang sikt. Dette resultatet samsvarte i en viss grad med tidligere forskning på mineralvannsprodukter. I følge studien til Hoch, et al. (1995) fant de en gjennomsnittlig egenpriselastisitet på -2,59, hvorav ti produkter ble testet. Undersøkelsen til Dhar, et al. (2002) viste også lignende resultater. Studien deres ble gjort på fire produkter, der egnepriselastisitetene varierte fra -2 til -4. For 1,5- litersproduktet så vi at egenpriselastisitetene varierte fra å være uelastisk(-0,8437) på kort sikt, til å være elastisk(-1,0827) på lang sikt. Det finnes imidlertid tidligere studier som har fått uelastiske egenpriselastisiteter. Studien til Zheng, et al. (2007) er et godt eksempel på dette med en egenpriselastisitet på -0,6. I tillegg fant Kinnucan, et al. (2001) en egenpriselastisitet på -0,07 i deres undersøkelse. De ulike resultatene blant den tidligere forskningen indikerer at det er

ulike aspekter ved de forskjellige analysene som spiller inn for hvor elastisk eller uelastisk mineralvannsprodukter er.

Til slutt så vi at reklamelasitetene på kort sikt var 0,0518 og 0,0169 for henholdsvis 0,5-litersproduktet og 1,5- litersproduktet. Dette resultatet er i samsvar med tidligere forskning, der reklameelasiteter tenderer å være av små størrelser, gjerne under 0,05 (Kinnucan & Zheng, 2004). Fra studien til Zheng, et al. (2007) kunne vi se at de fikk en reklameelasitet på 0,075 for mineralvannsprodukter. Med ord kan vi konkludere at også reklameelasitetene på kort sikt er signifikante i forhold til tidligere forskning på området. Det som derimot var interessant angående reklameelasitetene i denne studien var effekten av ”lag” på reklamevariabelen til 0,5- litersproduktet. Disse tidsforskyvningene bidro til en langsiktig reklameelasitet på 0,2582, noe som er ganske høyt i forhold til tidligere studier.

## 5.2 Effekten av optimaliseringsmodellene

Vi så av de fire ulike optimaliseringsmodellene at alle ga oss forskjellige resultater, noe som for øvrig er rimelig å anta siden de bygger på forskjellige prinsipper. Fra den ordinære modellen kunne vi se at ved å sette ned prisen på 0,5- litersproduktet med 2,7 kroner, kunne mineralvannsprodusenten øke salgssinntektene med om lag 700 000 kroner per uke. Dette er en signifikant endring, noe som mineralvannsprodusenten bør ta i betraktning. For 1,5- litersproduktet var endringen marginalt lavere enn de faktiske salgssinntektene og utgjorde kun 6000 kroner mindre per uke. Dersom man så på disse to produktene under ett, ville man ved å optimalisere prisene få en merinntekt på hele 36 millioner kroner per år.

Da vi tok med variasjon fra dataene i den stokastiske modellen kunne vi se at resultatene ble omtrent de samme for begge produkter som under den ordinære modellen. Det som derimot var påfallende i den neste modellen, var at ved å implementere substitusjonseffekter i optimaliseringen resulterte i et stort negativt utslag for 1,5- litersproduktet. Vi kunne se at den ukentlige salgssinntekten var -1,1 millioner kroner mindre per uke enn den faktiske salgssinntekten. Dette impliserte at 1,5- litersproduktet var veldig følsomt for prisendringer. I slike tilfeller trenger ikke prisendringen være stor før konsumentene velger 0,5- litersproduktet. Samlet sett fikk vi altså en nedgang i salgssinntekten på – 24,8 millioner kroner per år, noe som ene og alene skyldtes 1,5- litersproduktet. I tillegg er det viktig å påpeke at det trunkerte konstantleddet ( $\alpha_0^{\sim}$ ) til 1,5- litersproduktet var veldig følsomt for endringer i modellen og påvirket estimeringen i en stor grad.

