UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Institutt for Matematikk og Statistikk

# Muntlig arbeid med sannsynlighet på videregående skole

*En kvalitativ studie om bruk av muntlig aktivitet for å fremme elevers begrepsforståelse i sannsynlighet*

—

**Kristin Jørgensen**

*MAT 3906 Mastergradsoppgave i matematikk – Lektorutdanning*
*Juni 2014*

UNIVERSITETET I TROMSØ

# MAT 3906

# MASTERGRADSOPPGAVE I MATEMATIKK – LEKTORUTDANNING

**Muntlig arbeid med sannsynlighet på videregående skole**

En kvalitativ studie om bruk av muntlig aktivitet for å fremme elevers begrepsforståelse i sannsynlighet

Kristin Jørgensen

Juni 2014

# FORORD

Med denne masteroppgaven fullfører jeg lektorutdannelsen i realfag ved Universitetet i Tromsø - Norges arktiske universitet. Jeg ønsker å takke veilederne mine, Anne Fyhn ved Institutt for lærerutdanning og pedagogikk og Trygve Johnsen ved Institutt for matematikk og statistikk, for alle konstruktive innspill i arbeidet med denne oppgaven. Jeg ønsker også å takke mamma for gode innspill og korrekturlesing. Til slutt vil jeg rette en stor takk til samarbeidsvillige elever og lærere som har latt meg få disponere matematikktimer. Uten dere hadde det vært umulig å gjennomføre denne studien.

Tromsø, juni 2014

Kristin Jørgensen

# INNHOLD

# 1. INNLEDNING

Gjennom egen skolegang og ulike praksiserfaringer har jeg erfart at muntlig arbeid med matematikkfaget er lite utbredt. Jeg opplevde at matematikkundervisningen i stor grad la opp til å utstyre elevene med fakta og ferdigheter i form av mengdetrening på oppgaveløsning og innlæring av formler og algoritmer. Jeg begynte å undre meg over hvorvidt elevene fikk tid til å reflektere over ny kunnskap, og hvilken hjelp de fikk for å bygge opp begrepsmessige strukturer.

I løpet av utdanningen min har jeg hatt praksis på en videregående skole med elever som hadde fordypning i matematikk. Gjennom denne praksisen fikk jeg frie tøyler til å teste ut ulike måter å arbeide muntlig med matematikkfaget. Jeg gjennomførte blant annet aktiviteter hvor elevene kommuniserte grafer til hverandre kun ved hjelp av matematisk terminolog, elevene utforsket problemer foran klassen, elevene byttet på rolle som «funksjonsmaskin», gjennomføring av matematikkdiktat og faglige diskusjoner i klassen. Dette krevde tilpasning både fra meg og elevene, men etterhvert opplevde jeg at de muntlige aktivitetene hadde positiv innvirkning på nysgjerrigheten til elevene. Spesielt fikk jeg inntrykk av at de faglige diskusjonene kunne være oppklarende for elevene når det kom til begrepsforståelse.

Da det ble tid for å velge tema for masteroppgaven var jeg klar på at jeg ville utforske muntlig arbeid med matematikkfaget nærmere. For å avgrense oppgaven var det nødvendig å velge et område innenfor matematikk, og valget falt da på sannsynlighet. Sannsynlighet er et interessant tema fordi elevene ofte har erfaringer med sannsynlighetsbegrepet fra ulike spill eller fra situasjoner utenfor skolesammenheng, slik at de innehar en intuitiv tankegang når de møter problemstillinger i sannsynlighet. Samtidig er sannsynlighetsbegrepet komplekst og knyttet til flere andre matematiske begreper, noe som medfører at begrepsforståelsen står sentralt i arbeid med sannsynlighet.

Ved å sette meg inn i teori og tidligere forskning om faglige diskusjoner i matematikkfaget, fikk jeg bekreftet at det å la elevene dele tankene og refleksjonene sine rundt matematiske begreper var et viktig verktøy i begrepsdannelsen. I tillegg kommer det frem i Læreplanen for matematikk at muntlige ferdigheter i matematikk er nødvendig for å oppnå en helhetlig matematisk kompetanse. Dette ble grunnlaget for fokus i oppgaven min, som er å bruke muntlige aktiviteter i sannsynlighet til å oppnå matematisk utforskende samtaler som videre kan fremme elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet.

Forskningsspørsmålet mitt er som følger:

*Hvordan kan muntlig aktivitet innvirke på elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet?*

*Muntlig aktivitet* innebærer her at en aktivitet, i dette tilfellet terningspill, blir lagt til grunn for å skape konkrete hendelser som utfordrer elevenes intuitive forståelse av problemet. Videre blir det lagt opp til at en klassediskusjon skal få elevene til å diskutere og utforske disse hendelsene i en matematisk utforskende samtale.

Jeg har utformet et undervisningsopplegg i sannsynlighet som har som målsetting å a) legge til rette for matematisk utforskende samtaler innenfor sannsynlighetsbegrepet, og b) utfordre elevene til å utforske sin forståelse av sannsynlighetsbegrepet. Dette undervisningsopplegget ble gjennomført i en dobbeltime i matematikk for elever på VG1. I etterkant av dobbeltimen ble tre elever tatt ut til intervju, hvor de fikk spørsmål som blant annet omhandlet forståelse av innholdet i dobbeltimen.

Analysen vil ikke ta for seg selve undervisningsopplegget og oppbyggingen av det. I analysen vil loggen fra dobbeltimen og transkripsjonene fra intervjuene bli brukt til å drøfte rundt matematisk utforskende samtaler, arbeidsmåter i matematikk, og informantenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet og bruk av matematisk terminologi.

# 2. TEORI

Teorien som denne oppgaven bygger på er delt i fire hovedavsnitt. Avsnitt 2.1 vil ta for seg sannsynlighet ved å gå nærmere inn på historikk, sannsynlighetsbegrepet, sannsynlighet i skolen, og utfordringer ved å undervise i sannsynlighet. Avsnitt 2.2 omfatter Læreplan i matematikk og går inn på organisering av LK06, matematisk kompetanse og muntlig arbeid i Læreplanen. Avsnitt 2.3 tar for seg arbeidsmåter i matematikkfaget, og hva som kjennetegner dem, og går videre innpå matematisk intuisjon og diagnostisk undervisning. Til slutt tar avsnitt 2.4 for seg muntlig arbeid med matematikkfaget i form av matematisk utforskende samtaler, utfordringer ved å innføre dem, og hvordan de kan innvirke på tilpasset opplæring.

## 2.1 Sannsynlighet

### 2.1.1 Historikk

Det finnes spor langt tilbake i historien hvor mennesker forsøker å betrakte sannsynlighetene til forskjellige hendelser. Den første helhetlige fremstillingen av sannsynlighetsregning kommer fra den italienske legen og vitenskapsmannen Gerolano Cardano som levde på 1500-tallet. Hans bok *Liber de Ludo Aleae* (Boken om spill og sjanser) karakteriseres ofte som en spillmannual da den inneholder beregninger av vinnersjanser i forskjellige typer spill, samt drøftinger ved gambling. I Cardanos bok finnes de første korrekte beregningene av sannsynligheter i terningkast og visse kortfordelinger (Lysø, 2005).

Cardanos bok ble ikke utgitt før 87 år etter hans død, og derfor regnes en brevveksling på midten av 1600-tallet mellom Blaise Pascal og Pierre de Fermat som den *offisielle* starten for utviklingen av sannsynlighetsregningen. I brevene beskrev Pascal og Fermat ulike sjansespill og forskjellige løsninger på hvordan potten skulle fordeles etter uavsluttede spill. Senere fortsatte blant annet Christian Huygens, Jakob Bernoulli og Abraham de Moivre m.fl. utviklingen av teorien. Bernoulli's *Store talls lov* og De Moivre's normaltilnærming regnes blant de mest betydningsfulle gjennombruddene i sannsynlighetsregningen. Forsikringsbransjen gjorde også nytte av sannsynlighetsregningen, og på slutten av 1600-tallet kom ulike utforminger av livstabeller, samt utvikling av regnemetoder for å beregne pensjon (Lysø, 2005).

I dagens samfunn brukes sannsynlighetsregning på mange områder. Også i dag utgjør sannsynlighetsregningen fortsatt en avgjørende faktor innenfor forsikringsbransjen og i sjansespill/tipping. Andre områder hvor sannsynlighetsregning er viktig er blant annet legemiddelindustrien, forskning, arv og genteknologi, markedsundersøkelser og meningsmålinger, risikoanalyse ved for eksempel nye oljefelter, og så videre.

### 2.1.2 Sannsynlighetsbegrepet

Sannsynlighetsbegrepet er omfattende, og er beslektet til flere andre matematiske begreper innenfor samme område. For å få en bedre forståelse av sannsynlighetsbegrepet kan det være til hjelp å sette opp matematiske begrepskart, og finne relasjoner mellom sannsynlighet og andre begreper.

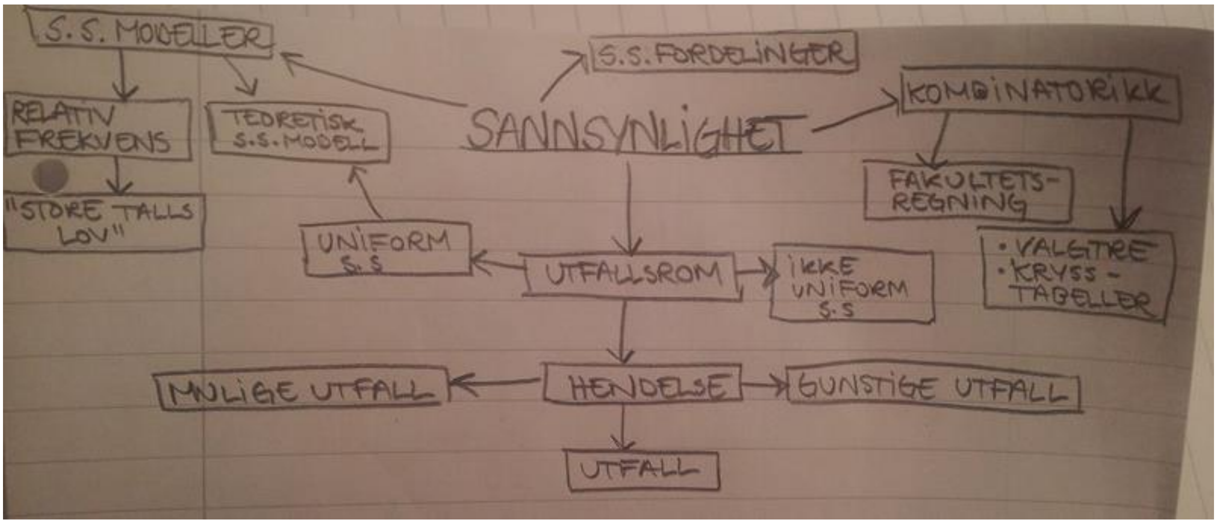
#### 2.1.2.1 Begrepskart i matematikk

I matematikken møter elever stadig nye matematiske begreper som det kan være en utfordring å holde oversikt over, og eventuelt se sammenhenger mellom. Men de fleste matematiske begrepene elevene møter kan knyttes til hverandre, og har sin plass under en av de seks hovedkategoriene i læreplanen for matematikk (se avsnitt 2.1.3). Det å kunne se hvordan disse begrepene henger sammen i en hierarkisk oppbygging kan være til stor hjelp for elevenes forståelse. I følge Andersson (2002) bygger veien til forståelse delvis på regning, men det er opp til lærerne å hjelpe elevene til å reflektere over *hva* de har regnet, og hvordan det *hører sammen* med tidligere regnerfaringer. Både lærere og elever vil ha godt av å stoppe opp og reflektere over hvordan ulike matematiske begrep henger sammen. Et godt verktøy for dette er begrepskart.

Et begrepskart skiller seg fra et tankekart ved at det fokuserer på sammenhengen mellom begrepene, og er hierarkisk oppbygget. Begrepene kan være bundet sammen av bindeord som viser hvordan begrepene henger sammen, eller hva begrepene innebærer. Det å utforme et begrepskart vil være en læringsprosess i seg selv, og her er det ikke produktet som er viktigst, men selve prosessen.

### 2.1.2.2 Relasjoner mellom sannsynlighet og andre begreper

Sannsynlighetsbegrepet vil ha flere ulike matematiske begreper under seg i et tenkt begrepskart. Noen vanlige begreper på grunnskole- og videregående skole-nivå kan blant annet være: Stokastiske forsøk, «Store talls lov», utfallsrom, enkeltutfall, uniform/ikke uniform sannsynlighet, gunstige/mulige utfall, kombinatorikk, sannsynlighetsmodeller og sannsynlighetsfordelinger. Figur 2.1 viser et eksempel på et begrepskart for sannsynlighetsbegrepet.




*Figur 2.1: Begrepskart for sannsynlighet*

Sannsynlighetsbegrepet er et sammensatt begrep, og i tillegg til å ha et matematisk innhold, har sannsynlighetsbegrepet også et språklig anvendelsesområde (Lysø, 2007). En oversiktlig måte å dekke litt av sannsynlighetsbegrepet på, er å se på tre veier som er vanlig å ta innenfor sannsynlighet.

**Subjektiv sannsynlighet**

Subjektiv sannsynlighet er det som ofte brukes i dagligtalen. Her blir sannsynligheten anslått basert på hva vi tror, og ikke på hva en matematisk teori beregner sannsynligheten til. Subjektiv sannsynlighet kan derfor ses på som «synsing» (Lysø, 2007).

**Eksperimentell sannsynlighet**

Eksperimentell sannsynlighet bruker relativ frekvens for å beregne hvor sannsynlig det er at en hendelse skal skje. For å beregne den relative frekvensen studeres identiske, uavhengige forsøk, og hvor mange ganger en bestemt hendelse har skjedd. Deretter trekkes det en konklusjon om at dette tallet sier noe om sannsynligheten for den hendelsen. Det er dette som kalles «De store talls lov», og som sier at når vi gjentar noe mange nok ganger, vil den relative sannsynligheten ligge i nærheten av den virkelige sannsynligheten (Lysø, 2007).

**Teoretisk sannsynlighetsmodell**

Denne modellen kalles også «geometrisk sannsynlighetsmodell» eller «symmetrisk sannsynlighetsmodell». Her defineres sannsynligheten for en hendelse uten å gjennomføre noe forsøk. Dette er fordi vi på forhånd vet noe om utfallsrommet, enten på grunn av symmetri (en mynt lander alltid på en av de to sidene, lik en terning alltid vil lande på en av de seks sidene), eller på grunn av geometri (Lysø, 2007).

En utvidelse av denne modellen fører til den uniforme sannsynlighetsmodellen, som historisk sett var den første som ble benyttet som definisjon på sannsynlighet (Lysø, 2007). Denne definisjonen kommer fra den franske matematikeren og astronomen Pierre-Simon Laplace, og lyder slik: «*La det under et eksperiment være n like mulige tilfeller som kan hende* (uniform sannsynlighet). *Av disse n tilfeller, la a være de som er gunstige for at en spesiell begivenhet A skal inntreffe. Da er sannsynligheten p for A lik a/n.*» (Laplace, 1812). Dette er også den første regelen elevene møter i sannsynlighet, og den er ofte formulert slik: Sannsynligheten for en hendelse = $\frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}}$.

### 2.1.3 Sannsynlighet i skolen

Sannsynlighet og sannsynlighetsregning ble for første gang tatt med i matematikkundervisningen i grunnskolen i Mønsterplanen av 1987 (M87) (Lysø, 2007).

Deretter har emnet fått større og større vekt i de påfølgende læreplanene. I dagens læreplan (se avsnitt 2.2) er statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk en av seks hovedområder i matematikk for grunnskolen og videregående skole. De fem andre hovedområdene er: Tall og algebra, Målinger, Geometri, Funksjoner og Økonomi. Utvidelsen av fagstoffet i Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk gjenspeiler veksten fagområdet statistikk har hatt i norsk skole de senere år. Dette kan blant annet forklares med fremveksten av prosjektarbeid i norsk skole, og hvor aktuelt dette fagområdet er blitt i norsk samfunnsliv i løpet av de siste ti-årene.

Etter 2. og 4. klasse er det ikke presisert kompetansemål innenfor sannsynlighet og kombinatorikk, men kompetansemål i statistikk er tatt med. Disse går ut på å samle inn data og diskutere rundt prosessen og ulike fremstillingsmetoder. Kompetansemål i sannsynlighet kommer inn etter 7. klassetrinn.  Da skal elevene kunne vurdere og samtale om sannsynlighet i dagligdagse sammenhenger, spill og eksperiment, samt beregne sannsynlighet i enkle situasjoner (KD, 2006a).

På ungdomsskolen blir for første gang kombinatorikk inkludert under området statistikk og sannsynlighet. I tillegg til å finne og diskutere sannsynlighet gjennom ulike metoder, skal elevene også kunne beskrive utfallsrom og utrykke sannsynlighet som brøk, prosent og desimaltall, og deretter drøfte og løse enkle kombinatoriske problem (KD, 2006a).

For å kunne oppfylle de gitte kompetansemålene er det flere elementer som kreves. For det første må elevene ha forståelse for sannsynlighetsbegrepet. Dette innebærer at elevene vet at sannsynlighet sier noe om hvor stor sjanse det er for at en hendelse skal inntreffe. Ved å regne på sannsynligheten kan denne sjansen tallfestes. Da må elevene også vite hva den største og minste sannsynligheten som kan inntreffe, er. At den nedre og øvre grensen går fra 0 til 100 % (eventuelt henholdsvis 0 og 1), krever forståelse og er underliggende sannsynlighetsbegrepet. For det andre kreves en ny matematisk forståelse av flere begreper. Begreper som *hendelse, utfall, utfallsrom, gunstige og mulige utfall* er nødvendig å forstå, før elevene kan beskrive utfallsrom og gå videre med kombinatorikk.

Et *utfall* kan ses på som en fasit, det som faktisk skjedde i en situasjon. Et *utfallsrom* er en samling enkeltutfall som er mulig å oppnå i et forsøk, og en *hendelse* er satt sammen av et eller flere av enkelutfallene i utfallsrommet (Lysø, 2007). I kombinatorikk skal elevene arbeide med systematiske måter å telle opp mulige utfall for å beregne sannsynligheter. Dette er det mest grunnleggende i sannsynlighetsregning, og en basis som blir bygget videre på i sannsynlighet for videregående skole. Derfor er det viktig at elevene faktisk har kompetanse her, og forstår sannsynlighetsbegrepet og hva et utfallsrom er. I følge Læreplan i matematikk skal elevene inneha denne kompetansen etter 10.klasse (KD, 2006a).

Videregående skole bygger videre på grunnlaget fra grunnskolen. Arbeid med utfallsrom og kombinatorikk blir utvidet ved krysstabeller, venndiagram og valg-tre. I tillegg blir addisjonssetninga og produktsetninga innført. Herunder kommer også forståelsen av uniform og ikke-uniform sannsynlighet, uavhengig og avhengige forsøk, og utvalg med og uten tilbakelegging. Noen utdanningsprogram går også videre med ulike sannsynlighetsfordelinger. Kompetansemålene i sannsynlighet på videregående skole varierer ettersom hvilket utdanningsprogram elevene velger (KD, 2006a). Denne oppgaven kommer til å ha fokus på Vg1 studieforberedende utdanningsprogram, 1T og 1P. 1T er et utdanningsprogram som legger vekt på teoretisk matematikk, og som danner grunnlaget for videre studier i matematikk. 1P tar i hovedsak utgangspunkt i praktisk matematikk, hvor ett av kompetansemålene blant annet er å redegjøre for sannsynlighetsbegrepet. (Se alle kompetansemålene for 1P og 1T i avsnitt 2.2.2).

### 2.1.4 Utfordringer med å undervise i sannsynlighet

For mange elever oppleves sannsynlighet som vanskelig og lite håndterbart. Dette kan skyldes at det er mange hensyn som må tas underveis i utregningene, og det er få oppgaver som er like. I tillegg er det mange formler som må huskes dersom elevene ikke blir vant til å tenke logisk i sannsynlighet, og ikke innehar begrepsforståelse. Det er også nødvendig at elevene har forståelse for brøk, desimaltall og prosentregning, samt de fire regneartene, når de arbeider med sannsynlighet. Språket som blir brukt i oppgaveregning om sannsynlighet kan også være med på å forvirre elevene, og oppgavetekster med for eksempel «urettferdige mynter» og «falske» terninger krever ikke bare forklaring, men også forståelse.

Sannsynlighet er et område innenfor matematikken med mange misoppfatninger knyttet til elevenes dagligliv, og det finnes flere eksempler på artikler i media med «misbruk» av sannsynlighetsbegrepet. Et eksempel på dette er uttalelser i forbindelse med lottotrekninger, og uttalelser som at «tallet 7 har ikke blitt trukket på 33 uker, så nå må tallet 7 bli trukket!». Med sannsynlighetsregning kommer innføringen av mange nye begreper, i tillegg til sannsynlighetsbegrepet selv, og nettopp derfor blir begrepsforståelsen så viktig. Dersom elevene ikke har begrepsforståelsen, men bare forholder seg til formler og regler, kommer typiske feil som å telle gunstige og mulige utfall uten å vite om utfallsrommet er uniformt eller ikke.

Forskningsresultater viser at det å forstå begreper fremfor å pugge formler eller «bare å forklare» er mer effektivt med hensyn til læring. Elevene kan enklere forstå og lære seg regneteknikker og algoritmer dersom de har en dyp begrepsforståelse og innsikt i matematikken (Brekke, 1995). Å lære et begrep er en tidkrevende prosess som kan beskrives med fire steg:

1. *Abstrahering.* Det å kunne trekke ut de felles egenskapene fra mange eksempler og ignorere ulikhetene.
2. *Symbolisering.* Det å sette navn på de felles egenskapene (verbal assosiasjon).
3. *Diskriminering.* Det å kunne skille mellom hva som hører med og hva som ikke hører med begrepet.
4. *Generalisering.* Det å kunne overføre begrepskriteriene (de felles egenskapene) til nye situasjoner. Å kunne kjenne igjen begrepet.

(Imsen, 2005, s.305)

I dag eksisterer det store mengder forskningsresultater om undervisning og læring av matematikk som konstaterer at for å forstå et matematisk begrep er det «*bedre å arbeide grundig med et fåtall velvalgte aktiviteter enn å gjennomføre en lang rekke øvelser*» (Brekke, 1995, s. 19). Det er derfor viktig at elevene får diskutere og gå i dybden av de sentrale ideene et begrep er satt sammen av. På den måten får elevene dele sine strategier og tanker rundt begrepet, og kan deretter knytte disse til det faglige innholdet i begrepet.

## 2.2 Læreplan i matematikk

Dette avsnittet vil ta utgangspunkt i Læreplan for matematikk fellesfag, som strekker seg fra matematikk på 1. trinn til matematikk på Vg1. Hensikten med matematikk i skolen kommer frem i Formålet i Læreplan for matematikk:

> *Matematikk er ein del av den globale kulturarven vår. Mennesket har til alle tider brukt og utvikla matematikk for å systematisere erfaringar, for å beskrive og forstå samanhengar i naturen og i samfunnet og for å utforske universet. Ei anna inspirasjonskjelde til utviklinga av faget har vore glede hos menneske over arbeid med matematikk i seg sjølv. Faget grip inn i mange vitale samfunnsområde, som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvalting og byggjeverksemd. Solid kompetanse i matematikk er dermed ein føresetnad for utvikling av samfunnet. Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påverke prosessar i samfunnet (…).* (KD, 2006a, s. 2).

I Formålet forklares det videre hva matematisk kompetanse innebærer, og hvordan den matematiske kompetansen er et viktig redskap for hver enkelt, da den legger grunnlaget for videre utdanning og deltagelse i yrkesliv og fritidsaktiviteter. I skolen skal matematikkfaget medvirke til å utvikle den matematiske kompetansen samfunnet og hver enkelt trenger, og legge grunnlaget for livslang læring (KD, 2006a, s. 2).

### 2.2.1 Organisering av LK06

I 2006 innførte kunnskapsdepartementet en ny læreplan, læreplan Kunnskapsløftet 2006 (LK06). Kunnskapsløftet består av Læreplaner for fag, Fag- og timefordeling, Tilbudsstruktur, Generell del av læreplanen og Prinsipper for opplæringen. Læreplanverket er nedfelt i loven, med hjemmel i opplæringsloven og er forpliktende for grunnopplæringen (KD, 2006b).

Læreplaner for fag inneholder formål, fagets struktur og hovedområder, kompetansemål fordelt på årstrinn, bestemmelser for sluttvurdering, og beskrivelse av de grunnleggende ferdighetene i henhold til faget. Fag- og timefordeling gjelder for grunnskolen og videregående skole, mens tilbudsstrukturen er en oversikt over utdanningsprogram og programområder i videregående opplæring. Læreplanens generelle del utdyper formålsparagrafen i opplæringsloven, overordnede mål for opplæringen angis, og det verdimessige, kulturelle og kunnskapsmessige grunnlaget for grunnskolen og videregående opplæring beskrives. Prinsipper for opplæringen sammenfatter og utdyper bestemmelser i opplæringsloven, og skal bidra til å tydeliggjøre skoleeiers ansvar for opplæringen (KD, 2006b).

### 2.2.2 Matematisk kompetanse

Forståelsen av matematisk kompetanse i LK06 bygger i stor grad på en rapport fra uddannelsessstyrelsen i Danmark, som er utarbeidet av Niss og Jensen i 2002. Denne rapporten forklarer matematisk kompetanse ut fra åtte delkompetanser. Disse delkompetansene skal sammen gi en kunnskap om å forstå, utøve, anvende og ta stilling til matematikken og matematisk virksomhet i sammenhenger hvor matematikk inngår eller kan komme til å inngå. De åtte delkompetanse er innbakt i kompetansemålene for matematikkfaget, og de kommer også tydelig fram i læreplanens beskrivelse av formålet i faget og de grunnleggende ferdighetene i matematikk.

De åtte kompetansene er delt inn i to hovedgrupper:

1. Å kunne spørre og svare i, med og om matematikk
    - tankegangskompetanse
    - problembehandlingskompetanse
    - modelleringskompetanse
    - resonnementskompetanse
2. Å omgås språk og redskaper i matematikk
    - representasjonskompetanse
    - symbol- og formalismekompetanse
    - kommunikasjonskompetanse
    - hjelpemiddelkompetanse

(Niss & Jensen, 2002).

Tankegangskompetansen, representasjonskompetansen og symbol- og formalismekompetansen er brukt i analysene av intervjuene, der informantene i spørsmål 4 og 5 skal redegjøre for sannsynlighet og beskrive mønsteret i en tabell (se avsnitt 4.2.4.4). Videre er resonnementskompetansen, kommunikasjonskompetansen, tankegangskompetansen og problembehandlingskompetansen brukt til å begrunne bruk av matematiske samtaler i matematikkundervisningen i avsnitt 2.4.1.

#### 2.2.2.1 Kompetansemålene i sannsynlighet for 1P og 1T

Læreplanen for Vg1 Studieforberedende utdanningsprogram 1P og 1T inneholder kompetansemål i fire hovedkategorier: Tall og Algebra, Geometri, Sannsynlighet og Funksjoner. I tillegg inkluderes hovedområdet Økonomi for utdanningsprogrammet 1P. Kompetansemålene i sannsynlighet viser at målene varierer noe for 1P og 1T, men at de stort sett har samme fokus.

1T: Mål for opplæringa er at eleven skal kunne (KD 2006a, s. 11).

- *formulere, eksperimentere med og drøfte uniforme og ikkje-uniforme sannsynsmodellar*
- *berekne sannsyn ved å telje opp gunstige og moglege utfall, systematisere oppteljingar ved hjelp av krysstabellar, venndiagram og val-tre og bruke addisjonssetninga og produktsetninga.*

1P: Mål for opplæringa er at eleven skal kunne (KD 2006a, s. 12).

- *lage døme og simuleringar av tilfeldige hendingar og gjere greie for omgrepet sannsyn*
- *berekne sannsyn ved å telje opp gunstige og moglege utfall, systematisere oppteljingar ved hjelp av krysstabellar, venndiagram og val-tre og bruke addisjonssetninga og produktsetninga i praktiske samanhengar.*

Kompetansemålene i sannsynlighet for 1P og 1T er en del av grunnlaget for undervisningsopplegget i sannsynlighet, som ble gjennomført i en dobbeltime i en matematikklasse med elever på utdanningsprogrammene 1P og 1T (se avsnitt 3.4.1).

