UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning

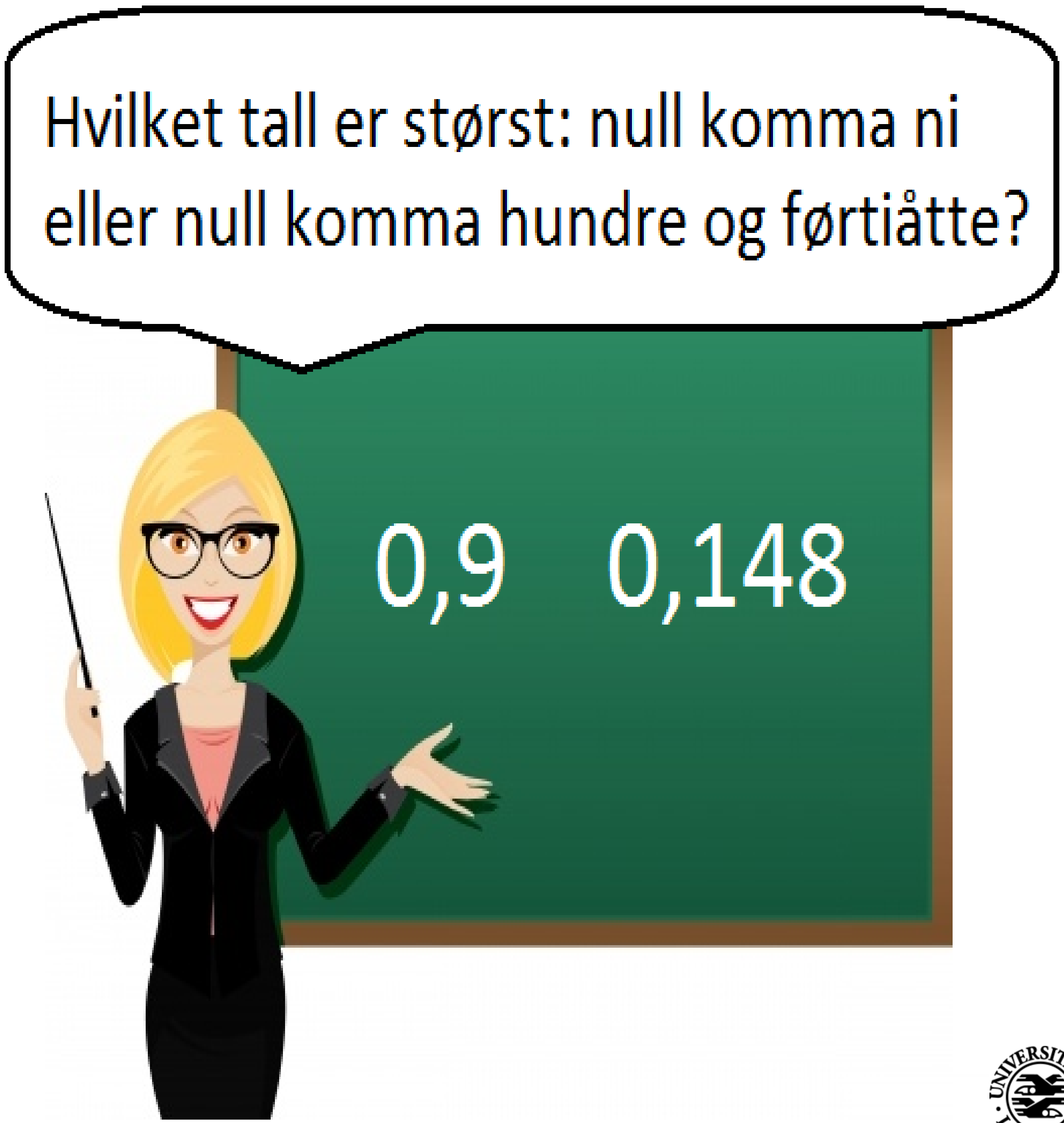
Misoppfatninger om desimaltall

Kartlegging av misoppfatninger hos elever på 5-trinn og diagnostisk undervisning som metode for begrepsutvikling i desimaltall

—

Linn-Mari Karlsen og Kathrine Bakkelund Stark

Mastergradsoppgave i lærerutdanning for 1.-7. trinn. Mai 2015



Sammendrag

Tidligere forskning beskriver misoppfatninger som svært vanlige og er med på å hemme elevenes videre matematiske utvikling. Vi stilte oss undrende til om misoppfatningene beskrevet i tidligere forskning ennå er aktuell i klasserommet, og utformet problemstillingen: *På hvilken måte kan diagnostisk undervisning bidra til å avdekke misoppfatninger og hjelpe elever til å utvikle matematiske begreper knyttet til desimaltall på 5-trinn?*

Masteravhandlingens teoretiske referanseramme er konstruktivismen. Hovedfokuset ligger på Piagets forklaring på hvordan kunnskap blir til gjennom assimilasjon og akkomodasjon. For å utforme kartleggingsprøven og aksjonene benyttet vi oss av diagnostisk undervisning og kartlegging. Gjennom oppgaven er hovedfokuset på aspektene sammenligning av desimaltall, null som plassholder og posisjonssystemet.

Forskningsdesignet for oppgaven er aksjonsforskning og metodisk benyttet vi oss av en metodekombinasjon mellom kvalitativ og kvantitativ tilnærming. For å innhente informasjon om elevenes tidligere kunnskap om desimaltall gjennomførte vi diagnostisk kartlegging og intervju med samtlige elever i den utvalgte klassen. Resultatene ble brukt til å utforme tre aksjoner som ble gjennomført i klasserommet. Deretter gjennomførte vi samme kartlegging på nytt etterfulgt av intervju av utvalgte elever. Diagnostisk kartlegging bidro i stor grad til å lokalisere elevenes misoppfatninger. Funnene fra før-kartleggingen viste at de fleste elevene behandler desimaltallene som om de var hele tall. Misoppfatningen om at jo færre desimaler tallet har, jo større er tallet var dominerende (McIntosh, Settemsdal, Stedøy-Johansen, & Arntsen, 2007). I tillegg hadde mange elever problemer med å bruke null som plassholder. Gjennom diagnostisk undervisning tilpasset elevgruppen viste etter-kartleggingen forbedringer hos mange elever.

Forord

Denne masteroppgaven er skrevet som et avsluttende arbeid på vår 5-åringe lærerutdanning på 1-7 trinn ved Universitetet i Tromsø. Gjennom studieforløpet har vi begge fått stor interesse for matematikkfaget. I løpet av høsten 2014 tok vi begge fordypning i faget, og derifra kom interessen om misoppfatninger i desimaltall. Vi ønsket å utføre en forskning som kunne bidra til å utvikle vår egen lærerprofesjon.

Vi vil takke våre fantastiske veiledere for god hjelp og støtte. Kjære Annfrid Steele! Takk for at du alltid er beredt til å svare på våre utallige mailer uansett døgnets tider og har gitt oss gode tilbakemeldinger og faglige diskusjoner som har bidratt til å styrke vår oppgave. Vi vil også takke vår biveileder, Ove Gunnar Drageset, for kritiske tilbakemeldinger og hjelp under analysearbeidet. Takk for et godt og hyggelig samarbeid gjennom dette halvåret.

Vi takker klassens lærer for at vi fikk lov til å utføre vårt prosjekt. Vi vil også takke informantene som har gjort dette prosjektet mulig. I tillegg vil vi takke våre medstudenter for hjelp og støtte gjennom gode og utfordrende dager på masterkontoret. Vi vil også takke Irmelin og Kim for språkvask av oppgaven. Vi vil også takke våre samboere og nær familie som har støttet oss gjennom prosessen.

Takk for all hjelp og støtte.

Tromsø, mai 2015.

Linn-Mari Karlsen og Kathrine Bakkelund Stark

Innhold

Antall vedlegg: 3

1 Innledning

I innledningen skal vi redegjøre for bakgrunnen for valg av tema. Her trekker vi fram personlig interesse som vår største pådriver. Videre belyser vi ved hjelp av teori fra tidligere forskning hvorfor dette er et relevant og viktig tema innenfor skoleutvikling. Deretter presenterer vi får problemstilling og våre forskningsspørsmål. Til slutt vil vi forklare hvordan oppgaven er bygd opp slik at du som leser vet hva du kan forvente deg gjennom oppgaven.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

I løpet av høsten 2014 fikk vi gjennom faget påbygning i matematikkdidaktikk (LRU-2125) bedre innsikt i hvilke misoppfatninger som finnes hos elevene og hvorfor det er viktig å forebygge disse. Gjennom fordypningsfaget fikk vi innsikt og kunnskap om viktigheten av lærerens kunnskap for å unngå misoppfatninger og delvis utviklede begreper hos elevene. Dette var noe som engasjerte oss, nettopp fordi litteratur beskriver misoppfatninger i desimaltall som svært vanlig (Brekke, 1995, 2002; Grevholm, Björklund, & Strømsnes, 2013; Hinna, Rinvold, & Gustavsen, 2012; McIntosh et al., 2007). Vi undret over om samme type misoppfatninger fremdeles forekommer og hva en kan gjøre for å hjelpe elevene med forståelsen. I artikkelen «Den blokkerende misoppfatning» av Olav Nygaard og Anja Glad Zernichow (u.å) sammenligner forfatterne misoppfatninger med en propp i et rør. For at vannet skal kunne renne gjennom, må proppen bort, uansett størrelse. For å kunne åpne røret, må en finne ut hvor proppen(e) sitter, for deretter fjerne den (Nygaard & Zernichow, u.å). Misoppfatninger beskrives som systematiske feil som ikke tilfeldige, men skyldes en bestemt tenking som eleven benytter nokså konsekvent (Brekke, 2002). Disse misoppfatningene kommer ofte som et resultat av en overgeneralisering av tidligere kunnskap til nye områder hvor disse kunnskapene ikke gjelder fullt ut (Brekke, 2002).

Fra 1. klasse skal elevene bli kjent med tallene og utvikle tallforståelse. Gjennom hele grunnskolen skal elevene få innsikt i tallbehandling, som omfatter både hele tall, brøk, desimaltall og prosent (Utdanningsdirektoratet, 2014a) Lærerplanen i matematikk har klare mål for hvilke kunnskaper elevene skal oppnå. Innenfor hovedområdet tall og algebra handler det om å utvikle tallforståelse, samt få innsikt i hvordan tall og tallbehandling inngår i system og mønster (Utdanningsdirektoratet, 2014a). Det handler i stor grad om å utarbeide god begrepsforståelse hos elevene. Gard Brekke (1995) trekker fram desimaltallsarbeid som en kritisk fase i undervisningen, dette fordi elevene skal i denne fasen utvide begrepet de har utviklet om hele tall, hvor de nye tallene blir en utvidelse av posisjonssystemet, samt at de er spesialtilfeller av brøk (Brekke, 1995). Å forstå desimaltall er grunnleggende kunnskap elevene må ha for å forstå en rekke andre temaer i matematikk, for eksempel brøk (Brekke, 1995).

I vår forskning var fokuset på «hvordan» vi kunne bidra til utvikling av begrepsforståelse innenfor temaet desimaltall i matematikk. Vi tok utgangspunkt i veiledningsheftet «Veiledning til tall og tallregning, E, G, I» (1995) og «Introduksjon til diagnostisk undervisning» (2002) av Gard Brekke, som er en del av KIM-prosjektet (Kvalitet i matematikkundervisningen). Vi har sett på hvordan en kan bruke veiledningsheftet til å utvikle prøvemateriell av diagnostisk karakter som kan danne utgangspunkt for konkrete undervisningstiltak innenfor desimaltall.

I tidligere forskning har det kommet fram at elevenes begrepsdanning er mye mer kompleks en tidligere antatt (Bell, 1993). Alan Bell (1993) og hans medarbeidere gjennomførte en rekke undervisningseksperimenter før de kom fram til at diagnostisk undervisning ga økt langtidslæring i forhold til hva tradisjonell undervisning kunne gi. Gjennom dette prosjektet utviklet de arbeidsmetoden diagnostisk undervisning (Bell, 1993). KIM-prosjektet tar utgangspunkt i denne arbeidsmetoden. Diagnostisk undervisning er en arbeidsmåte innenfor matematikken som sier at elevene må danne seg solide begrep innenfor matematikkfaget, fordi det resulterer i langtidslæring (Brekke, 2002). Brekke (2002) trekker fram at matematiske begreper ikke vokser fram isolert, men eksisterer i et nettverk av enkelte ideer. Begrepsnettverket kaller han for begrepsstrukturer, og disse strukturene gjør matematikken meningsfull, noe som støtter opp under ferdighetene (Brekke, 2002).

Det er også andre som har gjort lignende undersøkelser, blant annet Birks (1987). Her i hans forskning kom det også fram at diagnostisk undervisningsmetode gir økt langtidslæring sammenlignet med tradisjonell klasseromsundervisning (Birks, 1987). Studien ble gjennomført i to ulike klasser, der forskningen i den første klassen hadde som formål å se på effektiviteten av arbeidsmåten diagnostisk undervisning. Fokuset i diagnostisk undervisning var på elevenes egne refleksjoner over egne handlinger og erfaringer. Den andre klassen ble det gjennomført tradisjonell klasseromsundervisning der læreboken ble aktivt brukt. Begge klassene arbeidet med samme tema som var et tema begge klassene hadde vært introdusert for tidligere. Elevene ble testet før, underveis og etter undervisningsperioden, og resultatet var tydelig. Den klassen som hadde diagnostisk arbeidsmåte fikk bedre begrepsforståelse i faget, samt langtidslæringen var tilstede i denne klassen (Birks, 1987). Brekke (2002) refererer til Bassford (1988) som også har gjennomført en lignende undersøkelse, og kom fram til det samme resultatet som Birks gjorde i 1987. Resultatene fra disse to studiene kan det indikere på at diagnostisk undervisning gir økt langtidslæring i forhold til elever som arbeider med læreboken.

1.2 Problemstilling

Birks (1987), Bassford (1988), Brekke (1995) viser at vi misoppfatninger i desimaltall er hemmende for videre matematikkforståelse. Det er viktig at elevene får mulighet til å rette opp i sine misoppfatninger. Derfor ønsker vi å kartlegge elevers misoppfatning med hensikt å tilpasse undervisningen slik at en kan hjelpe elevene på 5-trinn på veien mot bedre tallforståelse. Vår problemstilling er *På hvilken måte kan diagnostisk undervisning bidra til å avdekke misoppfatninger og hjelpe elever til å utvikle matematiske begreper knyttet til desimaltall?*

Ut i fra denne problemstillingen utarbeidet vi to forskningsspørsmål som skal bidra til å svare på problemstillingen. Disse er:

1. *Hvordan kan læreren gjennom diagnostisk undervisning lokalisere misoppfatninger?*
2. *Hvordan kan læreren gjennom diagnostisk undervisning utvikle begrepsforståelse om desimaltall hos elevene?*

Ut i fra lærerplanen i matematikk skal elevene begynne å jobbe målrettet med desimaltall etter 4. trinn. I læreverket *«Multi»* blir desimaltall som eget kapittel innført fra 5. trinn. På bakgrunn av tidligere forskning ønsket vi å kartlegge om kjente misoppfatninger innenfor desimaltall finner sted etter endt desimaltallsundervisning på 5. trinn. Vi ønsket å hjelpe elever som er i en tidlig fase av desimaltallsinnlæringen, med hensikt å korrigere og styrke deres kunnskaper om desimaltall. Dette for å stryke elevenes forutsetninger for videre matematikkinnlæring i emnene desimaltall, brøk og prosent.

Vi har valgt å vinkle vårt teoretiske utgangspunkt til konstruktivismen. Konstruktivisme handler om at handling og erfaring fører til refleksjon, noe som igjen vil føre til læring (Brekke, 2002). Diagnostisk undervisning bygger på disse tankene. Det er derfor hensiktsmessig å analysere elevenes begrepsutvikling i lys av et konstruktivistisk læringssyn. I likhet med Brekke (1995, 2002) mener vi at diagnostisk undervisning er hensiktsmessig når målet er å avdekke misoppfatninger og tilrettelegge undervisningen slik at elevene kan vinne erfaringer som de kan bygge videre kunnskap på. En slik undervisingstilnærming vil også gi oss innsyn i elevenes tenkemåter underveis i undervisningen slik at vi kunne tilpasse undervisningsaktivitetene for best mulig læring for elevene.

1.3 Oppbygning av oppgaven

Oppgaven er delt inn i 9 kapitler. Kapittel 1 er innledningen bakgrunn for valg av tema og problemstilling. I kapittel 2 redegjør vi for våre teoretiske forankringer i forhold til oppgavens problemstilling. Kapittel 3 handler om oppgavens forskningsdesign og metodiske overveielser. I kapittel 4 beskriver vi våre aksjoner og forskningsprosesser. Videre i kapittel 5 tar vi for oss funnene fra kapittel 4, der vi har valgt å knytte sammen analyse og drøfting. I kapittel 6 drøfter vi årsaker til ulik måloppnåelse i elevgruppen. I kapittel 7 ser vi på eventuelle årsaker til at elever får misoppfatninger. I kapittel 8 kommer vi med en oppsummerende konklusjon på oppgaven. Til slutt i kapittel 9 presenterer vi forslag til videre forskning basert på funn i vårt datamateriale.

2 Teoretisk forankring

I dette kapittelet redegjør vi for oppgavens teoretiske forankring. Her redegjør vi for hvorfor et konstruktivistisk læringssyn er essensielt for vår problemstilling. Vi ser på konstruktivisme i lys av Jean Piaget (1896-1980) og Lev Vygotsky (1896 -1934). Videre redegjør for begrepene begrepsstrukturer, diagnostisk undervisning, misoppfatninger, diagnostisk kartlegging og forståelsen av desimaltall.

2.1 Konstruktivisme

Konstruktivisme er ideen om at individet selv konstruerer sin versjon av omverden gjennom de erfaringene han eller hun gjør (Schunk, 2014). Dette innebærer at kunnskap på individnivå ikke er en «kopi» av den ytre verden, men en subjektiv konstruksjon av personen selv. Prosessene skjer i lys av erfaringer og bearbeidelse. På den måten skjer læring og kognitiv utvikling gjennom aktiv utforskning av omgivelsenes fenomener (Schunk, 2014).

Konstruktivistisk læringsteori er både en teori om hva kunnskap er, men også en teori om hvordan læring skjer. Konstruktivistisk læringsteori kan i hovedsak deles inn i to deler; kognitiv og sosial konstruktivisme (Imsen, 2014). Det som kjennetegner kognitiv konstruktivisme er at læringen er individuell, og skjer gjennom et samspill med barn og den fysiske verden. Selve konstruksjonen av læringen skjer i «hodet», og barna konstruerer sin egen kunnskap ut i fra miljøet og de mulighetene for aktiv utforskning som blir framstilt (Imsen, 2014). Sosial konstruktivisme tar utgangspunkt i at både læring og kunnskap må sees i lys av språket, kulturen og fellesskapet som individet er en del av (Imsen, 2014). Dysthe (2001) forklarer relasjonen mellom mennesket og læring slik:

> *«Læring har med relasjoner mellom menneske å gjere, læring skjer gjennom deltaking og gjennom samspell mellom deltakerane, språk og kommunikasjon er sentralt i læringsprosessane, balansen mellom det individuelle og det sosiale er eit kritisk aspekt av eitkvart læringsmiljø, læring er langt meir enn det som skjer i elevens hovud, det har med omgivnaden i vid forstand å gjere» (Dysthe, 2001:33)*

Vi velger å trekke fram sentrale deler av teorien innenfor konstruktivismen som er relevant for vår problemstillingen. Videre vil vi beskrive den kognitive delen av barns utvikling gjennom Jean Piagets teori, og det sosiale aspektet gjennom Lev Vygotsky.

2.1.1 Kognitiv konstruktivisme - Jean Piaget

Jean Piaget var en kognitivist med stor innflytelse på pedagogikken. Piaget mente at kognitiv utvikling er avhengig av fire faktorer; biologisk modning, erfaringer med fysiske omgivelser, erfaringer med sosiale miljø, samt en biologisk drivkraft for å skape optimal likevekt mellom individets kognitive skjema og omgivelsene (Schunk, 2014). Piaget forklarer kognitive skjema som individets indre kunnskapskonstruksjoner. Piaget hevdet at alt nytt vi står ovenfor, forstår vi ut i fra det vi allerede kan (Lyngsnes & Rismark, 2014). Den erfaringen og viten vi innehar kaller Piaget for *skjema*. Skjemaene er kognitive strukturereinger som inneholder våre erfaringer, kunnskaper og tenkemåter (Lyngsnes & Rismark, 2014). En forsøker å skape mening gjennom å fortolke den nye informasjonen ut i fra de skjemaene en allerede har. Piaget kaller denne prosessen for *assimilasjon*. Assimilasjon er en av de to medfødte læringsprosessene som foregår hos mennesket og finner sted når en tar i bruk foreliggende skjemaer for å forstå noe nytt. Denne prosessen innebærer at en prøver å forstå noe nytt gjennom å få det til å passe inn i det en allerede vet. Den andre delprosessen kaller han for *akkomodasjon*. Akkomodasjon trer inn når en merker at det en kan fra før ikke passer inn med det nye en lærer, dermed er den gamle kunnskapen ikke tilstrekkelig. Dette fører til reorganisering og en utvidelse av sin kunnskap. Akkomodasjon går i korte trekk ut på å forandre de kognitive strukturene slik at en kan ta inn nye sider, eller lage nye tolkninger (Imsen, 2014). En tilpasser seg mer komplekse omgivelser ved å bruke eksisterende skjema når disse kan anvendes (assimilasjon), og gjennom modifisering, tilføying og utvikling av nye skjemaer når det er påkrevd (akkomodasjon). Assimilasjon og akkomodasjon betraktes som komplementære prosesser, og de erfaringene som utfordrer menneskets eksisterende skjema blir betraktet som viktige for at læring skal finne sted (Beins, 2012).

Piaget trekker fram betydningen av tidligere skjema for å forstå noe nytt (Lyngsnes & Rismark, 2014). Hvis vi møter en situasjon hvor verken assimilasjon eller akkomodasjon kan tas i bruk, kan der være vanskelig for elevene å forstå og huske hva de lærer (Lyngsnes &

Rismark, 2014). Piagets forklaring er at når du lærer noe innenfor et område hvor du har begrenset skjema er du ikke i stand til å prøve å assimilere den nye kunnskapen (Lyngsnes & Rismark, 2014). Derfor er det nødvendig å bygge opp kunnskapen gradvis slik at en kan bygge på allerede etablerte skjemaer. Piaget hevder at læring er en dynamisk prosess, altså et aktivt samspill mellom den viten mennesket allerede har og den nye informasjonen eller erfaringene de møter (Lyngsnes & Rismark, 2014). I følge Piaget vil motivasjon for læring oppstå når det ikke er likevekt mellom menneskets skjema og de nye erfaringene (Lyngsnes & Rismark, 2014). Dette kalles kognitiv konflikt. Motivasjonen oppstår fordi en er motivert til å skaffe seg ny kunnskap, slik at en kan rette likevekten. En slik type motivasjon vil være en indre motivasjon, en indre drivkraft fra menneskets side (Lyngsnes & Rismark, 2014). Prosessen blir satt i gang så snart en opplever noe som «ikke stemmer» med det skjemaet en har. Denne selvregulerende prosessen kalles adaptasjonsprosessen, hvor målet er å oppnå likevekt mellom egne skjemaer og omverden (Lyngsnes & Rismark, 2014:58)

Kjernetanken til konstruktivismen er at kunnskap ikke kan overføres, men må konstrueres av individet selv (Lyngsnes & Rismark, 2014). Piaget skilte mellom to typer kunnskap; *figurativ og operasjonell kunnskap*. Figurativ kunnskap innebærer fakta, detaljer og informasjon som ikke er relatert til enkeltmenneskets skjema. Det er kunnskap som kan gjentas, men ikke anvendes i nye situasjoner (Lyngsnes & Rismark, 2014:59). Årsaken ligger i manglende forståelse. I skolesituasjon omtales dette som «pugg-kunnskap», for eksempel automatisering av gangetabellen. Figurativ kunnskap handler om pugg, og kan lett bli glemt hvis den ikke blir vedlikeholdt (Hinna et al., 2012). Motsetningen til figurativ kunnskap er operasjonell kunnskap. Operasjonell kunnskap oppnås som et resultat av læringsprosessene bestående av assimilasjon og akkomodasjon. Dette er kunnskap du kan anvende i nye sammenhenger og bygge videre på, og kunnskapen er mer varig og anvendbar. For å inneha operasjonell kunnskap kreves det forståelse og innsikt, fordi dette bidrar til at kunnskapen blir personlig og noe eget (Hinna et al., 2012).

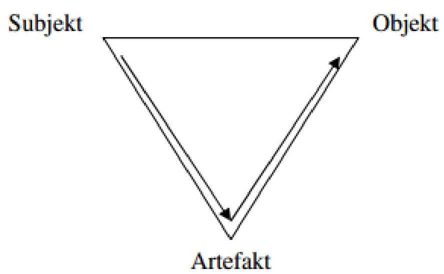
2.1.2 Sosiokulturelt læringssyn - Lev Vygotsky

Vygotsky's syn på læring er innenfor et sosiokulturelt perspektiv, hvor synet på læring i hovedsak handler om at læring skjer i sosiale kontekster (Dysthe, 2001). En grunnleggende forutsetning for læring er derfor deltaking i praksisfellesskap. I skolesammenheng kan dette tolkes som deltaking i klasserommet. Vygotsky hevdet også at læring skjer på individnivå og forstår det sosiale livet der barn deltar som en del av selve læringen (Bråten, 2002). Erfaringer som barn får gjennom interaksjon med andre blir transformert til kognitive strukturer. Vygotsky mener derfor at kognisjon og læring er grunnleggende sosialt forankret i sosiogenesen (Bråten, 2002). I denne prosessen er språket avgjørende.

Innenfor sosiokulturell læringsteori er læring psykologiske prosesser som ikke har sitt utspring fra en indre mental tankeverden, og må dermed forstås som aktiviteter (Strandberg, Manger, & Moen, 2008). På bakgrunn av dette er det avgjørende for barns utvikling å fokusere på hva de lærer på skolen. Aktiviteter som leder til læring og utvikling har ifølge Vygotsky fire tydelige kjennetegn, dette er sosialt, har medierte artefakter, er situerte og innehar kreativitet. Alle aktivitetene må være *sosiale*. Menneskets individuelle kompetanser stammer fra ulike former for interaksjon med andre (Strandberg et al., 2008). Vygotsky hevder at en først må lære sammen med andre før en kan gjøre det på egenhånd på et senere tidspunkt. Individets indre tenkning kommer som et resultat av ytre tenkning i samhandling med andre (Strandberg et al., 2008). Når vi utfører aktivitetene benytter vi oss alltid av hjelpemiddel, *medierte artefakter*. Det er verktøy og tegn som hjelper oss når vi skal løse problemer, erindrer, utfører en arbeidsoppgave eller når vi tenker (Strandberg et al., 2008). På den måten går ytre aktivitet med hjelp av verktøy forut for menneskets indre tankearbeid. Disse aktivitetene vil alltid være *situerte*. Aktiviteten foregår på et sted, en plass eller et rom. Det er enklere å lære seg å lese i et miljø som inneholder tekster, enn i et miljø som ikke gjør det (Strandberg et al., 2008:26). Derfor er konteksten til læringssituasjonen viktig. Det siste kjennetegnet er *kreativitet*. Mennesket kan ikke bare gjøre seg bruk av relasjoner, hjelpemiddel og situasjoner, de kan også omskape disse (Strandberg et al., 2008). Når mennesket påvirker sin egen læringssituasjon tar det mange utviklingssteg. På den måten er ikke utvikling og læring bundet til gitte tilstander eller stadier, men utviklingssoner hvor en kan prøve ut og øve på det ukjente vil en stimulere til ytterligere utvikling (Strandberg et al., 2008).

Vygotsky omtaler begrepene i språket som et viktig mediert middel i læringsprosessen. Begrepene betyr mye for hvordan kunnskap er organisert i samfunnet vårt, men også for menneskets tenkning på individnivå (Wittek & Stray, 2014). Vi kan forstå begreper som kulturelt utviklede symbolsystemer med mange nyanser og betydninger, samt betydningsfulle for vår kognisjon og læreprosesser (Wittek & Stray, 2014). Ordbetydninger på individnivå vil utvikle seg til komplekse språksystemer sammensatt av ord og tegn. Altså er det en tett sammenkobling mellom å pakke ut de språklige nyansene i språksystemet vi forholder oss til og vår egen læring (Wittek & Stray, 2014). Denne sammenkoblingen er det ingen automatikk i, noe som innebærer en forutsetning om at begrepene må gjøres til gjenstand for bevist utforskning (Wittek & Dale, 2013). I skolen må derfor elevene engasjere seg genuint i utforskningen av språket på generelt nivå, samt fokus på de faglige begrepene. Det er viktig å la elevene redegjøre for sin forståelse uten å kopiere andres kunnskap, fordi det i større grad stimulerer til kognitiv utvikling (Wittek & Dale, 2013).

