UiT
NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Minoritetsspråklige elever i matematikk

En kvalitativ studie av minoritetsspråklige elevers divisjonsstrategier

—

Ingrid Wikeland Lotternes og Marte Skrivervik

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn. Mai 2015

30 studiepoeng

Sammendrag

Denne studien har tittelen: Minoritetsspråklige elever i matematikk. Hensikten med studien er å bedre forståelsen av hvordan minoritetsspråklige elever løser divisjonsoppgaver innenfor naturlige tall. Vi har hatt fokus både på hvordan elevene tenker når de løser divisjonsoppgaver, og hvordan deres flerspråklighet påvirker oppgaveløsningen.

Studien tar utgangspunkt i et konstruktivistisk kunnskapssyn, og har et kvalitativt forskningsdesign. Datainnsamlingen fant sted i en innføringsklasse hvor elevene var i alderen 10-12 år. Vi brukte oppgavebasert intervju som metode, og filmet de seks elevene mens de løste ulike divisjonsoppgaver. Videre transkriberte og kodet vi dataene, og ut fra vårt konseptuelle rammeverk tolket vi datamaterialet ved å se etter mønster og andre interessante funn.

Gjennom analysen så vi at noen av elevene hadde lært formelle oppsett for å regne divisjon før de kom til Norge. Disse elevene benyttet allikevel uformelle strategier når de anså det som mest hensiktsmessig. Elevene som ikke hadde lært formelle oppsett gjorde det best når oppgavene var gitt i kontekst. Gjennom prosjektet så vi at elevene brukte ulike algoritmer, og det kom frem at noen var vant til andre matematiske symboler enn de som brukes i Norge. Til tross for at vi tilpasset tekstoppgavene var det språklige fortsatt en utfordring for elevene.

Forord

Denne mastergradsoppgaven markerer avslutningen på studiet Integrert master i lærerutdanning, 5-10 trinn. Masteroppgaven er utført av Ingrid Wikeland Lotternes og Marte Skrivervik, 5.års studenter ved Institutt for lærerutdanning og pedagogikk. Oppgaven er skrevet i matematikkdidaktikk. Det er mange som har gjort seg fortjent til en takk, og vil her trekke frem noen.

Først vil vi takke instituttet for lærerutdanning og pedagogikk som ga oss mulighet til å utveksle til University of California Berkeley høstsemesteret fjerde studieår. Oppholdet ga oss ny kunnskap og inspirasjon til denne masteroppgaven: Minoritetsspråklige elever i matematikk.

Vi vil for takke stipendet vi fikk i forbindelse med Utdanningsdirektoratets satsing *Kompetanse for mangfold* -Region nord. Takk for inspirerende møter i forskningsgruppa *Flerspråklighet og flerkulturell opplæring.* Vi har lært mye av å diskutere aktuelle temaer med andre forskere og av å høre om deres prosjekter. Takk for at vi fikk presentere vårt prosjekt og få tilbakemeldinger fra medlemmene i forskningsgruppa.

For å gjennomføre dette prosjektet var vi avhengig av et godt samarbeide med en skole. Takk til skolen som tok oss imot, og spesielt takk til læreren som åpnet klasserommet for oss og la til rette for at vi fikk samlet inn dataene vi trengte til denne oppgaven.

Vi vil rette en stor takk til vår veileder Per Øystein Haavold som gjennom hele prosessen har vært tilstede og guidet oss på rett vei. I tillegg vil vi takke Ove Gunnar Drageset for nyttige innspill. En spesiell takk går til Magne Knudsen for korrekturlesing av oppgaven.

Da gjenstår det bare å takke hverandre for samarbeidet, fra idémyldring over en pizza i Berkeley til ferdig levert masteroppgave. Det har vært fint å være to.

Tromsø, 15. Mai 2015

Innholdsfortegnelse

1. INNLEDNING **1**
1.1 BAKGRUNNEN FOR PROSJEKTET 1
1.2 FORMÅLET MED STUDIEN 2
1.3 FORSKNINGSSPØRSMÅL 4
1.4 OVERSIKT OVER OPPGAVEN 4

2. TEORI **5**
2.1 BEGREPSAVKLARING 5
2.1.1 Flerspråklighet *5*
2.1.2 Opplæringstilbud *7*
2.1.3 Divisjon *7*
2.1.4 Divisjonsstrategier *8*
2.1.5 Divisjonsppgaver *10*
2.2 FLERSPRÅKLIGE OG MINORITETSSPRÅKLIGE ELEVER I MATEMATIKK 14
2.2.1 Matematikkundervisning *14*
2.2.2 Matematiske symboler *14*
2.2.3 Algoritmer *15*
2.2.4 Tospråklighet som en ressurs *16*
2.3 RAMMEVERK 17
2.3.1 Veksling mellom morsmål og andrespråk *18*
2.3.2 Taksonomi for uformelle divisjonsstrategier *19*

3. METODE **23**
3.1 KONSTRUKTIVISTISK LÆRINGSSYN 23
3.2 VALG AV METODE 24
3.3 OPPGAVEBASERT INTERVJU 25
3.4 VALG AV ANALYSEENHET OG INFORMANTER 28
3.5 VALG AV TEMA OG OPPGAVER 29
3.5.1 Oppgave 1 .... *30*
3.5.2 Oppgave 2 .... *30*
3.5.3 Oppgave 3 .... *31*
3.5.4 Oppgave 4 .... *31*
3.5.5 Oppgave 5 .... *32*
3.6 METODISKE VALG I ANALYSEPROSESSEN - TRANSKRIBERING, KODING OG DATAANALYSE 33
3.7 AVKLARING AV KODENE 34
3.8 RELIABILITET OG VALIDITET 37
3.9 METODEKRITIKK 40
3.10 ETIKK 41

4. RESULTAT **45**
4.1 FUNN 45
4.1.1 Oppgave 1 .... *45*

4.1.2 Oppgave 2 ..... *49*
4.1.3 Oppgave 3 ..... *52*
4.1.4 Oppgave 4 ..... *56*
4.1.5 Oppgave 5 ..... *62*
4.2 OVERORDNEDE FUNN 64
4.2.1 Oppgavene *64*
4.2.2 Divisjonsstrategiene *65*
4.2.3 Endring i adferd *66*
4.2.4 Det flerspåklige aspektet *67*
5. DRØFTING 69
5. 1 GRUPPE A 69
5.2 GRUPPE B 72
5.3 GENERELT 74
6. DIDAKTISKE REFLEKSJONER 77
6.1 HVA HAR VI LÆRT? 77
6.2 AVSLUTNINGSVIS 80
6.3 VIDERE FORSKNING 80
7.LITTERATURLISTE 81
VEDLEGG 1. INTERVJUGUIDE 87
VEDLEGG 2. TEGN BRUKT I TRANSKRIBERING. 90
VEDLEGG 3. INFOSKRIV 91
VEDLEGG 4. GODKJENNING FRA NSD 93

1. Innledning

1.1 Bakgrunnen for prosjektet

Dette prosjektet startet allerede høsten 2013. Som utvekslingsstudenter ved University of California Berkeley fulgte vi denne høsten undervisning sammen med amerikanske lærerstudenter. De erfaringene vi gjorde oss der bidro av flere årsaker til et ønske om å undersøke mer rundt minoritetsspråklige elever i matematikk. For det første fikk vi selv kjenne på kroppen hvordan det føles og ikke kunne sette ord på de tankene og den kunnskapen man har. Vi opplevde å ha både skolefaglig og pedagogisk kompetanse, men ikke å ha det akademiske vokabularet som krevdes for å sette ord på denne. Dermed ble vår kunnskap gjengitt gjennom et dagligdags ordforråd, og vi satt med følelsen av å fremstå som mindre kompetente enn vi var. Vi begynte å undres om dette kan være en følelse også minoritetsspråklige elever i Norge har; at også de «brenner inne» med kunnskap de ikke får formidlet til lærere og medelever.

En annen årsak til temavalget var erfaringer vi gjorde oss gjennom såkalt «Field Placement» ved Berkeley High School. Der observerte og deltok vi i matematikkundervisning to timer i uken, undervist av samme lærer, men i to ulike klasser. Den ene klassen var en English Learner class, altså en flerspråklig klasse. Den andre klassen besto av elever som alle hadde engelsk som morsmål. For det meste bidro vi i klassen gjennom deltakende observasjon, men vi gjennomførte også et undervisningsopplegg. Dette bygget på en problemløsningsoppgave som skulle løses i grupper. Oppgaven[1] kunne løses på mange ulike måter, og vi oppfordret gruppene til å finne så mange løsninger som mulig. Vi ble svært overrasket da den flerspråklige klassen fant 40 % flere løsningsstrategier enn den amerikanske klassen. Og vi undret oss over om dette kunne ha rot i at elevene var fra ulike land og hadde ulik matematikkbakgrunn.

I Norge skårer elever med innvandrerbakgrunn i gjennomsnitt dårligere på nasjonale prøver enn øvrige elver både i grunnskole og i videregående opplæring (Meld. St. 6, (2012-13), 2012). Dette er sammenfallende med resultater fra internasjonale undersøkelser som TIMMS[2]

[1] Oppgaven lød som følger: Et ark er 11 inch * 8.5 inch, kan du finne 6 inch uten å bruke noen andre hjelpemidler enn arket?

[2] Trends in International Mathematics and Science Study.

(Grønmo, et al., 2012) og PISA[3] (Olsen, 2013). I sum maler disse testene et negativt bilde av flerspråklige elevers regneferdigheter.

Minoritetsspråklige elevers svake resultater i regning stemte ikke overens med våre erfaringer. Etter vårt møte med den flersspråklige klassen satt vi igjen med en oppfatning av at matematikk er et eget språk som er mer eller mindre universelt. Denne oppfatningen bunnet i observasjoner hvor vi så at til tross for at elevene hadde ulike morsmål hadde de en felles forståelse av matematiske konsepter og regler. Dette støtter blant annet Annenberg Learner (2014): «Mathematics is the only language shared by all human beings regardless of culture, religion, or gender. Pi is still approximately 3.14159 regardless of what country you are in.» (Annenberg Learner, 2014). Ettersom våre erfaringer ikke stemte overens med resultatene i nasjonale og internasjonale prøver i regning, ga det oss inspirasjon til å gjennomføre et masterprosjekt som undersøkte hvordan minoritetsspråklige elever løser matematikkoppgaver.

1.2 Formålet med studien

Mer spesifikt ønsket vi å sette søkelys på hvilke strategier minoritetsspråklige elever i Norge tar i bruk i løsningsprosessen. Frem til 1960- tallet ble flerspråklighet omtalt som noe negativt og belastende for barns språkutvikling. Tidene har endret seg. I følge Engen & Kulbrandstad (2004) konkluderer i dag flertallet av forskere med at flerspråklighet gir gunstige kognitive fordeler. Hvordan flerspråklighet virker inn på matematikklæringen er imidlertid lite belyst i litteraturen. Derfor ønsket vi å legge til rette slik at våre data ble samlet inn på en måte som ga elevene mulighet til å formidle sin matematiske tenkning, sin matematiske forståelse og sine strategier.