### 2.2.3 Muntlig arbeid i læreplanen

Læreplanen for hvert fag inneholder grunnleggende ferdigheter, som er nødvendig for læring og utvikling i skole, arbeid og samfunn. Disse er definert som å kunne lese, å kunne regne, å kunne utrykke seg skriftlig, muntlige ferdigheter og digitale ferdigheter. Læreplanen gir en beskrivelse av hvordan de fem grunnleggende ferdighetene skal bidra til å utvikle elevenes kompetanse i faget, og hvordan disse ferdighetene er en del av denne kompetansen (KD, 2006b). I Læreplan for matematikk fellesfag er muntlige ferdigheter beskrevet slik:

> *Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysingar og strategiar med andre. Utvikling i munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å delta i samtalar om matematikk til å presentere og drøfte komplekse faglege emne. Vidare går utviklinga frå å bruke eit enkelt matematisk språk til å bruke presis fagterminologi og uttrykksmåte og presise omgrep.* (KD 2006a, s.5)

Formålet i matematikkfaget poengterer at matematikk er en del av kulturarven vår, samtidig som det er et viktig redskap i utviklingen av samfunnet vårt. Matematisk kompetanse er nødvendig for å kunne forstå og påvirke prosesser i samfunnet (KD 2006a). I Formålet i matematikk kommer også muntlig arbeid med faget frem:

> *Matematisk kompetanse inneber å bruke problemløysing og modellering til å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er. Dette har òg språklege aspekt, som det å formidle, samtale om og*

> *resonnere omkring idear. (…) Elevane må utfordrast til å kommunisere matematikk skriftleg, munnleg og digitalt (…).* (KD 2006a, s. 2).

Muntlige ferdigheter som én av de fem grunnleggende ferdighetene, samt formålet i matematikk, gir god argumentasjon for muntlig arbeid med matematikkfaget. Disse utgjør også en del av bakgrunnen for valg av undervisningsopplegg da dobbeltimen i sannsynlighet ble planlagt (se avsnitt 3.4.1).

## 2.3 Arbeidsmåter i matematikkfaget

### 2.3.1 Noen kjennetegn ved norsk matematikkundervisning

*TIMSS* (Trends in International Mathematics and Science Study) er et internasjonalt forskningsprosjekt på matematikk og naturfag i skolen. Hensikten med forskningsprosjektet er å utføre læreplan-baserte undersøkelser som kan måle «skolekunnskapen» til elevene. Undersøkelsen ble for første gang gjennomført i 1995, da både for grunnskolen og for elever med fordypning i fysikk på videregående skole (videregåendeelever med fordypning i matematikk gjennomført undersøkelsen i 1998). Siden den gang er *TIMSS*-undersøkelsen gjennomført i Norge i 2003, 2007 og 2011 for elever i 4. og 8. klasse. I 2008 ble *TIMSS advanced* igjen gjennomført for elever på videregående skole med fordypning i matematikk og fysikk.

Målet for *TIMSS Advanced 2008* var å kartlegge elevenes faglige kompetanse, elevenes syn på betydningen av faget, elevenes ønsker om videre studier, lærernes og elevenes oppfatning av undervisningen, og lærernes utdanningsbakgrunn. I *TIMSS Advanced 2008* ble elever med fordypning i matematikk på videregående skole spurt om hvor ofte ulike typer arbeidsmåter ble benyttet i undervisningen (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010). De kunne velge mellom:

A. Vi lærer formler og framgangsmåter utenat

B. Vi løser oppgaver som likner på eksempler i læreboka

C. Vi setter opp likninger og funksjoner for å representere sammenhenger

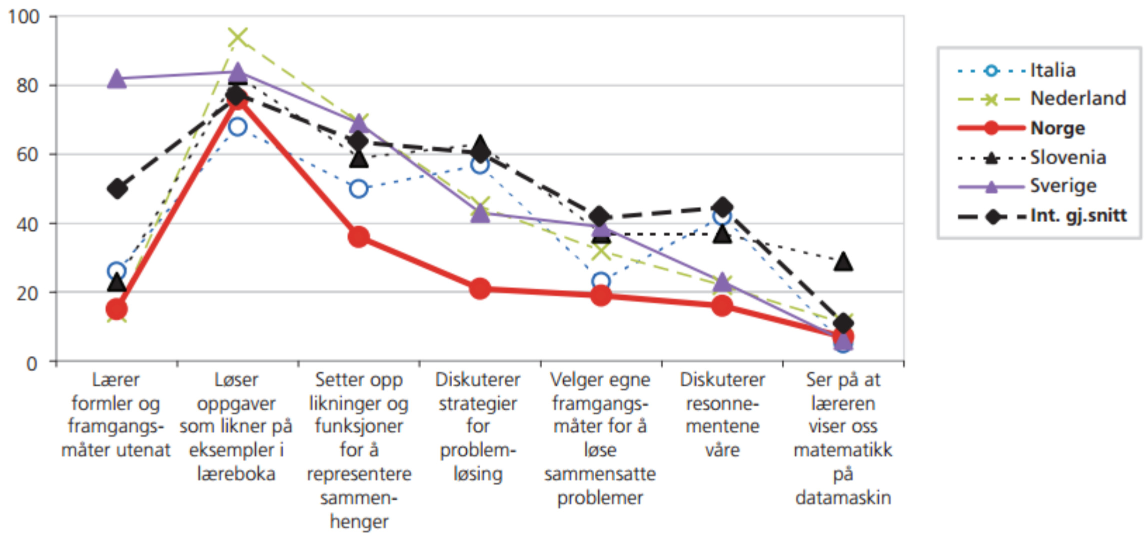
D. Vi diskuterer strategier for problemløsning

E. Vi velger egne fremgangsmåter for å løse sammensatte problemer

F. Vi diskuterer resonnementene våre

G. Vi ser på at læreren viser oss matematikk på en datamaskin

Den arbeidsmåten som klart er mest fremtredende er alternativ B, å løse oppgaver som ligner på eksempler i læreboka. Her har nesten 80 % av de norske ungdommene svart at de bruker denne arbeidsmåten hver eller nesten hver time, eller omentrent halvparten av timene. Figuren under viser hvordan svarene fordeler seg på de ulike alternativene, og hvordan norske elever har svart i forhold til andre, sammenlignbare land, og et internasjonalt gjennomsnitt.




*Figur 2.2 Elevenes syn på hvor ofte ulike arbeidsmåter benyttes i matematikktimene.*

Norske elever ligger klart under det internasjonale gjennomsnittet på alle de andre arbeidsmåtene, unntatt «å se på at læreren viser oss matematikk på datamaskin», men denne arbeidsmåten har generelt en lav score. Selv om Norske elever ligger på det internasjonale gjennomsnittet når det kommer til «å løse oppgaver som ligner på eksempler i læreboka», er det tydelig at det er mer ensidig vekt på denne arbeidsmåten i norsk skole. Norske elever ligger klart lavere enn det internasjonale gjennomsnittet når det gjelder «å sette opp likninger og funksjoner for å presentere sammenhenger» og «å diskutere resonnementer». Disse arbeidsmåtene tar spesielt sikte på å utvikle god begrepsforståelse og problemløsningsstrategier hos elevene (Grønmo et al., 2010, s. 20). Resultatene fra denne undersøkelsen samsvarer godt med tidligere resultater fra *TIMSS*:

> *Resultater fra tidligere TIMSS-studier i grunnskolen viser også stor vekt på individuell oppgaveløsning og lite vekt på diskusjoner og argumentasjon. Dette ble, sammen med resultater fra andre studier (Alseth, Breiteg & Brekke, 2003; Bergem 2009,) tatt som tegn på at det i norsk skole var overdreven vekt på individuelle arbeidsmåter i matematikk.* (Grønmo et al., 2010, s. 21).

### 2.3.2 Matematisk Intuisjon

En intuitiv kognisjon (erkjennelsesprosess) er en type kognisjon som er akseptert uten at noen form for rettferdiggjørelse er krevd. Intuitiv kognisjon karakteriseres først og fremst av at erkjennelsen er akseptert fordi den er *innlysende*, og derfor ikke trenger noen forklaring. For eksempel vil påstanden «Den korteste veien mellom to punkter er en rett linje» bli akseptert av elever på ungdomsskolen og Vgs, fordi den er innlysende. På grunn av dette vil intuitivt aksepterte kognisjoner ha en tvingende innvirkning på våre tolkninger og strategier. Intuitiv kognisjon vil noen ganger være i samsvar med logisk forklarende sannheter, men de vil også kunne motsi hverandre. En konsekvens av dette er at intuisjon kan ha en tilretteleggende rolle på instruksjonsprosessen, men ofte vil motsigelser oppstå slik at intuisjonen blir til hindring i læring, løsning eller i en skapende prosess (Fischbein, 1994).

Fischbein (1994) forklarer at matematikken kan sees på som en menneskelig aktivitet, og at den da vil ha tre grunnleggende aspekter: det formelle, det algoritmiske og det intuitive. Det formelle aspektet tar for seg aksiomer, definisjoner, teoremer og bevis. Det algoritmiske aspektet inneholder løsningsteknikker og strategier, og det intuitive aspektet tar for seg grad av subjektivitet og elevens overbevisning om et teorem eller en løsning. Noen ganger kan de tre aspektene nærme seg hverandre. I en læringsprosess er det vanlig at forståelse og problemløsning fremmer en konflikt når de blir satt opp mot hverandre. Da kan et «løsningsskjema», sterkt forankret i elevens forståelse, bli feilaktig brukt til tross for en potensielt korrekt, intuitiv forståelse. Men vanligvis er det den intuitive tolkningen basert på elevens sterkt forankrede erfaring som ødelegger den formelle kontrollen eller kravene til en algoritmisk løsning, og derfor forvrenger eller til og med blokkerer en korrekt matematisk reaksjon.

Et eksempel på dette er misoppfatningen om at «når vi ganger blir svaret og større, og når vi deler blir svaret mindre». Denne intuitive oppfatningen bygger på elevens tidligere erfaringer med regning av hele tall, og er ofte innlært fra barneskolen av. Når eleven bygger opp en begrepsforståelse, er det flere slike konkrete erfaringer som abstraheres og til slutt danner et begrep. Problemet som vil oppstå her, kommer når eleven overfører denne kunnskapen som bare gjelder for en liten del av tallområdet, til også å gjelde for desimaltall. Da vil den intuitive forståelsen være et hinder som kan føre til at eleven ikke utfører en korrekt matematisk operasjon (Fischbein, 1994).

*Heuristikk* brukes om regler som personer har tilbøyelighet for å stole på når det gjelder fastsetting av sannsynlighet på ulike hendelser. Elever har en intuisjon om hvordan disse reglene brukes i vanlige problemstillinger i sannsynlighetsregning, og danner ut i fra det et sett med løsningsstrategier. Løsningsstrategiene kan være i motstrid med etablerte sannsynlighetsmodeller da de ikke er vitenskapelig fundert, men dannet gjennom elevenes egne erfaringer, språk og opplevelser (Lysø, 2005).

Nilsson (2007) viser til forskning som slår fast at overgangen fra et enkelt stokastisk problem til et sammensatt stokastisk problem kan være utfordrende for elever. En slik overgang kan for eksempel være fra kast av en terning til kast av to terninger samtidig. Ofte har ikke elevene noen naturlig intuisjon for løsningsstrategier i et sammensatt stokastisk problem, og ser derfor ut til å videreføre løsningsstrategien sin fra enkle stokastiske problem til å gjelde også for sammensatt problem, selv om det kan by på store problemer.

### 2.3.3 Diagnostisk undervisning

I norsk skole er det i dag mye fokus på læringsteorier som er knyttet til Piagets lære, og begrepet *konstruktivisme.* Konstruktivisme går ut på at det er de handlingene eller erfaringene elevene gjør seg, som danner grunnlaget for læring. Videre vil de refleksjonene eller tankene elevene gjør seg rundt erfaringene være avgjørende for utviklingen av den aktuelle kunnskapen. Et slikt syn på læring bærer frem to viktige målsetninger når en bestemt arbeidsmåte skal velges:

- Aktivitetene skal legges til rette slik at elevene kan vinne erfaringer som de kan bygge kunnskapen på
- Elevene skal gis anledning til å stoppe opp underveis i arbeidet sitt slik at de kan reflektere over det de har utført, og det de har lært eller funnet ut gjennom dette arbeidet

(Brekke, 1995, s. 5).

Dersom elevene får en erfaring som gjør at de oppdager at virkeligheten ikke stemmer overens med den intuitive oppfatningen de hadde, vil det oppstå en *kognitiv konflikt*. Begrepet kognitiv konflikt kommer fra Piaget, og plasserer seg under den kognitive læringsteorien som bygger på individuell konstruktivisme. Ideen bak denne læringsteorien er at kunnskapen ikke kan overføres, den må konstrueres av det enkelte individ. Videre vil drivkraften og motivasjonen for å lære oppstå når den allerede erfarte kunnskapen ikke stemmer overens med ny erfaring (Imsen, 2005).

En arbeidsmåte i matematikk som er knyttet til kognitiv konflikt, er *diagnostisk undervisning.* Diagnostisk undervisning bygger på ideen om at det er mulig å identifisere de tankene elevene har gjort seg opp om et kommende lærestoff, og hvilke misoppfatninger og hindringer elevene vanligvis møter på når de utvikler ulike begreper i matematikken. En diagnostisk undervisning vil da identifisere misoppfatninger og delvis utviklede begreper hos elevene, for så å tilrettelegge undervisningen slik at eventuelle misoppfatninger eller delvise begreper blir fremhevet. Dette gjøres ved å skape en kognitiv konflikt som deretter skal løses gjennom diskusjoner og refleksjoner i undervisningen, slik at det utvidede eller nye begrepet kan brukes i andre sammenhenger (Brekke, 1995, s. 19).

Hovedpoenget med denne arbeidsformen er å tilrettelegge undervisningen med aktiviteter som tar sikte på å fremheve misoppfatninger og begrepsmessige hindringer. Målet er å skape en reflekterende tenkning på høyt nivå rundt det som er det sentrale ved et begrep, og en god metode for å få fremme dette er å bruke konfliktdiskusjoner i undervisningen (Brekke, 1995).

## 2.4 Muntlig arbeid med matematikkfaget

Matematiske samtaler er en del av en fullstendig matematisk kompetanse, som vil gi elevene verktøy til å handle på en hensiktsmessig måte i matematikken. Forskere som Brekke (1995), Drageset (2014) og Stein et al. (2008) finner at matematiske samtaler kan bidra til at elevene lærer bedre. Dette kan oppnås ved at elevene får reflektere over matematiske problem, får eierskap til problemet, og deretter tenker høyt og evaluerer sin oppfatning av problemet sammen med andre.  En matematisk utforskende samtale vil kunne gi elevene en dypere begrepsforståelse og en trygghet i matematikken som bidrar til at elevene blir mer utforskende og kan lære på et høyere nivå. Dersom elevene bare lærer seg algoritmene i matematikken vil det utgjøre en ufullstendig matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002).

Ved at elevene har en egen begrepsforståelse og selvbygde ideer bak matematikken, kan det hjelpe dem å utvikle en helhetlig matematisk kompetanse. Det å kunne bruke matematikken er ikke nok, elevene må også kunne anvende og ta stilling til matematikken. Brekke (1995) viser til forskningsresultater som hevder at det å forstå begreper fremfor å pugge regel eller «bare å forklare» er mer effektivt med hensyn til læring. Elevene kan enklere forstå og lære seg regneteknikker og algoritmer dersom de har en dyp begrepsforståelse og innsikt i matematikken. Motsatt vil ikke regler og regneteknikker kunne gi elevene den forståelsen som en helhetlig matematisk kompetanse krever.

### 2.4.1 Matematiske utforskende samtaler

Matematiske samtaler kan forstås som en type undersøkende samtale som har til hensikt å fremme læring. Målet er «learning by talking» der deltagerne i fellesskap undersøker og utvikler sin forståelse av et emne. En matematisk samtale blir sett på som en undersøkende prosess, i motsetning til en type samtale som gir instruksjoner og er overtalende. En matematisk utforskende samtale innebærer at deltagerne må være villig til å stille spørsmål til sine egne forståelser og tidligere forståelser, slik at de kan undersøke hva som er nytt og annerledes (Skovsmose & Säljö, 2008). På den måten kan samtalen avsløre misoppfatninger og misforståelser, slik at deltagerne av samtalen kommer frem til nye oppdagelser og dermed får eierskap til undersøkelsesprosessen.

Johnsen-Høines og Alrø (2013) innfører samtalen både som begrep, og som et didaktisk grep. Samtalen som et begrep går på hvordan man forstår samtalen som en læringssamtale og studerer hvilke kvaliteter den skal ha. For eksempel har Alrø, Skovsmose og Skånstrøm (2003) definert en undersøkende matematisk samtale, og hvilke elementer som skal karakterisere en slik samtale som begrep: En må skape kontakt, oppdage, identifisere, tenke høyt, gjenta, utfordre, argumentere og evaluere. Ved å se på samtalen som et didaktisk grep kan den brukes som et virkemiddel til å oppnå en bestemt type læring eller læringsmiljø. Samtalen som grep og samtalen som begrep henger sammen med hverandre. Hvordan læreren forstår samtalen som en læringssamtale har betydning for hvordan læreren didaktisk legger til rette for læringssamtalen. Det er nødvendig at den som er i lærerrollen har et metaperspektiv på samtalen, at læreren har innsikter i samtalen og hvordan den utvikles, samtidig som han deltar i den og kan påvirke samtalens utvikling. Ved å ha metabevissthet over samtalen kan læreren holde fast ved samtalens intensjoner og gripe de mulighetene som dukker opp, og dermed få regi over den. For å kunne ta regi over samtalen må læreren ha kunnskap om samtalen som en ønsker å utvikle (Johnsen-Høines & Alrø, 2013). En utforskende samtale er en særlig type samtale der ingen vet svaret på forhånd.

Niss & Jensen (2002) viser til åtte delkompetansene som til sammen skal gi en helhetlig matematisk kompetanse. Disse delkompetansene er innbakt i læreplanen for matematikk, og her kommer også muntlig arbeid med matematikkfaget frem. Delkompetansene gir et godt argument til hvorfor man bør ha matematiske samtaler i undervisningen. Spesielt er det fire av delkompetansene som kan utvikles ved samtaler i klassen. Disse fire delkompetansene er tankegangskompetansen, resonnementskompetansen kommunikasjonskompetansen og problembehandlingskompetansen.

Tankegangskompetanse går ut på kunne stille gode matematiske spørsmål og vite hva slags type svar som kan forventes, altså å ha en bevissthet om hvilke spørsmål som er karakteristisk for matematikken. Denne kompetansen er ikke så ulik resonnementskompetansen som går ut på å tenke ut og gjennomføre formelle og uformelle resonnementer. En må kunne omforme resonnementer og antagelser til gyldige bevis og kunne følge og bedømme matematiske resonnementer og forstå hva et bevis er (Ibid). Her må elevene kunne argumentere for en påstand, og overbevise seg selv og andre om at denne påstanden er riktig. Muntlige ferdigheter i matematikk innebærer blant annet å gjøre seg opp en mening, stille spørsmål, argumentere og forklare en tankegang ved hjelp av matematikk, noe disse to kompetansene oppfyller. Kommunikasjonskompetansen tar for seg elevenes evne til å kommunisere i matematikk, med, og om matematikk. Her må elevene kunne forstå, tolke utsagn og tekster, og delta i en samtale hvor det kommuniseres ideer i matematikken. Problembehandlingskompetansen innebærer at elevene kan drøfte problemer og løsningsstrategier med hverandre (Ibid). Til sammen gir disse fire kompetansene et godt utgangspunkt for å bruke tid på matematiske utforskende samtaler i undervisningen.

### 2.4.2 Utfordringer ved å innføre matematiske utforskende samtaler

Utvikling er en prosess av «breaking away and opening up» (Engestrøm, 1996). Dette innebærer at den etablerte kulturen brytes opp, og at nye ideer tas inn. Vygotsky (1978) har formulert en generell lov for individets utvikling som sier at enhver funksjon i barnets kulturelle utvikling viser seg to ganger eller på to plan. Først på det sosiale planet i samhandling med mennesker, og deretter på det individuelle planet. Altså vil menneskers intellektuelle utvikling og tenkning ta utgangspunkt i det sosiale samspillet. Ved å bruke språket aktivt i samhandling med andre, vil elevene kunne utvikle en dypere forståelse (ibid).

Wæge (2006) har skrevet om den smertefulle prosessen det var for en lærer å endre undervisningspraksis. Her skulle læreren gå fra å ha en strukturert, teoretisk og intens undervisning basert på oppgaver og eksempler, til å vektlegge utforskning, eksperimentering og kreativitet i undervisningen. Den største utfordringen for læreren var å tørre å slippe kontrollen. Å utforske og eksperimentere med elevene slik at man kan komme inn på områder av matematikken man ikke er forberedt på, kan være ubehagelig for mange lærere. Lærere er vant til å være i en posisjon der man har kontroll over hva som skal læres, og at man selv sitter med svaret. Dette kan også være en forventing fra elevene, men i dette tilfellet viste det seg at elevene tilpasset seg den nye undervisningen kjapt. Læreren trengte derimot omentrent ett år før han var fortrolig med å være i en rolle der han ikke hadde kontroll over hvilke matematiske retninger undervisningsøkten kunne ta. I tillegg var det vanskelig å slippe kontroll over tidsbruken og den strukturerte planen over alle oppgavene som skulle gjøres (Ibid).

Stein, Engle, Smith & Hughes (2008) har erfart at det er vanskelig for lærere å gjennomføre matematiske undersøkende samtaler i klassen, og har kommet fram til 5 steg for hvordan læreren kan arbeide før, under og etter en klassediskusjon slik at den blir best mulig. Disse stegene skal hjelpe læreren med å få med hele klassen i en diskusjon slik at de får en dypere forståelse i matematikken. De sier i midlertidig at læreren må gi rom til elevene men ikke slippe kontrollen, elevene skal guides til å se den store sammenhengen. Det første steget for å ha en vellykket klassediskusjon går ut på at læreren på forhånd har tenkt ut og forutsett sannsynlige responser fra elevene på en krevende matematisk oppgave. I steg to skal læreren overvåke studentenes responser når de arbeider med oppgaven og er i en utforskningsfase. Deretter skal læreren i steg tre velge ut bestemte elever til å presentere sine matematiske svar i det som kalles diskusjons- og oppsummeringsfasen. I steg fire skal læreren målrettet velge rekkefølgen på elevenes svar som blir presentert, og sette de sammen slik at de danner en helhet. Da kan læreren til slutt i steg fem hjelpe klassen å lage matematiske tilkoblinger mellom forskjellige elevers responser og mellom elevers responser og de sentrale ideene. Alle stegene er tett knyttet opp mot hverandre, og ved å nøye utføre det forgående steget blir det lettere å fullføre alle stegene. Dersom man vellykket klarer å få til slike klassediskusjoner vil det skape en norm som gir elevene en følelse av at deres bidrag blir hørt og verdsatt, og elevene får eierskap til de sentrale matematiske ideene (Stein et al., 2008).

### 2.4.3 Matematisk utforskende samtaler i lys av tilpasset opplæring

Matematisk utforskende samtaler med engasjerte elever er et godt hjelpemiddel for å drive med tilpassa opplæring. Det er lettere å se hver enkelt elev dersom læreren oftere er i faglige samtaler med dem. Da kan det lettere avdekkes hvilke problemområder hver enkelt elev har, og hvor de trenger utdyping. De flinke elevene vil også ha nytte av matematisk utforskende samtaler, da de kan utfordres til å sette ord på det de kan, og forklare det til sine medelever. Da kan de også bli stimulert til å se på matematikken med ulike innfallsvinkler, og dermed utvikle en dypere begrepsforståelse.

Dersom det er kultur i klassen for å være muntlig aktiv vil det være lettere for elevene å stille spørsmål, og starte diskusjoner på områder de sliter med. Brekke (1995) har forklart at det vil være lettere for elevene å forstå matematikken, dersom problemene diskuteres og elevene ikke bare løser oppgaver om problemene. Da kan det også lettere tilpasses diskusjoner til det konkretet problemet en elev sliter med. Dersom elever er faglig sterke kan de utfordres ved å ta diskusjoner til et dypere nivå og dermed få dem til å reflektere over vanskelige problemstillinger. De svake elevene vil kunne dra nytte av dette ved at de får tilgang til ulike forklaringer og ulik måter å forstå matematikken på.

Løwing og Kilborn (2002) skriver om hvordan en individualisering kan skapes, slik at hver elev blir tatt hensyn til. Læreren har i oppgave å tilpasse stoffet en elev skal lære seg, til elevens forkunnskaper og utgangspunkt til å lære. De introduserer en spiral som skal være et bilde på basiskunnskap og fordypningskunnskap innenfor ulike områder i matematikken. Først må læreren se til at alle elever lærer seg de basiskunnskapene som ligger i kjernen av spiralen, og når en elev har oppnådd det angivelige basiskunnskapsmålet skal han ikke gå videre til et nytt basiskunnskapsmål, men heller tilegne seg så mye fordypningskunnskap som mulig innenfor det gitte basiskunnskapsmålet. Ved å ha matematisk utforskende samtaler vil det berøre kunnskapsnivået til hver enkelt elev. Elever er ulike og har forskjellige måter å forstå noe på. Matematiske samtaler vil utfordre dette, siden elevene vil måtte argumentere for sin måte å oppfatte ting på. Samtalen vil kunne endre eller klargjøre for flere oppfatninger og dermed få frem ulike måter å forstå matematikken på. Dermed kan hver enkelt elev endre eller bearbeide sin oppfatning slik at de får en bedre innsikt i matematikken.

En lærer kan på forhånd forberede matematiske problem som kan diskuteres i dybden, og som det er kjent at elevene sliter med. Ved å følge Stein et al. (2008) sine fem steg for å få til en vellykket klassediskusjon (se avsnitt 2.4.2), har læreren et godt utgangspunkt til å avdekke misoppfatninger og gi elevene en dypere begrepsforståelse. Da vil en utforskende matematisk samtale med engasjerte elever kunne virke som tilpasset opplæring. Elever som ellers ikke ville forstått begreper ved å gjøre en lang rekke øvelser, vil kunne oppdage sammenhenger og betydninger i gitte begreper, og faglig sterke elever vil måtte redegjøre og forklare sin måte å tenke på, og dermed vil elevene utdype sin matematiske innsikt. Kognitive konflikter og misoppfatninger løses best gjennom diskusjoner og refleksjoner i undervisningen (Brekke, 1995).

# 3. METODE

Metode kommer fra det greske ordet *methodos* som betyr «det å følge en bestemt vei mot et mål». En metode er en planmessig fremgangsmåte som ofte er basert på regler og prinsipper, og er særlig utbredt i forskning, vitenskap og filosofi (Tranøy, 2011). Kvalitativ forskning og kvantitativ forskning er to metodiske tilnærminger. Dersom forskningen benytter kvalitativ metode innebærer det å forske på menneskelige prosesser eller problemer i en virkelig setting, hvor forskeren spiller en åpen rolle (Postholm, 2010). Kvantitativ forskning bygger på mengde eller omfang, og benytter seg av data som er tellbare (kan kvantifiseres). Kvantitativ metode forsker i bredden, og bruker gjerne mange informanter, for eksempel ved et spørreskjema med få spørsmål og begrensede svaralternativer, eller ved analyse av eksisterende statistikker. Analysene utføres da ved hjelp av statistiske analyseteknikker.

Dette betyr ikke at kvalitative og kvantitative metoder er to ytterpunkter som utelukker hverandre, tvert imot vil mange kvalitative forskningsopplegg inneholde kvantitative elementer, og omvendt. Ofte kan det være et poeng å utnytte forskjellene med kvantitativ og kvalitativ metode for å belyse samme problemstilling, for eksempel ved å bruke den ene metoden som forberedelse eller oppfølging av den andre. Men det kan også være hensiktsmessig å samle inn kvalitative og kvantitative data i like stor grad, i en og samme undersøkelse, for eksempel ved klasseromstudier. Begrepskartet kvalitativ/kvantitativ avgjøres først og fremst av egenskapen av dataene som produseres og analyseres (Grønmo, 1996).

Metoden som er brukt i denne masteroppgaven er kvalitativt forskningsintervju. Avsnitt 3.1 tar for seg hvordan og hvorfor jeg skal bruke kvalitativt forskningsintervju som metode, og avsnitt 3.2 redegjør for kvalitativ metode, metodiske tilnærminger og forskningsintervju. Avsnitt 3.3 tar for seg de etiske problemstillingene som forekommer ved bruk forskningsintervju, og hvilke hensyn jeg må ta når jeg gjennomfører forskningsintervju i masteroppgaven. I avsnitt 3.4 vil bakgrunnen og planen for dobbeltimen i matematikk bli forklart, og i avsnitt 3.5 vil datamaterialet presenteres. I avsnitt 3.6 vil det redegjøres for hvordan jeg har planlagt å analysere dataene. Til slutt vil avsnitt 3.7 ta for seg undersøkelsens reliabilitet og validitet, og spørsmålet om forskningsintervju var den beste metoden for å få fram den kunnskapen jeg ønsket i forhold til temaet jeg har valgt.