Det essensielle fra Vygotskys teori er ideen om at vi lærer og utvikler vår bevissthet gjennom sosial deltagelse, samt hvordan språkbruken og andre kulturelle redskaper og gjenstander uunngåelig former vår identitet (Wittek & Stray, 2014). Bevisstheten utvikles som en konsekvens av de kulturelle gjenstandene og begrepene vi bruker. Vygotsky betegner dette som mediert handling.

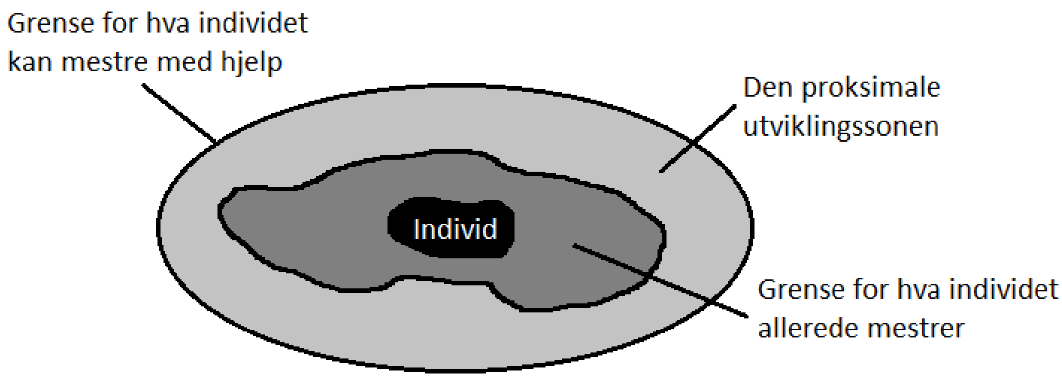


Modell 1: ***Vygotskys modell for artefaktmediert og objektorientert handling (Wittek & Stray, 2014)***

Vygotskys modell for artefaktmediert og objektorientert handling (modell 1) illustrerer at mennesket går veien om artefakt når det forholder seg til omgivelsene. (Bråten, 2002). Mennesket er subjektet og omgivelsene er objektet, og artefakt er kulturelle uttrykk. Forholdet mellom individ og omgivelser formidles via artefakter. Modellen viser hvordan vi mennesker konstant bruker kulturelle symboler og redskaper (Bråten, 2002). Når elevene lærer på skolen, medierer elevene sine handlinger gjennom disse redskapene (Daniels 2001, 2008, i Wittek & Stray, 2014). Mediert handling innebærer en gjensidig prosess hvor både brukeren og kulturen påvirkes. Dermed blir dette en prosess som ikke ensidig former individet, men gjenskaper og omformer våre sosiale omgivelser (Cole 1996, Cole & Engeström 1993, iWittek & Stray, 2014). I all sosiokulturell tenkning er prinsippet om medier handling grunnleggende. Ny kunnskap vil kunne betraktes som en relativ permanent endring i tenkemåte og adferd. Ut i fra denne betraktningen vil bruk av redskaper eller symboler være essensielle (Cole 1996, Cole & Engeström 1993, iWittek & Stray, 2014).

Sosiokulturelt perspektiv er en forklaring på hvordan læring utarter seg at den oppstår i en konflikt mellom det vi kan og det vi ikke mestrer (Strandberg et al., 2008). Et eksempel er at en må kunne addisjon og subtraksjon før en kan løse likninger i matematikk. Slike læringsprosesser kan være vanskelige og konfliktfulle, samtidig som slike situasjoner åpner opp for muligheten til å lære noe nytt. Denne prosessen beskrives som den proksimale utviklingssonen (Wittek & Stray, 2014). I grove trekk innebærer den proksimale utviklingssonen forskjellen mellom det eleven kan klare alene (eksisterende kunnskap) og det eleven kan klare ved hjelp og støtte fra andre (potensielt kunnskapsnivå) .

Vygotskys utviklingsteori handler både om utvikling og undervisning. Her knyttes forståelsen av barnets psykologiske og sosiokulturelle utvikling til undervisningsprinsipper (Strandberg et al., 2008). Vygotsky illustrerte dette ved hjelp av en modell om den nærmeste utviklingssonen.



Modell 2 *Illustrasjon av den nærmeste utviklingssonen (Vygotsky, 1978. I Wittek & Stray, 2014)*

Modell 2 illustrerer hva eleven kan klare selv (nest innerste sirkel), hva eleven klarer med hjelp av fra andre (sonen mellom ytterste og nest ytterste sirkel) og hva som er utenfor rekkevidde (utenfor ytterste sirkel) (Wittek & Stray, 2014). Dette gjør en oppmerksom på viktigheten av å identifisere elevenes forkunnskaper og tilpasse undervisningen, samt vise hvilken konflikt den lærende står oppi når eksisterende kunnskap ikke strekker til (Dysthe, 1996).

Vygotsky (1978) forklarte at barnets mulighet til å lære må forstås ut i fra to synsvinkler. Læring en konsekvens av kognitive prosesser som allerede har funnet sted, men sett i en relasjon til det aktuelle utviklingsnivået kan elevene utvikle seg videre ved hjelp av andre, den proksimale utviklingssonen (Vygotsky, 1978. I Wittek & Stray, 2014). I grensen mellom ytterste og nest ytterste sone ligger den proksimale utviklingssonen. Vygotsky (1978) forklarer at dette er hvor elevene ved hjelp av samarbeid eller samhandling med mer kompetente personer kan mestre læringsstoffet (Wittek & Stray, 2014). Grunnen til dette viktige samarbeidet med mer kompetente personer er at Vygotsky (1978) hevdet at det barnet klarer ved hjelp i dag, vil det på et senere tidspunkt klare på egenhånd (Vygotsky, 1978, i Wittek & Stray, 2014). Det er ikke selve betydningen av samarbeidet i problemløsningssituasjonen som er viktig, men heller potensialet for videre læring og utvikling som legges til grunn under samarbeidet. For at barn skal kunne utvikle seg ytterligere er det gunstig å la de ta del i de voksnes erfaringer og kunnskap gjennom gjensidig samarbeid (Strandberg et al., 2008). Ut i fra dette hevdet Vygotsky at selve utviklingen skjer gjennom læring, og at en i mange sammenhenger kan si at det er læringen som styrer utviklingen (Strandberg et al., 2008).

2.2 Begrepsstrukturer i matematikken

Konstruktivistisk læringsteori sier at å ha kunnskap er parallelt med å eie sin egen kunnskap (Brekke, 1995). Kunnskap er personlig, og er et resultat av modning satt sammen av biologiske prosesser og refleksjoner over egne erfaringer som en person har tilegnet seg (Brekke, 1995). Matematisk tenkning blir utviklet gjennom erfaringer på ulike områder. Vi tar utgangspunkt i det konstruktivistiske læringssynet når vi snakker om elevenes begrepsdanning. Dette går ut på at de handlingene og erfaringene som en person danner seg gir grunnlaget for læring (Brekke, 1995).

Når elevene benytter seg av tidligere dannet kunnskap, kan de i senere tid konstruere nye operative begrep under arbeidet med nye problemstillinger. Et karakteristisk trekk ved matematiske begreper er at de ikke har vokst fram isolert, men eksisterer i et nettverk av enkelte ideer (Brekke, 2002:5). Nettverket av ideer blir henvist til som begrepsstrukturer, og er med på å gjøre matematikken meningsfull samt støtte opp under ferdighetene. Det at slike strukturer eksisterer, viser seg blant annet ved at en har evne til å rette noe når en har husket feil, og å overføre eller tilpasse prosedyrer en har lært i en sammenheng, til nye situasjoner (Brekke 2002:5).

2.3 Diagnostisk undervisning

Ordet didaktikk betyr undervisningslære, teorier om undervisning (Tjeldvoll & Skagen, 2014). *«De didaktiske verktøyene hjelper deg mer konkret enn de generelle læringsteoriene med å gjennomføre undervisning i et matematisk tema for en gruppe elever»* (Beins, 2012:881). Pedagogisk sett er diagnostisk undervisning en konsekvens av det konstruktivistiske synet på læring (Beins, 2012). Dette mener vi passer inn i konstruktivismens grunntanke om at det er elevene selv som organiserer sin egen erfaringsverden og konstruerer dermed sin kunnskap. Diagnostisk undervisning er en arbeidsmåte som går ut på å legge til rette for aktiviteter hvor elevene kan vinne erfaringer som de kan bygge videre kunnskap på (Beins, 2012). Diagnostisk undervisning er et matematisk verktøy som kan hjelpe mer konkret enn generelle læringsteorier med gjennomføringen av undervisning i et matematisk tema (Beins, 2012). Diagnostisk undervisning er en metode som en kan bruke for å samle inn informasjon om elevene, samt gi elevene tilbakemeldinger (Brekke, 2002). For å kunne tilpasse undervisningen til elevene på en god måte er det hensiktsmessig å ha god kjennskap til elevgruppen og hver enkelt elev.

Diagnose er noe de fleste forbinder med leger. En går til legen som stiller en diagnose ut i fra symptomene dine. I skolesammenheng går diagnostisk undervisning i en viss forstand ut på dette. Ideen bak diagnostisk undervisning er at elevene kan ha feilaktige eller uheldige matematiske tankemønstre, som hemmer hva elevene får til og mulighetene for videre læring (Beins, 2012:890). Derfor er det viktig å «diagnostisere» elevene slik at en kan ta tak i misoppfatningen for å tette kunnskapshullene til elevene (Beins, 2012).

Veiledningsheftene som er skrevet på bakgrunn av KIM-prosjektet av Gard Brekke (1995, 2002), tar utgangspunkt i at det er handlingene eller erfaringene som elevene gjør som danner grunnlaget for læring (Brekke, 1995, 2002). Den avgjørende faktoren for utviklingen av den aktuelle kunnskapen er refleksjonen og tankene rundt de nye erfaringene. Dette synet på læring er sentralt i konstruktivismen. Konsekvensen av et slikt syn på læring er at en må finne arbeidsmåter som legger til rette aktiviteter hvor elevene kan skaffe seg erfaringer de kan bygge kunnskapen på. Det er viktig å gi elevene tid til å stoppe opp underveis for å reflektere over hva de har gjort og hva de har lært gjennom arbeidet (Brekke, 2002). Diagnostisk undervisning bygger på disse tankene fordi elevene lærer gjennom handling og erfaring sammen med refleksjon. Grunntanken er at elevene på den måten kan best mulig utarbeide gode begrepsstrukturer som fører til langsiktig læring.

2.4 Misoppfatninger

I forbindelse med begrepsutvikling i matematikk kan elevene utvikle misoppfatninger(Brekke, 2002). Misoppfatninger er ufullstendige eller feilaktige tankemønstre knyttet til et begrep, som viser seg gjennom at eleven gjør systematiske feil av bestemte typer (Brekke, 2002; Grevholm et al., 2013; Hinna et al., 2012). I Diagnostisk undervisning er vanlig og ufarlig, så lenge du som lærer er bevist på viktigheten av å avdekke og korrigere misoppfatningene for å sikre et godt læringsutbytte (Hinna et al., 2012). Når elevene får feil på en matematikkoppgave kan det være av ulike årsaker. Det er viktig å skille mellom tre ulike årsaker til feilene; usystematiske feil, systematiske feil og feil som skyldes misoppfatninger. Feil som skyldes misoppfatninger er ikke tilfeldige, men skyldes en bestemt tenking som eleven benytter nokså konsekvent (Brekke, 2002). Disse misoppfatningene kommer ofte som et resultat av en overgeneralisering av tidligere kunnskap til nye områder hvor disse kunnskapene ikke gjelder fullt ut (Brekke, 2002). Vanlige misoppfatninger innenfor tall og tallregning er;

- *Det lengste tallet har alltid størst verdi.*
- *En kan ikke dele et lite tall med et stort.*
- *Multiplikasjon gjør alltid svaret større.*
- *En kan bare dividere med hele tall.*
- *3 : 6 og 6 : 3 gir samme svar.*
- *Divisjon gjør alltid svaret mindre.*

  (Brekke, 2002:11)
- *At desimaltall er uttalt på samme måte som hele tall*
- *At heltallsdelen og desimaldelen av desimaltallet er to forskjellige tall*
- *At jo færre desimaler tallet her, jo større er tallet*
- *At jo færre desimaler tallet har, jo større er tallet.*
- *At alle nullene på desimalplassene påvirker størrelsen på tallet*
- *At det ikke finnes noen desimaltall mellom to etterfølgende tideler*

  (McIntosh et al., 2007:21)

Elevene gjør disse feilene er fordi de forsøker å skape mening eller se en sammenheng med det de har lært til det de skal lære (Brekke, 1995). *Misoppfatninger er altså ufullstendige tanker knyttet til et begrep.* En annen årsak til utviklingen av misoppfatninger hos elevene er mangelen på god, hensiktsmessig og gjennomtenkt undervisning. Når elevene begynner å arbeide med desimaltall i matematikkundervisningen, er de kommet til en kritisk fase i deres utvikling av tallbegrepet (Brekke, 1995). Dette fordi elevene skal utvide et allerede innarbeidet begrep om hele tall, en utvidelse av posisjonssystemet. Elevene møter tidlig på desimaltall, men meningsinnholdet uteblir (Brekke, 1995).

2.5 Diagnostisk kartlegging

Diagnostiske oppgaver kan brukes for å undersøke elevenes utvikling av begrepsforståelse, samt eventuelle problemer eleven står ovenfor i prosessen fram mot utviklingen av et solid begrep (Grevholm et al., 2013:263). Slike oppgaver kan både brukes i kartlegging og i undervisningen. Innenfor diagnostisk kartlegging blir slike oppgaver brukt for å avdekke i hvilken grad elevene har utviklet solide begrepsstrukturer (Grevholm et al., 2013).

I norsk skole blir prøver/kartlegging vanligvis gitt etter en undervisningsperiode (Brekke, 2002). Disse prøvene finnes for eksempel i Multi læreverk fra Gyldendal som tester elevenes kunnskaper innenfor et gitt tema (Gyldendal, u.å). Disse oppgavene er av samme karakter som elevene har jobbet med i en bestemt perioden i læreverket. Det en kaller for diagnostiske oppgaver er noe ulik disse kartleggingene. Diagnostiske oppgaver kommer gjerne før en undervisningsperiode med hensikt;

- *å identifisere og framheve misoppfatninger som elevene har utviklet, også uten at det trenger å ha vært noen formell undervisning i det en vil undersøke,*
- *å gi læreren informasjon om løsningsstrategier elevene bruker for ulike typer av oppgaver,*
- *å rette undervisningen mot å framheve misoppfatningene, for på den måten å overvinne dem og de delvise begrepene,*
- *å utvikle elevenes eksisterende løsningsstrategier,*
- *å måle hvordan undervisningen har hjulpet elevene til å overvinne misoppfatningene ved å bruke de samme oppgavene både før og etter undervisningssekvensen.*

(Brekke, 2002:16)

Diagnostisk kartlegging burde inneholde oppgaver som elevene ikke har arbeidet med tidligere (Brekke, 2002). Elevene vet som regel hvordan de skal angripe oppgavene, og kan være med på å vise deres ideer og kunnskap kan anvendes i forskjellige typer oppgaver. I følge KIM-rapporten blir lærere mer sensitive og effektive i undervisningen når de oppdager disse ideene hos elevene og tar hensyn til disse i undervisningen (Brekke, 2002:16).

På bakgrunn av nasjonale prøver og andre tester som skolen er pålagt, kan der være at elevene er vant til at tester er der for å rangere samt kartlegge deres kunnskap, gjerne etter et tema. I diagnostisk undervisning kan det være hensiktsmessig å poengtere at dette ikke er hensikten med kartleggingsprøven (McIntosh et al., 2007). Årsaken til dette er at oppgavene som gis er nye for elevene, noe som kan føles urettferdig for eleven. Hensikten med diagnostisk kartlegging er å oppdage hvilke tanker elever har om ulike begreper og bli kjent med vanskene elevene har tilknyttet disse begrepene, samt hjelpe læreren å tilrettelegge og planlegge undervisningen (Brekke, 2002:16). Disse prøvene bør også inneholde spørsmål hvor elevene må forklare hva de tenker. Jo mer informasjon vi kan få om strategiene deres og ideene knyttet til begrepene og misoppfatningene, jo bedre, er dette for å på best mulig måte kunne planlegge god undervisning for elevene (Brekke, 2002).

En diagnostisk kartlegging vil inneholde oppgaver som elever har vanskelig for å svare på nettopp fordi en ønsker å identifisere misoppfatninger. Det er fordelaktig å stille spørsmål på en slik måte at elevene ikke kan bli veiledet til riktig svar også når de ikke har forstått bakgrunnen for svaret og det vil være naturlig for en lærer å hjelpe eleven fram til forståelse(Brekke, 2002). Diagnostiske oppgaver er laget for å lete etter feil innenfor et bestemt problemområde. Et eksempel på dette innenfor desimaltall er misoppfatningen: «*Det lengste tallet har alltid størst verdi*» (Brekke, 2002). Her kan oppgaven «Hvilket tall er størst av 0,2 - 0,658 - 0,9 - 0,45?» være med på å avdekke om elever har denne misoppfatningen, og gjerne med et oppfølgingsspørsmål som får elevene til å forklare hvorfor de mener at tallet er størst (Brekke, 1995).

2.6 Forståelsen av desimaltall

Gard Brekke (1995) presenterer åtte ulike aspekter ved forståelsen av desimaltall. Det *første* aspektet er desimalnotasjon. Dette går ut på at en overser desimalkommaet eller tenker seg at desimaltallet er satt sammen av to uavhengige tall som er adskilt ved hjelp av komma (Brekke, 1995). Dette kan en identifisere ved å høre hvordan elevene uttaler et desimaltall. Noen elever tolker 7,84 som «sjuhundrede og åttifire», mens andre kan tolke det som to separate naturlige tall «sju og åttifire». Det *andre* aspektet som her blir trukket fram er sammenligning av desimaltall. I de fleste situasjoner, både på skolen og i dagliglivet, er tallene som skal sammenlignes oppgitt med like mange desimaler (Brekke, 1995). Dette skaper problemer når elevene begynner å regne med kalkulator. Da vil kalkulatoren ta bort unødvendige nuller, og dermed blir tall- lengden ulik (Brekke, 1995). I forhold til desimaltall er det en vanlig misoppfatning at elevere tror at det korteste desimaltallet er minst (Brekke, 1995). Dette fordi eleven ser på tallet bak komma som et helt tall, derfor blir 0,78 større enn 0,9. Det er også en sammenheng at de som tror dette, også tror at det lengste desimaltallet er størst. Det *tredje* aspektet er bruken av null som plassholder. Her handler det om å kunne bruke null som plassholder for å fylle opp en tom plass, både ved hele tall og desimaltall (Brekke, 1995). For eksempel skal eleven vite at 3 hundrere, 7 enere og 4 hundredeler skrives som 307,04 og ikke 37,4. Her kommer også viten om at det finnes tall som er mindre enn for eksempel 6,1 ved å ta bort tidelen og legge inn hundredeler (6,01).

Det *fjerde* aspektet handler om desimaltall som ligger tett på tallinjen. Det er få elever som har en forestilling om at det eksisterer uendelig mange desimaltall mellom et hvert gitt par, noe som gjør at en kan finne et nytt desimaltall nå nært opp til et gitt tall som en måtte ønske (Brekke, 1995). Det *femte* aspektet handler om desimaltall som symbol for del av en hel. Dette handler om å forstå hvor stor del av en hel et desimaltall er. Eksempel; en tidel er det samme som 10 ruter i et rutenett som er delt opp i 100 biter. Her må eleven forstå at 10 ruter, eller en rad hvis den hele er delt inn i tideler, representerer 0,1 og enkeltruter representerer hundredeler. Det *sjette* aspektet handler om å lese av desimaltall på en tallinje. Dette er et godt hjelpemiddel for å konkretisere meningsinnholdet i desimaltall. Når det kommer til desimaltall er det en del problemer med tallinjen. Disse går i hovedsak ut på at elevene kan svare på oppgaver hvor de kan telle streker, men når de skal finne tallet mellom to streker oppstår problemet. Her handler det om å vite hva som finnes mellom tallet 0,1 og 0,2 uten hjelpestreker (Brekke, 1995). Det *sjuende* aspektet handler om posisjonssystemet (Brekke, 1995). En viktig forutsetning for at elevene skal forstå desimaltall er forståelsen av posisjonsprinsippet i desimaltall. En vanlig misoppfatning er at de tenker at posisjonene bak komma er lik som framfor. Da vil elevene tro at tallet som står på tidelsplassen står på hundreplassen, hundredelsplassen står på tideler og tusendelsplassen på enerplassen. Det *åttende* aspektet handler om regning med desimaltall. Her er det vanlig at elevene oppfatter desimaltallene som par av hele tall. De mest utbredte misoppfatningene finner vi i oppgaver hvor heltallsdelen endrer seg og når null er plassholder. En vanlig misoppfatning er også at multiplikasjon gjør svaret større og divisjon mindre. En del elever tror også at de må reversere tallene for å kunne dividere når du har et lite tall som skal divideres med et stort.

3 Metode

Forskningsdesign innebærer at forskeren velger hvilke metoder som passer til problemstillingen, slik at undersøkelsen skal være mulig å gjennomføre fra start til slutt (Christoffersen & Johannessen, 2012). Fordi vi ønsket å avdekke eventuelle misoppfatninger, for å kunne utvikle deres begrepsforståelse om desimaltall var et nært samarbeid med forskningsfeltet nødvendig. Videre ønsket vi å finne ut hvordan læreren gjennom diagnostisk undervisning kunne lokalisere eventuelle misoppfatninger. Hvis eventuelle misoppfatninger ble lokalisert ønsket vi å bidra til endringer i praksis for at elevene med misoppfatninger skulle komme på rett vei igjen. I dette kapittelet vil vi beskrive, reflektere og begrunne våre metodevalg som er gjort for å samle inn datamaterialet. Vi skal begynne med å beskrive hvilken metode vi har benyttet oss av, for å redegjøre for vårt utvalg til forskningen. Deretter skal vi redegjøre for valg av verktøy for vår datainnsamling. Til slutt skal vi vise til etiske valg, etiske refleksjoner og hensyn som er blitt tatt gjennom vårt forskningsarbeid.

På bakgrunn av vår tilnærming til feltet valgte vi å ha aksjonsforskning som forskningsdesign. I aksjonsforskning er forskeren i direkte kontakt med forskningsområdet, siden det ofte er forskeren som kommer til det aktuelle forskningsfeltet med forslag på endringstiltak (Tjora, 2014). Videre handler aksjonsforskning om at de resultatene en får gjennom forskningen skal bidra til å skape endringer i praksis (Tjora, 2014).

Vi henvendte oss til det aktuelle forskningsfeltet, der vi gjennomførte våre planlagte aksjoner i håp om å bidra til eventuelle endringer. Ved å være deltagende aktører fikk vi muligheten til å sette oss inn i et felt som engasjerte oss, samtidig som vi fikk være aktive i datainnsamlingen.

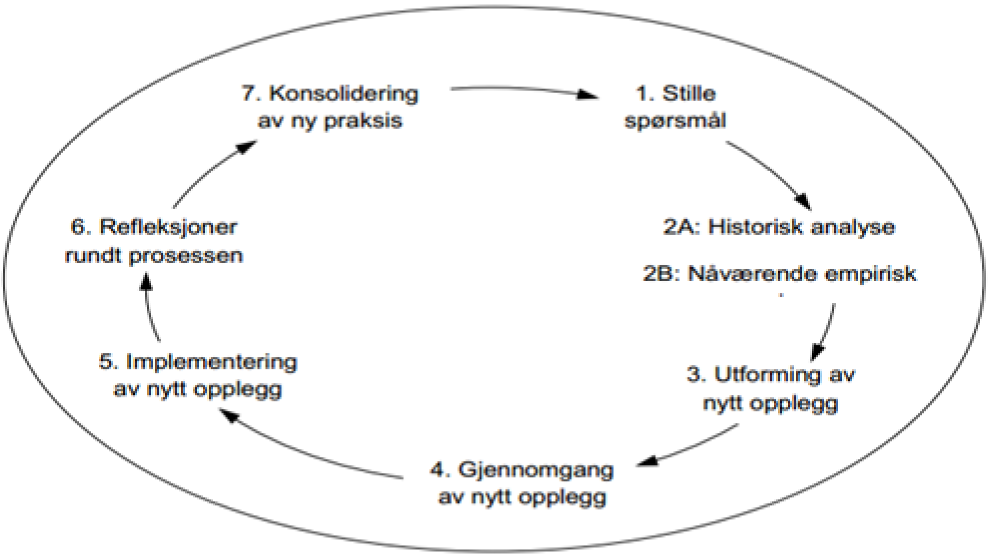
3.1 Aksjonsforskning

Begrepet aksjonsforskning ble først brukt av Kurt Lewin (1952) med den hensikt å forske på sosiale problemer etter andre verdenskrig, da med hensikt om å forske på datidens sosiale problemer (Bøe & Thoresen, 2012; Postholm & Moen, 2009:32). Lewin mente at teorier ble skapt ved deltakelse i handlinger og at teorier skulle bidra til forbedringer (Bøe & Thoresen, 2012). Gjennom aksjonsforskning håper en å skape et forhold mellom kunnskap og handling, teori og praksis, der målet er å skape endringer i praksis og frembringe ny teori ut i fra de endringene en frembringer (Skeie, Postholm, & Lund, 2010). Det var Kurt Lewin som først begynte utformingen av aksjonsforskning (Bøe & Thoresen, 2012), men det er fortsatt ikke en entydig forklaring på hva aksjonsforskning er. Blant annet definerer Morten Levin aksjonsforskning som en strategi, enn en metode, der verdier, etiske og politiske preferanser blir sett på som byggesteiner (McNiff & Whitehead, 2011). Aksjonsforskning som arbeidsform og modell vil være med på å skape en forskende tilnærming til vårt forskningsfelt, samt bidra til å se hvor det er potensial for endring (Bøe & Thoresen, 2012).

Forskning er en omfattende systematisk prosess som innebærer planlegging, gjennomføring, dokumentering og refleksjoner gjennom prosessen (Hiim, 2010). Det er som nevnt ulike tilnærminger innen aksjonsforskning. Carr og Kemmis (1986) definerer et skille mellom tre retninger: teknisk, praktisk og frigjørende aksjonsforskning (Tiller, 2004). *Teknisk aksjonsforskning* beskrives som at en forsker utenfra kommer til for eksempel en skole og utarbeider og definerer prosessen (Tiller, 2004). *Praktisk aksjonsforskning* går ut på at det er et nært samarbeid mellom deltakerne og forskeren som får en rolle som prosessveileder. *Frigjørende aksjonsforskning* innebærer at deltakerne selv utvikler prosessene, fordi deres styring, refleksjon og undersøkelse må ivaretas (Tiller, 2004). Vår problemstilling ble utarbeidet ut i fra vår interesse for emnet, med hovedinteresse om begrepsutvikling hos elevene gjennom didaktiske prosesser. Derfor var det vi som oppsøkte en skole og en klasse for å kunne gjennomføre våre planlagte prosesser. Når forskere utenfra velger ut forskningsdeltakere, kan en kategorisere forskningen som teknisk aksjonsforskning (Tiller, 2004).

3.2 Den ekspansive læringssirkelen

Hovedmålet med prosjektet er å skape en endring eller justering av praksis, og forskeren eller de delaktige har en personlig hypotese som de ønsker å teste ut, og prosjektet blir utarbeidet ut i fra den hypotesen (Christoffersen & Johannessen, 2012). Aksjonsforskning er en systematisk prosess for utøvere til å forske og evaluere sitt arbeid og etter begrepet aksjonsforskning tok form har det blitt utviklet flere modeller (McNiff & Whitehead, 2011). I vår forskning valgte vi å bruke *den ekspansive læringssirkelen*, som er utviklet av Yrjö Engeström (Engeström & Young, 2001).



Modell 3 ***Den ekspansive læringssirkelen(Postholm & Moen, 2009)***

Modellen viser sirkelens syv steg for utviklingsprosessene i praksis (Postholm & Moen, 2009). Det første steget går ut på at forskeren stiller spørsmål ved eksisterende praksis. For å kunne komme videre i utviklingsarbeidet påpeker Engeström (2001) nødvendigheten av analyse, både historisk og nåværende empirisk analyse. I analysearbeidet handler det om å oppdage problemer, spenninger, motsetninger og årsakene til disse (Postholm & Moen, 2009). Etter en slik analyse starter arbeidet med å finne en plan for videreutvikling i feltet. En må deretter kritisk gjennomgå planen, før planen kan implementeres i praksis. Videre må en reflektere over handlingsprosessene som representerer ny gjennomført praksis, før en eventuelt konsolideres og blir en del av praksisen. Noen ganger fungerer ikke den opprinnelige planen, derfor kan det være nødvendig å forkaste planen. En slik prosess er med på å forbedre og utvikle praksis, noe som gjør at utviklingsprosessen stadig er i bevegelse (Postholm & Moen, 2009).