Utdanningsdirektoratet (2012a) har definert hva det vil si å kunne regne, som er en av de fem grunnleggende ferdighetene, og er en av de tre ferdighetene nasjonale prøver tester:

> *Å kunne regne er å bruke matematikk på en rekke livsområder. Å kunne regne innebærer å resonnere og bruke matematiske begreper, fremgangsmåter, fakta og verktøy for å løse problemer og for å beskrive, forklare og forutse hva som skjer. Det innebærer å gjenkjenne regning i ulike kontekster, stille spørsmål av matematisk karakter, velge holdbare metoder når problemene skal løses, være i stand til å gjennomføre dem og tolke gyldigheten og rekkevidden av resultatene. Videre*

[3] Programme for International Student Assessment.

innebærer det å kunne gå tilbake i prosessen for å gjøre nye valg. Å kunne regne innebærer å kommunisere og argumentere for valg som er foretatt ved å tolke konteksten og arbeide med problemstillingen fram til en ferdig løsning. (Utdanningsdirektoratet, 2012a, s. 12).

Nasjonale prøver tester elevenes ferdigheter i regning, og minoritetsspråklige elever scorer dårligere enn majoriteten på disse. Ut ifra våre erfaringer med flerspråklige elever undret vi oss over om det er elevenes regneferdigheter eller språklige utfordringer som er årsak til resultatene. I boka *Språklige minoritetselever og realfag* påpekes det at minoritetsspråklige elever sliter med tekstoppgaver og har vanskelig for å uttrykke seg skriftlig på norsk. Derimot presterer de nesten likt med majoritetselevene på de oppgavene som inneholder lite tekst (Heesch, 2000). Det er derfor grunn til å tro at minoritetsspråklige elever vil score bedre på talloppgaver enn tekstoppgaver. Mange av oppgavene gitt på nasjonale prøver og internasjonale tester gis i kontekster som kan bidra til språklige utfordringer. En eksempeloppgave fra nasjonale prøver i regning på 5. trinn fra 2014 er: «Ett gram gull koster 135 kr. Ett gram sølv koster 2 kr. I en medalje er det 10g gull og 90g sølv. Hvor mye koster gullet og sølvet i medaljen til sammen?» (Utdanningsdirektoratet, 2014). I denne oppgaven må elevene ha kunnskap om de måleenhetene vi bruker i Norge, den norske valutaen samt begreper som «sølv», «gull», «medalje» og «til sammen».

Vi valgte å utvikle et oppgavesett som kunne teste ulike aspekter ved elevenes regneferdigheter, både i talloppgaver og oppgaver med tekst. Vi valgte bevisst å inkludere oppgaver både med og uten kontekst, ettersom vi ville undersøke om elevene brukte ulike strategier i ulike oppgavetyper, og når i oppgaveløsningen det flersspråklige aspektet ble fremtredende. I utviklingen av oppgavesettet hadde vi fokus på å tilpasse oppgavene språklig, ved å velge ord og begreper vi antok var kjente for elevene. Dette gjorde vi både fordi vi ønsket å ha hovedfokus på elevenes regneferdigheter, og for å unngå å teste selvsagte språklige utfordringer.

Vi ønsket som sagt å undersøke hvilke strategier flerspråklige elever tar i bruk når de løser matematikkoppgaver. For å undersøke dette på en god måte valgte vi å spisse oss inn på et smalt felt i matematikk, divisjon. Det var flere årsaker til dette. For det første er divisjon den av de fire regneartene som blir introdusert sist for elevene i den norske grunnskolen. Vi visste at våre informanter enda ikke hadde hatt undervisning om divisjon i Norge, og dermed kunne vi anta at eventuelle formelle og uformelle strategier som måtte dukke opp mest sannsynlig var strategier elevene hadde utviklet i hjemlandet sitt. For det andre er divisjon den av de fire regneartene det er forsket minst på (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007). Vi synes derfor det var ekstra spennende å fordype oss i denne regnearten. I tillegg valgte vi å avgrense ytterligere ved å kun utvikle oppgaver innenfor naturlige tall.

1.3 Forskningsspørsmål

Forskningsspørsmålet blir derfor:

Hvordan løser minoritetsspråklige elever divisjonsoppgaver innenfor naturlige tall?

Med underspørsmålene:

- *Hvilke divisjonsstrategier bruker elevene?*
- *Hvordan påvirker elevenes flerspråklighet oppgaveløsningen?*

1.4 Oversikt over oppgaven

Denne oppgaven inneholder seks kapitler. I kapittel 1 har vi nå presentert bakgrunnen for oppgaven, målet med studien og forskningsspørsmålet. I kapittel 2 vil det teoretiske grunnlaget for oppgaven presenteres. Det inneholder begrepsavklaringer, tidligere forskning og prosjektets rammeverk. I kapittel 3 argumenterer vi for hvorfor vår studie plasseres under et konstruktivistisk kunnskapssyn, og hvorfor et kvalitativt forskningsdesign var mest hensiktsmessig for å besvare forskningsspørsmålet. Videre begrunnes valg av metode for datainnsamling, valg av elever og hvordan vi har utviklet oppgavene. Kapittelet avsluttes med en drøfting rundt prosjektets validitet, reliabilitet og forskningsetiske betraktninger. Resultatene i studien presenteres i kapittel 4. For å konkretisere og begrunne funnene har vi benyttet utdrag fra transkripsjonene og bilder av elevenes utregninger. I kapittel 5 drøftes funnene opp mot tidligere forskningen som presenteres i kapittel 2. Refleksjoner rundt de erfaringene og kunnskapen vi har opparbeidet oss gjennom dette prosjektet kommer helt til slutt i kapittel 7.

2. Teori

Teoridelen er delt i tre underkapitler: 1) Begrepsavklaring. Her defineres viktige begreper for oppgaven. Vi vil først avklare relevante begreper innenfor det flerspråklige aspektet, og deretter presentere hvilke opplæringstilbud minoritetsspråklige elever får i Norge. Videre avklares begrepene divisjon og divisjonsstrategier. I tillegg beskrives ulike oppgavetyper og hva som kjennetegner dem. 2) Flerspråklighet og matematikk. I dette underkapittelet vil vi utdype relevante aspekter fra tidligere forskning på flerspråklige elever i matematikk. 3) Rammeverk. Her beskrives hvordan vårt rammeverk er satt sammen for å kunne gi oss svar på det vi søker.

2.1 Begrepsavklaring

2.1.1 Flerspråklighet

I innledningen brukte vi begreper som «elever med innvandrerbakgrunn», «flerspråklige elever» og «minoritetsspråklige elever» Disse begrepene ble alle brukt for å beskrive den samme elevgruppen. Vi vil nå avklare hva vi legger i begrepene flerspråklig og minoritetsspråklig, som er viktige begreper i denne oppgaven.

Begrepet flerspråklighet defineres på ulike måter. Forskjellene omhandler hovedsakelig hvilke kriterier som stilles for hva det vil si å være flerspråklig. I denne oppgaven er begrepet primært definert med utgangspunkt i forskning skrevet på engelsk. Der brukes begrepet «bilingualism», som på norsk både kan oversettes til tospråklighet og flerspråklighet. I denne oppgaven vil det ikke skilles mellom disse to begrepene, da vi mener flerspråklighet er en dekkende definisjon både når en kan to, eller flere språk.

Aarsæther (2008) viser til språkforskeren, William F. MacKay (1962), som argumenterer for at flerspråklighet er språket i bruk og ikke et fenomen ved språket som et system: «Bilingualism is not a phenomenon of language; it is a characteristic of its use. It is not a feature of the code but of the message. It does not belong to the domain of "language" but of "parole".» (MacKay 1962, s. 51, gjengitt av Aarsæther, 2008 s. 111).

Dette vitner om en funksjonell tilnærming til begrepet, og tar utgangspunkt i hvordan språk(ene) brukes. Forskere som støtter dette synet på flerspråklighet er Li Wei (2000) og Grosjean (1992). Li Wei (2000) argumenterer for at personer som fungerer i samtaler på to språk er flerspråklige. Grosjean (1992) definerer flerspråklighet som: «Bilingualism is the regular use of two (or more) languages, and bilinguals are those people who need and use two (or more) languages in their everyday lives» (Grosjean, 1992, s. 51). Disse definisjonene sier ingenting om hvilke språklige ferdigheter en person må ha i to (eller flere) språk for å kunne kategoriseres som flerspråklig. Andre språkforskere som Bloomfield (1933) hevder at en må ha en tilnærmet god beherskelse i både første- og andrespråket for å kalles flerspråklig. Derimot hevder forskere som Diebold (1961) at en passiv forståelse av andrespråk er tilstrekkelig. I NOU-rapporten, *Mangfold og mestring – Flerspråklige barn, unge og voksne i opplæringssystemet* (2010), defineres en flerspråklig person på en måte som samsvarer med Grosjean (1992) og Li Weis (2000) syn, og det er denne definisjonen vi anser som mest hensiktsmessig for vår oppgave: *En flerspråklig person er en som har vokst opp med to eller flere språk, og som identifiserer seg med disse språkene og bruker dem i sin hverdag – selv om språkbeherskelsen ikke er like god på begge eller alle språkene.*

Begrepene minoritetsspråklig og flerspråklig blir ofte brukt om hverandre. I Norge regnes barn, unge og voksne som minoritetsspråklige dersom de har et annet morsmål enn majoritetsspråket: norsk eller samisk (NOU 2010:7, 2010). Denne definisjonen er hensiktsmessig for vår masteroppgave ettersom den er sammenfallende med definisjonen brukt i regelverket for grunnskoleopplæringen (Opplæringslova, 1998). I denne oppgaven har vi valgt å bruke begrepet minoritetsspråklig i beskrivelsen av våre informanter, da vi finner dette mer presist enn flerspråklig. Årsaken er at ingen av informantene våre hadde norsk som morsmål eller var født i Norge. Samtidig var elevene i en fase hvor de lærte norsk, således i overgangen mellom minoritetsspråklig og flerspråklig.

Alle mennesker har i følge Engen & Kulbrandstad (2004) et språklig repertoar, uavhengig om de snakker ett eller flere språk. Dette repertoaret består av flere språksystemer, i forskningen ofte omtalt som *koder*. Innfor et språk er dialekter og sosiolekter eksempler på dette. Flerspråklige personer har et rikt repertoar å velge fra når de kommuniserer, da de kan benytte ord og uttrykk fra flere språk; dette kalles *språkblanding*. Eksempler på språkblanding er når man i dagligtalen implementerer engelske ord og uttrykk i det norske språket, som «please» og «it`s a deal». Dette fenomenet kalles også *kodebytte*.

Moschkovich (2007) har forsket på bruk av to språk i matematikk, og bruker begrepene *language switching* og *code switching*. *Language switching* definerer hun som bruk av to språk når en person løser en oppgave for seg selv. Derimot er *code swiching* når elever bruker to språk i en samtale. Forskere har noe ulike definisjoner på disse begrepene. Sosiolingvistene Torres (1997) og Zantella (1981) mener *code switching* er forbeholdt situasjoner hvor en elev veksler fra ett språk til et annet på grunn av deltakere i samtalen og den sosiale situasjonen. *Code mixing* refererer, i følge Torres (1997) og Zantella (1981), til kortere sekvenser av *code switching* som for eksempel enkeltord og begreper i en samtale. På bakgrunn av denne beskrivelsen kan vi sette et tilnærmet likhetstegn mellom begrepene *code mixing* og *kodebytte*, slik Engen & Kulbrandstad (2004) også gjør, og vi vil bruke begrepet *kodebytte* om dette fenomenet videre i oppgaven.