## 3.1 Begrunnelse for valg av kvalitativt forskningsintervju

Begrepet metode betyr opprinnelig «veien til målet» (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 121). Da er det klart at målet med forskningen må være klargjort, før veien dit planlegges. Når det er bestemt *hva* som skal undersøkes, og hva hensikten med forskningen er, må det klargjøres *hvorfor* det skal forskes på. Ut i fra dette kan forskningsmetoden bestemmes. I tillegg er det nødvendig å vurdere hvilken informasjon det er mulig å få tilgang til, og hvilken teori som berøres. Noen metoder vil kanskje ha begrensninger som andre metoder ikke har. For kvalitativt forskningsintervju vil metoden avhenge mer av kvaliteten til den som intervjuer, og samspillet mellom intervjuer og den intervjuede, fremfor bestemte regler for metoden. Her vil metoden spille en mer avgjørende rolle når det kommer til analysen av intervjuene (Kvale & Brinkmann, 2009).

Et mål med denne oppgaven er å få et innblikk i livsverdenen (se avsnitt 3.2.1.1) til noen av deltagerne i dobbeltimen i sannsynlighet, hvor jeg skal gjennomføre undervisningsopplegget. Jeg ønsker å vite hvordan deltagerne har arbeidet med matematikkfaget tidligere, og hvilke erfaring de har med muntlig arbeid med matematikk. Jeg ønsker også å få stilt noen spørsmål som kan avdekke hvorvidt de forstår sannsynlighetsteorien i det som ble arbeidet med i dobbeltimen, hvordan de bruker matematisk terminologi, og begrepsforståelsen til deltagerne. Den beste metoden for å finne ut av dette vil være å intervjue dem. Da vil deltagerne få mulighet til å begrunne sine meninger, og selv forsøke å tolke sine synspunkter, og jeg kan stille oppfølgingsspørsmål. En kvantitativ metode som for eksempel et spørreskjema ville ikke gitt den samme informasjonen.

En annen grunn for å velge kvalitativt forskningsintervju i masteroppgaven, er at det gir en unik mulighet til å sette seg inn i elevenes syn og forståelse av innholdet i en dobbeltime, som kanskje kan avvike i fra mine egne hensikter med dobbeltimen. Å utføre et kvalitativt forskningsintervju på bakgrunn av et undervisningsopplegg jeg selv har laget, er noe som sjeldent lar seg gjøre etter at jeg har gått ut i læreryrket. I avsnitt 3.2.1 redegjøres det for kvalitativt forskningsintervju, og det tydeliggjøres hvor omfattende og krevende et slikt intervju kan være. Både rent tidsmessig, men også på grunn av egenskapene og kvaliteten på den som intervjuer. Kvaliteten på intervjuene avhenger av personen som utfører intervjuene, og som avsnitt 3.2.1.2 beskriver i intervjuundersøkelsens 7 stadier, er det nettopp stadiet hvor intervjuene utføres som er avgjørende for hvor god hele undersøkelsen blir. Dette var en utfordring jeg hadde lyst å ta, men det er nok også her masteroppgaven har sine svakheter.

Det å kunne få utforme et undervisningsopplegg basert på begrepsforståelse gjennom muntlige aktiviteter, teste det ut på en matematikklasse, og deretter få intervjue noen av deltagerne, var det som gjorde at jeg valgte forskningsintervju som metode i masteroppgaven. Å få en slik erfaring er noe jeg vil sette pris på når jeg en dag skal ut i jobb. For å bli en bedre intervjuer hadde det vært nødvendig med flere testrunder, både på intervjuene og på selve undervisningsøkten. Men på grunn av begrensninger og omfanget på masteroppgaven har ikke dette latt seg gjøre.

Jeg valgte å intervjue tre personer, og prøvde å finne tre frivillige som ville danne et utvalg med god spredning (se avsnitt 3.5). Intervjuene har et fenomenologisk perspektiv, og vil inneholde de tolv aspektene ved et forskningsintervju som er forklart i avsnitt 3.2.1.1 De er semistrukturert og forsøkt tolket ut i fra deltagernes egne perspektiver.

## 3.2 Kvalitativ forskning og forskningsintervju som metodisk tilnærming

«*Forskning som benytter kvalitative metoder studerer fenomener i deres naturlige setting, der de prøver å forstå (make sense of) eller tolke fenomener ut fra den mening folk gir dem*» (Denzin & Lincoln, gjengitt etter Ryen, 2002, s. 18).

I motsetning til kvantitativ metode, som arbeider med data som gir bestemte størrelser, er kvalitativ metode en arbeidsmåte som tar for seg meningsinnholdet i dataene, altså hva dataene betyr. Her legges det vekt på tolking og forståelse, og individene eller fenomenene studeres i den settingen de befinner seg i. For å kunne tolke dette må forskeren sette seg inn i deltagerens perspektiv, og dermed innta en aktiv forskerrolle. Men da vil også forskerens egne erfaringer og opplevelser påvirke forskningsfokuset. Forskeren må derfor streve etter å forstå meningen bak menneskers handlinger, og må tilegne seg kunnskap om menneskers opplevelser, erfaringer, forventninger og holdninger. Dette medfører at forskeren får en fortolkende rolle i hele undersøkelsesprosessen, og dermed er en medspillende brikke gjennom hele forskningsforløpet (Postholm, 2010).

Teori er et viktig redskap i kvalitativ forskning, og benyttes underveis ettersom nye data blir samlet. Teorien gir nye retninger for forskningen, men den endelige dataproduksjonen er et resultat av hva som skapes i samarbeid med forskeren og det som blir forsket på (Postholm, 2010). Individene som blir forsket på må studeres ut i fra den konteksten de befinner seg i. Det blir ikke etisk forsvarlig å se på individet som en isolert enhet, fordi meninger og handlinger som individet står for, er preget av et større bilde. Som regel er det nødvendig å se på flere kontekster for å forstå ei handling (Kvale & Brinkmann, 2009).

### 3.2.1 Kvalitativt forskningsintervju

Innenfor kvalitativ forskning finnes det et stort spekter av forskjellige metodiske tilnærminger. Blant annet samtaler, intervju, observasjon, tekster, bilder, film og så videre. Forskningsintervju er bare en av mange metodiske tilnærminger, og også herunder er det forskjellige typer intervju det kan velges mellom.

Et intervju er en samtale som har en bestemt struktur og hensikt, og skilles på den måten ifra vanlige hverdagslige samtaler. Hensikten med et forskningsintervju er å skaffe verdifull kunnskap gjennom en varsom spørre-og-lytte tilnærming (Kvale & Brinkmann, 2009).

I et kvalitativt forskningsintervju produseres kunnskapen gjennom samhandlingen mellom personen som intervjuer, og personen som blir intervjuet. Her er både intervjuerens ferdigheter og personlige egenskaper en avgjørende faktor for hvordan intervjuet utføres, og hvordan kvaliteten på intervjuet blir. Det kreves trening for å bli en høyt kvalifisert intervjuer som kan stille gode oppfølgingsspørsmål (Kvale & Brinkmann, 2009).

#### 3.2.1.1 Intervjutyper

Ulike intervjutyper kategoriseres ut i fra hvordan intervjuet struktureres, og hvordan fokus innholdet i intervjuet har. Forskjellige intervjutyper er blant annet diskursivt intervju, (rettet mot det språklige og sosiale samspillet i intervjusituasjonen), narrative intervju (intervju som fører frem til en strukturert historie), og konfronterende intervju (intervjueren utfordrer aktivt intervjupersonens oppfatninger) (Kvale & Brinkmann, 2009).

Et fenomenologisk perspektiv på et kvalitativt forskningsintervju går ut på å beskrive og analysere bevisstheten til den som blir intervjuet, ut ifra livsverden den personen befinner seg i. Målsettingen er å få vite hvilken betydning ulike fenomen i dagliglivet har for deltageren, og hvordan disse tolkes. Et slikt intervju er semistrukturert, det er ikke lukket som et spørreskjema, og heller ikke åpen som en samtale. Forståelsesformen i et slikt intervju vil ha 12 ulike aspekter:

| | |
|---|---|
| Livsverden | Livsverden til den intervjuede står i fokus |
| Mening | Formålet er å fortolke meningen med temaer i den intervjuedes livsverden |
| Kvalitativt | Målet er å innhente kvalitativ kunnskap |
| Deskriptivt | Ulike beskrivelser av livsverdenen til den intervjuede samles inn |
| Spesifisitet | Spesifikke situasjoner og hendelser beskrives |
| Bevisst naivitet | Intervjueren er åpen for nye, uventede fenomen og unngår fortolkningsskjemaer |
| Fokusert | Det fokuseres på bestemte temaer |
| Tvetydighet | Den intervjuede kan ha motsetninger i livsverdenen sin |
| Endring | Intervjuprosessen kan gi ny innsikt og bevissthet, slik at den intervjuede endrer sine egne beskrivelser og fortolkninger |
| Følsomhet | Ulike intervjuere kan få frem ulike uttalelser om det samme temaet. |
| Interpersonlig situasjon | Kunnskapen blir produsert gjennom den interpersonlige interaksjonen i intervjusituasjonen |
| Positiv opplevelse | Et vellykket forskningsintervju kan føre til at den intervjuede får ny innsikt i sin egen livssituasjon |

*Tabell 3.1: Tolv aspekter ved det kvalitative forskningsintervjuet* (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 47).

Det er også viktig å huske at et kvalitativt forskningsintervju ikke er en åpen og fri samtale mellom likestilte aktører. Det skapes et asymmetrisk maktforhold i intervjusituasjonen i og med at det er forskeren som fører intervjuet, og bestemmer hvilke svar som følges opp. Intervjuet er en enveisdialog, og det er den som intervjuer som står for fortolkningen av det som blir sagt (Kvale & Brinkmann, 2009).

#### 3.2.1.2 Intervjuundersøkelsens 7 stadier

Kvale og Brinkmann (2009) beskriver syv stadier innenfor en intervjuundersøkelse. Disse stadiene er et hjelpemiddel for å strukturere arbeidsprosessen med et forskningsintervju, hvor det ofte kan føles uryddig med alle faktorene som spiller inn. Disse stadiene er brukt som hjelpemiddel gjennom intervjuundersøkelsen i denne oppgaven, og de etiske problemstillingene i oppgaven er sett ut ifra de syv stadiene (se avsnitt 3.3). Det vil derfor redegjøres kort for de syv stadiene:

1. **Tematisering.**
   Formålet for intervjuundersøkelsen og forskerens oppfattelse av emnet klargjøres. Alle spørsmål som omfatter *hva* og *hvorfor* skal besvares før forskeren går løs på *hvordan* undersøkelsen skal gjøres, og dermed velger metode.
2. **Planlegging.**
   Hele undersøkelsen skal planlegges. Alt fra å innhente kunnskap til etiske implikasjoner som kan dukke opp ved undersøkelsen, bør være gjennomtenkt. Forskningsprosjektet skal være innmeldt til personverndata og alle moralske spørsmål skal være tatt hensyn til.
3. **Intervjuing.**
   Selve intervjuene bør utføres med en intervjuguide som grunnlag. Det skal tas hensyn til kunnskapen forskeren vil rette seg mot, og de mellommenneskelige relasjonene som oppstår i en intervjusetting. Det er avgjørende hvor godt intervjueren klarer å gjennomføre intervjuet, da det vil påvirke de etterfølgende stadiene.
4. **Transkribering.**
   I en transkribering skal intervjuene klargjøres for analyse. Som regel er intervjuet på muntlig form og må derfor overføres til skriftlig form. I denne fasen vil forskeren

kunne påvirke dataproduksjonen i og med at den mellommenneskelige interaksjonene som skjer i intervjuet vil bli tolket og nedskrevet av forskeren.

5. **Analysering.**
   Dette er en krevende fase av intervjuundersøkelsen. Her må forskeren på grunnlag av formålet og temaet for undersøkelsen, bestemme hvilken analysemetode som er best egnet for intervjuene. Forskjellige former for intervjuanalyse som kan brukes er: analyser med fokus på mening, (meningskoding, meningskondensering, meningstolkning), analyser med fokus på språk, (språkanalyse, konversasjonsanalyse, narrativ analyse, diskursanalyse, dekonstruksjon), og generelle analyser (bricolage, teoretisk lesning).
6. **Verifisering.**
   Her må forskeren vurdere hvorvidt intervjufunnene er generaliserbare, hvorvidt de er pålitelige (reliabilitet), og hvor gyldige de er i forhold til hva som var ment å undersøke (validitet).
7. **Rapportering.**
   Til slutt skal undersøkelsen ende i et lesbart produkt. Da må forskeren forsikre seg om at de undersøkelsesfunnene som er gjort, og metoden som er brukt, er formidlet i en form som overholder vitenskapelige kriterier. Forskeren skal også se til at det er tatt hensyn til alle de etiske sidene som undersøkelsen berører.

(Kvale & Brinkmann, 2009, s.118)

## 3.3 Etiske problemstillinger

«*I kvalitative intervjuer er det viktig å ivareta integriteten til de personene som intervjues både under selve intervjuet og i etterkant, når resultatene skal presenteres og fortolkes*» (Fangen 2009, s. 1).

En intervjuundersøkelse er preget av samspillet mellom forskeren og de intervjuede, og det er forskeren som står for analyse og tolkningen av dataene. Når forskeren studerer menneskers livsverden, og tolker meninger og handlinger som kommer frem, har forskeren et etisk ansvar. Forskeren må være klar over sin egen rolle i undersøkelsen, og at det kan være sårbart for den som blir intervjuet å fortelle om livsverdenen sin. Undersøkelsens mål bør være å produsere kunnskap, men det betyr ikke at kunnskapen har sin egen rett. Forskningens frihet må veies i forhold til de etiske problemstillingene som kan oppstå (Alver & Øyen, 1997).

Det finnes forskningsetiske retningslinjer å forholde seg til. De mest sentrale er: informert samtykke, konfidensialitet, konsekvenser og forskerens rolle. Informert samtykke betyr at forskningsdeltagerne skal informeres om forskningens mål, og eventuelle fordeler eller ulemper med å delta. Deltagelsen skal være frivillig, og deltagerne skal stå fritt til å trekke seg fra undersøkelsen når som helst. Forskningen skal også være konfidensiell, den skal ikke avsløre identiteten til deltakerne, og dersom de skal identifiseres må de selv samtykke til det. En kvalitativ undersøkelse bør ikke ha noen negative konsekvenser, men det må likevel tas stilling til hvilke konsekvenser deltagelsen kan ha for deltagerne, både underveis og i etterkant av forskningen. Forskerens rolle er avgjørende for kvaliteten på den vitenskapelige kunnskapen og de etiske beslutningene i et forskningsprosjekt (Kvale & Brinkmann, 2009).

En mulig negativ konsekvens ved utførelsen av forskningen til denne oppgaven, er at jeg må bruke elevenes skoletid for å få utført forskningen. Jeg fikk bruke en dobbeltime i matematikk til prosjektet mitt, men det medfører også at elevene ikke får bruke denne dobbeltimen til planmessig arbeid med matematikkfaget. Til gjengjeld stilte jeg derfor opp i to skoletimer i matematikk, hvor elevene fikk bruke meg som ressurs og hjelpelærer. Jeg passet også på å utføre dobbeltimen i sannsynlighet i den tidsperioden hvor elevene hadde dette emnet på timeplanen.

Gjennom hele intervjuundersøkelsens syv faser er det etiske problemstillinger å ta hensyn til. Jeg vil se på disse i lys av arbeidet med masteroppgaven, og hvilke hensyn som er gjort der:

*Temaet* for oppgaven bør ha vitenskapelig verdi, men også et mål om å forbedre den menneskelige situasjonen som forskes på. Denne oppgaven har vitenskapelig verdi i og med at den tar for seg muntlig arbeid med matematikk, og matematikklærere har nytte av å vite hvordan det kan jobbes slik med matematikkfaget. Det har også nytte for elevene ettersom at de kan få en ny måte å forstå matematikken på, men også å vise sine ferdigheter på.

*Planlegging.* Prosjektet er meldt inn til personvernombudet, og er godkjent for å utføres i skolen. Elevene som har deltatt på intervjuundersøkelsen har skrevet under på informert samtykke og er forsikret om at de vil bli anonymisert i oppgaven.

*Intervjusituasjonen* vil finne sted på skolen der elevene går, slik at det føles tryggere for dem. Elevene går på videregående skole, og alderen vil være mellom 16-19 år. En intervjusituasjon kan være nytt for dem, og det vil derfor forklares nøye hva prosjektet går ut på før det innhentes informert samtykke. Elevene kan få en positiv opplevelse ved å delta på intervjuet, ved at de blir mer reflektert over sannsynlighetsbegrepet og arbeidsmåter i matematikk.

*Transkribering* og *analysering.* Det er viktig at transkripsjonen blir så nøyaktig som mulig, og at ikke dataproduksjonen er påvirket av den mellommenneskelige intervjusituasjonen som fant sted. I analysen er det viktig å være kritisk til egne tolkninger, slik at det kommer klart fram i teksten hva som er egne tolkninger og hva som er deltagerens utsagn og tolkninger.

Når prosjektet skal *verifisere* må det vurderes hvorvidt det er produsert troverdig forskning som kan brukes. Her er det også kritiske spørsmål som kan stilles til meg som intervjuperson. Jeg har ingen erfaring med intervjuundersøkelser og har enda mye å lære for å bli en god intervjuer. Jeg mener midlertidig at jeg har god faglig bakgrunn på teorien som omhandler temaet på oppgaven.

Når prosjektet skal *rapporteres* er det nødvendig å forsikre seg om at konfidensialiteten er overholdt, og at offentliggjøringen ikke vil ha noen konsekvenser for deltagerne, matematikklassen de representerer, læreren eller skolen.

Kvalitative studier skiller seg fra kvantitative studier ved at det studerer meninger og innhold, og ikke bredde og omfang. Men det betyr også at det i gjennom hele studien vil være etiske hensyn som skal tas. Når jeg gjennomfører intervjuundersøkelsen er det ene og alene mitt ansvar å sørge for at alle de etiske spørsmålene blir stilt, og tatt hensyn til. Jeg ønsker at de skoleelevene som deltar på prosjektet mitt skal føle at integriteten deres er bevart og at oppgaven holder en høy moralsk stand.

## 3.4 Dobbeltime i matematikk

I dette avsnittet vil jeg redegjøre for undervisningsopplegget for dobbeltimen i matematikk. Dobbeltimen vil ha fokus på muntlige aktiviteter hvor det er lagt opp til at diskusjoner skal tas opp i klassen, med håp om å oppnå matematisk utforskende samtaler. Et overordnet mål er at elevene skal få bedre forståelse av sannsynlighetsbegrepet.

Oppgaven vil ikke ha fokus på utarbeidingen av undervisningsopplegget i dobbeltimen. Det vil derfor være en kort beskrivelse av undervisningsopplegget.

### 3.4.1 Bakgrunn og målet for dobbeltimen

Jeg har tidligere studert læreplanen, og lært hvordan matematikkplanen baseres på åtte matematiske delkompetanser som til sammen skal gi en helhetlig matematisk kompetanse, og undersøkt hva som kreves i de ulike delkompetansene (se avsnitt 2.2.2). I tillegg har jeg sett på hvordan muntlig arbeid beskrives i læreplanen, både som én av de fem grunnleggende ferdighetene «muntlige ferdigheter», men også i formålet for læreplanen i matematikk (se avsnitt 2.2.3). Kompetansemålene i matematikk inneholder også muntlige mål, og mål hvor det skal gjøres rede for matematiske begreper, blant annet sannsynlighetsbegrepet. På bakgrunn av dette valgte jeg å fokusere på muntlig arbeid i matematikk. Jeg hadde også erfart gjennom praksis og tidligere erfaringer at det foregikk lite muntlig arbeid i matematikktimene. Etterhvert som jeg har gått videre med å studere matematisk utforskende samtaler, bestemte jeg meg for å lage et undervisningsopplegg i sannsynlighet som skulle bruke muntlige aktiviteter med klassediskusjoner til å bygge opp om sannsynlighetsbegrepet.

Målet var å få til en dobbeltime i sannsynlighet der fokus var begrepsforståelse, og ikke formler og algoritmer. For å lykkes med det, valgte jeg at elevene skulle delta i klassediskusjoner og muntlige aktiviteter. På grunn av omfanget på masteroppgaven valgte jeg å fokusere på et lite område av læreplanen. Jeg valgte område sannsynlighet fordi det er et tema som lett lar seg relatere til virkeligheten, og fordi elevene ofte har kjente erfaringer fra dette område. Selv om elevene ikke nødvendigvis har tenkt på sannsynlighet når de har spilt yatzy eller andre spill, eller deltatt i lotteri og lignende, er disse tingene likevel kjent for elevene. Derfor er sannsynlighet også et område som lar elevene komme med kvalifiserte gjetninger. Selv om elevene ikke nødvendigvis vet hvilken fremgangsmåte og hvilket svar som er riktig i sannsynlighet, kan de komme med gjetninger basert på egne erfaringer og overbevisninger (intuisjon), og dermed også ha en egen mening om hva svaret burde bli. Dette kan igjen bidra til at elevene lettere vil ta del i matematiske utforskende samtaler.

Jeg valgte å bruke terningspill i undervisningsopplegget, fordi det er kjent for elevene, og det dekker mange områder innenfor sannsynlighet. Disse områdene kan sammen bygge opp om sannsynlighetsbegrepet, og øke forståelsen for sannsynlighetsteori, uten å innføre regler og formler. Dobbeltimen er lagt opp til at den skal dekke sannsynligheten for en hendelse, utfall, utfallsrom, gunstige/mulige utfall, total sannsynlighet, «store talls lov» og sammenhengen mellom brøk, desimaltall og prosent i sannsynlighet.

### 3.4.2 Plan for dobbeltimen

Dobbeltimen skal utføres på videregående skole, i en samlet klasse med 25 elever som har matematikkprogrammene 1P og 1T. Jeg har fått disponere en dobbeltime i matematikk på 80 min, hvor de første 50 minuttene skal følge undervisningsopplegget med terningspill, tabell og klasseromdiskusjoner. De resterende 30 minuttene skal brukes på å intervjue tre elever, hver for seg, i et nærliggende rom. Resten av klassen skal da arbeide med oppgaver i sannsynlighet fra arbeidsplanen sin.

**Terningspill**

Hver elev velger seg et tall fra 2-12, tilsvarende summen av øyne når to terninger kastes samtidig. Hensikten med spillet er å få det tallet man har valgt seg, flest ganger. Elevene kaster terningene 20 ganger, og noterer ned antall ganger de har fått tallet de valgte seg. Etter hvert som elevene blir ferdige, går de opp på tavla og skriver navnet sitt, tallet de valgte og antall ganger de fikk det valgte tallet på 20 kast. Den som har fått tallet sitt flest ganger, vinner.

**Klassediskusjon**

- Hvorfor valgte de det tallet de gjorde? (Lykketall, fødselsmåned, erfaring, forventet å få det flest ganger)

- Hvilket tall vant?  Er det noen av tallene som skiller seg ut på tavla? Hvilke av tallene er blitt kastet flest ganger, og minst ganger?
- Hvorfor ble det sånn? Bare flaks, eller kan det være andre forklaringer bak?
- Ville resultatene endret seg om man kastet terningene 100, 1000 eller 1 000 000 000 ganger? Hvordan da?
- Eventuelle andre innspill

**Tabell 3.2**

Hver elev setter opp en tabell som viser terning 1 kolonnevis og terning 2 radvis, og fyller ut hva summen på terningene vil bli for de ulike kastene:

| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| **6** | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

*Tabell 3.2: Utfallsrom ved kast av to terninger*

**Klassediskusjon**

- Hva beskriver tabellen?
- Viser tabellen alle mulige resultat som kan forekomme når man kaster to terninger? Er det noe annet som kan skje?
- Samsvarer tabellen med resultatet på tavla? På hvordan måte? Eventuelt hvorfor ikke?
- Hva er sannsynligheten for å få summen 12 når du kaster to terninger? Hva med 2, 6 og 9? Hvilket tall er det mest sannsynlig å få? Hvorfor?
- Åpen diskusjon, mål: få elevene til å forklare utfall og utfallsrom.

**Tillegg dersom tid: Tabell 3.3**

Hver elev lager en ny tabell som viser oversikten over sannsynligheten for å få de forskjellige summene 2-12, med hjelp av tabellen ovenfor. Første rad skal vise summen 2-12, andre rad skal presentere sannsynligheten for å få summen i brøk, tredje rad skal presentere sannsynlighet i desimaltall, og den siste raden skal vise sannsynligheten i prosent. Til sist skal det plasseres en kolonne lengst til høyre som summerer opp sannsynlighetene.

| **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **Sum** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1/36 | 2/36 | 3/36 | 4/36 | 5/36 | 6/36 | 5/36 | 4/36 | 3/36 | 2/36 | 1/36 | |
| 0,028 | 0,056 | 0,083 | 0,111 | 0,139 | 0,167 | 0,139 | 0,111 | 0,083 | 0,056 | 0,028 | |
| 2,8 % | 5,6 % | 8,3 % | 11,1 % | 13,9 % | 16,7 % | 13,9 % | 11,1 % | 8,3 % | 5,6 % | 2,8 % | |

*Tabell 3.3: Sannsynligheten uttrykt som brøk, desimaltall og prosent*

**Klassediskusjon**

- ❖ Hvilke summer har klassen fått i kolonnen lengst til høyre? (Skrive ned ett utvalg på tavla)
- ❖ Varierer svarene? Hvorfor/hvorfor ikke? Eventuelt hvor mye varierer de?
- ❖ Hvilket svar er riktig? Dersom alle desimalene var tatt med, hva ville summen blitt? Hvorfor? (Eventuelt diskusjon brøk vs. desimaltall og prosenttall)
- ❖ Hvorfor kan ikke sannsynligheten bli mer enn 1?
- ❖ Når er sannsynligheten 0? Viser den første tabellen noen resultat som har sannsynligheten 0? Hvorfor/hvorfor ikke?

### 3.4.3 Elevenes bakgrunn i emnet sannsynlighet

Klassen jeg samarbeidet med hadde startet på emnet sannsynlighet den samme uken jeg skulle utføre dobbeltimen i sannsynlighet. Dette var deres første møte med sannsynlighet på videregående skole, men elevene hadde erfaringer fra arbeid med sannsynlighet på ungdomsskolen. Klassen hadde startet arbeidsperioden i sannsynlighet ved å gjøre datasimuleringer og eksperimenter. De hadde blant annet lagt sammen klassens resultater da hver elev simulerte 100 kast av en mynt på datamaskinen, i et eksperiment for å komme frem til Store talls lov.

Elevene hadde også gjennomført to skoletimer om emnet sannsynlighet. Disse ble utført dagen før jeg gjennomførte dobbeltimen i sannsynlighet med påfølgende intervju. De to skoletimene dagen i forveien var styrt av matematikklæreren for klassen, og jeg var tilstede som hjelpelærer. I disse skoletimene hadde matematikklæreren en introduksjon til sannsynlighetsregning, hvor læreren forklarte begreper som hendelse, utfall og utfallsrom. Etter hvert gikk også læreren gjennom valgtre hvor han blant annet viste et valgtre for kast av to terninger. Matematikklæreren nevnte også at sannsynligheten aldri kunne bli mer enn 1, uten å utdype dette videre. Jeg observerte da at noen av elevene stusset på dette.

På grunn av dette bestemte jeg å lage en utvidelse av tabell 3.2, nemlig tabell 3.3 hvor elevene skulle utrykke sannsynligheten for hver av summene 2-12 som brøk, desimaltall og prosent (se avsnitt 3.4.2). Jeg gjorde om tidsskjemaet for dobbeltimen slik at det ble satt av tid til å diskutere summen av alle utfallene i tabell 3.3, og hvorfor sannsynligheten ikke kunne bli mer enn 1.

## 3.5 Presentasjon av datamaterialet

Datamaterialet består av loggen fra dobbeltimen i sannsynlighet og transkripsjon av tre elevintervjuer.

Loggen tar for seg utførelsen av dobbeltimen, hva som faktisk skjedde, og beskrivelse av klassediskusjonene som fant sted i dobbeltimen. Loggen er skrevet av meg etter at dobbeltimen var utført. I analysen vil et sammendrag av loggen bli brukt til å gi et innblikk i hvordan dobbeltimen ble gjennomført, og hva elevene var gjennom av aktiviteter. Videre vil samtalene i klassediskusjonene beskrives, slik at de kan vurderes i lys av matematisk utforskende samtaler.

I loggen fra dobbeltimen vil det ikke vises til hvilket kjønn elevene hadde, og elevene blir derfor omtalt som hannkjønn. Dette er gjort av hensyn til den kjønnsmessige ubalansen i klassen, og fordi kjønnsperspektivet ikke er fokus i oppgaven. Jeg ønsket likevel at begge kjønn skulle være representert i intervjuene, slik at utvalget ble så bredt som mulig. I intervjuene har informantene fått fiktive navn.

