Fakultet for naturvitenskap og teknologi

Problemløsning i matematikk i videregående skole

Hva kan arbeid med problemløsning tilby elevenes helhetlige matematiske kompetanse

—

Iselin Emmy Pedersen

MAT-3906 Mastergradsoppgave i matematikk - lektorutdanning … Juni 2014

Forord

Denne matematikkdidaktiske studien er resultat av det 5. Året på lektorutdanningen ved Universitetet i Tromsø.

Jeg vil rette en stor takk til mine veiledere, Anne Birgitte Fyhn, Institutt for lærerutdanningen og pedagogikk og Ragnar Soleng, Institutt for matematikk og statistikk: Tusen takk for alle konstruktive innspill og deres tålmodighet i arbeidet med denne oppgaven.

En stor takk til pappa, Harald Adolf Emil Pedersen, for innspill og korrekturlesning. Og ikke minst støtten fra mamma, lillesøster og venner. I tillegg vil jeg takke min tante Berit for innspill og retting.

Og uten villige elever og lærere hadde det vært umulig å gjennomføre denne studien. Tusen takk for at jeg fikk være med i matematikkundervisningen og bli kjent med dere og at jeg fikk gjennomføre problemløsningsøkten.

Tromsø, Juni 2014
Iselin Emmy Pedersen

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

Gjennom egen skolegang og ulike praksiserfaringer i videregående skole var arbeid med problemløsning fraværende. Mitt første møte med problemløsning var på PPU-året i lektorutdanningen (Praktisk-Pedagogisk-Undervisning). Her skulle man reflektere over lærerens valg av innhold i matematikkundervisningen, der blant annet elevenes møte med problemløsningsoppgaver. Jeg skrev en utviklingsoppgave om problemløsning i skolen, der jeg så hvor viktig det var at jeg, som lærer, innehar denne kompetansen. Problemløsning har vært, og er fremdeles en sentral del av lærerplanen i matematikk. Elever skal kunne analysere og omforme et problem til matematisk form, løse dette og vurdere dets gyldighet. Dette har også et språklig aspekt, som det å resonnere og kommunisere ideer.

Som lærer møter jeg elever som har mistet lysten og motivasjonen for å arbeide med matematikk. De ser ikke formålet med faget, og har et snevert bilde av oppbygningen av undervisningen.
Det kommer frem i internasjonale undersøkelser som PISA (Kjærnsli & Olsen, 2012) og TIMSS Advanced (Grønmo et al., 2008) at norske elever mener matematikkundervisningen er for ensformig.
Andre land som presenterer bedre enn oss synes å anvende mer varierte undervisningsmetoder, hvor de i tillegg til oppgaveløsning også legger vekt på metoder som diskusjon, argumentasjon og resonnement. Derfor er det problematisk at matematikkundervisningen i Norge vektlegger individuell arbeidsformer, spesielt oppgaveløsning i undervisningstiden i skolen. Ved å *bare* fokusere på noen undervisningsmetoder, vil ikke elevene kunne oppnå en helhetlig matematisk kompetanse.

I lærerplanen for matematikk (KD, 2006) står det klart at faget innvirker på utviklingen av den helhetlige matematiske kompetansen som samfunnet og hver enkelt trenger. For å kunne oppnå dette må elevene få arbeide både praktisk og teoretisk. Opplæringen skal veksle mellom utforskende, lekende, kreativt og problemløsende aktiviteter og ferdighetstrening.

Elevens syn på hva matematikk er, vil bestemmes av hvorledes læreren underviser i faget, og hvorledes elevene møter lærestoffet. Hvis flertallet av norske lærere ser det som sin oppgave å formidle fakta og regneferdigheter, tenderer det ofte til en forklarende undervisning med vekt på en eksempel-regel-metode. Elevene vil dermed ikke få det tilbudet av matematikkundervisningen som de har krav på.
Ved å se på undervisningsformer som norske klasserom er styrt av og sammenligne det med problemløsning, kan man belyse hvilke kompetanser elevene bruker for å løse oppgaver i matematikken. I feltarbeidet har jeg sett på hvilke kompetanser elevene bruker i de ulike undervisningsmetodene. Deretter sammenligne det med problemløsning som arbeidsform. Min problemstilling er da som følger:

Hva kan arbeid med problemløsning tilby elevenes helhetlige matematiske kompetanse?

For å kunne belyse denne problemstillingen vil jeg ta utgangspunktet i teorier om matematisk kompetanse av henholdsvis Brekke (2002), Niss og Højgaard Jensen (2002) og hva som står i lærerplanen i matematikk (KD, 2006). Jeg vil se på kompetanse opp mot de ulike arbeidsformene.

I tillegg vil jeg også se på oppbygningen av problemløsningsprosessen til Polya (1945/2004). Ved å se på hvordan problemløsningsprosessen er bygd opp, vil lærer kunne se hvilket nivå elevene har i matematikkfaget.

Formålet med studien er å belyse viktigheten av arbeid med problemløsning i forhold til elevenes helhetlige matematiske kompetanse. I tillegg vil jeg, som lærer, kunne reflektere over mine valg av undervisningsformer i matematikk. Kan arbeid med problemløsning gi et bedre bilde av formålet med matematikk? Og vil det kunne gi elevene læring som de kan bruke i daglige situasjoner og arbeidslivet.

2. Teori

2.1. Hva er matematikk

I følge Wikipedia (2013) er matematikk en vitenskap som omfatter forskjellige begreper. Her nevnes blant annet at matematikk omhandler; mengde, struktur, rom og endringer. Det finnes ingen allment anerkjent definisjon av matematikk, men det finnes imidlertid noen fellestrekk. Når man arbeider med matematikk er innholdet, som regel, tall og logiske slutninger.

Matematikk.net (2014) beskriver at matematikk er læren om tallene og forbindelsene mellom dem. Matematikk omfatter også læren om figurer i planet og romlegemer.

Schoenfeld (1992) skriver at matematikk er:

> "M*athematics is an inherently social activity, in which a community of trained practitioners (mathematical scientists) engages in the science of patterns – systematic attempts, based on observation, study, and experimentation, to determine the nature of principles of regularities in systems abstracted from real world objects ("pure mathematics") or models of system abstracted from real world objects ("applied mathematics")"* (Schoenfeld, 1992, s. 3).

Beskrivelsenes fellestrekk (Wikipedia, Matematikk.net, Schoenfeld) er at matematikk er arbeid med beregninger, utvikle mønster og se sammenhenger mellom tall og figurer. Derimot må man ikke glemme at matematikk også innebærer å være kreativ og skapende (KD, 2006). Det er disse beskrivelsene, av hva matematikk er, jeg har tatt for meg når jeg drøfter min problemstilling.

I Kunnskapsløftet (2006) står det ingen forklaring av hva matematikk er. Her beskriver de hvor man anvender matematikk. Matematikk er blitt brukt til å utforske universet, for å systematisere erfaringer og for å beskrive og forstå sammenhenger i naturen og samfunnet. Deretter beskriver de matematikk som et fag som griper inn i mange vitale samfunnsområder som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvaltning og byggevirksomhet.

2.1.1. Matematisk kompetanse

I følge Kjærnsli og Olsen (2013) i PISA (Programme for International Student Assessment) har matematikken et formål å utvikle elevenes evne til å formulere og løse matematiske problemer i ulike situasjoner. Disse situasjonene kan variere fra rene matematiske situasjoner til hverdagslige problemer.
Målet for undervisningen er å la elevene lære å bruke matematikken på en måte som øker deres mulighet for å aktivt deltagelse i samfunnet. I denne forbindelsen bruker Kjærnsli og Olsen (2013) begrepet matematisk allmenndannelse.
Lærerplanen (2006) beskriver formålet med å oppnå en helhetlig matematikk kompetanse som noe samfunnet trenger. For å kunne være med å utvikle forskjellige prosesser i samfunnet, er det nødvendig at man skaper positive holdninger og solid fagkompetanse.

Kjærnsli og Olsen (2013) i PISA forklarer matematisk kompetanse som en evne til å formulere, benytte og tolke matematiske kunnskap i ulike sammenhenger. Evnen inkluderer å resonnere matematisk og bruke begreper, prosedyrer, fakta og hjelpemidler knyttet til matematikk. Matematisk kompetanse hjelper enkeltpersoner til å anerkjenne den rollen som matematikk spiller i verden, og til å fatte velfunderte beslutninger som er etterspurt av konstruktive, engasjerte og reflekterte samfunnsborgere.

2.1.1.1. De åtte delkompetansene i Kunnskapsløftet

For å kunne oppnå en helhetlig matematisk kompetanse bruker Kunnskapsløftet (2006) de åtte delkompetanser som er basert på prosjektet "*Kompetencer og matematiklæring*" av Niss og Højgaard Jensen (2002). Arbeidet argumenterer for at elevene skal bygge opp en matematisk kompetanse laget av utdanningssystemet, istedenfor den kraftige

fokuseringen på pensumlitteratur (Niss & Højgaard Jensen, 2002). Istedenfor å *bare* bruke lærerboken i undervisningen, må man se på målene lærerplanen peker på.
Niss og Højgaard Jensen (2002) definerer matematisk kompetanse som:

> ”*Matematisk kompetanse består i å ha kunnskap om, å forstå, å utøve, anvende og ta stilling til matematikk og matematikkvirksomhet i et mangfold av sammenhenger der matematikk inngår eller kan komme til å inngå. Matematisk kompetanse er innsiktsfull parathet til å handle hensiktsmessig i sitasjoner som rommer et bestemt slags matematiske utfordringer*” (Niss & Højgaard Jensen, 2006)

Utdanningsdirektoratet forklarer at denne beskrivelsen har et klart handlingsperspektiv. Ordet *hensiktsmessig* er en nøkkel når det gjelder hvilke konsekvenser det kan ha for undervisningen (KD, 2006).

De åtte delkompetansene er delt inn i to hovedgrupper. Den første gruppen går ut på å kunne spørre og svare i, med og om matematikk:

1. Tankegangskompetanse
2. Problembehandlingskompetanse
3. Modelleringskompetanse
4. Resonnementskompetanse

Mens den andre gruppen handler om å omgås språk og redskaper i matematikken:

5. Representasjonskompetanse
6. Symbol- og formalismekompetanse
7. Kommunikasjonskompetanse
8. Hjelpemiddelkompetanse

For å inneha en *helhetlig* matematisk kompetanse må eleven bruke og øve opp de ulike delkompetansene. Niss og Højgaard Jensen (2002) hevder at det er vanskelig å skille delkompetansene fra hverandre, og at matematisk aktiviteter tar i bruk mange av kompetansene på en gang. Likevel kan læreren velge å fokusere på spesielle kompetanser gjennom valg av oppgaver og øvelser i undervisningstimene.

En av kompetansene som Niss og Højgaard Jensen (2002) beskriver er problembehandlingskompetansen, det er denne min problemstilling omhandler. Problembehandlingskompetansen består av:

> "*Dels i at kunne opstille, dvs. detektere, formulere, afgrænse og præcisere forskellige slags matematiske problemer, "rene" såvel som "anvendte", "åbne" såvel som "lukkede", dels i at kunne løse sådanne matematiske problemer i færdigformuleret form, egnes såvel som andres, og om fornødent eller ønskeligt på forskellige måder*" (Niss & Højgaard Jensen, 2002, kap. 7.2.2)

Niss og Højgaard Jensen (2002) skriver at man ikke trenger å komme frem til en løsning. Selve svaret har ikke mye å si for elevene, bare de prøver å utforske og diskutere matematikken rundt det.

2.1.1.2. Brekkes (2002) fem komponenter

Brekke (2002) beskriver "*Hva det vil si å kunne matematikk*". Han peker på fem komponenter som utgjør det en kan kalle *matematisk kompetanse*. Disse komponentene danner et godt utgangspunkt for å utvikle grunnleggende kunnskaper hos elevene (Brekke, 2002). De fem komponentene inneholder:

1. Faktakunnskap

Med fakta mener en deler av informasjon som kan være usammenhengende eller tilfeldig. Eksempler kan være definisjoner, konvensjoner, måleenheter eller notasjoner. Fakta i matematikk er at *1000 kg* er definert som et *tonn*, og at *omkretsen* av en figur er definert som *lengden av randen til figuren*.
Herunder kommer også *notasjoner*. De er eksempler på at mennesker har blitt enige om å symbolisere et bestemt meningsinnhold på en entydig måte. Elevene lærer seg å sammensette tall, som for eksempel at 32 er det samme som 3 multiplisert med 10 og addert med 2. Disse konvensjonene er ikke naturgitte eller en selvfølge, men noe som

mantrenger trening for å forstå. Dette kan virke forvirrende for elevene i innlæringsfasen. Et eksempel er at 32 = $3 \cdot 10 + 2$, så er 3a = $3 \cdot a$ ikke $3 \cdot 10 + a$.

2. Ferdigheter

Ferdigheter definerer en som veletablerte prosedyrer i flere steg. Som regning med multiplikasjon, subtrahere eller addere på papiret. En ferdighet kan være å vite hvordan en skal gå frem når en skal finne svaret på det oppstilte regnestykket $27 \cdot 37$.
Det er viktig å ha gode ferdigheter på en rekke områder i faget dersom en skal få nytte av matematikken. Det er også viktig å *automatisere* prosedyrer som i eksemplet ovenfor, for å kunne rette oppmerksomheten mot andre sider i en praktisk situasjon der et problem skal løses.

3. Begrepsstrukturer

At en definisjon bygger på et eksisterende nettverk av enkelt ideer. Utviklingen av begrepet *volum* kommer som regel fra areal/overflate. Strukturene gjør matematikken meningsfull og støtter opp ferdighetene. Det at slike strukturer eksisterer, viser seg blant annet ved at en har evne til å rette noe når en har husket feil, og å overføre eller tilpasse prosedyren en har lært i *en sammenheng*, til nye situasjoner.

4. Generelle strategier

> ”*Med generelle strategier menes det å ha evnen til å velge passende ferdigheter for å løse et problem fra en ukjent situasjon, både i matematikken og i dagliglivet. Generelle strategier spiller en vesentlig rolle når en skal utføre problemløsning i matematikk*” (s. 8)

5. Holdninger

Både elevens og lærerens syn på matematikk, vil bestemme hvordan læreren underviser i faget og hvorledes eleven møter lærestoffet. Her kan fokuset til læreren bli snevert. En lærer som fokuserer på å formidle fakta og ferdigheter, tenderer ofte til en forklarende undervisning med på en *eksempel-regel-metode*.

> *"Når det gjelder holdninger, skiller en i den engelsk-språklige litteraturen mellom beliefs (meningen om matematikk, om seg selv i forhold til faget, om matematikkundervisningen, om i sosial kontekst) og attiudes*" (s. 9).

Ved å se på disse begrepene vil man få et bedre bilde av hva som menes med holdninger. I følge Zan og Di Mantina (2003) spiller *"attitude"* en kritisk rolle i læringen av matematikk.
Hannula (2002) trekker frem *"attitude"*:

> *"The everyday notion of attitude refers to someone's basic liking or disliking of a familiar target*" (s. 1)

Hannula (2002) kommer aldri frem med en klar definisjon av "*attitude*" eller "*beliefs*", men diskuterer hvordan man kan få frem holdningene til elevene gjennom feltarbeid. Den ene med å gå inn på den følelsesmessige egenarten, mens den andre om oppførsel mot matematikken.
Sriraman (2008) kommer til tre forskjellige typer av forklaringer av "*attitude*" som man kan slutte seg til. Den første er lik Hannula (2002), mens den andre er:

> *"A multidimensional definition, whitch recognizes three components in the attitude: emotional response, beliefs regardung the subject, behaviour related to the subject*" (Sriraman, 2008, s. 199).

Denne beskrivelsen går utover i å bare fokusere på følelsene, men også se på *"beliefs"* til matematikk og hvordan han/hun oppfører seg. Man ser bort fra oppførsel i forhold til matematikk, men ser mer på elevens tro og følelser assosiert med matematikk (Sriraman, 2008).

"Beliefs" om matematikk skriver Haara og Smith (2009) om. De trekker frem tre punkter som de anser "*beliefs*" til å være:

- Veldig individuelt, ekstremt personlig og er vedvarende
- Formet av tidligere erfaringer

- Representerer en individuell forståelse av virkeligheten om hvordan man tilnærmer seg oppgaver, oppfører seg og påvirker ens læringspotensial

Videre forklarer de at elevenes ”*beliefs*” blir påvirket av valg læreren gjør i undervisningen. Lærerens holdninger om matematikk påvirker dens valg av retning av tema og undervisningsformer. De mener at valg i klasserommet overveies av lærerens ”*beliefs*” enn dens kunnskap om matematikk. Disse holdningene kan komme fra da læreren var elev selv (Haara & Smith, 2009).

Zan og Di Mantino (2003) beskriver ”*attitude”* som en positiv eller negativ påvirkning assosiert med et spesielt emne/fag. De deler altså ”*attitude”* i to kategorier avhengig av om eleven har en positiv eller negativ holdning til matematikk.
Videre forklarer de at målet for lærere, er å prøve å få den negative holdningen til å bli positiv. For å se om en holdning er positiv eller negativ ser man på følelsene, meninger og oppførsel til elevene.
Positive *følelser* for matematikk kan være : ”J*eg liker matematikk*” eller ”*Jeg synes matematikk er interessant*”. Mens en positive *mening/tro* går ut på ”*Matematikk er nyttig*”. Ved å *oppføre* seg positivt mot matematikk, kan eksempelvis være når eleven gjør arbeidsoppgavene i klasserommet eller lekser. Zan og Di Mantino (2003) beskriver mer presist hva de mener med ”*’positive’ emotions, beliefs, or behaviour*”:

- Hvis det refereres til *følelser* , vil det positive normalt bli assosiert med fornøyelse/glede. Derfor kan et matematisk problem være negativt for eleven, men hvis den føler tilfredshet av å løse problemet, er det sett som en *positiv* holdning.
- Ved å kalle det en positiv *mening/tro* er utspill som eleven har hentet fra fagpersoner eller fra samfunnsmessige sammenhenger. Gjennom å få vite formålet med faget eller se prosesser i samfunnet som omhandler matematikk, vil eleven lage seg *positive* meninger.
- I *positiv* adferd, oversetter Zan og Di Mantino (2003) *positive* til *suksessfull*. Hvis eleven har en fremgangsrik måte å være på, vil det generelt identifiseres med høye oppnåelser i matematikk. Ved å kunne for eksempel oppnå en helhetlig

matematisk kompetanse vil eleven sees som suksessfull, og det vil føre til en positiv holdning.

De *negative* holdningene vil naturlig være det motsatte av det som Zan og Di Mantino (2003) presenterer ovenfor. Selvfølgelig vil disse ulike typene av positive holdningene overlappe der en positiv mening kan oppstå ved følelser for matematikkfaget.

Brekkes (2002) komponenter går over i delkompetansene til Niss og Højgaard Jensen (2002), men en utstikker er *holdninger til matematikk.* Man kan også si at holdningene til matematikkfaget påvirket de andre kompetansene som Niss og Højgaard Jensen (2002) beskriver.

2.1.2. Norske elevers resultater i internasjonale undersøkelser i matematikk

Gjennom internasjonale undersøkelser kommer det frem hvilket nivå norske elever har i matematikkfaget. Både Kjærnsli og Olsen (2013) PISA og Grønmo et al. (2008) TIMSS Advanced (Trends in International Mathematics and Science Study) sammenligner Norge med andre nasjoner, og kommer frem til hvilke momenter som påvirker resultatene til testene elevene gjennomfører.

Kjærnsli og Olsen (2013) kommer frem til at norske elever har gått tilbake siden siste undersøkelse, men holder seg fortsatt på signifikant lavere nivå enn gjennomsnittet i OECD (The Organisation for Economic Co-operation and Development). Derimot er det betydelig nedgang i TIMSS Advanced undersøkelsene (Grønmo et al., 2008), men dette kan komme av at de ser tilbake til 1998. Mens PISA (Kjensli & Olsen, 2013) har hatt flere undersøkelser de siste årene. Uansett, er tendensen at norske elever har lavere matematisk kompetanse enn tidligere.

Norske elever er spesielt svake på oppgaver som er knyttet til det å bruke matematiske formalkompetanse. Mens oppgaver som går ut på at elevene skal vurdere og tolke matematiske løsninger i lys av problemstilling, gjør norske elever det relativt bedre (Kjærnsli og Olsen, 2013). Derimot er det ikke sagt at elevene får bruke denne kompetansen de skårer høyt i. Norske elever rapporterer om større villighet og åpenhet

til å arbeide med problemstillinger i matematikk som krever noe av dem, enn gjennomsnittet i OECD. Samtidig som norske elever beskriver at de har en lavere indre motivasjon, fordi undervisningen er ensformig (Kjærnsli og Olsen, 2013).
Kjærnsli og Olsen (2013) ser også antydning til lavere motivasjon til matematikkfaget, bortsett fra de som skårer høyt på matematikktesten. De kommer frem til at det også handler om ensformig undervisning:

> ”*Konklusjonen som ble trukket i kapittel 8, var at resultatene for Norge på alle trinn, både i grunnskolen og i videregående skole, gir et bilde av norsk matematikkundervisning som mer ensidig med hensyn til bruk av undervisningsmetoder enn andre land*” (Grønmo et al., 2008, s. 175).