2.1.2 Opplæringstilbud

I Opplæringslova (1998) § 2-1 står det at barn som er i grunnskolealder (1.-10.trinn) når de ankommer Norge har rett til grunnskoleopplæring dersom det er sannsynlig at barnet skal være i Norge i mer enn tre måneder (Utdanningsdirektoratet, 2012b). Når et barn har fått rett til grunnskoleopplæring finnes det ulike innføringstilbud. I følge Utdanningsdirektoratet (2013) har vi tre ulike modeller for innføringstilbud. Det første er et delvis integrert tilbud hvor elevene har tilhørighet i ordinær klasse, men deler av opplæringen gis i egne grupper. Den andre modellen er innføringsklasser, som vil si at elevene går i egne klasser ved ordinære skoler. Egne innføringsskoler er siste modell.

I følge Utdanningsdirektoratets *Veileder – Innføringstilbud til nyankomne minoritetsspråklige elever* (2012b), er individuell kartlegging av ferdigheter viktig for å kunne gi tilpasset opplæring. Det er skolens ansvar å kartlegge elevens lese- og skriveferdigheter på morsmålet eller andre språk. «Norskferdigheter skal også kartlegges, og for eldre elever bør man i tillegg kartlegge skolefaglige ferdigheter» (Utdanningsdirektoratet, 2012b, s. 9). Nasjonalt senter for flerkulturell opplæring (NAFO) har utviklet kartleggingsverktøy for minoritetsspråklige elever i fagene engelsk, naturfag, samfunnsfag og matematikk, i tillegg til kartlegging av morsmål og norsk.

2.1.3 Divisjon

Å dividere betyr å dele. Divisjon kan i følge Månsson (2014) uttrykkes symbolsk på ulike måter som for eksempel: $\frac{a}{b}$ = c, a : b = c, a/b = c og a÷b = c. Alle disse betegnelsene betyr det samme, hvor *a* er dividend, *b* er divisor og *c* er kvotient. For å forstå divisjon kreves det mer enn kunnskap om rettferdig deling. Det krever en bevissthet rundt forholdet mellom dividend, divisor og kvotient, samt en bevissthet om hvilken rolle disse spiller i et divisjonsproblem (Correra, Nunes & Bryant, 1998).

Det finnes to varianter av divisjon. I forskningslitteraturen blir disse omtalt noe forskjellig. Freudenthal (1973) skiller mellom *distribution* og *ratio*, Treffers & Buys (2008) benytter *sharing* og *subdividing*, mens Greer (1992) bruker begrepene *partitive* og *quotitive*, som er de mest brukte begrepene. I tillegg viser Greer (1992) til *sharing division* og *measurement division*, som er de begrepene som ligger nærmest *delingsdivisjon* og *målingsdivisjon* som vi bruker på norsk. I en delingsdivisjonsoppgave vet man på forhånd antall grupper man deler opp i, men man søker størrelsen på disse gruppene. I målingsdivisjon er det motsatt. Her vet man størrelsen på hver gruppe, men søker antall grupper (Månsson, 2014).

2.1.4 Divisjonsstrategier

I denne masteroppgaven er begrepet strategi et sentralt begrep. For å definere hva en strategi er støtter vi oss på Siegler & Jenkins (1989). De definerer en strategi som «…any procedure that is nonobligatory and goal directed. The nonobligatory feature is included to distinguish strategies from procedures in general.» (Siegler & Jenkins, 1989, s. 11). De skiller her mellom begrepene prosedyre og strategi. En prosedyre anses som den eneste måten å oppnå et mål, mens en strategi i tillegg til å styres av et mål innebærer at man har et valg. Videre skiller Siegler & Jenkins (1989) strategi fra en plan, ettersom en strategi ikke stiller eksplisitte krav om å være bevisst formulert, eller et produkt av bevisste eller logiske valg: «Thus we define strategies as differing from procedures in that strategies necessarily involve choice, and as differing from plans in that the choice process is not necessarily concious.» (Siegler & Jenkins, 1989, s. 12).

Siegler & Jenkins' (1989) definisjon av *strategi* knytter vi videre til begrepene *løsningsstrategi* og *divisjonsstrategi.* Bokmålsordboka definerer «å løse» på ulike måter, blant annet «å finne svar» og «en forklaring» på noe. En *løsningsstrategi* blir en naturlig sammensetning av begrepene *å løse* og *strategi*, og vil i denne oppgaven henvise til hele prosessen; fra en elev får presentert en oppgave til han/hun avgir et svar, eventuelt ikke kommer videre. Løsningsstrategier kan omhandle alle typer problemer, men i denne oppgaven ligger fokuset på regnearten divisjon. En d*ivisjonsstrategi* anses som de strategiene elevene bruker når de løser divisjonsoppgaver. Det vil derfor falle naturlig i denne oppgaven å benytte løsningsstrategi og divisjonsstrategi om det samme fenomenet. Ettersom vi ikke visste hva våre informanter hadde av kunnskap om emnet divisjon fra før, anså vi det som mest hensiktsmessig for vår studie å kategorisere strategier som enten uformelle eller formelle, hvor uformelle strategier også inkluderte intuitive strategier. I følge Kouba (1989) viser i*ntuitive strategier* til at selv før barn blir introdusert for divisjon som regneart, kan de løse ulike divisjonsproblemer ved bruk av allerede kjent kunnskap. Dette kan for eksempel være å kombinere direkte modellering med telling og grupperingsevne, eller ved å bruke strategier basert på addisjon og subtraksjon.

Uformell står i kontrast til begrepet formell som i følge Bokmålsordboka betyr «etter reglene». Dette inkluderer både de intuitive strategiene elevene bruker før de har lært divisjon, og de uformelle strategiene elevene som allerede kan et formelt oppsett benytter seg av når de finner det mest hensiktsmessig. Det er gjort flere studier på barns løsningsstrategier ved regning av divisjonsproblemer. Flere av disse studiene, blant annet Kouba (1989), viser til intuitive strategier. Innenfor delingsdivisjon fant Kouba (1989) at elevene brukte tre intuitive strategier; Å dele ved å dele ut enere inntil dividenden var full; å dele ved gjentatt subtraksjon og å dele ved gjentatt addisjon. Kouba (1989) argumenterte for at det ikke var en direkte sammenheng mellom oppgavenes semantiske struktur og de strategiene elevene valgte for å løse dem. *Oppgavens semantiske struktur* er, i følge Chapin & Johnson (2006), hvordan relasjonen mellom tallene i oppgaven blir uttrykt med ord. Kouba (1989) mente derimot at elevenes valg av strategi skjer uavhengig av oppgavetype, men ut ifra et bevisst valg over hvilke strategier som passer best med tallene presentert i oppgaven.

I tillegg til uformelle strategier finnes det også mer formelle strategier for å løse divisjonsoppgaver. Mest brukt er *standardalgoritme*. Verschaffel et al. (2007) definerer algoritmer slik: «Algorithms are finite, well-defined step-by-step procedures for accomplishing (familiar) tasks» (Verschaffel et al., 2007, s. 574). Standardalgoritmer kan ses på som oppskrifter som brukes for å kalkulere svaret i blant annet divisjonsoppgaver (Verschaffel et al., 2007). I følge Löwing og Kilborn (2013) kan disse se forskjellige ut i ulike land, men prinsippene bak er stort sett de samme. For å kunne benytte seg av disse, må elevene ha forståelse for både multiplikasjon og subtraksjon.

I følge Verschaffel et al. (2007) er målet med bruk av standardalgoritmer at de reduserer kompliserte regnestykker til en serie av mer enkle regnestykker som gjør oppgaven enklere å løse. Videre påpeker de at det er mye vinning i å kunne en slik formell løsningsmetode, da det frigjør kognitiv tankekapasitet som elevene kan bruke på andre aspekter ved oppgaven. I tillegg effektiviserer standardalgoritmer løsningen, og kan hindre feilkalkuleringer som kan oppstå ved bruk av uformelle strategier med høye tall. I følge Thompson (1999) er det ikke bare positive sider ved å kunne standardalgoritme. Han mener algoritmene oppfordrer de som bruker dem til kognitiv passivitet, ved at de blir fratatt valget for hvordan kalkulasjonen utføres, hvor man skal starte for å løse oppgaven og hvilke verdier sifrene skal ha.

I forskningslitteraturen blir begrepene algoritme og standardalgoritme brukt om hverandre. Vi har derfor valgt å gjøre det samme og vil i denne oppgaven bruke begge begrepene om hverandre, men de viser alle til definisjonen gitt her.

2.1.5 Divisjonsoppgaver

Vi vil nå presentere ulike divisjonsoppgaver. Først talloppgaver, deretter tekstoppgaver, så problemløsning og til slutt «problem posing». De to siste er omtalt hver for seg selv til tross for at de begge i realiteten kan defineres som tekstoppgaver.

2.1.5.1 Talloppgaver

Talloppgaver er abstrakte oppgaver som eksplisitt inneholder matematiske elementer. Disse oppgavene møter elevene ofte i matematikkundervisningen, og er helt uten kontekst. Det matematiske rammeverket brukt i PISA-undersøkelsene, kategoriserer slike oppgaver i en «intra-mathematical» kontekst (OECD, 2004). I denne studien omtales oppgaver av denne typen som talloppgaver.

2.1.5.2 Tekstoppgaver

Historisk sett var tanken bak tekstoppgaver at de skulle bidra til at elevene kunne bruke en allerede lært formell matematikkunnskap i situasjoner knyttet til den virkelige verden (Verschaffel et al. 2007). Med tiden har tekstoppgaver også fått andre funksjoner. Hovedsakelig blir de brukt som et verktøy for å utvikle elevenes generelle evne til å løse problemløsningsoppgaver. I tillegg blir det argumentert for bruk av tekstoppgaver i de laveste klassetrinnene i innlæringen av regning med hele tall. Empson & Levi (2011) påpeker at tekstoppgaver kan være et virkemiddel for å knytte elevenes uformelle forståelse til nye konsepter. Bruk av tekstoppgaver på de lavere trinnene kan også bidra til en dypere forståelse av de fire regneartene (Verschaffel et al., 2007).

Forskning på tekstoppgaver i divisjon kan deles i tre hovedretninger ut ifra hva de fokuserer på. Den første retningen er de som har fokus på oppgavenes semantiske struktur. Greer (1992) har gjort forskning på dette feltet, og påpeker at både divisjonsoppgaver og multiplikasjonsoppgavers semantiske struktur kan deles i to hovedkategorier: Symmetriske og asymmetriske oppgaver. Symmetriske oppgaver i multiplikasjon innebærer at multiplikator og multiplikand ikke har en klar forskjell, og kan bytte plass uten at oppgaven endrer mening. I følge Greer (1992) finnes to underkategorier innenfor denne oppgavetypen: kartesisk produkt og rektangulært areal. Eksempler på disse er: «Hvor mange ulike antrekk kan settes sammen av fire bukser og tre gensere?» og «hvor stort er arealet av et rektangel der lengden er 4cm og bredden er 3cm?». Innenfor divisjon finner en nesten aldri symmetriske oppgaver, da det ville innebære at forskjellen på dividend og divisor ikke er av betydning (Verschaffel et al. 2007). Vi har ikke brukt symmetriske oppgaver i vårt prosjekt, og vil derfor ikke gå videre inn på det. Asymmetriske divisjonsoppgaver er oppgaver hvor dividend og divisor har tydelige adskilte roller. Disse oppgavene kan deles inn i to kategorier: Delings- og målingsdivisjon.