I forkant av første møte med matematikklassen hadde jeg bestemt meg for å invitere tre elever til å delta på intervju. Jeg ønsket å finne tre informanter med ulike kriterier. Klassen jeg besøkte hadde 25 elever, 2 gutter og resten jenter. Elevene var fordelt på matematikkretningen 1T og 1P, hvorav flesteparten hadde retningen 1P. Mitt første møte med klassen var dagen før jeg skulle utføre dobbeltimen i sannsynlighet. Klassen hadde da to skoletimer i matematikk hvor jeg deltok som hjelpelærer. Etter at jeg hadde snakket og blitt litt kjent med elevene, bestemte jeg meg for å invitere to jenter og en gutt til å delta på intervjuundersøkelsen. De tre elevene svarte umiddelbart ja til å delta.

**Informant 1: «Freddy»**

Jeg ønsket at en av informantene skulle være gutt, slik at begge kjønn var representert. Freddy satt på nest bakerste rad, og hadde i noen få tilfeller rekt opp handa både for å svare på spørsmål, og for å spørre om hjelp. Freddy hadde matematikkfaget 1T, og lå an til å få karakteren 3.

**Informant 2: «Synne»**

Synne var ei stille jente som satt på bakerste rad. Hun hadde i ett tilfelle svart på et spørsmål fra læreren i de to skoletimene der jeg deltok som hjelpelærer. Synne lå an til å få toppkarakter i matematikkfaget 1T.

**Informant 3: «Bente»**

Bente var en del av en jentegjeng som satt på fremste rad. Hun var muntlig aktiv både faglig og utenom faglig i de to skoletimene hvor jeg var hjelpelærer. Bente er den eneste av de tre informantene som hadde matematikkfaget 1P, hvor hun lå an til å få karakteren 3.

Intervjuene av de tre elevene ble spilt inn på lydopptaker. I etterkant har jeg transkribert intervjuene, og fått dem over på skriftlig form slik at de lettere lar seg analysere. Når intervjuene er strukturert i tekstform er det lettere å få oversikt over materialet, og det er transkripsjonen som vil bli brukt som datamateriale og analysert i analysekapittelet. Transkripsjonen fra lydopptak til skrift er gjort med skriftspråkstil, det vil si at transkripsjonen er på bokmål, selv om deltakerne snakker dialekt. Men dersom ord på dialektform ikke har tilsvarende ord på bokmål, er det dialektordet som vil bli brukt. I transkripsjonen har jeg også tatt med pauser, nøling og følelsesuttrykk som latter og sukk. Et naturlig spørsmål som vil komme frem i kvalitetskontrollen i avsnitt 3.7, er transkripsjonens reliabilitet og validitet.

## 3.6 Analyse

Fokus for denne oppgaven er på muntlige aktiviteter i sannsynlighet, hvor klassediskusjoner blir lagt som grunnlag for å oppnå matematisk utforskende samtaler. Videre er målet at matematisk utforskende samtaler vil hjelpe elevene til å oppnå en dypere forståelse av sannsynlighetsbegrepet. Forskningsspørsmålet jeg ønsker å belyse er:

*«Hvordan kan muntlig aktivitet innvirke på elevers forståelse av sannsynlighetsbegrepet?»*

Som forklart i avsnitt 3.5 vil loggen fra dobbeltimen bli brukt til å vurdere hvorvidt diskusjonene i klassen fungerte som matematisk utforskende samtaler. Dette vil bare utgjøre en liten del av analysen, da analysens hoveddel vil bygge på elevsvarene som kommer frem i intervjuene.

Transkripsjonene av intervjuene vil bli analysert i forhold til temaene som tas opp i spørsmålene. Spørsmål 1 tar for seg arbeidsmåter i matematikk, og spørsmål 2 omhandler muntlig arbeid med matematikkfaget. Informasjonene informantene kommer med her vil bidra til å gi innsikt i deres erfaring med muntlig arbeid og andre arbeidsmåter i matematikk. Hovedfokus vil være på spørsmål 3, 4 og 5, hvor informantene skal forklare valg av tall i terningspillet, redegjøre for sannsynligheten, og forklare tabell 3.2 og eventuelle mønster i tabellen. Analyse av informantenes svar på disse spørsmålene vil kunne avdekke informantenes forståelse av sannsynlighetsteorien som ligger til grunn for aktivitetene i dobbeltimen. Her vil også informantenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet bli avdekket, og det legges derfor vekt på bruk av matematiske begreper og matematisk terminologi i informantenes svar. Til sist vil informantene i spørsmål 6 forklare hvilket tall de ville valgt dersom de skulle spille terningspillet på nytt. Her vil informantenes svar analyseres ut i fra den intuitive forståelsen de hadde, og hvorvidt det har oppstått en kognitiv konflikt.

Loggen fra dobbeltimen i sannsynlighet og transkripsjonen av de tre intervjuene ligger vedlagt i appendix.

## 3.7 Kvalitetskontroll

Kvaliteten på undersøkelsen som er gjort i denne oppgaven, avhenger av undersøkelsens reliabilitet og validitet.

### 3.7.1 Reliabilitet

Reliabiliteten sier noe om oppgavens konsistens og troverdighet, og hvorvidt resultatet kan gjentas på andre tidspunkter og av andre forskere ved hjelp av den samme metoden (Kvale & Brinkmann, 2009). For denne oppgaven er spørsmålet om reliabilitet under intervjuet, i transkriberingen, og i analysen, relevant. I tillegg kommer spørsmålet om resultatet av dobbeltimen er avhengig av tilfeldige dag-til-dag svingninger hos elevene som deltok. Jeg vil se på disse spørsmålene i lys av oppgaven min.

*Reliabilitet under intervjuet.* Kvaliteten på intervjuet er avhengig av kvaliteten på den som utfører intervjuet. Jeg har ingen tidligere erfaringer med å utføre intervju, noe som førte til at jeg ble mer bevisst på å følge retningslinjene og intervjuguiden. Det kan likevel stilles spørsmål om informantene ville ha endret sine svar i et intervju med en annen forsker. For å unngå dette formulerte jeg spørsmålene så tydelig som mulig, slik at de ikke kunne misforstås. I tillegg er noen av spørsmålene åpne slik at det i hovedsak er informantenes svar som former intervjuet. Jeg unngikk å stille ledende spørsmål, og oppfølgingsspørsmål ble bare stilt dersom de kunne lede i viktige retninger.

*Reliabilitet i transkriberingen.* Transkriberingen er en kritisk fase i forhold til troverdigheten av undersøkelsen, hvor det er viktig å unngå at den samme uttalelsen kan bli transkribert ulikt av to forskjellige personer. For å unngå dette har jeg utført transkriberingen så nøyaktig og direkte som mulig. Jeg har vært bevisst på at mine egne oppfatninger av hva elevene formidlet, ikke skal påvirke transkripsjonene. Dersom informantene har utøvet et kroppsspråk i forbindelse med svarene sine, har jeg unngått å la det forme måten svaret ble skrevet ned på. Dersom informantene for eksempel flirer eller har tatt en tenkepause i svarene sine, kommer det frem i transkripsjonen som (flirer) og (pause).

*Reliabilitet i analysen.* Jeg har gjennom hele prosessen med analyseringen av intervjutranskripsjonene vært bevisst på at jeg ikke skal trekke egne slutninger ut av svarene. Jeg har heller fokusert på å finne forskjellige mulige årsaker til at informantene sier det de sier, i lys av teori. I analysen kommer det klart frem hva som er egne tolkninger, og hva som er informantenes utsagn og tolkninger.

*Er resultatet av dobbeltimen avhengig av tilfeldige dag-til-dag svingninger hos elevene*? I undersøkelser med elever er det vanskelig å si noe om hvorvidt elevene gjør sitt beste, og hvorvidt de er påvirket av at en utenforstående skal bruke matematikktimen deres til å gjennomføre en studie. Derfor ble det i denne undersøkelsen viktig å klargjøre for elevene hva hensikten med dobbeltimen var, og på hvilken måte den var relevant for deres læring i matematikk. Jeg gjorde det klart at dobbeltimen i sannsynlighet ville fungere som alle andre skoletimer i matematikk, og ba derfor elevene oppføre seg som om det var en vanlig matematikktime. Jeg forklarte at jeg ønsket at de skulle være muntlig deltagende og svare på spørsmål, selv om de ikke nødvendigvis var sikre på svaret. For å gjøre dobbeltimen relevant for elevene passet jeg på å gjennomføre den når det aktuelle tema var på emneplanen, og at innholdet i dobbeltimen samsvarte med kompetansemålene i faget. Læreren for klassen var også tilstede i dobbeltimen i sannsynlighet, noe som kan ha bidratt til å forsterke at elevene så på dobbeltimen som en vanlig matematikktime.

### 3.7.2 Validitet

Validiteten sier noe om gyldigheten og styrken på oppgaven, og hvorvidt metoden faktisk kan brukes til å undersøke det den sier den skal undersøke (Kvale & Brinkmann 2009). Det relevante spørsmålet om validitet for denne oppgaven blir derfor: *Er forskningsintervju den beste metoden for å få fram den kunnskapen jeg ønsket i forhold til temaet jeg har valgt? Og måler jeg det jeg trur jeg måler?*

I avsnitt 3.1 begrunner jeg valget mitt av kvalitativt forskningsintervju som metode, og det pekes på flere punkt som viser at metoden er passende for studien min. Jeg valgte kvalitativ metode fordi jeg ønsket å se nærmere på elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet, og hvorvidt muntlig aktivitet kan innvirke på den. Dette fikk jeg undersøkt ved å la elevene utforske sin forståelse av sannsynlighetsbegrepet i dobbeltimen i sannsynlighet, og deretter forklare sin forståelse av det. Gjennom at informantene i åpne spørsmål fikk sette ord på hvordan de forstod sannsynlighetsteorien som lå til bunn i aktivitetene i dobbeltimen, fikk jeg innblikk i forståelsen deres.

Dersom resultatene av en intervjuundersøkelse vurderes som rimelig pålitelige og gyldige, gjenstår spørsmålet om hvorvidt funnene er generaliserbare. En vanlig innvending mot intervjuforskning er at det er for få informanter til at resultatene kan generaliseres (Kvale & Brinkmann 2009, s. 265). Jeg vil likevel forsøke å si noe om generaliserbarheten til denne undersøkelsen. En skoleklasse er ofte preget av et sammensatt miljø. Elevene er ulike, og har ulike måter å forstå noe på. Dette gjelder også for den skoleklassen hvor jeg gjennomførte dobbeltimen i sannsynlighet. I utvalget av informanter forsøkte jeg å finne elever med ulike kriterier slik at jeg fikk et utvalg med størst mulig bredde. Dersom hver av informantene kan representere ulike elevgrupper, er det godt mulig at de samme elevgruppene ville blitt representert i et utvalg i en annen klasse. Jeg tror derfor at jeg kunne fått samme resultat i andre skoleklasser på samme trinn.

# 4. ANALYSE

Analysen omhandler transkripsjonene av intervjuene og loggen fra dobbeltimen. Analysen av intervjutranskripsjonene er gjort med hensyn på informantenes svar; hvorvidt de bruker matematisk terminologi i svarene sine, forståelse av aktivitetene i dobbeltimen, og hvordan de arbeider med matematikkfaget. Loggen fra dobbeltimen blir brukt for å drøfte rundt hvorvidt det lyktes med matematisk utforskende samtaler i klassediskusjonene. Analysene omhandler ikke selve undervisningsopplegget.

Først tar avsnitt 4.1 for seg ett sammendrag av loggen fra dobbeltimen, hvordan klassediskusjonene gikk for seg, og til slutt en analyse med fokus på klassediskusjonene, hvor målet var å få til matematisk utforskende samtaler. Avsnitt 4.2 tar for seg intervjuene, og er delt opp etter spørsmålene i intervjuene. De to første spørsmålene tar for seg arbeidsmåter i matematikk, og muntlig arbeid med matematikkfaget. Hovedfokus vil være på spørsmål 3, 4 og 5 der informantene skal forklare bakgrunn for valg av tall, sannsynligheten for tallet og tabell 3.2. I spørsmål 6 svarer elevene på hvilket tall de hadde valgt, dersom de skulle velge på nytt.

## 4.1 Dobbeltimen

### 4.1.1 Sammendrag av logg fra dobbeltimen

Etter en kort introduksjon ble spillereglene for terningspillet forklart, og elevene fikk beskjed om å velge seg et tall mellom 2-12, tilsvarende summen av øyne ved kast av to terninger. Jeg forklarte at dette var en konkurranse hvor målet var å få sitt tall flest ganger på 20 kast. Etter at kastene var utført, skulle de gå frem til tavla og skrive navnet sitt, tallet de valgte, og hvor mange ganger de hadde fått tallet de valgte. Da alle elevene hadde ført opp resultatet sitt ba jeg elevene studere resultatene på tavla, og se etter noe som skilte seg ut. Tallene 3-12 var representert, men ingen elever hadde valgt tallet 2. Deretter forsøkte jeg å få til en diskusjon i klassen på hvorfor resultatene var som de var, og hvorvidt noen av tallene skilte seg ut (se avsnitt 4.1.2).

Elevene fikk beskjed om at det skulle settes opp en tabell som viste terning 1 kolonnevis med tallene 1-6, og tilsvarende for terning 2 radvis, og brukte hendene til å understøtte hva jeg mente. Jeg forklarte videre at rutene skulle inneholde summen for de ulike kombinasjonene av øyne de to terningene ville gi. Jeg satte opp tabell 3.2 (se avsnitt 3.4.2) på tavla, men fylte ikke inn rutene. Noen av elevene gikk straks i gang med å utfylle tabellen, mens andre elever ville ha mer veiledning på hvordan de skulle fylle den ut. Jeg pekte da på ruten øverst til venstre, og spurte elevene hva summen av øyne ville bli dersom begge terningene viste 1. En elev svarte 2, og jeg skrev 2 i den ruten. Videre pekte jeg på ruten øverst i neste kolonne, og spurte hva summen ville bli dersom den ene terningen viste 1, og den andre viste 2, og den samme eleven svarte at det ville bli 3. Jeg skrev 3 i ruten og ba elevene fortsette på samme vis, og fylle ut resten av tabell 3.2 selv. Underveis da de fylte ut tabellen, ba jeg dem se etter et mønster. Da alle elevene hadde fylt ut tabell 3.2 hadde det gått 20 min av dobbeltimen. Det var da klart for å reflektere over tabellen, og jeg tok opp spørsmålene som er listet opp i avsnitt 3.4.2 (se klassediskusjonen i avsnitt 4.1.2).

Etter at spørsmål rundt tabell 3.2 var tatt opp, fikk elevene beskjed om at en ny tabell (tabell 3.3, se avsnitt 3.4.2) skulle settes opp. Denne skulle ta for seg tallene 2-12 kolonnevis, slik at hvert tall hadde en egen kolonne, og under hvert tall i hver kolonne skulle det være tre rader. Videre skulle de bruke den forrige tabellen (tabell 3.2) til å fylle inn sannsynligheten for å få hvert av tallene 2-12. Den første raden skulle ta for seg sannsynligheten for tallet som brøk, den andre raden som desimaltall, og den siste raden skulle utrykke sannsynligheten som prosent. Også her viste jeg tabellen på tavla, uten å fylle inn rutene.

Etter at noen av elevene utrykte forvirring rundt hva de skulle gjøre, forklarte jeg hvordan de skulle gjøre det for tallet 2. Jeg spurte hva sannsynligheten var for å få 2, og flere elever svarte umiddelbart 1/36, og jeg fylte inn dette i den øverste raden i kolonnen for tallet 2 (se tabell 3.3). Videre sa jeg at de måtte finne frem kalkulatorene, og fylle inn svaret som desimaltall i raden under. En elev hadde regnet dette ut på kalkulatoren, og svarte at det skulle bli 0.028, og jeg skrev det inn i den gjeldende ruten. Jeg spurte hva dette tilsvarte i prosent, og fikk 2.8 % som svar. Svaret ble fylt inn i den siste raden i kolonnen for tallet 2.

Deretter klarte elevene seg fint på egenhånd, og det så ut til at de hadde god kontroll på overgangen fra brøk til desimaltall, og videre til prosent. Etter at elevene hadde fylt ut resten av tabellen skulle de legge til en kolonne lengst til høyre, etter kolonnen for tallet 12, hvor de skulle skrive sum. Denne kolonnen skulle inneholde summen av brøkene, summen av desimaltallene, og summen av prosentene. Dette gjorde de på egenhånd uten hjelp. Jeg spurte hvilke summer de hadde fått da de la sammen desimaltallene, og skrev opp 5 ulike svar på tavla: 0.96, 1.04, 0.98, 1.005 og 1.032. Jeg spurte videre hvilket svar som var riktig, og forsøkte å få elevene til å drøfte rundt hvorfor sannsynligheten ikke kan bli mer enn 1 (se avsnitt 4.1.2).

Deretter skulle elevene gå i gang med oppgaver på arbeidsplanen i matematikk. Her hadde jeg og matematikklæreren funnet oppgaver som var i samsvar med aktivitetene som var gjennomført i dobbeltimen. Etter at elevene var i gang med oppgavene tok jeg ut en og en av de 3 elevene som var valgt ut til intervju, og utførte intervjuene.

### 4.1.2 Klassediskusjonene i dobbeltimen

Elevene som har deltatt i diskusjonene vil bli omtalt som hankjønn, uavhengig om det er gutter eller jenter som uttaler seg. Dette er gjort av hensyn til den ulike kjønnsfordelingen i klassen.

#### 4.1.2.1 Klassediskusjon av elevresultatene på tavla

Den første diskusjonen det var lagt opp til å ta i fellesskap, var da alle elevene hadde notert på tavla tallet de valgte og hvor mange ganger de hadde fått det. Jeg startet med å be elevene studere resultatene på tavla og se om de så noe som skilte seg ut. Da var det umiddelbart en elev som rakk opp handa og sa at det var mye av tallet 8. En annen hevdet at en av dem som hadde valgt seg tallet 11, og var den som hadde fått sitt tall flest ganger, hadde jukset. Jeg spurte hvorfor eleven trodde det, og han svarte at han hadde sett det. Da flirte den gjeldende eleven, men han sa ikke imot. En av dem som hadde valgt seg tallet 8, og fått flest 8ere, hevdet at det da var han som hadde vunnet. Det var ingen i klassen som sa imot på det. Jeg spurte hvem det var som hadde valgt seg tallet 12, og eleven gjorde seg til kjenne. Han hadde ikke fått sitt tall noen ganger. Jeg spurte hvorfor han hadde valgt 12, og han svarte at han ikke visste, men det var det første tallet han tenkte på. Jeg spurte klassen om hvilke tall som var blitt kastet mange ganger, og hvilke tall som ikke var det. En elev sa at han hadde sett at det var kastet mange 7ere, men at han ikke hadde valgt seg tallet 7 så han visste ikke hvor mange gang det var blitt kastet. Jeg spurte om elevene kunne se ut i fra tallene på tavla om det var noen av tallene der som utmerket seg. Da svarte en annen elev at de midterste tallene var kastet mer enn de høye og lave tallene, foruten om den ene som hadde valgt seg 11. Jeg spurte om han trodde det var tilfeldig, eller om det kunne være andre forklaringer bak, og eleven svarte da at han ikke visste. Videre spurte jeg klassen om hvordan de trodde resultatene på tavla ville endre seg, dersom terningene ble kastet uendelig antall ganger. Etter noen sekunders pause var det en som mente at det ville jevne seg ut. Jeg spurte hvordan da, og eleven sa at han visste ikke, men at tallene sikket ville bli kastet like mange ganger.

#### 4.1.2.2 Klassediskusjon av tabell 3.2

Etter hvert som elevene fylte ut tabell 3.2 ba jeg dem om å se etter et mønster. Da alle elevene hadde fylt ut tabellen spurte jeg om de la merke til noe spesielt. En elev svarte at tallene gikk i rekkefølge, og at de forflyttet seg med en for hver nye rad, slik at første rad var 2-7, andre rad 3-8, og så videre, til siste rad var 7-12. En annen elev kommenterte at dette gjaldt både bortover og nedover, slik at mønsteret på en måte ble speilvendt. Etter en liten pause spurte jeg om det var flere som hadde noe å tilføye. En tredje elev svarte da at 7 gikk på skrå over tabellen, slik at det var flest 7ere, og at det deretter ble mindre og mindre av de andre tallene, jo lengre unna 7 du kom. Videre spurte jeg elevene om hva tabellen egentlig viser. Etter litt stillhet svarte en elev at den viser de forskjellige tallene du kan få når du kaster to terninger. Jeg nikket og spurte videre om tabellen viste *alle mulige* utfall som kan forekomme når man kaster to terninger? Det ble da stille i klasserommet. Jeg spurte om det var noe annet som kunne skje. Det ble igjen stille. Etter at noen elever på fremste rad hadde hvisket med hverandre, sa de til slutt nei, at det ikke var noe annet som kunne skje, ikke hvis det var snakk om andre tall som kunne bli kastet. Jeg sa meg enig, og bekreftet at tabellen viste alle mulige tilfeller av summen på antall øyne på to terninger som kastes. Jeg spurte videre om noen hadde et navn for hva tabellen da viste. Det var ingen som svarte umiddelbart. På bakerste rad var det en elev som satt sammen med matematikklæreren for klassen. De hadde hvisket litt sammen, og etter en stund svarte eleven at tabellen viste utfallsrommet.

Jeg spurte klassen om tabellen de hadde satt opp samsvarte med resultatet på tavla. En elev mente at den ikke gjorde det siden resultatet på tavla viste flest 8ere. En annen elev mente at det samsvarte siden de som hadde valgt seg tall i midten hadde fått de flest ganger. En tredje elev sa at det stemte, fordi han var sikker på at dersom han hadde valgt seg 7, ville han fått det flest ganger. Jeg spurte hvorfor han trodde at 7 hadde kommet flere ganger enn de andre tallene, og han svarte da at 7 var mest sannsynlig å få. Jeg smilte, og spurte hvorfor det var slik. En annen elev svarte at det var mest sannsynlig å få 7, deretter 6 og 8 og så videre. Jeg spurte hva sannsynligheten var for å få 12, og siktet til han som hadde valgt seg 12 og ikke fått det noen ganger. Han svarte at det var bare en gang 12 ville bli kastet. Jeg spurte av hvor mange kast da, men ingen svarte med det samme. Etter hvert svarte en elev sannsynligheten for å få 12 var 1/36, fordi det var bare én av de 36 rutene som ga 12. Jeg nikket og spurte hva sannsynligheten for å få 2 var, og en elev svarte umiddelbart at det også var 1/36. Jeg spurte videre hva med tallet 6, og flere elever svarte 5/36. Deretter spurte jeg for tallet 9, og fikk svaret 4/36 fra flere elever.

#### 4.1.2.3 Diskusjon av tabell 3.3

Etter at elevene hadde satt opp tabell 3.3, spurte jeg hvilke summer de hadde fått da de la sammen desimaltallene, og skrev opp 5 ulike svar på tavla: 0.96, 1.04, 0.98, 1.005 og 1.032. Jeg spurte elevene hvilket svar som var riktig, og en elev svarte straks at det skulle være 1. Jeg spurte hvorfor, og eleven svarte at når du legger sammen brøkene blir det 36/36 som er 1, derfor var det 1 som var riktig. Jeg spurte hvorfor svarene varierte slik de gjorde. En elev svarte at det kom an på hvordan du hadde forkortet svarene før du la dem sammen, men hvis alle desimaltallene var tatt med, ville det blitt 1. Jeg spurte om resten av klassen var enige med dette, og det var de. Jeg spurte videre hvorfor det er slik at sannsynligheten ikke kan bli mer enn 1. En elev svarte da at det tilsvarte 100 %, at da har alt som kan skje, skjedd, og at det på en måte ikke er noe mer som kan skje. En annen elev svarte at det hørte sammen med prosenten, og at det gikk an å tenke at slik som sannsynligheten varier mellom 0 og 100 %, varier den også mellom 0 og 1. Det var bare en annen måte å si det på.

### 4.1.3 Klassediskusjonene sett i lys av matematiske utforskende samtaler

Da elevresultatene på tavla ble diskutert, deltok omentrent én tredjedel av elevene i klassen i samtalen. Flesteparten av elevene uttrykte seg ikke. Ingen av elevene nevnte at noen tall kunne være mer sannsynlige å få enn andre tall, og en elev foreslo at resultatene ville jevne seg ut i det lange løp, og at summene 2-12 dermed ville være like sannsynlige å få. Det var i all hovedsak jeg som stilte spørsmål og elevene som svarte. I de tilfellene hvor elevene svarte at de ikke visste, gikk jeg videre til neste spørsmål. Det kan derfor hende at jeg som klasseleder bidro til at diskusjonen ikke tok en mer matematisk utforskende retning.

Utfylling av tabell 3.2 viste seg å være vanskelig for noen elever. Da de henvendte seg til meg for hjelp, viste jeg hvordan de skulle fylle ut de to første rutene. Elevene hadde da ikke brukt særlig tid på å finne ut av tabellen selv, men forventet at jeg skulle forklare for dem hvordan de skulle gjøre det. Jeg klarte ikke å kaste spørsmålet tilbake til dem, og var antagelig for rask med å komme med svar. Det kan være at elevene ikke var vant med å utforske på egenhånd, og foretrakk å bli guidet gjennom problemer. Da dette var i starten av timen kan det ha bidratt til at elevene fikk forventninger om at jeg var den som stilte spørsmål og ga svar dersom de ikke viste svaret. Dermed kan dobbeltimen fort ha fått merke på seg som å være en «typisk» matematikktime med spørsmål, svar, og respons fra læreren, fremfor en matematikktime med matematisk utforskende samtaler.

Da tabell 3.2 ble diskutert, var det flere elver som deltok enn da elevresultatene på tavla ble diskutert. Mot slutten av diskusjonene var flere av elevene blitt ivrige på å dele tankene sine, og var raskere til å svare. Jeg ønsket at elevene skulle forklare utfall og utfallsrom, men det førte til at det var jeg som stilte spørsmålet, og ledet/hintet dem frem til svaret. Jeg gikk gjennom en del av nøkkelspørsmålene i intervjuene, og ville ikke avsløre for mye. Likevel fikk jeg inntrykk av at diskusjonen fikk elevene til å oppdage at noen tall var mer sannsynlig å få enn andre tall. Jeg bestemte meg for ikke å prøve å få elevene til å utdype forklaringene mer enn de allerede var, for jeg ønsket at elevene som skulle intervjues ville prøve å forklare dette nærmere.

Etter at elevene hadde fylt ut tabell 3.3, ble fem ulike svar på den totale summen av sannsynligheten uttrykt som desimaltall, skrevet på tavla. Noen av elevene var da blitt ivrige på å svare, og svarte raskt på spørsmålene. Det kan være at elevene syntes at disse spørsmålene var lettere, og derfor var mer ivrig på å svare. Selv om det ikke var like mange som deltok muntlig, var flertallet av klassen mer oppmerksom i denne diskusjonen, og fulgte med på de som svarte.

I avsnitt 2.4.1 har jeg forklart matematiske samtaler som en type undersøkende samtale som har til hensikt å fremme læring. Målet er å lære gjennom å kommunisere, slik at elevene i fellesskap undersøker og utvikler sin forståelse av emnet. En matematisk utforskende samtale innebærer derfor at elevene må være villig til å stille spørsmål til sine egne forståelser og tidligere forståelser, slik at de kan undersøke hva som er nytt og annerledes (Skovsmose & Säljö, 2008). Hensikten med klassediskusjonene var å oppnå dette. Men for å oppnå matematisk utforskende samtaler må elevene ha en grunnforståelse av emnet som de kan utforske. Det er grunnlag for å anta at elevene fra tidligere er kjent med kast av én terning, både fra arbeid med sannsynlighet på ungdomsskolen og fra ulike spill som for eksempel Yatzy. Samtalene og tabellen i dobbeltimen bygger på forsøk med kast av to terninger, og det blir dermed en overgang fra et enkelt stokastisk fenomen, til et sammensatt stokastisk fenomen. Tidligere forskning viser at denne overgangen ofte er vanskelig og tidkrevende for elever (Iversen & Nilsson, 2007). Det kan være at elevene ikke hadde godt nok grunnlag for at klassediskusjonene skulle være matematisk utforskende, eller at diskusjonene det var lagt opp til ikke var utfordrende nok.