Vi ønsket å bruke denne modellen som bakgrunn for hvordan vi utformet vårt forskningsarbeid. Selv om denne modellen ikke viser forskningsprosessen, er den med på å vise hvordan en går fram når man utformer en utviklingsprosess. Engeströms modell fokuserer på utviklingsprosessene i praksis, hvordan analysere praksis, gjennomføring av planlagte opplegg og refleksjon av oppnådde resultater av gjennomføringen (Postholm & Moen, 2009). Ved å bruke den ekspansive læringssirkelen som fast modell håpet vi på å få en systematisk framgangsmåte for alle prosessene, samt visualisert aksjonsforskningens fremgangsmåte (Postholm & Moen, 2009).

3.3 Valg av metode

Metode kommer av det greske ordet *methodos*, som betyr å velge en retning mot sitt mål (Christoffersen & Johannessen, 2012). Aksjonsforskning handler ikke bare om å gjennomføre en aksjon, men også å hente inn og samle dokumentasjon av data om det aktuelle temaet. Denne problemstillingen blir ikke tatt standpunkt til i Engeströms ekspansive læringssirkelen så vidt vi kan se. Gjennom valg av metode er det viktig å bevisstgjøre at de forskjellige metodene vil fremheve ulike sider med forskningsfeltet (Postholm & Jacobsen, 2011). Vi valgte derfor en metodekombinasjon for å få et bredt, men samtidig et spisset blikk på forskningsfeltet. Med en metodekombinasjon fikk vi konkrete data som kunne sammenlignes, samtidig som vi fikk utfyllende og detaljerte datamateriale. Den største forskjellen mellom kvalitativ og kvantitativ metode er graden av fleksibilitet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Vi ville bruke en kvantitativ metode i form av kartlegging for å få en systematisk oversikt over hvilke misoppfatninger elevene hadde. Videre ville en kvantitativ metode gi oss datamateriale som kan sammenlignes (Helle, 2013).

Vi har valgt å presentere dataen kvantitativt for deretter å analysere dataen kvalitativ. Dette for å gi oss bedre innsikt og forståelse for hvilke misoppfatninger som finnes i elevgruppen, samt elevenes evne til å forklare og støtte opp under sine svar. Gjennom kartleggingsprøven ønsket vi å *identifisere og framheve misoppfatninger som elevene har utviklet*, slik at en kan drive målrettet undervisning mot *å framheve misoppfatningene, for på den måten å overvinne dem og de delvise begrepene* (Brekke, 2002:16). Ved å rette opp misoppfatninger i en tidlig fase vil det kunne bidra til å gi elevene en god beherskelse av desimaltall som vil gjøre det videre arbeid i matematikk enklere for elevene. På bakgrunn av dette var kvantitativ metode viktig for vår forskning, fordi formålet med kvantitativ metode er å teste om en antagelse om virkeligheten stemmer overens med forskerens datamateriale (Dahlum, 2014). Generelt sett er kvantitative studier lite fleksible, og en stiller samme spørsmål i lik rekkefølge til alle informantene med svaralternativer. Dette gjør det mulig å sammenligne svar på tvers av deltagere og settinger (Dahlum, 2014). Til den kvantitative delen ville vi bruke kartleggingsprøven med svaralternativer på de fleste oppgavene.

Siden vi ønsker utfyllende og detaljerte svar fra elevene ønsket vi å benytte oss av intervju og observasjon som kvalitativ metode. Ved bruk av kvalitativ metode ville vi ha større rom for fleksibilitet, med at vi kunne være spontane i interaksjonene mellom oss som forskere og elevene som deltakere (Christoffersen & Johannessen, 2012). I kvalitativ metode betegner man utvalget av deltakere for informanter (Christoffersen & Johannessen, 2012), vi vil i oppgaven referere til informantene som elever.

3.4 Utvalg

For at aksjonsforskningen skal bidra til en endring er det nødvendig at informasjonen samles inn på en planlagt og systematisk måte. Dermed er det viktig med avgrensninger når en skal utarbeide metodene for å samle inn aktuelle data. Vår forskning hadde som mål å finne ut hvordan hver enkelt elev tenker og løser oppgaver i matematikk om temaet desimaltall, og hvordan vi kunne skape en endring i begrepsutviklingen. Med et slikt utgangspunkt var vi interessert i å samle inn mye informasjon (data), men samtidig kunne gå i dybden i det aktuelle datamaterialet. For å kunne gå dypere inn i dataene kan en ikke overdrive antallet deltakere, derfor valgte vi å utføre forskningen i en elevgruppe.

Når vi skulle finne en klasse å gjennomføre vår forskning i, tok vi kontakt med rektorene på universitetskolene i Tromsø kommune. Dette fordi disse skolene er forpliktet til å ha et tett samarbeid med universitetet, samt kvalitetssikret av UIT (Skaalvik, 2014). Vi var interessert i å se på elevers begrepsutvikling i desimaltall, derfor måtte vårt utvalg bestå av elever som har hatt undervisning i emnet. Vi ville ha et kriteriebasert utvalg (Christoffersen & Johannessen, 2012) og kontaktet rektorene med ønske om å bli satt i kontakt med en lærer på mellomtrinnet som var interessert i vårt prosjekt. Vi kom i kontakt med en lærer på 5. trinn på en byskole. Han fikk en forklaring om at vi ønsket å kartlegge elevenes kompetanse innenfor desimaltall. Vi ble enig om å vente til etter jul, slik at elevene hadde gjennomgått kapittelet om desimaltall før vi kom. Læreren fikk ikke vite at vi var ute etter elevenes misoppfatninger, fordi det kunne være med på å styre hans undervisning. Vi var tydelige på at han skulle gjennomføre sin matematikkundervisning på den måten han brukte. Samtidig ble vi enige om at vi kunne få to undervisningstimer til kartlegging og tre undervisningstimer til aksjonene. Vi valgte å engasjere hele klassen i vårt prosjekt, fordi vi ønsket en reell klassesituasjon slik at vi kunne se hvilke endringer en enkelt lærer kan gjøre i en klasse. Det var enkelte elever som ikke var til stedet på før-kartleggingen og andre var borte på etter-kartleggingen. Disse er ikke tatt med i analysen.

3.5 Verktøy for datainnsamling

Metoden vi benyttet oss av for å samle inn data var karlegging og intervju. Gjennom tre de aksjonene som ble gjennomført fordelte vi rollene observator og lærer mellom oss. Observatøren observerte elevenes holdninger og kroppsspråk mens læreren kunne konsentrere seg om undervisningen. Dette gjorde vi for å sikre best mulig empiri. I ettertid forstod vi at vi ikke hadde tilstrekkelig med kunnskap om hvordan en skal utnytte metoden observasjon. Det ble tydelig med tanke på at vi ikke hadde begrenset eller klargjort hva som skulle bli observert, noe som førte til dårlige eller ingen notater og lite brukbar informasjon til å bruke i forskningen. Vi har derfor valgt å se bort fra observasjonene fordi kartleggingen og intervjuene ga oss nok data for å kunne gjøre en god analyse.

3.5.1 Før- og etter-kartlegging

For å kartlegge elevenes misoppfatninger valgte vi å bruke diagnostisk kartlegging. Hovedhensikten med diagnostisk kartlegging er å få en skriftlig oversikt over elevers kunnskapshull, for deretter finne ut hvilke tankeprosesser som skaper problemer (Löwing & Kilborn, 2002). Det er et verktøy for å innhente informasjon om hvilke elever som har behov for ekstra oppfølging. Det er viktig å gjøre det i et tidlig stadium slik at elevene ikke opplever å henge etter i opplæringsløpet (Utdanningsdirektoratet, u.å). Vi gjennomførte kartlegging av elevene både før og etter aksjonene.

Å kartlegge elevers kunnskapshull kan gjøres på ulike måter, blant annet gjennom å ha intervju eller samtale med elevene. En slik metode er tid- og resurskrevende, men vi anser det som nødvendig for å få tilstrekkelig data. Kartlegging har som nevnt hensikt å gi en systematisk oversikt over hva elevene trenger ekstra veiledning i og hvilke elever som har behov for oppfølging. I tillegg til å få en god oversikt, ville vi få muligheten til å sammenligne misoppfatninger før og etter aksjonene for å se om det var blitt endringer.

3.5.2 Intervju

Dialog mellom oss og informantene er et viktig datamateriale for å kunne svare på problemstillingen. Derfor må dialogen i intervjuet være målrettet inn mot å få en spesiell type informasjon. Intervju gir forskeren mulighet til å innhente mer detaljert informasjon som ellers kunne blitt oversett (Bjørndal, 2011).

For å kunne innhente tilstrekkelig informasjon er det en rekke valg som må gjøres. Vi anså alle elvene i klassen vi gjennomførte aksjonene i som vår målgruppe, derfor valgte vi å gjennomføre intervjuene på alle elevene. Elever har ulik forutsetning for utvikling og vi kunne derfor ikke forutse hvem som ville utvikle seg i løpet av perioden. Vi valgte å gjennomføre semistrukturert intervju. *Semistrukturert intervju har en overordnet intervjuguide som utgangspunktet for intervjuet, mens spørsmål, temaer og rekkefølge kan variere* (Christoffersen & Johannessen, 2012:79). I kartleggingsprøven ba vi elevene om å begrunne svarene sine skriftlig. Disse besvarelsene ble brukt som intervjuguide under intervjuene. Vi gikk på forhånd gjennom prøvene for å finne ut hvilke oppgaver som var interessante fra hver elev. Hovedspørsmålene vi stilte alle elevene var «hvordan har du løst denne oppgaven?» og «hvorfor er svaret ditt riktig?». Vi fokuserte på oppgaver som var interessante i forhold til å avdekke misoppfatninger, derfor ble elevene intervjuet om ulike oppgaver de hadde løst. Ved å ta utgangspunkt i elevenes kartleggingsprøver som intervjuguide kan en gi informantene større frihet til å uttrykke seg (Christoffersen & Johannessen, 2012). Intervju ga oss muligheten til å komme dypere innpå elevenes tanker, ved at elevene utdypet sine skriftlige svar på kartleggingen.

Når en gjennomfører individuelle intervjuer kan den som blir intervjuet slappe av og ikke fokusere på hvordan vedkommende fremstår, i dette tilfellet for medelever og lærere (Postholm & Jacobsen, 2011). Elevene har muligheten til å svare ærlig og ikke la svarene bli styrt av situasjonen. Siden vi innhentet personlig informasjon om elevers kunnskap egnet det seg best å ha samtalene individuelt. (Postholm & Jacobsen, 2011). Noen elever var usikre på å sette ord på deres tanker, og et slikt intervju kunne da oppleves tungt og frustrerende (McIntosh et al., 2007). Det var derfor viktig at vi oppmuntrer elevene til å forklare og beskrive under intervjuene. Vi måtte også være bevisst på at vi ikke startet å undervise eller hjelpe eleven med å komme frem til riktig svar, passende strategi eller korrekt tenkemåte, fordi dette kunne skape eventuelle forstyrrelser på elevenes egne tankeprosesser. Vår rolle i intervjusituasjonen var lyttere og spørsmålsstillere. Svarene elevene ga på spørsmålene måtte ikke vurderes av oss, nettopp fordi elevene er flinke til å plukke opp hva læreren ønsker fra dem (McIntosh et al., 2007). Hvert svar fra eleven ble betraktet som interessant og informativ, og vi var nøye med og ikke vise «glede» over rett svar hos elevene. Årsaken var at da bryter man prinsippet om å holde seg nøytral, noe som kan føre til at elevene mister lysten til å snakke (McIntosh et al., 2007).

For å dokumentere intervjuet benyttet vi oss av lydopptak. Med lydopptak følte vi at en kunne konsentrere seg om samtalen med eleven. I tillegg bidro transkripsjonene til å oppdage nye funn som vi ikke tok til betraktning under intervjuene (Postholm & Jacobsen, 2011). En elev hadde reservert seg for lydopptak, i dette tilfellet skrev vi ned elevens svar.

3.6 Valg av analysemetode

Kvalitativ forskning innebærer studering av menneskelig handling og språklige ytringer, noe som gir muligheter for flere gyldige alternative fortolkninger samtidig (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2010). Vårt datamateriale består av intervju, kartlegging og lydopptak. I likhet med vår forskning er analysearbeidet todelt. Først gjennomførte vi en analyse av interessante funn på forbedringer basert på kvantitative modeller med resultatene fra før- og etter-kartleggingen. Disse skal vi analysere, tolke og drøfte før vi går videre på en sammenligning av våre resultater med resultatene presentert i «Veiledning i tall og tallregning, E. G. I» av Brekke (1995). Den sentrale delen av vårt analysearbeid ligger i tolkningen av vår empiriske dataanalyse i lys av studiens teoretiske referanseramme (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2010). Denne delen handler om å analysere, tolke og drøfte begrepsutviklingen til utvalgte enkeltelever fra datamaterialet. Elevene har fått fiktive navn.

3.7 Etiske overveielser

Gjennom forskning kan det hende at det samles inn informasjon om identifiserbare enkeltpersoner, noe som impliserer juridiske forhold som må avklares (Christoffersen & Johannessen, 2012). Vi anser vår forskning som meldepliktig til NSD fordi deler av datamaterialet ble innhentet elektronisk (Se vedlegg 1). Vi brukte elevenes navn i lydopptakene, noe som blir personopplysninger som gjør det mulig å identifisere enkeltpersoner. Vi anså lydopptak som en nødvendighet fordi vi ønskettilstrekkelig med empiri til analysen. For å kunne innhente informasjon gjennom lydopptakene fra aksjonene valgte vi å bruke navn på deltagerne under innhentingen av data. Etter denne uken med innhenting av data ble alt av navn tildekket og byttet ut med nummer. Dette slik at utenforstående ikke kan identifisere elevene i vårt datamateriale.

Ohnstad (2015) definerer etikk som systematisk refleksjon over moralsk atferd, mens moral er en samling av oppfatninger av hva som er riktig og galt å gjøre (Ohnstad, 2015:15). Vi som forskere har både etisk og juridisk ansvar gjennom forskningsarbeidet. Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har vedtatt forskningsetiske retningslinjer som forskere må forholde seg til under forskningsarbeidet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Disse retningslinjene kan sammenfattes i tre typer hensyn som forskeren må tenke gjennom; informantenes rett til selvbestemmelse og autonomi, forskerens plikt til å respektere informantenes privatliv og forskerens ansvar for å unngå skade (Nerdrum 1998, i Christoffersen & Johannessen, 2012:41). Informantenes rett til selvbestemmelse og autonomi handler om deltagerens rett til å bestemme over egen deltagelse. Deltagelsen må gi skriftlig samtykke til deltagelse før forskningen kan begynne. Deltageren kan selv bestemme når en ønsker å trekke seg uten protester. I vårt tilfelle var det umyndige deltagere, derfor måtte foreldrene/foresatte til deltagerne også samtykke til deltagelse i vårt prosjekt. I skrivet til informantene informerte vi om prosjektets og ba foreldrene samtykke for hvilke deler av prosjektet de ønsket at sin sønn eller datter skulle delta på. Her var det noen som reserverte seg for lydopptak. Dette løste vi ved å benytte oss av penn og papir under intervjuene. Ingen av deltagerne har i ettertid trukket seg fra prosjektet.

Det neste hensynet som måtte tas er forskerens plikt til å respektere informantenes privatliv. Dette handler om deltagernes rett til å bestemme hvem de vil «slippe inn» i livet sitt og hvilken informasjon som «slippes ut» (Christoffersen & Johannessen, 2012). I vårt tilfelle var vi ikke interessert i personopplysninger om deltagerne. Vi kartla elevenes kunnskapsnivå innenfor desimaltall. Våre resultater kan være representative for hvilken som helst skoleklasse i Norge, og er derfor ikke sensitive opplysninger etter anonymisering. For å kunne gjennomføre analysearbeidet vårt måtte vi oppbevare opplysninger om informantene over lengre tid. Elevenes personopplysninger forvaltes ved anonymisering i vår tekst. Skriftlig materiale oppbevares utilgjengelig for utenforstående. Lydopptakene som ble gjort under intervjuene og aksjonene transkribertes og anonymisertes like etterpå. Lydopptakene slettet umiddelbart etter endt transkribering. Elevene ble nummerert med tall i all skriftlig materiale. På den måten er det kun vi som kan identifisere elevene i ettertid. På denne måten vernet vi om elevenes identitet.

Det tredje hensynet som måtte tas var forskerens ansvar for å unngå skade. Dette handler om vurderingen av datainnsamlingens konsekvens for deltagerne. Kan innsamlingen av data berøre sårbare og følsomme områder som det kan være vanskelig for deltageren å bearbeide og komme seg ut av igjen, må deltagernes belastning overveies (Christoffersen & Johannessen, 2012). Vår forskning anser vi som ufarlig for deltagerne.

Utdanningsdirektoratet og Skolens landsforbund har utarbeidet lærerprofesjonens etiske plattform (Utdanningsforbundet, 2014). Formålet med denne plattformen er å videreutvikle lærerprofesjonens etiske bevissthet (Utdanningsforbundet, 2014). Vi som forskere i skolen har også et ansvar for å handle i samsvar med den etiske plattformens verdier og prinsipper. Vi valgte at alle elevene i klassen fikk delta på vårt prosjekt, uansett etnisk bakgrunn eller kunnskapsnivå. Dette fordi ingen skulle føle seg krenket eller ekskludert i vårt arbeid. Vi var åpne om hva vi skulle gjøre i klasserommet med faglig veileder innenfor matematikken. På den måten forsikret vi oss om at våre faglige og pedagogiske overveielser var best mulig med tanke på elevenes læring. Vi respekterte alle elevenes forutsetninger, og la opp undervisningen slik at alle skulle føle mestring i løpet av aksjonene. På den måten skulle alle føle seg inkludert i undervisningen. Gjennom grundig gjennomgang av teori og litteratur på fagfeltet forsikret vi oss om at arbeidet i klasserommet og i kartleggingsprøvene var faglig og pedagogisk oppdatert.

3.8 Oppsummering

Vårt datamateriale består av to kartleggingsprøver og tre aksjoner, hvor dataen er samlet inn ved hjelp av lydopptak, skriftlig materiale fra elevene og feltnotater. Vi begynte med å gjennomføre en før-kartlegging av elevenes kompetanse i emnet desimaltall, med hensikt å avdekke misoppfatninger hos elevene. Etter denne kartleggingsprøven analyserte vi prøvene for å kunne utforme tre aksjoner som skulle være med på å bidra til en utvikling hos elevene. Deretter gjennomførte vi en etter-kartlegging for å se på endringen hos elevene. Hele elevgruppen som var til stedet på skolen var involvert i prosjektet.

4 Aksjon

I dette kapittelet vil vi gå i dybden på utformingen av kartleggingsprøven. Hvordan vi utformet de forskjellige oppgavene, samt hvilke misoppfatninger de ulike oppgavene kartlegger. Videre presenterer vi de tre aksjonene som vi gjennomførte med klassen. Her beskriver vi utformingen og gjennomføringen av aksjonene.

4.1 Utforming av kartleggingsprøven

I arbeidet om å utforme prøven var det viktig å fokusere på få oppgaver som kunne bidra til å svare på vår problemstilling. Oppgavene utformet vi med utgangspunkt i Gard Brekkes (1995) veiledningshefte: *«veiledning til tall og tallregning, E, G, I»*. Kartleggingsprøvene var et viktig verktøy gjennom hele forskningen fordi den bruktes til analyse av resultat, intervjuguide og utforming av aksjonene. Kartleggingsprøven ligger som vedlegg 3.

Vår hensikt var å kartlegge om elevene hadde en «propp» innenfor desimaltall, derfor er det hensiktsmessig å få oversikt over forventet kunnskapsnivå ut i fra lærerplanen (Nygaard & Zernichow, u.å). Vi kjente ikke til klassen fra før av, og viste derfor ikke hvilken type oppgaver elevene var kjent med. For å finne ut hvilke oppgaver som var relevante for oss, satt vi oss først inn i hvilke kompetanser elevene burde mestre innenfor desimaltall etter 4. trinn, samt hvilke kompetansemål de skal oppnå etter 7. trinn.

Kompetansemål etter 4 trinn, som lyder slik:

> «*Beskrive og bruke plassverdisystemet for dei heile tala, bruke positive og negative heile tal, enkle brøkar og desimaltal i praktiske samanhengar og uttrykkje talstorleikar på varierte måtar*» (Utdanningsdirektoratet, 2014a:39)

Kompetansemål etter 7 trinn, som lyder slik:

> *«Beskrive og bruke plassverdisystemet for desimaltal, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent og plassere dei ulike storleikane på tallina» (Utdanningsdirektoratet, 2014a:40)*

For å få bedre innsikt i hva elevene hadde gjennomgått gikk vi gjennom læreverket *«Multi»* (Gyldendal, u.å). På 4. trinn skal elevene jobbe med desimaltall tilknyttet målinger på tallingen og som abstrakt matematisk begrep. På 5. trinn er det et eget kapittel i Multi som heter desimaltall (kap 3) (Alseth, Nordberg, & Røsseland, 2013). Multi beskriver kapittelet som den første grundige introduksjonen av desimaltall: *«Elevene lærer å dele en ener i tideler og tideler i hundredeler. Elevene lærer avrunding og hvordan det kan brukes til å gjøre overslag. De lærer addisjon og subtraksjon av desimaltall, både på tallinjen og gjennom oppstilte metoder»* (Alseth et al., 2013:68). I løpet av 5. trinn skal elevene lære seg å skrive og bruke tall med to desimaler, plassere desimaltall på tallinjen, runde av desimaltall og legge sammen og trekke fra med desimaltall (Alseth et al., 2013).

Ut i fra målene i K06, læreverket «Multi» og Brekkes åtte ulike aspekter, utarbeidet vi en kartleggingsprøve (Brekke, 1995). Hensikten med kartleggingsprøven var å gi oss en oversikt over om elevene hadde misoppfatninger om desimaltall, samt hvilke misoppfatninger de hadde. For at resultatene til kartleggingsprøven skulle ha høy kvalitet, var det nødvendig å ha oppgaver som tok for seg alle åtte aspektene Brekke (1995) presenterer. Videre ønsket vi å gjennomføre en før- og etter-kartlegging for som nevnt få en systematisk oversikt over svarene til elevene. Målet med sammenligningen var å se om vi lyktes i vår aksjonsforskning, med å skape en endring hos elevenes begrepsforståelse.

4.1.1 Sammenligning av desimaltall

Som nevnt i kapittel 2.6 presenterer Brekke (2002) åtte ulike aspekter ved forståelsen av desimaltall. Ut ifra hva vi fant ut om oppgavene og innholdet i «Multi» valgte vi å ta for oss fire aspekter innenfor misoppfatninger i desimaltall (se kapittel 2.6). Det første aspektet var *sammenligning av desimaltall.* Under dette aspektet trekker Brekke (1995) frem misoppfatningene om at elevene tror at det korteste desimaltallet er minst, og det lengste størst. Forklaringen bak denne misoppfatningen er at elevene ser på tallet bak komma som et helt tall. Den samme misoppfatningen blir presentert i håndboken «Alle Teller» (McIntosh et al., 2007). Her illustrerer de denne misoppfatningen som at *0,1504 er større enn 0,150 fordi 1504 er større enn 150* (McIntosh et al., 2007:21). I tillegg trekker de fram at noen elever også tror at jo færre desimaler tallet har, jo større er tallet. Et eksempel på dette er at *0,1504 er mindre enn 0,150 fordi det har titusendeler, og det er mindre enn tusendeler* (McIntosh et al., 2007). Vi valgte å ha to oppgaver som avdekker disse misoppfatningene i kartleggingsprøven.

Oppgave 1

A) Sett en ring rundt det **minste** av disse tallene
0,62 0,258 0,3 0,52 0,7

B) Hvorfor er dette tallet minst?

C) Sorter tallene fra **minst til størst**

Oppgave 2

A) Sett en ring rundt det **største** av disse tallene
0,649 0,87 0,7 0,25 0,9

B) Hvorfor er dette tallet størst?

C) Sorter tallene fra **størst til minst**

Utsnitt fra vedlegg 3: Oppgave 1 og 2 fra kartleggingsprøven

I oppgave 1A ønsket vi å se om elevene ville svare 0,3 som minst, fordi det kan indikere en misoppfatning om at desimaltall er par av hele tall, altså de tror at det korteste desimaltallet er minst. Noen elever kan tro at 0,258 er minst, fordi det inneholder tusendeler, noe de andre tallene ikke har. Gjennom oppgave 1A vil ikke i seg selv kartlegge om elevene innehadde misoppfatninger, derfor ber vi elevene om å begrunne svaret sitt. På den måten fikk vi synliggjort om elevenes forståelse bak hvorfor det tallet er minst. Gjennom oppgave 1B og 2B må elevene beskrive hvorfor deres svar er rett.

4.1.2 Desimalnotasjon

Det andre aspektet vi ønsket å kartlegge var elevenes kompetanse innenfor *desimalnotasjon*. Desimalnotasjon betyr at elevene overser komma, eller ser på tallene framfor og bak komma som to separate tall (Brekke, 1995). Misoppfatningen bak dette aspektet handler om symboliseringen av desimaltallene. Håndboken *Alle teller* trekker også fram denne misoppfatningen og forklarer at en vanlig misoppfatning er at *alle nullene på desimalplassene påvirker størrelsen på tallet* (McIntosh et al., 2007). Under intervjuene fikk vi også muligheten til å høre hvordan elevene uttalte tallene, noe som gjorde det lettere å se hvor misoppfatningen lå.

Oppgave 3
Som svar på en matematikkoppgave fikk Olav 4,9 og Lise 4,90

A) Er det noen forskjell på svarene?

B) Forklar hvordan du kom fram til svare ditt i a:

Utsnitt fra vedlegg 3:Oppgave 3 fra kartleggingsprøven

Elever som tolker 4,90 som «firehundrede og nitti» overser desimalkommaet. Eleven vil da tro at det er forskjell mellom svarene fordi 490 er mer enn 49. Elever som tolker det som «fire og nitti» tenker at det er to naturlige tall som er separert ved hjelp av desimalkommaet. Eleven vil da tro at tallene er forskjellig fordi verdien bak komma er 9 i 4,9 og 90 i 4,90.

Desimalnotasjon handler om symbolisering av desimaltallene (Brekke, 1995). Med det menes det at elever kan dømme et tall ut i fra dens utseende, og si at det er et desimaltall fordi det ser ut som det. For eksempel vil elever som innehar denne misoppfatningen mene at ei digital klokke som viser tiden 9.52 være et desimaltall. Brekke (2002) trekker fram misoppfatningen om desimalnotasjon som rota til mange andre feil og misoppfatninger. Som for eksempel misoppfatningen om at desimaltall består av to hele tall, der elevene ser på kommategnet som skille mellom to hele tall. Derfor valgte vi en oppgave som tok for seg misoppfatning om desimalnotasjon, for å se om elevene innehar rota til flere misoppfatninger.

4.1.3 Null som plassholder

Det tredje aspektet vi ønsket å kartlegge var elevenes kompetanse innenfor *null som plassholder*. Her handler det om forståelsen av null som plassholder for å fylle opp en tom plass, både hele tall og desimaltall (Brekke, 1995).

Oppgave 4
Skriv som ett desimaltall

A) 8 tiere 3 enere og 5 tideler

B) 3 hundrere 7 enere og 4 tideler

Utsnitt fra vedlegg 3:Oppgave 4 fra kartleggingsprøven

Oppgave 4 handler om plassering av siffer i et desimaltall (Brekke, 1995). Her kan vi se om elevene skriver tallene slik som de står, eller om de leser hvilken posisjon tallet har. Elevene som ikke innehar kunnskap om de ulike posisjonene i desimaltall og enkelte tilfeller også heltall vil plassere i samme rekkefølge som skrevet i oppgaven (Brekke, 1995). Det kan også være ulikt om de skriver med eller uten komma. I oppgave 4B vil vi også kartlegge om elevene evner å bruke null som plassholder, til tross for at null er knyttet til heltallsdelen. Hvis elevene svarer 37,4 på 4B vil det indikere på misoppfatning om null som plassholder, samt at de ikke har tilstrekkelig kunnskap om de ulike posisjonene til desimalene.

Oppgave 5
Skriv riktig tall i ruta

A) $3{,}46 = 3 + 0{,}2 + \boxed{}$

B) $6{,}1 + \boxed{} + 3 = 14{,}4$

C) $\boxed{} - 0{,}13 - 0{,}4 = 0{,}93$

Utsnitt fra vedlegg 3:Oppgave 5 fra kartleggingsprøven

Oppgave 5 i tillegg til oppgave 4 kartlegger om elevene kan bruke null som plassholder (Brekke, 1995). A og B inneholder enkle tall hvor fokuset ikke ligger på deres addisjonskunnskaper, men forståelsen av null som plassholder. Oppgave 5A vil være mer utfordrende enn B, siden de må ta posisjonene til desimalene til betraktning. Dermed vil vi kunne se om elevene evner å bruke null som plassholder. En vanlig misoppfatning her er at eleven ikke har tilstrekkelig kontroll på posisjonssystemet. Derfor kan det være vanskelig å vite hvilke tall som skal adderes eller subtraheres med hverandre. Forstår eleven at for å få 3,46 må en legge til 2 tideler og 6 hundredeler, innehar eleven tilstrekkelig kunnskap for å mestre oppgaven. Hvis eleven tror at en må legge til 4 tideler og 4 tusendeler innehar ikke eleven tilstrekkelig begrepsforståelse for posisjonssystemet.