Den neste retningen har fokus på elevenes intuitive løsningsstrategier. Innfor dette feltet har Fischbein et al. (1985) framsatt en teori om primitive modeller (strategier). Med primitive modeller mener de at hver av de fire regneartene er linket til en primitiv, intuitiv modell. Denne modellen vedvarer lenge etter at elevene har lært mer formelle modeller for å løse oppgavene. Fischbein et al. (1985) mener at disse intuitive modellene bidrar til at elevene kan identifisere hvilken regneoperasjon de trenger for å løse tekstoppgaver. For divisjon deles de intuitive modellene i to utfra om det er delings- eller målingsdivisjon. I delingsdivisjon er det intuitivt å tenke «rettferdig deling», mens i målingsdivisjon forsøker en å finne antall like grupper av en gitt total masse (Fischbein et al. 1985).

Den siste retningen fokuserer på å analysere hvilke strategier elevene bruker for å finne svar på tekstoppgaver i divisjon. Forskning på dette feltet gjort av blant annet Kouba (1989), Mulligan & Mitchelmore (1997) og Nunes & Bryant (1996) viser alle til resultater som indikerer at selv før elevene har blitt introdusert for multiplikasjon og divisjon i skolen, er de i stand til å løse slike problemer ved bruk av ulike variasjoner av uformelle strategier. Forskning viser også til forskjellen på strategivalg til elever som først blir introdusert for tekstoppgaver i divisjon, og elever som har regnet en del oppgaver. I begynnelsen velger elever strategier som reflekterer forholdet som er beskrevet i problemet. For eksempel kan de bruke ulike strategier for å løse delings- og målingsdivisjonsoppgaver. Etter hvert anvender elevene strategier som er mer effektive i forhold til utregning, og som ikke lengre nødvendigvis tar hensyn til oppgavens semantiske struktur (Verschaffel et al., 2007).

Kari K. Hadland (2010) har forsket på tekstoppgaver i lærebøker og hvilke faktorer som påvirker elever som strever med lesing. Hun fant i sin masteroppgave at det i hovedsak finnes to typer tekstoppgaver: Konsistente og ikke-konsistente oppgaver (Hadland, 2008). I konsistente oppgaver er oppgavene formulert slik at opplysningene kommer i riktig rekkefølge, og kan dermed settes direkte inn i en regneoppstilling. I ikke-konsistente oppgaver kommer derimot opplysningene i tilfeldig rekkefølge. I følge Ostad (1998) er konsistente oppgaver er enklest å løse.

2.1.5.3 Problemløsning

I arbeidslivet i dag vektlegges betydningen av innovativ og kreativ tenkning (Ekspertgruppa for realfagene, 2014). Problemløsningsoppgaver kan bidra til å fremme den kompetansen elevene trenger når de trer ut i arbeidslivet. Lesh og Zawojewski (2007) definerer matematiske problemer som; «A task, or goal-directed activity, becomes a problem (or problematic) when the "problem solver" need to develop a more productive way of thinking about the given situation» (Lesh & Zawojewski, 2007, s 782). Videre argumenterer de for at problemløsning er en prosess hvor oppgaveløseren tolker en gitt situasjon matematisk. Dette involverer som oftest flere runder med å uttrykke, teste og revidere matematiske tolkninger, og sortere ut, modifisere eller fordele grupper av matematiske konsepter fra ulike temaer i og utenfor matematikken. I følge Carpenter, Lindquist, Matthews, & Silver (1983) er første steg for å forstå et problem å identifisere den ukjente. De fant i sin forskning at elever ofte løser «vanlige» tekstoppgaver ved bruk av standardalgoritme. Problemløsningsoppgaver krever derimot at elevene forstår problemet for å kunne løse det. I tillegg til å forstå problemet må elevene ta stilling til hvilken utregningsmetode som er egnet for å løse oppgaven, og de må ta stilling til om det svaret de får er fornuftig sett i sammenheng med konteksten.

I problemløsningsoppgaver kan tommelfingerregler[4] være nyttige dersom en er usikker på hvordan problemet skal løses. Slike tommelfingerregler kan i følge Pólya (1990) være å lage en tegning av problemet, dekomponere problemet i flere og mer håndterlige deler, eller gjette og sjekke svaret. Allikevel har forskere dokumentert at elever ikke benytter seg av slike tommelfingerregler når de blir presentert for tekstoppgaver de ikke allerede vet hvordan de skal løse.

Flere studier (Schoenfeld, 1992; Verschaffel & De Corte, 1997; Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007) har vist at metakognisjon ofte er fraværende i elevenes løsningsforsøk av problemløsningsoppgaver. Elevene analyserer ikke problemet, de reflekterer ikke over sin løsningsprosess og validerer ikke svaret (Verschaffel et al., 2007). En vanlig løsningsmetode for mange elever er i følge Schoenfeld (1992) å kaste et raskt blikk på oppgaven, for så raskt å bestemme hvilken utregning som best passer for å løse oppgaven ut ifra tallene i oppgaven.

[4] I litteraturen omtales disse som heuristic strategies (Verschaffel, et al., 2007).

Deretter løser elevene oppgaven på denne måten. Elevene vurderer ikke alternative løsningsmetoder, selv når de ikke oppnår noen progresjon med løsningsmetoden de har valgt

2.1.5.5 Problem posing

I følge Silver (1994) er *Problem posing* både å generere nye problemer og å reformulere gitte problem. Å reformulere et gitt problem kan i følge Pólya (1954) være en problemløsningsstrategi hvor elevene blir oppfordret til å tenke over hvordan de kan reformulere et problem slik at det kan løses. Å generere nye problemer kan derimot omhandle enten å gi elevene en talloppgave for så å be dem lage en tekstoppgave som passer til stykket (Hart, 1981), eller å oppfordre elevene til generere et nytt problem uten ett gitt stykke på forhånd; altså å be elevene lage en matematikkoppgave uten å sette rammer for oppgaven (Silver, 1994). Felles for alle variasjonene av *problem posing* er at det åpner et vindu for å undersøke elevers matematiske tenkning, og i tillegg fungerer som et speil som reflekterer elevenes matematiske kunnskap og erfaringer (Silver, 1994). Elevene må utelukkende trekke på egen erfaring og kunnskap for å utvikle problemer, og vil dermed vise sine matematiske styrker og svakheter i en gitt kontekst (Ellerton, 1986).

Å skrive egne historier er vanlig i språkfagene. Dette er ansett som viktig for utvikling av språk (Ellerton, 1986). Til tross for at matematikk, i følge Austin og Howson (1979), anses som et språk er det ikke like vanlig å be elevene lage egne matematikkoppgaver. Krutetskii (1976) viser i sin forskning til eksempler av begavede elever som utrykker at de både liker å lage egne oppgaver og å løse disse oppgavene.

Ellerton (1986) gjennomførte et forskningsprosjekt i Australia med barn fra 11-13 år hvor hun fokuserte på å identifisere forskjeller mellom begavede og mindre begavede elever i matematikk. Hun ba elevene å lage en matematikkoppgave som ville være vanskelig for en venn å løse. I tillegg ble elevene bedt om å løse oppgaven selv. Tanken var at matematikkoppgavene elevene utviklet ville reflektere hva hver enkelt elev anså som et vanskelig matematikkproblem. Ved å be elevene lage en oppgave de anså som svært vanskelig for en venn å løse, istedenfor å be elevene lage et vanskelig problem, hjalp det elevene til å prosjektere tenkningen utover dem selv. Ellerton (1986) fant at mer begavede elever utviklet oppgaver som krevde høyere nivå av regneferdigheter, involverte flere operasjoner og involverte mer komplekse tallsystemer (som brøk, desimaltall og eksponenter). I tillegg planla de begavede elevene oppgaven i større grad og de visste hvordan de skulle løse problemet. De var også i større grad sikre på algoritmen, og var i bedre stand til å kommunisere sin tenkning slik at oppgaven hørtes enkel ut å løse.

2.2 Flerspråklige og minoritetsspråklige elever i matematikk

2.2.1 Matematikkundervisning

Synet på kunnskap, organiseringen av undervisning og lærerrollen er bare noen av de kulturforskjellene minoritetsspråklige elever møter når de starter på skole i et nytt land. Mange elever kommer fra land hvor matematikkundervisningen er svært annerledes enn i Norge. «Det er nokså forskjellige måter å starte matematikkundervisningen på. Noen legger sterk vekt på mengder (Pakistan), andre romrelasjoner (Marokko), og andre telling (Tyrkia).» (Hvenekilde, 1988. s. 90).

Navn på tall og hvordan regneoperasjoner utføres kan være svært ulike fra land til land. I følge Löwing & Kilborn (2013) kan enkelte algoritmer være mer effektive og lettere å konkretisere enn andre, allikevel kan man sjelden si at én algoritme er bedre enn en annen. Hvenekilde (1988) gir en grundig gjennomgang av disse forskjellene i sin bok *Matte på et språk vi forstår*. Vi vil gjengi noen av hovedpunktene som kan føre til at svaret blir feil selv om eleven kan ha tenkt rett. En årsak kan være at matematiske symboler ikke er universelle. Tegnene for de fire regneartene har ulike varianter rundt om i verden. Forskjellig bruk av tegn kan føre til forvekslinger, særlig når like tegn benyttes i ulike regneoperasjoner.

2.2.2 Matematiske symboler

De regnetegnene som blir brukt mest er i følge Hvenekilde (1988):

Addisjonstegn: +
Subtraksjonstegn: - og ÷
Multiplikasjonstegn: × og *
Divisjonstegn: : , ÷, / , horisontal brøkstrek og «trapp».

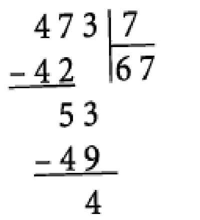
Telling og tallsystemer finnes i alle kulturer, og er ofte nært knyttet til menneskekroppen. Våre ti fingre er trolig utgangpunktet for ti-tallsystemet som brukes i Norge og mange andre land. Det finnes mange ulike tallsystemer. Enkelte steder brukes to- eller firetallsystemer og Maoriene på New Zealand bruker ellevetallsystem. I Danmark benyttes 20-tallsystemet, der 60 er lik «treds» (tre ganger tjue).

En annen faktor som påvirker matematikken er leseretning. Norske elever lærer å lese fra venstre mot høyre. Eksempelvis vil en norsk elev lese oppgaven 45-23=22 slik «Førtifem minus tjuetre er lik tjueto». I arabiske land skriver og leser de fra høyre mot venstre, og dermed ville en elev lese tilsvarende oppgave annerledes: «Tjueto er lik tjuetre minus førtifem». Dette kan medføre forvirring, spesielt når det kommer til fortegnsregning og algebra. Det er også forskjeller når det kommer til hvordan man uttaler tallene, noen sier alltid enerne først, andre alltid tierne og noen varier. På norsk sier man «femten» og «seksten», men «tjuefem» og «tjueseks». I tillegg sier noen «fem-og-tjue» (Hvenekilde, 1988).

Andre tall som kan være utfordrende for elever som kommer fra land der tallrekken er mer logiske er, i følge Löwing og Kilborn (2013), tallene tolv og tjue. Det norske tallordet tolv kommer opprinnelig fra gammelnorsk og betyr «to mer enn ti». På språk som vietnamesisk, kinesisk og thai sier de derimot ti to. Når man legger sammen tall blir det da for eksempel (ti to) + fire= ti (to + fire)= ti seks. På vietnamesisk fortsetter de denne oppbyggingen av tallrekken, og tjue blir da to ti. På thai innføres et nytt tallord «ji» for tjue isteden for å bruke «sang» som er tallordet for to.