Ole Skovsmose (1998) beskriver det han kaller for *«undersøkelseslandskap»*, og som kan minne om matematisk utforskende samtaler: *«Det karakteristiske ved undersøgelseslandskaperne er imidlertid, at der ikke er formuleret opgaver, men at landskabet, måske initieret af lærerens utfordrende spørgsmål, inviterer eleverne til at gennemføre en udforskning»* Dette innebærer at spørsmål som «hva nå hvis?» ikke skal komme fra læreren, men fra eleven. Det blir altså ikke noe undersøkelseslandskap før eleven tar tak i lærerens invitasjon, og gjør spørsmålet til sitt eget (Lysø, 2005). Dette lyktes ikke jeg med i dobbeltimen. klassediskusjonen ble mere en situasjon som gikk ut på å spørre og svare i matematikk, hvor jeg som lærer stilte spørsmål, og elevene rakk opp handa for å svare. Svarene var konkrete og ikke utforskende eller spørrende, og antagelig på en form som de var vandt med fra tidligere matematikktimer. Det kan også være at jeg ikke var flink nok til å sende spørsmålene tilbake til elevene, eller at måten klassediskusjonen var lagt opp på ikke var god nok.

Det kan se ut til at elevene var vant til å guides gjennom problemstillinger i matematikk, og det kan være at matematisk utforskende samtaler ble vanskelig å få til fordi det var nytt for elevene. Selv om klassediskusjonene ikke inneholdt alle elementene som er beskrevet ovenfor, ble det likevel gjennomført lærerike samtaler i dobbeltimen, hvor elevene blant annet oppdaget at ikke alle summene var like sannsynlige å få. Det er positivt at elevene får utrykke seg muntlig i matematikken, og at de kan lære av svarene til hverandre.

## 4.2 Intervju

To jenter og én gutt ble intervjuet; Synne, Bente og Freddy. Synne og Freddy hadde matematikkretningen 1T, og Bente hadde matematikkretningen 1P. Informantene ble valgt ut i fra ulike kriterier, for å få mest mulig bredde i intervjuene (se avsnitt 3.5). Jeg intervjuet først Freddy, deretter Synne og til slutt Bente. Analysene er delt inn etter temaene som omhandles i spørsmålene. Spørsmålet blir presentert først, deretter kommer svarene fra hver informant, i den rekkefølgen de ble intervjuet. Analysen er skrevet underveis som informantene svarer på spørsmålene. Etter svarene på hvert spørsmål blir svarene analysert i forhold til hverandre og i lys av teori.

Informantene har fått nye navn for å sikre anonymitet.

### 4.2.1 Arbeid med matematikkfaget

***Spørsmål 1: Hvordan har du arbeidet med matematikkfaget tidligere?***

#### 4.2.1.1 Freddy

Intervjuer: «Når du jobber med mattefaget, enten hjemme eller på skolen, hva er det vanlig at du gjør?»

Freddy: «Ehh… Oppgaver.»

Intervjuer: «Jaha, så det er det det går i?»

Freddy: «Ja, eller, jeg prøver å gjøre så mange oppgaver jeg kan.»

Freddy nevner ikke noen andre arbeidsmåter enn oppgaver, selv om det blir spesifisert i spørsmålet at dette også gjelder i skolesammenheng. Dette samsvarer med *TIMSS*, som har dokumentert gjennom alle sine undersøkelser at individuell oppgaveregning er den klart vanligste arbeidsmåten i matematikk, også i undervisningstimene (Grønmo et al., 2010). Dette er også noe som går igjen hos de to andre informantene og vil bli diskutert videre i avsnitt 4.2.1.4.

#### 4.2.1.2 Synne

Intervjuer: «Når du gjør matte, enten hjemme eller på skolen, hva er det du gjør da?»

Synne: «Ehh, jeg vet ikke, det er vel prøve å få gjort litt sånn utfordrernes, ikke bare masse lette. Også hvis det er noen jeg sliter veldig med, så enten få hjelp hvis jeg ikke får til, så enten spørre noen som kan vite svare eller søke opp på nett. Eh, også da gjerne se om jeg finner flere slike oppgaver så jeg er sikker på at jeg klarer dem i fremtiden.»

Dette tolker jeg som at Synne snakker om oppgaver, selv om hun ikke nevner ordet «oppgaver» før i siste setning. Dersom hun ikke hadde nevnt «flere slike oppgaver» i svaret sitt, hadde det vært langt vanskeligere å tolke hva hun snakket om. Det er interessant i seg selv at hun ikke presiserer at det er oppgaver hun snakker om, men nøyer seg med å bruke betegnelsen «utfordrende» og «lette», som da tyder på at hun går ut ifra at jeg vet hva hun snakker om.

Selv om Synne også sikter til oppgaveregning, viser hun at hun har en bestemt måte å jobbe med oppgaver på. I følge *TIMSS Advanced 2008* var «løse oppgaver som ligner på eksempler i læreboka» den vanligste arbeidsmåten i matematikkundervisningen (Grønmo et al., 2010). Synne sin forklaring på hvordan hun arbeider med oppgaver, stemmer ikke overens med denne. Det ser ut til at hun velger oppgaver som krever mer hjelpemidler enn læreboka, i og med at hun «spør noen som kan vite svaret eller søker opp på nett» for å løse oppgavene.

Jeg tolker svaret «se om jeg finner flere slike oppgaver så jeg er sikker på at jeg klarer dem i fremtiden» som at Synne bruker internett eller andre hjelpere til å finne oppgaver som ligner på de oppgavene hun sliter med å løse, slik at hun kan forsikre seg om at hun kan løse dem i fremtiden. Dette svaret gjør at Synne sin arbeidsmåte kan plasseres under kategorien «Velger egne fremgangsmåter for å løse sammensatte problemer», som var 1 av 7 svaralternativer om arbeidsmåter i matematikk i *TIMSS Advanced 2008*. Det var for øvrig i underkant av 20 % av elevene som svarte at de benyttet denne arbeidsmåten halvparten av timene eller oftere (se avsnitt 2.3.1).

#### 4.2.1.3 Bente

Intervjuer: «Når du jobber med matten, enten hjemme eller på skolen, hva er det vanlig at du gjør?»

Bente: «Ehm, jeg bor jo på hybel så han pappa brukte jo å hjelpe meg før, men nå har det blitt litt mer vanskelig å ha han til å hjelpe, så jeg har begynt å gjøre mye mindre oppgaver hjemme siden jeg ikke får hjelp, siden jeg synes det er så vanskelig. Så når jeg jobber så er det liksom veldig enkle oppgaver, da velger jeg de enkleste fordi at jeg er så dårlig på å løse de vanskelige oppgavene helt alene, så, ja.»

Bente kategoriserer oppgaver i matematikk som «enkle» eller «vanskelige», men sier ikke noe om hva som gjør at en oppgave er enkel eller vanskelig, foruten om at hun trenger hjelp til å løse de «vanskelige» oppgavene. Synne på sin side skilte mellom «utfordrende» og «lette» oppgaver, og tok i bruk egne metoder for å kunne løse de mer utfordrende oppgavene. I likhet med Synne har Bente inkludert andre «hjelpere» når hun arbeider med matematikk, men for Bente har denne hjelpen vært hennes far. På bakgrunn av dette kan det tenkes at det de kategoriserer som «vanskelige» og «utfordrende» er oppgaver som ikke har løsningsmetoden åpenlyst i læreboka, men som krever mer utforsking eller andre hjelpemidler. Da kan det også tenkes at de «lette» og «enkle» oppgavene kategoriseres som oppgaver som ligner på eksempler i læreboka, eller oppgaver som kan løses ved hjelp av læreboka.

#### 4.2.1.4 Informantenes svar i lys av teori

Ingen av de tre informantene nevner noen andre arbeidsmåter i matematikk enn oppgaveregning, selv om spørsmålet presiserer at det gjelder arbeid med matematikk, både hjemme og på skolen. Det kan være at informantene tolker spørsmålet som at det gjelder deres individuelle måte å arbeide med matematikkfaget på, siden spørsmålet er på «du»-form, og at de dermed ikke inkluderer arbeid i undervisningstimene her. Verken Freddy, Synne eller Bente har nevnt matematikklærere, undervisningen eller medstudenter som en del av arbeidet i matematikk. Det kan også være at mesteparten av undervisningstimene i matematikk går til individuell oppgaveregning, og at det derfor bare er oppgaver informantene forbinder med arbeidsmåter i matematikk.

Ifølge *TIMSS Advanced 2008* er andre arbeidsmåter enn individuell oppgaveregning nedprioritert i undervisningstimene (Grønmo et al., 2010). Nesten 80 % av de norske ungdommene i *TIMSS Advanced 2008* svarte at de brukte arbeidsmåten «å løse oppgaver som lignet på eksempler i læreboka» hver eller nesten hver time, eller omentrent halvparten av timene (se avsnitt 2.3.1). Dette støttes av svarene informantene gav om arbeidsmåter i matematikk, og samsvarer med tidligere funn *TIMSS* har gjort. Sammen med resultater fra andre studier konkluderte *TIMSS Advanced 2008* med at det i norsk skole var overdreven vekt på individuelle arbeidsmåter i matematikk (ibid).

Dette gir gode argumenter for å lage undervisningsopplegg som bygger på muntlige aktiviteter. Både for variasjon i undervisningen, at ikke arbeidsmåtene skal være for individuelle, og for å bygge opp om arbeidsvaner i diskusjon og argumentasjon i klasserommet. Selvsagt er det også viktig med oppgaveregning, men det må være en balanse. Matematikk kan betraktes både som et produkt og som en prosess. Faktakunnskapene og ferdighetene i faget må knyttes sammen med aktivitetene som fører frem til en løsning. Derfor er det viktig å finne en balanse mellom basisferdigheter og begrepsforståelse i matematikkundervisningen, og vise at disse er gjensidig avhengig av hverandre (Grønmo et al., 2010).

Læreplanene i matematikk bygger i stor grad på en rapport fra uddannelsesstyrelsen i Danmark (Niss & Jensen, 2002). Denne rapporten tar for seg matematisk kompetanse ut i fra åtte delkompetanser som til sammen skal gi en kunnskap om å forstå, utøve, anvende og ta stilling til matematikken og matematisk virksomhet i sammenhenger hvor matematikk inngår eller kan komme til å inngå (Se avsnitt 2.2.2). De åtte delkompetanse er representert i læreplanen gjennom kompetansemålene for matematikkfaget, de grunnleggende ferdighetene i matematikk, og i læreplanens beskrivelse av formålet i faget. Det innebærer at undervisningen må legge til rette for at elevene får utfolde sin kompetanse gjennom velvalgte aktiviteter. Det er ikke alltid mulig å vite hvilke kompetanser som aktiviseres og utvikles i en bestemt aktivitet, men dess viktigere er det å variere undervisningen slik at elevene får mulighet til å utfordre alle de åtte delkompetansene.

### 4.2.2 Muntlig arbeid med matematikkfaget

***Spørsmål 2: Hva slags erfaringer har du med muntlig arbeid med matematikkfaget?***

#### 4.2.2.1 Freddy

Intervjuer: «Hvordan erfaring har du med muntlig arbeid i matematikken?»

Freddy: «Mmm, det er vel egentlig ikke så mye muntlig arbeid i matten sånn egentlig, men vi har jo littegrann… Men nei, ikke så mye erfaring med det akkurat.»

Freddy synes å være mer reservert i svaret når han svarer på dette spørsmålet, enn når han svarer om arbeidsmåter i matematikk. Det kan være at han er usikker på hva som defineres som muntlig arbeid i matematikk, eller at han ikke kommer på noen eksempel på muntlig arbeid i matematikkfaget. Det kan også være at Freddy ikke har særlig mye erfaring med det, slik som han også ytrer, men det hadde vært interessant å vite hvilken muntlig erfaring han tenkte på når han sa «men vi har jo littegrann». Her hadde det vært oppklarende med et oppfølgingsspørsmål som kunne fått han til å utdype svaret. Det er uansett grunnlag for å anta at Freddy ikke har mye erfaring med muntlig arbeid i matematikkfaget, og han nevner ikke aktiviteter i undervisningen som kan innebære diskusjon og argumentasjon, eller andre muntlige aktiviteter i samhandling med klassen.

#### 4.2.2.2 Synne

Intervjuer: «Har du noen erfaring med muntlig arbeid med matematikk?»

Synne: «Eh, ja, jeg har vært oppe i muntlig eksamen i matte, ja, det var prøve muntlig i matte. Også har vi, det var på ungdomsskolen da, også da hadde vi også i 8. klasse da noen muntlige oppgaver. Så jeg har jobbet litt med muntlig matte.»

Synne mener selv at hun har jobbet litt med muntlig matte og baserer det på at hun har hatt prøvemuntlig i matematikk på ungdomsskolen, og at de i 8.klasse gjorde noen muntlige oppgaver. Hva de muntlige oppgavene gikk ut på vites ikke, men at Synne selv kategoriserer det som «muntlig *oppgaver*», tyder på at det ikke dreier seg om klassediskusjoner, eller kollektive diskuterende og argumenterende arbeidsmåter i klassen, men kanskje heller oppgaver de måtte presentere muntlig.

#### 4.2.2.3 Bente

Dette spørsmålet ble ikke stilt til Bente, da det ved en feil ble glemt.

#### 4.2.2.4 Informantenes svar i lys av teori

Det kan se ut til at Freddy og Synne er litt usikre på hva som menes med muntlig arbeid i matematikk, og jeg tror jeg kunne fått andre svar dersom spørsmålet hadde blitt stilt på en annen måte. Dersom spørsmålet hadde inneholdt eksempler på arbeidsmåter som kan kategoriseres som muntlig arbeid i matematikk, kan det tenkes at svarene kunne gitt en annen informasjon. Jeg kunne gitt informantene eksempler på muntlige aktiviteter i matematikk som for eksempel diskusjon og argumentasjon i forbindelse med oppgaveløsning, strategier og resonnementer, eller klassediskusjoner i forbindelse med lekser, eventuelt erfaring fra gruppearbeid, muntlige fremføringer, muntlige prøver, delta muntlig i timene og så videre. På en annen måte kan det at de muligens er usikre på hva muntlige aktiviteter i matematikk innebærer, tyde på at dette er noen som er fremmed for Synne og Freddy.

Det er interessant at verken Synne eller Freddy har knyttet muntlige arbeidsmåter i matematikk opp mot klasserommet som en felles læringsarena. Diskuterende og argumenterende arbeidsmåter i matematikk kan vanskelig tenkes uten at det foregår som en felles aktivitet, og dersom elevene hadde hatt bred erfaring med muntlig arbeid i matematikk ville det kanskje vært naturlig å nevne samhandling med de andre elevene i klassen. Det er derfor grunnlag for å anta at verken Synne eller Freddy har mye erfaringer fra diskuterende og argumenterende arbeidsmåter i klasserommet. Dette samsvarer med funn i *TIMSS Advanced 2008*:

> *Noe som fremstår som problematisk i matematikkundervisningen i Norge i forhold til i andre land, er den ensidige vektleggingen av individuelle arbeidsformer, spesielt oppgaveløsning i undervisningstiden på skolen. Andre land som presterer bedre enn oss synes å anvende mer varierte undervisningsmetoder, hvor de i tillegg til oppgaveløsning også legger vekt på metoder som diskusjon og argumentasjon rundt strategier og resonnementer. Tonivåanalyse av de norske dataene når det gjelder bruk av undervisningsmetoder, viser en relativ høy positiv korrelasjon mellom matematikkskår og at det i klassen legges opp til slike diskuterende og argumenterende metoder. Både et internasjonalt og et nasjonalt perspektiv tyder på at det i Norge er behov for mer vekt på kollektive arbeidsformer som diskusjon og argumentasjon i klassene, og ikke ensidig bruk av individuell oppgaveløsning* (Grønmo et al., 2010, s. 191).

Dersom norsk skole skal lykkes med å ha mer bruk av diskuterende og argumenterende arbeidsmåter i klasserommene, er det nødvendig å begynne å se på klasserommet som en felles læringsarena (Grønmo et al., 2010). Ingen av informantene nevnte noen andre arbeidsmåter i matematikk enn oppgaveløsning, og ut i fra svarene de gav, kan det konkluderes med at de ikke hadde mye erfaring med muntlig arbeid i matematikk. Ren oppgaveløsning vil ofte være individuelt preget, mens diskusjon og argumentasjon gjerne defineres som en felles aktivitet.

*TIMSS 2007* dokumenterte at mengden oppgaveløsning elevene gjør som lekser har en tydelig positiv sammenheng med hvor godt klassen presterer i matematikk. Likevel ga Bente utrykk for at hun syntes det var vanskelig å jobbe med oppgaver hjemme siden hun ikke hadde tilgang på hjelp, og at hun derfor var begynt å gjøre mindre oppgaver hjemme. Det blir da naturlig å stille spørsmål til hvordan det kan finnes en god balanse mellom individuelle arbeidsformer og kollektiv læring gjennom diskusjon og argumentasjon i klassen. Ut i fra svarene som er kommet fram i disse intervjuene og på bakgrunn av hva *TIMSS* har dokumentert i sine undersøkelser, finnes det svar på dette spørsmålet. For at norske skoleklasser skal prestere bedre i matematikk kan en løsning være at elevene i større grad gjør individuelt arbeid som oppgaveløsning som lekser, mens timene på skolen i større grad benyttes til kollektive arbeidsformer som diskusjon og argumentasjon av strategi og resonnementer, og på gjennomgang av lekser.

I læreplanen for matematikk blir det lagt vekt på muntlig arbeid med matematikkfaget, både gjennom muntlige ferdigheter som en av de fem grunnleggende ferdighetene, i kompetansemålene, og i formålet med matematikk (se avsnitt 2.2.3). For at elevene skal utvikle muntlige ferdigheter i matematikk er det viktig at de får mulighet til å være med i samtaler slik at de kan kommunisere ideer og drøfte matematiske problem, løsninger og strategier med andre. På den måten kan elvene utvikle et enkelt matematisk språk til å kunne bruke presis fagterminologi og videre få en dypere begrepsforståelse (KD, 2006a, s. 5).

### 4.2.3 Bakgrunn for valg av tall

Dette spørsmålet tar utgangspunkt i terningspillet som fant sted i dobbeltimen. Hver elev skulle velge seg ett tall fra 2 til 12, som representerte summen av øyne på to terninger som kastes samtidig. Deretter skulle elevene kaste terningene 20 ganger, og den som fikk tallet sitt flest ganger vant. Gjennom hele dobbeltimen og i intervjuene blir «tall» og «tallet» brukt om summen av øyne på to terninger. Dette fordi jeg ønsket å se om elevene etter hvert ville ta i bruk andre begreper når de senere skulle forklare sannsynligheten for å få tallet sitt.

Det som er interessant å få svar på i dette spørsmålet, er hvorvidt elevene har valgt tall på bakgrunn av at de tror noen tall er mer sannsynlig å få enn andre tall, eller om tallet er tilfeldig valgt.

***Spørsmål 3: Hvilket tall valgte du og hvorfor?***

#### 4.2.3.1 Freddy

Freddy: «Jeg valgte tallet 11.»

Intervjuer: «Hvorfor da?»

Freddy: «Nei, fordi jeg var født den 11. august»

Det ble gjort klart i forkant av terningspillet at dette var en konkurranse hvor det var om å få sitt tall flest ganger. Det er derfor naturlig å tro at elevene vil velge det tallet de hadde en formening om at ville komme flest ganger. Freddy har valgt seg tallet 11, og begrunner det med at det inngår i fødselsdatoen hans. Han begrunner ikke valget sitt med at han tror at 11 vil komme flest ganger, så det er vanskelig å gå ut i fra at Freddy har en intuitiv oppfatning (se avsnitt 2.3.2) om at 11 er mer sannsynlig å få en de andre tallene. Det kan derimot virke som om Freddy har en intuisjon om at det er like sannsynlig å få hver av summene 2-12 når en kaster to terninger, og derfor velger ett tilfeldig tall som står han nært.

#### 4.2.3.2 Synne

Synne: «Jeg valgte 7»

Intervjuer: «Jaha, og hvorfor valgte du det?»

Synne: (flirer) «Jeg hadde, for å være helt ærlig så hadde jeg egentlig 9, men så hadde jeg og ho jeg var lamme, vi hadde feila, så vi hadde kasta i lag, så tenkte vi åh, da tar vi på nytt, og da hadde jeg sett at 7 var det veldig mye av, så da valgte jeg det» (flirer).

Hvorfor Synne i utgangspunktet hadde valgt 9 får vi ikke noe svar på, men det kan se ut til at hun i starten ikke hadde noen formening om at enkelte tall ville være mer sannsynlig å få enn andre. Dette fordi hun først senere oppdaget at noen tall kunne forkomme mer enn andre, og at hun derfor justerte det valgte tallet etter at hun hadde kastet terningene et ukjent antall ganger.

Det kan derfor se ut til at Synne hadde en intuisjon (se avsnitt 4.2.3.4) om at 7 ville komme flest ganger, men at dette var på bakgrunn av erfaringen fra da hun «feila», og ikke på bakgrunn av et matematisk grunnlag.

#### 4.2.3.3 Bente

Bente: «Jeg valgte meg tallet 6»

Intervjuer: «Hvorfor da?»

Bente: «Fordi det var midt i mellom 12 og 1, eller ja, det var liksom derfor.»

Bente forteller at hun valgte seg tallet 6 fordi det er midt mellom 1 og 12, men hun sier ikke at hun har en formening om at hun vil få 6 flere ganger enn andre tall. Derfor er det vanskelig å gå ut i fra om Bente har noen former for sannsynlighetsresonnementer bak valget sitt, eller om det er tilfeldig valgt. En mulighet kan være at Bente, gjennom egne erfaringer og opplevelser, har en intuisjon om at det er lurt å ta det midterste tallet. Dette kan bygge på hennes tidligere erfaringer med regning på gjennomsnitt og median, som er mye utbredt i statistikk og sannsynlighet på ungdomsskolen. Hvis dette hadde vært tilfelle ville Bente havnet på 6.5, og måtte ut i fra det valgt seg 6 eller 7. Men i og med at Bente inkluderer 1, som ikke engang er en mulig sum å få i denne tallrekken, er det mer grunnlag for å anta at Bente har brukt en tilfeldig tankegang for å velge seg ut et tall. Det kan derfor tenkes at Bente har en intuisjon om at alle tall er like sannsynlige å få.

#### 4.2.3.4 Informantenes svar i lys av teori

I og med at dette var en konkurranse hvor det var om å få sitt tall flest ganger, har jeg gått ut i fra at elevene vil velge seg et tall de har tro på at de kan få flest ganger. Det ser ikke ut til at noen av informantene hadde formening om at ett tall var mer sannsynlig å få enn andre tall. Dette til tross for at de hadde hatt en innføring i sannsynlighetsregning i skoletimene dagen før. Det ser derimot ut til at informantene hadde en intuisjon om at tallene 2-12 var like sannsynlige å få.

I avsnitt 2.1.2 har jeg beskrevet subjektiv sannsynlighet som en av tre måter å anslå sannsynlighet på. Subjektiv sannsynlighet kan ses på som «synsing» hvor sannsynligheten blir anslått basert på hva en tror, og ikke på et matematisk grunnlag. Et annet begrep for dette er Heuristikk (se avsnitt 2.3.2).

Fischbein (1994) forklarer at matematikken kan ses på som en menneskelig aktivitet, og at den da vil ha tre grunnleggende aspekter: det formelle, det algoritmiske og det intuitive (se avsnitt 2.3.2). Ofte hender det at den intuitive tolkningen eleven innehar, som er sterkt forankret i elevens erfaring, ødelegger den formelle kontrollen eller kravene til en algoritmisk løsning. Dermed kan en korrekt matematisk reaksjon bli forkastet av eleven. Det kan se ut til at det er dette som er tilfelle hos informantene. Av erfaring vet de at ved kast av en terning er alle øynene like sannsynlig å få. Denne erfaringen kan være så sterkt forankret hos informantene at de utelukkende velger å stole på denne intuisjonen når de skal velge mellom tallene 2-12 ved kast av to terninger. Dermed blir den intuitive tolkningen av problemstillingen prioritert fremfor en formell kontroll av situasjonen.

Tidligere forskning har slått fast at overgangen fra et enkelt stokastisk problem til et sammensatt stokastisk problem er vanskelig å håndtere for elevene (Iversen & Nilsson, 2007). Overgangen fra kast av én terning til kast av to terninger samtidig, illustrer en slik overgang. Ved kast av én terning er det like sannsynlig å få tallene 1-6, og det kan derfor tenkes at informantene har overført denne kunnskapen til å gjelde også når det blir kastet to terninger samtidig. Dersom elevene valgte tilfeldig kan det anslås at de hadde en intuisjon om at tallene 2-12 var like sannsynlige å få, og dermed hadde en løsningsstrategi basert på intuitive oppfatninger om problemstillinger innen sannsynlighetsregning.

Dersom informantene får en erfaring som gjør at de oppdager at virkeligheten ikke stemmer overens med den intuitive oppfatningen de hadde, vil det oppstå en kognitiv konflikt. Jeg kommer tilbake til dette når elevene skal forklare hvilket tall de ville valgt, dersom de skulle velge på nytt (spørsmål 6).

### 4.2.4 Forklare sannsynligheten og tabellen

Størstedelen av dobbeltimen tok for seg arbeid med tabell 3.2 og diskusjoner rundt den. Elevene videreførte arbeidet ved å sette opp en ny tabell (tabell 3.3) for å bestemme sannsynligheten for hver av summene 2-12 på kast av to terninger. (Se sammendrag av logg fra undervisningsøkten, avsnitt 4.1). Intervjuene ble utført umiddelbart etter at disse øvelsene og klassediskusjonene var gjennomført. Det er derfor grunn til å anta at informantene hadde et godt matematisk grunnlag til å diskutere sannsynligheten og tabell 3.2 i intervjuene, også sett sammen med arbeidet elevene hadde gjort i emnet sannsynlighet gjennom hele uken.

Her vil fokuset være på elevenes begrepsbruk og matematisk terminologi.

***Spørsmål 4: Hva er sannsynligheten for å få det tallet du valgte?***

***Spørsmål 5: Kan du forklare tabellen?***

#### 4.2.4.1 Freddy (Valgte tallet 11)

Intervjuer: «Vet du hva sannsynligheten er for å få det tallet du valgte?»

Freddy: «Det er jo 2 av 36»

Denne måten å utrykke sannsynlighet på kan vanskelig kategoriseres som «daglig språk» (se avsnitt 4.2.4.4). I daglig språk kunne sannsynligheten for eksempel blitt uttrykt som «to trettisjettedels-sjanse» eller «en attendedelssjanse». Fra et matematisk ståsted er «2 av 36» et korrekt svar som også tydeliggjør at utfallsrommet gir 36 mulige utfall, og at to av disse gir summen 11. Det kan være at Freddy har valgt å uttrykke sannsynligheten på denne måten nettopp for å presisere de gunstige utfallene og de mulige utfallene, og derfor heller ikke forkortet det til «1 av 18». Dermed kan svaret hans kategoriseres som matematisk språk fremfor daglig språk, men det er vanskelig å dra slike slutninger ettersom Freddy ikke gir mer informasjon i svaret sitt. Det kan også være at Freddy har tatt til seg «2 av 36» som uttrykk for sannsynligheten gjennom klassediskusjonen i dobbeltimen, uten at han tenker videre over det. En annen forklaring på måten han uttrykker sannsynligheten på, kan være at han ser for seg utfallstabellen (tabell 3.2) med de 36 rutene, hvor de to rutene nede i høyre hjørne viser summen 11. Da vil uttrykksmåten hans være rent billedlig og ikke nødvendigvis være bygget på en matematisk forståelse.

Intervjuer: «Mhm, hvorfor det?»

Freddy: «Fordi at (tenkepause) Det… det er jo kanskje mest fordi at du må ha høye tall for å få det riktige, du må ha 5 og 6… Og 6 og 5, så det er bare to tall du egentlig kan ha for å få 11.»

Den siste setningen i dette svaret sammenfaller godt med Freddys svarmåte på at sannsynligheten er «2 av 36». Her forklarer Freddy at det bare er to tall du kan ha for å få 11, og viser også til de to mulighetene dette danner, 5 på den ene terningen og 6 på den andre, eller omvendt. Det Freddy ikke utdyper her er hvor 36 kommer fra.

Den første setningen i dette svaret er vanskeligere å tolke, og den kan brukes til å argumentere både for og i mot at Freddy har forstått hva dette dreier seg om. Han uttaler at «det er jo kanskje mest fordi du må ha høye tall for å få det riktige». På en side er dette korrekt. Det at han har valgt seg tallet 11 gjør at begge terningene må ha et høyt antall øyne for å nå summen 11, og at mulighetene for å få 11 dermed blir færre. På en annen side er det like sannsynlig å få «det lave tallet» 3, hvor du må ha et lavt antall øyne på begge terningene, og tallet 2 er mindre sannsynlig å få enn 11. Derfor er ikke dette en heldig måte å forklare sannsynligheten på.

Intervjuer: «Jaha. Kan du forklare tabellen for meg?» (Tar frem tabellen)

Freddy: «hvordan vil du at jeg skal forklare den?»

Intervjuer: «Kan du forklare om du ser et mønster, for eksempel?»