I den siste optimaliseringsmodellen tilførte vi stokastikk i tillegg til substitusjon. Denne modellen ga en liten økning i salgsinntektene for 0,5- litersproduktet med 710 000 kroner mer i uken enn mineralvannsprodusenten har i dag. Dette impliserer at det beste resultatet for 0,5- litersproduktet framkom ved Monte- Carlo simulering, samt substitusjonseffekten fra 1,5- litersproduktet. Vi kunne med andre ord tolke dette som at 1,5- litersproduktet har en lav substitusjonseffekt på 0,5- litersproduktet. Overnevnte viste seg å være en motsetning til 1,5- litersproduktet som var sterkt utsatt for substitusjon av 0,5- litersproduktet. Det som derimot var interessant med 1,5- litersproduktet i den siste modellen, var at prisen økte med 0,74 kroner i forhold til substitusjonsmodellen. Prisøkningen bidro til at de aggregerte salgsinntektene for produktene per år ble -7 millioner kroner kontra -24,8 millioner kroner. Dette betyr med andre ord at Monte- Carlo simuleringen bidro til å dempe tapet til 1,5- litersproduktet som i hovedsak skyldtes substitusjonseffekten av 0,5- litersproduktet.

Oppsummert har vi sett at det å trekke inn substitusjon i optimaliseringsproblemet kan bidra til å påvirke optimal pris i stor grad. Dette resultatet er interessant, spesielt sett i lys av at emnet har vært lite forsket på empirisk. I følge Tomek & Robinson (2008) kan dette skyldes at en bør ha gode markedsdata for å kunne finne prisdiskriminerende priser med substitusjonseffekter. Til slutt så vi at vi kunne forkaste hypotesen om at mineralvannsprodusentens priser var assosiert som optimale. Dette impliserer at prisene som mineralvannsprodusenten setter i dag bør endres.

### **5.3 Markedsføringens effekt på salget**

For å se på hvilken effekt markedsføringen har på salget, har vi i denne studien sett at markedsføringens elastisiteter var signifikante, og at de samsvarte med tidligere studier. Videre så vi at marginalproduktet av reklame kun var lønnsomt for 0,5- litersproduktet ved et langsiktig perspektiv, der vi inkluderte tidsforskyvninger av reklamevariabelen. Dette var i tråd med teorien til Chiplin & Sturgess (1981), der de påstod at reklamens effekt påvirker i lengre perioder etter den er blitt vist. Med andre ord vil tv- reklamen som ble vist helt fra åtte uker tilbake i tid ha en positiv effekt på salget i dag. I dette tilfellet ville en investering i reklame på 1 krone bidra til en avkastning på 2,23 kroner for 0,5- litersproduktet, og vi kan dermed konkludere med at tidsforskyvningen av reklamevariabelen hadde en positiv effekt.

Av tabell 9 og 10 så vi at dagens reklameinnsats var preget av å være enten for lav eller høy for de respektive produktene. Dersom vi fokuserer på de langsiktige effektene til henholdsvis 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet, så ser man at mineralvannsprodusenten allokterer

for lite midler til reklame for 0,5- litersproduktet(0,71), mens for 1,5- litersproduktet ble det øremerket for mye til reklame(3,8). Et overforbruk som dette betyr at mineralvannsprodusenten bruker 2,8 ganger for mye reklame, hvorav de ikke får noe igjen for denne ekstra reklameinnsatsen. En av årsakene til at 0,5- litersproduktet har et større utbytte av reklamen kan skyldes at produktet er elastisk(-1,5714), og følgelig vil markedsføring av produktet bidra til at nedgangen i etterspørselen blir mindre enn hva den er i dag dersom prisen øker. For 1,5- litersproduktet vil reklamen ikke påvirke i like stor grad, da egenpriselastisiteten er nesten nøytralelastisk(-1,0827). Dette skyldes at produkter som er nøytralelastiske tilpasser seg der profitten er størst. Tilpasningen kjennetegnes ved punktet der marginalinntektskurven skjærer den horisontale aksene (Frank, 2006). På bakgrunn av dette trenger ikke mineralvannsprodusenten å allokere like mye midler til markedsføring for 1,5- litersproduktet som for 0,5- litersproduktet, da de allerede har en tilnærmet optimal tilpasning. Dette fikk vi ytterligere bekreftet da vi forkastet hypotesen angående optimal reklameinnsats. Fra tabell 14 fant vi nye optimale verdier for reklamebudsjettet for begge produkter som mineralvannsprodusenten bør benytte i fremtiden.