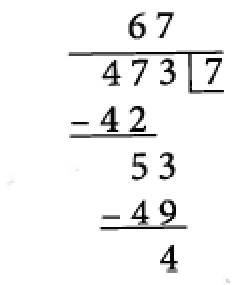
2.2.3 Algoritmer

Dersom minoritetsspråklige elever har lært formelle divisjonsstrategier i hjemlandet, kan disse se annerledes ut enn den norske algoritmen, til tross for at de bygger på de samme matematiske idéene. Löwing & Kilborn (2013) presenterer ulike oppsett for divisjon. Under gjengis noen av disse:



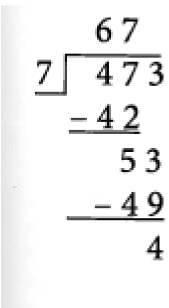
Figur 2.1

Figur 2.1 viser en italiensk oppstilling. Denne er trolig den mest brukte divisjonsalgoritmen. Algoritmen bygger på delingsdivisjon. Det første spørsmålet blir: «Hvor mye er 4 hundrere delt på 7?». Ettersom divisjonen ikke går opp blir neste steg «Hvor mye er 47 tiere delt på 7?». Kvotienten blir seks som plasseres under 7 tallet. Deretter trekkes 6*7=42 fra 47. Slik fortsetter algoritmen.



Figur 2.2

Oppstillingen i figur 2.2 omtales som den liggende stolen. Her står dividenden til venstre for divisoren. Leseretningen i vesten gjør at dette oppsettet passer til delingsdivisjon. Det første spørsmålet blir det samme som eksemplet over. «Hvor mye er 4 delt på 7?». Ettersom dette ikke går opp blir det neste spørsmålet: «Hvor mye er 47 delt på 7?». 6-tallet plasseres over tierplassen i 473. Deretter gjentar man samme prosedyre med neste tall.



Figur 2.3

Oppsettet i figur 2.3 kalles trappen, her står divisoren til venstre for dividenden. Årsaken til dette er at den er beregnet på målingsdivisjon. Første spørsmål blir da: «Hvor mange ganger går 7 opp i 4 (hundre)?», og deretter: «Hvor mange ganger går 7 opp i 47 (tiere)?». Svaret bokføres over tieren i 473. Utregningen fortsetter på samme vis.

I den divisjonsalgoritmen som brukes i Norge regner man fra høyre mot venstre. Bokføringen er relativt lik både italiensk oppstilling og «trappen», men i den norske standardalgoritmen skrives kvotienten til høyre for oppstillingen. Den samme oppstillingen finnes også i land som Albania, Ungarn og Eritrea (Löwing & Kilborn, 2013).

2.2.4 Tospråklighet som en ressurs

Löwing & Kilborn (2013) viser til språkforskeren Cummins' (1991) forskning, hvor han argumenterer for hva som kreves for at tospråklighet skal være en ressurs. Cummins (1991) påpeker at det er to vilkår som må oppfylles for at dette skal skje. For det første må elevene kunne tenke og kommunisere flytende på begge språkene, og nyttiggjøre seg av dette. I tillegg må de ha passert en viss kunnskapsterskel på begge språkene. Først når begge disse vilkårene er innfridd, vil elevene kunne utnytte de fordelene og den fleksibiliteten tospråkligheten kan føre med seg (Löwing & Kilborn, 2013).

Clarksons (2007) forskning på vietnamesiske elever i Australia sammenfaller med Cummins' (1991) argumentasjon. Clarkson (2007) undersøkte hvordan elever med gode språkkunnskaper i både engelsk og vietnamesisk bruker språkene i matematikken. Dette var en elevgruppe som oppnådde svært gode resultater i matematikk. Clarkson (2007) argumenterte for at tospråkligheten er en av grunnende til de gode resultatene, ved at elevene uanstrengt kan bytte mellom sitt morsmål og undervisningsspråket. Dermed vil elevene benytte det språket som er mest funksjonelt i den gitte situasjonen. Löwing og Kilborn (2013) poengterer at den vietnamesiske tallrekken har en mer logisk oppbygging enn den engelske, noe som kan gi elevene store fordeler. Clarkson (2007) fant gjennom sitt forskningsprosjekt ut at elevene brukte morsmålet sitt når de jobbet med matematiske ideer. Lærerne var derimot ikke klar over at elevene brukte et slikt kodebytte som en av sine løsningsstrategier.

2.3 Rammeverk

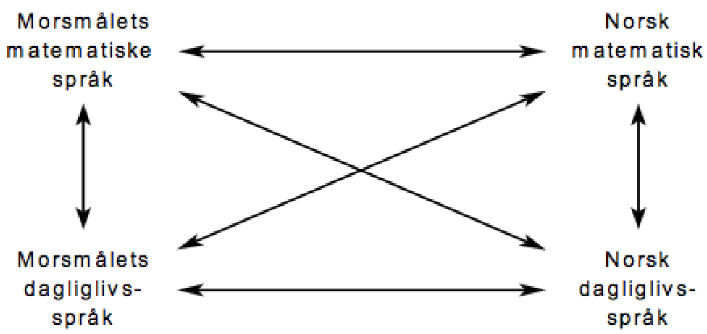
Vi vil nå presentere vårt konseptuelle rammeverk. Dette er satt sammen av tidligere forskning på flerspråklighet, samt tidligere forskning på elevers divisjonsstrategier.

I artikkelen *Minoritetselever og matematikutbildning* av Rønneberg og Rønneberg (2001) argumenterer de for at barn utvikler en grunnleggende uformell forståelse av matematikk før de begynner på skolen, uavhengig av kulturell og språklig bakgrunn. Videre poengterer de at lærere som underviser minoritetsspråklige elever kan undervurdere dem, og tro at de ikke har de begrepene og erfaringene som kreves for å få utbytte av undervisningen. Årsaken er at elevenes begreper og erfaringer er forankret i morsmålet, og det dermed blir vanskelig å benytte seg av disse når undervisningen foregår på et annet språk (Rønneberg & Rønneberg, 2001).

I følge Lunde (2001) kan en særlig undervurdere barns språklige kunnskaper når de har automatisert dagligspråket. Det tar for de fleste om lag 2-3 år å komme på et godt dagligtalenivå i et nytt språk. For å komme opp på et høyere nivå, kognitivt og skolemessig, tar det ofte 5-7 år. Moschkovich (1996) har vært opptatt av disse overgangene mellom førstespråk (morsmål) og andrespråk (norsk), og utvikling fra hverdagsspråk til akademisk språk. Innen matematikken snakkes det om utviklingen fra et dagliglivsspråk til matematisk språk. Dette er kun en side av flerspråklige elevers møte med matematikkfaget i skolen, og det er ikke tilstrekkelig for å forstå hvordan deres matematiske forståelse og begreper utvikles. I følge Lunde (2001) er elevenes erfaringer også avgjørende når de konstruerer mening.

2.3.1 Veksling mellom morsmål og andrespråk

Moschkovich (1996) har utviklet en modell som illustrerer hvordan flerspråklige elever veksler mellom morsmål (spansk) og andrespråk (engelsk). Lunde (2001) har oversatt modellen til norsk (Figur 2.4). Den viser hvordan elever bytter mellom dagliglivsspråket og det matematiske språket. I tillegg viser modellen at disse vekslingene foregår både innenfor et språk, og mellom de to språkene når elevene løser matematikkoppgaver. Dagliglivsspråket er utviklet gjennom barns erfaringer fra hverdagslige situasjoner gjennom oppveksten. I modellen viser de loddrette pilene sammenhengen mellom det matematiske språket og dagliglivsspråket. Det kan oppstå utfordringer når elevene skal ta i bruk kjente begreper fra hverdagslivet i matematikken, da ord som for eksempel «mengde» og «normal» har andre betydninger på det matematiske språket. Øverst i modellen viser den vannrette pilen hvordan de to språkene kan interferere med hverandre når elever lærer det matematiske språket. Dette skjer når betydningen av matematiske begrep overføres fra det ene til det andre språket. Modellen viser at flerspråklige elever ikke bare må oversette fra et språk til et annet, men også innad i det samme språket. De kryssende pilene illustrerer hvordan elevers tenkning på morsmålets dagliglivsspråk kan påvirke det norske matematiske språket. Samtidig vil også både det norske dagliglivsspråket og det norske matematiske språket påvirke det matematiske språket på morsmålet (Lunde, 2001).



Figur 2.4

2.3.2 Taksonomi for uformelle divisjonsstrategier

Taksonomi er i følge Bokmålsordboka synonymt med *ordning* eller *klassifikasjon*, og defineres av Imsen (2009) som «en ordning av ulike kunnskapsformer i et system». Vi har i denne oppgaven valgt å utforme en taksonomi over uformelle divisjonsstrategier. Denne taksonomien tar utgangspunkt i studier utført av Mulligan og Mitchelmore (1997), Anghileri (2001) og Ambrose, Baek og Carpenter (2003), som alle har undersøkt elevers divisjonsstrategier.

Mulligan og Mitchelmore (1997) så i sin studie på hvordan jenter i 2. og 3. klasse løste 24 tekstoppgaver. Ut fra dette identifiserte de tolv ulike løsningsstrategier som de kategoriserte i fire intuitive modeller for divisjon: *Direkte telling, gjentatt subtraksjon, gjentatt addisjon og multiplikative operasjoner*. Selv om Mulligan og Mitchelmore (1997) ikke bruker begrepet taksonomi anser vi, ut fra definisjonen over, at de fire intuitive modellene er skrevet i stigende taksonomisk rekkefølge, hvor direkte telling er laveste nivå og multiplikative operasjoner er høyeste nivå. Taksonomisk rekkefølge vil si at strategiene utvikles/effektiviseres etterhvert som de øker i taksonomisk nivå.

Datamaterialet til Mulligan og Mitchelmore (1997) viste at det var en konsistent progresjon i de intuitive modellene elevene brukte. Gjentatt addisjon var den mest brukte strategien. I tillegg observerte Mulligan og Mitchelmore (1997) eksempler på elever som brukte multiplikative strategier som en støtte for å sjekke svaret i divisjonsoppgaver. Videre observerte de at alle nivåene i taksonomien ble brukt uavhengig av endringer i oppgavenes semantiske struktur, noe som var sammenfallende med funnene i Koubas (1989) studie.

Anghileri (2001) tok i sin studie for seg 275 elever på 5.trinn ved ti ulike skoler i England og Nederland. Studien hennes var todelt, og hadde som mål å observere endringer i strategivalg før og etter standardalgoritme for divisjon var innført. For å undersøke denne endringen ga hun elevene den samme skriftlige testen før og etter de ble undervist i divisjonsalgoritmen. Resultatene viste at når elevene begynte å bruke standardalgoritme medførte det flere feilkalkuleringer. Bare halvparten av elevenes forsøk på bruk av standardalgoritme var effektive. Hun fant også at effektive, men mer uformelle, metoder av problemløsning produserte mer suksessfulle resultater enn bruk av formelle metoder. Hun argumenterte for at strategiene elevene valgte tok utgangspunkt i tallene i oppgaven, og at elevene valgte strategier som var hensiktsmessig for den aktuelle oppgaven. Elever som plasseres på de høyeste nivåene i taksonomien kan for eksempel velge uformelle strategier dersom det gjør utregningen mer effektiv, til tross for at de kan mer formelle strategier. I sin studie konkluderer hun med at bruk av formelle skriftlige metoder, standardalgoritme, først bør introduseres etter at elevene har blitt selvsikre på sine egne uformelle metoder. Dersom standardalgoritmer innføres for tidlig, kan det ha negativ effekt på utviklingen av elevenes matematiske tenkning (Anghileri, 2001).