Freddy: «Jo for det mønsteret det går jo liksom… Det går liksom, det lavest.. At det laveste tallet har liksom, det er vanskeligst å få det laveste og det høyeste tallet… Også jo mere midt på tallet du blir, jo lettere er det å få det. Og siden 11 er det nest høyeste så er det også (tenkepause) litt vanskelig å få liksom, men det er ikke det vanskeligste men det er likevel vanskelig å få det.»

Som forklart innledningsvis i dette avsnittet et «tall», «tallet» og «tallene» konsekvent brukt for å beskrive summene tallrekka 2-12 tar for seg. Jeg antar derfor at «midt på tallet» betyr mot midten av summene som tallrekka 2-12 representerer. I dette svaret ytrer Freddy at de lave tallene også er «vanskelig» å få, og at det er det laveste og det høyeste tallet som er «vanskeligst» å få. Dette svaret viser at Freddy ikke har misforstått da han tidligere forklarte sannsynligheten for tallet 11 ved at «det er jo kanskje mest fordi du må ha høye tall for å få det riktige». Freddy forklarer også at jo mer du nærmer deg midten av summene 2-12, jo «lettere» er det å få det. Dette er riktig, og det forklarer mønsteret i tabellen, men Freddy forklarer ikke hvorfor det er slik.

Svaret «Og siden 11 er det nest høyeste så er det også (tenkepause) litt vanskelig å få liksom, men det er ikke det vanskeligste men det er likevel vanskelig å få det.» gir ikke noe oppklarende forklaring på hvorfor sannsynligheten for å få summen 11 er som den er. Men svaret plasserer 11 på sin plass i tabellen, og det kan være det var nettopp dette som var hensikten til Freddy, i og med at spørsmålet var å forklare et mønster. Dette svaret avdekker at Freddy har observert at den intuitive ideen om lik fordeling ikke holder. Svaret viser for øvrig at Freddys ordforrådet er mangelfullt når det kommer til å beskrive sannsynlighet.

I svaret bruker ikke Freddy matematiske begreper som for eksempel utfall og utfallsrom til å forklare tabell 3.2. Svaret kan kategoriseres som dagligdags språk, men Freddy bruker heller ingen kjente beslektede ord i språket vårt som benyttes om usikre sammenhenger, som for eksempel *sjanse, mulig, risiko, sikkert* og så videre. Det ser ut til at han bruker ordene «vanskelig», «vanskeligst» og «vanskeligere» om det som er mindre sannsynlig, og «lettere» om det som er mer sannsynlig.

Intervjuer: «Mhm, så det blir det du var inne på i stad? De mulighetene?»

Freddy: «Ja.»

(Stillhet)

Her forsøker jeg å få Freddy til å utdype svaret, og ta i bruke andre ord for å forklare sannsynlighet og tabellen, uten å lykkes med det. Freddy har fått forklart begrepene hendelse, mulige/gunstige utfall, utfallsrom og andre relevante begreper i sannsynlighet i skoletimene dagen i forveien, samt deltatt i diskusjoner om dette i undervisningsøkten. Likevel ser det ikke ut til at Freddy er komfortabel med å bruke disse terminologiene i eget språk. Freddy buker ingen matematiske termer tilknyttet sannsynlighet i svarene sine.

#### 4.2.4.2 Synne (Valgte tallet 7)

Intervjuer: «Hva er sannsynligheten for å få det tallet du valgte?»

Synne: «Ehh, jeg mener det var én sjettedel, trur jeg, hvis jeg husker rett, så var det én sjettedel.»

Synne uttrykker sannsynligheten som «én sjettedel», og har dermed både forkortet svaret og uttrykt det på en form som er vanlig i daglig språk. Å forkorte 6/36 til 1/6 er hensiktsmessig da det gir et tydeligere uttrykk av sannsynligheten, og Synne viser at hun behersker dette.

Intervjuer: «Hvordan kom du frem til det?»

Synne: «Ehh, vi tegnet opp den der tabellen, også så jeg jo det at det kunne bli seks resultater med 7.»

Synne forklarer at det var 6 utfall som ga 7, og støtter dermed opp om svaret om at sannsynligheten var «en sjettedel». Dette tyder på at hun har forkortet 6/36 til 1/6, og er bevisst om mulighetene for å få 7, men det er vanskelig å dra denne slutningen siden Synne selv ikke utdyper dette. Synne bruker «resultater» som viser til at 7 er en sum, og bruker dermed et mer matematisk korrekt språk enn hvis hun hadde anvendt ordet «tall». Synne uttaler svaret sitt på en konkret måte, og bruker et matematisk språk fremfor et daglig språk.

Intervjuer: «Mhm, den her tabellen?» (Intervjuer tar frem tabell 3.2)

Synne: «Ja»

Intervjuer: «Kan du forklare den her tabellen?»

Synne: «Ehh, den viser jo det da, at summen du kan få når du kaster forskjellige terninger, hvis du får 1 og 6 i lag så får du summen 7 for eksempel. Så viser den det nedover.»

Synne forklarer her at tabellen viser de ulike summene man kan få når to terninger kastes i lag, og viser til et eksempel på det. Dette er et matematisk korrekt svar, og hun bruker her «summen» om 7 i stedet for «tallet 7». Synne har da på egenhånd innført begrepene «resultater» og «summen» i sin forklaring av sannsynligheten og tabell 3.2. Men hun har ikke tatt i bruk begreper som utfall og utfallsrom. Johnsen-Høines (1998) sier at det å uttrykke seg er en viktig del av begrepsutviklingen, og at det er gjennom språkbruken at begrepsinnhold og begrepsuttrykk utvider og utvikler seg (se avsnitt 4.2.4.4). Det kan se ut til at Synne her er i ferd med å utvikle begrepsbruken sin, og at hun tar i bruk kjente begreper som oversettelsesledd da hun ikke enda innehar et matematisk språk i sannsynlighet av 1. orden (ibid).

Intervjuer: «Mhm, ser du noe mønster?»

Synne: «Ja asså, når vi, når vi regna, måten jeg leste av hvor mange gang vi kunne få de forskjellige tallene, så var det jo bare å telle for du ser jo at det kommer opp. Så kan du bare enkelt telle sannsynligheten for å få det tallet du lurer på. Ja.»

Dette svaret er noe vanskelig å tolke, og jeg kan ikke se at Synne forklarer mønsteret i tabell 3.2 her. Det ser også ut til at Synne ikke klarer å opprettholde det matematiske språket lenger, da hun verken bruker «sum» eller «resultater» i dette svaret, men Synne tar for første gang i bruk ordet «tall» for å beskrive summene 2-12. Jeg går ut ifra at «leste av hvor mange gang vi kunne få de forskjellige tallene» viser til de ulike kombinasjonene som vil gi en bestemt sum, og dermed være de gunstige utfallene, og at «hvor mange gang» da er antall kombinasjoner. Synne har rett i at man da bare kan telle de gunstige utfallene som gir en bestemt sum, og dermed finne sannsynligheten for den summen, men da kreves det at utfallsrommet er kjent og uniformt.

Synne har fortsatt ikke nevnt utfallsrommet så det er vanskelig å dra slutninger om hvor dyp forståelse hun har av tabellen, og hvorvidt hun forstår sannsynlighetsteorien som ligger i den. En av de åtte delkompetansene i rapporten til Niss og Jensen (2002), er kompetansen i symbol og formalisme (se avsnitt 2.2.2). I tillegg til å kunne bruke, avkode og oversette det matematisk symbol- og formalismespråket, inneholder denne kompetansen det å kunne bruke det formelle matematiske språket på en måte som gir mening for deg selv og andre (Niss & Jensen, 2002). Denne kompetansen er nært forbundet med representasjonskompetansen, som inneholder det å kunne forstå, avkode, tolke og bruke ulike representasjoner av matematiske objekter, fenomener, problemer eller situasjoner (ibid). Dersom Synne har høy representasjon-, symbol og formalismekompetanse innebærer det at hun kan se sammenhengen mellom bilde, symbol og virkelighet. Da må hun ha forståelse for selve tabellen, og vite hva den beskriver. Hun må vite hvordan og hvorfor hun kan telle de gunstige utfallene for å finne sannsynligheten, og hun må kunne beskrive tabellen med matematisk terminologi. Det kan derfor se ut til at Synne er innenfor disse kompetansene, men at hun fortsatt har en vei å gå for å nå en høy representasjon-, symbol- og formalismekompetanse. Synne viser til både daglig og matematisk språk, men hun har ikke brukt viktige begreper som er nødvendig for en dyp forståelse i sannsynlighetsteorien som tabell 3.2 omhandler, som for eksempel utfall og utfallsrom.

#### 4.2.4.3 Bente (valgte tallet 6)

Intervjuer: «Vet du hva som er sannsynligheten for å få det tallet?»

Bente: «Det er 5 av 36.»

Bente uttaler at sannsynligheten er «5 av 36», og har dermed samme uttrykksform som Freddy på dette spørsmålet (se avsnitt 4.2.4.1). Uttrykksform viser at utfallsrommet har 36 mulige utfall, og at 5 av disse vil gi den ønskede summen, og kan derfor kategoriseres som som matematisk språk fremfor daglig språk.

Intervjuer: «Hvordan kom du frem til det?»

Bente: «Det så jeg fra tabellen.»

Intervjuer: «Kan du vise meg det?» (Tar frem tabell 3.2)

Bente: «Det er liksom at det, at det er liksom 1 og 5, og 2 og 4 og sånn, man plusser jo bare dem i lag, så egentlig så trenger man ikke tabellen for å finne det ut fordi man regner jo bare ut hva terningene blir. Ja.»

Dette svaret er vanskelig å tolke. Det ser ut til at Bente forsøker å forklare at kombinasjonene som gir en bestemt sum, de gunstige utfallene, kan legges sammen, og at disse gir sannsynligheten for å få den bestemte summen. Men Bente tar ikke i betraktning at utfallsrommet må være kjent og uniformt. Det kan derfor se ut til at Bente har et ensrettet fokus mot de gunstige utfallene, uten å ta hensyn til de mulige utfallene, og at hun derfor ikke er fortrolig med sannsynlighetsteorien som ligger i tabell 3.2.

Intervjuer: «Ja, kan du forklare tabellen litt mer, om du ser et mønster, og hva den egentlig sier?»

Bente: «Ehm, den viser jo et mønster om at det liksom, ehm, hvis man tenker sånn av en del av det hele tallet så blir det jo liksom at det er 7 som får flest også minsker det på begge sidene, men, ja…»

Dette svaret avdekker at Bente har observert at den intuitive ideen om lik fordeling, eventuelt at summen 6 er mest sannsynlig, ikke holder. Jeg går ut i fra at «en del av det hele tallet» viser til de mulige kombinasjonene som gir en bestemt sum, og at 7 da er den summen som kan oppnås med flest mulige kombinasjoner når to terninger kastes samtidig. Bente forklarer videre at det «minsker på begge sidene», og forklarer dermed mønsteret i tabell 3.2. Det kommer for øvrig frem at Bente har et mangelfullt matematisk språk når hun skal forklare sannsynligheten og tabell 3.2 (se avsnitt 4.2.4.4).

Intervjuer: «Hvorfor er det 7 flest ganger?»

Bente: «Fordi det blir vel det som er flest ganger når man kaster i lag to terninger, at det er mest sannsynlig for at det skal komme sammen, det er det på en måte, for det er liksom, 6 det er jo midt i mellom, men det er jo, det er jo vanskeligere å få det fordi det må være 3, og 4 og 2, og ja, og så videre, så 7 er liksom veldig enkelt egentlig å få i forhold til resten.»

I dette svaret kommer Bente tilbake til at «6 det er jo midt i mellom», og det kan se ut til at hun ikke helt har forstått hva dette dreier seg om. Bente synes å være innforstått med at 7 er mest sannsynlig å få, uten at hun helt vet hvorfor eller hva det innebærer. Hun uttaler at 7 er flest ganger fordi det «er mest sannsynlig for at det skal komme sammen», og forklarer videre at 6 er «vanskeligere» å få på grunn av kombinasjonene som kreves for å få 6. Det kan derfor se ut til at Bente har en teori om at det er selve kombinasjonene som gir 7 som er mer sannsynlig å få enn kombinasjonene som for eksempel gir 6, og at det er derfor 7 er mer sannsynlig å få enn 6, og ikke det faktum at det er *flere* gunstige utfall som gir 7 enn som gir 6. Det kan også være at Bente prøver å få frem at kombinasjonen med tre øyne på hver terning gjør at det blir et mindre utfall som gir 6 enn som gir 7, og at 7 derfor er mer sannsynlig å få enn 6.

Det er uklart hva Bente egentlig prøver å forklare her, og det kan være at hun «tenker høyt» for at hun lettere skal finne svaret. Vygotsky (1971) forklarer at høyttenkning brukes for å klargjøre egne begreper, og at vedkomne da ikke er bevisst på hvordan det som blir sagt, kan tolkes av andre (se avsnitt 4.2.4.4). I en slik høyttenkning velges det språket som vedkomne lettest får uttrykt tankene sine gjennom. Bente bruker ingen matematiske begreper i svarene sine, som for eksempel gunstig/mulige utfall, kombinasjoner/muligheter som gir en bestemt sum, utfallsrom, og så videre. Hun bruker «tall» og ikke «sum», og hun bruker «vanskeligere» og «veldig enkelt» om hvor sannsynlig en hendelse er.

#### 4.2.4.4 Informantenes svar i lys av teori

Sannsynlighet er et spesielt fagområde innenfor matematikken i og med at det både har et matematisk innhold og et språklig anvendelsesområde (Lysø, 2007). I løpet av oppveksten vil barn i sosiale kontekster høre ord og uttrykk i forbindelse med sannsynlighetsbegrepet, og det tilhørende adjektivet «sannsynlig». Etter hvert vil de unge selv ta i bruk disse ordene som en naturlig utvidelse av ordforrådet. Slike ord kan for eksempel være *sjanse, risiko, mulig, stor/liten mulighet, sikker/usikkert, neppe og trolig.* Dette kategoriseres som daglig språk, og gjør at elevene ofte har en umiddelbar oppfatning av hva et problem dreier seg om, når de for første gang møter en problemstilling i sannsynlighetsregning (Lysø, 2005).

Dersom informantene har en dyp forståelse av sannsynlighetsbegrepet, vil de kunne ta i bruk ulike uttrykk som står i direkte kontakt med sannsynlighetsbegrepet, og de vil kunne vise at de har flere språkutrykk for samme innhold. Dette innebærer at informantene kan bruke et matematisk språk og kan ta i bruk andre ord og begreper for å beskrive summene og deres sannsynlighet, som for eksempel gunstige/mulige utfall, kombinasjoner/muligheter som gir et bestemt tall/sum, summen/tallet gir flere/færre muligheter, mer/mindre sannsynlig å få et bestemt tall/sum og så videre. En dyp forståelse av sannsynlighetsbegrepet innebærer også at informantene forstår og kan bruke beslektede matematiske begreper som utfall og utfallsrom.

De tre informantene bruker et variert språk i svarene sine. I noen sammenhenger bruker de det som kan kategoriseres som daglig språk, og i noen tilfeller tar de i bruk det som kan minne om matematisk uttrykksform. Det ser ut til at de tre informantene bruker det språket som ligger dem nærmest, med det begrepsinnholdet og de uttrykksformene som er naturlig for hver og en av dem. Da de ble spurt om sannsynligheten for å få tallet de valgte seg, svarte Freddy «2 av 36», Bente «5 av 36», mens Synne svarte «én sjettedel». Synne utrykker seg her på en måte som kan kategoriseres som daglig språk, mens Bente og Freddy bruker et mer matematisk språk. Videre i svarene viser det seg likevel at det bare er Synne som i noen tilfeller klarer å svare på en matematisk korrekt måte, mens Freddy og Bente ikke bruker noen matematiske termer i svarene sine. Synne er den eneste som bruker «sum» i stede for «tall», men i likhet med Freddy og Bente bruker heller ikke Synne viktige begreper innenfor sannsynlighetsteorien som omhandles i terningspillet og tabell 3.2, som for eksempel utfall og utfallsrom. Det er derfor grunn til å anta at ingen av informantene hadde full forståelse av sannsynlighetsteorien som var grunnlaget for aktivitetene og klassediskusjonene i dobbeltimen.

Det å utrykke seg er en viktig del av språkutviklingen, og gjennom språkbruken utvides og utvikles begrepsinnhold og språksuttrykk. I følge Johnsen-Høines (1998) er det ikke mulig å utvikle begrepsinnholdet uten å utvikle språket. Vygotsky (1971) betrakter språk som en del av selve begrepet, og ikke som et resultat av selve begrepsutviklingen. Begrepet består av begrepsinnhold og begrepsuttrykk. Disse henger nøye sammen, samtidig som de er avhengige av hverandre og påvirker hverandre. Begrepsinnholdet er tankene, meningene om omgivelsene, om ting og individ og forholdet mellom dem, mens begrepsuttrykk er språk som symboliserer tankene og meningene gjennom muntlig språk, tegn og kroppsspråk. Meningene og betydningene vi legger til begrepsinnholdet varierer fra person til person, alt ettersom hvilke erfaringer vi har fra omgivelsene (Johnsen-Høines, 1998). Bateson (1972) har formulert det slik: «Kartet er ikke terrenget. Navnet er ikke det samme som tingen som får navn». Dette betyr at erfaringene personer gjør seg, ikke er objektive, de tilhører den personen som tillegger erfaringene betydning. Hver enkelt person legger sine tolkninger i situasjoner og gjenstander, avhengig av erfaringen og kunnskaper personen allerede innehar. Likevel kan det enes om tolkninger av erfaringer slik at begrepsinnholdet kan brukes på samme måte. (Johnsen-Høines, 1998).

Vygotsky skiller mellom språk av 1. orden og språk av 2. orden. Språk av 1.orden innebærer at mennesket har flere språkuttrykk for samme innhold, og at språkformene står i direkte kontakt med begrepsinnholdet. Språk av 2. orden er språk som ikke står i direkte kontakt med begrepsinnholdet, og som må oversettes. Denne oversettingen forutsetter språk av 1.orden som oversettelsesledd, og denne prosessen kan kreve lengre eller kortere tid. Oversettelsesleddet er bindeleddet mellom det nye språket og de kunnskapene mennesket har fra før av, og som ønskes å videreutvikles. Alle nye språk vil fungere som språk av 2. orden (Vygotsky, 1971).

Det kan se ut til at Synne er i prosessen med å utvikle det matematiske språket sitt som omhandler sannsynlighetsbegrepet. Hun tar i bruk et språk hun er fortrolig med («sum» og «resultater»), og bruker dem som et oversettelsesledd. Synne er trolig enda i denne prosessen siden hun ikke kunne vise til språkuttrykk som sto i direkte kontakt med sannsynlighetsteorien. For Freddy og Bente ser det ut til at det matematiske språket som omhandler sannsynlighetsbegrepet fungerer som et språk av 2. orden, og at de ikke er i prosessen med å bruke oversettelsesledd for å utvikle språket.

Det muntlige språket er mer enn et kommunikasjonsmiddel, det er også et hjelpemiddel i selve begrepsutviklingen, siden vi utvikler begreper gjennom å uttrykke oss (Johnsen-Høines, 1998). Fra vi er små er det vanlig at vi prater med oss selv. I følge Vygotsky (1971) er dette en viktig funksjon i selve begrepsutviklingen. Denne høytsnakkingen (egosentrisk tale) går over til indre tale, som igjen går over til tenking. Mange av oss «tenker høyt» når vi blir stilt ovenfor vanskelige problemstillinger slik at det skal bli lettere å finne løsningen. I en slik høyttenkning velges ikke et språk som føles vanskelig, men det språket som for oss er lettest å få uttrykt tanker gjennom, foretrekkes. Målet vil da være å klargjøre egne begreper fremfor å være bevisst på mottagerens tolkningsmuligheter (Johnsen-Høines, 1998).

Bente og Freddy har gitt svar som er vanskelig å tolke, og som minner mer om høyttenking enn forklaringer. I Freddys uttalelse «det er jo kanskje mest fordi du må ha høye tall for å få det riktige (…)», og da Bente svarte «(…) så egentlig så trenger man ikke tabellen for å finne det ut fordi man regner jo bare ut hva terningene blir. Ja.», kan det tenkes at de tenker høyt for å klargjøre sine egne tanker rundt problemstillingen.

I læreplan for matematikkfaget 1P er et av kompetansemålene å gjøre rede for sannsynlighetsbegrepet (se avsnitt 2.2.2.1). Niss og Jensen (2002) viser til åtte delkompetanser i matematikk som til sammen skal gi en helhetlig matematisk kompetanse (Se avsnitt 2.2.2). Disse delkompetansene er bakt inn i kompetansemålene for matematikkfaget. Tre av delkompetansene (representasjonskompetansen, symbol- og formalismekompetansen og tankegangskompetansen) omhandler forståelse og bruk av sannsynlighetsteorien som fant sted i dobbeltimen, og som omhandler spørsmål 3, 4 og 5.

Representasjonskompetanse inneholder det å kunne *forstå og avkode, tolke og bruke* ulike representasjoner av matematiske objekter, fenomener, problemer eller situasjoner. Denne kompetansen inneholder også bruk av tabeller, og det å kunne *forstå forbindelsene mellom* ulike representasjonsformer, kunne velge blant dem og oversette mellom dem. Altså en evne til for eksempel å kunne finne et mønster og kunne bruke gjenstander, figurer, tabeller og lignende til å gjøre abstrakte ting mer konkret og omvendt (Niss & Jensen, 2002). I

Intervjuene omhandler dette spørsmål 5 hvor informantene blir bedt om å forklare tabell 3.2 og et eventuelt mønster i tabellen.

Symbol- og formalismekompetansen innebærer det å kunne *bruke og avkode* symbol- og formalismespråket, *oversette mellom* matematisk symbolspråk og dagligtale. Denne kompetansen består i å kunne bruke det formelle matematiske språket på en måte som gir mening for seg selv og andre, og kunne beherske vedtatte regler og definisjoner (Niss & Jensen, 2002). I dette tilfellet vil dette omhandle selve forståelsen av tabellen, at det er utfallsrommet som beskrives, hvilke utfall som gir en bestemt sum, samt kunne beskrive tabellen med matematiske begreper. Elevene skal vite hvordan og hvorfor en kan telle opp de ulike utfallene som gir en sum, som deretter kan brukes til å finne sannsynligheten for å få den summen.

Tankegangskompetansen i matematikk omfatter *bevissthet rundt* hvilke spørsmål som er karakteristiske i matematikk, å kunne *stille* matematiske spørsmål og *«ha blikk for»* hvilke typer svar som forventes. Det vil også si å *kjenne, forstå og kunne bruke* matematiske begreper, og herunder kommer begrepsforståelsen frem (Niss & Jensen, 2002). Her kommer vi inn på spørsmål 3, 4 og 5, hvor elevene skal svare på hvilket tall de valgte og hvorfor, og forklare sannsynligheten og tabellen. Elevene skal utvikle begrepsforståelsen og kunne bruke matematisk terminologi, samt drøfte rundt matematiske sammenhenger. Herunder kan også kompetansemålet i 1P plasseres, hvor elevene skal redegjøre for sannsynlighetsbegrepet.

I intervjuene kommer det frem at samtlige av de tre informantene fortsatt har en vei å gå før de innehar fullstendig kompetanse på disse områdene. De tre informantene hadde ulike nivå av matematisk kompetanse, men felles for de tre er at de kun hadde gjennomført én uke med emnet sannsynlighet, og at denne uka var deres første møte med sannsynlighet på videregående skole.

### 4.2.5 Valg av nytt tall

I det siste spørsmålet i intervjuet skal elevene forklare hvilket tall de ville valgt dersom de fikk velge på nytt, og hvorfor. Dette spørsmålet vil bli sett sammen med spørsmål 3, der elevene forklarer hvilket tall de valgte seg og hvorfor. Dersom elevene valgte seg tall tilfeldig, er det interessant å se hvilke justeringer og nye ideer de har fått, etter deltagelse i undervisningsøkten.

*Spørsmål 6: Hvis du kunne velge på nytt, hvilket tall ville du da valgt? Hvorfor?*

#### 4.2.5.1 Freddy

Intervjuer: «Så hvis du skulle velge på nytt, hvordan tall ville du da ha valgt?»

Freddy: «nei, da ville jeg ha valgt 7 (flirer), men det var ikke på grunn av at det var det tallet du ville få mest, det var fordi jeg er født i 97.»

Freddy uttrykker her at han fortsatt ville valgt seg tall ut ifra hvilke av tallene 2-12 som står han nært, men han utrykker likevel at 7 er «det tallet du ville få mest». Dette er ikke et matematisk korrekt svar ettersom det ikke er gitt at 7 vil komme flest ganger, selv om det er mest sannsynlig å få. Terningspillet gjaldt 20 kast, som er et alt for lite antall til å slå fast at 7 vil komme flest ganger.

Intervjuer: «Mhm, ja, enn hvis dette var et pengespill hvor du kunne vunnet penger dersom ditt tall kom flest ganger?»

Freddy: «Ja, da ville jeg hvertfall nå valgt 7 for det er størst sjanse.»

Her uttrykker Freddy seg matematisk korrekt, og ytrer at det er «størst sjanse» for å få 7, og at han derfor ville valgt seg det tallet i et pengespill. Han har oppdaget at den intuitive ideen om at alle tallene er like sannsynlige å få, ikke holder, og han vet at 7 er mest sannsynlig å få.

#### 4.2.5.2 Synne

Intervjuer: «Hvis du skulle ha valgt et tall på nytt, hvordan tall ville du da ha valgt?»

Synne: (flirer) «hehe, vet ikke, kanskje bare tolv får å se om jeg fikk det siden det er så liten sannsynlighet for å få det»

Her uttrykker Synne forståelse for at det er ulik sannsynlighet for å få summene 2-12, og hun har dermed observert at den intuitive ideen om at alle summene var like sannsynlige å få, ikke holder. Hun viser nysgjerrighet og kreativitet ved at hun vil velge 12, en av de to summene som er minst sannsynlig å få, for å se om hun i det hele tatt får det. Synne nevner ikke at 12 har den minste sannsynligheten for å bli kastet, men sier at «det er så liten sannsynlighet for å få det». Summen 2 er like lite sannsynlig å kaste, og hvorfor Synne ville valgt 12 og ikke 2 er det vanskelig å si noe om.

Intervjuer: «Enn hvis du kunne fått penger dersom du fikk ditt tall flest ganger?»

Synne: «Ja, da ville jeg ha valgt 7 igjen»

Intervjuer: «Hvorfor?»

Synne: «Fordi det er størst sannsynlighet for å få det.»

Synne viser her at hun vet at det er størst sannsynlighet for å få summen 7. Hun svarer ikke at summen 7 vil forekomme flest ganger, men at det er «størst sannsynlighet» for å få 7, som er en matematisk korrekt måte å svare på.

#### 4.2.5.3 Bente

Intervjuer: «Hvis du skulle ha valgt et tall på nytt, hva ville du da ha valgt?»

Bente: «7 for det er mest sannsynlig.»

Bente har oppdaget at den intuitive ideen om at summene 2-12 var like sannsynlig å få, ikke holder, og hun vet nå at det er summen 7 som er mest sannsynlig å få. Hun uttaler seg matematisk korrekt ved at hun sier at 7 er «mest sannsynlig», og ikke at 7 vil bli kastet flest ganger.

#### 4.2.5.4 Informantenes svar i lys av teori

Fra spørsmål tre så det ut til at de tre informantene hadde en intuisjon om at alle summene 2-12 var like sannsynlige å få. Etter deltagelse i dobbeltimen med klassediskusjoner og utforming av tabell 3.2, har de kommet frem til en forståelse som er noe annet enn det de intuitivt trodde. Dersom elevene får en erfaring som gjør at de ser at virkeligheten ikke stemmer overens med den oppfatningen de hadde, får de en innsikt som kalles «kognitiv konflikt» (Brekke 1995).

Begrepet «kognitiv konflikt» kommer fra Piaget, og er knyttet til undervisningsformen diagnostisk undervisning. I diagnostisk undervisning blir det lagt opp til at misoppfatninger og delvis utviklede begreper hos elevene identifiseres, slik at de kan oppklares og begrepene kan utvikles. Dette gjøres ved å skape en kognitiv konflikt (se avsnitt 2.3.3)

Selv om dobbeltimen i utgangspunktet ikke var lagt opp til å være en diagnostisk undervisning, er det mange fellestrekk. Ved at elevene skulle starte med å velge seg en sum fra 2-12, kun på bakgrunn av at spillereglene for terningspillet var forklart, var det forventet at elevene ikke nødvendigvis ville tenke over sannsynligheten for å få summen de valgte seg, eller at de ville velge en sum på bakgrunn av intuisjon. Etter at elevene selv hadde erfart de ulike utfallene av kastene sine, var det lagt opp til en klassediskusjon hvor målet var å fremme forståelsen av sannsynlighetsbegrepet gjennom diskusjon og refleksjon. I tillegg var det lagt opp til at tabell 3.2 og tabell 3.3 skulle utformes, slik at elevene fikk utforske flere begreper tilknyttet sannsynlighetsbegrepet. Her var det også lagt opp til at tanker rundt utformingen av tabellene skulle drøftes gjennom diskusjoner og utforskende samtaler i klassen. Det ser ut til at de tre informantene har utviklet sannsynlighetsbegrepet, men at de fortsatt har en vei å gå for å oppnå en dypere forståelse.