Den ensformige undervisningen som brukes i norske klasserom, i følge elevene, er å løse oppgaver som likner på eksempler i læreboken. Elevene mener at litt under 80% av tiden brukes til denne arbeidsformen. Lærerne har samme bilde, men de mener at andre arbeidsformer, som å diskutere problemløsningsstrategier, brukes mer enn det elevene uttrykker.
Grunnen til dette mener Grønmo et al. (2008) er at norsk skole legger mye vekt på individuelle arbeidsmåter, som oppgaveløsning. Det gjelder både trening og drilling med sikte på automatisering av grunnleggende ferdigheter. Selvfølgelig er individuell oppgaveløsning viktig for å utvikle matematisk kompetanse. Land som presterer bedre enn Norge varierer mer i bruk av undervisningsmetoder. I tillegg presiseres det at norske klasser som la vekt på diskusjon og argumentasjon av strategier og problemløsning, presterer bedre i matematikk (Grønmo et al., 2008).
Denne ensformige undervisningen har også vekket oppsikt internasjonalt. De ser problematisk på utviklingen av norsk matematikkundervisning. De mener at variasjon i bruk av metoder er viktig både for å motivere og engasjere elever og fordi ulike metoder er mer eller mindre velegnet mål i matematikk (Grønmo et al., 2008). Læring av ferdigheter og utvikling av solide og fleksible begreper trenger ulike tilnærmingsmetoder og læringsstrategier, ikke bare for å motivere men også for at elevene får mer ut av undervisningen.

Når det gjelder den manglende fokuseringen på problemløsning i undervisningen, retter Grønmo et al. (2008) fokuset mot lærerens etterutdanning på feltet. Mesteparten av lærerne har fordypning i matematikk, men et fåtall (rundt 5%) har fordypning i matematikkdidaktikk. Siden matematikkdidaktikk er relativt nytt i norsk lærerutdanning, er det få lærere som har fordypning i dette. Noe som kommer frem i TIMSS Advenced (Grønmo et al., 2008), og er nå et hovedområde for politiske instanser. Det er få norske lærere som tar etterutdanning for å forbedre denne kompetansen. Nærmere 5% av matematikklærere tar etterutdanning i problemløsning. Ved at matematikklærere har liten kunnskap om problemløsning, kan undervisningen bli ensformig.
Dette fører til at norske lærere har store utfordringer med å variere undervisningen, naturlig nok fordi de ikke innehar kompetanse på området. Slike monotone arbeidsformer kan virke demotiverende for mange elever og skape uvilje mot å arbeide med matematikkfaget. I Kunnskapsløftet (2006) presiseres viktigheten av å opprettholde elevenes positive holdninger:

> ”*Motivasjonen og lysta til å lære kan vere avgjerande for om ein lykkast eller ikkje. Derfor må elevane oppmuntrast til å aktiv deltaking i sitt og andres læringsarbeid*” (KD, 2006, s. 3)

I PISA (Kjærnsli og Olsen, 2013) er oppgavene bygd opp slik at problemløsning testes. De lager oppgaver som gir elevene mulighet til: 1) Gjenkjenne og formulere, 2) Bearbeide og bruke, og 3) Tolke og vurdere; noe som ligner på fasene til Polya (1945/2004). PISA (Kjærnsli og Olsen, 2013) sammenligner oss med våre naboer i Norden, og det er bare Sverige som gjør det dårligere i problemløsning enn oss. Den eneste kompetansen som vi skårer høyere enn OECD-gjennomsnittet er å *tolke og vurdere*, men heller ikke her kan vi si at norske elever har tilfredsstillende kompetanse.

Et annet moment som kom frem i TIMSS Advanced (Grønmo et al., 2008) er at arbeidsformen ved å lære formler og fremgangsmåter utenat, også brukes lite i norske klasserom. Hvis elever skal løse problemløsningsoppgaver, må de kjenne til generelle formler og fremgangsmåter. I følge Brekke (2002) må man ha begge deler for å kunne inneha matematisk kompetanse:

> *"The ability to carry out a particular numerical operation and the ability to know when to make use of it are not the same; both are needed"* (s. 6).

Derfor er det viktig, i følge begge undersøkelsene, å variere undervisningen slik at eleven innehar alle mulig momenter av matematikkfaget. Problemløsning vil være en naturlig del, for å høyne nivået i matematikk (Kjærnsli og Olsen, 2013).

2.1.3. Undervisningsmetoder i matematikk

Det finnes flere formuleringer av begrepet undervisningsmetode, læringsstrategier (Pettersen, 2009), læringsaktiviteter (Lyngsnes & Rismark, 2007) og undervisningsmetoder (Solvang, 1992). Alle kommer frem med ulike hensyn som må tas for å velge hvilken undervisningsmetode man burde bruke. Med tanke på problemløsning, finnes det mange andre undervisningsformer som er viktig å bruke i klasserommet. Undervisning er en kompleks virksomhet, der flere forhold vil virke inn, mange vurderinger må gjøres, og avgjørelser av metode må tas. Det er ikke enkelt for læreren å velge passende metode, fordi alle elevene er forskjellige (Lyngsnes & Rismark, 2007).

Vi bruker ulike strategier for å lære. Noen mer effektive enn andre . Hvor effektive ulike strategier er, henger nøye sammen med forhold som motivasjon, og det man kaller læringsvilje (Pettersen, 2009). Uansett, må man først definere nærmere hva man mener med læringsstrategier. Pettersen (2009) bruker strategibegrepet som at man finner en plan eller fremgangsmåte man tar i bruk for å nå et bestemt mål. Strategi og mål er i prinsippet to sider av samme sak, fordi det er nær sammenheng mellom målene man setter og de strategier, eller fremgangsmåte man bruker for å nå disse (Pettersen, 2009).

Beskrivelsen av læringsaktiviteter ligger nært opp til strategier. Det dreier seg om den aktiviteten som foregår i læringssituasjon. Aktiviteten går ut på hvilken metode læreren velger til elevenes læring. Metode kan sies å betegne en planmessig arbeidsmåte for å oppnå et mål (Lyngsnes & Rismark, 2007). Altså Lyngsnes og Rismark (2007) mener at metode er handlingsredskaper og fremgangsmåter lærere bruker i sitt arbeid med å legge forholdene til rette for elevens deltagelse, forståelse og læring.

Solvang (1992) går mer inn på de forskjellige metodene man kan bruke i matematikkundervisning. Han deler undervisningsmetodene inn i tre grupper:

1. Den meddelende metode
2. Den heuristiske metode
3. Selvinstruksjon

Den meddelende metoden er:

> ”*Kort fortalt går denne metoden ut på at læreren gir elevene en sammenhengende framstilling av stoffet uten å trekke dem aktivt med. Elevene vil vanligvis bli sittende passive med mindre de har lært å ta notater*” (Solvang, 1992, s. 53).

Denne metoden passer godt hvis målet er å repetere tidligere fagstoff, gi tilleggsforklaringer, gjennomgang av hjemmelekser eller oppsummering av fagstoff. Alt som kan oppklare misoppfatninger eller faktorer som har blitt uoversiktlige for elevene. Ved å sammenligne arbeidsmetodene TIMSS Advanced (Grønmo et al., 2008) bruker, ligger det å ”*Lære formler og prosedyrer utenat*” noe under den meddelende metoden. Læreren går igjennom formler og prosedyrer på tavlen, slik at eleven skal være kjent med fremgangsmåten.

Den andre metoden betyr dels oppfinnelseslære eller oppfinnelseskunst. Under heuristiske metode ligger problemløsning, men Solvang (1992) skiller denne metoden i to. Den ene for heuristiske undervisningsmetode, mens den andre for problemløsning.

Den heuristiske metode er preget av at læreren gjennom velegnete spørsmål leder elevene fram til konklusjonene. Metoden har et mål der elevene skal oppdage problemene og prøve å løse disse.

Han forklarer videre at metoden går ut på hvilke spørsmål læreren stiller for å drive undervisningen fremover. I mange sammenhenger kan metoden ligne på toveiskommunikasjon mellom lærer og elev.

Derfor legger denne metoden mye forberedelser og erfaringer i grunn. Ved å planlegge timen kan man lage eller formulere spørsmål slik at det tilpasset fagstoffet og elevenes kompetansenivå. I tillegg burde spørsmålene stilles slik at elevene må svare utfyllende, ikke bare ja eller nei. Ved at eleven svarer med fulle setninger og med begrunnelser vil de bli mer trygg på stoffet. Denne metoden går under for eksempel ”*Diskutere problemløsningsstrategier*” og ”*Redegjøre for resonnementene sine*” ifølge TIMSS Advanced (Grønmo et al., 2008). Målet er å få elevene til å snakke og diskutere, og være med å lage nye problemer/utfordringer til seg selv i matematikk.

Den siste metoden Solvang (1992) presenterer er selvinstruksjon. Denne metoden går ut på at fagstoffet blir presentert slik at elevene kan arbeide med det på egen hånd. Ved å arbeide med oppgaver i læreboken, lese eller bruke digitale hjelpemidler er selvinstruerende læring for eleven.
Selvfølgelig har læreren en rolle i metoden, for eksempel ved å hjelpe eleven videre hvis den støter på momenter som er uoverkommelig.

TIMSS Advanced (Grønmo et al., 2008) kommer frem til at selvinstruksjon er en metode som brukes mest i norske klasserom. Solvang (1992) stiller spørsmål til om elevene klarer å lære noe av seg selv. Det finnes lærerbøker som har fyldige fremstillinger om definisjoner av begreper, formler og fremgangsmåter, men har eleven kompetanse til å lese og forstå hva dette innebærer. Derfor presiserer han at selvinstruksjon bare burde være et innslag i skolearbeidet, slik at det ikke oppstår misoppfatninger. I tillegg kan det oppstå store nivåforskjeller hvis denne metoden brukes aktiv, på grunn av elevenes forskjellige lesestrategier.

I tillegg til de tre metodene Solvang (1992) presenterer, finnes det også forskjellige måter å organisere disse metodene i klasserommet. Alle elever lærer forskjellig, og samme type undervisning fungerer ikke like godt for alle. Elevene kan lære et felles lærestoff, men på ulik måte. Dette refereres ofte til elevens ulike læringsstiler. De formene som er dominante er: Klasseundervisning, gruppearbeid, individualisert undervisning og prosjektarbeid (Solvang, 1992, & Lyngsnes & Rismark, 2007).

Klasseundervisning innebærer at læreren henvender seg til hel klasse, som regel ved tavleundervisning (Solvang, 1992). Her kan man bruke både den meddelende – og heuristiske metoden, avhengig av elevens nivå og aldersgruppe.

Gruppearbeid som undervisningsform kan være alt fra en kort dialog mellom to elever til et omfattende prosjektarbeid av flere ukers varighet (Lyngsnes & Rismark, 2007). Ifølge Lyngsnes og Rismark (2007) er et reelt gruppearbeid at elevene samarbeider, der gruppen er enig om et felles produkt.

Individualisert undervisning går over i selvinstruert metode, der eleven har ansvar for egen læring. Denne arbeidsformen har lange tradisjoner i skolen og praktiseres både i skole og ved hjemmearbeid (Lyngsnes & Rismark, 2007). Svakheten med denne arbeidsformen er at elevene blir lett påvirket av ytre forhold når de løser oppgaver, og derfor ikke alltid jobber konsentrert og læringseffektivt.
Selvfølgelig er arbeidsformen svært virkeningsfull, fordi eleven blir kjent med sine forutsetninger og hvilke områder som er uklart (Solvang, 1992).

Som tidligere nevnt har elevene forskjellige læringsstiler. Derfor er variasjon viktig for å unngå differensiering i klasserommet. Eilertsen & Valdermo (2003) beskriver variasjon som en viktig del av progresjon i faget.

> ”*Mer variert undervisning kan redusere behov for differensiert undervisning. Mer variasjon kan åpne læringskanaler for flere elever og slik inkludere flere og skape mer tilhørighet*” (s. 240)

Eilertsen og Valdermo (2003) bruker matematikk som et eksempel på et fag som er bygd opp hierarkisk. Når elevene befinner seg på helt ulikt nivå innenfor et hierarki, vil det være dårlig bruk av tid å prøve å lære alle elever det samme. Derfor er det fornuftig å gi elevene utfordringer som ligger i grenseområde til å mestre. Ved å variere vil også alle delkompetansene fra Lærerplanen (2006) være gjeldene, slik at elevene får mulighet til å oppnå en helhetlig matematisk kompetanse.

2.2. Problemløsning

I senere tid har fokuset på problemløsning i matematikk økt (Alseth, et al., 2003). Begrunnelsen for at man har matematikk som skolefag, er at det er et økende behov for mennesker som innehar denne kompetansen for å løse problemer og håndtere ukjente situasjoner. Det gjenspeiles i Lærerplanene i matematikk.
På verdensbasis har det også blitt en generell enighet om at problemløsningens viktighet i Lærerplanene i matematikk, men det er fortsatt uenighet om hvordan den skal gjennomføres (Lester, 1994). Videre forklarer Lester (1994) at problemløsning har eksistert siden 1970 da Polya lagde en slags modell for problemløsning. Meningen var å innføre en høyere orden av matematisk tenketeknikker og strategivalg som kan innvirke på elevens videre liv/utvikling (Lester, 1994).
Solvang (1992) påpeker at problemløsning ikke er et synonym med for eksempel der det å regne en oppgave der en kjenner fremgangsmåten. Litt kortfattet kan man si at problemløsning betyr å finne en vei, en strategi, for å takle en ukjent situasjon. En situasjon som en ikke tidligere har truffet på, og derfor heller ikke har noen metode til å løse.

Målet med problemløsning beskriver Schoenfeld (1992) med flere punkter:

- Utforske mønstre, ikke memorere formler
- Formulere beregninger, ikke bare gjøre øvelser
- Få elevene til å tenke kritisk og analytisk
- Å lære elevene matematisk modellering
- Gi elevene muligheten til være forskere, kanskje de begynner å forstå meningen med matematikk

Disse målene ligger til grunn for at matematikk sees som en sosial aktivitet (Schoenfeld, 1992).

For å skille oppgaver som går under problemløsning, deler Solvang (1992) utfordringer man kan møte på i matematikken i to. Den ene utfordringen der man har og vet en løsningsmetode, for eksempel løse første – eller andregradslikninger. Dersom man vet løsningsmetoden, vil utfordringen være en øvelse eller rutineoppgave.
Mens den andre utfordringen er når man ikke vet løsningsmetoden. Slike kaller man for problemer, og man må finne en ny måte å løse problemet på. Det er slike problemer man ser på i problemløsning.

For å kunne diskutere problemløsningen som undervisningsmetode, må man prøve å beskrive hva et matematisk problem er. Begrepet matematisk problem har ulike betydninger. Schoenfeld (1992) trekker frem to definisjoner:

1. ”In mathematics, anything required to be done, or requiring the doing of something”
2. ”A question… that is perplexing or difficult” (Schoenfeld, 1992, s. 10)

Disse definisjonene er mye brukt og blir ofte relatert med matematiske oppgaver som skal utføres. Hensikten med matematiske problem, er som regel, å løse oppgaver som gir trening i en viss løsningsteknikk (Björkqvist, 2003). Matematisk problem må derfor kobles til et individuelt perspektiv. Björkqvist (2003) mener at et problem fortsatt er en matematisk oppgave som skal utføres, men at et problem for én person nødvendigvis ikke trenger å være et problem for en annen. Dette beskriver ikke vanskelighetsgraden generelt, men fra egne begrensninger i matematikkfaget. Han påpeker at det er viktig at eleven opplever problemet som sitt eget. Han mener det vil garantere en viss utgangsmotivasjon og sørge for at oppgaven blir satt i forbindelse med tidligere erfaringer. Han understreker videre et mulig tillegg til sin egen definisjon om at en oppgave først er et problem når eleven opplever den som sin egen. Minuset med Björkqvist (2003) definisjon er at eleven må begynne å løse oppgaven, før den kan kalles et matematisk problem. Schoenfeld (1992) er også inne på dette, men formulerer det slik at eleven må være interessert, engasjert og ha et ønske om å løse oppgaven for at det skal være mulig for å kalle det et problem.
Videre fortsetter Björkqvist (2003) med at et matematisk problem har blitt et synonym til en tekstoppgave. I dag er det vanligere å definere et matematisk problem så nært

opptil betydningen av ordet problem i hverdagsspråket som mulig. Utdypende mener han da at man ikke vet hvilke løsningsmetoder som skal brukes.

Schoenfeld (1992) trekker også frem, at en oppgave ikke et problem dersom eleven er kjent med metoden for å løse problemet. Boesen (2006) utdyper dette bildet med en viktig faktor. At for å løse et problem, må eleven konstruere noe nytt og bruke tidligere kunnskap i en ny situasjon. Boesen bruker følgende definisjon for et problem:

> ”A task in whitch he or she doesn´t know how to proceed and no complete known solution procedure can be used” (Boesen, 2006, s. 31)

Når man ser på alle de forskjellige definisjonene, er det allikevel visse likheter. Alle hevder at et problem er avhengig av forholdet mellom oppgaven og personen som skal løse den. Altså, som Björkqvist (2003) beskriver, et problem er individuelt tilkoblet. Videre må eleven ha interesse for å løse problemet. Man kan jobbe med matematikken, men hvis man ikke er interessert, kan man ikke kalle det for et problem for deg. Det å være engasjert og villig til gjøre oppgaven til sin egen er viktig for å kunne komme frem til en løsning.
Også det Boesen (2006) beskriver vedrørende uvisshet av løsningsmetode, er essensielt i problemdefinisjonen.
Ut ifra alle definisjonene, er Björkqvist (2003) og Boesen (2006) de mest ideelle. Fokuset i oppgaven vil se på det individuelle perspektivet med tanke på Kunnskapsløftes tilpasning av undervisningen. Samtidig at elevene blir utfordret til å anvende tidligere matematisk kunnskap i en annen sammenheng.

Ordet problem og problemløsning går inn i hverandre. Hvis man ser på problemløsning i skolesammenheng, er problemløsning mer komplekst. Tradisjonelt har problemer, i matematikkundervisningen i skolen, blitt definert som matematisk oppgaver som skal utføres.
Polya (1945/2004) ser på problemløsning som en praktisk ferdighet. Han ser problemløsning som å finne en handling som kan løse et problem man har foran seg. Målet er ikke at eleven ser løsningen med en gang, men heller å utforske og prøve forskjellige løsningsmetoder.

Kunnskapsløftet (2006) har hentet sine definisjoner fra Niss og Højgaard Jensen (2006). Her går det igjen at problemløsningskompetanse går ut på å kunne formulere og løse matematisk problem, der problem ikke kan løses med rutineferdigheter (Niss & Højgaard Jensen, 2006).

2.2.1. Problemløsningsprosessen

Når læreren skal presentere problemløsningsoppgaver i klassen, er det viktig at elevene har en idé hvordan man skal jobbe med slike matematiske problemer. Både Polya (1945/2004) og Schoenfeld (1992) har vært sentrale innenfor matematisk problemløsning. Polya (1945/2004) diskuterer fire faser som kan være svært nyttig når man skal løse problemer. De fire fasene er:

1. Forstå problemet

> ”*We have to understand the problem; we have to see clearly what is required*” (Polya, 1945/2004, s. 5).

Han beskriver at det er latterlig å prøve å løse et problem som man ikke forstår. Dette er noe som oppstår ofte i klasseromssituasjoner, men som klasseleder burde prøve å unngå.

Polya (1945/2004, s. 6) sier videre:

> ”*But he should not only understand it, he should also desire its solution*”

> ”*The problem should be well chosen, not too difficult and not to easy, natural and interesting, and some time should be allowed for natural and interesting presentation*”.

Videre må eleven kunne forstå sin egen løsningsprosess, og kunne undersøke/vurdere både resultat og løsningsmetode den har brukt. Dette kan læreren undersøke med

muntlig samtale med eleven. Læreren burde spørre eleven om den kan gjenta problemet, og hvilke andre problemer som kommer frem i oppgaven. Som for eksempel hvilke mellomregninger, data eller annen informasjon som må hentes inn for å kunne løse oppgaven.
Ved å spørre eleven ut om selve problemet vil det gi eleven mulighet til å se situasjonen fra flere sider, mer aktivt og kontinuerlig (Polya, 1945/2004).
Videre gir Polya (1945/2004) eksempel på hvordan det første stadiet kan gjennomføres. Gjennom hele eksemplet spør læreren direkte spørsmål for å se om eleven har forstått oppgaven. Det Polya ikke har tenkt på er om det gir elevene *hint*, mer enn en dialog mellom lærer og elev. Eleven prøver å finne ut hva Polya mener hva problemet er, enn å svare det den egentlig tror. Målet burde heller være at eleven utforsker sine egne løsninger, enn å *gjette* seg frem til et svar.

2. Lage en plan

Når man har konstatert hva problemet er, må man lage en plan for å finne én eller flere løsninger. Prosessen mellom å forstå problemet til å lage en plan, kan være lang. Tilnærmingene for elevene kan være forskjellig, noen ganger kommer de frem med en plan litt etter litt og andre ganger har de en plan øyeblikkelig (Polya, 1945/2004).
Planen går ut på at eleven finner ut hvilke beregninger, konstruksjoner, data eller annen informasjon som må hentes inn for å løse problemet. Disse planene kommer som regel fra tidligere erfaringer og kunnskap. Dette varierer fra elev til elev, og derfor er det viktig at læreren er en god støttespiller. Dersom eleven har lite erfaringer med temaet, kan læreren gi *hint* med lignende oppgaver som har vært brukt i undervisningen.
Denne fasen er viktig for elevene, ikke bare for problemløsningskompetansen og repetisjon, men også for å se sammenhengen mellom forskjellige kompetansemål i matematikken og å gi elevene muligheten til organisering av mye informasjon.
Polya (1945/2004) presiserer også at elevene må sjekke hvert trinn i løsningsprosessen og være overbevist om at de er riktige.

3. Gjennomføre planen

Polya (1945/2004) beskriver fase to som mye vanskeligere enn tre. Fase to er vanskelig fordi:

> *"It takes to much to succeed; formerly acquired knowledge, good mental habits, concentration upon the porpose and one more thing: good luck"* (Polya, 1945/2004, s. 12).

Mens fase tre er bare å gjennomføre planen, det eneste man trenger er tålmodighet. For det andre må man overbevise seg selv om at planen er god, og at man prøver å få all informasjon rundt problemet.
Den største utfordringen gjennom denne fasen er om eleven glemmer eller begynner å tvile på planen. Denne sitasjonen kommer lettere frem hvis eleven ikke har vært deltager av å lage planen, derfor er det viktig at eleven er aktivt og leder av denne prosessen (Polya, 1945/2004).
Gjennom planforløpet må læreren presisere at elevene sjekker om stegene er riktige. Polya (1945/2004) diskuterer forskjellen mellom øyeblikkelig – og formell bevis for å se om hvert steg er riktig. Det å bevise er betydelig vanskeligere enn at eleven *ser* at steget er riktig. Derfor må læreren stille spørsmål til elevene om stegene, men også se om elevene har kompetanse til å bevise dette.