På oppgave 5C må elevene finne et større tall for å trekke fra 0,13 og 0,4. Noe som kan være problematisk for mange. For å løse oppgaven kreves det regneferdigheter, beherskelse av null som plassholder og forståelse for posisjonssystemet.

Oppgave 6
Skriv INGEN hvis du mener at det ikke fins noe svar på disse oppgavene. Ellers skal du skrive et tall som er:

A) Større enn 4 men mindre enn 5

B) Større enn 7,6 men mindre enn 7,7

C) Større enn 0,52 men mindre enn 0,53

D) Større enn 2 men mindre enn 2,1

Utsnitt fra vedlegg 3:Oppgave 6 fra kartleggingsprøven

Oppgave 6 handler om å finne et tall som ligger mellom to gitte tall. Her må eleven vite hvor han kan sette null for å finne et mindre tall. Eksempelvis må null være plassholder for tidelsplassen for å finne et tall som er større enn 2 men mindre enn 2,1. I tillegg kan vi se om elevene vet at det finnes uendelig mange desimaltall (Brekke, 1995). Mange vet at det finnes tideler, hundredeler, tusendeler, men innehar ikke kunnskap om hva posisjonene representerer eller betyr. Med oppgaven får vi kartlagt om eleven selv kan bruke ulik verdi for å finne tall som er større enn et gitt tall, men mindre enn et annet gitt tall

4.1.4 Posisjonssystemet

Det fjerde aspektet vi ønsket å kartlegge var elevenes kompetanse innenfor *posisjonssystemet*. Posisjonssystemet er viktig for å kunne opparbeide seg en god forståelse av desimaltall (Brekke, 1995). Å forstå posisjonssystemet innenfor desimaltall innebærer at eleven har kunnskapen om desimaltallenes verdi. 0,287 har verdien to tideler, åtte hundredeler og 7 tusendeler, noe som er det samme som 287 tusendeler.

Oppgave 7

Hvilket siffer står på hundredelsplassen i tallet 3,462? (sett ring)

A) 3 B) 4 C) 6 D) 2

Utsnitt fra vedlegg 3:Oppgave 7 fra kartleggingsprøven

Ut i fra oppgave 7 ville vi se hvilken forståelse elevene har for desimaltallsplassene. En vanlig feil hos elevene troen på at plassene bak komma speilvendes på desimaltall. Det kan en se gjennom svarene til elevene med at, hvis eleven tror 4 tallet står på hundredelsplassen. En annen misoppfatning er at posisjonene bak komma er likt som framfor, og vil dermed svare at 2-tallet står på hundredelsplassen.

4.2 Beskrivelse og gjennomføring av aksjonene

Ut i fra kartleggingen planla vi tre undervisningsopplegg. Vi tok utgangspunkt i kompetansemålene for matematikk i kunnskapsløftet når vi satt opp delmål for undervisningstimene. Vi tok i hovedsak hensyn til kompetansemålet etter 7. trinn, som lyder slik:

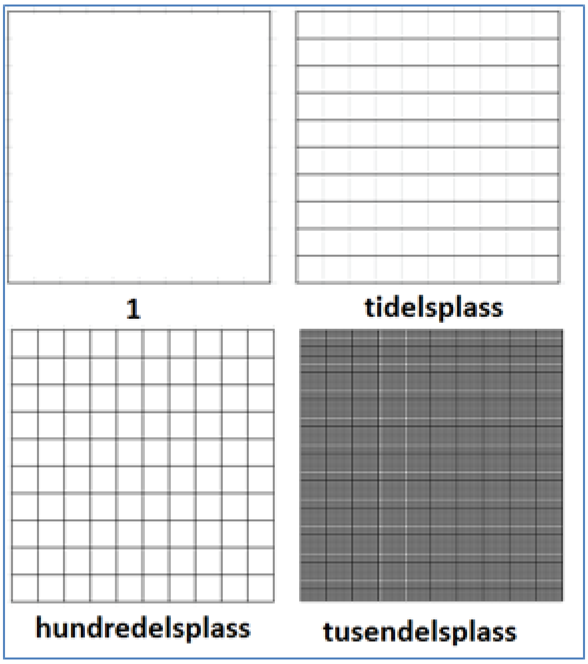
> *«Beskrive og bruke plassverdisystemet for desimaltal, rekne med positive og negative heile tal, desimaltal, brøkar og prosent og plassere dei ulike storleikane på tallina» (Utdanningsdirektoratet, 2014a:40)*

Ut i fra kompetansemålene i K06 utarbeidet vi egne mål for våre tre undervisningstimer.

4.2.1 Aksjon 1

Målet for timen: *«Jeg vet hva et desimaltall er og kan forklare hvilken verdi en tidel og hundredel representerer».*

Målet for den første aksjonen var å jobbe med *desimaltall som symbol for del av en hel*. Undervisningstimen startet med å snakke om desimaltall som en del av en helhet. For å gjøre det benyttet vi oss av rutenett på en interaktiv tavle. Vi brukte et 10x10 rutenett for å representere en hel, hvor hver rute representerte 0,01 og hver rad eller kolonne representerte 0,1. Forklarte elevene at en hel er det samme som ti tideler. Vi skrev på tavlen 1,0 og fargela alle radene. Deretter fikk elevene muligheten til å komme opp på tavlen for å fargelegge et gitt desimaltall. Elevene argumenterte for valg av antall fargelagte rader, samt fortalte hvor mange som manglet for å få en hel. Videre innførte vi tideler og hundredeler i rutenettet. Vi valgte å spørre klassen hvor mange hundredeler det er i en tidel, deretter hvor mange hundredeler i en hel. På den måten ble rutenettet delt inn i både tidelsrader og hundredelsruter. For at elevene skulle forstå at rute og rad har ulik mengde (som tidel ved å fargelegge hele raden, eller hundredel ved å fargelegge en rute) spurte vi elevene om vi fremdeles kan fargelegge 0,7, når den hele er delt inn i 100 ruter. Klassen ble enig om at det kunne vi. Før vi gikk videre hørte vi om klassen hadde forstått at tidelsraden nødvendigvis ikke bare går vannrett, men også loddrett. Klassen sa seg enig, fordi det var like mange ruter oppover som bortover. Elevene kom opp til tavlen igjen for å fargelegge desimaltall med både tideler og hundredeler. Elevene måtte fortsatt argumentere for svaret sitt. Hvis eleven sto fast, ba vi han eller henne om å spørre klassen om hjelp. Sammen ble de enige om svarets korrekthet, samt en forklaring. Vi som lærere var bevist på å ikke si om svaret var rett eller galt, men å få klassen i fellesskap til å komme med en forklaring. Vi var også opptatt av å få fram ulike løsningsstrategier fra elevene.



Illustrasjonsbilde fra undervisningen

Grunnen til at vi ikke ønsket at fokuset skulle være på om svaret var korrekt eller ikke, var fordi vi ønsket å ha fokuset på elevenes løsningsstrategier. Hvordan elevene velger å løse oppgavene forteller oss om de innehar en misoppfatning eller en slurvefeil. I tillegg var det viktig for oss at elevene fikk muligheten til å fortelle sine ulike løsningsstrategier til hverandre for at de skulle lære av hverandre. En elev som strever kan lære gjennom å høre på sine klassekamerater, altså gjennom interaksjon med andre elever vil den enkelte elev tilegne seg mer kunnskap så en i senere tidspunkt kanskje mestrer å utføre samme oppgave på egenhånd (Strandberg, Manger, & Moen, 2008).

Når elevene viste sikkerhet i å fargelegge inn ett og ett tall, brukte vi også rutenettet til addisjon og subtraksjon av desimaltall. Vi valgte å bruke rutenettet her også, fordi kartleggingsprøven viste at elevene hadde vanskeligheter med å addere og subtrahere med desimaltall. Med tanke på hvilke tall som skulle regnes ut med hverandre, samt vite når tidelene ble over til enere. Etter gjennomgangen på tavlen fikk elevene utdelt et hefte med addisjon og subtraksjonsoppgaver som de skulle løse ved hjelp av rutenett. Det liten tid for elevene til å arbeide selvstendig, men alle elevene fikk prøvd seg på minst tre oppgaver. Mens elevene arbeidet gikk vi rundt for å høre på forklaringene på deres svar og bidra til støtte der det var nødvendig.

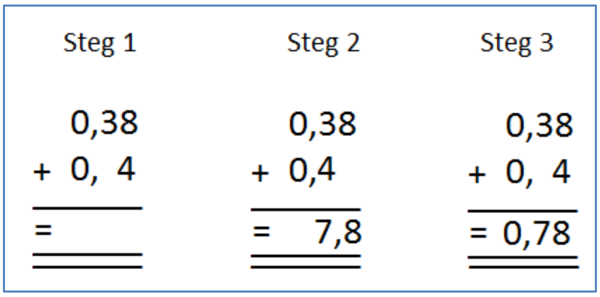
4.2.2 Aksjon 2

Målet for timen: *«Jeg kan addere to desimaltall ved hjelp av ulike løsningsstrategier.»*

Undervisningstime nr. 2 begynte med et tilbakeblikk på aksjon 1, der elevene fortalte hva vi gjorde og lærte. Med en undervisningsmetode der elevene var aktive ville vi åpne opp for at elevene var aktive i egen læring. Piaget trekker frem at elever lærer gjennom (fysiske) aktiviteter (Schunk, 2014), derfor valgte vi en aktivitet der elevene skulle være i lærerrollen, mens vi som lærere skulle ta elevrollen. Det innebar at elevene fikk presentert et regnestykke med to forskjellige svar, der deres oppgave var å komme frem til hvilke løsningsstrategier som ga de ulike svarene. Gjennom hele aktiviteten gjorde vi akkurat det elevene fortalte oss. Hensikten var at elevene skulle selv oppdage hvis for eksempel vi satt opp regnestykket feil og korrigere oss. På den måten ville de utvikle begrepsforståelsen, med at de måtte bruke de riktige begrepene for at vi skulle klare å utføre regnestykket korrekt. Oppgaven løste elevene i fellesskap, mens vi skrev på tavla det elevene forklarte oss. Vi presenterte oppgaven slik:

> *«Vi hadde en liten diskusjon i går fordi vi prøvde å regne ut en desimaltallsoppgave, men ble ikke enig fordi vi kom frem til forskjellig svar. Oppgaven var 0,38+0,4. Jeg fikk svaret 0,78 og Kathrine fikk svaret 0,42.»*

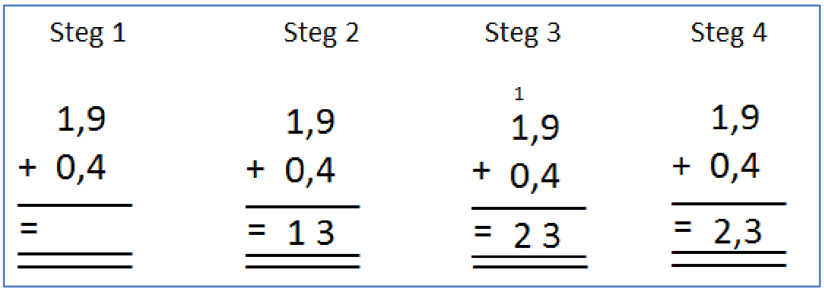
Elevene kommer med forslag til hvilke løsningsstrategier vi brukte for å komme frem til vårt svar. Her var det mange som kunne si at 0,78 var det riktige svaret, men ingen elever evnet å argumentere for sin påstand. Derfor valgte vi å hjelpe elevene litt på vei, ved å si at en kan prøve å sette opp regnestykkene, med å plassere de over hverandre. Når vi stilte opp regnestykkene gjorde vi som nevnt bevist feil for å se om elevene oppdaget det.



Illustrasjonsbilde fra undervisningen

Som illustrasjonsbildet viser satt vi firetallet på hundredelsplassen. Vi sa ikke noe eller gjorde uttrykk for at dette var feil, men spurte heller *«hva gjør vi nå for å svare på oppgaven?»*. Det var flere elever som rakk opp hånden og en av elevene sa *«det blir ikke riktig, du må sette 4 på tierplassen fordi det ikke er noe null*.» Vi satte da firetallet på tierplassen, for deretter å bli korrigert med at hun mente tidelsplassen. Ut ifra besvarelse tolket vi at eleven hadde kunnskap om plassering av siffer i et desimaltall. Videre i arbeidet spurte vi klassen om hjelp, fordi vi var usikre på hvordan man regner ut regnestykket når det er et tomrom på hundredelsplassen. En av elevene kom med forklaringen *«du kan regne det ut. Hvis det står ingenting der så er det det samme som et null. 8+8 eller 8+ingenting blir 8»*. Deretter fikk vi svaret på hva neste steg var (3+4) og fikk beskjed fra klassen om å «sette komma» for å komme fram til svaret. I og med at elevene ikke trakk ned null-tallet, satt vi komma mellom 7 og 8-tallet. *«Nei!»* utbrøt samme eleven, *«du må ta 0+0=0 og sette komma der det er fra før av»*. Etter seansen rakk en av elevene opp hånda, «*Når du regnet ut så tok du 4 på* *tidelsplassen, mens når Kathrine regnet ut så hadde hun den på hundedelsplassen. Derfor får hun feil svar»*. Her viser elevene oss at de evner å bruke komma, noe som forteller oss at de er på vei å beherske desimalnotasjon. I tillegg til at de kan bruke null som plassholder.

Elevene fikk en fellesoppgave til på tavlen. Oppgaven var nå å sette opp 1,9+0,4 regnestykket for så å løse den i fellesskap. Elevene forklarte muntlig hvordan vi skulle stille opp regnestykket. Fortsatt hadde elevene lærerrollen, som innebar at de måtte være nøye i sine forklaringer, samt justere vår utregning underveis.



Illustrasjonsbilde fra undervisningen

En elev kom med forslag om at *«du må ta 9 tideler pluss 4 tideler. Det blir 13»*. Vi gjorde som eleven sa. Blir korrigert av eleven med *«Du må sette en liten strek der oppe og 3 på tidelsplassen»*. Vi ber om forklaring på hva han mener med «strek», og velger å trekke frem rutenettet fra første undervisningstime. For at elevene visuelt skulle se hva som skjer når en setter et tall i mente. Mente er tall som man under addisjon av flersifrede tall må ha «i minne» hver gang summen av en sifferkolonne er lik eller større enn ti (Aarnes, 2009). Her benyttet vi muligheten til å repetere hvor mange rader som måtte fylles opp før vi hadde en hel og hva som skjedde med «resten». Videre fikk vi vite at 1+1=2, og skrev 2 på enerplassen. En av elevene rakk opp hånden med forklaringen at *«du glemte komma, det skal være til høyre for totallet»*. Elevene ga uttrykk for at de syntes vi var alt for nøye med forklaringene på de ulike stegene i utregningen. Vi mente fortsatt at metoden ville være med på å bidra til utvikling av deres begrepsforståelse.

Etter tavleseansen fikk elevene fire addisjonsoppgaver som de skulle løse selv. Her satt vi fokus på at de selv skulle velge løsningsstrategi, men de måtte evne å forklare hva de har gjort for å komme frem til svaret. Her arbeidet vi på arbeidsmåten IGP. Bjørnsrud (1999) beskriver IGP-modellen som en arbeidsmetode som bygger på individuelt forarbeid, drøftinger i grupper og plenumsmøter, hvor hensikten er å få fram en refleksjonsspiral som resulterer i felles kollegiale referanserammer (Bjørnsrud, 1999). Elevene løste oppgavene individuelt, før de skulle sammenligne og diskutere svarene sine med sidemannen. På den måten fikk elevene komme frem til et felles svar for gruppen, slik at det ikke skulle være like skremmende å si svaret sitt høyt. I tillegg fikk elevene øvd på å forklare hverandre hva de hadde tenkt når de løste oppgaven, samt finne ut sammen hvor eventuelle feilen i utregningen hos hverandre var. Dette opplevdes som en positiv opplevelse for elevene, og de var villige til å forklare sidemannen hva de hadde gjort for å komme frem til svaret. IGP metoden åpnet opp for at elevene kunne arbeide individuelt, dette ga elevene muligheten til å tolke den eventuelle nye kunnskapen de fikk ut i fra fellesoppgavene opp mot den kunnskapen elevene allerede har. Prosessen der elevene prøver å skape mening mellom den kunnskapen de innehar fra før og den nye kunnskapen de tilegner seg kaller Piaget for assimilasjon (Lyngsnes & Rismark, 2014).

Når elevene hadde svart på oppgavene gikk vi gjennom oppgavene i fellesskap (plenum). Her var ikke målet å komme med riktig svar, men forklaringen på prosessen fram til svaret. De fleste av elevene hadde løst oppgaven ved å sette de opp under hverandre, mens noen hadde valgt å regne bortover. En av elevene som regnet bortover forklarer seg slik;

> ***Elev****: Jeg tar bak komma først så foran.*
>
> ***Oss:*** *Begynner du på tidelsplassen eller hundredelsplassen?*
>
> ***Elev****: Hundredelsplassen.*
>
> ***Oss:*** *Hvorfor?*
>
> ***Elev****: Fordi at hvis det blir mer så må jeg begynne helt på nytt for da går det jo ikke.*
>
> ***Oss****: Ja… men hvor mange hundredeler må du ha for at det skal gå over til tideler?*
>
> ***Elev:*** *10*

En annen elev forklarer seg slik:

> ***Oss:*** *hadde du gjort noe annet?*
>
> ***Elev:*** *Det som sto på tavla, men jeg stoppet på første oppgave og så gjorde jeg både bortover og nedover.*
>
> ***Oss:*** *Hva gjør du når du regner bortover?*
>
> ***Elev:*** *Jeg tar hundredelsplassen + den andre hundredelsplassen og sånn fortsetter jeg.*
>
> ***Oss:*** *Enn om du får mer enn 10 hundredeler? Hva gjør du me de som blir over 10?*
>
> ***Elev:*** *Da putter jeg bare en på tallet som er før, ja før..*
>
> ***Oss:*** *Hva heter den plassen?*
>
> ***Elev:*** *Tierplassen?*
>
> ***Oss:*** *Nesten..*
>
> ***En annen elev hjelper henne;*** *tidelsplassen*
>
> ***Elev:*** *Da legger vi det over dit.*

Med en slik tilnærming vil elevene få øvd seg på å legge ord på sine tanker og høre andre formuleringer og tankemetoder. Ved å arbeide på denne måten fikk vi ikke for mange innslag, og fikk derfor tiden til å lytte og bruke tid på hver enkelt gruppe sitt bidrag. Elevene var villig til å forklare og dele, og hjalp hverandre når de ikke klarte å forklare seg, for eksempel navnet på de ulike plassene til tallene. Her var elevene delaktig i et fellesskap, der de alle var en del av læringen (Bråten, 2002).

Før timen var slutt spurte vi elevene om de hadde lagt merke til måten vi uttalte desimaltallene. «Du sier 0,8 6 istedenfor åttiseks». Her fikk vi først forklaringen *«fordi det er* *lettere å høre hva du sier»*, før en annen elev forklarte at *«det er fordi det er hundredelsplassen og tidelsplassen, og da blir 6 tallet en ener istedenfor en hundredel»*. Vi valgte å si at vi snakker om hundredeler og tideler, derfor kan en ikke si *«åttiseks»*, og avsluttet timen. Noe mer fokuserte vi ikke på dette, nettopp fordi elevene skulle få tid til å tenke litt over dette til neste time.

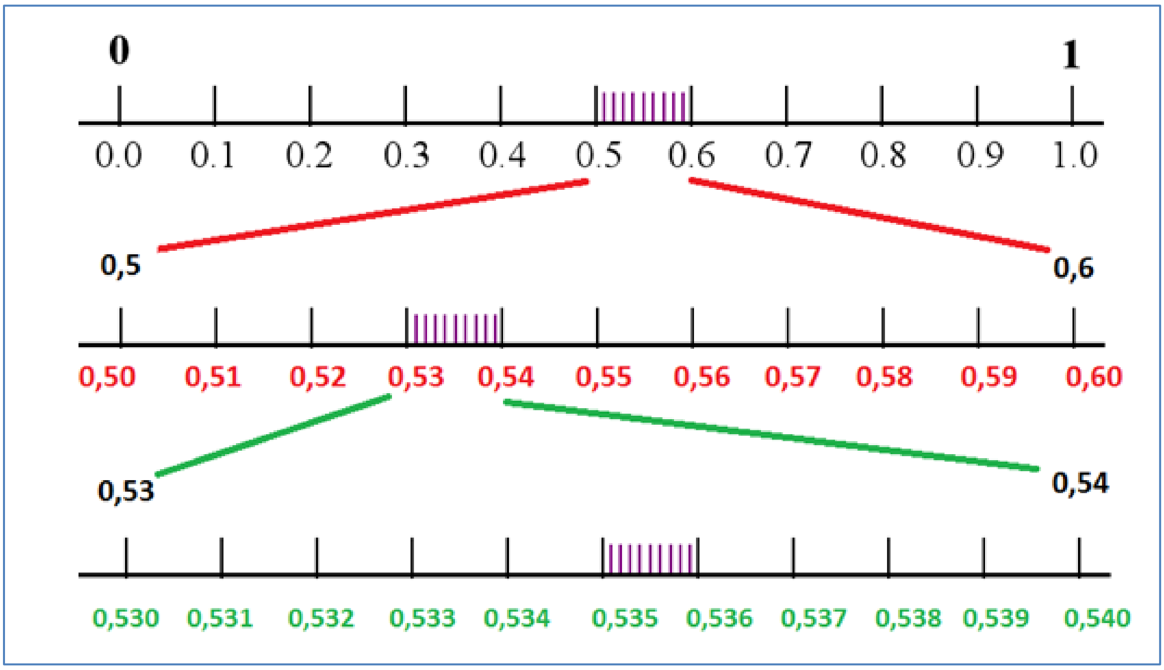
4.2.3 Aksjon 3

Målet for timen: *«Jeg kan beskrive og bruke plassverdisystemet for tideler, hundredeler og tusendeler. Jeg kan sammenligne desimaltall med ulik antall desimaler.»*

Timen begynte med et tilbakeblikk på det vi hadde gjort tidligere i uken. Elevene gjentok hvordan man på ulike måter kan løse addisjon i desimaltall. Her var det tre strategier som kom opp; sette tallene under hverandre, telle rutenett og fargelegge eller addere bortover.

Tredje og siste undervisningstime skulle ta for seg tallinjen som en metode. Vi spurte om noen elever hadde hørt om ei tallinje, og ingen av elevene responderte. Vi ga de et hint ved å spørre «*På ei tallinje, er det bestemt hvordan tall som må være med? Må den går fra 0 til 100*?» En av elevene svarer «*nei*» og vi ber om en utdypelse av svaret, «*du trenger bare å telle opp så mange du trenger*». Vi valgte å forklare hva en tallinje er og hva den kan brukes til. Vi viste en tallinje, og forklarer at man alltid bare ser et lite utsnitt av tallinjen, fordi vi har uendelig mange tall noe som gjør tallinjen uendelig lang. Vi brukte tallinjen for å studere hva som befinner seg mellom tallene, hva desimaltallene betyr og hvor mange desimaltall det finnes. Med en PowePoint-framvisning som støtte for å visualisere, gikk vi gjennom tallinjen.

Vi begynte med at en skulle finne tidelene mellom 0-1. Her viste vi en tallinje hvor kun tallet 0 og 1 var plassert:



Illustrasjonsbilde fra undervisningen

Vårt spørsmål til klassen var «*hvor mange streker må det være mellom tallet 0 og 1 for å fylle opp tidelene?*»

> ***Elev:*** *10*
>
> ***Oss:*** *Hvorfor må vi ha ti streker mellom?*
>
> ***En annen elev****: fordi det skal bli noe som 0,1 0,2…*
>
> ***Oss:*** *Ja. Hvor mange streker må det være mellom 0 og 1, når 0 har sin strek og 1 har sin strek?*
>
> ***En tredje elev:*** *det må være ni fordi 0 har en strek og 1 har en strek*
>
> ***Oss:*** *Ja, vi må ha ni streker mellom for den tiende streken blir på 1-tallet. Hva heter tallene som skal stå på disse ni strekene?*
>
> ***En fjerde elev:*** *tidel*

__Oss:__ helt rett at det er snakk om tideler her. Når vi skal si tideler som desimaltall mellom 0 og 1, hva heter den første streken etter 0?

***En femte elev:** 0,1*

Videre satt vi navn på resten av tidelsstrekene. Vi trakk frem at vi tidligere snakket om hundredeler, og at vi nå skulle se hvor vi finner hundredelene på tallinjen. Dette visualiseres for elevene med å «zoome» inn på tallinjen. Vi «zoomer» inn på tallene 0,5 og 0,6. Her spør vi også klassen om hvor mange streker det skal være på tallinjen mellom 0,5 og 0,6 når vi skal se på hundredelene, og får svaret 9. Elevene navngir strekene og vi går videre og gjør det samme med tusendeler.

For å visualisere til elevene hvor stor menge en hel har, en tidel, en hundredel, en tusendel, valgte vi å vise elevene rutenettet igjen. Vi spør og elevene svarer på hvor mye vi må dele den hele inn i for å få tideler, hundredeler og tusendeler. Deretter prøvde vi å få elevene til å forklare hva de mente med *«det første tallet bak komma teller mest, så neste og neste»*. En elev forklarer seg slik; *«Hvis jeg har en tidel, så har jeg lov til å fylle en rad. Og en tusendel så fyller jeg en rute også en tusendel så kan jeg bare fylle en bitte liten prikk her»,* en annen svarer *«Tidelsplassen er det som du får lov til å tegne mest på, som da har mest verdi».*

Elevene fikk deretter to oppgaver som så slik ut:

Hvilket tall er minst?

0,65 0,246 0,167 0,12 0,22

Sorter tallene fra minst til størst

Illustrasjonsbilde fra undervisningen

Når oppgaven var presentert fikk elevene tid til å skrive ned svaret sitt, før vi hadde en gjennomgang av elevenes svar og forklaringer. Elevene fikk en lignende oppgave til, som vi også gikk gjennom i fellesskap. Her ønsker vi å trekke fram samtalen fra diskusjonen om hvilket av tallene som er størst i oppgaven ovenfor.

Oss: *Hvilket tall er størst?*

Elev: *0,65*

Oss: *Hvorfor mener du at 0,65 er det største tallet?*

Elev: *Det e ingen andre som har 6 på tidelsplassen*

Oss: *og det mener du er viktigst å se på?*

Elev: *ja*

Oss: *E d noen som e uenig? Alle e enig om at 0,65 e størst?*

En annen elev: *æ trudde noe annet*

Oss: *Jaha, hva tenker du?*

En annen elev: *Jeg trodde 0,246 va størst fordi jeg trodde at når det er et stort tall etter komma så er det det minste tallet.*

Videre arbeidet vi med null som plassholder, samt posisjonssystemet. Dette gjorde vi ved individuelt arbeid der elevene arbeidet med tre oppgaver. Elevene fikk følgende oppgaver på tavlen:

1. 9 tiere, 7 enere og 8 tideler
2. 9 tideler, 1 tusendel og 8 hundredeler
3. 13 tideler, 2 enere og 1 hundredel

Vi valgte å bevisst stille de i tilfeldig rekkefølge, for at elevene skulle få øve seg på navnene og verdiene til de ulike posisjonene. I tillegg la vi inn 13 tideler, for å se om elevene leste oppgaven godt og evnet å se at de måtte gjøre tierovergang. På slutten av timen gikk vi gjennom svarene med elevene. Der en elev forklarte seg på oppgave 3;

***Elev:** 3,31*

***Oss:** Hvordan fikk du det svaret?*

***Elev:** fordi at når det er tretten går d ikke ant, fordi da tar 3 plassen og blir 1 tusendel*

Forklaringen bar ikke høyt nivå av begrepsforståelse, men vi ser at eleven forstår hvorfor vi ikke kan skrive 2,131. Slik eleven forklarer det med at sifferet 3 vil da ta opp hundredelsplassen, som sifferet 1 skulle stå på. Sifferet 1 ville stå på tusendelsplassen, og det er et argument for hvorfor vi må gjøre tierovergang i denne situasjonen. Vi supplementerte forklaringen ved å henvise til rutenettet vi hadde brukt for å visualisere desimalenes verdi, i de tidligere timene. Med dette rundet vi av og takket for at vi fikk komme inn i deres klasse.