## 6.0 Konklusjon

Formålet med denne studien var å se på hvordan en mineralvannsprodusent eventuelt kunne øke overskuddet gjennom å prise sine produkter forskjellige mot sine kunder, samt finne en optimal andel markedsføring av produktene. Vi kunne tidlig i oppgaven se at korrelasjon i datasettet vanskeliggjorde analysen slik at en ikke kunne finne optimale priser mot hver kunde, men derimot en aggregert kunde. Den teoretiske forankringen inneholdt ulike begrepsavklaringer fra tidligere forskning, som senere dannet grunnlaget for den tekniske analysen. Optimaliseringen av pris ble gjort på to aggregerte produkter, herunder 0,5- liter og 1,5- liter, hvor det ble utledet fire ulike modeller. Vi har sett at en prisendring på produktene resulterte i at mineralvannsprodusenten kunne oppnå en økt årlig salgsinntekt på 36 millioner kroner uten substitusjon, noe som utgjør hele 270 %. Videre så vi at innføring av substitusjon i den matematiske modellen medførte en stor nedgang i salgsinntekten for 1,5- litersproduktet, noe som i hovedsak skyldtes at produktet var svært følsomt for substitusjon av 0,5- litersproduktet. I tillegg så vi at bruk av stokastikk bidro til å redusere noe av tapet som oppstod på grunn av overnevnte substitusjonseffekt. Av markedsføringseffektene var den langsiktige effekten til 0,5- litersproduktet den beste, hvor vi så at en investering på 1 krone resulterte i en økt inntekt på 2,23 kroner. Da vi skulle fastslå hvorvidt midler som ble allokert til reklamebudsjettet var optimale, fant vi ut at i tre av fire tilfeller var det øremerket for mye penger til markedsføring. Dette bidro til at den ekstra andelen som var brukt til reklame, over optimalt nivå, ikke ville påvirke etterspørselen etter produktene. På bakgrunn av dette kunne vi konkludere med at både priser og markedsføring av produktene som mineralvannsprodusenten er assosiert med i dag ikke er profittmaksimerende. Dermed kan vi si at mineralvannsprodusenten vil få en stor nytteverdi av en slik studie, dersom de velger å benytte noen av fremgangsmåtene som er gjort her. Dette gjelder for øvrig også andre bedrifter som har tilgjengelige pris- og kvantumsdata ovenfor sine kunder.

Med bakgrunn i at regresjonsmodellene ikke forklarte mer enn halvparten av variasjonen i antall solgte enheter, kunne modellen gjerne vært utvidet med flere faktorer. Elementer som kostnader, konkurrenter, leverandører og kunders betalingsvillighet, er alle forhold som kunne forklare variasjonen bedre. Dersom en hadde tilgang til slik data kunne en fått mer presise estimat av optimaliseringsmodellene, men det er imidlertid svært vanskelig å få tilgang til et slikt datamateriale. Til slutt vil jeg påpeke at bruk av substitusjon og stokastikk i optimaliseringsmodellene vil være viktig for senere forskning, da dette området ikke er forsket på tidligere.