4. Se tilbake

Den siste fasen er å se tilbake på den fullstendige løsningen. TIMSS Advanced (Grønmo et al., 2008) påpeker at prosessen stopper før fase fire i norsk skole. Læreren glemmer å la elevene reflektere over sine løsninger, og å se på medelevers gjennomføring. Videre diskutere om deres løsninger er den ideelle.
Ved å se tilbake på den endelige løsningen, vil de konsolidere deres kunnskap og utvikle deres muligheter til å løse andre problem. Det å være en kompetent lærer, ser man viktigheten av å la elevene reflektere over utført arbeid. Ikke bare for å repetere, men også for gi elevene muligheten til å se om løsningen er korrekt. Dette fordi feil alltid er en mulighet, og ved å se medelevers løsninger kan eleven komme frem med at hans/hennes løsning ikke er den beste (Polya, 1945/2004).

Videre kan man også generalisere eller bruke løsningen til å lage lignede problem, for å se om løsningen er korrekt. Eleven får da muligheten til å se bruksområde av noe den har produsert, og dermed se mer av formålet med matematikkfaget.
I tillegg mener Polya (1945/2004, s.15) at det påvirker elevenes motivasjon til selve problemet:

> *"The students will find looking back at the solution really interesting if they have made an honest effort, and have the consciousness of having done well. Then they are eager to see what else they could accomplish with that effort, and how they could do equally well another time"*

Denne problemløsningsprosessen er mer retningslinjer, enn strenge regler som man må følge. Det viktigste er at man er innom hver fase, men gjennomførelsen gir Polya (1945/2004) bare eksempler på.
Når man ser på Schoenfeld's (1992) problemløsningsprosess, deler han den opp i seks faser (s. 61):

1) Read, 2) Analyze, 3) Explore, 4) Plan, 5) Implement, 6) Verity

Denne er mer detaljert, og Schoenfeld (1992) har gjort forskning som viser hvilken fase elevene bruker mest tid på. Her kommer det frem at elevene tidsbruk er mest på fase 1) Read og 3) Explore (Schoenfeld, 1992). Årsaken til elevenes mønster er at eleven ikke er vant til å gå tilbake og verifisere arbeidet sitt. Igjen ser man en tendens man kjenner igjen fra matematikkundervisningen. Derfor må læreren gi bedre retningslinjer for problemløsningsprosessen til elevene.
Videre ligger Schoenfeld (1992) innbakt i Polya (1945/2004) sine faser, men at Schoenfeld navn på fasene gir et bedre bilde av hva som kommer først og sist. I Polya (1945/2004) er det litt diffust hvilke oppgaver som ligger under hver fase og overgangen mellom disse. Altså er Polya (1945/2004) og Schoenfeld (1992) ganske like.

I disse prosessene står det mye om hva elevene skal gjøre, og hva som kreves i de ulike fasene. Björkqvist (2003) snakker også om prosessen for en god problemløsningsøkt, men fokuserer på lærerrollen. Som mange andre forskere understreker han, gjennom Lester (1996), betydningen av samtalen mellom lærer og elev under

problemløsningstimen. Samtalen har sin spesielle rolle i forbindelse med utformingen av felles formuleringer, forståelse, gjenkjenning, overføring og memorering.
Lærerens samtale med eleven har betydning for hvor mye eleven vil være villig til å bruke på å validere sine egne løsninger av problemer
Björkqvist (2003) presenterer fire ulike nivåer for lærerens funksjon i relasjon til elevens problemløsning. Disse nivåene går på hvor god kompetanse eleven har i problemløsning. De fire ulike nivåene er:

1. Eleven har ingen forestilling om hvordan den kan gå frem i forbindelse med problemløsning. Læreren fungerer som en *modell* for dette.

2. Eleven forstår betydningen av problemløsningen og tør angripe problemer som virker kjent til en viss grad, ofte som medlem av en gruppe. Læreren fungerer som *støtte* eller *protese*.

3. Eleven har en god forestilling om hva problemløsning er, og tør prøve nye strategier. Læreren er *leverandør av problemet*.

4. Eleven er i stand til å velge passende strategier og produserer nye løsningsmåter. Eleven ser muligheter til variasjon og generalisering og presentere dem for andre. Læreren fungerer som *fremmer* av kreativ elevarbeid (Björkqvist, 2003, s. 65).

Det er selvfølgelig ønskelig å være på høyest mulig nivå, men det er viktig at lærer skal kunne funksjonere på flere nivå samtidig. Dette med tanke på tilpasset opplæring, og at elevenes erfaring rundt problemløsning er forskjellig. I tillegg må man tenke på at hvis læreren ikke legger opp til diskusjon og refleksjon rundt forskjellige løsningsstrategier så vil ikke elevene gjøre dette av seg selv (Björkqvist 2003).

Hvis man også ser tilbake på eksemplene på utførelse av fasene til Polya (1945/2004). Vil man ligge på nivå én, altså at læreren fungerer som *modell* for problemløsning. Som tidligere nevnt, er ikke Polya's (1945/2004) faser strenge regler, og han understreker også videre i boken at *hintene* man gir elevene *ikke* skal overtre elevens utfordringsgrense. Forslagene/retningslinjene læreren gir eleven under problemløsningsøkten burde være enkle, naturlig og generell slik at det ikke blir for lett for eleven.

> *"The suggestions must be general, applicable not only to the present problem but to problem off all sort, if they are to help develop the ability of the student and not just a special technique*" (Polya, 1945/2004, s.21).

2.2.2. Problemløsnings utvikling i lærerplaner

Problemløsningens opphav i norske lærerplaner begynte med M87, der den fikk plass som eget hovedområde (KUD, 1987). Videre i L97 ble det flettet inn i forskjellige hovedområder, men bruk av ordet "*problemløsning*" var fraværende (KUF, 1998).
Etter evalueringer som ga lite positive tilbakemeldinger etter L97, bestemte departementet å lage åtte delkompetanser om hvordan elevene skulle arbeide med faget. I Kunnskapsløftet (2006) ble problembehandlingskompetanse sentral del av det å inneha en helhetlig matematisk kompetanse.
Problemløsning har hatt forskjellige roller i lærerplanene i Norge, derfor er det viktig å trekke frem denne utviklingen.
Ved å sammenligne dette med internasjonale undersøkelser kan man få et inntrykk av fokuset på dette temaet i klasserommene, noe som er viktig i problemstillingen.

M87 (Mønsterplanen for grunnskolen) og L97 (Reform 97) gjaldt kun for grunnskolen, men legger grunnlaget for videregående opplæringen. Uansett var fokuset fra grunnskolen videreført til videregående skolen (eller gymnaset). I tillegg vil man se viktigheten ved arbeid med problemløsning før Kunnskapsløftet (2006).

2.2.2.1. M87: Mønsterplanen for grunnskolen

I mønsterplanens generelle del fremheves sentrale prinsipper som tilpasset opplæring, lokalt utviklingsarbeid og tverrfaglig undervisning (KUD, 1987). Det å gi lærerne gode beskrivelser av viktigheten av forskjellige fagområder, og hvordan de skal legge opp undervisningen var et fokus i M87. Formålet for matematikken i mønsterplanen var:

"Å gi elevene innsikt i grunnleggende emner og metoder i matematikken i samsvar med deres forventninger" (KUD, 1987, s. 7)

Problemløsning ble i M87 lagt som et eget hovedområde, som skulle understreke matematisk metode som en viktig side ved grunnskolens matematikk.
Et av målene med problemløsning i mønsterplanen var:

"Å utvikle elevenes kunnskaper og ferdigheter slik at de ser på matematikk som et nyttig redskap til å løse problemer i dagliglivet og i yrkessammenheng" (KUD, 1987, s. 11).

De så problemløsningskompetansen som kunne hjelpe oss med å finne rasjonell løsninger i en rekke situasjoner i dagliglivet. Her må man også legge merke til at de definerer et *problem* i et individuelt perspektiv, akkurat som Björkqvist (2003).

De beskriver også en prosess for å løse et problem. Denne prosessen ligner de fire fasene til Polya (1945/2004).
Oppskriften M87 kommer frem med er (KUD, 1987, s. 12):

- Å formulere problemet
- Å analysere problemet og komme frem til en løsningsmetode (algoritme)
- Å foreta de nødvendige beregninger
- Å vurdere framgangsmåte og resultater

Man ser en tendens i norske klasserom at hovedfokuset er på tredje punkt (Kjænsli & Olsen, 2013). M87 påpeker at dette er en del av å kunne matematikk, men at de andre punktene blir ofte glemt.

Bakgrunnen for M87 fokus på problemløsning kommer fra Nicolaisen (1888) i boka "*Regneundervisningen. Methodisk veiledning ved undervisning i praktisk regning, navnlig i folkeskolen*". Her forklarer Nicolaisen (1888) viktigheten av å se tallforbindelser/mønster og finne forskjellige løsningsmetoder. Dette er en sentral del av det M87 kaller problemløsning (KUD, 1987). Han sier også at det store fokuset på regneteknikk går på bekostning av arbeidet med problemløsning. Det er essensielt å ta hensyn til at matematikkundervisningen ikke bare driller på algoritmer. De sier ikke at man ikke trenger algoritmene, men at elevene vil få problemer med å overføre slik algoritme i en ny situasjon uten problemløsningskompetansen (KUD, 1987).

I "*Mønsterplanen for Grunnskolen*" er det klare retningslinjer og eksempler på hvordan en problemløsningsøkt skal foregå. De gir flere eksempler i forskjellige områder i matematikken, som tall, geometri og personlig økonomi. En understrekende faktor av disse eksemplene er at det skal være rettet mot dagliglivet og samfunnsproblemer. Det skal kunne knyttes til elevenes erfaringsområde og nærmiljø, helst situasjoner elevene kan kjenne seg igjen i (KUD, 1987). Ellers står de lokale skolene fritt å velge hvilke samfunnsoppgaver elevene får jobbe med, men at fokuset må være på å løse praktiske oppgaver i et samfunn med andre krav og med andre hjelpemidler enn tidligere (KUD, 1987).

2.2.2.2. Reform 97

Strukturen på lærerplanene fra M87 til L97 var forskjellige. Lærerplanen L97 inneholdt krav til kunnskaper og ferdigheter i fag, krav til organisering av fagstoff og bruk av spesifikke metoder. I grunnskolen L97, Prinsipper og retningslinjer, ble det gitt instruksjoner om blant annet organisering og arbeidsmåter, slik at læreplanens generelle del og fagplanens innhold ble knyttet sammen (KUF, 1998, s. 1).

Lærerplanen i matematikk i L97 var delt inn i fire kapitler. Faget plass i skolen, felles mål for faget, struktur, målområder og trinnprofilering og arbeidsmåter i faget (KUF, 1998). I tillegg var det lagt til et kapitel om "*Hvordan arbeide med faget? Eksempler og ideer*", der lærere fikk spesifikke instruksjon hvordan - og hvordan ikke jobbe med matematikkfaget.
Problemløsning som hovedområdet var også tatt vekk fra L97, istedenfor hadde de satt opp nye fem hovedområder (KUF, 1998, s. 15):

- Matematikk i dagliglivet

- Tall og algebra
- Geometri
- Behandling av data
- Grafer og funksjoner

Det som var satt stort fokus på i L97 var at matematikken var et redskap som elevene skulle få bruk for senere i livet:

Målet var å få elevene til å føle at matematikken var meningsfull og at de fikk muligheten til mestring av faget. I L97 var det naturlig å legge vekt på praktisk anvendelse av matematikk. Matematikken skulle oppleves noe elevene skulle få bruk for i forskjellige situasjoner, og noe som de opplevde som aktuelt og relevant (KUF, 1998).

Denne kom også inn under "*Matematikk i dagliglivet*", her var det meningen at matematikken skulle knyttes opp til bruksområder i ulike sammenhenger, også i andre fag (KUF, 1998).

Når det gjelder fokuset på problemløsning i L97, bruker de ikke dette uttrykket. De har ikke rettet blikket mot selve prosessen som ble presentert i M87, men de har flettet inn de forskjellige faktorene.
For eksempel så er det tredje målet i matematikk i L97:

> "*Ta i bruk fantasi og utforskning og finne alternative løsningsmetoder*" (KUF, 1998, s. 13)

Meningen med dette målet var at elevene skulle bli mer utforskende og eksperimenterende. Elevene skulle i høyere grad reflektere over egne løsningsmetoder og hvordan de kan forsvare den løsningen de har kommet frem til. I L97 ville de at elevene skulle skape sin egen mening, der de har sett etter sammenhenger og formulert spørsmål. Dette målet skulle hjelpe elevene til å anvende problem langt utenfor matematikksjangeren. Noe som ligner på definisjonen av problemløsningskompetansen i M87 og Niss & Højgaard Jensen (2002).

I tillegg oppfatter Alseth (2003) at L97 fokuserer sterkere på eksperimentering, utforskning, lek og spill enn M87. M87 gav oss en *oppskrift* i problemløsning, men ingen restriksjoner om hvilke metoder man kunne bruke. Derimot bruker L97 spesifikke metoder for å måle elevenes fantasi; med eksperimentering, lek og spill.

Når man går innpå L97 fokus på arbeidsmåter, går det også mye inn på problemløsningskompetansen. L97 legger vekt på:

> ”*Lærerplanene for faga legg vekt på at elevane skal vere aktive, handlande og sjølvstendige*” (KUF, 1998, s. 16)

Utdypende mener L97 at arbeidsmåtene skal være skapende virksomhet og kreativ uttrykksformer. I tillegg skal det være lek, praktisk – og selvstendig arbeid (KUF, 1998). Disse arbeidsmåtene blir på en måte skapt av problemløsningsoppgaver, fordi da må eleven finne mer kreative løsningsmetoder.

Et annet mål som også går under problemløsning var:

> ”*Kommunisere i og med matematikk*” (KUF, 1998, s. 13)

Dette innebar at elevene skulle kunne tolke matematisk informasjon presentert muntlig. At elevene skulle kunne kommunisere løsninger og forklare arbeid som er gjort. Dette kunne gjøres gjennom resonnement, illustrasjon eller diskusjoner i klassen (KUF, 1998).

Alseth (2003) har sett på virkningene av L97, og her kommer det blant annet frem at lærerne synes det var vanskelig å få inn all informasjonen i klasseromundervisningen. Dette fordi L97 var veldig spesifikk og beskriver hvert emne veldig detaljert. I tillegg kom det også frem at undervisningen ble ensformig og matematikkundervisningen gikk ut på å drille på det elevene kunne.
Samtidig ble det satt større fokus på å få undervisningen til å bli mer åpen, noe som står i klar motsetning med hovedmønsteret. Alseth (2003) påpeker her at disse aktivitetene la opp til utforskning, kommunikasjon, samarbeid, varierte hjelpemiddel og tilknytning

til dagligdagse situasjoner. Noe som går under problemløsning i M87 (KUD, 1987). Dette skal man se også blir tatt med videre i LK06 (KD, 2006).

2.2.2.3. K06: Kunnskapsløftet

Etter evalueringene av L97 kom departementet frem til at de ønsket å utvikle en ny lærerplan i alle fag i grunnopplæringen, slik at læreplanene ble forenklet (KD, 2006, s.1). De mente at L97 var for omfattende og detaljerte, og ga lite rom for lokale innvirkninger.

De innførte dermed noe de kalte for "Grunnleggende ferdigheter" som kvalitetsutvalget definerte som "basiskompetanse". Dette er en del av den helhetlige kompetansen (KD, 2006, s. 1). Det å kunne uttrykke seg muntlig, lese, skriftlig, regne og bruke digitale verktøy var noe alle fag skulle fokusere på.

I matematikk har man derfor de grunnleggende ferdighetene, de åtte delkompetansene til Niss & Højgaard Jensen (2002) og hovedområdene som skal til sammen bli den helhetlig matematiske kompetansen.
I denne lærerplanen er det mye mer lagt opp til den lokale tolkningen av hvert hovedemne, og hvilke undervisningsmetode som man skal bruke på de forskjellige kompetansemålene.

I L97 hadde de punkter for formål med matematikkfaget generelt. I K06 har man forskjellige formål til forskjellige trinn og studieretning. Jeg tar for meg formålet for påbygningsklasser i matematikk, fordi det var den klassen har gjort mitt feltarbeid. Formålet er ganske likt, men forskjellen er mer på hvor omfattende formålet er i forhold til aldersgruppe og studieretning.
I formålet, som i L97, trekkes viktigheten av matematikken utenfor klasserommet.

> *"Matematikken er en del av den globale kulturarven vår"*

Videre i formålet

> *"Faget grip inn i mange vitale samfunnsområde, som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvaltning og byggjeverksemd. Solid kompetanse i matematikk er dermed ein føresetnad for utvikling av samfunnet"* (KD, 2006, s. 3)

Problemløsning har også tatt en stor del av formålet i matematikkfaget. Her blir det mer spesifikt lagt til grunn hvor viktig at elevene innehar problemløsningskompetanse. Kunnskapsløftet (2006) fokuserer på at læring skal være langsiktig og være en livslang læring. Der problemløsning kan hjelpe til å styrke elevenes evne til å analysere, omforme problem, løse problem og vurdere hvor gyldig det er. Dette trener også elevenes muntlige kompetanse ved at man må formidle, ha samtale om og resonnere omkring ideer.
Problemløsning skal også utfordre hver enkelt elevs behov, slik at undervisningen blir tilpasset. Det er viktig at elevene føler seg utfordret i faget, og ikke mister motivasjon på grunn av understimulering i klasserommet.

Når man ser tilbake til både M87 og L97, har problemløsning alltid hatt en rolle, men K06 setter problemløsning som en undervisningsform/arbeidsmåte som kan brukes til å lære alle kompetansemålene. Dette legges opp av lokale lærerplaner. Problembehandlingskompetansen er en viktig del av å motivere elevene til å ta videre utdanning innen realfag, og å vise bruksområdet og påvirkningskraften matematikk har på utviklingen av samfunnet (KD, 2006).

2.3. Matematisk kreativitet

Problemløsning omfatter blant annet kreativitet (KD, 2006). Derfor er det å trekke frem matematisk kreativitet naturlig, siden den ligger nært under problemløsningskompetansen.
I følge Wikipedia (2013) er *kreativitet* en skapende evne eller virksomhet. Det vil si oppfinnsomhet, idérikdom og det å lage eller finne på noe nytt. I matematisk sammenheng blir det å ha en evne til å komme med *nye* fornuftige løsninger. Altså elevens evne til å resonnere.

Lithner (2000) skriver mye om resonnement hos elevene. Han gir elever oppgaver som man ikke umiddelbart vet hvordan man løser. Med resonnement mener Boesen, Lithner og Palm (2010) de tanker som brukes til å produsere påstander og nå konklusjoner. Lithner (2000) trekker frem to ulike typer resonnement; Imiterende – og kreativ resonnement.

Imiterende resonnement (IR) deler Lithner (2000) i to. Enten kan eleven bruke memorert (MR) - eller algoritmisk resonnement (AR).
Memorert resonnement går ut på strategivalg som baseres på fullstendige memorerte løsninger. Implementeringen av strategien eleven har valgt består kun av å skrive ned løsningen. Eleven har ingen argument eller logisk forklaring på hvorfor dette er den ideelle strategien.
Mens algoritmisk resonnement baseres på strategivalg med kjente algoritmer elevene har lært i klasserommet. Eleven foretar bare enkle utregninger.
Disse resonnementene har ingen kreativ faktor, eleven har ingen idé hvordan problemet skal løses. De *gjetter* seg frem til en løsning og håper på at den er riktig.

Derimot har Lithner (2000) andre type resonnement (CMR) med andre kriterier. Kreativt resonnement baseres på tre betingelser:

1) Resonnementet må være nytt, altså løsningen er gjenskapt eller oppdaget av eleven

2) Løsningen må ha troverdighet, som støttes av argumenter eleven legger frem

3) Eleven må gi matematiske grunnlag for løsningen. Argumenter må baseres på relevante matematiske egenskaper

Denne typen resonnement gir eleven mulighet til å være kreativ. Boesen, Lithner og Palm (2010) undersøkte hva som påvirket elevene til å velge de forskjellige typene av resonnement. De kom frem til at det er avhengig av oppgaven. Hvis oppgaven hadde kjennetegn med oppgaver elevene var kjent med, løste de dem ved å huske regler eller algoritmer.

Dersom elevene fikk en oppgave som ikke delte viktige kjennetegn med læreboken, brukte de fleste elevene kreativ matematisk resonnement (CMR). I tillegg kom det frem at de som brukte CMR hadde flere riktig svar, og denne typen resonnement var mest suksessfull for elevene. Altså, elevene tjente på å være kreative.

Matematisk kreativitet er noe som går igjen i det å finne løsninger. Oppgaven er ukjent for elevene, og strategiene elevene velger kan ikke være helt det samme som de har brukt tidligere. Dette ligger nært problemløsning. For å kunne bli bedre i problemløsning, må elevene bli mer kreative. I Lærerplanen (2006) fokuseres det på de åtte delkompetanse til Niss & Højgaard Jensen (2002). Kreativitet ligger under flere av delkompetansene; Resonnement, tankegang og problembehandling. Derfor må man konkludere med at ved å ha en helhetlig matematisk kompetanse må en også ha matematisk kreativitet (Læreplanen, 2006).

3. Metode

I denne delen av oppgaven gjøres det rede for forskjellene mellom kvalitative og kvantitative forskningsmetoder, og begrunnelse av metodevalg. Deretter vil jeg komme inn på forskningsetiske spørsmål, samt se på ulike kvalitative metoder. Videre vil jeg komme frem til endelig metodevalg og begrunnelsen for dette. Til slutt vil metodedelen inneholde prosessen av valg av intervjupersoner, om metodene som anvendes, gjennomføring av metode og analyse av data.