4.3 Etter-kartlegging

Etter de tre aksjonene gjennomførte vi samme kartleggingsprøve en gang til. Elevene utførte prøven likt som sist, etterfulgt av intervju. Det viste seg da at elevene hadde bare 45 minutter igjen av skoledagen, og derfor måtte vi ta en avgjørelse om hvem vi ønsket å intervjue. Vi valgte ut elever som hadde størst fremgang fra før- til etter-kartleggingen. Under intervjuene hadde vi begge kartleggingsprøvene fremme. Vi startet med å stille de samme spørsmålene som sist, der elevene måtte forklare oss hvordan de hadde tenkt når du løste oppgavene. I tillegg brukte vi den første kartleggingen for å få elevene til å forklare forskjellen på deres tankeganger fra da til nå. Tanken bak var å få elevene selv til å se egen utvikling.

5 Analyse og drøfting

Mange av misoppfatningene som oppstår med desimaltall skyldes at elevene behandler desimaltallene som om de var hele tall (McIntosh et al., 2007:21). Vi tok utgangspunkt i vanlige misoppfatninger beskrevet av Brekke (1995, 2002) og McIntosh (2007) i vår analysering av datamaterialet (se kapittel 2.4). Vi skal gjøre en analyse av hvilke misoppfatninger som finnes i elevgruppen før og etter aksjonene, for deretter drøfte disse. Vi skal først gjøre en analyse av de fire utvalgte oppgavene basert på svarene fra elevene. Deretter skal vi trekke fram tre fokuselever i oppgave 1 og 2 og to fokuselever i oppgave 5 og 6. Vi velger å gjøre dette for å gi et bilde av utviklingen av enkeltelever i gruppen. Først skal vi deskriptivt beskrive elevenes svar basert på skriftlig og muntlig datamateriale, for deretter drøfte disse opp mot teori.. Til slutt skal vi sammenligne etter-resultatene med funnene fra veiledningsheftet *«Veiledning til tall og tallregning E, G I»* (Brekke, 1995).

5.1 Sammenligning av desimaltall

Oppgave 1 og 2 handlet om å sammenligne tall med ulike antall desimaler. I oppgave 1 skulle elevene finne minste tall og i oppgave 2 skulle de finne det største tallet. Brekke (1995) poengterer at en vanlig misoppfatning at elevere tror at det korteste desimaltallet er minst, fordi at elven ser på tallet bak komma som et helt tall, derfor blir 0,78 større enn 0,9. Det er også en sammenheng at de som tror dette, også tror at det lengste desimaltallet er størst. Nedenfor ser du en tabell som viser prosentvis svarfordeling på oppgave 1 og 2 på før- og etter-kartleggingen.

Oppgave 1

A) Sett en ring rundt det **minste** av disse tallene

0,62 0,258 0,3 0,52 0,7

	Før	Etter
0,62		
0,258 (rett svar)	59 %	88 %
0,3	29 %	12 %
0,52	12 %	
0,7		

Oppgave 2

A) Sett en ring rundt det **største** av disse tallene

0,649 0,87 0,7 0,25 0,9

	Før	Etter
0,649	35 %	12 %
0,87	6 %	6 %
0,7	6 %	18 %
0,25		
0,9 (rett svar)	53 %	65 %

Tabell 1 resultat fra kartleggingen oppgave 1 og 2

Tabell 1 viser at majoriteten av elevene svarer rett på før-kartleggingen. Før-kartleggingen viste at 59 % av elevene evnet å svare riktig på oppgave 1 og 53 % på oppgave 2. På etter-kartleggingen ser vi en positiv endring til 88 % rett svar på oppgave 1 og 65 % rett svar på oppgave 2. Misoppfatningen som dominerer er at det korteste desimaltallet er minst (0,3) og det lengste størst (0,649). Brekke (1995) forklarer at årsaken til dette er at elevene ser på tallet bak komma som et helt tall. Denne misoppfatningen går ut på at desimaltall er par av to heltall. McIntosh (2007) tilføyer at årsaken til at flere elever innehar denne misoppfatningen er fordi desimaltallene blir uttalt som hele tall. Tabellen viser at det er relativt få elever (12 %) som har denne misoppfatningen på etter-kartleggingen.

En feilkilde i denne oppgaven som kan ha ført til stor prosentandel rett svar er oppgavens mangel på å kartlegge misoppfatningen om at det lengste tallet er minst (Brekke, 1995). Elever som innehar misoppfatningen tror at tall som inneholder hundredeler og tusendeler er mindre fordi verdien på hundredeler og tusendeler er så liten (Brekke, 1995). Oppgave 1 har kun et tall med tre desimaler bak komma, og det er det riktige svaret. Derfor vil elever som innehar misoppfatningen få rett på oppgave 1. Denne antagelsen fikk vi bekreftet ved å se på elevenes sorteringer. 59 % av elevene hadde feil på sorteringene på oppgave 1 og 2 på før-kartleggingen og 41 % hadde feil på etter-kartleggingen. På bakgrunn av dette er resultatene om rett svarprosent noe misvisende i forhold til å si noe om hvor mange elever som innehar misoppfatninger.

Vi velger å sammenligne våre resultater med KIM-rapportens resultater fra 1995. Dette fordi vi ønsker å se på utvikling av andelen misoppfatninger fra tidligere forskning i forhold til våre funn. Elevene gikk i 1995 i 4. klasse, men de har samme alder som dagens 5.klassinger.

	Før	Etter
0,62		
0,258 (rett svar)	59 %	88 %
0,3	29 %	12 %
0,52	12 %	
0,7		

Resultat fra kartlegging oppgave 1A

Oppgave 19a, Tall	**4. klasse**	**6. klasse**	**8. klasse**
0,125 (Riktig svar)	16	55	79
0,5	64	26	7
0,3753	8	13	10
0,25	8	4	3
0,625	1	1	1

Brekke (1995:7)

	Før	Etter
0,649	35 %	12 %
0,87	6 %	6 %
0,7	6 %	18 %
0,25		
0,9 (rett svar)	53 %	65 %

Resultat fra kartlegging oppgave 2A

Oppgave 20a, Tall	**4. klasse**	**6. klasse**	**8. klasse**
0,87 (Riktig svar)	22	62	83
0,649	66	26	7
0,7	8	10	9

Brekke (1995:7)

Tabell 2 sammenligning av resultat, oppgave 1 og 2

Ut i fra tabell 2 ser vi en positiv utvikling hos elevene. Vår elevgruppe hadde 65 % rett svar mens elevgruppen fra Kim-prosjektet registrerte at 22 % svarte rett. KIM-rapporten ba ikke elevene om å sortere tallene i oppgaven, derfor kan vi ikke sammenligne elevenes evne til å sortere tall ut i fra disse tabellene. Våre informanter viste en forbedring på sammenligningen fa 41 % korrekthet på før-kartleggingen til 59 % på etter-kartleggingen. Vi ser på det som svært positivt at våre resultater er signifikant bedre enn i 1995, men syntes fortsatt at andelen av elevene som mestrer sammenligning av desimaltall er for lav.

Misoppfatningen at det korteste desimaltallet er minst og det lengste størst var dominerende i elevgruppen. Samtlige elever som hadde denne misoppfatningen så på tallet bak komma som et helt tall. Gjennom våre aksjoner var vi bevisste på å uttale desimaltallene på korrekt måte, samt forklare elevene årsaken til at desimaltall uttales på en annen måte enn heltall. Gjennom denne forskningen har vi erfart at det er vanskelig å endre elevenes tankemåter som allerede er etablert. Spesielt som utenforstående uten god relasjon til elevene kan det være vanskelig å få elevene til å forstå at det vi prøver å lære de er korrekt. Mangelfull relasjon til elevene kan føre til manglende autorisasjon fra elevene på om det du sier er korrekt. Gjennom aksjonene opplevde vi ikke dette som et problem, men vi ser i ettertid at mange elever fortsatt har samme tankegang som før aksjonene. En årsaksforklaring på dette er at mange elever forklarte sine svar som *«fordi læreren sier det»*, og deres lærer har bedre relasjon til elevene og dermed mer autorisasjon for om kunnskapen er rett hos elevene.

5.1.1 Hanne

På oppgave 1 og 2 svarer Hanne følgende:

	Før-kartlegging	Etter-kartlegging
Oppgave 1 (minst til størst)	0,3 – 0,7 – 0,52 – 0,62 – 0,258	0,258 – 0,62 – 0,52 – 0,7 – 0,3
Oppgave 2 (størst til minst)	0,649 – 0,87 – 0,25 – 0,9 – 0,7	0,7 – 0,9 – 0,25 – 0,87 – 0,649

På før-kartleggingen svarer Hanne feil på begge oppgavene og sorteringen av tallene er også feil. Hun mener i oppgave 1 at 0,258 er størst, som tyder på at hun tenker på tallet som «tohundre og femtiåtte», samme ser vi i oppgave 2 der hun mener at 0,649 (sekshundre og førtini) som størst. I sorteringen ser vi tydelig at eleven er konsekvent i tenkningen sin. Det ser ut til hun tror at tall som inneholder tideler er minst, deretter tall med tideler og hundredeler og tall med tideler, hundredeler og tusendeler er størst. Dette kan vi både se på oppgave 1 og 2. Sorteringen blir rett i forhold til hennes syn på desimaltall som sannsynligvis er hentet fra heltall. Eleven vet at 0,87 eller 87 er større enn 0,25 eller 25. En slik besvarelse viser at eleven at hun behandler desimaltallene som om de var hele tall (McIntosh et al., 2007). Det ser ut til at Hanne tror det lengste tallet er størst og det korteste tallet er minst. Hanne har system i feilene sine, noe som indikerer en misoppfatning og ikke en tilfeldig feil. Årsaken til denne feilen kan ligge i hennes oppfatning om at desimaltall uttales på lik måte som heltall. Derfor tror hun det riktig å sortere 649 som større enn de andre tallene da de har lavere verdi ut i fra hennes tankemåte.

På etter-kartleggingen svarer Hanne rett på oppgave 1A, men helhetlig har ikke eleven en bedre forståelse for desimaltall etter aksjonene. Hanne ser ut til å har reversert tankegangen sin, og endret misoppfatningen fra før-kartleggingen til nå å tro at lengst desimal er minst og kortest størst. I intervjuet kom det fram at hun mener 0,258 er minst fordi det har tusendeler. Hun behandler ennå desimaltallene som heltall. Under intervjuet ber vi eleven å begrunne sitt valg av sortering. Under intervjuet merket vi at eleven blir usikker, og endrer svaret sitt til 0,649 i oppgave 2. Eleven begrunner endringen med *«fordi det inneholder tusendeler»*. Vi konfronterer eleven med å referere til hennes tidligere forklaring på at tusendeler indikerte at tallet er minst. Eleven svarer *«da husker jeg ikke hvordan jeg gjør det»*. Det er tydelig at eleven er usikker på egen kunnskap.

Hanne besvarer begge oppgavene og sorterer tallene, men sliter med å begrunne svaret sitt i intervjuet. Hanne sier selv at hun ikke vet hvordan hun skal forklare det. Eleven husker at hun har lært fagstoffet, men husker ikke hva grunnen til regelen er. Dette indikerer at eleven innehar figurativ forståelse for desimaltall (Lyngsnes & Rismark, 2014). En slik forståelse kan være årsaken til at eleven svarer feil på oppgaven, fordi kunnskapen ikke er relatert til Hannes kognitive skjema.

En årsak til elevens strategi kunne være fordi desimaltall har blitt uttalt som hele tall. Når elevene har misoppfatningen om at desimaltall er at par av to hele tall, tenker de at tallet bak og fremfor kommategnet ikke har sammenheng (Hinna et al., 2012). Under intervjuet merker vi at hun har mye ny kunnskap, men sliter med å benytte seg av kunnskapen i praksis. Hun begrunner 0,258 som minst fordi det inneholder tusendeler. Det er korrekt at desimaltallet inneholder tusendeler, men det er ikke årsaken til at tallet er minst. På oppgave 2 begrunner hun 0,7 som størst fordi tallet har enerplass. I intervjuet forklarer hun sin tankegang når hun skal sortere tall slik: *«Jeg tar enere, så tar jeg tideler og deretter hundredeler»*. Eleven har ikke kontroll på desimalenes verdi fordi begrepene som hun benytter seg av er feilaktige for desimaltall. Et interessant funn i sorteringen er at eleven på etter-kartleggingen har reversert svarene fra den første kartleggingen. Dette viser oss at eleven har forstått at hennes tidligere tankemåte er feil, men har ikke tilegnet seg tilstrekkelig kunnskap om desimaltall slik at skjemaet er korrekt. En kan si at eleven er begynt med adaptasjonsprosessen, men skjemaet innenfor desimaltall er ikke ferdig utviklet.

En årsak til at eleven endret sin tanke fra før aksjonene til etter, kan være fordi vi hadde stort fokus på de ulike posisjonene og deres verdier. Vi brukte som nevnt rutenettet i undervisningstimene for å illustrere og visualisere verdien til tidelsplassen, hundredelsplassen og tusendelsplassen. Når vi snakket om tusendelsplassen var det fokus på at den hadde liten verdi, og det ble illustrert med små ruter i rutenettet. Hanne har trolig fått med seg at en må se på verdiene til desimalene for å avgjøre hvilket desimaltall som er størst eller minst. Videre husker hun at tusendelsplassen representerer så lite, og dermed mener hun at et desimaltall som inneholder tusendeler er mindre enn tall som bare har desimal på tidelsplassen eller hundredelsplassen.

Ut i fra Hannes forklaringer og svar på oppgavene kan en tolke at hennes begrepsutvikling har utviklet seg, men hun innehar ennå misoppfatninger. Eleven treger mer erfaring med hvorfor en ser på tideler først, som hun kaller enere. Deler av hennes forklaring viser ennå til at hun ser på tallene bak komma som hele tall verdimessig. Under intervjuet merker vi at eleven er begynt å uttale desimaltallene på korrekt måte. Eleven er på rett vei, men trenger mer erfaring med verdiene i desimaltall. Eleven klarer å løse slike oppgaver sammen med andre, men eleven mestrer ikke fagstoffet på egenhånd.

5.1.2 Marianne

På oppgave 1 og 2 svarer Marianne følgende:

	Før-kartlegging	Etter-kartlegging
Oppgave 1 (minst til størst)	0,3 – 0,52 – 0,62 – 0,7 – 0,258	0,258 – 0,7 – 0,62 – 0,52 – 0,3
Oppgave 2 (størst til minst)	0,649 – 0,87 – 0,9 – 0,7 – 0,25	0,7 – 0,9 – 0,87 – 0,25 – 0,649

På før-kartleggingen svarer eleven feil på begge oppgavene. Under intervjuet forsøker vi å forstå elevens tankegang. Skriftlig svarer eleven at 0,3 er det minste tallet *«Fordi 0,3 er det samme som 0,30 og alle de andre tallene er større enn 0,30»*. Under intervjuet forsøker vi å få eleven til å utdype svaret sitt, men hun evner ikke å utdype svaret videre. Vi forstår ikke helt hvorfor eleven begrunner svaret med å sette på en null og spør henne spesifikt om å begrunne hvorfor 0,3 er mindre enn 0,258. Marianne forklarer at 0,258 er større fordi det inneholder tre tall. Marianne klarer ikke å forklare sitt svar slik at vi forstår hvordan hun tenker, men ut i fra hennes forklaring tolker vi det som at eleven sorterer tallene som 30-52-62-70-258. Denne sorteringen er korrekt for heltall, men for desimaltall er sorteringen feil. Eleven viser samme strategi når hun sorterer fra størst til minst i oppgave 2. På oppgave 2 mener Marianne at det største tallet er 0,649 *«fordi det har både endeler, tideler og hundredeler»*. Under intervjuet begrunner hun svaret sitt med at tallet inneholder tre tall.

Marianne trenger å forstå at det kognitive skjemaet hun har hentet fra heltall ikke fungerer for desimaltall. I tillegg må eleven få erfaring med hva som skjer når en legger til 0 på desimaltall.

På etter-kartleggingen svarer eleven rett på 1A, men sorteringen er ennå feil. Eleven begrunner 0,258 som minste tall «fordi det har tusendeler og det er så mye mindre». På oppgave 2 mener Marianne at 0,7 er størst *«fordi det ikke har tusendeler eller hundredeler»*. Under intervjuet forklarer hun at tall som inneholder hundredeler og tusendeler er mindre enn tall som *inneholder tideler.* Videre får vi eleven til å forklare hvorfor 0,62 er mindre enn 0,52. Marianne forklarer at det er «*fordi det går nærmere og nærmere tusendeler, og når det blir tusendeler så blir det mindre*». Ut i fra denne forklaringen tror vi at eleven tenker at når tidelsplassen er full, går resten til hundredelene.

Under intervjuet ga vi eleven en tilleggsoppgave som handler om å finne ut hvilket tall som er minst av 0,258 og 0,158. Grunnen til at vi gir akkurat denne oppgaven er at begge tallene inneholder tusendeler, og vi ønsker å finne ut hvilken strategi eleven nå bruker. Eleven svarer at 0,158 er mindre, og ved oppfordring fra oss begrunner hun svaret *«fordi den har 2 og den 1. Den har færre tideler»*. Dette viser at eleven vet at tidelene har størst betydning for tallets verdi, og kan identifisere minste tall ut i fra en gruppe med to desimaltall med tre desimaler med ulik tidelsmengde. Videre ber vi henne forklare hvilket tall som er minst av 1,41 og 0,158. Her svarer eleven at *«0,158 er minst fordi tallet har flere hundredeler og tusendeler»*.

Det er vanskelig å få tak på hva eleven egentlig tenker. Det virker for oss som at hun har forstått at tidelene kan avgjøre hvilket tall som er minst, noe som er korrekt. Hvis tallene som skal sammenlignes har lik tidel, blir sorteringen hennes feil. Dette fordi eleven trolig tror at hundredeler blir tusendeler hvis plassene blir fylt opp. Dermed blir tallet som har størst hundredel minst fordi hundredeler og tusendeler har så liten verdi.

På før-kartleggingen svarer Marianne feil på begge oppgavene. Sorteringen av tallene viser at eleven tror at det korteste desimaltallet er minst og det lengste størst. Denne type misoppfatning er svært vanlig, og Brekke forklarer at årsaken til denne misoppfatningen er at eleven ser på tallet bak komma som et helt tall (Brekke, 1995). Også McIntosh (2007) beskriver et slikt mønster. På bakgrunn av Mariannes forklaringer viser hun system i feilsorteringen, noe som indikerer en misoppfatning og ikke bare en tilfeldig feil. I tillegg tror Marianne at desimaltallene har lik verdi som heltallene, og legger alltid til et 0-tall på desimaltall som kun har tidel. Grunnen til dette er uvisst, fordi eleven forklarer i oppgave 3 at null ikke har noen verdi bak komma. Dette er misvisende i forhold til verdien hun legger til tallene ved å legge til 0 under sorteringen.

På etter-kartleggingen har eleven reversert misoppfatningen fra å tro at lengst tall er størst til å tro at lengst tall er minst. Grunnen til at dette har skjedd forklarer Brekke (1995) som at når de oppdager at noe er feil, gjør de det motsatte og håper at det er rett. Eleven har byttet ut en regel med en annen. Forklaringen om at tusendeler er så mye mindre kommer trolig fra aksjonene hvor vi viste elevene verdien til de ulike desimaltallene i et rutenett. Rutene til tusendelene er veldig små, noe som kan ha ført til at eleven er i en ny tankeprosess hvor tankegangen er på rett vei, men ikke ferdig utviklet.

Selv om eleven enda ikke har forstått alt, viser hun fremgang. Gjennom spørsmålet om hva som var minst av 0,258 og 0,158, samt hvorfor, får vi som svar «*0,158 fordi det har mindre tideler*». Vi anser det som en bekreftelse på at hun vet en ser på tidelsplassen, men når vi spurte hva som var minst av 0,158 og 0,141 svarte hun «*tror kanskje det er 0,158 fortsatt, fordi det har flere hundredeler og tusendeler*». Som bekrefter at hun husker at tusendeler har liten verdi, men tror at siden tusendeler har liten verdi vil også desimaltallet det. Dette viser at eleven er på vei, men ikke er kommet i mål med adaptasjonsprosessen. Brekke kaller dette for «delvis utviklet begrep», som skiller seg fra misoppfatninger. Delvis utviklet begrep er ikke feil, men er uferdige tankemåter som fører til feil innimellom. Dette er begreper som en kan bygge videre på slik at eleven kommer i mål med adaptasjonsprosessen.

5.1.3 Vegard

På oppgave 1 og 2 svarer gutt 1 følgende:

	Før-kartlegging	Etter-kartlegging
Oppgave 1 (minst til størst)	0,3 – 0,7 – 0,52 – 0,62 – 0,258	0,258 – 0,3 – 0,52 – 0,62 – 0,7
Oppgave 2 (størst til minst)	0,649 – 0,87 – 0,25 – 0,9 – 0,7	0,9 – 0,87 – 0,7 – 0,649 – 0,25

Vegards svar på første kartleggingsprøve på oppgave 1 er at 0,3 er minst, fordi «*dette tallet er minst fordi alle de andre tallene er størst*». I intervjuet forteller han oss at han tenkte at «*0,3 kan bli til 0,30 (tretti), det var ingen som var høyere enn 0,30*». Siden Vegard fortalte oss at han tenkte på tallet 0,3 som «tretti» konkluderte vi først med at han hadde misoppfatningen der han så på desimaltall som par av to hele tall, men ut i fra hans sortering oppdaget vi at det ikke ville stemme. Fordi hvis han hadde føyet til null bak 0,7 og sett på det som et helt tall hadde han lest «sytti», og dermed sortert tallet etter 0,62. Vi undret derfor over hvorfor han sier at han setter null bak 3, når han ikke tar det til betraktning under sin sortering. Men i Vegars sortering oppdaget vi at han bevist sorterer tallene etter hvor mange siffer desimaltallene inneholdt. Han sorterer derfor 0,3 og 0,7 etter hverandre, samt 0,52 og 0,62 sammen fordi de inneholdt to siffer bak komma, til slutt setter han derfor 0,258. Vi tolker at hans strategi var først å se på antall siffer bak komme, for deretter å se på tallene bak komma som hele tall når de skulle sammenlignes. Desimaltallene med samme antall siffer ble sammenlignet uavhengig av de med ulik antall siffer bak komma. Samme strategi brukte eleven på oppgave 2, der han mente at 0,649 er størst fordi han så på desimaltallet som «sekshundrede og førtini». Det kommer også frem i intervjuet der han forteller oss at «*0,649 er størst fordi det var hundre til sammen, det er tre tall da blir det hundre*». Videre sorterer han 0,87 og 0,25 sammen fordi de inneholder to siffer bak komma, og 0,9 (ni) og 0,7 (syv) sammen.

Det kom frem på etter-kartleggingen at Vegard hadde en tydelig utvikling i sin begrepsforståelse. Han sorterte korrekt både på oppgave 1 og 2, og forsvarer sitt svar i intervjuet med «*fordi det er det første tallet i rekka som betyr mest*». Ut ifra hans forklaring trekker vi en konklusjon om at han forstår hvordan vi finne ut og avgjør verdien til et desimaltall.

I forhold til svarene på før-kartleggingen konkluderte vi med at Vegard hadde misoppfatningen om at han så på desimaltall som par av to hele tall, der han tok for seg tallene med likt antall siffer bak komma når han skulle sammenligne. Eleven hadde en figurativ kunnskap om desimaltall, med at han ser på de ytre formene. Altså han så på skrivemåten til desimaltallet, og mente derfor at desimaltall består av to hele tall. Vi konkluderte ut ifra hans misoppfatninger at han måtte utvikle en forståelse for desimalskrivemåten, for å få en forståelse om at sifrene bak komma ikke er hele tall, men en måte å skrive små størrelser på en nøyaktig måte (Birkeland, Breiteig, & Venheim, 2011). Gjennom et fokus på utviklingen av begrepsforståelsen for desimaltall håpet vi på å bidra til å få bort «proppen» så den ikke skapte hindringer for videre læring (Nygaard & Zernichow, u.å). Et resultat av å få bort «proppen» ville være å skape en vei mot operasjonell kunnskap om desimaltall.

En årsak til at Vegard innehar misoppfatningen om at desimaltall består av to hele tall er fordi han hører andre som uttaler desimaltall som hele tall, og dermed blir den en del av forståelsen av desimaltallet (McIntosh et al., 2007). Noe som kan ha ført til at når han skal sammenligne desimaltall sorterer han de i forhold til antall siffer bak komma. Derfor sammenligner han tall med likt antall desimaler bak komma for seg.

På etter-kartleggingen evner Vegard å sortere desimaltallene korrekt både på oppgave 1 og 2, samt at han kan fortelle oss hvordan han kom frem til sitt svar. Vi ser dermed at eleven har en tydelig fremgang, og at den «proppen» som tidligere gjorde at ikke tilegnet seg bedre forståelse for desimaltall ikke er der lenger. Vegard forstår som nevnt hvordan han skal finne ut desimaltallets verdi, og har dermed tilegnet seg bedre forståelse for desimalskrivemåte (Birkeland et al., 2011). Han er bevist på at tallene bak komma ikke er hele tall, men betegner små mengder. Noe som kan tyde på at eleven har forstått utvidelsen av posisjonssystemet, at det eksisterer uendelig mange tall (Brekke, 1995). Vi kan ikke si sikkert at eleven har en operasjonell kunnskap om desimaltall, fordi vi under intervjuet ikke spurte direkte «hvorfor» han ser på tidelsplassen når han skal avgjøre tallets verdi. Dermed vet vi ikke om eleven forstår meningen bak desimaltall, noe som kreves for at eleven skal ha operasjonell kunnskap. Det er sikkert at Vegard har hatt en positiv endring fra før- til etter-kartleggingen, og selv om han ikke er i mål med å forstå desimalsystemet etter våre aksjoner, vil han med målrettet og god undervisning oppnå operasjonell kunnskap.

5.2 Null som plassholder

Aspektet null som plassholder omhandler evnen til å kunne bruke null som plassholder for å fylle opp en tom plass, både ved hele tall og desimaltall (Brekke, 1995). Her kommer også viten om at det finnes tall som er mindre enn for eksempel 6,1 ved å ta bort tidelen og legge inn hundredeler (6,01). Oppgave 5 illustrerer problemet med null som plassholder.

Oppgave 5
Skriv riktig tall i ruta

A) $3{,}46 = 3 + 0{,}2 + \boxed{\quad}$

B) $6{,}1 + \boxed{\quad} + 3 = 14{,}4$

Oppgave 5A	Før	Etter
0,26 (rett svar)	24 %	41 %
0,44	59 %	41 %
Galt	6 %	12 %
Ikke svart	12 %	6 %

Oppgave 5B	Før	Etter
5,3 (rett svar)	59 %	65 %
Galt	29 %	29 %
Ikke svart	12 %	6 %

C) $\boxed{\quad} - 0{,}13 - 0{,}4 = 0{,}93$

Oppgave 5C	Før	Etter
1,4 (Rett svar)	12 %	18 %
Galt	29 %	18 %
Ikke svart	59 %	65 %

Tabell 3 resultat fra kartleggingen, oppgave 5

Tabell 3 viser at 59 % av elevene innehar misoppfatningen at de ser på desimaltall som par av hele tall. Dette blir kartlagt i oppgave 5A, hvor elevene tar 46-2=44 for å finne ut hvilket tall som skal stå bak komma. På etter-kartleggingen ser vi en liten positiv utvikling fra 24 % rett svar til 41 % rett svar. På oppgave B svarte 59 % av elevene korrekt på før-kartleggingen. På etter-kartleggingen økte dette til 65 %. Dette er en regneoppgave hvor en kun trenger å regne med et desimal bak komma, og vi undres over hvorfor dette er vanskelig for elevene. De elevene som har svart feil har vanskelig med å forklare seg og svaret er uforståelig for oss. De feile svarene på B viste ikke noe entydig mønster eller tydelige misoppfatninger. På oppgave C, som var den vanskeligste oppgaven var det svært få som hadde fått rett svar, kun 12 % på før- og 18 % på etter-kartleggingen. Ut i fra intervjuene og antall prosent ikke svart, ser vi bort i fra misoppfatninger som årsak til dette. Elevene er usikre på desimaltallene, og det er vanskelig å regne reverserte regnestykker. Denne oppgaven krever erfaring med problemløsning.

Dette viser at elevene ennå trenger mer erfaringer med hvordan desimaltall er bygd opp. Selve utregningen er en direkte videreføring av addisjon og subtraksjon av hele tall (Birkeland et al., 2011). Birkeland m.fl. (2011) sier at vertikal utregning av desimaltall sjeldent vil by på problemer, fordi en kan plassere desimaltegnet uten å tenke over hva det betyr. Hvis en gir oppgaver som ikke er oppstilt, kan det by på større problemer (Birkeland et al., 2011:216). Derfor kan problemene med å svare riktig på oppgavene skyldes mangelfunn forståelse av desimaltall, og ikke hvordan en utfører subtraksjonsoppgaver. Birkeland m. fl (2011:216) poengterer at en må ha innsikt i tallsystemet som et posisjonssystem fordi uten det vil det være svært vanskelig å forstå hva som skjer ved regning med desimaltall.

Oppgave 6 handler om å skrive et tall som ligger mellom to gitte tall.