På bakgrunn av svarene elevene ga før og etter de hadde blitt undervist i algoritmen, identifiserte Anghileri (2001) 15 strategier som hun grupperte i åtte kategorier. Vi har valgt å gjengi disse, da vi i stor grad tok utgangspunkt i disse strategiene når vi utarbeidet vår kodemal. Vi anser kategori 1-4 som en taksonomi over uformelle strategier.

Tabell.1

Anghileris (2001) kategorisering av divisjonsstrategier.

Kategorier:	Strategier:
1 (S) *Strategier som involverer lange utregninger, uten forsøk på effektivisering.*	Bruk av tellestreker, eller andre symbol for hver enhet. Gjentatt addisjon av divisor. Gjentatt subtraksjon av divisor fra dividend. Deling, med bilde av en distribusjon.
2 (P) *Strategier som deler opp sifrene ved bruk av kunnskap om plassverdisystemet.*	Operere med sifrene hver for seg. Dele opp dividenden i (tusener), hundrere, tiere og enere.
3 (L) *Strategier som ga noe effektivitet, men allikevel førte til lange utregninger*.	«Low level "chunking"», addere ved bruk av små delsummer (for eksempel 30 istedenfor 15). Dobling eller gjentatt dobling av divisor. Halvering av divisor eller dividend.
4 (H)	«High level "chunking"», bruk av effektive delsummer, (for eksempel 150 istedenfor 15) og korte prosedyrer.
5 (AL)	Standardalgoritme.
6 (ME)	Mentale strategier, vise svar, men ikke utregning.
7 (WR)	Gal operasjon.
8 (UN)	Uklar strategi.
O	Ingen forsøk.

(Anghileri, 2001, s. 89-90, vår oversettelse).

Ambrose et al. (2003) har i sin studie undersøkt 8-11 åringers uformelle strategier i multiplikasjon og divisjon gjennom to primære datakilder; et års feltstudier i seks heterogene klasserom, og kliniske intervju i tre av klasserommene. I samtlige klasser var det fokus på matematisk forståelse, og oppgavene ble som regel gitt i kontekst. Det ble forventet at elevene kunne forklare sine strategier til medelever. I klasseromsdiskusjoner analyserte elevene hverandres strategier. For hvert problem ble det presentert fire til fem strategier, slik at elevene fikk påpekt at oppgavene kunne løses på flere måter. Læreren underviste sjeldent strategier til elevene, men utviklet undervisningen basert på elevenes kunnskap og tenkning.

Gjennom studien kategoriserte Ambrose et al. (2003) elevenes uformelle strategier etter utviklings- og effektivitetsnivå. Med andre ord antydet også de en taksonomi over uformelle strategier. Denne var, i likhet med Mulligan og Mitchelmore (1997) og Anghileri (2001), delt i fire nivåer. Det laveste nivået, *nivå 1*, involverte gjentatt addisjon eller subtraksjon, gjerne med bruk av visuell representasjon som fingre, tegning eller konkreter. På dette nivået utførte elevene kalkulasjoner uten å gjøre noe forsøk på å effektivisere metoden (Eksempel: 248:4. Ta 4+4+4… frem til eleven når 248. Eller 248-4-4-4... til eleven kommer til 0). På det neste nivået, *nivå 2*, brukte elevene mer abstrakte strategier som ikke involverte dekomposisjon av dividend. På dette nivået subtraherte eller dividerte elevene på en mer effektiv og systematisk måte ved å stole ettertrykkelig på tierstrukturer (Eksempel: 248:4. Ved å subtrahere 248 seks ganger med 10*4=40. Etter subtraksjonen har eleven 8 igjen, ved å ta 2*4, ender eleven med løsningen 60+2=62). *Nivå 3* innebar å dele opp dividenden i mer praktiske deler (Eksempel: 248:4. Her kan dividenden omskrives til 200+40+8. Dermed kan det bli et enklere stykke å løse). Det øverste nivået, *nivå 4*, lignet noe på nivå 3, men på dette nivået brukes mer effektive oppdelinger, noe som fører til kortere utregninger (Eksempel: 248:4. Isteden for å dekomponere dividenden i hundrere, tiere og enere som i nivå 3, kan en først ta 24(0):4 og deretter 8:4. Alle utregningene er i den lille multiplikasjonstabellen, og det er dermed en svært effektiv uformell strategi.).

Ut fra disse uavhengige studiene valgte vi å utvikle en taksonomi over uformelle strategier (vist i tabellen under), hvor vi sammenfattet Mulligan og Mitchelmore (1997), Anghileri (2001) og Ambrose et al. (2003) sine taksonomier i én. De tre første nivåene gjengir ulik effektivisering av gjentatt addisjon. Nivå 1 inkluderer også gjentatt subtraksjon, som blir sett på som en mer primitiv strategi enn addisjon (Mulligan & Mitchelmore, 1997). I tillegg inkluderer nivå 1 visualiseringsstrategier som tellestreker, telle på fingrene eller bruk av konkreter. Vi har valgt å sette multiplikative strategier som nivå 4, da multiplikativ tenkning er nærmere knyttet til operasjonene multiplikasjon og divisjon enn additiv tenkning (Nunes & Bryant, 1996).

Tabell 2.

Taksonomi over uformelle strategier

Nivå 1	Direkte telling, gjentatt addisjon eller subtraksjon av divisor uten forsøk på effektivisering. Gjerne med bruk av visualisering/konkreter.
Nivå 2	Gjentatt addisjon av små delsummer (low level "chunking").
Nivå 3	Gjentatt addisjon av effektive delsummer (high level "chunking").
Nivå 4	Multiplikative strategier.

3. Metode

I vårt masterprosjekt søker vi å finne ut hvordan elever i en innføringsklasse løser divisjonsoppgaver innenfor naturlige tall. Målet er å avdekke hvilke strategier elevene bruker, og samtidig observere hvordan det flerspråklige kommer til syne i oppgaveløsningen. Ettersom vi ønsker å undersøke hvordan minoritetsspråklige elever løser divisjonsoppgaver, må vi forsøke å avdekke hvilke tankeprosesser elevene bruker. Vi kan ikke fysisk gå inn i hodene til elevene, men vi kan se og tolke det de gjør og sier. Kunnskapssynet vi plasserer oss under og valg av metode for datainnsamling er direkte relatert til målet vi har for prosjekter. I dette kapittelet vil vi først presentere vårt kunnskapssyn, deretter presenteres de metodiske valgene vi har tatt under planleggingen og gjennomføringen av prosjektet. Vi vil forklare og begrunne valg av metode for datainnsamling, valg elever og hvordan vi utviklet oppgavene. Deretter forklares det hvordan vi har transkribert, utarbeidet en kodemal og kodet intervjuene. Til slutt argumenteres det for prosjektets reliabilitet og validitet, det stilles noen kritiske spørsmål til datainnsamlingen og forskningsetiske hensyn vil bli beskrevet.

3.1 Konstruktivistisk læringssyn

Det er særlig tre overordnede kunnskapssyn eller paradigmer på hvordan man ser på læring og utvikling: Det kognitivistiske, det positivistiske og det konstruktivistiske (Postholm & Moen, 2009). På bakgrunn av problemstillingen er det hensiktsmessig å plassere studien innunder det konstruktivistiske kunnskapssynet. Dette kunnskapssynet er både en teori om hva kunnskap er og en teori om hvordan læring skjer (Imsen, 2005), og viser til en forståelse av at læring og utvikling tar form når individ og miljø møtes, og konstrueres i en gjensidig prosess. Individet påvirker det miljøet det er en del av, og individet blir påvirket av den historiske og kulturelle settingen det er en del av (Postholm & Moen, 2009). Kunnskap er ikke noe statisk, men er i stadig endring og fornyelse.

Konstruktivistisk læringssyn kan deles i flere underkategorier. Fordi vi ønsker å undersøke kognitive strukturer og prosesser som ligger bak en handling, vil denne undersøkelsen kunne sies å være innenfor kognitiv læringsteori. I følge Dysthe (2001) er kognitiv læringsteori særlig inspirert av Piaget og ser på læring som noe som oppstår i en aktiv konstruksjonsprosess ved at elever tar inn informasjon, fortolker denne informasjonen for så å sette den sammen med det de allerede vet. Dermed reorganiseres elevenes mentale strukturer for å passe inn med den nye forståelsen. Videre skriver Dysthe (2001) at elevene selv må prøve seg frem og være aktive i læringssituasjonen fremfor å absorbere kunnskap fra andre, og gjennom denne prosessen utvikles nye begreper og evnen til å tenke.

Piaget bruker begrepene assimilasjon og akkommodasjon for å beskrive delprosesser i utviklingen av ny kunnskap. Imsen (2005) skriver at assimilasjon er den første delprosessen, og den aktiveres når elever tolker nye situasjoner med den kunnskapen (skjema) de allerede har. Med andre ord: nye hendelser tilpasses eksisterende skjema. Den andre delprosessen, akkommodasjon, skjer når de eksisterende skjemaene ikke lenger er tilstrekkelige, da skjer en reorganisering og skjemaene omdannes slik at de tilpasses den nye hendelsen. I følge Ginsburg (1977) er barn konservative ved at de holder fast ved det de allerede kan, og forsøker å tilpasse nye erfaringer til det gamle. Ginsburg (1977) viser til at barn kan omgjøre både subtraksjon og multiplikasjon til addisjon, eller divisjon til multiplikasjon. Et eksempel på dette kan være dersom et barn og en voksen får samme oppgave og løser den på ulik måte. Den voksene kan se at oppgaven bør løses ved bruk av divisjon, mens barnet kan løse samme oppgave ved bruk av addisjon eller subtraksjon, da barnet assimilerer vanskelige regneoperasjoner inn i et enklere skjema.

3.2 Valg av metode

Den viktigste faktoren for valg av metode var for oss i hvilken grad den kunne gi et godt utgangspunkt for å svare på problemstillingen. Ettersom målet var å undersøke hvordan elever løser divisjonsoppgaver, kunne vi valgt både kvalitativ og kvantitativ metode. En mulighet ville vært å dele ut divisjonsoppgaver til et stort antall elever, for så å undersøke hvordan de gikk frem for å løse dem. Med mange deltagere kunne resultatene gitt oss numeriske og generaliserbare data, men disse dataene ville ikke gitt oss muligheten til å se nærmere på hvordan hver enkelt elev kom frem til svarene. Da vårt forskningsspørsmål ville undersøke hvilke divisjonsstrategier elevene benyttet for å løse oppgavene og hvordan de tenkte, var det hensiktsmessig å velge kvalitativ metode.

I følge Merriam (2014) er kvalitative forskere interessert i hvordan mennesker tolker sine erfaringer, hvordan de konstruerer verden rundt seg og hvordan de vektlegger sine erfaringer. Nøkkelen for å oppnå en slik innsikt og forståelse er å kunne se et fenomen fra informantenes perspektiv, fremfor et forskerperspektiv (Merriam, 2014). En annen årsak til valg av metode var at elevene i prosjektet er minoritetsspråklige, og vi ønsket å unngå språklige misoppfatninger. Dette kunne ha blitt realiteten dersom elevene fikk utdelt en prøve og vi kun skulle analysere de svarene elevene hadde skrevet på arket. Vi ville da ikke hatt mulighet til å avklare oppgavene dersom elevene hadde behov for det, eller sjansen til å stille elevene spørsmål om hvordan de kom frem til svaret.