## Referanseliste

- Berndt, E. (1991). "Practice of econometrics: Classic and contemporary", *Addison-Wesley publishing company*, Reading, Massachusetts, 360-448.
- Besanko, D., Dubé, J.P. & Gupta, S. (2003). "Competitive price discrimination strategies in a vertical channel using aggregate retail data", *Management Science*, 49(9), 1121-1138.
- Cabral, L.M.B. (2000). *Introduction to industrial organization*: The MIT press, Cambridge, Massachusetts.
- Chiplin, B. & Sturgess, B. (1981). *Economics of advertising* (Second edition): Holt, Rinehart & Winston, London.
- Dhar, T.P., Chavas, J.P., Cotterill, R.W. & Gould, B.W. (2002). "Brand level strategic pricing between Coca Cola and Pepsi Inc.", *Food marketing policy center*, University of Connecticut, Research report No. 65.
- Frank, R.H. (2006). *Microeconomics and behavior* (Sixth edition): McGraw-Hill, Boston.
- Gujarati, D.N. & Porter, D.C. (2009). *Basic econometrics* (Fifth edition): McGraw-Hill, Boston.
- Hanssens, D.M., Parsons, L.J. & Schultz, R.L. (2001). *Market response models* (Second edition): Kluwer Academic Publishers Group, Boston.
- Heckner, D. & Kretschmer, T. (2008). *Don't worry about micro*: Springer, Berlin.
- Hill, R.C, Griffiths, W.E. & Lim, G.C. (2008). *Principles of econometrics*: John Wiley & Sons, Inc., United States of America.
- Hoch, S.J., Kim, B.D., Montgomery, A.L. & Rossi, P.E. (1995). "Determinants of store-level price elasticity", *Journal of marketing research*, 32(1), 17-29.
- Jehle, G.A. & Reny, P.J. (2001). *Advanced microeconomic theory* (Second edition): Addison Wesley, United States of America.
- Kinnucan, H.W. & Zheng, Y. (2004). "Advertising's effect on the market demand elasticity: A note", *Agribusiness*, 20(2), 181-188.

Leeflang, P.S.H., Wittink, D.R., Wedel, M. & Naert, P.A. (2000). *Building models for marketing decisions*: Kluwer academic publishers, Boston.

Tomek, W.G. & Robinson, K.L. (2003). *Agricultural product prices* (Fourth edition): Cornell University press, United States of America.

Zheng, Y., Kinnucan, H.W. & Kaiser, H.M. (2007). "Measuring and testing advertising-induced rotation in the demand curve", *American agricultural economics association annual meeting*, Portland.

Webkilder:

Bryggeri- og drikkevareforeningen.

Webside: [http://www.drikkeglede.no/norske\\_bryggerier/](http://www.drikkeglede.no/norske_bryggerier/). Dato: 27.1.2011

Bryggeri- og drikkevareforeningen.

Webside: [http://www.drikkeglede.no/tall\\_og\\_fakta/?PT\\_Radnr=3&mnd=2&aar=2011](http://www.drikkeglede.no/tall_og_fakta/?PT_Radnr=3&mnd=2&aar=2011). Dato: 6.4.2011



## Vedlegg 1 – Optimale estimat av koeffisienter brukt i optimaliseringen

Tabell 16: Koeffisienter til 0,5- litersproduktet og 1,5- litersproduktet som ble brukt i de ulike optimaliseringsmodellene

| Ulike estimeringsmetoder                    | Koeffisienter |            |         |            |           |           |
|---|---------------|------------|---------|------------|-----------|-----------|
|   | a             | b          | c       | d          | e         | f         |
| <b>Ordinær modell uten substitusjon:</b>    |               |            |         |            |           |           |
| 0,5 liter                                   | 29,3706       | -1,942E-05 |         |            |           |           |
| 1,5 liter                                   |               |            | 13,6958 | -1,588E-05 |           |           |
| <b>Stokastisk modell uten substitusjon:</b> |               |            |         |            |           |           |
| 0,5 liter                                   | 29,3706       | -1,942E-05 |         |            |           |           |
| 1,5 liter                                   |               |            | 13,6958 | -1,588E-05 |           |           |
| <b>Substitusjonsmodell:</b>                 |               |            |         |            |           |           |
| 0,5 liter                                   | 27,6591       | -1,942E-05 |         |            | 4,071E-06 |           |
| 1,5 liter                                   |               |            | 9,65179 | -1,588E-05 |           | 1,642E-06 |
| <b>Stokastisk modell med substitusjon:</b>  |               |            |         |            |           |           |
| 0,5 liter                                   | 27,6591       | -1,942E-05 |         |            | 4,071E-06 |           |
| 1,5 liter                                   |               |            | 9,65179 | -1,588E-05 |           | 1,642E-06 |