3.1. Kvalitativ versus kvantitative metoder

For en hver problemstilling finnes det ett punkt som representerer en metode, men som regel vil det også finnes et annet punkt som representerer en annen (Grønmo, 1996). Derfor vil det være viktig å se på ulike forskningsmetoder slik at man er sikker på hvilken tilnærming som er optimal for innhentet datamateriale.

Ved å se på både kvalitative – og kvantitative metoder får man et bilde av bruksområdene, og kan vurdere om man kan kombinere disse. Grønmo (1996) beskriver forholdet mellom forskningsmetodene som temmelig spent, preget av uforsonlighet og grunnleggende motsetninger. Eliasson (2006) beskriver motsetningene som:

> *"Kvantitative metoder sysslar med sådant som går att beskriva med siffror, medan kvalitative metoder sysslar med sådant som går at beskriva med ord"* (s. 21)

Ved å bruke kvantitative metoder vil man måle bredt, ved å deretter generalisere fra en liten gruppe til en større. Bruksområdet for kvalitativ metoder passer best hvis man vil ha kunnskap som går dypere, der man bringer inn flere synsvinkler og sammenhenger (Eliasson, 2006).

Grønmo (1996) påpeker, at de fleste vil hevde at kvalitative og kvantitative tilnærminger ikke er så forskjellig eller uforenelige som mange antyder.

Hvis man *teller*, er det ikke bare det som *teller* (Ibid.). Sosiale forhold, eller rammene rundt, er heller ikke uten videre uvesentlige selv om de kan uttrykkes ved hjelp av tall. Metodene er ikke konkurrenter, men i et komplementært forhold til hverandre.
Uansett, vil man måtte velge mellom kvalitativ og kvantitativ metode, og at valget ikke er av prinsipiell, men av strategisk karakter. Man kan ikke si at den ene metoden er bedre enn den andre, men hvilken er mest relevant for gitt konkret forskningsopplegg (Grønmo, 1996).

3.2. Forskningsetikk i metodevalg

Når man skal utføre forskningsarbeid som omhandler mennesker, må man alltid vurdere de etiske sidene av metodevalget. Pedagogisk observasjon bør først og fremst innebære respekt for de lærde – for eleven, studenter eller andre. Det bør også omfatte respekt for foreldre, kolleger og arbeidsplassen. Det innebærer til og med å vise respekt for større forhold, som yrket og samfunnet som helhet (Bjørndal, 2002).

Når en forsker står ovenfor motstridende hensyn i sitt arbeid, aktualiserer begrepet etikk seg. Man forbinder etikk gjerne med store spørsmål som liv, død og lidelse, men kommer også frem i pedagogiske forskningsarbeid (Bjørndal, 2002).
Bjørndal (2002, s. 125) refererer til Gren som formulerer etikk som:

> *"Min etikk er min refleksjon over min moral"*

Forskeren må tenke over hvilke vurderinger, regler og normer som styrer det arbeidet som skal utføres.
Hvis man står ovenfor innsamling av data som inneholder personopplysninger og sensitiv informasjon, må man i Norge sende inn meldeskjema til Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste (NSD). For å få det godkjent må man gi grundig informasjon om planlagt studie. I følge NSD (2009) er sensitiv informasjon:

> *"Opplysninger om rasemessig eller etnisk bakgrunn, politisk, filosofisk eller religiøs oppfatning, at en person har vært mistenkt, siktet, tiltalt eller dømt for en straffbar handling, helseforhold, seksuelle forhold, og medlemskap i fagforeninger"*

Ved å få tilgang til slik sensitiv informasjon må forskeren ta hensyn til deltagerens etiske regler, som anonymitet, privatliv og lignende. Man må foreta etiske betraktninger både før, under og etter datainnsamlingen. Etiske hensyn vil være avgjørende for hvilke konklusjoner man sitter igjen med (Postholm, 2005). I tillegg påpeker Postholm (2005) at forskeren ikke kan forvente at deltager følger de etiske kjørereglene som man har lagt opp til. Dermed er det forskerens ansvar å tilpasse forholdene de skal anvendes i.

I min studie vil jeg se på hva som skjer når de arbeider med problemløsning i matematikkfaget, og om hva denne undervisningsformen kan tilby dem. Her kommer også holdningene til elevene frem. Ved å spørre om deres holdninger, kan man komme inn på sensitiv informasjon. Derfor vil vinklingen på spørsmålene være avgjørende for hvilken data jeg står igjen med. Ved å vinkle spørsmålene mot matematikkfaget, vil det gi meg data som kan brukes i analysen.
I tillegg må man tenke på at elever som er svake i matematikk, kan føle ubehag å diskutere faget. På grunn av dette, vil valget av deltagere være essensielt. Dette vil sees som sensitiv informasjon, men nivået til eleven er avgjørende for elevens interesse og selvtillit i faget.

Når jeg skal observere lærer, ser jeg på hans undervisningsformer. Jeg vil ikke analysere hvordan lærer utfører disse ulike undervisningsformene, men hva det tilbyr elevene. Mine avtaler med lærer var at jeg kunne observere klassen, og bruke disse observasjonene i mine analysedata. Derfor er det viktig å gjøre klart at jeg ikke *kritiserer* eller analyserer lærerens valg og gjennomførelse av arbeidsformene i klassen, men sammenligner de ulike undervisningsformene i forhold hva det tilbyr elevene i formingen av deres helhetlige matematiske kompetanse.

3.3. Kvalitativ metode

Å forske kvalitativt innebærer å forstå deltagerens perspektiv (Postholm, 2005). Ved å bruke en kvalitativ metode vil man være interessert i den iboende kunnskapen, som hva mennesket mener og har synspunkter om. Ved hjelp av påvirkning utenfra, kan denne kunnskapen komme frem. Forskeren er interessert i å lytte til stemmene i et samfunn med forskjellige tradisjoner og utvikling. Man er åpen for hva deltagerne gjør og sier, og videre løfte deres oppfatninger (Postholm, 2005).

Ryeng (2002) referer til Denzin og Lincoln (1994b). Hun forklarer at kvalitativ forskning er studier av ting i deres naturlige setting, der de prøver å forstå eller tolke fenomener ut fra den mening folk gir dem. Videre forklarer hun at kvalitativ forskning foretrekker data i form av bilder og ord, ikke tall. Altså, mening foran handling, men fra aktørens perspektiv.

Man søker ikke lineære årsaks-virkningsforhold, men stiller spørsmål om hvorfor og videre kunne analysere dataene. Ved å undersøke kvalitativt vil forskeren få en dypere forklaring, slik at det blir lettere å se sammenhenger (Postholm, 2005).

3.4. Ulike kvalitative metoder og drøftinger av disse

I flere undervisningstimer observerte jeg en videregående klasse, påbygning, for å kunne bli kjent med læringsmiljøet og få relasjoner med elevene i klassen. I tillegg intervjuet jeg to elever både før og etter en problemløsningsøkt i matematikk. Dette for å høre hva de mente om arbeidet med problemløsning.
På bakgrunn av problemstilling, observasjonene og tidligere kvalitativ metodekurs, drøftet jeg hvilken metode som passer best i min masteroppgave. Derfor vil neste del av metodekapittelet gjøre rede for de forskjellige kvalitative metodene jeg brukte.

3.4.1. Observasjon

Begrepet *observasjon* stammer opprinnelig fra latin og betyr å *iaktta* eller å *undersøke* (Bjørndal, 2002). Det kan man si mennesker gjør i sin hverdag, men i faglig sammenheng oppfatter man det snevrere. Ved pedagogisk betydning vil man observere mer på en konsentrert måte. Observasjon blir dermed en profesjonell ferdighet, som knyttes til arbeidsoppgaver, og man ser etter spesifikke momenter (Bjørndal, 2002).

Bjørndal (2002) tar utgangspunkt i to ulike former for observasjon. Den ene for *observasjon av første orden*:

> ”*Når pedagogen, eleven, studenten eller en utenforstående observerer den pedagogiske situasjonen og har dette som primær oppgave*” (s. 29)

Ved å bruke denne formen av observasjon vil man få mye informasjon av situasjonen, på grunn av at observatøren ikke har andre arbeidsoppgaver.
Observasjon av andre orden er pedagogen en del av aktiviteten, og man må dermed lære, veilede og observere samtidig – både av seg selv og elevene (Bjørndal, 2002). I mine observasjoner brukte jeg både første og andre orden av observasjon.

Observasjon er den metoden som blir mest brukt av kvalitative metoder, sammenlignet med andre former for innsamling av data (Postholm, 2005). Forskerens fokus i observasjonen styres av ulike teorier og antagelser. Videre vil det utvikles en interaksjon mellom teori som leses og praksis som observeres. I denne prosessen vil det ikke bare belyse teori, men også være med på å utvikle teorien (Postholm, 2005). Uansett om teoriene hjelper han/hun å forstå hva man observerer, burde forskeren alltid prøve å gå inn *induktivt* i situasjonen. Å observere induktivt vil si å ikke ha en mening på forhånd, men å få en forståelse som følge av observasjonen. I tillegg vil forskeren åpne for andre momenter eller tema som han/hun ikke har tenkt på på forhånd.
Mens forforståelse, leste teorier og tidligere erfaringer legger grunnlaget for en *deduktivt* møte med praksisfeltet. Samtidig som man er åpen til nye synsvinkler som kan bringes inn i analysen (Postholm, 2005).

Videre refererer Postholm (2005) til ulike roller en observatør kan innta. Rollene Gold (1958 i Postholm, 2005, s. 64) presenterer er:

- Fullstendig deltaker
- Deltaker som observatør
- Observatør som deltaker
- Fullstendig observatør

Som *fullstendig observatør* vil man prøve å være *"flua på veggen"* eller være usynlig. Dette vil være utfordrende, og det er derfor viktig at alle deltagerne av studiet er klar over hvilken rolle forskeren har. Ved å gi slik informasjon, vil det ikke bli noen overraskende momenter og forstyrrende faktorer i arbeidsprosessen for deltagerne (Postholm, 2005). I en slik rolle, vil det også være lettere å skrive en utfyllende logg og lese gjennom denne, og for å få med seg mest mulig.

I mine observasjoner ville jeg ikke være en *fullstendig observatør*, siden jeg ville snakke og arbeide med elevene. En slik rolle gav meg bedre relasjon med klassen, jeg fikk *høre* og *se* hvordan de arbeidet med matematikk.
Dette gjorde det vanskelig å være aktiv og notere samtidig. Derfor er arbeid etter observasjon essensielt slik at man får mest mulig data.
Ved å være enten *deltaker som observatør* eller *observatør som deltaker* er man begge deler. Man veksler imellom å være deltager eller observatør. I mine observasjoner var jeg mer enn deltager enn observatør, altså *deltager som observatør*.
Under feltarbeidet var jeg også *fullstendig deltaker* og fikk liten tid til å skrive logg. Jeg brukte da opptaker på en av gruppene, noe som gav meg muligheten å være *"flua på veggen*" uten at jeg var tilstede med elevene.

3.4.2. Intervju

Ved å bruke kvalitativ forskning, prøver man å forstå deltagerens perspektiv (Kvale & Brinkmann, 2009). En av metodene som kan brukes er kvalitativ forskningsintervju. Intervjuets røtter kommer fra Sokrates dialoger, som videre er blitt brukt aktiv i journalistikken. Generelt vil bruk av intervju gi muligheten til å få øye på detaljer som ellers kunne bli oversett (Bjørndal, 2008).
Et intervju er en samtale med en viss struktur og hensikt. Man søker å innhente beskrivelser av intervjupersonens synspunkter, særlig deres fortolkninger av fenomener de står ovenfor (Kvale & Brinkmann, 2009).

Postholm (2005) trekker frem fire ulike former for intervju. Den planlagte (formelle intervju), den halvplanlagte (formelle intervju), gruppeintervju og den uplanlagte (halvformelle intervju).

Meningen var først å bruke et planlagt intervju, eller som man også kan kalle det et *strukturert intervju*. Her er det lite rom for variasjon, og forskeren stiller spesifikke spørsmål som har innbygd et begrenset sett responskategorier (Postholm, 2005). Dermed vil også intervjueren holde seg til en bestemt rekkefølge og ikke unnvike de planlagte spørsmålene. I den *formelle intervju* vil også forskeren ikke erklære seg enig eller uenig med svar, eller komme med personlige meninger om tema som tas opp.

Mine intervjuer ble mer halvplanlagte. Jeg hadde en del planlagte spørsmål, men var også åpen for intervjupersonens vinklinger. Ved å bruke denne formen ga det meg en del informasjon som jeg ikke på forhånd hadde forestilt meg, og det gav også muligheten for oppfølgingsspørsmål. Ved å bruke den halvplanlagte intervjue, var samtalene mer jevnbyrdige (Postholm, 2005).

Det er en del momenter man må ta hensyn til når man velger å bruke intervju som metode.
Valg av forskningssted vil være med å påvirke stemningen (Postholm, 2005). I min studie foregikk intervjuene på skolen, på grunn av at elevene var mer tilgjengelige og jeg antok at de var trygge i miljøet. Gjennom praksisperiode fikk jeg kontakt med lærere som var villige til å delta i problemløsningsøkter og intervju. På skolen har de små grupperom som egner seg til samtaler med elevene. Ved å bruke disse grupperommene, var det lett for meg å trekke elevene ut av undervisningen. Jeg hold elevene løpende informert gjennom hele feltarbeidet, som skapte tillitt og trygghet (Postholm, 2005).

Et annet moment forskeren må være bevisst på, er hvilken opptreden man har. Deltagerens verdier og interesser må alltid ivaretas av forskeren. Det er viktig at man ikke glemmer å være menneske når forskningen foregår i en virkelig setting (Postholm, 2005). Derfor må man vise respekt og forståelse for intervjupersonens vinklinger av samtaleemnet.
Derimot må man tenke på at forholdet mellom forsker og deltaker ikke utvikler seg til et venneforhold, eller at deltaker blir så vant til forskeren at de blir fortrolige (Postholm, 2005). Dersom intervjupersonen vil dele informasjon som er svært personlige, kan det skade fokuset under intervjuet. I mitt tilfelle var elevene og jeg jevnalderne, og derfor

ble det lettere å bli fortrolige. I slike tilfeller skal jeg opptrå profesjonelt, og privat informasjon som kommer opp under intervjuet skal bli strøket fra min transkribering.

En annen situasjon som kan oppstå er at deltageren føler press fra forskeren. Forskeren burde slutte å spørre etter informasjon som deltager ikke vil dele. Utfall av slik utspørring kan skape at han/hun vil lyve eller prøve å vri seg ut av intervjuet. Forskeren skal ha klare regler på grensen for utspørringen, og å oppklare misforståelser med deltageren, hvis ubehagelige situasjoner oppstår (Postholm, 2005).
Noe som også kan være betydningsfullt for datamaterialet er at forskeren signaliserer at det deltageren sier er viktig. Ved at deltager føler seg nyttig, vil den være med å reflektere over seg selv og temaet (Postholm, 2005).

I mange tilfeller kan også deltagere være personlig berørt eller ha et forhold til problemstillingen (Postholm, 2005). Elever kan ha et dårlig forhold til matematikk, og både sinne og frustrasjon kan komme til syne under intervjuet. Man må da se situasjonen fra deres perspektiv og vurdere om deltageren kan ta skade av forskningsintervjuet.

I etterkant av forskningsintervjuet vil andre etiske hensyn kunne oppstå. Et av dem er å ivareta deltagerens identitet (Postholm, 2005). Informasjon som kan gjenkjenne personen, oppfattes som privat eller skade deltagerne bør fjernes i forskningsteksten. Det kan føre til at relevante funn i forskningen må skjermes for offentligheten.

Ved å ta hensyn til disse momentene, vil muligheten for å bruke deltagerne i flere forskningsarbeid være stor.

3.4.3. Samtale

Ved å bruke uplanlagte eller ustrukturerte intervju er det vage grenser mellom å snakke og observere (Postholm, 2005). Hensikten er å forstå heller enn å forklare det som blir forsket på (Spradley, 1979 i Postholm, 2005). I denne studien ville jeg se på hvordan elevene arbeidet med problemløsningsoppgaver. Ved å ha samtaler med de forskjellige gruppene i klassen, ga det meg mye nyttig informasjon.

Det å ha en samtale om løsningsmetoder i klasserommet kommer mye mer naturlig, enn å trekke ut eleven til et strukturert intervju. Det er også situasjoner der elever vil at du skal komme bort og prate om løsningen de har kommet frem til. Dette gir også muligheten til å snakke generelt om klassen og se hver enkelte elevs posisjon i gruppen (Postholm, 2005).

En ulempe er at det vanskelig å få skrevet ned alt, og validiteten blir svekket. I etterkant av undervisningen, vil det være vanskeligere å huske eksakt hva som ble sakt. Derfor ville bruke jeg opptaker av gruppene, slik at jeg hadde sikker dokumentasjon av problemløsningsøkten.
Ved å være en deltager av selve situasjonen, vil man kunne se hvordan elevene reagerer de på ulike spørsmål man stiller dem. Om forståelse, fremgangsmåte og hva de synes om oppgaven. Det blir mer en diskusjon mellom elev og lærer, enn en kunstig intervjuform.

I tillegg hadde jeg lydopptak av alle fremleggende gruppene hadde foran klassen. Her ble det en samtale mellom lærer, gruppen og resten av klassen.

3.5. Endelig valg av metode

Når jeg startet arbeidet med å lage problemstilling i mitt studie, fokuserte jeg på hvordan arbeid med problemløsning kan innvirke på holdningene til elevene. Derimot kom jeg videre frem til at Hawthorneeffekten (Wikipedia, 2013) gjorde det svært vanskelig å skape datamateriale og analyseverktøy, slik at jeg fikk noe konkret svar på dette problemet. Derfor endret jeg min problemstilling til hva problemløsning kan tilby elevene. Ved å observere undervisningen, vil jeg se hva de ulike undervisningsmetodene tilbyr elevene.
Ved å undersøke hva som ble tilbudt til elevene ved å bruke problemløsning, kan det komme feilkilder. En feilkilde som kan oppstå under mine studier, vil være Hawthorneeffekten (Wikipedia, 2013). Hawthorneeffekten er et fenomen som oppsto i forbindelse med *Hawthornestudiene* i USA. Altså atferdsendringer som frembringes av å bli undersøkt eller være deltager i et studie (Wikipedia, 2013). Det at eleven vet at den er deltager av et studie har innvirkning på resultatet. Det at det skjer en endring i deres

miljø vil være en positiv effekt, uansett hvilken endring som settes inn. Derfor vil intervjuene være påvirket av denne effekten. Dette var hovedgrunnen til at jeg endret min problemstilling, slik at jeg ser på hvordan elevene arbeider med problemløsning. Istedenfor for å se på hvordan elevenes holdninger endres, siden årsaken vil være Hawthorneeffekten.

Fra starten av studiet, ville jeg gå dypere inn i hva problemløsning tilbyr elevene. Derfor var det naturlig at metodene, observasjon og samtaler med elevene, pekte seg ut. Disse metodene ga meg innsikt og forståelse av emnet. I tillegg vil jeg se om elevene brukte andre komponenter enn problemløsning (Brekke, 2002).

Ved å observere klassen på forhånd, ga det meg et bilde av deres undervisningsvaner og arbeidsformer, og muligheten til å skape gode relasjoner med elevene. Siden jeg skulle intervjue to personer og utføre en undervisningsøkt, var det essensielt at klassen hadde tillitt til meg.

For å kunne kartlegge og få et bedre bilde av elevenes holdninger til ulike arbeidsformer, valgte jeg å bruke intervju. Ved å bruke intervju kunne jeg oppklare misforståelser, og komme med oppfølgingsspørsmål. I tillegg vil eleven kunne reflektere over sine meninger, og dermed svare ærlig og fullstendig på spørsmålene. I tillegg var observasjonene av lærerens undervisningsformer og problemløsningsøkten viktig for mitt forskningsspørsmål.
Under mine analyser bruker jeg ikke intervjuene som hoveddata, men et tilskudd til hva elevene mente om de ulike undervisningsmetodene i matematikk.

Når elevene arbeidet med problemløsning, fikk jeg en klarere forståelse av utfordringene med undervisningsformen. Elevene var veldig villig til å dele deres meninger om matematikk og problemløsning. Det ble mer naturlig å stille spørsmål som gav dypere innsikt.

3.6. Grunn av valg av klasse og intervjupersoner

Ved bruk av kvalitativ studie, kunne ikke utvalget av deltagere være for stort.

En påbygningsklasse på VG3 passet godt inn i studiet. Siden jeg har som mål å bli lærer i videregående skole, var det naturlig at å velge deltagerne her. I tillegg var alle elevene myndige, og derfor trengte jeg ikke foresattes samtykke for deltagelse i studiet. I en påbygningsklasse er det vanligvis stor variasjon i både kjønn, alder og matematikkunnskaper. Dette på grunn av de har gått forskjellige studier, og har hatt ulik undervisning frem til VG3-påbygning.

Matematikkfaget heter 2P-Y, altså praktisk matematikk rettet mot yrkesfag. I forhold til problemløsningsoppgaven, var det viktig for meg at elevene skulle relatere den til dagliglivet.
Siden de er elever med forskjellig bakgrunn, var det interessant å se hvordan de reagerte ved å arbeide med problemløsning og hvilke strategier de ville velge. I tillegg fikk jeg et innblikk i hvordan tidligere matematikkundervisning har vært, og om problemløsning har vært en kjent undervisningsform for elevene.

Problematikken med klassen var det store fraværet. Det var 30 elever på klasselisten, men jeg opplevde aldri at alle var tilstede. I tillegg var det en del som kom 5-15 minutter for sent til timen, noe som gjorde det vanskelig å starte opp undervisningen. Derfor var det også vanskelig å lage grupper for undervisningsøkten, siden jeg aldri visste antall og hvilke elever som ville være tilstede.