Oppgave 6
Skriv INGEN hvis du mener at det ikke fins noe svar på disse oppgavene. Ellers skal du skrive et tall som er:

A) Større enn 4 men mindre enn 5

	Før	Etter
Ingen	12 %	
Riktig svar	65 %	88 %
Ikke svart	18 %	6 %
Galt	6 %	6 %

B) Større enn 7,6 men mindre enn 7,7

	Før	Etter
Ingen	29 %	29 %
Riktig svar	47 %	59 %
Ikke svart	12 %	6 %
Galt	12 %	6 %

C) Større enn 0,52 men mindre enn 0,53

	Før	Etter
Ingen	35 %	18 %
Riktig Svar	35 %	71 %
Ikke svart	24 %	6 %
Galt	6 %	6 %

D) Større enn 2 men mindre enn 2,1

	Før	Etter
Ingen	41 %	18 %
Riktig svar	24 %	71 %
Galt	18 %	6 %
Ikke svart	18 %	6 %

Tabell 4 resultat fra kartleggingen, oppgave 6

Tabell 4 viser at det var 65 % av elevene som svarte riktig på 6A på før-kartleggingen. På etter-kartleggingen var 88 % som fikk rett svar på oppgaven. Andelen ikke svart sank fra 18 % til 6 %. Det viser at flere elever va i stand til å svare på oppgaven. I tillegg er det nå ingen elever som tror at det ikke finnes et tall mellom 4 og 5. På oppgave 6B er ikke endringen like tydelig. Her er det ennå 29 % av elevene som tror at det ikke finnes et tall mellom 7,6 og 7,7. Antall elever som har svart feil eller ikke avgitt svar på førkartleggingen har sunket med 6 %, hvor disse 6 % nå har svart korrekt på oppgaven. På oppgave 6C finner vi en betydelig endring fra før til etter. Andelen elever som nå mestrer oppgaven er økt med 36 %. Det er også en nedgang på antall elever som tenker at det ikke finnes et tall mellom 0,52 og 0,53. På oppgave 6D finner vi størst endring fra før til etter. Vi finner en positiv prosentvis økning på 47 % med riktig svar. En positiv nedgang på antall elever som tror at det ikke finnes et tall mellom 2 og 2,1 finner vi også i vårt datamateriale.

En årsak til at elevene mestret oppgave A bedre enn C og D kan være elevenes forhold til linjalen. Ut ifra elevenes svar at de møter ofte halve tall, for eksempel i forbindelse med måling (linjal). De elevene som mener det bare eksisterer hele og halve tall har ikke tilstrekkelig forståelse for tallsystemet, og at det finnes uendelig mange tall. De innehar kunnskap som Piaget kategoriserer som figurativ kunnskap, som innebærer at de vet om tallene, det er kunnskap som er automatisert, men de kan ikke utnyttes i ulike situasjoner (Lyngsnes & Rismark, 2014). Etter aksjonene ser vi at 71 % svarte riktig på oppgave 6C noe både kan indikere at elevene har utviklet operasjonell kunnskap, eller endret regelen slik at den nå passer men innehar ennå figurativ kunnskap. Elevene kan ha utviklet operasjonell kunnskap ved at det nå vet at det eksisterer uendelig mange tall, og vi har ikke bare hele og halve tall, på den måten at de kan forklare det med egne ord og ta det i bruk i undervisningen. På den ande siden kan elevene huske at vi har fortalt at det er slik en skal tilnærme seg en slik oppgave, og har byttet ut en regel med en annen, og innehar ennå kun figurativ kunnskap.

Gjennom arbeidet med forståelsen av posisjonssystemet og de ulike posisjonsverdiene ser det ut som at elevene har fått en bedre forståelse for betydningen til de ulike sifrene og at de representere ulike verdier. Vi tror forklaringen på en positiv forbedring på området null som plassholder kan trekkes tilbake til aksjon 3 hvor vi «zoomet» inn på tallinjen for å forstå hvorfor det finnes uendelig mange desimaltall.

Oppgave 5A er nesten lik oppgave 18 fra veiledningsheftet. Vi skal sammenligne antall elever med misoppfatningen om at elevene ser på desimaltall som par av hele tall, svaralternativ 0,44 i vår oppgave og 0,43, 4,3 eller 43 fra veiledningsheftet.

Sammenligning av oppgave 5A fra vår kartlegging med oppgave 18 fra veiledningsheftet.

A) $3{,}46 = 3 + 0{,}2 + \boxed{}$

Oppgave 5A	Før	Etter
0,26 (rett svar)	24 %	41 %
0,44	59 %	41 %
Galt	6 %	12 %
Ikke svart	12 %	6 %

Prosentvis svarfordeling på oppgave 5A fra vår kartlegging

$5{,}47 = 5 + 0{,}4 + \boxed{}$

Oppgave 18, Tall	**4. klasse**	**6. klasse**	**8. klasse**
Ikke svart på oppgaven	22	13	8
0,07 (Riktig svar)	11	39	66
7	30	22	9
0,7 eller 0,70	7	4	3
0,43 eller 4,3 eller 43	13	10	8

Prosentvis fordeling av svarene (Brekke, 1995:10)

Tabell 5 sammenligning av resultat, oppgave 5A

I vårt datamateriale har flere elever på samme alder rett svar. Vi ser også en positiv utvikling i og med at våre elever har høyrere svarandel enn elevene i 6. klasse hadde i 1995. Til gjengjeld har vår elevgruppe større andel misoppfatninger (59 % - 41 %) i forhold til 50 % i KIM-undersøkelsen (Brekke, 1995). Dette kan være fordi oppgaven presentert i veiledningsheftet måler to ulike misoppfatninger; vanskeligheten med null som plassholder og desimaltall som par av hele tall.

Sammenligning av oppgave 6C fra vår kartlegging med oppgave 29C fra veiledningsheftet.

Større enn 2 men mindre enn 2,1

	Før	Etter
Ingen	35 %	18 %
Riktig Svar	35 %	71 %
Ikke svart	24 %	6 %
Galt	6 %	6 %

Prosentvis svarfordeling på oppgave 6D fra vår kartlegging

Større enn 6 men mindre enn 6,1

Oppgave 29c, Tall	**4. klasse**	**6. klasse**	**8. klasse**
Riktig	12	30	61
INGEN	44	44	24

Prosentvis svarfordeling på oppgave 29C, Brekke (1995:12).

Tabell 6 sammenligning av resultat, oppgave 6D

Her ser vi en tydelig forbedring på elevenes utvikling, både fra før til etter-kartleggingen, men også i forhold til tallene presentert i veiledningsheftet. Våre elever skårer høyere enn 8. klassingene i 1995. I tillegg er det på etter-kartleggingen få elever (18 %) som tror at det ikke finnes noen tall mellom, mot veiledningsheftets 44 %.

5.2.1 Martin

På oppgave 5 svarte Martin rett på oppgave A og B på før-kartleggingen. Under intervjuet forklarer Martin at *«Det er allerede 3, så den trenger jeg ikke å tenke på. Deretter så jeg at det manglet 6 tideler og 4-2=2, og da må jeg ha to tideler»*. Eleven viser god forståelse for hvordan en adderer med desimaltall. På oppgave C har Martin unnlatt å svare. Han forklarer at han ikke forstår hvordan han skal få til oppgaven. På oppgave 6 har han svart riktig på oppgave A og B, men evner ikke å finne et svar på oppgave C og D. Dette tolker vi som at eleven har kontroll på tall som inneholder tideler og hundredeler, men har ikke tilstrekkelig erfaring med tusendeler og null som plassholder for å fylle opp en tom plass i oppgave D.

På etter-kartleggingen svarte Martin feil på oppgave 5A. Han svarer at 3,46=3+0,2+44. Ut ifra teorien kan dette indikere på misoppfatningen om at en ser på desimaltallene som par av hele tall (Brekke, 1995). Det var overraskende at eleven svarte rett på før-kartleggingen, men ikke på etter-kartleggingen. Derfor valgte vi under intervjuet å vise eleven sitt svar på før-kartleggingen. Eleven så forvirret ut og vi ba han forklare hvilket svar som var rett og hvorfor. Eleven begynner *«… 3 er jo der, og det er to tideler… oj.. Det er feil. Svaret er 0,26»*. Martin utdyper svaret sitt med *«fordi 2-tallet i 0,2 er en tidel og da mangler det 2 tideler og 6 hundredeler»*. Eleven svarer rett på oppgave 5B, men har heller ikke denne gangen besvart oppgave 5C.

På oppgave 6 har eleven fortsatt riktig på A, B, men evner på etter-kartleggingen også å svare riktig på C. Han fant på oppgave 6C et tall som er større enn 0,52 men mindre enn 0,35, og svarte 0,525. Under intervjuet ba vi han forklare hvordan han kom fram til svaret; «*Vi har jo 0,52 og så skal det være mindre enn 0,53, og det er jo ikke 0,53 hvis jeg setter 1 bak*». Vi ber han forklare hvorfor verdien ikke blir større enn 0,53 ved å legge til en tusendel, men mestrer ikke å svare på spørsmålet. Martin svarer 1,15 på oppgave 6D, hvor han skal finne et tall mellom 2 og 2,1. Martin forklarer *«jeg legger på 5. Jeg kunne ikke ha tatt 2,1 for det skal jo være mindre og jeg tenkte at jo flere forskjellige siffer det er bak blir tallet ennå mindre.»* Vi ber Martin om å tegne opp en tallinje og fylle inn tallene 2 og 2,1 og plassere 2,15 på tallinjen. Han står fast, og ser litt forvirret ut. For å hjelpe han spør vi; *«kan vi stille null på tidelsplassen, hundredelsplassen eller tusendelsplassen?»* Eleven lyser opp og utbryter *«Åja!! Nå vet jeg det! Framfor 1-tallet, 2,01»*.

Martins begrepsforståelse på før-kartleggingen er nok så god, men tanke på at han evner å addere med desimaltall på oppgave 5. Martin innehar en god forståelse av desimalskrivemåten, derfor mestret han oppgave 5A og B. En mulig årsak til at han ikke mestret oppgave C kunne være, siden vi hadde bevist stilt opp regnestykkene horisontalt, evnet han ikke å regne ut regnestykket uten å måtte ta hensyn til kommategnet og de ulike posisjonsverdiene (Birkeland et al., 2011). Regnestykker som er stilt opp vertikalt byr ikke på like mye utfordring, fordi eleven ikke må tenke over kommategnet (Birkeland et al., 2011). Videre kan en si at eleven ikke mestret oppgaven fordi han ikke evner å finne en hensiktsmessig løsningsstrategi, og viste dermed heller ikke hvordan han skulle ta tak i oppgaven.

Oppgave 6 på før-kartleggingen evnet Martin å svare på A og B, men ikke C og D. Grunnen til at han ikke mestrer å svare på C, kan være fordi eleven ikke forstår at det finnes endelig mange tall bak komma (Brekke, 1995). Noe som kan resultere i at eleven ikke har god nok kjennskap til desimaltall med tusendeler. Det kan ha en sammenheng med at elever møter sjeldent eller aldri desimaltall med tre desimaler i dagliglivet, for eksempel i reklamer hvor varer ofte koster 39,90, eller i idretter hvor det er snakk om lengdemål som 10,5 og 4,8 (Birkeland et al., 2011). En annen grunn kan være at eleven ikke har lært om tusendeler fordi læreverket «Multi 5A» presiserer at elevene skal arbeide med desimaltall med tideler og hundredeler (Alseth et al., 2013). Disse faktorene kan ha vært med på å skape et tankemønster om at det ikke eksisterer desimaltall med tre desimaler, og derfor evner ikke Martin å svare på oppgave 6C. Årsaken til at eleven ikke evnet å svare på D på før-kartleggingen var trolig fordi han ikke hadde forståelsen for at null kan brukes som plassholder (Brekke, 1995). Hvis eleven ikke har kjennskap til egenskapene til null, vil han heller ikke evne til å utnytte null sine evner i egne løsningsstrategier (Birkeland et al., 2011).

Etter-kartleggingen på oppgave 5A svarte Martin feil, men under intervjuet oppdaget han at løsningsstrategien hans var feil, og endret svaret sitt. Når elever evner å rette sine egne feil sier Brekke (1995) at det indikerer på at eleven innehar begrepsforståelse. På oppgave 6C på etter-kartleggingen evner Martin å avgi et korrekt svar på, noe som støtter opp vår teori om at Martin har utviklet sin begrepsforståelse. Det at han evner å svare på C forteller oss at han har utviklet bedre forståelse med tanke på at det eksisterer uendelig mange tall bak komma. I tillegg til at han mestrer det store spekteret med desimaltall, er han bevist på de ulike posisjonene bak komma. På oppgave 6D svarte han feil, men under intervjuet med støtte frem en mer kompetent andre evnet han å avgi korrekt svar (Wittek & Stray, 2014). Det går plutselig opp for eleven at han kan plassere null på tidelsplassen, noe som tyder på at eleven ikke lenger har misoppfatningen om null som plassholder. Vi kan ikke si på grunnlag av dette at han har en operasjonell kunnskap, men vi det viser at han har delvis utviklet begrepet. Brekke (1995) definerer det som at elevens tankemåte er uferdig, noe som kan resulterer til feil inni mellom, men nå er det et begrep Martin kan bygge videre kunnskap på. Adapsjonsprosessen vil være komplet når eleven gjennom oppgaver som bidrar til utvikling innen begrepsforståelse har opparbeidet seg operasjonell kunnskap (Wittek & Stray, 2014).

5.2.2 Emma

Emma svarer på før-kartleggingen 0,44 på oppgave 5A. Dette indikerer misoppfatningen om at eleven ser på desimaltallet som par av hele tall (Brekke, 1995). Emma forklarer *«jeg tok 46-2=44.»*. Noe som er med på å støtte opp om våre antagelser. Hun skiller ikke mellom tideler og hundredeler når hun adderer desimaltallet. På oppgave 5B svarer hun 4,3. Vi får henne til å forklare hva hun har tenkt, og innser selv at svaret skal bli 5,3. Vi anser derfor hennes første svar som en slurvefeil. Oppgave C er ikke besvart og hun forklarer at hun ikke vet hvordan hun skal løse oppgaven. Eleven mestret ikke oppgave 6, og svarer «ingen» på alle oppgavene, og meder derfor at det ikke er noen tall mellom de gitte tallene.

På etter-kartleggingen behersker Emma å løse oppgave 5A og B. Eleven svarer nå 0,26 og forklarer *«jeg har tre. 4-2=2, da må jeg ha 2 tideler og så mangler jeg 6 hundredeler»*. På oppgave 5B svarer hun også korrekt, der hun begrunner svaret sitt med *«jeg tok 14-6=5 og 4-1=3, da blir det 5,3»*. Emma evner fortsatt ikke å svare på oppgave 5C. På oppgave 6 får eleven rett på 3 av 4 oppgaver, noe som er en stor forbedring fra før-kartleggingen. Under intervjuet spør vi henne om det finnes andre tall enn 4,5 mellom 4 og 5. Emma mener at det bare eksisterer hele og halve tall. Dette tolker vi som at hun setter et 5-tall bak sifferet som er minst. Denne antagelsen blir forsterket med svaret 2,5 på oppgave D. Eleven har en strategi for hvordan hun løser oppgaven.

Før-kartleggingen viser at Emma ser på desimaltall som par av to hele tall (Brekke, 1995). Vi hentet vår konklusjon ut ifra svarene hun ga på oppgave 5. Der hun som nevnt forteller på 5A at hun fant svaret med å finne differansen mellom 46 og 2. Elever som utvikler et slikt tankemønster har som oftest hørt desimaltall uttalt som hele tall, og dermed ser selv på desimaltall som par av to hele tall (alle teller). Videre så vi at på oppgave 6, som indikerte på at Emma innehadde også misoppfatning om at det ikke eksisterer desimalene tett på tallinjen, noe som vil si at elevene ikke forstår at det eksisterer uendelig mange tall (Brekke, 1995). I tillegg kartla vi at hun ikke evnet å bruke null som plassholder, siden hun ikke evnet å svare på oppgave 6D. Emma viser urovekkende mange misoppfatninger, og vi konkluderte før aksjonene at hun mest trolig ikke utviklet operasjonell kunnskap etter aksjonene, derfor sikret vi heller på å bidra til en start av adaptasjonsprosessen.

Det er utfordrende for oss å si konkret hva eventuelle årsaker til Emmas misoppfatninger. Vi antar at eleven har møtt på utfordringer under utvidelsen av tallsystemet, og har dermed i en tidlig fase utviklet misoppfatninger i desimaltall som har forhindret videre utvikling. Videre antar vi at hun ikke har tilegnet seg tilstrekkelig begrepsforståelse om desimaltall fordi lærerens feiltakelser i forhold til planlegging og god undervisning ikke var tilpasset Emmas forutsetninger og evner. Med tanke på hvor «proppene» sitter fast hos Emma, er det nødvendig at hun streber etter mer kunnskap i forhold til det å forstå begrepet desimaltall og generelt hva det innebærer. Ut fra hennes daværende ståsted, hadde vi en stor utfordring framfor oss i aksjonene.

Det spennende og interessante kom frem på etter-kartleggingen, som viste at Emma hadde en endring. Etter våre tre aksjoner var det hendt en endring i elevens begrepsforståelse. Hun evnet å svare på oppgave 5A og B på etter-kartleggingen som indikerer på at Emma hadde tilegnet seg bedre forståelse i forhold til verdien til de ulike posisjonene bak komma. Med tanke på at hun nå er bevist på at når hun skal addere med desimaltall må hun addere tideler med tideler og hundredeler med hundredeler. At hun har tilegnet seg bedre forståelse for posisjonene mener vi har bidratt til at hun nå forstår at desimaltall ikke er par av to hele tall. Hun evner fortsatt ikke å svare på oppgave 5C, noe som kan ha en sammenheng med at i forhold til A og B er det en subtraksjonsoppgave. Dette kan gjøre utregningen mer utfordrende og vanskelig for henne enn å komme frem til en løsningsstrategi.

Videre på oppgave 6 har hun på etter-kartleggingen kommet frem til at det eksisterer hele og halve tall. Det viser at hun er mere bevist på at det finnes flere tall, men hun har enda et stykke å gå før hun evner å forstå at det eksisterer uendelig mange tall bak komma. En årsak til at hun mener det bare eksisterer hele og halve tall kan være fordi hun gjennom arbeid med tallinjen ble bevist på at mellom de hele tallene er det halve tall. Altså kan en sette 5 bak komma (for eksempel kan en sette 5 bak 4, og få 4,5) og dermed får et desimaltall. Til slutt på oppgave 6D evner hun fortsatt ikke å avgi noe svar, fordi her vil ikke hennes strategi om å sette på 5 (for å få et halvt tall) være tilstrekkelig. Noe som forteller oss at hun fortsatt ikke evner å bruke null som plassholder.

Til tross for at Emma viser en stor utvikling, har hun enda en vei å gå før hun er ferdig med adaptasjonsprosessene, og har utviklet seg operasjonell kunnskap i forhold til emnet desimaltall. Hennes fremgang viser at utvikling av begrepsforståelse tar tid, det krever mye av eleven og ikke minst læreren. Læreren vil bidra til operasjonell kunnskap gjennom god undervisning som er godt planlagt og målrettet mot Emmas behov for utvikling (Bunting, 2014).

6 Mulige årsaker til varierende begrepsutvikling

I dette kapittelet skal vi drøfte årsaker til elevenes grad av forbedring etter aksjonene basert på analysen og drøftingen som ble presentert i kapittel 5. Videre skal vi se på faktorer i intervjuene som kan være med på å forklare hvorfor endringene i elevenes begrepsstrukturer finner sted eller ikke. Til slutt skal vi drøfte suksessfaktorer og fallgruver som er funnet i datamaterialet som kan ha påvirket graden av utvikling hos elevgruppen.

I analysearbeidet og gjennomgangen av elevenes kartleggingsprøver observerte vi at vi kunne systematisere elevene inn i tre ulike måloppnåelser. Det var de elevene som hadde høy måloppnåelse og dermed tydelige endringer, den andre måloppnåelsen vi observerte var de elevene som enda var i en endringsprosess, også var det de elevene som ikke hadde noen måloppnåelse eller endringer. Gjennom vår forskningsarbeid har vi sett at det er forskjell på hvor lang tid elevene bruker på å gjennomføre adaptasjonsprosessen. Dette kan være en av årsaksforklaringene til at vi finner vesentlige forskjeller i grad av endring på etter-kartleggingen. De elevene som oppnådde en betydelig endring har kommet seg gjennom adaptasjonsprosessen og har utviklet begrepene tilknyttet desimaltall som ble målt på kartleggingen. Elevgruppen som fortsatt er i endring består av elever som fortsatt befinner seg i adaptasjonsprosessen, men begrepene er ikke ferdig utviklet. Den siste gruppen består av de elevene som ikke viser noen endring på skriftlig eller muntlig forklaring. Vi ønsker å drøfte mulige årsaker til at denne forskjellen har oppstått.

6.1 Mulige årsaker til at elevene har fått betydelige endringer

Vi opplevde også en positiv utvikling etter de tre aksjonene, med tanke på at vi ønsket å gi elevene verktøy slik at de i større grad var i stand til å forklare sine matematiske svar. For intervjuene i etterkant av før-kartleggingen ga oss bedre innsikt i elevenes forklaringsevne. Dermed ønsket vi å hjelpe elevene med å starte prosessen mot å inneha operasjonell kunnskap om emnet desimaltall. For å oppnå operasjonell kunnskap må elevene som nevnt gjennom en læringsprosess bestående av assimilasjon og akkomodasjon. Når elevene oppnår operasjonell kunnskap vil begrepsforståelsen om desimaltall bli personlig kunnskap. Det kom til syne i intervjuene etter siste kartleggingen, fordi elevenes forklaringer var mer preget av fagbegrep enn før aksjonene. Elevenes positive utvikling kan være et tegn på at elevene har oppnådd operasjonell kunnskap for emnet desimaltall.

Det som kan ha medført til en positiv endring, kan være elevenes innsikt i egne læringsprosesser (Befring, 2012). De elevene som er bevist på egen læring gjennom at de har kontroll over egen tenking, vil ikke haste eller stresse seg gjennom oppgaver (Grevholm et al., 2013). De tar seg tid og tenker heller gjennom hva de gjør (og hva de får ut av å arbeide med oppgavene), i stedet for å fokusere på å bli raskt ferdig. For å hindre at elevene skulle føle på stresset om å bli raskt ferdig, ga vi de få oppgaver og heller flere arbeidsoppgaver i hver enkelt oppgave. Elevene arbeidet først individuelt, for så å fortelle og diskutere med sidemannen om hvilket svar de kom frem til og hvordan de kom frem til svaret sitt. På den måten mener vi at elevene fikk tid til å tenke gjennom hva de gjorde slik at de tilegnet seg ny kunnskap.

6.2 Mulige årsaker til elever i en endringsprosess

Gjennom våre aksjoner fikk elevene mulighet til å starte adaptasjonsprosessen. Adaptasjonsprosessen er ifølge Piaget en prosess som, elevene må gjennom for å forstå noe nytt (Beins, 2012). Vi tror derfor at mange elever ennå er i en selvregulerende prosess, som resulterer i at de får feil svar, samt har mangelfull forklaringer på etter-kartleggingen. Den indre drivkraften for å oppnå likevekt mellom skjemaene ble satt i gang når elevene innså at begrepsforståelsen deres ikke var tilstrekkelig. Elevene erfarte at begrepsforståelsen om desimaltall ikke var fullstendig gjennom oppgavene som frembragte en kognitiv konflikt. Den kognitive konflikten skapte vi ved å ta utgangspunkt i elevenes misoppfatninger fra før-kartleggingen. Elevene fikk grundig innføring i desimaltallets oppbygning, fordi vi så det som nødvendig at alle elevene hadde opparbeidet en grunnleggende kunnskap om desimaltall. For at elevene skulle ha muligheten for videre kunnskapsutvikling. Det krevdes at elevene hadde tilstrekkelig kunnskap om hele tall, noe vi tok utgangspunkt i at de hadde, derfor var det mulig å gjennomgå den dynamiske prosessen med desimaltall.

6.3 Mulige årsaker til elevene med ingen endring

Siden vi ikke kjente klassen når vi planla aksjonene kunne vi ikke ta ulike elevers forutsetninger og evner til betraktning. Det å tilpasse undervisningen i forhold til elevenes ståsted, behov og interesse er en nødvendighet for at læring skal finne sted (Utdanningsdirektoratet, 2014b). Selv om vi tok utgangspunkt i kartleggingsprøvene, og det de viste av behov for utvikling og elevenes ståsted, var det ikke en selvfølge at vi evnet å se alle elevene. Siden det var nokså ulikt utviklingsnivå blant elevene, var det dessverre enkelte elever våre planlagte aksjoner ikke passet til. Vi tror dette kan være en av faktorene til var enkelte elever ikke hadde utvikling i sin begrepsforståelse om desimaltall.

Det kan være flere faktorer som er årsak til at disse elevene ikke har opplevd noen endringer i sin utvikling av begrepsforståelsen. Gjennom våre aksjoner fokuserte vi på å få elevene med i diskusjoner og være aktive med i samtaler. Vi opplevde at det var de samme fem elever som rakk opp hånden og var muntlig aktive. Elever tilegner seg ikke like godt ny kunnskap gjennom å være passiv å lytte til forklaringer og regler, i forhold til når de får møte utfordringer og problemstillinger med konkretiseringsmaterial (McIntosh et al., 2007). Ut ifra at det var så få elever som var aktive konkluderte vi med at elevene ikke ofte arbeider med problemstillinger i fellesskap. Noe som kan være en av årsakene til at enkelte elever ikke hadde endringer. De var for passive i aksjonene, og endte derfor bare med å lytte, som Alistair McIntosh (2007) påpekte, er det ikke alle elever som lærer best med å sitte å lytte og være passive selv. Dette er fordi alle elever er forskjellige unike individer som tilegner seg ny kunnskap på ulike måter.

6.4 Sentrale funn i intervjuene

Før intervjuene hadde vi et ønske om å få bedre innsikt i elevenes forklaringsevne, og se om det ville være en endring i deres forklaringsevne fra før til etter aksjonene. Med tanke på bruk av matematiske begreper. Intervjuene etter før-kartleggingen bar preg av forklaringene «*det bare er sånn*» og «*fordi læreren sa det*». Dette kan indikere at elevene har fått overført kunnskap fra en mer kompetent person, i dette tilfellet læreren. På den måten har ikke eleven selv fått muligheten til å konstruere egen kunnskap. Denne formen for kunnskap er omtalt som figurativ, noe som blant annet er kjernetanken i konstruktivismen (Lyngsnes & Rismark, 2014). Kunnskapen er ikke relatert til individets skjema, derfor kan ikke elevene argumentere for sine svar. Årsaken til mangelfulle forklaringer ligger i mangelfull forståelse om desimaltall. I ettertid så vi at de elevene som ikke hadde like høy måloppnåelse i utviklingen av begrepsforståelsen skulle hatt flere opplevelser der de lærte av hverandre. Om det hadde vært mulig å få bedre til i våre aksjoner er vi ikke sikre på, med tanke på at vi hadde begrenset med tid. Våre aksjoner baserte seg i stor grad på dialog mellom lærer og elev, men kanskje elevene ville opplevd større måloppnåelse hvis aksjonene var preget av en sosial interaksjon mellom elevene.

I intervjuene etter siste kartlegging opplevde vi at flere elever svarte korrekt, for så å bli usikker på om svaret stemte. Det at elevene viste usikkerhet, selv om de svarte riktig kan indikere en ubalanse mellom de allerede etablerte kunnskapene og de nye inntrykkene. Tidligere i kapittelet så vi på assimilasjon og akkomodasjon, der vi nevnte at disse prosessene kan være en av årsakene til at det var ulike måloppnåelse blant elevene. Når elevene er på vei til å forstå, handler det om at de fortsatt er i assimilasjon eller akkomodasjon prosessene. Om elevene fortsatt er i en av prosessene er det ubalanse mellom det de tidligere hadde lært om desimaltall og det nye de lærte i aksjonene. De er i en utviklingsfase der de prøver å skape likevekt mellom den gamle og den nye kunnskapen.

Målet med de tre aksjonene var å gi elevene verktøy slik at de i større grad er i stand til å forklare sine matematiske svar. Vi ønsket at elevene skulle starte prosessen mot operasjonell kunnskap om emnet desimaltall. Gjennom en læringsprosess bestående av assimilasjon og akkomodasjon (Lyngsnes & Rismark, 2014). Fordi det vil gjøre forståelsene til individene personlig. Intervjuene etter aksjonene og kartleggingen viste forbedringer hos de fleste elevene, noe som kan være et tegn på elevenes prosess mot en operasjonell forståelse for desimaltall.