# 5. DISKUSJON

Jeg vil her diskutere hvorvidt analysen gir svar på forskningsspørsmålet mitt. Har den muntlige aktiviteten som fant sted i dobbeltimen hatt innvirkning på informantenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet? Kan det sies noe klart om dette ut i fra hva som kommer frem i intervjutranskripsjonene, og hvordan kan i så fall informantenes begrepsforståelse «måles»? Og hvilke rolle spilte klassediskusjonene? Til slutt vil jeg se på mine funn i forhold til tidligere forskning som er gjort.

## 5.1 Hva innebærer begrepsforståelse i sannsynlighet?

I følge Johnsen-Høines (1998) er begrepsforståelsen knyttet til begrepsinnholdet og begrepsuttrykkene den enkelte eleven har innenfor begrepet. Det vil med andre ord si at ettersom språkuttrykkene og begrepsinnholdet utvikler seg, og blir en del av begrepet, så vil også begrepsforståelsen utvikle seg. I dette tilfellet vil det si at informantene må kunne ta i bruk ulike uttrykk som står i direkte kontakt med sannsynlighetsbegrepet, og at de har flere språkutrykk for samme innhold. Det vil da være relevant å se på hvilket språk informantene bruker for å forklare sannsynligheten i svarene sine, både hvorvidt matematisk terminologi tas i bruk, og hvilket daglig språk de bruker.

I følge Niss og Jensen (2002) kommer begrepsforståelsen inn under tankegangskompetansen. Her innebærer begrepsforståelse at elevene *kjenner til, forstår* og *kan bruke* matematiske begreper. Elevene skal også kunne *abstrahere* og *generalisere*, som oppsummerer de fire stegene i prosessen for å lære et begrep i avsnitt 2.1.4. Steg 1 er å abstrahere, som innebærer at elevene kan trekke ut begrepskriteriene (felles egenskaper) fra ulike eksempler, og kan ignorere ulikhetene. Steg 4 er å generalisere, og her skal elevene kunne overføre begrepskriteriene til nye situasjoner, og kunne kjenne igjen begrepet.

Ut i fra dette vil en begrepsforståelse i sannsynlighet innebære at elevene kan kjenne igjen situasjoner i sannsynlighet og finne ulike måter å forklare det på. Elevene skal også kunne kjenne til og bruke andre matematiske begreper som berører sannsynlighetsbegrepet. I dette tilfellet vil hendelse, utfall og utfallsrom være relevant. Flere sentrale begreper som er i relasjon med sannsynlighetsbegrepet finnes i begrepskartet i avsnitt 2.1.2.2.

For å kunne si noe om hvorvidt informantenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet har endret seg i løpet av aktivitetene i dobbeltimen, hadde det vært nødvendig å kartlegge hvilken forståelse de hadde før undervisningopplegget ble gjennomført. En ide jeg hadde, var å be informantene redegjøre for matematiske begreper tilknyttet sannsynlighet, før dobbeltimen i matematikk. Men det ville fortsatt være vanskelig å vurdere begrepsforståelsen ut i fra dette, i tillegg til at jeg måtte ta stilling til skriftlig redegjørelse i forhold til muntlig forklaring. Dessuten kunne dette lagt føringer for informantene når de senere skulle intervjues, og jeg ville unngå at de skulle svare ut i fra hva de trodde jeg forventet at de skulle svare. Det viktigste for meg var at informantene skulle svare ut i fra deres egne tanker og refleksjoner.

Jeg viste at den gjeldene uken dobbeltimen ble utført, ville være elevenes første møte med sannsynlighet på videregående skole. Dermed ville utgangspunktet for elevene være arbeidet de hadde gjort denne uken, inkludert de to skoletimene med innføring i sannsynlighetsregning (se avsnitt 3.4.3). I tillegg hadde jeg et utgangspunkt fra Læreplanen i matematikk, og det den sier om hvilken kompetanse elevene skal ha i sannsynlighet etter ungdomsskolen. Med dette grunnlaget kunne jeg gå ut i fra at elevene var kjent med begreper som hendelse, utfall og utfallsrom.

Ved å ta utgangspunkt i informantenes bakgrunn i sannsynlighet fra ungdomsskolen og de to skoletimene i forkant av dobbeltimen, hadde jeg et grunnlag å gå ut i fra. Ut i fra dette kunne jeg fokusere på hvordan informantene forklarte seg i intervjuene, hvilket språk de brukte, og om de tok i bruk eksempler eller begreper fra klassediskusjonene, om de brukte «sum» fremfor «tall» og så videre, og se om jeg kunne si noe om begrepsforståelsen ut i fra dette. I tillegg hadde jeg et utgangspunkt i informantenes bakgrunn for valg av tall i terningspillet, som var noe av det første som ble gjort i dobbeltimen.

## 5.2 Informantenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet

I intervjutranskripsjonene kommer det frem at ingen av informantene kunne vise til et bredt begrepsinnhold og flere språkuttrykk i tilknytning til sannsynlighetsbegrepet. Ingen av informantene tok i bruk begrepene *hendelse*, *utfall* og *utfallsrom*. Disse begrepene er av de mest relevante begrepene innenfor sannsynlighetsregning på det gitte nivået, og er også en sentral del av sannsynlighetsteorien som lå til grunn for undervisningopplegget i dobbeltimen. Selv eleven som lå an til å få toppkarakter i den teoretiske matematikkretningen 1T viste mangelfull begrepsbruk i matematikk. Sannsynlighetsteorien som er grunnlaget for undervisningopplegget er like relevant for ungdomsskolen som for Vg1. Likevel viste det seg at elevene på Vg1 så ut til å ha vanskeligheter med å finne måter å forklare sannsynligheten på (se avsnitt 4.2.4.4). Hva kan dette komme av? Hvorfor brukte ingen av informantene begrepene utfall og utfallsrom?

Dersom begrepsforståelsen kan måles ut i fra elevenes evne til å kjenne igjen situasjoner i sannsynlighet, finne ulike måter å forklare det på, og kjenne til og bruke andre matematiske begreper som berører sannsynlighetsbegrepet, kan det konkluderes med at informantene hadde en svak forståelse av sannsynlighetsbegrepet. Kan dette være en indikasjon på at elevene hadde liten nytte av aktivitetene og klassediskusjonene i dobbeltimen? Eller kan det være andre forklaringer bak?

I følge *TIMSS* er diskusjon og argumentasjon lite utbredt i arbeid med matematikkfaget (Grønmo et al. 2010). En konsekvens av dette kan være at elevene ikke er vant til å utrykke seg muntlig i matematikken, og dermed får problemer når de skal bruke egne ord til å forklare problemstillinger i for eksempel sannsynlighet. Kanskje elevene hadde uttrykt bedre forståelse av sannsynlighetsbegrepet dersom de redegjorde for det skriftlig? Eller kan det være at elevene vet hvordan begrepene skal brukes i oppgaveregning, men at de likevel ikke har forstått hva begrepene innebærer? I følge Brekke (1995) vil det siste spørsmålet være gjeldende. Å lære seg begreper er en tidkrevende prosess. I norsk skole er det tradisjon for å lære fakta og ferdigheter gjennom å gjøre en rekke rutineoppgaver, og det prioriteres ikke tid til at elevene kan stoppe opp og diskutere og reflektere over meningen med det de gjør. Dette fører til at elevene ikke får utviklet gode begrepsmessige strukturer og derfor ofte har en mangelfull begrepsforståelse. En annen grunn for dette kan komme fra strukturen matematikkfaget er lagt opp på i løpet av skoleåret og hele skolegangen. Elevene skal gjennom ulike emner i matematikkfaget i løpet av skoleåret, og det blir satt av et bestemt antall uker for å arbeide med hvert emne, hvert år. Dette kan føre til at elevene ikke blir vant med begrepsbruken i emnet, før de må videre til neste tema. Og da kan det gå ett år før de igjen møter på begrepsbruken i det gitte emnet.

Det kan være at elevenes bakgrunn fra arbeid med sannsynlighet på ungdomsskolen, og innføringen i sannsynlighetsregning de to skoletimene i forkant av dobbeltimen, ikke hadde gitt elevene et godt nok grunnlag til å ha god *begrepsforståelse* i sannsynlighet. I avsnitt 4.2.4.4 kommer det frem at ingen av informantene har 1. språk i sannsynlighet. Da blir det feil å bruke intervjutranskripsjonene til å slå fast at elevene viste svak begrepsforståelse i sannsynlighet, og at undervisningsopplegget derfor ikke hadde noen nytte. Da må heller aktivitetene og klassediskusjonene i dobbeltimen ses på som en del av den tidkrevende prosessen det er å utvikle god begrepsforståelse i matematikk. Elevene vil da ha et bedre grunnlag når de skal fortsette arbeidet i sannsynlighet, og møter på problemstillinger i sannsynlighet ved senere anledninger.

Det som derimot kan brukes til å si noe fast om hvordan innvirkning de muntlige aktivitetene hadde på elevenes begrepsforståelse i sannsynlighet, er den kognitive konflikten som beskrives i avsnitt 4.2.5.4. Samtlige av de tre informantene hadde en intuitiv oppfatning om at summene 2-12 var like sannsynlige å få når to terninger kastes samtidig. De erfarte at dette ikke stemte overens med virkeligheten, og oppdaget at summen 7 var mest sannsynlig å få. Det kan stilles spørsmål til hvorvidt denne konflikten kunne blitt avdekket gjennom oppgaveregning. Gjennom å la elevene erfare det på egenhånd, og diskutere og reflektere over det, dannes det et godt grunnlag for å rydde misoppfatninger av veien.

De muntlige aktivitetene i dobbeltimen har innvirket på elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet ved at de har oppdaget at intuitive oppfatninger de hadde om problemstillinger i sannsynlighet, ikke stemmer overens med virkeligheten. Videre har elevene fått trening i å utrykke seg muntlig i problemstillinger som omhandler sannsynlighetsbegrepet.

## 5.3 Betydningen av klassediskusjonene

I innledningen har jeg forklart at jeg har utformet et undervisningsopplegg i sannsynlighet som har målsetting å a) legge til rette for matematisk utforskende samtaler innenfor sannsynlighetsbegrepet, og b) utfordre elevene til å utforske sin forståelse av sannsynlighetsbegrepet. I avsnitt 4.1.3 kommer det frem at jeg ikke lyktes med å få klassediskusjonene til å bli den typen matematisk utforskende samtaler som jeg beskriver i avsnitt 2.4.1. Men er det slik at dersom ikke punkt a) oppnås, så vil heller ikke punkt b) oppnås? Er det et krav at klassediskusjonene skal være matematisk utforskende for at elevene skal kunne utforske sin forståelse av sannsynlighetsbegrepet?

I en matematisk utforskende samtale skal elevene stille spørsmål til sine egne forståelser og tidligere forståelser, og selv undersøke hva som er nytt og annerledes (Skovsmose & Säljö 2008). Skovsmose (1998) forklarer også at det ikke blir noe *undersøkelseslandskap* før elevene gjør spørsmålene til sine egne. Så hva kan en vanlig klassediskusjon der læreren stiller spørsmål og elevene svarer, føre til?

I klassediskusjonene i dobbeltimen fikk elevene i fellesskap oppdage at intuisjonene om at summene 2-12 var like sannsynlige å få på to terninger, ikke stemte med virkeligheten. Klassediskusjonene trenger ikke å være matematisk utforskende for at elevene skal oppdage at en intuisjon de har, ikke er rett. Klasserommet ble brukt som en felles læringsarena, og hver elev skrev opp på tavla det de erfarte i de 20 terningkastene. Klassediskusjonene var et viktig bidrag i å oppfylle læreplanenes vektlegging av muntlig arbeid med matematikkfaget, og elevene fikk mulighet til å utvikle sine muntlige ferdigheter i matematikk.

### 5.3.1 Kvaliteten på forskningsspørsmålet

Forskningsspørsmålet mitt spør ikke hvordan matematiske utforskende samtaler kan innvirke på elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet, men hvordan *muntlige aktiviteter* kan innvirke på elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet. Videre blir det presisert at aktiviteten skal skape konkrete hendelser som utfordrer elevenes intuitive forståelse av problemet, og at det er dette som blir grunnlaget for klassediskusjonene. Dermed avhenger kvaliteten på klassediskusjonen av kvaliteten på aktiviteten. Hvor vidt klassediskusjonene blir matematisk utforskende avhenger både av kvaliteten på læreren, kulturen i klasserommet og på den matematiske bakgrunnen til elevene. Men dersom aktiviteten som blir lagt til grunn lykkes i å utfordre elevenes intuitive forståelse, kan en vanlig klassediskusjon ha like mye nytte som matematisk utforskende samtaler.

## 5.4 Funn og tidligere forskning

I denne oppgaven har jeg blant annet funnet ut at det ensidige fokuset norsk skole har på individuell oppgaveregning i matematikk, går på bekostning av tilrettelegging for at elevene skal utvikle dyp begrepsforståelse. Men hvorfor er det mer fokus på å lære elevene *hvordan* de skal løse oppgaver i ulike emner i matematikk, fremfor å tilrettelegge for at elevene får en dypere forståelse og egne tanker og refleksjoner rundt emnet, og dermed vet *hvorfor* de kan løse oppgavene slik?

Skemp (1976/2002) viser til to ulike perspektiver i matematikk, *relasjonell* forståelse og *instrumentell* forståelse. Relasjonell forståelse innebærer at elevene både vet hva de skal gjøre og hvorfor. En instrumentell forståelse innebærer at elevene har evne til å utføre gitte regler og prosedyrer i matematikk. I forhold til min oppgave vil en dyp begrepsforståelse understøtte en relasjonell forståelse, og mengdetrening på oppgaver understøtte en instrumentell forståelse. Skemp (1976/2002) spør seg om den ene typen forståelse er bedre enn den andre, og er bekymret over konflikter som kan oppstå mellom de to synene. For eksempel vil det oppstå en konflikt der elever som har som mål å forstå instrumentelt, blir undervist av en lærer som ønsker at elevene skal forstå relasjonelt. På samme måte vil det oppstå konflikt dersom det var andre veien om. Skemp (1976/2002) mener at den første konflikten vil være et kortsiktig problem, men at den andre vil være mer alvorlig, siden en elev med relasjonell forståelse vil få liten eller ingen hjelp fra undervisningen.

I følge Skemp (1976/2002) er det mange grunner for at matematikklærere fokuserer på bruk av instrumentell forståelse. I noen tilfeller kommer instrumentell forståelse raskere, og for bestemte oppgaver i undervisningen eller på eksamen kan de være at elevene ikke har bruk for mer. Samtidig vil forventningene om arten og omfanget av et matematikkurs påvirke lærerens bruk av instrumentell forståelse, hvor de kan føle seg presset til å dekke mange emner. Lærere kan også foretrekke instrumentell forståelse fordi det er det de selv innehar, eller fordi de har problemer med å gjenkjenne relasjonell forståelse i elevenes tenkning og skriftlig arbeid. Skemp (1976/2002) finner at det er spesielt tre fordeler ved instrumentell forståelse som gjør det foretrukket blant mange matematikklærere: a) innenfor sin egen kontekst er instrumentell matematikk ofte lettere å forstå, b) belønning for å følge en prosedyre og oppnå et korrekt svar er mer umiddelbar, og c) ved at mindre kunnskap er involvert, kommer riktige svar ofte lettere og er mer pålitelig. Skemp (1976/2002) finner derimot fire fordeler ved en relasjonell forståelse i matematikk: a) elevene blir mer tilpasningsdyktige for nye oppgaver, b) Det er lettere å huske, c) relasjonell kunnskap kan være effektiv som et mål i seg selv, og d) elevene vil kunne bygge opp en konseptuell forståelse.

I følge Grønmo et al. (2010) er basisferdigheter (instrumentell forståelse) og begrepsforståelse (underliggende en relasjonell forståelse), gjensidig avhengig av hverandre. Matematikken kan betraktes både som et produkt og en prosess, og faktakunnskapene og ferdighetene i faget må knyttes sammen med aktivitetene som fører frem til en løsning. Det er derfor viktig å finne en balanse mellom basisferdigheter og begrepsforståelse i matematikk (se avsnitt 4.2.1.4). Fischbein (1994) forklarer også i sin tekst at matematikken kan sees på som en menneskelig aktivitet, hvor de tre aspektene formell, algoritmisk og intuitiv forståelse er nødvendige og henger i hop med hverandre (se avsnitt 2.3.2).

Matematikkundervisningen vil ofte være preget av trender innen forskning i matematikkdidaktikk, og hvilke forskningsresultater som ligger til grunn når nye læreplaner utarbeides. Det kan tenkes at det er en pendel som svinger og blir dratt i nye retninger av ulike forskningsresultater, og at formen på matematikkundervisning er en konsekvens av hvor pendelen har svingt. Tidligere har det vært mye fokus på skolematematikken som et bruksnyttig fag og pendelen har derfor svingt mer mot en matematikkundervisning med fokus på instrumentell forståelse. Skemp skrev sin artikkel om instrumentell og relasjonell forståelse i 1976, og hevdet da at mange matematikklærere og nye tekster fokuserte på instrumentell forståelse. I de siste ti-årene har pendelen igjen begynt å svinge, og fokus har blant annet flyttet seg mot en helhetlig matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002), matematisk kreativitet (se avsnitt 6.3.1), og forståelse i matematikk. Min oppgave også et bidrag til sistnevnte. Et eksempel på hvordan undervisningen i norsk skole henger sammen med ny kunnskap og forskningsresultater, er prosjekt *ungdomstrinn i utvikling* som

Kunnskapsdepartementet har gående i skrivende stund (KD, 2012). På bakgrunn av uttalelser fra internasjonale eksperter i OECD og fra nasjonale forskere skal det satses på motivasjon og mestring for bedre læring gjennom mer praktisk og variert undervisning. I arbeidet med å variere arbeidsmåtene på ungdomstrinnet er klasseledelse, regning, lesing, og skriving prioriterte satsingsområder. I strategirapporten viser de til forskning som sier at lærere som behersker og bruker flere undervisningsmetoder og som åpner for samarbeid og involvering av elevene, har elever som oppnår bedre resultater (KD, 2012, s. 5). Dette kan sees sammen med mine funn i denne oppgaven, som viser at muntlige aktiviteter i arbeid med sannsynlighet kan bidra til at elevene får utfordret sin intuitive forståelse, slik at begrepsforståelsen i sannsynlighet blir utvidet.

# 6. AVSLUTNING OG KONKLUSJON

## 6.1 Oppsummering

Jeg har med denne oppgaven utført en kvalitativ studie av muntlig arbeid med matematikk på videregående skole. Mitt forskningsspørsmål for denne oppgaven var som følger:

*Hvordan kan muntlig aktivitet innvirke på elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet?*

For å kunne gjennomføre studien laget jeg et undervisningsopplegg med målsetting om å a) legge til rette for matematisk utforskende samtaler innenfor sannsynlighetsbegrepet, og b) utfordre elevene til å utforske sin forståelse av sannsynlighetsbegrepet. Undervisningopplegget utførte jeg i en dobbeltime i en klasse på Vg1, hvor jeg i etterkant intervjuet tre av elevene. Transkripsjonene fra intervjuene og loggen fra dobbeltimen utgjør datamaterialet som ble brukt til å analysere problemstillingen.

I analysene kom det frem at informantenes arbeidsmåter i matematikk samsvarer med funn fra *TIMSS* som viser at det er stor vekt på individuell oppgaveregning i norsk skole. Ingen av informantene nevnte noen andre arbeidsmåter enn å gjøre oppgaver i matematikk. Det viste seg også at informantene hadde liten erfaring med muntlig arbeid i matematikkfaget.

Informantene hadde til tider vanskeligheter med å forklare sannsynlighetsteorien som lå til grunn for terningspillet og den tilhørende tabellen i dobbeltimen. Ingen av informantene brukte relevante matematiske begreper tilknyttet sannsynlighetsbegrepet, slik som utfall og utfallsrom, og viste til tider en mangelfull forståelse av sannsynlighetsbegrepet.

De muntlige aktivitetene i dobbeltimen førte til at informantene oppdaget at det ikke var like sannsynlig å få summene 2-12 når to terninger kastes samtidig.

Muntlige aktiviteter kan føre til at elevene oppdager at intuitive oppfatninger de har om problemstillinger i sannsynlighet, kan være feilaktige. Klassediskusjoner åpner opp for at elevene kan dele sine tanker og erfaringer om disse problemstillingene, og dermed utvikle forståelsen for sannsynlighetsbegrepet.

## 6.2 Dette kunne jeg gjort annerledes

Jeg hadde brukt god tid til å utforme intervjuguiden og spørsmålene som skulle stilles til informantene. Spørsmål 2 var som følger: *Hva slags erfaring har du med muntlig arbeid i matematikkfaget?* I etterkant ser jeg at dette spørsmålet burde blitt stilt på en annen måte. Det så ut til at informantene var usikre på hva som regnes som muntlig arbeid i matematikkfaget, og jeg tror jeg kunne fått andre svar dersom spørsmålet hadde inneholdt eksempler på arbeidsmåter som kan kategoriseres som muntlig arbeid i matematikk. Jeg kunne for eksempel stilt spørsmålet: *Har du erfaring fra muntlig arbeid i matematikkfaget, som for eksempel diskusjon og argumentasjon i forbindelse med oppgaveløsning, strategier og resonnementer, eller klassediskusjoner i forbindelse med lekser, eventuelt erfaring fra gruppearbeid, muntlige fremføringer, muntlige prøver og så videre.* I tillegg glemte jeg å stille dette spørsmålet til en av informantene, så jeg burde derfor tatt med bedre tid til å sjekke over spørsmålene til slutt i intervjuene, for å se om det var noe jeg hadde glemt.

Målet med klassediskusjonene var at de skulle være matematisk utforskende fra elevenes side. Dette lyktes ikke jeg med i dobbeltimen. Klassediskusjonen ble mer en situasjon som gikk ut på å spørre og svare i matematikk, hvor jeg som lærer stilte spørsmål, og elevene rakk opp handa for å svare. Svarene var konkrete og ikke utforskende eller spørrende, og antagelig på en form som de var vant med fra tidligere matematikktimer. Dersom elevene ikke viste svaret, gikk jeg videre til neste spørsmål. Jeg burde brukt bedre tid på forhånd til å tenke over hvordan jeg kunne sende spørsmålene tilbake til elevene, og hvordan klassediskusjonen skulle bli lagt opp for at den kunne bli best mulig. Kanskje elevene burde hatt bedre tid til å fordype seg i stoffet, slik at de hadde et bedre grunnlag til å utforske den kunnskapen de allerede hadde.

## 6.3 Veien videre

### 6.3.1 Spørsmål som hadde vært interessant å finne svar på

Matematisk kreativitet er noe jeg har tenkt mye på i løpet av arbeidet med denne oppgaven. Jeg har forsøkt å finne ut hvilken innvirkning muntlige aktiviteter kan ha på elevers begrepsforståelse i matematikk, men et annet spørsmål som hadde vært interessant å finne svar på, er hvorvidt muntlige aktiviteter i matematikk kan fremme matematisk kreativitet hos elevene.

Det er ikke en felles enighet om hva matematisk kreativitet er. Noen forskere knytter kreativitet til det å kunne abstrahere og generalisere, eller til kompleks problemløsning. En formulering er «ability to produce unexpected original work, wich is usefull and adaptive». Denne formuleringen har vært diskutert, siden det ikke alltid er et krav om at arbeidet skal være nyttig for at det skal være kreativt (Sriraman 2004).

Niss & Jensen (2002) har ikke ført opp kreativitet som en av de åtte delkompetansene, men de mener derimot at kreativitet inngår i, og er en del av, alle de åtte delkompetansene:

*«Kreativitet kan vel nærmest betragtes som indbegrebet af alle de produktive sider af kompetencerne, altså det at kunne stille gode interne eller eksterne matematiske spørgsmål og formulere deraf udspringede problemer; dernæst ved hjælp av intuition, abstraktion, generalitation valg af hensigtsmæssige repræsentationer, symbol- og formalismehåndtering, samt eventuelt brug af hjælpemidler, at løse disse problemer; derefter at levere korrekte og fullstændige argumenter (beviser) for at de foreslåede løsninger virkelig virker, for sluttelig at kommunikere både proces og produkt på en klar og overbevisende måde til en målgruppe.»* (Niss & Jensen 2002:64).

I følge Lithner (2008) innebærer matematisk kreativitet at eleven bruker det matematiske grunnlaget som han innehar til å argumentere og bygge opp en strategi, som fører til nye oppdagelser. Jeg tror at muntlig arbeid med matematikkfaget kan være med på å trigge frem dette. Elevene er ofte mer bevisst på å forklare hvordan de tenker og hva de baserer det på, når de snakker høyt om problemstillinger i matematikk fremfor når de gjør oppgaveløsning. For eksempel i en klassediskusjon hvor flere elever diskuterer matematiske spørsmål, vil elevene måtte argumentere for påstandene sine, og kan dermed bli utfordret til å tenke i nye baner. Dette kan føre til at elevene oppdager noe nytt, og dermed lærer seg å være kreativ i matematikken. I en optimal klassediskusjon vil matematisk utforskende samtaler føre til at elevene oppdager eller kommer frem til noe nytt sammen.

### 6.3.2 Refleksjoner om å benytte muntlig arbeid i matematikkundervisningen

Jeg har fått mange tanker i løpet av arbeidet med denne oppgaven. Spesielt har jeg fått mange tanker omkring arbeidsmåter i matematikkfaget, det tidsmessige perspektivet på å la elevene få bygge opp begrepsmessige strukturer, og utfordringer ved å gjennomføre matematiske utforskende samtaler. Disse kan jeg ta videre med meg inn i undervisningshverdagen når jeg en dag starter som matematikklærer. Gjennom det jeg har funnet ut ser jeg behovet for å legge opp til varierte undervisningsmetoder der elevene får mulighet til å reflektere og dele tankene sine rundt erfaringer de gjør seg i matematikk. Dette gjelder både for sannsynlighet og andre områder i matematikken. Jeg ser også at dette kan bli en tidsmessig utfordring, der skoletimene må benyttes med omhu, og hvor jeg ganske sikkert vil oppleve at tiden noen ganger ikke strekker til.

## 6.4 Konklusjon

Norsk skole har overdreven vekt på individuelt arbeid i matematikk. En konsekvens av dette er at elevene ikke får tid til å reflektere og diskutere rundt erfaringer de gjør seg i forbindelse med nye begreper og ny kunnskap. Dette fører til at elevene får liten mulighet til å bygge seg opp begrepsmessige strukturer i matematikk.

Muntlige aktiviteter i arbeid med sannsynlighet kan bidra til at elevene får utfordret sin intuitive forståelse. Gjennom klassediskusjoner kan elevene reflektere og diskutere rundt forståelsen sin, slik at misoppfatninger blir avdekket og begrepsforståelsen i sannsynlighet blir utvidet.

# LITTERATURLISTE


Alrø, H., Skovsmose, O., & Skånstrøm, M. (2003). Læring gennem samtale. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? – om matematikklæring*. (s. 25-38). København: L&R Uddannelse.

Alver, B. G., & Øyen, Ø. (1997). *Forskningsetikk i forskerhverdag. Vurderinger og praksis*. Oslo: Tano Aschehoug.

Andersson, A. (2002). Begreppskartor - Ett verktyg för bättre förståelse. *Nämnaren, 2*(44).

Bateson, G. (1972). *Steps to an Ecology of Mind.* Hertz: Paladin Books.

Brekke, G. (1995): *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Drageset, O.G. (2014). Redirecting, progressing and focusing actions - a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 85*(2), 281-304.

Engestrøm, Y. (1996): Development as breaking away and opening up: A challange to Vygotsky and Piaget. *Swiss Journal of Psychology, 55*, 122-132.

Fangen, K. (2009). *Kvalitativ metode.* Hentet 20. oktober 2013, fra http://www.etikkom.no/FBIB/Introduksjon/Metoder-og-tilnarminger/Kvalitativ metode/.

Fischbein, E. (1994). The interaction between the formal, the algorithnic and the intuitive components in a mathematical activity. I R. Biehler, R. Sträβer m.fl (Red.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline.* (s. 231-245). Dordrecht, NL: Kluwer

Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2010). *Matematikk i motvind*. *TIMSS Advanced 2008 i videregående skole.* Oslo: Unipub forlag.

Grønmo, S. (1996). Forholdet mellom kvalitative og kvantitative tilnærminger i samfunnsforskningen. I H. Holter & R. Kalleberg (Red.), *Kvalitative metoder i samfunnsforskning*. Oslo: Universitetsforlaget.