For å få tid til å både observere og ha problemløsningsøkt med klassen, valgte jeg to elever til intervju.
Prosessen rundt valget av intervjupersoner omhandlet flere punkter:

- Hvilken relasjon jeg fikk med eleven
- Klasselederens synspunkter
- Elevene skulle være på et gjennomsnittlig nivå i matematikk
- Intervjupersonene skulle ha *ulikt* kjønn
- Om eleven ville være med
-

3.7. Intervjuguide

3.7.1. Prosessen for utforming av intervjuguide

Min intervjuguide var mer en sjekkliste for å sikre at alle relevante emner var dekket. Det sørget for at intervjuene ble mer systematiske. Oppbygningen av intervjuet før undervisningsøkt var mye mer omfattende, enn den etter. Dette fordi jeg ville bygge opp intervjuet slik at deltagerne ble komfortable, og at de ble mer åpne. I tillegg ville jeg ha data om deres fremtidsmål og bakgrunnsinformasjon.
Jeg visste heller ikke om elevene hadde meninger om temaet, og jeg var redd for at elevene ville svare ”*Jeg vet ikke*” eller *”det har jeg ikke tenkt på før*”. Derfor prøvde jeg å knytte spørsmål til momenter som eleven kunne relatere seg til.

Videre snakket jeg om studie, og gav informasjon om deres anonymitet og mulighet for å trekke sin deltagelse. Deretter gikk intervjuguiden over til å snakke om temaet holdninger til matematikk, undervisningsformer og problemløsning.

Siden intervjuguiden er *skrevet* ned, er det viktig å tenke gjennom valg av spørsmål og spørsmålsformuleringer. I arbeidet med dette fikk jeg innspill fra veileder og medstudenter, i tillegg til at jeg så på tidligere intervjuguider på nettsider. I mitt tilfelle ville jeg ha åpne spørsmål, slik at jeg ikke påvirket elevens refleksjoner. Jeg hadde også skrevet ned oppfølgingsspørsmål, hvis eleven ikke forsto spørsmålene.

Siden jeg skulle intervjue de samme elevene etter undervisningsøkten, måtte spørsmålene kunne stilles på nytt. Intervjuguiden for etter problemløsningsøkten, ble laget med et *deduktivt* blikk. Siden jeg både hadde tidligere intervjuer, observasjoner og teori som bakgrunnsinformasjon, hadde jeg en forventning av elevenes innspill.

3.7.2. Begrunnelse av endelig intervjuguide

Meningen ved å bruke denne metoden var å få deltagerens perspektiv (Kvale & Brinkmann, 2009). Ved å se om elevene kunne dra nytte ved å arbeide med problemløsning, og om dette kunne tilby de et annet læringsperspektiv. I tillegg ville jeg vite hva slags holdninger eleven har, og hvorfor! Jeg ville ha *tykke* beskrivelser av elevens møte med problemløsning (Sørhaug, 1996). Tykke beskrivelser vil si deltagernes forklaring av situasjoner, og "*konteksten av konteksten*". Istedenfor at forskeren konkluderer begrunnelse av oppførsel og uttalelser, fra antagelser og tidligere erfaringer. Et eksempel kan være hvis eleven har negative holdninger, og forskeren begrunner det fordi eleven ikke liker matematikk. En slik beskrivelse vil være *tynn*, fordi den gir ingen forståelse eller faglig forklaring av konteksten (Sørhaug, 1996).

Jeg mener at intervjuguiden inneholder spørsmål som vil gi meningsfull datamateriale, som være et tillegg til observasjonene.
I tillegg har innholdet i intervjuguiden åpne spørsmål, slik at eleven kan reflektere over sine svar. Forskeren kan også spørre hvorfor eleven reflekterer slik, dette resulterer i utfyllende beskrivelser.

3.8. Utvikling av analyseverktøy

3.8.1. Observasjoner og samtaler med lærer og elever

Før jeg startet studie, var det viktig å bli kjent med klassen. Derfor planla jeg å spørre klasselederen om jeg kunne være ekstralærer, slik at jeg kunne se hvordan matematikkundervisningen fungerte. I følge Postholm (2005) fungerte jeg som en observatør deltager. Under og etter hver time, bestemte jeg meg for å skrive ned observasjoner og refleksjoner over det som skjedde. Målet med observasjonene var å få større innblikk i lærerens oppbygning av matematikkundervisningen, og at jeg ble kjent med klassen. Derfor startet jeg med et *induktivt* blikk, og var åpen for alle typer observasjoner. Utover undervisningstimene ble noen observasjoner mer deduktive, jeg fikk større innblikk i hvilke observasjoner som ville være essensielt for mitt studie (Postholm, 2005).

I tillegg til observasjoner, ville jeg ha samtaler med elevene når jeg hjalp til med oppgaveregning. Her ville jeg få muligheten til å diskutere ulike observasjoner og deres forhold til ulike undervisningsmetoder. Jeg ville også gi informasjon om meg selv og min studie.

Jeg ville prøve å skrive ned mest mulig fra disse samtalene, men lydopptak vil gitt mer pålitelig data. Likevel ville disse uformelle samtalene gi meg et bilde av hvordan klassen fungerte, og mer forståelse rundt oppbygningen av matematikkundervisningen.
Senere ville mine samtaler med lærer være mer givende, siden jeg hadde vært med i undervisningen.

3.8.2. Gjennomføring av problemløsningsøkten

Jeg planla tre undervisningstimer, hver på 45 minutter, for gjennomføring av problemløsningsøkten. I starten av undervisningen hadde jeg laget en Power Point der jeg ville informere om hvem jeg var og om feltarbeidet. I tillegg ville jeg be elevene hjelpe meg med å fylle ut tankekart med forskjellige spørsmål:

- Hva er matematikk?
- Hva er deres holdninger til matematikk?
- Hvorfor er det matematikk i skolen?
- Hva skal du kunne/mestre i matematikk?

Utgangspunktet var at jeg ville bruke hele den disponible tiden på problemløsningsoppgaven, men på grunn av at mange elever kom 5-15 minutter for sent, ble dette ikke aktuelt.

Deretter skulle jeg presenterte kort hva problemløsning er, og hva Kunnskapsløftet (2006) sier om problembehandlingskompetasen.
Videre ville jeg forklare hvordan undervisningsøkten skulle foregå:

- At de måtte dele seg inn i grupper på ca. 4 stykker
- At jeg ikke ville gi gruppen hint eller forslag til løsninger av oppgaven
- At de skulle ha fremlegg av løsning foran klassen

Tilslutt ville jeg gi dem oppgaven, som jeg skulle lese høyt, og spørre om alle forsto formuleringen.

Jeg bestemte meg for å ta opptak av intervjupersonenes gruppe gjennom hele undervisningsøkten. I tillegg skulle jeg noterte i etterkant de samtalene jeg ville ha med andre grupper. Under fremføringer av løsningene, skal jeg ta opptak av alle gruppene. Umiddelbart etter undervisningen vil jeg ta ut intervjupersonene og intervjuet de om opplegget. Jeg vil også skrive mine egne refleksjoner etter økten.

3.8.3. Oversikt over datamaterialet

Etter intervjuer, undervisningsøkten og opptakene var gjennomført, vil alt bli transkribert. Deretter ble transkripsjonen kategorisert i forhold til hvilke tidspunkt dataen ble samlet inn. Altså før, under eller etter problemløsningsøkten. Dette fordi det skal være enklere å få oversikt over all datamateriale. I mine data vil jeg se på hvordan elevene uttrykker seg og arbeider med problemløsningsoppgaven. Dette vil hjelpe meg å se hva denne undervisningsformen kan tilby.

Når jeg skulle lage analyseverktøy, var det vanskelig å se hvilken teori som kunne gi meg reelle analysedata. Derfor gikk jeg igjennom innhentet data, og undersøkte hvilke kompetanser elevene måtte bruke for å løse oppgaven (Niss & Højgaard Jenssen, 2002). Ved å se på intervjuene i forkant, de ulike prosessene når elevene jobbet med problemløsningsoppgaven og intervjuene i etterkant, kunne jeg også trekke ut positive og negative holdninger (Zan & Di Martino, 2002). Jeg bestemte meg derfor å bruke de fem komponentene Brekke (2003) beskriver i å kunne matematikk. Ved å ha dette som referanse, kan jeg se hvilke komponenter elevene arbeidet med.
Dermed laget jeg analysekategorier der jeg ser på Polya (1945/2004) fire faser i problemløsningsprosessen, og se på hvilke komponenter (Brekke, 2002) som elevene brukte under hver fase. I tillegg vil jeg kunne se hvilke positive/negative holdninger som elevene trekker frem, og dermed diskutere hva problemløsningsoppgaven tilbød elevene.

Dermed vil mine analysekategorier omhandle Polya (1945/2004) fire faser, og hvilke av de fem komponentene elevene bruker under hver fase (Brekke, 2002).

Figur 1: Analysekategorier, og innholdet i hver kategori

I figur 1. ser man oppdelingen av hva min analyse vil omhandle.
Siden jeg har intervjuer både før og etter problemløsningsøkten, vil analysen også inneholde hvilke komponenter og holdninger som kommer frem under disse samtalene. Begrunnelsen for at jeg har skrevet Niss og Højgaard Jensen (2002) sine åtte delkompetanser, er fordi de ligger under Brekkes (2002) fem komponenter. I tillegg kommer det godt frem i mitt datamateriale, at elevene bruker de grunnleggende ferdighetene (lese, uttrykke seg muntlig, skrive og bruke digitale verktøy) aktivt i hver fase (KD, 2006).

I denne studien vil jeg se hva elevene får ut av å jobbe med problemløsning. Vil jeg få positive eller negative tilbakemeldinger? Hvilke kompetanser vil elevene bruke for løse problemløsningsoppgaven? Vil denne undervisningsformen klare å tilpasse undervisning for hver elev? Og er det gjennomførbart for lærer?

På samme måte som Brekke (2002), har ikke Niss og Højgaard Jenssen (2002) tatt med kreativitet. Derfor er kreativitet er et viktig punkt, fordi det inngår i det å kunne matematikk i Kunnskapsløftet (KD, 2006). Spesielt inngår kreativitet i problemløsningsprosessen. Kreativitet sier også noe om holdningene til matematikkfaget, noe som jeg vil komme inn på i analysen. For å avgrense oppgaven vil kreativitet og holdninger ikke være mitt hovedfokus, men heller et funn i mitt datamateriale. Jeg vil derfor ha et større fokus på dette i diskusjonsdelen av masteroppgaven.

I analysen vil jeg bruke disse kategoriene og merke de forskjellige funnene. Deretter ser jeg om hva disse funnene kan tilby elevene, i forhold til progresjon og holdninger til matematikkfaget. Endelig vil jeg se på de andre kategoriene som jeg har skrevet i figur 2.. Deretter sammenligne hvert utsagn til intervjudeltagerne med resten av klassen, for å få en bedre forståelse av svarene.

3.9. Reliabilitet og validitet

Ved å gjennomføre feltarbeid er det mange synsvinkler på hva som kjennetegner god kvalitativ forskning (Ryeng, 2002). Derfor er det viktig å ta hensyn til om datamaterialet har reliabilitet og validitet. Det stilles sterke krav til kvalitativ forskning, og det forutsetter at forskeren har både faglig innsikt og mye oppmerksomhet på metodiske utfordringer. Under forskningsprosessen vil fokuset forskeren har under produksjon av data og til valg av skrivestil avgjøre reliabiliteten og validiteten til oppgaven (Ryeng, 2002).
Siden dette er mitt første møte med vurdering av metode og dens pålitelighet og gyldighet, vil det gjøre meg mer bevisst i senere feltarbeid.

3.9.1. Reliabilitet

Reliabilitet betyr forskingsrapports konsistens og pålitelighet. Altså henviser relabiliteten seg til om at resultat kan gjentas på andre tidspunkter og av andre forskere ved hjelp av den samme metoden (Kvale & Brinkmann, 2009).

I problemløsningsprosessen vil observasjon og intervju være viktige metoder. For slike undersøkelser har Kleven (2002) tre spørsmål som kan relateres til reliabilitet:

1. I hvilken grad er resultatet avhengig av hvilke dager eller tidspunkt på dagen som observasjonen tilfeldigvis finner sted?
2. I hvilken grad er resultatet avhengig av hva observatøren tilfeldigvis fester oppmerksomheten ved under observasjon?

3. I hvilken grad er resultatet avhengig av at observatøren tolker det han ser?

Med å se på Kleves (2002) spørsmål skal jeg forsøke å besvare disse spørsmålene i forhold til min studie.

1. *I hvilken grad er resultat avhengig av hvilke dager eller tidspunkt på dagen som observasjonen tilfeldigvis finner sted?*

Alle timene som jeg observerte før problemløsningsøkten var i tidlig om morgenen. Mange elever var for sent til undervisningen, og det er en mulighet for at elevene var trøtte og slitne. I tillegg var mine observasjoner eller samtaler med elevene ikke knyttet til å måle elevene, men istedenfor å for å se undervisningsform og få bedre relasjon til elevene. Det er derfor vanskelig å tro at elevene eller lærer prøvde å sabotere eller mislede meg som forsker. Samtidig som jeg også hadde samtaler med lærer i forkant om meningen med observasjonen. Etter observasjonene spurte jeg lærer om undervisningen og elevenes oppførsel hadde vært som forventet, noe han bekreftet.

Intervjuene av elevene ble gjennomført når resten av klassen hadde undervisning. Derfor kan eleven svare kort for å komme tilbake til klassen, eller svare utfyllende og prøve å *"hale ut tiden"* for å slippe dette. Derfor fortalte jeg intervjupersonene om viktigheten at de svare ærlig og holdt seg til tema. Siden jeg hadde vært tidligere i klassen og fått en god kontakt med elevene, opplevde jeg at de ville hjelpe meg med feltarbeidet.

Når det gjelder problemløsningsøkten, virket det som elevene var motiverte. Ved at jeg uttrykte at det var en utfordring og jeg var spent om de ville klare å gjennomføre problemløsningsøkten, virket de klare og våkne til å prøve ut opplegget. Jeg var veldig åpen for innspill og elevstyrt undervisning, noe som kan virke inn på elever som liker å ta ansvar. Samtidig som de påvirker de mer stille elevene til å følge deres eksempel.

Derfor vil ikke datamaterialet være avhengig av hvilken dag eller tidspunkt på dagen feltarbeidet ble gjennomført.

2. *I hvilken grad er resultatet avhengig av hva observatøren tilfeldigvis fester oppmerksomheten ved under observasjon?*

Observasjonene i forkant av problemløsningsøkten ble styrt av lærer og elever i klassen. I begynnelsen var det mye tavleundervisning, og jeg satt bak i klasserommet. Det eneste som kan bli påvirket av mitt nærvær, kan være hva de brukte datamaskinen til. Som for eksempel om de tok notater, brukte matematikkprogrammet GeoGebra eller satt på andre nettsider.
Når jeg hadde samtaler med elevene eller hjalp de med oppgaveregning, ble retningen av samtalen mer avhengig av meg. Formulering av spørsmålene gikk på hvor god relasjon jeg hadde til eleven, og hvilke vanskeligheter de hadde med matematikkoppgaven. Jeg hadde muligheten til å gå dypere inn i elevenes holdninger til matematikkfaget, og se hvor god forståelse eleven hadde til oppgaven de løste. Hvilken retning jeg førte samtalen ble styrt av min problemstilling, og for å prøve å skape trygghet mellom meg og eleven.

Resultatet av intervjuene var veldig avhengig av forskeren. Siden jeg er veldig uerfaren med å utføre intervju, vil deler av datamateriale ikke bli det samme med en annen forsker. Derfor vil jeg se med kritiske øyne på hvordan jeg stilte mine spørsmål, slik at min analyse og diskusjon tar dette i betraktning. I hovedsak vil mitt studie fokusere på problemløsningsøkten, og her hadde jeg mer observatør deltagende rolle. Dermed vil datamaterialet være mer pålitelig. På grunn av at jeg stilte åpne spørsmål, var elevene med på å styre retningene av samtalene. Elevenes tilnærming av problemløsningsoppgaven var dermed fritt.
Det eneste som kunne blitt annerledes, er hvis forskeren hadde laget gruppene for problemløsningsøkten selv. Jeg bestemte meg for å la elevene velge dette. Resultatet ville vært forskjellig, fordi samarbeidet i gruppene er veldig avhengig av hvilke personer som sitter sammen.

3. *I hvilken grad er resultatet avhengig av at observatøren tolker det han ser eller hører?*

I dette studie har jeg gjennomført alle observasjoner og intervjuer av elevene. Dette utelukker andres tolkninger av innhentet datamateriale, men er alene avhengig av mine refleksjoner. Siden jeg hadde intervjuer med elevene i sammenheng med det jeg hadde observert, vil jeg kunne stille spørsmål om hva det var jeg observerte. Følgelig vil dette gi meg et bedre bilde av hva elevene mener om tema, og derfor vil ikke resultatet bare være avhengig av observatøren.

I tillegg var alle intervjuene, arbeid med problemløsningsoppgaven og fremlegg av løsning tatt opp av båndopptaker. Dette gjør at man kan tolke resultatene på nytt etter økten.
Uansett vil mine analyser være påvirket av mine erfaringer, utdanning og teori. Derfor vil det være mulighet for at resultatet vil være subjektive, og forskjellig fra hva en annen forsker ville kommet frem til.

3.9.2. Validitet

I ordbøker blir validitet definert som sannhet, riktighet og gyldighet (Kvale & Brinkmann, 2009). Ved å ha en korrekt valid slutning, vil den være utledet av sine premisser. Validitet stiller spørsmål til om en forsker måler det den tror at den skal måle (Ibid.).

Gjennom mine drøftinger av valg av metode, vil jeg si at metoden passer for mitt studie. Jeg har hatt vanskeligheter med å finne gode analyseverktøy til mine data, og vil derfor trekke inn at mye ikke har validitet.
Dette betyr imidlertid ikke at analysen ikke viser noe sannhet eller gyldighet. Lærer for klassen uttrykte at den ensformige undervisningen var vanlig i påbygningsklasser på skolen, slik at observasjonene i forkant kan gjelde for flere klasser på samme trinn. Selvfølgelig kan jeg ikke si at disse data vil gjelde for *alle* - klasser og trinn, men at innfor denne skolen vil det være sannsynlig å tro at resultatene av studiet er gyldig.

I tillegg vil problemløsningsøkten vært gjennomført på akkurat samme måte i andre klasser, slik at det ville vært elevene som styrte hvilke løsninger som kom frem. Ved at problemløsningsøkten var elevstyrt kan resultatet bli annerledes, men fortsatt gi meg data som sier noe om hva problemløsning kan tilby elevene.

Derfor mener jeg at, uansett om jeg var usikker på analyseverktøy, vil mine data ha undersøkt det jeg ville undersøke. Dermed vil mitt studie si noe om sannheten, og datamaterialet vil være gyldig for denne klassen og skolen.

4. Analyse

I dette kapitelet har jeg tre overskrifter: før - , under – og etter problemløsningsøkt. Jeg vil analysere og drøfte innhentet data under hver av disse. Hva kan undervisningsformen tilby elevene i forhold til Brekkes (2002) fem komponenter og hvilke av de åtte delkompetanser elevene øves i (Niss & Højgaard Jenssen, 2006).

I arbeidet med inndelingen av underkategorier, er det mest fornuftig å se hva hver undervisningsmetode tilbyr elevene i forhold til kompetanser. Jeg begynner med tavleundervisningen, deretter elevenes arbeid med oppgaver i lærerbok. Til slutt bruker jeg intervjupersonenes inntrykk av undervisningen.
På samme måte analyserer jeg "*under problemløsningsøkt*" ved å se på de ulike fasene Polya (1945/2004) beskriver, og hvilke komponenter (Brekke, 2002) elevene bruker. Jeg har satt "*fremføring av løsning*" som egen undertittel, på grunn av elevens reaksjoner under fremføring. Derfor vil ikke bare inntrykkene fra intervjupersonene understøtte mine drøftinger.
Målet med mine analyser er å se om elevene får det tilbudet i matematikkundervisningen som Kunnskapsløftet (2006) har satt. Og om problemløsning gjør at elevene tar i bruk flere komponenter enn i andre undervisningsformer.

4.1. Før problemløsningsøkt

Jeg observerte at lærer var sentral i undervisningen. Ved å se på hvilke undervisningsformer læreren brukte, vil man få et inntrykk av hvilken matematisk kompetanse elevene sitter igjen med. Elevene henter sine meninger og oppfatninger av matematikk fra skolen. Derfor vil, i følge Schoenfeld (1992), elevens oppfatning av formålet med matematikk være i lys av hvordan undervisningen tilrettelegges. Schoenfeld (1992) beskriver:

> *"Mathematics means following the rules laid down by the teacher; knowing mathematics means remembering and applying the correct rule when the teacher*

> *asks a question; and mathematical truth is determined when the answer is ratified by the teacher. Beliefs about how to do mathematics and what it means to know it in school are acquired through years of watching, listening, and practicing" (s. 68).*

Derfor vil lærerens valg av undervisningsformer være avgjørende om eleven *kan matematikk*. I følge Brekke (2002) vil det si å kunne matematikk hvis man kan fakta, veletablerte prosedyrer, begreper, generelle strategier og har holdninger eller meninger om matematikk. For mer utfyllende beskrivelser av hver komponent se i teorikapittelet (s. 10).

4.1.1. Tavleundervisning

Arbeidsformen som læreren brukte var tavleundervisning, som i følge Solvang (1992) er den meddelende metoden. Det vil si at lærer gir elevene en sammenhengende framstilling av stoffet uten å trekke dem i aktivitet. Elevene vil vanligvis bli sittende passive med mindre de tar notater.