6.5 Kommunikasjon som fallgruve

Analyseringen av intervjuene har fått oss til å se hvilke områder vi selv trenger mer øvelse og planlegging. Kvaliteten på spørsmålene til elevene mener vi er vår svakhet. Etter første kartlegging spurte vi en elev hvorfor han mener at tallet 0,268 er minst. Han svarer «*Det er fordi det første tallet teller mest*». Som oppfølgingsspørsmål spurte vi hvorfor dette tallet er mindre enn 0,62? Her ser vi i etterkant at det er en selvfølge at eleven svarer det samme på nytt igjen. Her skulle vi heller spurt eleven hvorfor han ser på det første tallet. På denne måten kunne vi ha kartlagt om eleven har en figurativ eller operasjonell kunnskap. Da ville vi visst om han evnet å forklare hvorfor, eller om det bare er en regel han har automatisert. Videre ser vi at vår manglende kompetanse på å stille elevene de rette spørsmålene under intervjuene er gjentakende. I etter-kartleggingen ser vi at samme eleven har tilegnet seg flere matematiske begreper. Han endret nå fra «*tallet teller mest*» til «*tallet med mest verdi*». Dette kan tyde på at i aksjonene gjennom fokuserte på bruken av matematiske begreper bidro til utvikling. Likevel stiller vi oss kritisk til om elevene har tilegnet seg forståelse om desimaltall, til tross for at de evner å bruke ulike begreper i forhold til desimaltall. Det sier vi på bakgrunn av at etter siste kartlegging fikk vi ikke intervjuet alle elevene, og dermed heller ikke høre om de evnet å forklare betydningen av de ulike begrepene, vi så bare den skriftlige bruken av begrepene.

Vi var begge uerfarne i klasserommet, med spesielt tanke på utformingen av gode diagnostiske spørsmål til elevene, som skulle bidra til kognitiv konflikt. Hvilke spørsmål en stiller for å hjelpe eleven på rett vei i begrepsutviklingen er noe vi føler krever øvelse og erfaring for å mestre. Et eksempel fra første aksjon lyder slik:

Kontekst:

> Vi arbeidet med rutenett og skal gå over fra fargelegge tideler til å inkludere hundredeler også. For å gjøre det ønsker vi å få elevene til å forklare hva en må gjøre for å få tidelsradene til å bli hundredelsruter.

Dialog i klasserommet:

> ***Oss:*** *Hvor mange hundredeler må vi ha inni en tidel?*
>
> ***Elev:*** *ti*
>
> ***Oss:*** *Hvorfor må jeg ha ti?*
>
> ***Elev:*** *fordi ti gange ti er hundre*
>
> ***Oss:*** *Ja, men koffer skal du ha hundre?*
>
> ***Elev:*** *(blir stille)*

Her merket vi at elevene ikke er vandt til å forsvare sine svar. Eleven som svarte forventet kun å måtte svare på spørsmålet som ble stilt. I ettertid så vi at vi manglet kunnskap til å stille elevene spørsmål som utfordret og støttet eleven til refleksjon og dialog. Derfor er det viktig at lærere utvikler sitt spørsmålsrepertoar (Grepperud & Skrøvset, 2012). Også erfarne lærere bør være oppmerksom på sitt spørsmålsrepertoar, da spørsmålsstilling i klasserommet aldri bør bli en rutine eller tvangsøvelse (Grepperud & Skrøvset, 2012). Grepperud og Skrøvset (2012) poengterer at det i aller høyeste grad er en viktig pedagogisk handling, derfor må alle spørsmålene ha en hensikt (Grepperud & Skrøvset, 2012:93).

6.6 Viktige suksessfaktorer

Her presenterer vi to faktorer som var med på å bidra til en positiv utvikling i forhold til elevenes begrepsforståelse om desimaltall. De to faktorene trekker vi frem på bakgrunn av teori, observasjoner og våre funn i kartleggingsprøve. Den første faktoren vi tar for oss er at samarbeid mellom elevene hadde en positiv innvirkning på utviklingen. Andre faktoren som bidro til utvikling var at vi hadde i forkant av aksjonene planlagt og tenkt nøye gjennom hva vi skulle gjøre i de tre aksjonene.

6.6.1 Medelever

Noen elever hadde mer kunnskap om desimaltall enn andre, noe som kan være med å støtte og veilede andre elever. Vygotsky hevdet at elevene først må lære sammen med andre som er mer kompetente, før en kan gjøre det på egenhånd (Strandberg et al., 2008). Elevene var nødt til å forklare og argumentere for sine svar gjennom alle tre aksjonene. På den måten får elevene forklaring på hvorfor en løsningsmetode er rett ved å høre på medelevers forklaringer. Individer på samme alder kan ha større forutsetning for å forstå hverandres forklaringer, fordi de innehar samme vokabular. En mer kompetent medelev kan virke mer troverdig for elevene fordi relasjonen deres er bedre enn til utenforstående. Kunnskapsformidlingen vil derfor kunne bli forsterket av kompetente medelever fordi troverdigheten på kunnskapens korrekthet kan heves (Strandberg et al., 2008).

I den siste aksjonen erfarte vi hvor hensiktsmessig det var å få medelevene til å støtte og hjelpe hverandre. Her handlet det om å finne størst og minst tall i en tallrekke med desimaltall. Under gjennomgangen måtte elevene forklare hvorfor tallet var mindre eller større enn de andre i tallene. I tillegg hadde vi i forkant av aksjonen informert elevene om at hvis de var uenige eller kom frem til andre løsningsforslag ønsket vi at de delte de med resten av klassen. For eksempel når elevene skulle finne det største tallet, var det en elev som svarte og forklarte med at tallet innehold den største tidelen, derfor måtte svaret være riktig. En annen elev som viste lav måloppnåelse under kartleggingen ga uttrykk for at hun hadde kommet frem til et annet. Hun refererte da til den tidligere eleven under sin egen forklaring, og sammenlignet dette med sin tidligere forståelse. Hun mestret ikke å forklare hva hun tenkte med egne ord. Noe vi kan tolke med at hun opplevde en kognitiv konflikt, og dermed startet sin adaptasjonsprosess. Eleven klarte ikke selv å gjennomføre oppgaven, men evnet å gjøre det sammen med en mer kompetent medelev. Dette kaller Vygotsky for den proksimale utviklingssonen (Wittek & Stray, 2014). Slik læring er viktig fordi det en klarer ved hjelp av andre i dag, vil en på et senere tidspunkt kunne klare på egenhånd (Vygotsky, 1978. I Wittek & Stray, 2014). Selv om eleven ikke viste store endringer fra før- til etter-kartleggingen mener vi at hun ved flere tilfeller lærte av sine medelever, og at dette kunne gi utvikling til slutt.

6.6.2 God planlegging

Alistair McIntosh (2007) skriver at misoppfatninger er ofte et resultat av lite planlagt undervisning eller mangel på god og hensiktsmessig undervisning. Våre aksjoner var utformet med bakgrunn i elevenes svar på før-kartleggingen, og dermed godt planlagt for å være hensiktsmessig for at elevene skulle oppnå resultater.

Ved å ta utgangspunkt i elevenes misoppfatninger gjennom undervisningen bidro det til en indre drivkraften for å oppnå likevekt mellom skjemaene ble satt i gang når elevene innså at deres begrepsforståelse ikke var riktig.. Vi ga elevene en grundig innføring i desimaltallets oppbygning, dette for å gi alle elevene grunnleggende kunnskap om desimaltall som er nødvendig for videre kunnskapsutvikling. Elevene i femteklasse har tilstrekkelig skjema gjennom mange års erfaring fra heltall, derfor er det mulig å gjennomgå denne dynamiske prosessen med desimaltall. Elevene startet på adaptasjonsprosessen når de opplevde at deres allerede eksisterende skjema ikke var tilstrekkelig, med tanke på å forstå noe nytt (Lyngsnes & Rismark, 2014) (Beins, 2012). Vi tror derfor at grunnen til at mange elever ikke evner å svare rett og har mangelfull forklaring på etter-kartleggingen, er fordi de ennå er i den selvregulerende prosessen.

7 Hva kan være årsaken til elevenes misoppfatninger?

I dette kapittelet skal vi drøfte årsaker til at misoppfatninger kan oppstå hos elevene. Dette ønsker vi å gjøre fordi våre funn er i tråd med funnene fra tidligere forskning allerede fra 1995. Gjennom kartleggingen fikk vi indikasjon på at det fantes misoppfatninger i elevgruppen. Elevene viste nesten identisk resultat som elevene som ble kartlagt i 1995 av KIM-rapporten (Brekke, 1995). Elevene er avhengige av å beherske emnet desimaltall for å kunne forstå mye av matematikken de senere skal møte. Derfor er det viktig at elevene opparbeider seg en god forståelse for tallene. Vi ser på dette funnet som urovekkende, og ønsker å finne en forklaring på hva årsaken til kan være. Våre antagelser er basert på egne erfaringer, observasjoner i klasserommet og ulik teori. Vi kjenner ikke til elevenes tidligere lærere, og kan derfor kun komme med antagelser om hvilke årsaker som kan ha ført til misoppfatningene i elevgruppen. Vi velger å trekke frem tre faktorer som kan være årsaken til elevenes misoppfatninger, kommunikasjon, tidspress og lærerens profesjonskunnskap.

7.1 Kommunikasjon

Grepperud og Skrøvset (2012) presenterer motivasjonens primære kilder gjennom motivasjonstriangelet, som handler om samspillet og dynamikken mellom elevenes bakgrunn, lærerens kompetanse og skolens innhold. Her trekkes læreres betydning for elevens motivasjon fram. Skolepensum i seg selv verken interessant eller kjedelig, men måten du som lærer regisserer det er avgjørende for elevenes positive eller negative holdning (Grepperud & Skrøvset, 2012). Hvordan undervisningen legges opp, kommunikasjon med elevene og personlig forhold til elevene er tre faktorer som har innvirkning på elevenes motivasjon (Grepperud & Skrøvset, 2012). Du som lærer er kunnskapens «ansikt» til elevene.

Spørsmål-svar-seanser er i stor grad dominerende i klasserommet (Grepperud & Skrøvset, 2012). Du som lærer spør elevgruppen et spørsmål og en rekke hender går i været. Elevene svarer og du gir tilbakemelding, ofte basert på «*bra, det er rett*», «*ikke helt, men du er inne på noe*» eller «*det er galt*». Deretter stiller læreren ofte et nytt spørsmål. Grepperud og Skrøvset (2012) refererer til at tidligere forskning har påpekt at svært mange av spørsmålene som stilles i klasserommet er innrettet mot kontroll og faktakunnskap. De poengterer at det ikke er noe galt i å etterspørre faktakunnskaper hos elevene, men påpeker at hvis spørsmålene stopper der, begrenser du som lærer elevenes muligheter til å fremme elevenes læring (Grepperud & Skrøvset, 2012:92). Vi var i vår forskning ute etter å fremme elevenes begrepsforståelse om desimaltall gjennom å la de forklare hva de tenkte uansett om svaret var korrekt eller ikke. Fordi all refleksjon fremmer læring hos eleven (Grepperud & Skrøvset, 2012).

Gjennom kommunikasjon med elevene kan en fremme eller begrense elevenes utbytte av dialogen. Slik Grepperud og Skrøvset (2012) poengterer med viktigheten av konstruktiv bruk av spørsmål i undervisningen. For å kunne bruke spørsmålene på en konstruktiv måte må en ha tenkt gjennom formålet og hensikten med spørsmålene. «*Hvorfor stiller jeg nettopp disse spørsmålene*» er viktig å tenke gjennom. For å få frem flere læringsnivåer gjennom spørsmålsstilling må en variere spørsmålene (Grepperud & Skrøvset, 2012). Videre presenterer de seks ulike spørreord som fremmer læring på ulike taksonomiske nivåer; huske/kunnskap, forstå, anvende, analysere, evaluere og skape. En begynner ofte med å gjenkalle tidligere kunnskap (Grepperud & Skrøvset, 2012). Dette gjorde vi i våre aksjoner ved å spørre elevene spørsmål som «*Hva er en tallinje*?» «*Hvor mange tideler må til for å få en hel?*», som kan besvares ved å bruke ett-ords-svar. For å fremme læring gjennom dialog er lærerens viktigste jobb, med tanke på å stille gode spørsmål og oppfølgingsspørsmål. Gjennom å stille spørsmål kan læreren gi eleven framdrift i sin forklaring ved å stille spørsmål som hjelper eleven gjennom tankeprosessen (Grepperud & Skrøvset, 2012). Her kan en også stoppe opp underveis og fokusere på en del av prosessen for å fordype seg i forståelsen til elevene, da gjerne hvis en vet at flere elever sliter med forståelsen. Elevene kan være en god hjelp og støtte i hverandres læring.

7.2 Lærerens tidspress

I rapporten «Lærerrollen sett fra lærerens ståsted» presenteres resultater fra et prosjekt som omhandlet positive og negative sider med læreryrket (Skaalvik & Skaalvik, 2013a). Her blir stressfaktoren tidspress trukket fram som en av utfordringene og belastningene i skolehverdagen. Rapporten viser også til internasjonal forskning som også viser at lærere i stor grad opplever tidspress i skolen (Skaalvik & Skaalvik, 2013a). Stressfaktorer som blir påpekt av lærerne er papirarbeid, dokumentasjon, møter og nye prosjekter og utviklingsprosjekt i skolen (Skaalvik & Skaalvik, 2013a:21). I våre tidligere praksisperioder erfarte også vi hvor stressende en skolehverdag kan være. En faktor vi spesielt har lagt merke til var utarbeiding av ukeplan. Ukeplanen blir planlagt uken før, noe som fører til stress. For å bli ferdig med planlagte undervisningsøkter før neste uke. For eksempel kommer en noen ganger innom emner som er mer utfordrende for enkelte elevene. I 5. klasse får elevene ny lærer og det er ikke sikkert den læreren kjenner klassen godt. Noe som kan innvirke på lærerens kjennskap til elevenes styrker og svakheter, som en nødvendig i planlegging av undervisning. I en skolehverdag som preges av tidspress kan lærere oppleve det å se tilbake på endt undervisning som tidkrevende, og dermed unnvike det. Samt at stressende skolehverdager kan medvirke til raskere gjennomgang av pensum, og dermed ikke være tilstrekkelig.

Skoleåret er kort og lærere kan føle en har dårlig tid til å komme gjennom kompetansemålene med elevene. I rapporten visers det til at 87,9% er enig eller helt enig i utsagnet «*Møter, administrative oppgaver og dokumentasjon "spiser opp" tiden som skulle gått til planlegging*» (Skaalvik & Skaalvik, 2013a:22). Ut fra det rapporten viser konkluderer vi med at en av årsakene til hvorfor misoppfatningene ennå eksisterer blant elevene er fordi lærere opplever tidspress. Å sette seg inn i og planlegge diagnostisk undervisning er til dels tidskrevende. I en hektisk hverdag kan en fort nedprioritere tilegnelsen av kunnskap fra tidligere forskning, noe som fører til at en går i «gamle spor». Vi mener dette kan resultere til at lærere kjører seg fast i samme spor, at for eksempel matematikklærere skaper seg faste rutiner og undervisningsopplegg i et emne. Disse rutinene blir en lettere vei, fordi det er en kjent og sikker vei. De mener de faste veiene fører til at elevene oppnår kompetansemålene, og dermed tar de seg ikke tiden til å stoppe opp og se tilbake på egen undervisning. Lærere som kjører seg fast i faste rutiner og spor vil ikke oppdage misoppfatninger og delvise utviklede begreper.

7.3 Lærerens profesjonskunnskap

Amerikaneren Lee Shulmann (1986) hevdet at lærerkompetanse omfatter en kombinasjon av fagkunnskaper, kunnskaper om undervisning, kunnskaper om læring og kunnskaper om elevene og deres forutsetninger (Shulman, 1986). Shulmann (1986) skiller mellom tre kategorier når han forklarer hva matematisk kompetanse er, «subject Matter knowledge» (fagkunnskap), «pedagogical content knowledge» (PCK) (pedagogisk fagkunnskap) og «curricular knowledge» (Shulman, 1986). SMK er kunnskap om faglig innhold, og refererer både til faktakunnskap og organisering av kunnskapen i tankene til læreren (Shulman, 1986). Curricular knowledge innebærer lærerens evne til å se faglig sammenheng, både tverrfaglig og fagets egen oppbygging (Shulman, 1986). PCK kan kortfattet beskrives som didaktisk kompetanse som læreren må inneha. Denne kompetansen omfatter en kombinasjon av fagkunnskaper, kunnskaper om undervisning og læring og kunnskap om eleven. Shulman (1986) hevder at en del av PCK er å vite hva som gjør et spesielt emne eller fagområde vanskelig eller lett å lære. Shulmann (1986) påpeker viktigheten av lærerens kunnskap om hvilke temaer innenfor undervisningen som er utfordrende eller lette. Her inngår lærerens forutinntatthet om misoppfatninger. Lærere må være i stand til å se kompleksiteten i læringssituasjonen, samt kjenne til muligheten for at elevene forstår eller misforstår lærestoffet (Shulman, 1986).

Ball, Thames og Phelps (2008) bygger på Shulmanns kompetanser når de forsøker å identifisere og beskrive den matematiske kunnskapen en må ha for å kunne undervise elever i matematikk. Mens Ball, Thames og Phelps (2008) benytter seg av fire forskjellige sider ved å være lærer; *common content knowledge (CCK), specialised content knowledge (SCK), knowledge and contens of students (KCS) og knowledge of content and teaching (KCT)* (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Ideen bak disse er hentet fra Shulmanns *«pedagogical content knowledge*». I analysering av matematiske behov ved læring, søker en etter å identifisere den matematiske kunnskapen som er ønskelig av det arbeidet lærerne gjør (Ball et al., 2008). Videre i forklaringen av de fire kunnskapene vil vi bruke de ulike forkortelsene, CCK, SCK, KCS og KCT.

CCK (allmenn fagkunnskap) handler om lærerens kunnskap innenfor fagfeltet. Dette innebærer egen faglig trygghet ovenfor fagstoffet, slik at du som lærer kan vurdere lærerboken, vite hva som er gode eller dårlige oppgaver, kunne bruke rette termer og notasjon på tavlen, og vet når elevene gjør feil (Ball et al., 2008). Dette er faktorer som er viktige for en lærer å beherske slik at en kan kvalitetssikre undervisningen. Ball m.fl. (2008) beskriver denne kunnskapen som noe alle som kan matematikk har, ikke bare lærere (Ball et al., 2008). CCK kunnskapen handler om lærerens personlige matematikkforståelse. Hvordan vil en læreren som ikke innehar tilstrekkelig matematikkforståelse, evne å tilegne sine elever god matematikkforståelse? Dermed er det viktig at lærere har god CCK kunnskap, for å forhindre at elever utvikler seg misoppfatninger.

SCK forklarer Ball m.fl. (2008) som behovet for fagspesifikk kunnskap. For å kunne drive god undervisning er det viktig at du som lærer innehar en god matematisk forståelse (Ball et al., 2008). Å undervise i matematikken handler om så mye mer enn bare å kunne fagfeltet. For å kunne forklare elevene matematikken på en tilstrekkelig måte må en selv ha en operasjonell forståelse. Dette handler om individets spesialkunnskap i matematikken (Ball et al., 2008). En vet hvilken løsningsstrategi som er mest hensiktsmessig, hvilke algoritmer som egner seg, samt at en innehar kunnskap om hva som ligger bak matematikken. En slik matematikkunnskap er noe lærere behøver fordi en må kunne «pakke ut» matematikken for å gjøre den forståelig for elevene (Ball et al., 2008). For å gjøre dette må læreren selv inneha en god grunnforståelse for matematikken slik at en kan begrunne og forklare, og ikke bare vise formler. Et eksempel er å evne å forklare elevene hvorfor det ikke er korrekt å uttale desimaltallet 0,456 som «null komma firehundre og femtiseks». Når elever begynner utvidelsen av posisjonssystemet og desimaltall blir introdusert, vil denne kunnskapen være en nødvendighet hos læreren. Evner ikke læreren for eksempel å forklare elevene hvorfor det heter tideler, hundredeler og tusendeler bak komma vil ikke elevene heller tilegne seg denne kunnskapen. Det er altså viktig at læreren videreformidler grunnideen til desimaltall for å hindre misoppfatninger.

KCS, kunnskaper om elever og innhold/undervisning, handler om å kjenne til innholdet i undervisningen, men også relasjonen mellom elevene (Ball et al., 2008). Lærere må kjenne elevene, vite deres styrker og svakheter, samt motivasjonsfaktorer. KCS handler om lærerens evne til å individualisere og kjenne til elevenes tenkning. Dette er en fordel en oppnår ved å arbeide med samme elevgruppe over lengre til. Vår erfaring er at det er tidkrevende å innhente kunnskap om hvert individ i klassen, men at det kan være med på å hjelpe elevene i kunnskapsutviklingen. For at vi kunne sette oss inn i elevenes kunnskap måtte vi benytte oss av kartlegging. Vi tror at kartlegging også kan være hensiktsmessig for lærere selv om de kjenner elevgruppen. Det å ta seg tid til å analysere, de spesielt elevenes svakheter, kan være med på å styrke muligheten til videre utvikling.

KCT, kunnskap om faglig innhold og undervisning, handler om lærerens kunnskap til å vite hvordan en griper tak i elevenes misoppfatninger, samt kunnskap om hvordan en kan få bort disse (Ball et al., 2008). I tillegg til å inneha kunnskaper om desimaltall, må læreren også kjenne til og beherske undervisningsverktøy som en kan bruke under planleggingen og gjennomføringen av undervisningen. Samspillet mellom god matematiskforståelse og pedagogiske kunnskaper mener vi gjør læreren i stand til å drive god undervisning. Før vår aksjon brukte vi mye tid på å sette oss inn i teori og tidligere empiri slik at vi på best mulig måte kunne utarbeide kartleggingsverktøy som ville bidra til god undervisningsplanlegging. Vi erfarte at ved å tilegne seg kunnskap om emnet en skal undervise i, kan man forebygge misoppfatninger. KCT er kunnskap utvikler over tid, gjennom erfaringer og utprøving av ulike metoder. Derfor er dette en kunnskap læreren bygger opp og utvikler over tid. Manglende bevissthet på hvordan din kunnskap som lærer påvirker elevenes læring kan føre til misoppfatninger.

7.4 Kompetansebehov

Vi stiller oss kritisk og setter spørsmålstegn ved hvorfor elevenes misoppfatninger finnes i klasserommet. Misoppfatninger i desimaltall er svært ofte omtalt i litteraturen, og to kjente kartleggingsverktøy «Alle teller!» og «Veiledning til tall og tallregning» presenterer strategier og metoder for å forebygge disse (Brekke, 1995; McIntosh et al., 2007). Ovenfor har vi presentert ulike måter kunnskap kan sees på ut i fra et matematisk ståsted. PCK-kunnskap kan sees i sammenheng med KCS og KCT. Disse kompetansene kjennetegnes ved å gå ut over egen forståelse og omhandle kunnskap om barns læring. Den tidligere lærerutdanningen ga kompetanse til å arbeide på grunnskolen. UIT beskriver studiet som *«allmennlærerutdanninga skal legge til rette for at studentene tilegner seg fagkunnskap som grunnlag for personlig vekst, samtidig som denne kunnskapen skal danne et solid fundament i utviklingen av yrkeskompetansen»* (UIT, 2008:3). Allmennlærerutdanningen hadde 30 studiepoeng som obligatorisk innenfor faget matematikk. Hovedmålet med faget var *«å lære matematikk, samt lære om hvordan man kan undervise i matematikk»* (UIT, 2008:8). I følge emneplanen skal lærerne gå gjennom *«introduksjon av de små heltall, videre til alle heltall, utvidelse av tallområdene til å inkludere brøk og desimaltall»* (UIT, 2008:9). Dette er et av delområdene innenfor tall og algebra. Vår mening er at 30 studiepoeng fordelt på 1 år er veldig lite, og ikke minst lite tid om studentene skal bearbeide og utvikle sin kunnskap over tid.

I 2010 kom det en ny lærerutdanning i Tromsø. Denne utdanningen skulle være en «*integrert, profesjonsrettet og forskningsbasert lærerutdanning for barnetrinnet*»(UIT, 2015). Selv om matematikk som obligatorisk fag ennå er 30 studiepoeng, er emnene mer konsentrert rundt begynneropplæringen fordi studiet nå er delt inn i 1-7-trinn eller 5-10.trinn. Innenfor emnet skal lærerstudenten inneha kunnskap og forståelse for *«matematisk kunnskap, kunnskap om elevane si matematiske tenking og kunnskap om undervisning i matematikk» (UIT, 2015).* Vi antar på bakgrunn at utdanningen i større grad har gitt muligheten til å inneha PCK-kunnskap. Gjennom matematikkfaget har fokuset vært på didaktikken innenfor matematikk. Faget har gitt oss innsikt og kompetanse til å kunne forutse misoppfatninger, samt vite hvordan en kan gripe tak i disse. Gjennom et femte studieår fikk vi muligheten til å ta påbygning i matematikkdidaktikk, noe som vi anser som svært relevant for styrking og kvalitetssikring av lærere. Den nye lærerutdanningen gir fremtidige lærere større mulighet til å kombinere fag og pedagogikk. I tillegg ser vi meget positiv til muligheten å fordype seg i norsk, matematikk eller engelsk. Det gir studentene muligheten til å fordype seg i et av fagene ut i fra egeninteresse. Vi mener at faget påbygning i matematikkdidaktikk har bidratt til å gi oss personlig trygghet til å være matematikklærere.

Et av høyres valgløfter var 5-åring lærerutdanning, og i 2013 innfridde regjeringen løftet om femåring lærerutdanning i hele Norge fra 2017 (Krekling, Grønli, & Randen, 2014). *Det syntes vi er meget lovende for fremtidens elever. Det som gjør oss urolige er kritikken rundt den nye lærerutdanningen.* Skolepolitisk talsmann i Ap Trond Giske (Ap) mener det ikke er nødvendig med masterutdanning for alle lærere (Krekling et al., 2014). Her er ikke kritikken knyttet til at det skal være fem år, men selve masteroppgaven. Han påpeker at en master tar to år å fullføre, og bekymrer seg for at man i praksis må fjerne ett år av dagens fireårige studieløp for å legge til to år der studentene skal skrive oppgave (Krekling et al., 2014). Senterpartiet mener også at innføringen av en femårig masterutdanning for lærerne er en dårlig idé (Krekling et al., 2014). Her går bekymringen ut på debatten om kvalitet framfor kvantitet. I en pressemelding fra regjeringen sier de at «lærerutdanningene og læreryrket i Norge må i enda større grad kjennetegnes av god innsikt i forskning og utviklingsarbeid»

(Kunnskapsdepartementet, 2014). Vår personlige erfaring er at studiet har gitt oss solid pedagogisk grunnlag, samt fagkunnskaper i fire fag. Fokuset gjennom hele studiet har vært på didaktikken, noe som har gidd oss gode kunnskaper for hva en som lærer må være oppmerksom på i klasserommet. Å skrive en masteroppgave i lærerutdanning 1.-7. tar et semester. Selve prosessen begynner første dag, første året på utdanningen. Gjennom hele studiet forbereder vi oss på å kunne drive utviklingsarbeid i skolen. Noe som har bidratt til at vi føler oss kompetente til å forske i eget klasserom med hensikt på stadig forbedring av undervisningspraksis når vi skal ut i arbeid. I tillegg til at studiet har gitt oss trygghet til å drive utviklingsarbeid har arbeidet med masteroppgaven gitt oss mye ny kunnskap. Ikke bare har vi tilegnet oss bedre kunnskap og forståelse for diagnostisk undervisning, men ser også viktigheten i lærerens kompetanse. I forhold til å stille spørsmål, matematiske forståelse, nødvendigheten med ulike undervisningsmetoder og typiske misoppfatninger innen ulike emner i matematikk. Denne kunnskapen vil vi ta med oss ut i læreryrket og implementere i vår egen praksis.

8 Konklusjon

Vår erfaring er at diagnostisk kartlegging i stor grad avdekker elevenes misoppfatninger. En måte å anvende diagnostisk kartlegging er å benytte seg av tidligere forskning hvor en kan lage en spesifikk kartleggingsprøve som avdekker misoppfatninger innenfor gitte aspekter. Vi hadde ingen forkunnskaper om elevgruppen, derfor måtte vi utvikle kartleggingsprøven ut fra forventet kunnskap på bakgrunn av kompetansemålene og læreverket «Multi» som klassen benytter seg av (Gyldendal, u.å). Vår kartleggingsprøve avdekket mange misoppfatninger i elevgruppen, og prøven var til stor hjelp under planlegging av aksjonene. Ved å benytte seg av teori om diagnostisk kartlegging kan en finne tips og veiledning til hvordan man hjelper elevene til bedre forståelse om for eksempel desimaltall. Vi mener at diagnostisk kartlegging var en meget god metode for å utarbeide tilrettelagte undervisningsopplegg.