Det finnes mange ulike retninger innenfor kvalitativ forskning. Merriam (2014) trekker frem seks hovedretninger; basic qualitativ research, phenomenology, grounded theory, ethography, narrative research og case study. Forskjellene mellom disse er blant annet hvordan man stiller forskningsspørsmål og ulike metoder for datainnsamling og analyse. Vi plasserer oss innenfor retningen basic qualitativ research.[5] Denne brukes ofte når målet med forskningen er forståelse av en praksis, og benyttes derfor ofte i forskning på felt som utdanning, helse og administrasjon. Data samles inn gjennom intervju, observasjon eller dokumentanalyse. I dataanalysen identifiseres gjentagende mønster (Merriam, 2014).

I kvalitativ forskning har forskeren(e) en aktiv rolle i datainnsamlingen og analysen. Da forståelse er målet med metoden er det ideelt at forskeren er involvert og umiddelbart kan respondere og gjøre tilpasninger underveis i datainnsamlingen. Forskeren kan da få utdypet og avklart både nonverbal og verbal informasjon fra informanten (Merriam, 2014). I vårt prosjekt ble det naturlig å velge en metode som ga oss denne fleksibiliteten underveis i datainnsamlingen. Samtidig ønsket vi en viss struktur og rammer for hvordan dataene skulle samles inn. Intervju ble derfor et hensiktsmessig valg.

3.3 Oppgavebasert intervju

For å få et rikt datamateriale med god kvalitet, valgte vi oppgavebasert intervju som metode. Hensikten med denne intervjuformen er å få en dypere forståelse av barns kognitive prosesser, og springer ut fra såkalte kliniske intervjuer som ble benyttet tidlig på 1960-tallet (Maher & Singley, 2014).

> «Tasked-based interviews are used to investigate subject´s existing and developing mathematical knowledge and ways of reasoning, how ideas are represented and elaborated, and how connections are built to other ideas as they extend their knowledge.» (Maher & Singley, 2014, s 580).

Oppgavebasert intervju har blitt brukt for å oppnå innsikt og kunnskap om elevers eksisterende matematiske kunnskap, og om hvordan de løser matematiske problemer (Maher & Singley, 2014). Det som skiller denne typen intervju fra andre former for intervju, er at

[5] Andre forskere som, for eksempel Caelli, Lynne & Mill (2003), omtaler retningen som generisk kvalitativ forskning.

interaksjonene ikke bare er mellom intervjuer og informant, men også med oppgavene. Godt gjennomtenkte oppgaver er den viktigste komponenten i oppgavebasert intervju.

I følge Christoffersen & Johannessen (2012) kan intervju gjennomføres med ulik grad av struktur. Den ene ytterkanten vil være et ustrukturert intervju der temaet er bestemt, men samtalen rundt er helt åpen. I den andre ytterkanten har vi strukturert intervju, der tema, spørsmål og rekkefølge er bestemt på forhånd, og hvor det er faste svaralternativer. En kan også semistrukturere intervjuet, eller ha strukturert spørsmål og rekkefølge uten å lage svaralternativer på forhånd. Alle måtene har sine fordeler og ulemper. Forskningsspørsmålet avgjør i hvilken grad intervjuet bør struktureres.

Vi har valgt et semistrukturert intervju fordi vi ønsket muligheten til bygge videre på informantenes svar, og ikke være fastlåst i en satt rekkefølge og svaralternativer. Samtidig poengterer Christoffersen & Johannessen (2012) at en viss standardisering av spørsmålene er hensiktsmessig når det skal gjennomføres flere intervju, ettersom det åpner for en større grad av sammenligningsmuligheter i analyseprosessen. Vi valgte derfor å utvikle en intervjuguide som ivaretok begge disse aspektene.

Før vi gjennomførte intervjuene utviklet vi en intervjuguide (se vedlegg 1). I følge Dalen (2011) er en intervjuguide nødvendig for alle studier som bruker intervju som metode. Den skal inneholde sentrale temaer og spørsmål for prosjektet (Dalen, 2011). Vår intervjuguide inneholdt fire deler. De to første delene var uformell prat og praktisk informasjon elevene skulle få før vi startet datainnsamlingen. Med andre ord samtalen mellom intervjuer og elev fra de møttes og frem til kameraet ble slått på. Det var viktig å formidle at datamaterialet ville bli behandlet konfidensielt, og hva hensikten med prosjektet var. Del tre i intervjuguiden var selve datainnsamlingen, det oppgavebaserte intervjuet. Den startet med spørsmålene vi ønsket å stille elevene, og fortsatte med de fem oppgavene de skulle løse. I tillegg inneholdt den en oversikt over hvordan intervjuer skulle reagere dersom elevene for eksempel ikke forsto oppgavene eller ikke kom videre. For å få mest mulig sammenlignbare data, anså vi det som gunstig å ha en konsistens i hvordan intervjuer skulle respondere på ulike reaksjoner og løsninger elevene kunne komme med. Her tok vi utgangspunkt i Pólyas (1990) fire steg for å løse problemløsningsoppgaver. Årsaken til at vi valgte nettopp Pólyas (1990) modell var at dette er en anerkjent modell. I tillegg håpet vi at denne ville bidra til at elevene kom videre i løsningsprosessen om de stoppet opp underveis. Ved å bruke en anerkjent modell, og ikke finne opp spørsmål selv, mener vi kan bidra til å gi datainnsamlingen en høyere grad av reliabilitet. Eksempel på spørsmål fra Pólya (1990) er: «har du sett slike oppgaver før?» og «kan du tegne?» (vår oversettelse). Deretter utviklet vi noen avsluttende spørsmål om hvordan elevene syntes intervjuet hadde gått, og hva de syns om oppgavene. Siste del av intervjuguiden var avslutningen av intervjuet, hvor vi åpnet opp for at elevene selv kunne stille spørsmål eller si noe før de gikk tilbake til klasserommet.

Under intervjuene brukte vi videokamera for å ta opp lyd av elevenes resonneringsprosesser, i tillegg til at vi filmet arket elevene regnet på. Kameraet var plassert bak elevene, slik at det kun filmet arket. Hovedårsaken til denne plasseringen var problemstillingen. Vi mente at å se arket og høre hvordan elevene løste oppgavene ville gi oss de dataene vi trengte for å svare på denne. En annen årsak var at elevene kom fra ulike kulturer, noe som kan bidra til at deres kroppsspråk kan være noe ulikt fra vårt. Hvis vi hadde filmet elevene, ville vi også sett kroppsspråk, noe som kunne gitt større rom for tolkning og som vi ikke er kvalifisert til å tolke på en god måte. Dersom vi skulle sett på kommunikasjon i vår oppgave ville det vært mer naturlig å filme elevene, men for vår oppgave så vi ikke dette som nødvendig. Ved å plassere videokameraet bak elevene håpet vi også det kunne bidra til at de ikke tenkte så mye over at videokameraet var der, og med det skape en mest mulig naturlig setting.

Det første intervjuet vi gjennomførte fungerte som et pilotintervju, også omtalt som et prøveintervju. Vi ønsket å undersøke hvordan intervjuguiden og oppgavene fungerte i praksis. I følge Dalen (2011) bør prosjekter som benytter intervju som metode gjennomføre et eller flere prøveintervjuer for å teste spørsmålene og det tekniske utstyret. For vår del var det også viktig å prøve ut oppgavene vi hadde laget. Etter pilotintervjuet evaluerte vi intervjuguiden, oppgavene, gjennomføringen og kvaliteten på videoopptaket. Det viste seg at en av oppgavene var i overkant utfordrende for den første informanten, derfor gjorde vi noen endringer som vil utdypes under kapittel 3.5. Ettersom det kun var denne endringen vi gjorde, valgte vi å inkludere pilotintervjuet i datamaterialet. Både når det kom til gjennomføringen og opptaket, hadde det meste gått som forventet. Kvaliteten på opptaket var tilfredsstillende og tidsmessig lå intervjuet innenfor tidsrammen vi hadde sett for oss på rundt en halvtime. Det var derimot én ting som utpekte seg negativt; at vi hadde fungert som intervjuere begge to. Det fremsto som masete med spørsmål fra to personer, noe som kunne virke overveldende for eleven. Vi bestemte derfor at kun en av oss skulle være intervjuer under resten av intervjuene, mens den andre skulle være observatør og teknisk ansvarlig.

3.4 Valg av analyseenhet og informanter

Dette prosjektet har et elevperspektiv med fokus på minoritetsspråklige elever. Vi valgte derfor å samle data på en barneskole med innføringsklasser. Denne skolen hadde lang erfaring innenfor feltet og var positive til et samarbeid med oss. Elevene var i alderen 10-12 år. Vi satt inne med lite forkunnskaper om hvordan dette innføringstilbudet fungerte i praksis, og fikk derfor tillatelse til å observere fem matematikkøkter høsten 2014. Vi observerte en stor spredning i elevenes regneferdigheter. Dette kom også tydelig frem da vi så pensumbøkene elevene jobbet i; elevene jobbet med pensum fra 1.-7. trinn, men de aller fleste jobbet i bøker tilpasset mellomtrinnet. Noen av elevene var nettopp kommet til Norge, mens andre hadde vært i landet i nærmere to år. Derfor var det stor forskjell på elevenes norskferdigheter.

I tillegg til å få innblikk i hvordan en innføringsklasse fungerte, var observasjon et ledd for å bli bedre kjent med elevene. Vi observerte fem matematikkøkter hvor vi vekslet mellom deltagende og ikke-deltagende observasjon. Med andre ord mellom å være involvert i klasseromsundervisningen som assistenter og som rene observatører. Observasjon som metode egner seg godt for å «få tak i» det som skjer der og da (Christoffersen & Johannessen, 2012). Årsaken til at vi ikke valgte observasjon som metode for datainnsamlingen var at vi ønsket å undersøke hvordan elevene løser matematikkoppgaver. Vi konkluderte med at observasjon ikke ville gi oss tilstrekkelig svar på dette. Ofte løser elever oppgaver stille uten å forklare hvordan de tenker, men i en intervjusituasjon kommer dette mer naturlig frem. Allikevel var observasjonen et viktig ledd i oppstarten av prosjektet. Tanken var at de oppgavebaserte intervjuene skulle bli mindre skremmende når elevene kjente oss fra før.

I innføringsklassen var det tolv elever. Ettersom elevene var under 18 år, måtte de returnere et samtykkeskjema med underskrift fra foresatte for å kunne delta i studien. Vi fikk inn seks samtykkeskjemaer, og disse elevene ble våre informanter. Merriam (2014) omtaler et slikt utvalg som «convenience sampling», på norsk bekvemmelighetsutvalg (vår oversettelse). Hun skriver at denne typen utvalg er gjort ut fra hva som er praktisk med tanke på tid og tilgjengelighet. Dersom en forsker går ut med en tanke om hvem han eller hun skal ha som informanter kan dette svekke dataene. Til tross for at vi valgte de seks elevene vi hadde tilgjengelig, ble utvalget variert både når det kom til nasjonalitet og matematisk nivå. De seks elevene var i alderen 10-12 år og fra tre ulike verdensdeler. Elevene ble anonymisert ved at de er gitt nye navn i oppgaven. Informantene var: Oliver fra Finland, Egor fra Hviterussland og

Selena fra Serbia. Siam var opprinnelig fra Egypt, men hadde gått på skole i Østerrike før han kom til Norge. Jen og Lee var begge fra Thailand.