Lærer gikk gjennom *lineær regresjon* der elevene skulle bruke datamaskinen for å få en digital fremstilling av grafen. Et eksempel var fra lærerboken, der elevene skulle prøve å gjøre dette selv på sin egen datamaskin.
Her ser man at elevene får god trening i faktakunnskap (Brekke, 2002). Elevene jobber med informasjon som *kan* være usammenhengende eller tilfeldig, for eksempel hva *lineær regresjon* er. I tillegg lærer de en veletablert prosedyre eller ferdighet i hvordan de skal lage en regresjonslinje på datamaskinen. Lærer presenterer en metode for hvordan de skal få en grafisk fremstilling av oppgaven. I Kunnskapsløftet (2006) beskrives de grunnleggende ferdighetene, som elever skal kunne mestre i alle fag. I denne sammenhengen vil både skrive, lese og bruke digitale hjelpemidler bli trukket inn.

Videre observerte jeg at elevene hadde tidligere assosiasjoner/kunnskaper som de koblet til *lineær regresjon*. De visste at *lineær* er en rett linje, og at regresjon var å kunne forutsi hendelser ut ifra få målinger. Dermed ble det laget en begrepsstruktur (Brekke, 2002) mellom disse to begrepene, og elevene hadde formening på hva de skulle lære.

Disse strukturene gjør matematikken meningsfull og støtter opp under ferdighetene. Begrepsstrukturen tilbyr eleven evnen til å tilpasse prosedyrer de har lært inn i en annen sammenheng, eller nye situasjoner.
I tavleundervisningen kommer ikke komponenten *generelle strategier* (Brekke, 2002) inn i undervisningen. Brekke (2002) påpeker at det er viktig å kunne utføre en prosedyre, men også vite når man skal bruke den.

ElevG (Første intervjuperson, forkortelse av elev gutt) mener at tavleundervisning og arbeid med oppgaver er *greit*. Han uttrykker at han liker å gruble alene. I tillegg synes han tavleundervisning gir han den informasjonen som skal til for å kunne gjøre oppgavene i etterkant. ElevG forteller:

> *"Jeg liker tavleundervisning, fordi da får jeg se hvordan læreren gjør det, og man får ideer om hvordan vi skal komme frem til løsninger"*

ElevG er klar på at han er fornøyd med undervisningen, og matematikk er hans favorittfag. Derimot når jeg spurte ElevG om han blir *utfordret* i faget, svarte han: *"Ikke hittil i år"*. Han forklarte at han måtte ta R1 (Realfagsmatematikk kurs 1) og R2 (Realfagsmatematikk kurs 2) videre for å kunne komme inn på studieprogrammet på universitetet, derfor ville det vært gunstig å ha hatt mer relatert pensum fra disse fagene. Dette uttrykte også ElevJ, siden hun også følte seg lite utfordret.

4.1.2. Oppgaveregning

Elevene fikk i gjennomsnitt 5-10 oppgaver fra lærerboken de skulle arbeide med i undervisningen. Oppbygningene på oppgavene var lik det eksempelet lærer tidligere hadde gjennomgått på tavlen. Oppbygningen var slik:

1. Tilfelle av tabell som skulle plottes inn på datamaskinen
2. Finne funksjonsuttrykk for grafen
3. Finne punkt på grafen (enten x- eller y- verdi)
4. Et spørsmål til gyldighet eller videre utvikling lenger frem i tid (siden det var lineær regresjon)

Oppgaveregning er en selvinstruerende metode (Solvang, 1992). Elevene jobber individuelt og har selv ansvar for egen læring. Elevene hadde mulighet for å spørre både meg og lærer om hjelp med oppgavene. Jeg registrerte at elevene spurte om hjelp, hvis de sto fast eller de ville ha en bekreftelse om det de hadde gjort var riktig.
Elevene får her igjen muligheten til å øve seg på prosedyren (Brekke, 2002) læreren presenterte på tavlen.
Det er vanskelig å få en bekreftelse på at elevene har brukt metoden riktig. Derfor burde man gå rundt i klassen og se hva elevene har gjennomført og samle inn deres notater. I etterkant vil det være gunstig å diskutere løsningene, slik at elevene reflekterer over sine valg. Solvang (1992) stiller spørsmål om elevene kan lære noe selv, uten at man diskuterer løsningsmetoden i etterkant. Selvfølgelig kan eleven få rett fasitsvar, men forståelsen bak *kan mangle* ved å arbeide individuelt. Ut ifra observasjoner brukte elevene fasiten bak i lærerboken konsekvent, noe som kan gjøre at de ikke diskuterer løsningen med andre enn *fasitsvaret*.

ElevJ uttrykker at hun liker matematikk, fordi hun forstår faget og løser oppgavene uten problem. Dette refereres til positive følelser til matematikk, der positivt assosieres med fornøyelse og glede (Zan & Di Martino, 2003). Ved at ElevJ uttrykker at "*Jeg liker matematikk*" vil det kunne kobles til at hun har hatt positive opplevelser.
Samtidig som hun sier at 2P-Y er lett, og hun skulle ønske at hun kunne hatt et vanskeligere matematikkfag. Dermed føler hun at det blir kjedelig å jobbe med oppgaver som er like. Hun uttrykker:

> "*Det er slik at når jeg skal arbeide med oppgaver, så er alle oppgavene helt like. I tillegg er det mange oppgaver, og derfor blir det kjedelig. Spesielt når jeg forstår hvordan man løser oppgaven*".

En selvinstruerende undervisningsform (Solvang, 1992) kan gjøre at ElevJ mister motivasjonen. ElevJ forklarte at hun har en tendens å bruke datamaskinen for sosiale medier, på grunn av *lite* utfordring. Derfor vil denne selvinstruerende formen skape en negativ adferd i klasserommet. Zan og Di Martino (2003) beskriver at negativ adferd er fordi eleven ikke ser *meningen,* og eleven er ikke tilfreds med utfordringene den står ovenfor. Dermed vil det føre til en negativ holdning. Dette kom også frem under observasjonen av oppgaveregningen. ElevJ fikk ikke muligheten til å øke sin matematiske kompetanse, på grunn av sin negative adferd og hennes holdning til at faget er kjedelig.

I følge TIMSS Advanced (Grønmo et al., 2008) er individuell oppgaveregning den metoden som brukes mest i norske klasserom. Ved at elevene jobbet med samme tema og individuelt, ble mange av elevene ukonsentrerte og begynte å bruke datamaskinen til andre momenter enn matematikk. Dette skaper et læringsmiljø som er svært lite læringseffektivt og variert. PISA (Kjænsli & Olsen, 2013) kommer frem til at elevene blir mindre motivert av å arbeide alene, og synes sosial interaksjon med andre elever i klassen er mer givende og lærende. I tillegg kan varierende undervisning redusere behovet for differensiering (Eilertsen & Valdermo, 2003). Mer variasjon kan åpne læringskanaler for flere elever og slik inkludere flere og tilby elevene muligheten for bedre kompetansen.

Ett funn som også kommer frem ved bruk av denne undervisningsformen, er at det er lite rom for matematisk kreativitet. Elevene bruker algoritmisk resonnement (Lithner, 2000) når de løser oppgaver fra lærerboken. Det baseres på strategivalg med kjente algoritmer elevene allerede har lært i klasserommet. Den består av å skrive ned løsningen, eleven har ingen idé eller logisk forklaring på hvorfor dette er riktig annet enn å referere til fasit. Dette kan være problematisk, fordi en slik kompetanse er viktig i dagligdagse situasjon utenfor matematikk.

4.2. Under problemløsningsøkt

Jeg fikk tre undervisningstimer til å gjennomføre problemløsningsøkten med klassen. Jeg regnet med at store deler av klassen ville komme for sent til timen, derfor lagde jeg tankekart som elevene skulle hjelpe meg å fylle ut. Dette for å prøve og få elevene i gang med å kommunisere og diskutere matematikk. Tankekartene hadde spørsmål som: ”*Hva er matematikk?*”, ”*Hva er deres holdninger til matematikk?*”, ”*Hvorfor er det matematikk i skolen?*” og ”*Hva skal du kunne/mestre i matematikk?*”.

Min intensjon ved å begynne undervisningen med å fylle ut tankekart, var å få toveiskommunikasjon med elevene. Elevene måtte være med muntlig i undervisningen, og begrunne sine forslag til tankekartet. Mitt hovedfokus var å få elevene til å bli mer trygge på meg, og skape et læringsrom der elevene forsto at jeg var interessert i høre på hva de mente. Ved at elevene føler at de kan bidra med noe, vil de føle seg nyttig og suksessfull. Dermed skape positive holdninger med å kommunisere med lærer (Zen & Di Martino, 2003).
Videre gikk jeg over til temaet problemløsning i matematikk, og forklarte de hva lærerplanen (KD, 2006) sa om emnet.

Deretter gav jeg klassen oppgaven som jeg hadde kaldt: ”*Bygge en pyramide*”. Problemløsningsoppgaven ble formulert slik:

> ”*Dere er arkitekter som har ansvar for å lage en plan for å bygge en pyramide på Stortorget i Tromsø. Denne pyramiden skal representere feiringen av vårt 200 års jubileum den 17. Mai. Dere får bruke maks 221 klosser til å bruke pyramiden, prøv å bruke mest mulig av klossene*”.

De sto fritt til å arbeide med oppgaven, til de skulle presentere løsningen.
Formuleringen av oppgaven var ment til å være lengere enn spørsmålene som blir stilt i deres lærebok. Under de grunnleggende ferdighetene i Kunnskapsløftet (2006) står *lesning* sentralt. I tillegg ser man at del 2 av eksamensoppgavene til 2P-Y har mye tekst. Derfor vil det å kunne lese og trekke ut viktig informasjon av teksten, være nødvendig.

Under mine observasjoner av første økt, virket elevene trøtte og uopplagte. Siden jeg brukte samme undervisningsform som hovedlærer, vil det bli kjedelig for elevene. De var kjent med den meddelende undervisningsformen (Solvang, 1992). Dette ble også trukket frem av intervjuelevene. Elevene var kjent med undervisningsformen, slik at det ble for lite utfordrende og varierende.
Polya (1945/2004) beskriver at ved å variere undervisningen, vil det komme nye sider til problemet. Dermed må elevene være mer oppmerksomme, og tenke over hvordan de skal løse problemet. Ved å bringe inn variasjon vil det komme frem med nye sider, muligheter og koblinger mellom flere temaer i matematikk.

4.2.1. Problemløsningens fire faser

Under *problemløsnings fire faser* (Polya, 1945/2004) hører jeg på båndopptaket av intervjugruppen, og hvordan de arbeider.

Første fase (Polya, 1945/2004) er å *forstå problemet*. I oppgaven får de lite informasjon om hvordan de skal løse problemet, men oppgaven er klar på at de skal lage en pyramide. For at gruppen skulle kunne gå over i neste fase, var det essensielt at de forsto oppgaven. Under opptaket av gruppen diskuterte de ikke selve formulering eller meningen med oppgaven, men de gikk rett over i fase to *lage en plan*.
Her ser man at elevene bruker tankegang – og kommunikasjonskompetansen (Niss & Højgaard Jenssen, 2006). Ved at elevene arbeider i grupper, blir de tvunget til å bidra med sine tanker. I tillegg vil de grunnleggende ferdighetene *"å kunne uttrykke seg muntlig "* og *"å kunne lese"* trekkes inn (KD, 2006).

Videre i opptakene begynner gruppen å diskutere forskjellige løsningsmetoder. De prøver å *lage en plan*. Polya (1945/2004) forklarer at planen elevene kommer frem med, er styrt av tidligere erfaringer. Elevene vil prøve å finne oppgaver eller relaterte temaer som ligner på den de står ovenfor. Jeg vet at problemet ikke direkte går inn i lærerplanen til 2P-Y, men at momenter i å løse oppgaven går inn på temaer som funksjoner, mønster og bruke Geo-gebra.
Det som er interessant med denne delen av prosessen, er diskusjonen som går imellom elevene. De går blant annet inn på "*Pytagoras*", der de repeterer begrepet. Her kom elevene frem til at de ikke ville få bruk for Pytagoras, men de tok uansett seg tid til å diskutere dens betydning.
Gruppen innser videre at problemløsningsoppgaven genererer flere problemer som de må løse:

- Hva er en pyramide?
- Hvordan kan vi finne arealet, uten at vi vet størrelsen på klossene?
- Hvilken form har en pyramide som grunnflate?
- Hvilke formler må vi bruke når vi skal bygge en pyramide?

- Hva vil den koste?

Intervjugruppen lager problemene selv. Med tanke på Björkqvist (2003) beskrivelse av et *problem,* vil dette være det disse elevene ser som utfordrende og nødvendig å finne ut av for å løse oppgaven. Observasjonene av de andre gruppene, viste også at elevene skapte egne problemer ut ifra deres forutsetninger.

Her ser man at gruppen går tilbake til fase en. De finner "*underproblemer*" for å kunne komme frem til en løsningsmetode. Videre kommer faktakunnskapene, ferdighetene og begrepsstrukturene inn. Det er viktig at elevene har dette fundamentet for å kunne velge *en generell strategi* (Brekke, 2002). Elevene blir testet i å kunne velge en passende strategi for løse de problemene fra en ukjent situasjon, med tanke på matematikken og koblingen til dagliglivet. For å kunne velge eller avgjøre hvilken strategi gruppen skal bruke, må de ha tidligere erfaringer med begreper.

Gruppen var usikker på betydningen av de ulike begrepene som kom frem i oppgaven. Derfor brukte de datamaskinen for å finne ut, for eksempel "*Hva er en pyramide?*". Her kommer hjelpemiddelkompetansen inn, noe som står i Niss og Højgaard Jenssen (2006) åtte delkompetanser og de grunnleggende ferdighetene (KD, 2006).
Først når de fant ut hva en pyramide er, begynner de på fase to i problemløsningsprosessen. De *lager en plan* der de skal lage en pyramide med et kvadrat som grunnflate. Den skal ikke være hul, og videre avgjorde de hvor stor hver kloss skulle være. Når de hadde funnet ut hvor mange klosser de kommer til bruke, begynte de å finne ut hvor mye pyramiden ville koste.
Ved at elevene selv fikk velge strategi for å løse oppgaven, måtte de trekke sin matematiske kreativitet. Lithner (2000) beskriver matematisk kreativitet ved å se hvordan elevene kom frem til løsningen, altså deres resonnement. Hvis resonnementet er:

- Nytt, altså oppdaget av eleven selv
- Elevene argumenterer for løsningen de trekker frem
- At resonnementet har matematisk grunnlag

Alle disse ligger til grunn i dette tilfelle. Elevene fikk ingen veiledning fra lærer hvordan de skulle løse problemet. Det eneste de hadde tilgjengelig var datamaskin, lærerbok og tidligere erfaringer.

ElevJ mente at oppgaven var vanskelig å løse i begynnelsen, på grunn av at det av mange faktorer.

> *"Det var mange komponenter som kom frem, det var vanskelig å finne ut hva som var viktigst. Hva skulle man ta først? Det var så mye gruppen tenkte på"*

Det å *lage en plan* viste seg å være utfordrende for ElevJ, noe som understøtter det jeg observerte tidligere og hva Polya (1945/2004) trekker frem. Det var en ny måte å tenke på, der lærer ikke definerte problemene. Schoenfeld (1992) snakker om at det er vanlig at lærer kommer med problemene, der elevene skal gjette seg til fasit. Derimot mener han at matematikk er en sosial aktivitet, der matematikere setter seg sammen og ser på mønster og beregninger. Det er akkurat det ElevJ beskriver at hun gjør:

> *"Det var vi som lagde problemene" "Man måtte bruke hjernen litt. I forhold til hva vi bruker å gjøre, føler jeg at vi grubler lite. Det er bare å se i boken, så finner du løsningen"*

Når gruppen begynner å *gjennomføre planen* fordeler de arbeidsoppgaver innbyrdes. Igjen gjør de valg ut ifra sine forutsetninger, der de får oppgaver som utfordrer deres matematiske kompetanse. I tillegg uttrykker en elev i gruppen:

> *"Det er ganske lett da. Nå må vi bare finne arealet og volumet"*

Ved at elevene har klart de tre første stegene, uttrykker de positive holdninger ved at de suksessfullt har klart å løse oppgaven. Mestringsevnen til elevene blir styrket, og holdningene til matematikkfaget blir bedre. Denne positive erfaringen med matematikk, vil elevene ta med seg videre i andre settinger.

Selvfølgelig kan de positive holdningene komme av Hawthorneeffekten (2013). Siden elevene opplever noe annerledes og nytt i matematikken, vil dette kunne påvirke. Dermed ville det vært gunstig å gjennomført flere problemløsningsøkter med hovedlærer, for å se om elevene får samme reaksjoner.

Til slutt begynte elevene å diskutere deres valg av løsningsmetode. De *ser tilbake* på den fullstendige løsningen og dens validitet (Polya, 1945/2004). De stiller spørsmål til funksjonsuttrykket de har funnet for hvert lag av pyramiden, og om de heller skulle laget den hul. I tillegg spør en av elevene om løsning, slik at hun forstår resonnementet fullstendig. I denne prosessen bruker elevene igjen tankegang -, resonnement – og kommunikasjonskompetansen. I følge TIMSS Advanced (2008) er fasen *å se tilbake* ofte glemt av lærere. Det å reflektere over sine løsninger vil de konsolidere deres kunnskaper, og gjøre de bedre til å løse andre problem i fremtiden. Dette gir ikke bare elevene repetisjon, men også muligheten å se om løsningen er korrekt.

Gjennom de fire fasene til Polya (1945/2004) bruker elevene alle de fem komponentene til Brekke (2002). Derimot vil modellerings- og representasjonskompetansen til elevene bli understimulert med *denne* problemløsningsoppgaven (Niss & Højgaard Jensen, 2006). Modellering vil være mer essensielt å bruke, hvis elevene skulle analyse en matematisk modell. Deler av modelleringsprosessen kommer inn i denne oppgaven, som gyldighet og holdbarhet til løsningsmetoden. Derimot er meningen med modelleringskompetansen å kunne bygge en modell i en gitt sammenheng, og se den videre utviklingen (KD, 2006). Ved å endre oppgaven slik at de skulle lage en modell for uendelige antall klosser, vil modellering være mer gjeldene.
Representasjonskompetansen kommer også bare delvis inn. De bruker symboler, visuelle og geometriske representasjoner, men tabellmessige delen oppstår ikke (KD, 2006). Ingen av gruppene lagde en tabell over de forskjellige lagene til pyramiden, de forklarte utviklingen eller mønsteret ved funksjonsuttrykk. Jeg kommer tilbake til funksjonsutrykkene senere i analysen, men det var en del grupper som ikke forsto deres funksjonsuttrykk. Dermed kunne laging av tabell, gitt dem en bedre forståelse av funksjonsutrykket de hadde kommet frem til.

Et annet funn som kommer frem i observasjonene, var elevenes sosiale kompetanse (KD, 2006). I lærerplanen rettes ikke bare læringen mot faginnholdet, men også mot de personlige egenskapene en ønsker å utvikle (KD, 2006). Den sosiale ferdigheten oppstår ofte mellom lærer og elev, men i denne sammenhengen mellom elevene ved bruk av gruppearbeid.

Elevene arbeidet i grupper på 4-5 stykker, dermed vil noen elever kunne trekke seg bort fra den sosiale interaksjonen. Jeg observerte at intervjugruppen fungerte godt, men at dette kan komme av at de valgte gruppene selv. De fleste gruppene samarbeidet bra, men jeg observerte at et par elever ikke deltok i problemløsningsøkten som ønsket. Det å kunne tilby *alle* elevene et undervisningstilbud, som er tilpasset deres behov og forutsetninger, vil være vanskelig. Når jeg ser tilbake på denne problematikken, vil jeg nok ha prøvd å støtte de elevene som trakk seg ut av situasjonen. Derimot er det viktig å utfordre elevene, slik at de blir bedre til å samarbeide med andre.

I disse situasjonene er min, altså lærerens, rolle som påvirker problemløsningsprosessen (Björkqvist, 2003). Jeg hadde flere ganger samtaler med hver gruppe under problemløsningsøkten. Her spurte jeg om progresjon, og diskuterte deres strategivalg og fokus i oppgaven. Disse samtalene har sin spesielle rolle i forbindelse med utformingen av forståelsen til elevene. Hvilket nivå lærer velger i forhold til elevenes problemløsning, vil påvirke deres progresjon (Björkqvist, 2003). I intervjugruppen hadde jeg to samtaler med elevene. I disse samtalene gikk jeg inn som *en støtte* eller *en protese* for problemet (Björkqvist, 2003). Elevene hadde forstått betydningen av problemet, og de turte å angripe problemet som gruppe. Derfor spurte jeg spørsmål som gav de muligheten til å se flere løsningsmetoder og fortsette med den de hadde valgt. Første samtale spurte jeg:

- *"Er pyramiden fylt eller? Er det mulig å gå inn i pyramiden?"*
- *"Har dere funnet et mønster?"*

Dette etter de hadde fortalt hvor langt de hadde kommet med oppgaven. Spørsmålene er snevre, men målet var å gjøre elevene usikker på metoden de hadde valgt. Det å stille spørsmål til strategivalg vil gi elevene muligheten til å tolke matematikken i kontekster der problemet har sitt utspring (Björkqvist, 2003). I denne sammenhengen skulle de bygge en pyramide på Stortorget i Tromsø; *Vil en helstøpt pyramide være nyttig eller*

ugunstig? Dermed vil elevene kunne vurdere matematikken i forhold til dagliglivet, som er en del av formålet til matematikkfaget (KD, 2006).
Uansett, vil mine spørsmål også kunne sees som *hint* (Polya, 1945/2004). Derfor må lærer alltid tenke på elevenes forutsetninger før man inngår i en *støttende* – eller andre roller (Björkqvist, 2003).

4.2.2. Fremføring av løsning

Neste skritt i problemløsningsøkten var fremføring av løsning. Hver gruppe skulle fortelle klassen hvordan de hadde arbeidet, i tillegg åpnet jeg for spørsmål.