Gjennom diagnostisk undervisning jobbet vi målrettet med elevenes begrepsforståelse. Årsaken til det var at intervjuene avdekket at elevene manglet begreper for desimaltall når de begrunner og argumenterer for sine svar. Ved å få elevene til å forklare muntlig steg for steg hvordan han eller hun tenker, bevisstgjør man elevene på sin egen tankeprosess om temaet. Dette fordrer derfor at eleven kan benytte seg av fagbegreper, noe som er med på å gi eleven operasjonell forståelse. Vi ga elevene få oppgaver, og brukte god tid på å la elevene forklare hvordan de løste oppgavene. Årsaken til det var å få elevene til å utvikle sin evne til å begrunne og argumentere for sine svar. Vi hadde fokus på dialog i klasserommet, noe som vi tror har hjulpet elevene til å bli bevisst på egen. Elever som mestrer temaet godt kan også være til hjelp og støtte, slik at elevene evner å utføre mer utfordrende oppgaver noe som kan bidra til utvikling. Vi mener diagnostisk undervisning er spennende og liker mulighetene som åpner seg med å anvende denne formen for undervisning. Vi vil hevde at Diagnostisk undervisning som matematisk verktøy har i stor grad hjulpet elevene til begrepsutvikling. Samtidig ga også en slik undervisningstilnærming muligheten til å samle inn informasjon om elevenes behov for videre oppfølging og veiledning.

Svakheter i våre funn er mangelen på kunnskap om enkelte elevene. Vi kunne trolig ha fått bedre utbytte av før-kartleggingen, samt bedre resultater på etter-kartleggingen, hvis vi hadde forkunnskaper om elevgruppen. En annen svakhet er vår manglende relasjon til elevene.

Forskning viser at elevene har stor tillit og lojalitets følelse til sin lærer og derfor kan mangelfull relasjon til elevene føre til manglende autorisasjon fra elevene på om det du sier er korrekt (Drugli, u.å). Vår mangelfulle erfaring på bruken av diagnostisk undervisning kan også ha påvirket begrepsutviklingen til elevene. Vi har i ettertid sett at våre oppfølgingsspørsmål under aksjonene ikke er tilstrekkelige, noe som kan ha påvirket elevenes mulighet til utvikling.

Gjennom forskningsarbeidet har vi tilegnet oss mye ny og nyttig kunnskap som vi tar med oss ut i arbeidslivet. Vi har fått en bedre forståelse for hvor viktig lærerens kunnskap er, slik at en ikke forsterker elevenes misoppfatninger.

9 Videre forskning

"If the research project is done well, you will be feeling you don't know all the answers. You will want to keep on exploring, and you will be continuing to question existing practices and knowledge"(Rhedding-Jones, 2005:71)

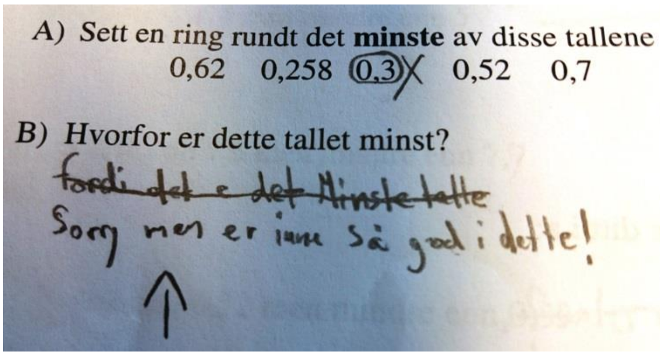
Dett er et sitat fra Rhedding-Jones (2005) som handler om hvordan han ser på aksjonsforskning. I vårt datamateriale fant vi gjennom analysearbeidet spennende funn ut over problemstillingen. Tre funn som vi her ønsker å trekke fram er selvoppfatning og prestasjoner, samt kjønnsbaserte forskjeller i datamaterialet. Vi mener vi ikke har tilstrekkelig med datamateriale til å komme med en konklusjon innenfor de to områdene, siden det ikke var et fokus under intervjuene eller aksjonene. Vi ønsker for det om å trekke frem de tre aspekter ved vårt datamateriale, fordi vi finner det hensiktsmessig med tanke på videre forskning på området.

9.1 Selvoppfatning og faglige prestasjoner

I boken «Fortsatt en vei å gå» (2013) blir resultatene fra PISA 2012 presentert (Olsen, 2014). Selv om dette er tester gjennomført på 15-åringer er deler av resultatene fra rapporten. Relevant for oss kapittel 4.5 handler om selvoppfatning, mestringsforventning og matematikkangst. Med tanke på at disse tre faktorene påvirker elevenes akademiske prestasjoner. Faktorene er noe som bygges opp over tid, og kan derfor relatere til våre 5.klassinger.

Elevene blir vurdert av læreren, og disse vurderingene blir viktige for elevens vurdering av seg selv (Skaalvik & Skaalvik, 2013b). Erfaringene i skolen har stor betydning for elevenes selvoppfatning (Skaalvik & Skaalvik, 2013b). Begrepet selvoppfatning innebærer enhver oppfatning, følelse, tro eller viten en person har om seg selv (Skaalvik & Skaalvik, 2013b). Et individets selvoppfatning har røtter i tidligere erfaringer, og betydningen av hvordan disse erfaringene er forstått og tolket er relevant. Disse oppfatningene er subjektive, og spiller en viktig rolle for elevenes følelser, motiver og atferd (Skaalvik & Skaalvik, 2013b).

Lav faglig selvoppfatning kan forårsake uheldige konsekvenser (Skaalvik & Skaalvik, 2013b). *Elever med lav selvoppfatning har mer angst og stress i læringssituasjoner og prestasjonssituasjoner enn elever med høyere faglig selvoppfatning* (Bandura 1986, Covington 1992, i Skaalvik & Skaalvik, 2013b:80). I PISA 2012 ble det rapportert gjennomsnittlig høyere selvoppfatning hos guttene enn jentene (Kjærnsli & Olsen, 2013). Bentsen (2013) gjennomførte en analyse av spørreskjemaene i PISA-rapporten som omhandlet sterke og svake elevers holdninger til matematikken (Jensen & Nortvedt, 2013). Et sentralt funn er at denne kjønnsforskjellen er sterkest blant svake elever. Dette var noe vi også observerte i vårt datamateriale. Spesielt en av informantene som vise dårlige matematiske ferdigheter uttrykte lav selvoppfatning.

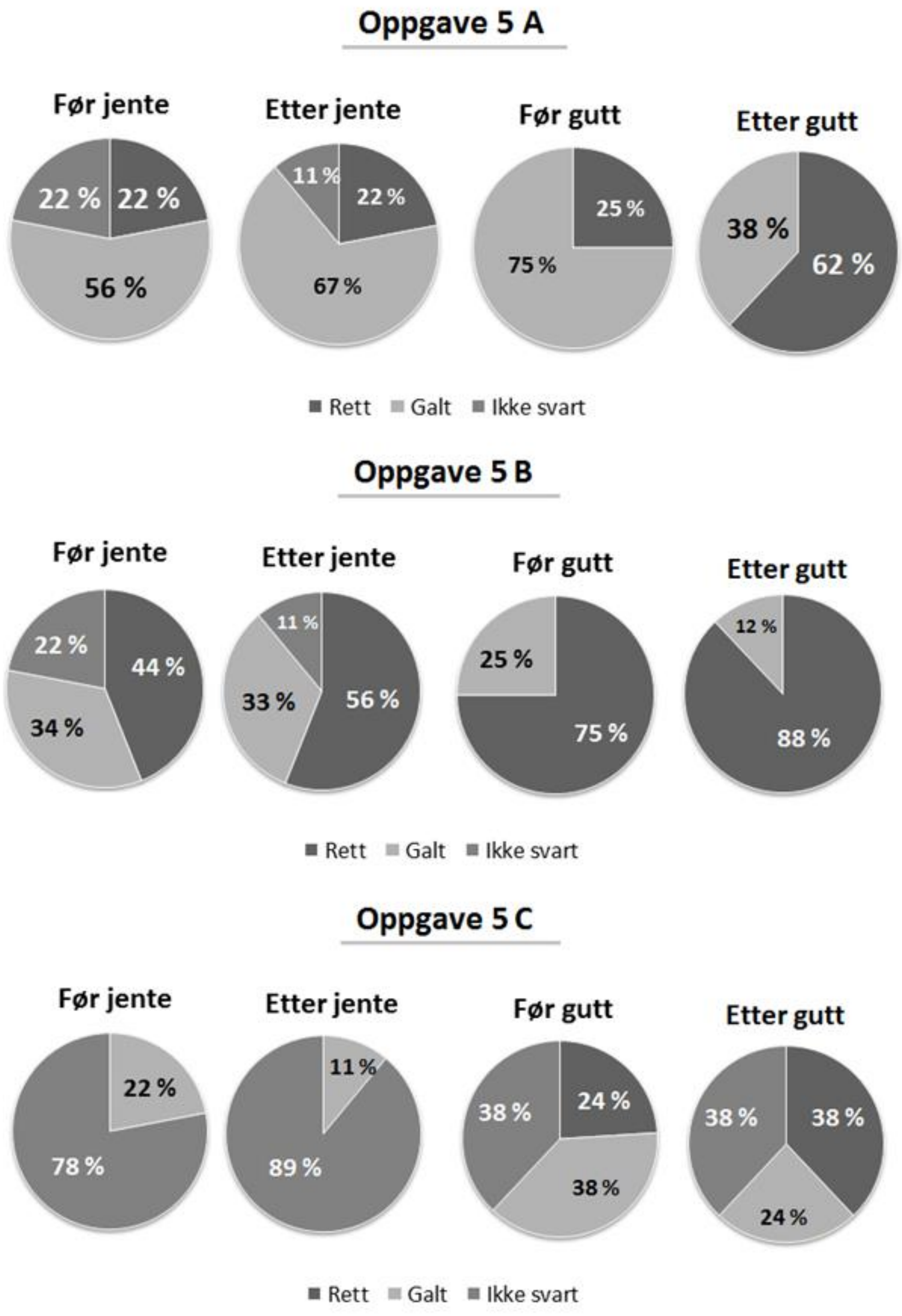


Illustrasjonsbilde av elevsvar fra kartleggingsprøven oppgave 1

Eleven har svart på oppgave A og begynt å svare på oppgave B før hun mistet troen på seg selv. *«Sorry men er ikke så god i dette»* forteller oss at eleven har lav selvoppfatning. Hun har ikke troen på at svaret er rett, og velger å unnskylde seg for at hun ikke kan svare korrekt på oppgaven. I 2012 undersøkte PISA fem utsagn som utgjorde konstruktet selvoppfatning. Her kom det fram at norske elever uttrykker lavest selvoppfatning i matematikk i Norden (Kjærnsli & Olsen, 2013). Elevene har ikke troen på seg selv og sin kompetanse i matematikkfaget. Vi tenker at en årsak kan være at elever har figurativ kunnskap innenfor matematikken. Å gi elevene en operasjonell forståelse av fagstoffet kan føre til en bedre selvoppfatning ved at de behersker matematikken. En operasjonell kunnskap om desimaltall kan forenkle innlæringen av andre matematiske temaer, for eksempel brøk. Derfor ser vi det som hensiktsmessig å bygge opp elevenes begrepsforståelse slik at en kan gi elevene tro på seg selv og sin kunnskap. Våre teorier er kun antagelser, dette fordi vi ikke fokuserte på å kartlegge elevers selvoppfatning under intervjuene. Gjennom aksjonene og intervjuene observerte vi flere elever som for eksempel unnlot å svare. Derfor mener vi at det hadde vært spennende å forske videre på dette i en senere anledning.

9.2 Kjønnsbaserte forskjeller

Gjennom åtte utsagn fra PISA som omhandlet elevenes tro på at de kan få til spesifikke oppgaver i matematikk, så viser det at guttene uttrykker en sterkere mestringsforventning enn jentene (Jensen & Nortvedt, 2013). PISA viser til en sterk sammenheng mellom mestringsforventning og prestasjoner i alle de nordiske landene og OECD (Kjærnsli & Olsen, 2013:111). Nedenfor presenterer vi resultatene fra oppgave 5 A, B og C hvor vi skiller mellom forbedringene hos guttene og jentene. Tabell 7 viser prosentvis fordeling av svar på før- og etter-kartleggingen.



Tabell 7 kjønnsforskjeller, oppgave 5

Tabell 7 viser at guttene i større grad enn jentene viser forbedringer i resultatene. Det som er mest interessant er forskjellen på prosentandelene som ikke har avgitt svar. På oppgave A og B har alle guttene avgitt svar, mens noen av jentene har valgt å ikke avgi svar på oppgaven. På disse tre oppgavene oppfordret vi elevene til å prøve seg fram og bruke kladdearket som hjelp. Samtlige gutter hadde prøvd, og vi ser en vesentlig forbedring på oppgave A på prosent rett svar hos guttene. Oppgave C krevde mest begrepsforståelse hos elevene, og var dermed den mest utfordrende oppgaven i kartleggingsprøven. Den krevde at elevene prøver seg fram for å finne en løsningsstrategi på oppgaven. Det var ingen av jente som evnet å svare korrekt på 5C, det var hele 89% av jente som innlot å svare på oppgaven på etter-kartleggingen. I ettertid så vi at det var høy prosent antall jenter som ikke svarte på oppgaver, men hvorfor de ikke karta vi ikke. Siden det ikke var et fokus under våre intervjuer eller aksjoner. Vi trekker sammenhengen mellom jentenes lave selvoppfatning og mestringsforventning som et mulig svar på hvorfor det ble tydelige kjønnsforskjellen i resultatene. PISA viser til gutters høyere selvoppfatning og mestringsforventning, noe som kan påvirke guttenes innsats for å lykkes (Kjærnsli & Olsen, 2013). Til tross for at PISA i 2012 legger frem at det ikke er signifikante forskjeller mellom prestasjonene til gutter og jenter, kommer det frem i våre funn at det er signifikante kjønnsforskjeller (Kjærnsli & Olsen, 2013). Videre presiserer de at det ikke er store forskjeller uansett om det var elektronisk eller papir prøve. I vårt datamateriale har vi funnet signifikante kjønnsforskjeller på etter-kartleggingen. Vi har ikke satt oss inn i hvilke oppgavetyper PISA benytter seg av, men vi mener dette er et interessant funn som kan forskes videre på. Forslag til videre forskning kan være kartlegging av graden av kjønnsmessige forbedringer ved bruk av diagnostisk kartlegging.

10 Litteratur

Aarnes, J. F. (2009). Mente. Hentet 06.05 2015, fra https://snl.no/mente.

Alseth, B., Nordberg, G., & Røsseland, M. (2013). *Multi 5a Lærerens bok*. Oslo: Gyldendal undervisning

Ball, L. D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389.

Befring, E. (2012). *Skolen for barnas beste: kvalitetsvilkår for oppvekst, læring, utvikling*. Oslo: Samlaget.

Beins, B. C. (2012). Jean Piaget: Theorist of the Child's Mind. I W. E. Pickren, D. A. Dewsbury & M. Wertheimer (red.), *Portraits of pioneers in developmental psychology* (s. 89-109). New York: Psychology Press.

Bell, A. (1993). Principles for the design of teaching. *Educational Studies in Mathematics, 24*(1), 5-34.

Birkeland, P. A., Breiteig, T., & Venheim, R. (2011). *Matematikk for lærere 1* (vol. 1). Oslo: Universitetsforlaget.

Birks, D. (1987). *Reflection: A Diagnostic Teaching Experiment. Master of Education thesis*. Shell Centre for Mathematical Education: Universityof Nottingham, England.

Bjørndal, C. R. P. (2011). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Bjørnsrud, H. (1999). *Den inkluderende skole*. Oslo: Universitetsforlaget

Brekke, G. (1995). *Veiledning til tall og tallregning: E, G og I*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Læringssenteret.

Bråten, I. (2002). *Læring: i sosialt, kognitivt og sosialt-kognitivt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.

Bunting, M. (2014). *Tilpasset opplæring: forskning og praksis*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Bøe, M., & Thoresen, M. (2012). *Å skape og studere endring: aksjonsforskning i barnehagen*. Oslo: Universitetsforlaget.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Dahlum, S. (2014). Kvantitativ analyse. Hentet 22.04 2015, fra https://snl.no/kvantitativ_analyse

De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2010). Fortolkning og analyse. Hentet 03.05 2015, fra https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/medisin-og-helse/kvalitativ-forskning/8-fortolkning-og-analyse-/

Drugli, M. B. (u.å). Relasoner mellom elev og lærer. Hentet 13.05 2015, fra http://www.udir.no/Laringsmiljo/Bedre-laringsmiljo/Relasjoner-i-skolehverdagen/Relasjoner-mellom-elev-og-larer/?read=1

Dysthe, O. (1996). *Ulike perspektiv på læring og læringsforskning*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.

Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspel og læring*. Oslo: Abstrakt forlag.

Engeström, Y., & Young, M. (2001). *Expansive learning at work: toward an activity-theoretical reconceptualisation* (vol. No 1). London: The School.

Grepperud, G., & Skrøvset, S. (2012). *Undervisningslære: eksempler, ideer og refleksjoner*. Oslo: Gyldendal akademisk.
Grevholm, B., Björklund, C., & Strømsnes, H. (2013). *Matematikkundervisning 1-7*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
Gyldendal. (u.å). Multi - trykte læremidler. Hentet 12.05 2015, fra http://www.gyldendal.no/grs/Multi/Trykte-laeremidler
Helle, L. (2013). *1.-7. trinn: pedagogikk og elevkunnskap*. Oslo: Universitetsforlaget.
Hiim, H. (2010). *Pedagogisk aksjonsforskning: tilnærminger, eksempler og kunnskapsfilosofisk grunnlag*. Oslo: Gyldendal akademisk.
Hinna, K., Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7* (vol. B. 1). Kristiansand: Høyskoleforlaget.
Imsen, G. (2014). *Elevens verden: innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Universitetsforlaget.
Jensen, F., & Nortvedt, G. A. (2013). Holdninger til matematikk IM. Kjærnsli & R. V. Olsen (red.), *Fortsatt en vei å gå: norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 324 s. : ill.). Oslo: Universitetsforlaget.
Kjærnsli, M., & Olsen, R. V. (2013). *Fortsatt en vei å gå: norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.
Krekling, D. V., Grønli, H., & Randen, A. (2014). Alle norske lærerutdanninger blir femårige fra 2017. Hentet 05.05 2015, fra http://www.nrk.no/norge/femarig-laererutdanning-fra-2017-1.11754318
Kunnskapsdepartementet. (2014). Innfører femårig lærerutdanning på masternivå. Hentet 05.05 2015, fra https://www.regjeringen.no/nb/aktuelt/Innforer-5-arig-grunnskolelarerutdanning-pa-masterniva/id761439/
Lyngsnes, K. M., & Rismark, M. (2014). *Didaktisk arbeid*. Oslo: Gyldendal akademisk.
Löwing, M., & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
McIntosh, A., Settemsdal, M. R., Stedøy-Johansen, I., & Arntsen, T. J. (2007). *Alle teller!: håndbok for lærere som underviser i matematikk i grunnskolen : kartleggingstester og veiledning om misoppfatninger og misforståelser på området : tall og tallforståelse*. Trondheim: Matematikksenteret.
McNiff, J., & Whitehead, J. (2011). *All you need to know about action research*. London: Sage.
Nygaard, O., & Zernichow, A. G. (u.å). Den blokkerende misoppfatning. Hentet 04.04 2015, fra http://home.uia.no/olavn/blokkerende.pdf
Ohnstad, F. O. (2015). *Profesjonsetikk i skolen: læreres etiske ansvar*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.
Olsen, R. V. (2014). PISA og TIMSS som utgangspunkt

for masteroppgaver, fra https://fronter.com/uit/links/files.phtml/1483403937$191973494$/Arkiv/EKVA+Troms_prcent_C3_prcent_B8+Masterinfo+2014.pdf.
Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
Postholm, M. B., & Moen, T. (2009). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen: metodebok for lærere, studenter og forskere*. Oslo: Universitetsforlaget.
Rhedding-Jones, J. (2005). *What is Research? Methodological practices and new approaches*. Oslo: Universitetsforlaget
Schunk, D. H. (2014). *Learning theories: an educational perspective*. Harlow: Pearson.

Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 10.
Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (2013a). *Lærerrollen sett fra lærernes ståsted*. Trondheim: NTNU samfunnsforskning.
Skaalvik, E. M., & Skaalvik, S. (2013b). *Skolen som læringsarena: selvoppfatning, motivasjon og læring*. Oslo: Universitetsforlaget.
Skaalvik, K. (2014). Veiviser for praksis. Hentet 12.05.15, fra https://www.google.no/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&cad=rja&uact=8&ved=0CCkQFjAC&url=http%3A%2F%2Fuit.no%2FContent%2F359521%2FProsjektbeskrivelse.pdf&ei=F-FRVZ3ZPMirswHh5YHoBA&usg=AFQjCNEUW43FbQRJS_BShCFrOToQhaNY1A&bvm=bv.92885102,d.bGg
Skeie, G., Postholm, M. B., & Lund, T. (2010). *Forskeren i møte med praksis: refleksivitet, etikk og kunnskapsutvikling*. Trondheim: Tapir akademisk forlaget.
Strandberg, L., Manger, A., & Moen, B. F. (2008). *Vygotsky i praksis: blant pugghester og fuskelapper*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
Tiller, T. (2004). *Aksjonsforskning i skole og utdanning*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
Tjeldvoll, A., & Skagen, K. (2014). Didaktikk. Hentet 12.05 2015, fra https://snl.no/didaktikk.
Tjora, A. (2014). Aksjonsforskning. Hentet 09.04 2015, fra https://snl.no/aksjonsforskning.
UIT. (2008). Fagplan for almennlærerutdanning Hentet 05.05 2015, fra http://uit.no/Content/178425/alu-fagplansamling%2009-10i.pdf
UIT. (2015). Lærerutdanning 1. - 7. trinn (Tromsø) - master (5-årig). Hentet 05.05 2015, fra http://uit.no/studietilbud/program?p_document_id=280330
Utdanningsdirektoratet. (2014a). *Kunnskapsløftet: mål og innhold i grunnskolen*. Oslo: Pedlex.
Utdanningsdirektoratet. (2014b). Tilpasset opplæring. Hentet 10.05 2015, fra http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-lareplaner/Veiledning-i-lokalt-arbeid-med-lareplaner/5-Lokalt-arbeid-med-lareplaner-i-fag/Tilpasset-opplaring/
Utdanningsdirektoratet. (u.å). Kartleggingsprøver - retningslinjer og rettleiing. Hentet 25.03 2015, fra http://www.udir.no/Vurdering/Kartlegging-gs/Artikler-kartlegging/Kartleggingsprover---retningslinjer-og-rettleiing-til-skoleeigarar-og-skoleleiarar-/Om-kartleggingsprover/#a1.1
Utdanningsforbundet. (2014). Lærerprofesjonens etiske plattform. Hentet 30.04 2015, fra https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Profesjonsetikk/Plattformen/L%C3%A6rerprof_etiske_plattform_A3_bokmal_hvit_rev_131114.pdf
Wittek, L., & Dale, E. L. (2013). Skriving som læringsressurs sett i lys av Vygotskys teorier IB. Aamotsbakken & N. Askeland (red.), *Syn for skriving: læringsressurser og skriving i skolens tekstkulturer* (s. 244 s. : ill.). Oslo: Cappelen Damm akademisk.
Wittek, L., & Stray, J. H. (2014). *Pedagogikk: en grunnbok*. Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

NSD

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Vedlegg 1:

Ove Gunnar Drageset
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk UiT Norges arktiske universitet

9006 TROMSØ

Vår dato: 02.10.2014 Vår ref: 39963 / 3 / AMS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 22.09.2014.
Meldingen gjelder prosjektet:

39963	*Kartlegging av elevenes endring i tankeprosesser*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Ove Gunnar Drageset*
Student	*Kathrine Stark*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.05.2015, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Anne-Mette Somby

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Kontaktperson: Anne-Mette Somby tlf: 55 58 24 10
Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Kathrine Stark kath-bak@online.no

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 39963

Utvalget (elever og foresatte) informeres skriftlig/muntlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet mottatt 30.9.2014 er godt utformet. Personvernombudet legger til grunn at det innhentes skriftlig samtykke fra foresatte. For at samtykket skal være frivillig er det viktig at elevene får et reelt alternativ til å delta i prosjektopplegget.

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger UiT Norges arktiske universitet sine interne rutiner for datasikkerhet. Dersom personopplysninger skal lagres på privat pc/mobile enheter, bør opplysningene krypteres tilstrekkelig.

Prosjektet er et samarbeid mellom Kathrine Stark og Linn-Mari Karlsen.

Forventet prosjektslutt er 01.05.2015. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger somf.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette lydopptak

Vedlegg 2:

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Tankeprosesser i desimaltallundervisning»

Bakgrunn og formål

Vi er to studenter som går integrert master 1.-7. trinn ved Universitetet i Tromsø, som skal gjennomføre et forskningsprosjekt. Vårt prosjekt går ut på å kartlegge endringene i tankeprosessene hos elevene når de arbeider med desimaltall. Får å få svar på forskningsspørsmålet vårt skal alle elevene gjennomføre en kartleggingsprøve, etter perioden med undervisning i desimaltall. Rett etter kartleggingen blir vi å ta ut noen elever til et intervju. Der vi stiller spørsmål ut i fra svarene til den enkelte eleven. Dette for å få en bedre forståelse for hvordan eleven tenker når han/hun løser oppvegene. Videre skal vi bruke resultatene fra kartleggingsprøven til å planlegge og gjennomføre tre ulike undervisningsaktiviteter. Disse timene skal bidra til å trigge elevenes tankeprosess i arbeid med desimaltall. Før vi til slutt skal gjennomføre den samme kartleggingsprøven en gang til. Vi blir også å ha et nytt intervju med de samme elevene som tidligere, for å se om det er noen endringer i deres tankeprosesser.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Alle elevene i klassen skal gjennomføre to kartleggingsprøver, som tar ca. 30 min. Noen elever blir også valgt ut til å gjennomføre to intervjuer, der hvert intervju tar ca. 20 min. Hvem som blir tatt ut til intervju avgjør vi ut i fra svarene på den første kartleggingsprøven.

Innsamling av forskningsdata blir gjennom kartleggingsprøvene, lydopptak under intervju og de tre undervisningsaktivitetene. Begge studentene vil også skrive feltnotater under kartleggingsprøvene, intervjuene og undervisningsaktivitetene.

Opplysningene som innhentes i løpet av forskningsprosjektet er elevenes tanker rundt temaet desimaltall, det blir ikke innhentet noen personopplysninger.

Hvis det er av interesse kan vi gi ut kartleggingsprøven og intervjuguiden etter gjennomført prosjekt. Dette fordi elevene ikke skal få muligheten til å øve eller pugge på spørsmålene.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Kun prosjektgruppen (to studenter) vil ha tilgang til datamaterialet. For å ivareta elevenes anonymitet vil deres klassekontakt gi hver enkelt elev et nummer, dette slik at vi ikke trenger å få navn på kartleggingsprøvene. Det vil også være klassekontakten som oppbevarer listen over elevenes nummer.

Deltakerne vil ikke være gjenkjennelig i masteroppgaven når den blir publisert.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 01.05.15. Da blir innhentet data slettet og makulert.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med

Kathrine Stark, 415 12 990 e-post: kath-bak@online.no eller

Linn-Mari Karlsen, 958 77 361 e-post: l.m.k@hotmail.com

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

☐ Jeg samtykker til å delta i intervju

☐ Jeg samtykker til å delta i kartlegging

☐ Jeg samtykker til at det blir gjort lydopptak under intervju

☐ Jeg samtykker til at det blir gjort lydopptak under de tre undervisningsøktene

Vedlegg 3:

Kartleggingsprøve i desimaltall

Oppgave 1

A) Sett en ring rundt det **minste** av disse tallene
0,62 0,258 0,3 0,52 0,7

B) Hvorfor er dette tallet minst?

C) Sorter tallene fra **minst til størst**

Oppgave 2

A) Sett en ring rundt det **største** av disse tallene
0,649 0,87 0,7 0,25 0,9

B) Hvorfor er dette tallet størst?

C) Sorter tallene fra **størst til minst**

Oppgave 3
Som svar på en matematikkoppgave fikk Olav 4,9 og Lise 4,90

A) Er det noen forskjell på svarene?

B) Forklar hvordan du kom fram til svare ditt i a:

Oppgave 4
Skriv som ett desimaltall

A) 8 tiere 3 enere og 5 tideler

B) 3 hundrere 7 enere og 4 tideler

Oppgave 5
Skriv riktig tall i ruta

A) $3{,}46 = 3 + 0{,}2 + \boxed{}$

B) $6{,}1 + \boxed{} + 3 = 14{,}4$

C) $\boxed{} - 0{,}13 - 0{,}4 = 0{,}93$

Oppgave 6
Skriv INGEN hvis du mener at det ikke fins noe svar på disse oppgavene. Ellers skal du skrive et tall som er:

A) Større enn 4 men mindre enn 5

B) Større enn 7,6 men mindre enn 7,7

C) Større enn 0,52 men mindre enn 0,53

D) Større enn 2 men mindre enn 2,1

Oppgave 7

Hvilket siffer står på hundredelsplassen i tallet 3,462? (sett ring)

A) 3 B) 4 C) 6 D) 2