Imsen, G. (2005). *Elevens verden* (4. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Iversen, K., & Nilsson, P. (2007). Students' Reasoning About One-Object Stochastic Phenomena in an IKT-Enviroment. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12*(2), 122-132. DOI: 10.1007/s10758-007-9116-0

Johnsen-Høines, M. (1998). *Begynneropplæringen. Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* (2. utg.). Bergen: Caspar Forlag.

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2013): Læringssamtalen som grep og begrep. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen I matematikkfagets praksis - Bok II*. (s. 43-56). Bergen: Caspar Forlag.

KD. (2006a). Læreplan i matematikk fellesfag. I *Kunnskapsløftet.* Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet 18. Februar 2014, fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/

KD. (2006b). Veiledning i lokalt arbeid med læreplaner. I *Kunnskapsløftet.* Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet 18. Februar 2014, fra http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-lareplaner/Veiledning-i-lokalt-arbeid-med-lareplaner/

KD. (2012). Strategi for ungdomstrinn i utvikling. I *Ungdomstrinn i utvikling.* Oslo: Utdanningsdirektoratet. Hentet 29. mai 2014, fra http://www.regjeringen.no/upload/KD/Vedlegg/Grunnskole/Strategiplaner/F_4276_B_web.pdf

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal forlag.

Laplace, P. S. (1820). *Théorie analytique des probabilités*. Paris: Courcier.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitativ mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276.

Lysø, K. O. (2007). Statistikk og sannsynlighet. I B. K. Selvik (Red.), *Matematiske sammenhenger* (2. utg.). Bergen: Caspar forlag.

Lysø, K. O. (2005). *Sannsynlighetsregning – en fagdidaktisk innføring* (1. utg.). Bergen: Caspar Forlag

Løwing, M., & Kilborn, W. (2002). *Baskunnskaper i matematikk – før skola, hem och samhälle* (1. utg.). Lund: Studentlitteratur.

Nilsson, Per. (2007). Different ways in which students handle chance encounters in the explorative setting of a dice game. *Educational Studies in Mathematics, 66*(3), 293-315. DOI: 10.1007/s10649-006-9062-0.

Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring.* København: Undervisningsministeriets forlag.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Ryen, A. (2002). *Det kvalitative intervjuet: fra vitenskapsteori til feltarbeid*. Bergen: Fagbokforlaget AS.

Skovsmose, O. (2003). Kritisk forskning – pædagogisk udforskning. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tenkes? Om matematikklæring* (s. 255-272). København: Malling Beck.

Skemp, R. R. (1976/2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *12*(2), 88–95. Originally published in *Mathematics Teaching*.

Skovsmose, O. Säljö, R. (2008). Learning mathematics through inquiry. *Nordisk matematikkdidaktikk (NOMAD), 13*(3), 31-51.

Skovsmose, O. (1998). Undersøkelseslandskaper. I T. Dalvang & V. Rhode (Red.), *Matematikk for alle. Rapport fra LAMIS.* Bergen: Caspar forlag.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator, 14*(1), 19-34.

Stein, M.K., Engle, R.A., Smith, M.S., & Hughes, E.K. (2008): Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical thinking and learning, 10,* 313-340.

Tranøy, K. E. (2011). Metode. I *Store norske leksikon.* Hentet 26. februar 2014 fra http://snl.no/metode.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes.* Cambridge: Harvard University Press.

Vygotsky, L. (1971). *Tænkning og sprog.* København: H.Reitzels forlag.

Wæge, Kjersti. (2006): Tør jeg å slippe kontrollen? I C. Kirfel (Red.), *Inspirasjonsbok for lærere* (s. 140-146). Bergen: Caspar forlag.

# Appendix

A. Intervjuguide

B. Samtykkeskjema

C. Transkripsjon av intervjuene

D. Logg fra dobbeltimen

E. Personvernombudets tilbakemelding på innmeldt forskningsprosjekt

## Intervjuguide

Dette er den generelle intervjuguiden som ble tilpasset hver enkelt elev som deltok på intervjuet i etterkant av dobbeltimen i sannsynlighet.

1. Informasjon
   Gjennomgang av skjema for samtykke. Er noe uklart, har du noen spørsmål? Starte opptak.
2. Overgangsspørsmål
   - Hvordan har du arbeidet med matematikkfaget tidligere?
   - Hva slags erfaringer har du med muntlig arbeid med matematikkfaget
3. Nøkkelspørsmål
   1. Hvilket tall valgte du og hvorfor?
   2. Hva er sannsynligheten for å få det tallet du valgte?
   3. Kan du forklare tabellen? Ser du noe mønster?
   4. Hvis du kunne velge på nytt, hvilket tall ville du da valgt? Hvorfor?
4. Avslutning
   Har jeg forstått deg riktig? Er det noe du vil legge til? Takk for at du stilte opp☺

# Forespørsel om deltakelse i masterprosjektet

## *"Muntlig arbeid i matematikk"*

**Bakgrunn og formål**
Masterstudie ved universitetet i Tromsø: «Hvordan kan muntlig aktivitet innvirke på elevenes forståelse av sannsynlighetsbegrepet?»

**Hva innebærer deltakelse i studien?**
Intervju på ca.10 min. Spørsmålene vil omhandle muntlig arbeid med matematikk og spørsmål fra undervisningsøkten. Intervjuet vil bli spilt inn på lydopptaker

**Hva skjer med informasjonen om deg?**
Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Student og veileder er de eneste som vil ha tilgang til personopplysninger. Lydopptak blir lagret på personlig pc.

Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen.

Prosjektet skal etter planen avsluttes juni 2014. Da vil personopplysninger og lydopptak slettes.

**Frivillig deltakelse**
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

## Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

--------------------------------------------------------------------------------------------------------
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

## Transkripsjon av intervjuene

### Elev 1

I: Hvordan har du arbeidet med matematikkfaget tidligere?

F: Ehh… Jeg vil si at jeg har jobbet ganske mye med det. Fordi at for eksempel på ungdomsskolen så hadde vi en lærer som alltid sjekket leksene så vi måtte liksom alltid gjøre dem. For ellers så fikk vi anmerkning og sånne ting. Også nå så har jeg jo T-matte så jeg jobber litt mer enn de som har P for å si det sånn.

(Pause)

F: Selv om jeg ikke får de resultatene jeg vil ha på prøver (flirer). Siden jeg jobber ganske mye med det.

I: Når du jobber med mattefaget, enten hjemme eller på skolen, hva er det vanlig at du gjør?

F: Ehh… Oppgaver.

I: Jaha, så det er det det går i?

F: Ja, eller, jeg prøver å gjøre så mange oppgaver jeg kan.

I: Hvordan erfaring har du med muntlig arbeid i matematikken?

F: Mmm, det er vel egentlig ikke så mye muntlig arbeid i matten sånn egentlig, men vi har jo littegrann… Men nei, ikke så mye erfaring med det akkurat.

I: Hvordan tall valgte du?

F: Jeg valgte tallet 11.

I: Hvorfor da?

F: Nei, fordi jeg var født den 11. april

I: Mhm

F: Så jeg bestemte meg for at jeg enten skulle ta 11 eller 7, så jeg valgte 11.

I: Vet du hva sannsynligheten er for å få det tallet du valgte?

F: Det er jo 2 av 36

I: Mhm, hvorfor det?

F: Fordi at (tenkepause) Det… det er jo kanskje mest fordi at du må ha høye tall for å få det riktige, du må ha 5 og 6… Og 6 og 5, så det er bare to tall du egentlig kan ha for å få 11.

I: Jaha. Kan du forklare tabellen for meg? (Tar frem tabellen)

F: Ehm.. Jeg trur jeg akkurat gjorde det

I: Jaha?

F: hvordan vil du at jeg skal forklare den?

I: Kan du forklare om de ser et mønster, for eksempel?

F: Jo for det mønsteret det går jo liksom… Det går liksom, det lavest.. At det laveste tallet har liksom, det er vanskeligst å få det laveste og det høyeste tallet… Også jo mere midt på tallet du blir, jo lettere er det å få det. Og siden 11 er det nest høyeste så er det også (tenkepause) litt vanskelig å få liksom, men det er ikke det vanskeligste men det er likevel vanskelig å få det.

I: Mhm, så det blir det du var inne på i stad? De mulighetene?

F: Ja.

(Stillhet)

I: Så hvis du skulle velge på nytt, hvordan tall ville du da ha valgt?

F: Nei, da ville jeg ha valgt 7 (flirer), men det var ikke på grunn av at det var det tallet du ville få mest, det var fordi jeg er født i 97

I: Mhm, ja, enn hvis dette var et pengespill hvor du kunne vunnet penger dersom ditt tall kom flest ganger?

F: Ja, da ville jeg hvertfall nå valgt 7 for det er størst sjanse.

**Elev 2**

I: Hvordan har du arbeidet med matematikkfaget tidligere?

S: Ehhm, med tanke på hvor mye jeg jobber eller, hva mener du?

I: Ja, både det, og når du gjør matte, enten hjemme eller på skolen, hva er det du gjør da?

S: Ehh, jeg vet ikke, det er vel prøve å få gjort litt sånn utfordrernes, ikke bare masse lette. Også hvis det er noen jeg sliter veldig med, så enten få hjelp hvis jeg ikke får til, så enten spørre noen som kan vite svare eller søke opp på nett. Eh, også da gjerne se om jeg finner flere slike oppgaver så jeg er sikker på at jeg klarer dem i fremtiden.

I: Har du noen erfaring med muntlig arbeid med matematikk?

S: Eh, ja, jeg har vært oppe i muntlig eksamen i matte, ja, det var prøve muntlig i matte. Også har vi, det var på ungdomsskolen da, også da hadde vi også i 8. klasse da noen muntlige oppgaver. Så jeg har jobbet litt med muntlig matte.

I: Mhm, hvordan tall valgte du?

S: Jeg valgte 7

I: Jaha, og hvorfor valgte du det?

S: (flirer) Jeg hadde, for å være helt ærlig så hadde jeg egentlig 9, men så hadde jeg og ho jeg var lamme, vi hadde feila, så vi hadde kasta ilag, så tenkte vi åh, da tar vi på nytt, og da hadde jeg sett at 7 var det veldig mye av, så da valgte jeg det (flirer).

I: Hehe, ja det var for så vidt smart da. Hva er sannsynligheten for å få det tallet du valgte?

S: Ehh, jeg mener det var én sjettedel, trur jeg, hvis jeg husker rett, så var det én sjettedel.

I: Hvordan kom du frem til det?

S: Ehh, vi tegnet opp den der tabellen, også så jeg jo det at det kunne bli seks resultater med 7.

I: Mhm, den her tabellen? (Intervjuer tar frem tabellen)

S: Ja

I: Kan du forklare den her tabellen?

S: Ehh, den viser jo det da, at summen du kan få når du kaster forskjellige terninger, hvis du får 1 og 6 ilag så får du summen 7 for eksempel. Så viser den det nedover.

I: Mhm, ser du noe mønster?

S: Ja asså, når vi, når vi regna, måten jeg leste av hvor mange gang vi kunne få de forskjellige tallene, så var det jo bare å telle for du ser jo at det kommer opp. Så kan du bare enkelt telle sannsynligheten for å få det tallet du lurer på. Ja.

I: Ja, hvis du skulle ha valgt et tall på nytt, hvordan tall ville du da ha valgt?

S: (flirer) hehe, vet ikke, kanskje bare tolv får å se om jeg fikk det siden det er så liten sannsynlighet for å få det

I: Enn hvis du kunne fått penger dersom du fikk ditt tall flest ganger?

S: Ja, da ville jeg ha valgt 7 igjen

I: Hvorfor?

S: Fordi det er størst sannsynlighet for å få det.

**Elev 3**

I: Hvordan har du arbeidet med mattefaget tidligere?

B: Jeg vet ikke helt, det har vært litt sånn, matte har ikke alltid vært mitt favorittfag, men det har egentlig gått ganske greit, trur jeg, ja. Det har gått litt sånn i perioder der matte er liksom veldig vanskelig, men ja, det går sikkert fint

I: Når du jobber med matten, enten hjemme eller på skolen, hva er det vanlig at du gjør?

B: Ehm, jeg bor jo på hybel så han pappa brukte jo å hjelpe meg før, men nå har det blitt litt mer vanskelig å ha han til å hjelpe, så jeg har begynt å gjøre mye mindre oppgaver hjemme siden jeg ikke får hjelp, siden jeg synes det er så vanskelig. Så når jeg jobber så er det liksom veldig enkle oppgaver, da velger jeg de enkleste fordi at jeg er så dårlig på å løse de vanskelige oppgavene helt alene, så, ja.

I: Mhm. Hvordan tall valgte du deg?

B: Jeg valgte meg tallet 6

I: Hvorfor da?

B: Fordi det var midt i mellom 12 og 1, eller ja, det var liksom derfor.

I: Vet du hva som er sannsynligheten for å få det tallet?

B: Det er 5 av 36.

I: Hvordan kom du frem til det?

B: Det så jeg fra tabellen.

I: Kan du vise meg det? (Tar frem tabellen)

B: Det er liksom at det, at det er liksom 1 og 5, og 2 og 4 og sånn, man plusser jo bare dem i lag, så egentlig så trenger man ikke tabellen for å finne det ut fordi man regner jo bare ut hva terningene blir. Ja.

I: Ja, kan du forklare tabellen litt mer, om du ser et mønster, og hva den egentlig sier?

B: Ehm, den viser jo et mønster om at det liksom, ehm, hvis man tenker sånn av en del av det hele tallet så blir det jo liksom at det er 7 som får flest også minsker det på begge sidene, men, ja…

I: Hvorfor er det 7 flest ganger?

B: Fordi det blir vel det som er flest ganger når man kaster i lag to terninger, at det er mest sannsynlig for at det skal komme sammen, det er det på en måte, for det er liksom, 6 det er jo midt i mellom, men det er jo, det er jo vanskeligere å få det fordi det må være 3, og 4 og 2, og ja, og så videre, så 7 er liksom veldig enkelt egentlig å få i forhold til resten.. Hvis det var en logisk måte å forklare det på. (flirer)

I: Hvis du skulle ha valgt ett tall på nytt, hva ville du da ha valgt?

B: 7 for det er mest sannsynlig.

## Logg fra dobbeltimen

23 elever deltok i undervisningsøkten, 2 gutter og resten jenter. Elevene var fordelt på matematikkretningen 1T og 1P, hvorav flesteparten hadde retningen 1P. Jeg startet dobbeltimen med en kort introduksjon, siden jeg hadde introdusert meg og hva hensikten med besøket var, dagen før.

Etter en kort introduksjon ble spillereglene for terningspillet forklart. Jeg sa at elevene skulle velge seg et tall mellom 2-12, som tilsvarte summen en kunne få ved kast av to terninger. Deretter skulle de kaste terningene 20 ganger og registrere i arbeidsboka si hvor mange ganger de fikk det valgte tallet. Jeg forklarte at dette var en konkurranse hvor målet var å få sitt tall flest ganger. Jeg foreslo at de kunne sette en strek for hvert kast og et kryss dersom kastet ga summen de hadde valgt seg. På grunn av for lite terninger måtte elevene gå to og to i lag og dele på et par av terninger. Etter at de hadde kastet 20 ganger, skulle de gå frem til tavla og skrive navnet sitt, tallet de valgte, og hvor mange ganger de hadde fått tallet de valgte. Terningene ble delt ut. Omentrent halvparten av elevene gikk straks i gang med kastene. Av de resterende var det flere elever som hadde spørsmål til aktiviteten, og som ikke hadde fått meg seg hva de skulle gjøre. Jeg forklarte på nytt og gikk runden i klasserommet for å se at alle kom i gang med aktiviteten.

Da alle var i gang observerte jeg kroppsspråk og prat i mellom parene da de kastet. Fremste rekka var høylytt og gjorde store ristebevegelser med terningene, noen blåste på terningene og ropte «tvitvi». På midterste rad utbrøt ei jente i frustrasjon «hva er greia med 7?». Bakre rad hadde ett roligere lynne, og det var lite prat mellom kastene. Elevene som straks var gått i gang med kastene begynte å bli ferdige, og gikk opp på tavla for å notere resultatet. De spurte hva de skulle gjøre nå, og jeg ga dem beskjed om å vente til resten av klassen var ferdig.

Da alle elevene hadde notert resultatet sitt på tavla ba jeg om oppmerksomhet og at alle skulle sitte rolig ved pulten sin. Tallene 3-12 var representert, men ingen elever hadde valgt tallet 2. Jeg startet med å be elevene studere resultatene på tavla og se om de så noe som skilte seg ut. Da var det umiddelbart en elev som rakk opp handa og sa at det var mye av tallet 8. En annen hevdet at en av dem som hadde valgt seg tallet 11, og var den som hadde fått sitt tall flest ganger, hadde jukset. Jeg spurte hvorfor eleven trodde det, og han svarte at han hadde sett det. Da flirte den gjeldende eleven, men han sa ikke imot. En av dem som hadde valgt seg tallet 8, og fått flest 8ere, hevdet at det da var han som hadde vunnet. Det var ingen i klassen som sa imot på det. Jeg spurte hvem det var som hadde valgt seg tallet 12, og eleven gjorde seg til kjenne. Han hadde ikke fått sitt tall noen ganger. Jeg spurte hvorfor han hadde valgt 12, og han svarte at han ikke visste, men det var det første tallet han tenkte på. Jeg spurte klassen om hvilke tall som var blitt kastet mange ganger, og hvilke tall som ikke var det. En elev sa at han hadde sett at det var kastet mange 7ere, men at han ikke hadde valgt seg tallet 7 så han visste ikke hvor mange gang det var blitt kastet. Jeg spurte om elevene kunne se ut i fra tallene på tavla om det var noen av tallene der som utmerket seg. Da svarte en annen elev at de midterste tallene var kastet mer enn de høye og lave tallene, foruten om den ene som hadde valgt seg 11. Jeg spurte om han trodde det var tilfeldig, eller om det kunne være andre forklaringer bak, og eleven svarte da at han ikke visste. Videre spurte jeg klassen om hvordan de trodde resultatene på tavla ville endre seg, dersom terningene ble kastet uendelig antall ganger. Etter noen sekunders pause var det en som mente at det ville jevne seg ut. Jeg spurte hvordan da, og eleven sa at han visste ikke, men at tallene sikkert ville bli kastet like mange ganger.

Elevene fikk beskjed om at det skulle settes opp en tabell som viste terning 1 kolonnevis med tallene 1-6, og tilsvarende for terning 2 radvis, og brukte hendene til å understøtte hva jeg mente. Jeg forklarte videre at rutene skulle inneholde summen for de ulike kombinasjonene av øyne de to terningene ville gi. Jeg satte opp tabell 1 på tavla, men fylte ikke inn rutene.

| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| **6** | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

*Tabell 1: Utfallsrom ved kast av to terninger*

Noen av elevene gikk straks i gang med å utfylle tabellen, mens andre elever ville ha mer veiledning på hvordan de skulle fylle den ut. Jeg pekte da på ruten øverst til venstre, og spurte elevene hva summen av øyne ville bli dersom begge terningene viste 1. En elev svarte 2, og jeg skrev 2 i den ruten. Videre pekte jeg på ruten øverst i neste kolonne, og spurte hva summen ville bli dersom den ene terningen viste 1, og den andre viste 2, og den samme eleven svarte at det ville bli 3. Jeg skrev 3 i ruten og ba elevene fortsette på samme vis, og fylle ut resten av tabell 1 selv. Underveis da de fylte ut tabellen, ba jeg dem se etter et mønster. Da alle elevene hadde fylt ut tabell 3.2 hadde det gått 20 min av dobbeltimen.

Da alle elevene hadde fylt ut tabellen spurte jeg om de la merke til noe spesielt. En elev svarte at tallene gikk i rekkefølge, og at de forflyttet seg med en for hver nye rad, slik at første rad var 2-7, andre rad 3-8, og så videre, til siste rad var 7-12. En annen elev kommenterte at dette gjaldt både bortover og nedover, slik at mønsteret på en måte ble speilvendt. Etter en liten pause spurte jeg om det var flere som hadde noe å tilføye. En tredje elev svarte da at 7 gikk på skrå over tabellen, slik at det var flest 7ere, og at det deretter ble mindre og mindre av de andre tallene, jo lengre unna 7 du kom. Videre spurte jeg elevene om hva tabellen egentlig viser. Etter litt stillhet svarte en elev at den viser de forskjellige tallene du kan få når du kaster to terninger. Jeg nikket og spurte videre om tabellen viste alle mulige utfall som kan forekomme når man kaster to terninger? Det ble da stille i klasserommet. Jeg spurte om det var noe annet som kunne skje. Det ble igjen stille. Etter at noen elever på fremste rad hadde hvisket med hverandre, sa de til slutt nei, at det ikke var noe annet som kunne skje, ikke hvis det var snakk om andre tall som kunne bli kastet. Jeg sa meg enig, og bekreftet at tabellen viste alle mulige tilfeller av summen på antall øyne på to terninger kastes. Jeg spurte videre om noen hadde et navn for hva tabellen da viste. Det var ingen som svarte umiddelbart. På bakerste rad var det en elev som satt sammen med matematikklæreren for klassen. De hadde hvisket litt sammen, og etter en stund svarte eleven at tabellen viste utfallsrommet.

Jeg spurte klassen om tabellen de hadde satt opp samsvarte med resultatet på tavla. En elev mente at den ikke gjorde det siden resultatet på tavla viste flest 8ere. En annen elev mente at det samsvarte siden de som hadde valgt seg tall i midten hadde fått de flest ganger. En tredje elev sa at det stemte, fordi han var sikker på at dersom han hadde valgt seg 7, ville han fått det flest ganger. Jeg spurte hvorfor han trodde at 7 hadde kommet flere ganger enn de andre tallene, og han svarte da at 7 var mest sannsynlig å få. Jeg smilte, og spurte hvorfor det var slik. En annen elev svarte at det var mest sannsynlig å få 7, deretter 6 og 8 og så videre. Jeg spurte hva sannsynligheten var for å få 12, og siktet til han som hadde valgt seg 12 og ikke fått det noen ganger. Han svarte at det var bare en gang 12 ville bli kastet. Jeg spurte av hvor mange kast da, men ingen svarte med det samme. Etter hvert svarte en elev sannsynligheten for å få 12 var 1/36, fordi det var bare en av de 36 rutene som ga 12. Jeg nikket og spurte hva sannsynligheten for å få 2 var, og en elev svarte umiddelbart at det også var 1/36. Jeg spurte videre hva med tallet 6, og flere elever svarte 5/36. Deretter spurte jeg for tallet 9, og fikk svaret 4/36 fra flere elever.

Etter at spørsmål rundt tabell 1 var tatt opp, fikk elevene beskjed om at en ny tabell skulle settes opp. Denne skulle ta for seg tallene 2-12 kolonnevis, slik at hvert tall hadde en egen kolonne, og under hvert tall i hver kolonne skulle det være tre rader. Videre skulle de bruke den forrige tabellen til å fylle inn sannsynligheten for å få hvert av tallene 2-12. Den første raden skulle ta for seg sannsynligheten for tallet som brøk, den andre raden som desimaltall, og den siste raden skulle utrykke sannsynligheten som prosent. Også her viste jeg tabellen på tavla, uten å fylle inn rutene.

| **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **Sum** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1/36 | 2/36 | 3/36 | 4/36 | 5/36 | 6/36 | 5/36 | 4/36 | 3/36 | 2/36 | 1/36 | |
| 0,028 | 0,056 | 0,083 | 0,111 | 0,139 | 0,167 | 0,139 | 0,111 | 0,083 | 0,056 | 0,028 | |
| 2,8 % | 5,6 % | 8,3 % | 11,1 % | 13,9 % | 16,7 % | 13,9 % | 11,1 % | 8,3 % | 5,6 % | 2,8 % | |

*Tabell 2: Sannsynligheten uttrykt som brøk, desimaltall og prosent*

Etter at noen av elevene utrykte forvirring rundt hva de skulle gjøre, forklarte jeg hvordan de skulle gjøre det for tallet 2. Jeg spurte hva sannsynligheten var for å få 2, og flere elever svarte umiddelbart 1/36, og jeg fylte inn dette i den øverste raden i kolonnen for tallet 2. Videre sa jeg at de måtte finne frem kalkulatorene, og fylle inn svaret som desimaltall i raden under. En elev hadde regnet dette ut på kalkulatoren, og svarte at det skulle bli 0.028, og jeg skrev det inn i den gjeldende ruten. Jeg spurte hva dette tilsvarte i prosent, og fikk 2.8 % som svar. Svaret ble fylt inn i den siste raden i kolonnen for tallet 2. Deretter klarte elevene seg fint på egenhånd, og det så ut til at de hadde god kontroll på overgangen fra brøk til desimaltall, og videre til prosent. Etter at elevene hadde fylt ut resten av tabellen skulle de legge til en kolonne lengst til høyre, etter kolonnen for tallet 12, hvor de skulle skrive sum. Denne kolonnen skulle inneholde summen av brøkene, summen av desimaltallene, og summen av prosentene. Dette gjorde de på egenhånd uten hjelp.

Etter at elevene hadde satt opp tabell 2, spurte jeg hvilke summer de hadde fått da de la sammen desimaltallene, og skrev opp 5 ulike svar på tavla: 0.96, 1.04, 0.98, 1.005 og 1.032. Jeg spurte elevene hvilket svar som var riktig, og en elev svarte straks at det skulle være 1. Jeg spurte hvorfor, og eleven svarte at når du legger sammen brøkene blir det 36/36 som er 1, derfor var det 1 som var riktig. Jeg spurte hvorfor svarene varierte slik de gjorde. En elev svarte at det kom an på hvordan du hadde forkortet svarene før du la dem sammen, men hvis alle desimaltallene var tatt med, ville det blitt 1. Jeg spurte om resten av klassen var enige med dette, og det var de. Jeg spurte videre hvorfor det er slik at sannsynligheten ikke kan bli mer enn 1. En elev svarte da at det tilsvarte 100 %, at da har alt som kan skje, skjedd, og at det på en måte ikke er noe mer som kan skje. En annen elev svarte at det hørte sammen med prosenten, og at det går an å tenke at slik som sannsynligheten varier mellom 0 og 100 %, varier den også mellom 0 og 1. Det var bare en annen måte å si det på.

Deretter skulle elevene gå i gang med oppgaver på arbeidsplanen i matematikk. Her hadde jeg og matematikklæreren funnet oppgaver som var i samsvar med aktivitetene som var gjennomført i dobbeltimen. Etter at elevene var i gang med oppgavene tok jeg ut en og en av de 3 elevene som var valgt ut til intervju, og utførte intervjuene.

# Personvernombudets tilbakemelding på innmeldt forskningsprosjekt

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

NSD

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Anne Birgitte Fyhn
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk Universitetet i Tromsø
Mellomveien 110
9037 TROMSØ

Vår dato: 17.12.2013 Vår ref: 36467 / 2 / AMS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 28.11.2013. Meldingen gjelder prosjektet:

| | |
|---|---|
| *36467* | *Elevers første møte med sannsynlighet i videregående skole* |
| *Behandlingsansvarlig* | *Universitetet i Tromsø, ved institusjonens øverste leder* |
| *Daglig ansvarlig* | *Anne Birgitte Fyhn* |
| *Student* | *Kristin Jørgensen* |

Etter gjennomgang av opplysninger gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon, finner vi at prosjektet ikke medfører meldeplikt eller konsesjonsplikt etter personopplysningslovens §§ 31 og 33.

Dersom prosjektopplegget endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for vår vurdering, skal prosjektet meldes på nytt. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html.

Vedlagt følger vår begrunnelse for hvorfor prosjektet ikke er meldepliktig.

Vennlig hilsen

Vigdis Namtvedt Kvalheim

Anne-Mette Somby

Kontaktperson: Anne-Mette Somby tlf: 55 58 24 10
Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Kristin Jørgensen kristin_hillebrand@hotmail.com

*Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.*

# Personvernombudet for forskning

## Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 36467

Personvernombudet kan ikke se at det i prosjektet behandles personopplysninger med elektroniske hjelpemidler, eller at det opprettes manuelt personregister som inneholder sensitive personopplysninger. Prosjektet vil dermed ikke omfattes av meldeplikten etter personopplysningsloven.

Personvernombudet legger til grunn at man ved transkripsjon av intervjuer eller annen overføring av data til en datamaskin, ikke registrerer opplysninger som gjør det mulig å identifisere enkeltpersoner, verken direkte eller indirekte. Alle opplysninger som behandles elektronisk i forbindelse med prosjektet må være anonyme. Med anonyme opplysninger forstås opplysninger som ikke på noe vis kan identifisere enkeltpersoner i et datamateriale, verken direkte gjennom navn eller personnummer, indirekte gjennom bakgrunnsvariabler eller gjennom navneliste/koblingsnøkkel eller krypteringsformel og kode.