Problemløsningsprosessen forløp gikk relativt bra for de fleste. Gruppe1 hadde problemer med *å lage en plan* (Polya, 1945/2004). Jeg observerte at gruppen ga opp, fordi de ikke klarte å organisere seg. Dette gjenspeiler deres presentasjon av løsning. Elevene brukte tavlen til å tegne deres løsning av pyramiden. De hadde laget lagene: 1, 10, 20, 40, 60, 90. Videre hadde de brukt Geo-gebra til å finne funksjonsutrykket til lagene i pyramiden.
Responsen fra resten av klassen var skepsis, og de stilte spørsmål til løsningens gyldighet. I tillegg prøvde jeg å få gruppen til å forklare funksjonsuttrykket de hadde kommet frem til. Gruppens motinnlegg var lite seriøse og de prøvde å vri seg unna situasjonen.
Ut i fra løsningen gruppen presenterte hadde de ikke klart å mobilisere seg, heller ikke finne et mønster i byggingen. En elev fra gruppen uttrykte:

> *”Vi har prøvd, men vi synes oppgaven var vanskelig. Når vi gjorde oppgaven, kom det mange flere problem vi måtte løse. Når vi var ferdig med et problem, så kom det et nytt. Det ble aldri slutt. Det var vanskelig å bli ferdig med oppgaven, på grunn av vi måtte bytte fokus. Derfor synes jeg det er litt ”kleint” å stå her fremme, siden vi ikke har en reel løsning”*

De forklarte også at de ble frustrert når jeg ikke gav de *hint* på hvordan de skulle løse oppgaven.

Gjennom Brekkes (2002) fem komponenter, observerte jeg tidligere at elevene i denne gruppen var relativt sterke i matematikkfaget. Elevene hadde også tidligere uttrykt at det var lite utfordring med oppgavene i lærerboken. Derimot var de vant til å bli gitt hint, der de også fikk god støtte av lærer hvis de ikke klarte å løse en oppgave. Derfor var problemløsningsoppgaven åpenhet og min lite støttende rolle, en ukjent situasjon. Dermed oppsto det frustrasjon, og gruppen gav opp. Erfaring med å feile skaper negative holdninger til matematikk (Zan & Di Martino, 2003). Løsning kunne vært at jeg var mer en *modell* for problemløsningsprosessen, istedenfor for å tro at de var på et høyere nivå (Björkqvist, 2003).
Polya (1945/2004) beskriver at det er latterlig å prøve å løse et problem som man ikke forstår. Videre forteller han at elvene sliter mest med *å lage en plan*, derfor er det viktig at lærer er en god støttespiller. I dette tilfelle feilet jeg i problemløsningsprosessen.
I tillegg kom gruppens svake kunnskap til Brekkes (2002) fem komponenter til syne. Derfor vil ikke denne første del av problemløsningsøkten, være givende for Gruppe1. De prøvde forskjellige ferdigheter eller prosedyrer, men hadde ikke forståelsen av hva de fant. De har *automatisert* prosedyren, men har ikke forståelsen av hva ferdigheten gjør. Diskusjonen vil da være om elevene *fikk noe ut av* problemløsningsøkten. Jeg observerte gjennom andre gruppers fremføring at Gruppe1 fulgte ivrig med. Dette kan være fordi, de var interessert å få en løsning på noe de ikke klarte selv. Om elevene satt igjen med positive holdninger, tviler jeg på. Derimot fikk jeg en bekreftelse at komponenten *generelle strategier* (Brekke, 2002) er Gruppe1 svake på. I tillegg understrekes viktigheten av å kunne utføre prosedyren, men at det like viktig å vite når man får bruk for den (Ibid.).

Ved at elevene får lov til å fremlegge løsning, vil de også bli kjent med den muntlig eksamensformen. Elevene skal gjennomføre muntlig eksamen med en obligatorisk forberedelsestid, der elevene får oppgitt tema eller problemstilling og skal forberede en presentasjon i tilknytning til dette (KD, 2006). En slik situasjon vil problemløsningsøkten være bygd opp på, bare med kortere tid.

Alle gruppene hadde forskjellige metoder og vinkling av oppgaven, dermed vil elevene ha flere løsninger enn bare sin egen. Polya (1945/2004) mener elevene vil synes det å *se tilbake* som interessant, på grunn av ar de har lagt arbeid i å løse oppgaven. De er ivrige til å se hva mer de kunne tilført. Representasjons – og resonnementkompetansen vil komme frem under fremleggene (Niss & Højgaard Jensen, 2006). Noen av løsningene som kom frem var:

- En støpet pyramide, der antall klosser i hvert lag beskrives av funksjonen:

$$f(x) = x^2$$

- En hul pyramide, der de hadde laget en skisse av lagenes utvikling. De hadde kommet frem til at hvert lag økte med fire klosser, men de hadde ikke klart å lage et funksjonsuttrykk. De hadde prøvd med: $f(x) = 4x + 1$
  Men de hadde problemer med det øverste laget, siden det bare var en kloss.

Man ser at elevene innrømmer at de hadde prøvd og ikke alt stemte, men med hjelp fra klassen oppklarte man usikkermomenter og diskuterte hvordan løsningen kunne bli reel.
I tillegg stilte klassen spørsmål om sikkerhet og bruksområde, noe som er vil være relevant i virkelige situasjoner.

En interessesant del, som alle gruppene hadde fokusert på, var historien rundt prosjektet "*Bygge en pyramide*". En gruppe kom med at det var feiringen av 200 jubileum den 17. Mai, og at hver kloss skulle males av barn. Slik at den representerte barna i Tromsø by. Ved at elevene lager en iscenesettelse rundt matematikkoppgaven, gjør den mer virkelig og nært knyttet opp til formålet i matematikk (KD, 2006).

4. 3. Etter problemløsningsøkt

I etterkant av problemløsningsøkten trakk jeg meg tilbake og gjorde en øyeblikkelig analyse. Jeg noterte ned et par samtaler jeg hadde hatt med elever, og tenkte igjennom hva dette kunne tilby elevene i forhold til deres matematiske kompetanse (KD, 2006). Ved å se på disse datamaterialet vil man kunne støtte opp eller avkrefte det jeg observerte under problemløsningsøkten.

I tillegg hadde jeg et øyeblikkelig intervju med elevene, slik at jeg fikk deres inntrykk av problemløsningsøkten. Jeg vurderte også å ha et intervju en tid etter problemløsningsøkten, men avgjorde at det ikke ville gi noe viktige data til min problemstilling.

4.3.1. Øyeblikkelig analyse

I begynnelsen av økten arbeidet alle gruppene godt med oppgaven. Derimot mistet et par grupper motivasjonen, når det oppsto problemer de ikke klarte å løse.

En grunn kan være deres oppbygning av begrepsstrukturer (Brekke, 2003). Det som er karakteristisk med matematiske begreper er at de ikke har vokst frem isolert, men eksiterer i nettverk av enkelte ideer. Strukturene gjør matematikken meningsfull og støtter opp under ferdighetene. Hvis slike strukturer eksisterer, vil elevene vise ar de har en evne til å overføre eller tilpasse prosedyrer en har lært i *en* sammenheng (Brekke, 2002). Dette viste noen elever å være svake på. En elev uttrykte frustrasjon over oppgaven. Han mente at det var unødvendig, siden han ikke var interessert i matematikk og at denne oppgaven var unyttig i dagligdagse situasjoner. Dette understøttet han med at oppgaven burde vært lettere og være mer rettet mot kompetanser de vil få bruk for.
Selvfølgelig er det lite sannsynlig at elevene vil bygge en pyramide i fremtiden, men de kompetansene som blir brukt under økten har klare anvendelser. For eksempel det å skrive, kommunisere og samarbeide. Ved å tilby elevene problemløsning som arbeidsform vil man også se hvor de ligger i begrepsbyggingen, og om de klarer å sette det inn i andre sammenhenger.

Uansett var det interessant å se at alle grupper jobber forskjellig med oppgaven. Ved å gi en slik oppgave, tilpasset elevene selv undervisningen fra deres forutsetninger. Jeg, som lærer, vil se elevenes nivå og kunne tilpasse andre undervisningsformer ut ifra disse observasjonene.

4.4. Oppsummering av analysene

I undersøkelsen har jeg analysert hva problemløsning kan tilby elevene i forhold til andre undervisningsmetoder. Dette gjennom å se på de ulike komponentene Brekke (2002) mener utgjør det en kan kalle *matematisk kompetanse*. Analysen er knyttet til komponentene faktakunnskap, ferdigheter, begrepsstrukturer, generelle strategier og holdninger. I tillegg ser jeg også på de åtte delkompetansene til Niss og Højgaard Jensen (2006). Jeg har også analysert hvilke av de grunnleggende ferdighetene elevene bruker under matematikkundervisningen (KD, 2006). Disse observasjonene og analysene, kan understøttes av elevenes beskrivelser i intervjuene før og etter problemløsningsøkt.

Tavleundervisningen var en metode som var kjent for elevene. ElevG uttrykker at han i hovedsak bare har opplevd denne undervisningsformen. Denne meddelende metoden (Solvang, 1992), gir elevene muligheten til å bli kjent med begreper og prosedyrer. Lærer forklarer hva *lineær regresjon* er og bruker datamaskinen for å vise elevene hvordan man plotter regresjonslinjen inn i et koordinatsystem. Ved at elevene får usammenhengende informasjon vil deres faktakunnskaper bli styrket. I tillegg vil de bygge opp sin begrepsstruktur rundt begrepet *lineær* og *regresjon* som de har vært kjent med. Metoden for å plotte verditabellen inn i Geo-gebra vil gi muligheten til å kunne automatisere prosedyren. Det er viktig å ha gode ferdigheter på en rekke områder i faget dersom en skal få nytte av matematikken (Brekke, 2002).
Derimot må elevene ikke bare kunne bruke de forskjellige prosedyrene, men også vite når man skal bruke den. Under tavleundervisningen vil ikke elevens evne til å velge passene strategier være gjeldene. De får problemer fra kjente situasjoner, slik at elevene ikke trenger å tolke og eller vurdere om metoden de bruker er riktig.
Tavleundervisning vil også snevre deres holdninger til matematikkfaget. Ved at lærer bruker tavlen, vil elevene få inntrykk av at matematikk består av faktakunnskaper og ferdigheter. De vil ikke se formålet med matematikkfaget, og hvordan de skal få bruk for det i dagliglivet.

Hvis man videre ser på tavleundervisning i forhold til Niss og Højgaard Jensen (2006) åtte delkompetanser vil trolig symbol – og formalisme – og hjelpemiddelkompetansen være gjeldene.

Oppgaveregning er en selvinstruerende metode (Solvang, 1992) der elevene arbeider individuelt med oppgaver i lærerbok. ElevJ synes det er lite motiverende å arbeide med oppgaver som er svært like. Hun ser hvordan man skal løse oppgaven, derfor ser hun ikke vitsen med å gjøre det.
Igjen blir ferdighetene til elevene stimulert, der de automatiserer veletablerte prosedyrer (Brekke, 2002). Oppgaver som er lik eksemplene lærer har gjennomgått på tavlen, gir liten rom for vurdering av strategivalg.

I tillegg blir ikke kommunikasjonskompetansen mellom elevene brukt. Elevene resonnerer ikke sine løsninger, hvis de stemmer med fasit. Derfor vil også resonnement – og tankegangskompetansen bli glemt.
Ved at elevene bare bruker den gitte løsningsmetoden, gir det lite rom for matematisk kreativitet. I følge Lithner (2000) bruker elevene algoritmisk resonnement. Altså de bruker en kjent prosedyre, uten å ha noen matematisk argumenter for at dette er riktig.

Problemløsning som arbeidsform i klassen var elevene ukjent med. Her var jeg interessert i å observere om elevene gikk gjennom de fire fasene til Polya (1945/2004). Også hvilke komponenter og kompetanser som elevene brukte under de ulike fasene. Intervjugruppen gikk gjennom alle fasene til Polya (1945/2004). De fant problemene som måtte løses, deretter lagde de en plan som de gjennomførte. Til slutt gikk de tilbake og så på løsningens gyldighet.
Her måtte elevene trekke frem faktakunnskaper, begreper og prosedyrer, for å kunne finne en reel løsningsmetode. I tillegg måtte de avgjøre hvilken strategi som var passende for denne situasjonen.

Gjennom prosessen ble det mye diskusjon av hvordan de skulle løse oppgaven. Kommunikasjonen mellom elevene var hele tiden tilstede, der de kom med sine tanker om løsningsmetoden. Ved at elevene klarte å avgrense og formulere sine egne problem, deretter løse problemene med egne valgte strategier vil problembehandlingskompetansen være tilstede. Elevene hadde ikke trengt å komme med et svar, men det å definere problemene og prøve ut løsningsmetoder er viktigst.

Ved å arbeide slik vil gi de et bredere kompetanse og se hvor man får bruk for matematikken i dagliglivet.

Elevene var også matematisk kreative. De brukte kreativt resonnement som var nytt , kunne argumenteres for og det var matematisk grunnlag for løsningen.

Når elevene fikk se hverandres løsninger ble de trent på den muntlige eksamensformen, samtidig som de satt igjen med flere løsningsmetoder. Denne delen er også interessant for elevene, fordi de får presentere sitt arbeid. Dessuten vil de lære andre prosedyrer som de ikke hadde tenkt på i deres løsningsmetode.

Når det gjelder intervjuene både før og i etterkant ser man at elevene trekker frem flere positive holdninger etter problemløsningsøkten. Dette kan komme av Howthorneffekten (2013), fordi dette er nytt og spennende. I tillegg er de i en undersøkelse, som påvirker situasjonen. Ved at elevene vil bli påvirket av dette, vil noe av analysene av deres holdninger være feilkilder. Derimot forteller intervjupersonene hva de mener om de ulike undervisningsmetodene. Her kommer det frem at det er for ensformig med bare tavleundervisning og oppgaveregning. ElevG uttrykker at han liker tavleundervisning, men at mer samarbeid i grupper vil gi de muligheten til å diskutere løsninger. Derfor vil hovedpunktet i analysene av intervjuene, være at å variere undervisningsmetoden vil dette motivere elevene og gi de positive holdninger til faget.

5. Diskusjon

I undersøkelsene konsentrerte jeg meg om hva arbeid med problemløsning kunne tilby elevene, i forhold til Brekkes (2002) fem komponenter og de åtte delkompetansene til Niss og Højgaard Jensen (2006).

Som tidligere nevnt er formålet med matematikk at elevene skal kunne se hvilken betydning faget har i utviklingen av samfunnet (se s. 34 avsnitt 4). I Kunnskapsløftet (2006) står det om viktigheten av solid matematisk kompetanse:

> *"Solid kompetanse i matematikk er dermed ein føresetnad for utvikling av samfunnet. Eit aktivt demokrati treng borgarar som kan setje seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analysar og økonomiske prognosar. På den måten er matematisk kompetanse nødvendig for å forstå og kunne påverke prosessar i samfunnet."*

Derfor vil oppgaver som er åpne og aktuelle, være essensielle for elever slik at de kan koble det til hverdagslige situasjoner. Elevene må få øyene opp til viktigheten av "*god*" matematisk kompetanse.
Skovsmose et al. (2006) ser på hva matematikk kan bidra til elevens *allmenndannelse*. Allmenndannelse betyr generelt et minstemål av allmennkunnskaper og en være – og tankemåte som er resultat av oppdragelse, miljø og utdanning, og som ansees å burde være felles for alle medlemmer av et samfunn (Store Norske Leksikon, 2013). De laget en problemløsningsoppgave som var iscenesatt, slik at det koblet elevenes erfaringer, innholdet i undervisningen og bruken av matematikk i samfunnet.

Skovsmose et al. (2006) trekker frem tre fundamentale elementer som bidrar til allmenndannelsen. Første som *troverdighet*, der elevene tolker og vurderer sine utregninger i forhold til virkelig iscenesettelse. Dette måtte elevene i feltarbeidet også vurdere i problemløsningsprosessen. Når de *så tilbake* (Polya, 1945/2004) på deres løsninger ble troverdigheten vurdert og tolket.
Samme med neste fundament, *ansvarlighet* (ibid.). Elevene blir satt inn i situasjoner der de må se på konsekvenser til deres løsning. Iscenesettelsen i problemløsningsoppgaven,

var at de skulle bygge en pyramide til 200-års jubileum den 17. Mai. Her vil mange mennesker være rundt pyramiden, vil de kunne stå ansvarlig for at bygningen er trygg? Det tredje elementet er *risikovurdering*, som handler om sammenknytte erfaringsmessige elementer til matematikkens verden. En fare/risiko som kan løses av matematikken. Kompetanse til å kunne forstå, anvende og kritisere bruken av matematikk i forskjellige situasjoner blir vesentlig bidrag til allmenndannelsen (Skovsmose et al., 2006).

Derfor vil problemløsning ikke bare tilby elevene forskjellige kompetanseområder, men også bidra til deres allmenndannelse. Eleven vil kunne se formålet med matematikk, og ta dette med seg videre i arbeidslivet.

Herfra kommer man også inn på hva som er intensjonen med matematikkundervisningen, kan problemløsning tilby noe som elevene vil få bruk for utenfor klasserommet? Wedege (2006) beskriver menneskets matematikkholdige kompetanser som brukes i arbeidslivet. Problemløsning vil koble til momenter fra arbeidslivet, noe som også kommer frem under problemløsningsprosessen.

Det er forskjellig å arbeide med matematikk i skolen sammenlignet i *jobben*, derfor er det viktig å prøve å koble matematikken nærmere virkelige situasjoner. Wedege (2006) beskriver karakteristiske forskjeller mellom matematikk på jobb og i oppgavestyrte matematikkundervisninger, som de fleste deltagerne i hennes undersøkelse mente. Matematikken i jobben beskriver at (Wedege, 2006, s. 217):

> ”*Det finnes ofte forskjellige løsninger på den faglige oppgaven*”

Mens matematikken i skolen sier:

> ”*Der kun én riktig løsning på oppgaven*”

Ved at elevene jobber med like oppgaver, der det finnes bare én løsning, vil noe av kompetanser som er nødvendig i arbeidslivet forsvinne. Åpne problemløsningsoppgaver tilbyr elevene muligheten til å finne flere løsninger til et problem. Dermed vil en nødvendig kompetanse i arbeidslivet bli stimulert.

Videre kommer det fra tabellen motsetningene (Wedege, 2006, s. 217)

Matematikk i jobben: *"Løsning av oppgaver har praktiske konsekvenser"*
Matematikk i skolen: *"Løsning av oppgaver har ingen praktiske konsekvenser"*

Ved å se formålet med matematikk, skal man se på de konsekvensene eller utviklingsmulighetene matematikken fører til i samfunnet. Ved å bygge en pyramide vil det kunne gi praktiske konsekvenser, spesielt i virkelige settinger. Ved å gi problemløsningsoppgaver i klasserommet, vil det gi elevene muligheten til å se disse konsekvensene.

Videre kommer Wedege (2006) med hypoteser der hun ser på arbeidernes forhold til matematikk. Hun kommer med en påstand om at arbeidere mener at matematikk har stor betydning i arbeidsmarkedet, men deres oppfattelse er samtidig at matematikk er lite relevant for dem personlig. Det syntes at det var en felles forståelse av at matematikk ikke for *alle* arbeidere, men bare for de faglærte (som ingeniører, arkitekter…).
Her kommer holdningene til arbeiderne frem, noe som kommer fra undervisningen de har hatt *før* arbeidslivet. Derfor er det vesentlig at elever i skolen arbeider med matematikk som de vil *få bruk for*. Ved å gi problemløsningsoppgaver vil det kunne lettere kobles til hverdagslige situasjoner, enn rutineoppgaver og tavleundervisning. Siden elevene bestemmer hvilken strategi de velger i problemløsningsoppgaven, vil det kobles til deres interesser og erfaringer. I forskningsklassen var det et bredt spekter fra forskjellige utdanningsprogram, som helse og sosial, media og kommunikasjon og resturante og matfag. Disse tidligere erfaringene vil komme frem ved problemløsningsøkter.
Problemløsning vil kunne tilby elevene en dobbeltsidig forståelse av matematisk kompetanse, altså kvalifikasjoner som er relevante for dem videre. Det å kunne hjelpe elevene i å forstå forskjellen mellom matematikken i arbeid og utdannelse.

Wedege (2006) trekker frem tre kvalifikasjoner som er relevant matematikk i arbeidslivet.
Den første som "*den spesifikk kvalifikasjonen"*, der man finner direkte og synlige utførelser i arbeidssituasjoner. Som kan sammenlignes med ferdigheter eller veletablerte prosedyrer (Brekke, 2002) man lærer i matematikkundervisningen.
Den andre som "*generelle faglig kvalifikasjon*". Her finner man allmennkunnskap som indirekte går inn i matematikken, som i følge Brekke (2002) er faktakunnskaper og begrepsstrukturer.
Til slutt den "*sosiale kvalifikasjonen*", der arbeidernes samarbeidsevne og solidaritet kommer frem.
Alle disse kvalifikasjoneneMacintosh HD:Users:ipe017:Dropbox:Masteroppgave:Master-Problemløsning i videregående skole.docx kan trenes i problemløsningsøkter. I feltarbeidet måtte elevene arbeide sammen, der de trakk frem spesifikke – og generelle kvalifikasjoner. Dermed vil problemløsning kunne tilby *kvalifikasjoner* som er relevant i arbeidslivet.

Nye undersøkelser fra OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) viser at elever gir opp for lett, når de står ovenfor krevende problemer i matematikk. Problemer som ikke har noen umiddelbare opplagte løsninger.

PISA-undersøkelsen kommer frem med at bare 53% av lærere i OECD-landene gir slike oppgaver (Kjærnsli & Olsen, 2013). Problemløsningsoppgaver er krevende og blir brukt for å gi elevene utfordringer. I feltarbeidet var det elever som gav opp, på grunn av vanskelighetsgraden. Derfor må man diskutere om problemløsningsøkter er en arbeidsform, som gir elevene bedre matematisk kompetanse. Svake elever vil få negative opplevelser, hvis de *aldri* klarer å komme frem til en løsning. I tillegg vil de ikke arbeide med problemet slik at de kan reflektere over sine løsninger. Ved at de stopper opp før selve problemløsningsprosessen er begynt, vil matematikkundervisningen gi elevene lite i forhold til matematisk forståelse og utvikling.

Derimot viser også at dess mer utholdende elevene er, dess bedre skår oppnår elevene i PISA (Kjærnsli & Olsen, 2013). Det er i snitt 20 poengs forskjell mellom elever med lav og høy utholdenhet. OECD påpeker at sammenhengen mellom store sprik i elevenes utholdenhet og svake resultater i matematikk er særlig sterk i Norge. Problemløsning vil trene denne utholdenheten, som igjen vil føre til at elever får høyere matematisk kompetanse. Utfordringen vil være å gi oppgaver som er mulig å løse for alle elever, på ulike nivåer.

6. Avslutning og konklusjon

6.1. Oppsummering

Jeg vil i dette kapittelet forsøke å oppsummere det jeg har gjort av funn ved arbeid med problemløsning.

I analysen har jeg sett på hvilke fem komponenter som tilsvarer "*Å kunne matematikk*" (Brekke, 2002) og av de åtte delkompetanser (Niss & Højgaard Jensen, 2006) elevene brukte, når de arbeidet med ulike undervisningsformer i matematikk. Spesielt i de fire fasene i problemløsningsprosessen (Polya, 1945/2004). Jeg analyserte hva tavleundervisning og individuell oppgaveregning tilbyr elevene i forhold til den helhetlige matematiske kompetansen, opp mot problemløsning.

I forskningsklassen brukte lærer tavleundervisning og individuell oppgaveregning.

Elevenes møte med problemløsningsoppgaven, satte deres tidligere erfaringer med matematikk, forståelsen av faktakunnskapene, prosedyrene og begrepsstrukturene de hadde bygd opp på prøve. Ved å la elevene definere problemene og avgjøre valg av løsningsstrategier, ble andre kompetanser stimulert. Spesielt kommunikasjon, resonnement og problembehandlingskompetansen.

Problemløsningsøkten var et forsøk på å se om elevene kunne bruke flere kompetanseområder, enn andre undervisningsformer. Det kommer klart frem at elevene syntes det var positivt å gjøre noe annerledes i matematikkundervisningen. I tillegg uttrykte de interesse for å samarbeide i grupper og se hverandres løsninger.

Til tross for at problemløsning var nytt og spennende for elevene, tilbyr denne arbeidsformen en stor del av å oppnå en helhetlig matematisk kompetanse. Det er viktig å bruke tavleundervisning og oppgaveregning, men samtidig er det viktig å variere. Man ser i analysene at elevene er i stand til å utfordre seg selv, uten at lærer gi spesifikke retningslinjer på hvordan de skal arbeide med faget. Ved å gi en åpen problemløsningsoppgave trakk elevene frem problemer som utfordret deres nivå. Derfor vil problemløsning også bidra til å tilpasset undervisningen for en hel klasse.

Analysene kan tyde på at elevene arbeidet med flere komponenter og kompetanser enn andre undervisningsformer. Gjennomføringen av en slik økt, forutsetter at deres oppbygning av begreper og veletablerte prosedyrer er lagt til grunn tidligere.

6.2. Veien videre

6.2.1. Spørsmål som hadde vært interessant å finne svar på

I denne studien har jeg prøvd å finne svar på hva problemløsning tilbyr elevene. Målet er å kunne utvikle den matematiske kompetansen til elevene og gjøre de mer motivert. Det hadde vært interessant å kunne undersøke dette nærmere. Hvordan kan arbeid med problemløsning gi bedre matematisk kompetanse? Hvor viktig er problemløsningskompetansen for samfunnet? Hvordan kan en utføre en optimal problemløsningsøkt?

Motivasjon
Gjennom denne studien har motivasjon vært noe jeg har reflektert over. Det hadde vært interessant å sett mer på dette i forhold til problemløsning. Kan problemløsning øke elevenes motivasjon i matematikk? Vil de bli mer interessert i matematikk, og kanskje flere ville studert matematikk videre på universitetsnivå?

Arbeidslivet
I observasjoner og intervjuer kom det frem at elevene hadde liten kunnskap om hvorfor de lærte matematikk. De stilte spørsmål til matematikkens bruksområde og hvor i arbeidslivet de ville få bruk for alle kompetansemålene. Dette området er vanskelig for lærer å svare på, men problemløsningsoppgaver kan gi rom for iscenesettelse slik at de ser bruksområdet. Det hadde vært interessant å gjort et studie om problemløsning kan

gi et bedre bilde av kompetansene som er relevant i arbeidslivet? Kan elevene få et bedre bilde av formålet med matematikkfaget ved å arbeide med problemløsning?

Gir problemløsning bedre forståelse?

I den sammenheng hadde det vært interessant å se om problemløsning gir bedre læring enn andre undervisningsformer. Hvis man går bort ifra tavleundervisning og individuell oppgaveregning, og bare fokuserer på problemløsning, vil det gi bedre forståelse i matematikk?

6.2.2. Refleksjoner om å arbeide med problemløsning

Jeg har fått mange tanker med å arbeidet med masteren. Disse kan jeg ta med meg i undervisningshverdagen når jeg selv blir matematikklærer. Gjennom mine refleksjoner i studiet, ser jeg behovet for å legge opp undervisningen på varierte måter. Jeg håper at det vil føre til at elevene får bedre forståelse i matematikk. Dette gjelder også på tvers av fag.

6.3. Konklusjon

Ved å arbeide med problemløsning tilbyr man elevene en annen tankemåte og stimulering av andre kompetanseområder, enn andre undervisningsformer. Elevene får velge hvilke problemer de har lyst å løse og hvilken løsningsstrategi de vil bruke. I tillegg vil de kunne reflektere over sine løsninger, ved å se på andre gruppers forslag.

Om elevene innehar fakta, ferdigheter og god begrepsstruktur, er det lagt opp til gode refleksjoner rundt problemløsningsoppgaven. Elevene arbeider ut i fra deres forutsetninger, og vil se formålet med matematikkfaget. I tillegg vil problemløsning kunne tilby elevene bedre allmenndannelse og kvalifikasjoner som er relevante i arbeidslivet.

7. Referanser

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endring og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus*. Notodden: Telemarksforsking.

Björkqvist, O. (2003). Matematisk problemløsning. I *B. Grevholm (Red.), Matematikk for skolen* (s. 51-70). Bergen: Fagbokforlaget.

Bjørndal, C. R. P. (2002). *Det vurderende øyet. Observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Boesen, J. (2006). *Assessing mathematical creativity: Comparing national and teachermade tests, explaining differences and examining impact*. Doktoravhandling. Umeå (Sverige): Umeå universitet.

Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2010). The relation between types of assessment taks and the marthematical reasoning student use, *Education Studies in Mathematics, 75(1): 89-105.* Springer Science+Business Media.

Breiteig, T., Grevholm, B., & Kislenko, K. (2005). Beliefs and attitudes in mathematics teaching and learning. I *Vurdering i matematikk – Hvorfor og hvordan? Fra småskole til voksenopplæring. Nordisk konferanse i matematikkdidaktikk ved NTNU 15. og 16*. November 2004 (s. 129-138). Trondheim: Nasjonal Senter for Matematikk i Opplæring.

Brekke, G. (2002). Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk. I *Kartlegging av matematikkforståelse*, s. 1-24. Universitetet i Oslo: Læringssenteret (LS).

Eliasson, A. (2006). *Kvantitativ metode från början*. Lund: Studentlitteratur

Eilertsen, T. V., & Valdermo, O. (2003). Kap. 14: Variasjon og differensiering: system og fantasi. I *EN læringsbevisst SKOLE*. Kristiansand: Høgskoleforlaget.

Grønmo, L. S., Onstad, T. & Pedersen, I. F. (2008). Matematikk i motvind. *TIMSS Advanced i videregående skole*. Hentet 28.02.14, fra http://www.timss.no/rapporter%202008/Matematikk%20i%20motvind.pdf

Grønmo, S., 1996. Kap 3.: Forholdet mellom kvantitative og kvalitative metoder. I *H. Holter & R. Kalleberg (Red.) Kvalitative metoder i samfunnsforskning.* Oslo: Universitetsforlaget

Haara, F. O. & Smith, K. (2009). Practical activities in mathematics teaching – mathematics teachers' knowledge based reasons. *NOMAD Nationallt centrum för matematikutbildning,* 14(3). Nordic Studies in Mathematics Education.

Haladyna, T., Shaughnessy, J. & Shaughnessy, J. M. (1983). A causal analysis of attitude toward mathematics. *Journal for Reasearch in Mathematical Education,* 14(1): 19-21. National Council of Teachers of Mathematics.

Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics,* 49(1): 25-46. Netherlands: Kluwer Academic Publishers

Imsen, G. (2010). Kap. 10: Organisering av læring (s. 299-343). I *Lærerens verden: Innføring i generell didaktikk 4. utgave.* Oslo: Universitetsforlaget.

KD (2006). *Kompetanser og grunnleggende ferdigheter.* Hentet 30.04.13, fra http://www.udir.no/gammeltinnhold/Gamle-lareplanveiledninger/Matematikk2/Matematikk/Artikler/Kompetanser-i-matematikk-og-grunnleggende-ferdigheter-/

KD (2006). *Læreplanen I Kunnskapsløftet.* Hentet 30.04.14, fra http://www.udir.no/upload/larerplaner/Fastsatte_lareplaner_for_Kunnskapsloeftet/Kunnskapsloftet_midlertidig_utgave_2006_tekstdel.pdf

KD (2006). Læreplanen I matematikk. I *Læreplanen I Kunnskapsløftet* (s. 57-70). Hentet 30.04.14, fra http://www.udir.no/upload/larerplaner/Fastsatte_lareplaner_for_Kunnskapsloeftet/Kunnskapsloftet_midlertidig_utgave_2006_tekstdel.pdf

KD (2006). *Muntlig eksamen.* Hentet 30.04.14, fra http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen/Muntlig-eksamen/

KD (2006). *Prinsipp for opplæringa.* Hentet 30.04.14, fra http://www.udir.no/Lareplaner/Kunnskapsloftet/Prinsipp-for-opplaringa/Innleiing/

Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (2013). PISA: *Fortsatt en vei å gå*. Hentet 26.02.14, fra http://www.pisa.no/pdf/pisa_2012/pisa-rapport2012.pdf

Kleven, T. A. (2002). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode. En hjelp til tolking og vurdering.* Oslo: Unipub forlag

Kloosterman, P. (2002). Beliefs about Mathematics and Mathematics Learning in the Secondary School: Measurement and Implications for Motivation. I *G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Red.), Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (s. 247-270). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

KUD (1987). *Mønsterplan for grunnskolen (M87)*. Oslo: Kirke – og utdanningsdepartementet og Aschehaug.

KUF (1998). *Matematikk: Veiledning til lærerplanverket for den 10-årige grunnskolen (L97): det samiske læreplanverket for den 10-årlige grunnskolen (L97S).* Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju. 2. Utg*. Oslo: Gyldendal Norsk forlag AS

Leder, G. C. & Forgasz, H. J. (2002). Measuting Mathematival Beliefs and Their Impact on the Learning of Mathematics. I G*. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Red.), Beliefs; A Hidden Variable in Mathemativs Education?* (s. 95-114). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education*, 25(6), 660-675. Bloomington: Indiana Unversity.

Lester, F. K. (2007). Part 1: Foundations, Method by Schoenfeld, A. H. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 69-107). Printed on the United States of American. The nation council of teachers of mathematics (NCTM)

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics,* 41(2), s. 165-190. Nederland: Educational Studies in Mathematics.

Lyngsnes, K., & Rismark, M. (2007).. Kap. 5: Å planlegge opplæring (s. 75-126). *Didaktisk arbeid 2. Utgave.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Matematikk.net (2014). Matematikk. Hentet 15.03.14, fra http://www.matematikk.net/ressurser/per/per_oppslag.php?aid=215

Nicolaisen, J. (1888). *Regneundervisningen. Methodisk veiledning ved undervisning i praktisk regning, navnlig i folkeskolen: til brug for lærere og lærerinder.* Kristiania: Cappaelen.

Niss, M. og Højgaard Jensen, J., (2006). *Kompetanser og grunnleggende ferdigheter*. Hentet 26.02.2014, fra http://www.udir.no/gammeltinnhold/Gamle-lareplanveiledninger/Matematikk2/Matematikk/Artikler/Kompetanser-i-matematikk-og-grunnleggende-ferdigheter-/

Niss, M. og Højgaard Jensen, J. (2002). *Kompetencer og matematiklæring*, hentet 26.02.2014, fra http://pub.uvm.dk/2002/kom/

NSD, Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste (2009). Hentet 20.03.14, fra http://www.nsd.uib.no/personvern/doc/2012_host_informasjon.pdf

OECD, Organisation for Economic Co-operation and Development (2014). PISA in focus. Hentet 19.05.14, fra http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisainfocus/pisa-in-focus-n37-(eng)-final.pdf

PISA (2012). *Matematikk*. Hentet 17.03.14, fra http://www.pisa.no/hva_maaler_pisa/matematikk.html

Pettersen, R. C. (2009). Strategier, motivasjon og tilnærminger til læring. Svanberg, R., & Wille, H. P. (Red.). *LA STÅ! Læring – på veien mot den profesjonelle lærer*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton university press. Første utgave trykket 1945

Postholm, M. B. (2005). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget

Ryeng, A. (2002). *Det kvalitative intervjuet: Fra vitenskapsteori til feltarbeid 2. Utg*. Bergen: Fagbokforlaget

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (Red.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 334-370). Reston (USA): The national council of teachers of mathematics (NCTM).

Skovsmose, O., Blomhøj, M., Alrø, H., og Skånstrøm, M. (2006) Farlige små tal, - allmendannelse u et risikisamfund. I *Skovmose, O., og Blomhøj, M. (Red.), Kunne det tænkes? – om matemaikklæring*. Danmark: Forlag Malling Beck A/S og forfattere

Sriraman, B. (2008). *Beliefs and Mathematics: Festscrift in Honor of Guenter Toerner's 60th Birthday*. Montana: The Montana Counsil of Teaching of Mathematics

Solvang, R. (1992). *Matematikk-didaktikk 2. utgave*. Bekkestua: NKI.

Store Norske Leksikon (2013), *Definisjon av Allmenndannelse*. Hentet 16.05.14, fra http://snl.no/allmenndannelse

Sørhaug, T. (1996). Tykke og tynne beskrivelser. I *Kompendium PED-3051 Kvalitative metoder i pedagogisk forskning*. Tromsø: Norges Arktiske Universitet

Utdanningsdirektoratet (2006). *Bakgrunnen for Kunnskapsløftet*. Hentet 28.02.14, fra http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-LK06/Veiledning-i-lokalt-arbeid-med-lareplaner/Artikler/Bakgrunn-for-Kunnskapsloftet/

Utdanningsdirektoratet (2006). *Læreplan i matematikk fellesfag 2T- Y og 2P –Y, Vg3 påbygging til generell studiekompetanse*. Hentet 28.02.14, fra http://www.udir.no/kl06/MAT6-02/Hele/Formaal/

Utdanningsdirektoratet (2006). *Veiledning i lokalt arbeid med læreplaner.* Hentet 28.02.14, fra http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-LK06/Veiledning-i-lokalt-arbeid-med-lareplaner/Om-veiledningen/

Wedege, T. (2006). Menneskers matematikholdige kompetencer, I *Skovmose, O., og Blomhøj, M. (Red.), Kunne det tænkes? – om matemaikklæring*. Danmark: Forlag Malling Beck A/S og forfattere

Wikipedia (2013). *Kreativitet*. Hentet 12.03.14, fra http://no.wikipedia.org/wiki/Kreativitet

Wikipedia (2013). *Matematikk*. Hentet 28.02.14, fra http://no.wikipedia.org/wiki/Matematikk

Wikipedia (2013). *Hawthorneeffekten*. Hentet 02.04.14, fra http://no.wikipedia.org/wiki/Hawthorneeffekten

Zan, R. & Di Martino, P. (2003). *Attitude toward mathematics: overcoming the postive/negative dichotomy*. Italia: Departimento di Matematica, PISA.

Appendix

1. Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger, NSD
2. Intervjuguide (før problemløsningsøkt)
3. Intervjuguide (etter problemløsningsøkt)
4. Problemløsningsoppgaven

Vedlegg 1.

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Anne Birgitte Fyhn
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk Universitetet i Tromsø
Mellomveien 110
9037 TROMSØ

Vår dato: 31.01.2014 Vår ref: 37016 / 2 / AMS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 10.01.2014. Meldingen gjelder prosjektet:

37016	*Abeid med problemløsningsoppgaver innvirkning på elevens holdninger i matematikk*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Anne Birgitte Fyhn*
Student	*Iselin Emmy Pedersen*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 15.05.2014, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Anne-Mette Somby

Kontaktperson: Anne-Mette Somby tlf: 55 58 24 10
Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / *District Offices*:
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Kopi: Iselin Emmy Pedersen iselinep90@hotmail.com

Vedlegg 2.

Intervjuguide #1: I forkant av undervisningsøkten

1. Presentasjon av meg selv (bli kjent med personen)

   Mitt navn er Iselin Emmy Pedersen og studerer til å bli lektor i realfag (matematikk og fysikk). Jeg går mitt siste år på Universitetet i Tromsø og holder på å skrive min masteroppgave.
   → Videre spør jeg eleven om dens bakgrunn og om hun/han har vært med på et prosjekt tidligere… (vært med på spørreundersøkelse tidligere med skole?)

2. Informasjon om prosjektet

Prosjektet handler om problemløsning i matematikk, om arbeid med problemløsning kan innvirke på "holdningene" (følelsene) du har til matematikk.

Forklarer eleven om hvordan intervjuet skal foregå og at hun/han må prøve å svare så ærlig og nøyaktig som mulig.

Videre vil jeg forklare at eleven er anonym og at alt som den forteller er taushetsbelagt. I denne sammenheng presentere jeg et skriv om anonymitet og taushetsplikt slik at jeg får eleven samtykke til å bruke materialet i intervjuet til masteroppgaven (spør også eleven om den har spørsmål rundt anonymitet og om den vil godkjenne masteroppgaven før den publiseres). Jeg viser også til opptak av intervjuet.

Videre forsikrer også eleven om at hvis den vil trekke seg, så har hun/han alltid mulighet til det.

3. Intervjuet

   1. Hva er dine erfaringer med ulike undervisningsformer i faget matematikk?

Jeg vil gi deg fire undervisningsformer, kan du fortelle hva du har opplevd mest til minst i matematikkundervisningen?
A. Tavleundervisning
B. Oppgaveregning
C. Gruppearbeid
D. Åpne problemløsningsoppgaver (Hvis eleven ikke forstår, så gir jeg et eksempel på en slik oppgave)

Oppfølgingsspørsmål: Hva liker du best av undervisningsformene?

2. Hva tror du er meningen/formålet med matematikk? I samfunnet? I skolen?

3. Hva tror/mener du det vil si å være god i matematikk?

4. Synes du matematikk er noe du vil for bruk for?

5. Liker du matematikk? Hvis ja, hva liker du med matematikk? Hvis nei, hva liker du ikke?

6. Mener du at matematikk kan være med på å endre utviklingen av samfunnet?

7. Hvilke egenskaper har en person som er god kompetanse i matematikk?

8. Hvilke holdninger har du til matematikk? For deg selv? For samfunnet?

4. Oppsummering

Hvis det er noen svar som var uklare spør jeg ut om disse; Har jeg forstått deg riktig?

Videre spør jeg eleven om den har spørsmål eller noe den vil legge til?

Forklarer videre hva som vil skje med prosjektet og at hvis det er noe som han/hun lurer på at det er bare å ta kontakt.

Vedlegg 3.

Intervjuguide #2: Rett etter undervisningsøkten

1. Løs prat etter undervisningsøkten

Observere hvilket humør eleven har og spørre eleven hva den føler.

Videre informere om hvordan intervjuet skal foregå og at dette skal være et kort intervju. Meningen er at slik jeg får øyeblikkelig meninger og inntrykk etter undervisningsøkten.

2. Informasjon om prosjektet videre

   Trekker frem hva meningen med prosjektet er, slik at eleven blir påmint om temaet og hvilken vinkel jeg er interessert i.

   Forklare eleven at han/hun må prøve å svare så ærlig og nøyaktig som mulig.

   Videre forsikrer jeg at eleven kan trekke seg hvis han/hun føler for det

3. Intervjuet

   1. Hva synes du om opplegget i undervisningstimen?

   2. Synes du oppgaven var vanskelig? Hvis nei, hvorfor ikke? Hvis ja, hva var vanskelig?

   3. Kunne du tenkt deg å flere slike oppgaver i matematikkundervisningen? Hvorfor?

4. Har du møtt slike oppgavetyper før i matematikkundervisningen? Hvis ja, utdyp hvordan det var

5. Var det en realistisk oppgave? Kunne du fått en slik oppgave i arbeidslivet? Hvorfor x2?

6. Ville du likt matematikkundervisningen bedre hvis det hadde vært mer problemløsning? Hvorfor eller hvorfor ikke?

7. Hva er matematikk for deg?

4. Oppsummering

Hvis det er noen svar som var uklare spør jeg ut om disse; Har jeg forstått deg riktig?

Videre spør jeg eleven om den har spørsmål eller noe den vil legge til

Forklarer videre hva som vil skje med prosjektet og at hvis det er noe som han/hun lurer på at det er bare å ta kontakt. Eventuelt planlegge tidspunkt for neste intervju

Vedlegg 4.

Problemløsningsoppgaven på PowerPoint

Dere er arkitekter som har ansvar for å lage en pyramide på Stortorget i Tromsø.
Denne pyramiden skal representere feiringen av vårt 200 års jubileum
Dere får bruke ***maks*** 221 klosser til å bygge pyramiden, prøv å bruk mest mulig klosser.