Datainnsamlingen ble gjennomført på et grupperom ved den aktuelle skolen. Elevene ble tatt ut av sine vante rammer, klasserommet, og filmet en og en på et grupperom. Det var flere årsaker til dette, blant annet lydkvalitet, at elevene skulle få ro til å jobbe med oppgavene og å unngå at vi forstyrret matematikkundervisningen. Under intervjuet fikk elevene kun utdelt penn og et oppgavehefte med en oppgave på hver side. Intervjuene varte omtrent en halvtime, det korteste var 17 minutter og det lengste 34 minutter.

3.5 Valg av tema og oppgaver

Alle oppgavene i oppgavesettet omhandlet divisjon. Bakgrunnen for dette valget var flere. Som nevnt i innledningen er divisjon, i følge Verschaffel et al. (2007), den av de fire regneartene det er forsket minst på. I tillegg påpeker de at det er den regnearten flest elever har utfordringer med, og utfordringene er særlig knyttet til divisjonsalgoritmen. Algoritmen for divisjon inkluderer ferdigheter innenfor både multiplikasjon og subtraksjon. Elevene må huske mange regler for plassering og hvilke regneoperasjoner som skal brukes hvor og når for å få riktig svar. Mange elever har derfor misoppfatninger knyttet til denne (Verschaffel et al., 2007). Samtidig har de fleste barn i tidlig alder et begrep om rettferdighet og hva det vil si å dele likt (Van de Walle & Lovin, 2006). Ved hjelp av uformelle strategier er det mange delestykker elever kan utføre selv om de enda ikke har lært algoritmen.

Da vi observerte innføringsklassen for første gang fortalte læreren at han enda ikke hadde undervist klassen om divisjon. Det vil si at elevene enda ikke hadde lært divisjon i Norge. Vi syntes dette var et spennende utgangspunkt, da vi hadde stor grunn til å anta at elevene enten kom til å bruke strategier de hadde utviklet og lært i sitt hjemland, eller benytte intuitive strategier hvis de ikke hadde lært divisjon tidligere. Det er ikke interessant i seg selv at elevene bruker strategier de allerede har lært. Men for oss som framtidige matematikklærere syns vi det er interessant å bli bevisst på noen av de ulike løsningsstrategiene som eksisterer, og hvilken kunnskap minoritetsspråklige elever sitter inne med.

Ettersom vårt mål var å undersøke og forstå hvordan elevene gikk frem når de løste divisjonsoppgaver, valgte vi å lage fem relativt ulike oppgaver. Vi fant det for snevert å bare gi talloppgaver, da det kunne gitt oss data kun basert på elevenes evne til å utføre en prosedyre eller en algoritme. Samtidig ville det å bare gi tekstoppgaver ikke gi oss data om det matematiske symbolspråket er universelt, og det ville ikke inkludert den matematikken elevene ofte møter i lærebøker. Vi inkluderte derfor både en talloppgave og fire ulike tekstoppgaver i oppgavesettet. Vi anså det som gunstig å utvikle ulike typer tekstoppgaver, siden divisjon deles i målings- og delingsdivisjon. I tillegg ønsket vi å undersøke hvordan elevene gikk frem for å løse en problemløsningsoppgave, ettersom problemløsning blir trukket frem som et viktig aspekt innenfor matematikken. Den siste oppgaven vi ga elevene var en problem posing oppgave. Vi var inspirert av studien gjort av Ellerton (1986) i utviklingen av denne. Målet med problem posing oppgaven var å gi elevene mulighet til å formulere en egen oppgave uten andre rammer enn at den måtte være i divisjon. På den måten håpet vi å få et større innblikk i kunnskapen elevene hadde innenfor divisjon, enn hva de andre oppgavene kunne gi oss.

Før pilotintervjuet fant sted hadde vi utarbeidet et ferdig oppgavesett. Oppgavene stilte ulike krav til forkunnskaper, men alle kunne løses både med formelle og uformelle strategier. Etter pilotintervjuet utarbeidet vi også en alternativ oppgave til oppgave 4, 4b. Etter det andre intervjuet så vi at tallene vi hadde valgt i oppgave 4b fortsatt var svært utfordrende, og utviklet derfor oppgave 4c. Hvordan vi endret disse vil bli utdypet under valg av oppgave 4.

3.5.1 Oppgave 1

Den første oppgaven i oppgavesettet var en talloppgave, *48:6=*. Denne type oppgave er vanlig å finne i matematikkpensum på mellomtrinnet. Vi valgte selv tallene i oppgaven, og disse ble valgt ut fra kjennskapen til at enkelte deler av multiplikasjonstabellen er mer utfordrende enn andre. Vi valgte bevisst en av de mer utfordrende delene. Dette for å få så rike data som mulig. Oppgaven krever noe forkunnskap om matematisk symbolspråk. For eksempel at tegnet «:» betyr «delt på» i Norge.

3.5.2 Oppgave 2

Oppgave 2 var inspirert av en oppgave[6] laget at Van de Walle & Lovin (2006), og var delingsdivisjon i kontekst. Vi endret oppgaven til: *Det er 248 sjokolader, 4 barn skal dele likt. Hvor mange sjokolader får de hver?* Vi har gjort fire bevisste endringer fra originaloppgaven til vår oppgave. For det første har vi endret tallene fra å være tall som gir et desimaltall til svar, til å gi et heltall til svar. Årsaken til dette var intensjonen med prosjektet. Vi ønsket å avdekke elevenes strategier når de løser divisjonsoppgaver innenfor naturlige tall, ikke hvorvidt de hadde en forståelse av desimaltall. Den andre endringen vi gjorde var å erstatte

[6] Originaloppgaven var: «The bag has 783 jelly beans, and Aidan and her four friends want to share them equally. How many jelly beans will Aiden and each of her friends get?» (Van de Walle & Lovin, 2006, s. 55).

«jellybeans» med sjokolade, fordi vi ville bruke begreper elevene hadde et forhold til. Den tredje endringen var å gjøre oppgaven kortere og mer konsis, for å forhindre eventuelle språklige utfordringer. Til slutt endret vi «Aiden og hennes fire venner» til «fire barn». Den opprinnelige oppgaveteksten kan føre til mistolkninger, ved at man bare ser de fire vennene og glemmer å legge til Aiden så det blir fem som skal dele. Dette er i og for seg interessant, men det faller ikke inn under det vi ønsker å undersøke i denne masteroppgaven.

3.5.3 Oppgave 3

Oppgave 3 var også inspirert av Van de Walle & Lovin (2006), men denne omhandlet målingsdivisjon i kontekst.[7] Vi endret oppgaven til *Elefanten Jumbo liker peanøtter. Treneren hans har 640 peanøtter. Jumbo får 20 peanøtter hver dag, hvor mange dager varer peanøttene?* Her har vi ikke endret like mye som i oppgave to, men av samme begrunnelser som nevnt der har vi valgt å gjøre språket enda mer konsist. Vi endret også tallene slik at svaret ble et heltall. I tillegg valgte vi to tall som sluttet på null, dette for å utfordre elevenes strategivalg. Vi ønsket å avdekke om noen av elevene ville bruke en uformell strategi og stryke nullene for å effektivisere utregningen.

3.5.4 Oppgave 4

Carpenter et al. (1983) ga oss inspirasjon til oppgave 4.[8] Dette var en ikke-konsistent problemløsningsoppgave i målingsdivisjon, hvor det eksakte svaret ga et desimaltall, men hvor det er avgjørende å forstå konteksten for å få rett svar. I følge Carpenter et al. (1983) ga 29 % av amerikanske 13-åringer i forskningsprosjektet et desimaltall til svar. Da ble svaret at det må bestilles 31,333 busser, noe som ikke lar seg gjøre i virkeligheten. Omlag 18 % rundet heller ned enn opp da de oppdaget at svaret ble et desimaltall. Dersom 31 busser bestilles, blir noen stående igjen. Vi syntes disse resultatene var spennende og ønsket å se hvordan våre informanter gikk frem for å løse denne oppgaven. Samtidig visste vi lite om bakgrunnen til informantene, utover hvilket land de kom fra, og tok derfor høyde for at noen av elevene kunne ha opplevd krig. Vi valgte derfor å endre originaloppgaven til å omhandle elever som skulle ta skolebuss. Vår oppgave ble dermed: *En skolebuss har plass til 36 barn. Hvis 1128 barn skal ta buss til skolen, hvor mange busser trenger man?*

---

[7] Originaloppgaven var: «Jumbo the elephant loves peanuts. His trainer has 625 peanuts. If he gives Jumbo 20 peanuts each day, how many days will the peanuts last?» (Van de Walle & Lovin, 2006, s. 56).

[8] Originaloppgaven var: «An army bus holds 36 soldiers. If 1128 soldiers are being bussed to their training site, how many buses are needed?» (Carpenter, Lindquist, Matthews, & Silver, 1983).

Etter pilotintervjuet erfarte vi at den fjerde oppgaven kunne være i overkant utfordrende. Vi testet ikke 13-åringer, men 10-12 åringer. Målet med oppgaven var å se om elevene klarte å gi rett svar ut ifra konteksten, og se hvilke strategier de valgte å bruke for å løse en slik problemløsningsoppgave. Vi valgte derfor å lage to alternativer til oppgave 4 hvor vi endret tallene, men konseptet var det samme. Elevene fikk alternativene dersom de ikke klarte å løse oppgaven på grunn av størrelsen på tallene. De to alternativene var oppgave 4b: *En minibuss har plass til 12 elever. Hvis 520 elever skal på tur, hvor mange minibusser trenger man?* Og oppgave 4c: *En bil har plass til 5 personer. Hvis 28 personer skal på tur, hvor mange biler trenger man?* Ut ifra hvordan elevene løste de tre første oppgavene avgjorde vi hvilken oppgave som ble gitt først. En av elevene fikk oppgave 4b med en gang, årsaken var at denne eleven ikke kunne algoritmen, ikke klarte oppgave 1 og trengte forenkling av oppgave 2.

3.5.5 Oppgave 5

Den siste oppgaven, oppgave 5, var en problem posing oppgave hvor elevene fikk beskjed om å lage den vanskeligste divisjonsoppgaven de trodde en medelev kunne løse. Denne oppgaven var inspirert av studien til Ellerton (1986) som er utdypet i teoridelen. Vi ønsket å gi elevene en slik oppgave fordi det kunne gi oss et innblikk i deres forkunnskaper, og hvilke erfaringer de hadde med divisjon som regneart. Vi syns derfor det var interessant å undersøke hvordan elevene ville gå frem når de ble bedt om å utvikle et divisjonsproblem, om de laget en oppgave med eller uten kontekst for eksempel, og hva de anså som et vanskelig problem. Årsaken til at vi ba elevene lage en oppgave noen i klassen deres kunne løse, var at vi ikke ønsket at de bare skulle sette opp noen tilfeldige tall, men at de måtte tenke ut en utfordrende oppgave som elever på deres nivå kunne løse. Ved å gi oppgaven på en slik måte hadde vi en intensjon om at elevene måtte bruke sine matematiske kunnskaper og strategier for å utvikle oppgaven.

Da vi utviklet oppgavesettet var vi svært bevisste på at informantene var minoritetsspråklig. Vi diskuterte hvordan vi kunne lage nøytrale kontekster og forståelige oppgaver. Over utdypet vi hvordan hver enkelt oppgave ble utviklet, slik at det i hovedsak var matematikken og ikke språklige utfordringer som ble kartlagt. Samtidig ønsket vi å se i hvilken grad endringene ville slå ut. Ville alle elevene løse dem uten språklige utfordringer? Hvilke utfordringer ville de få, både matematisk og språklig? For at alle elevene uavhengig av norskkunnskaper skulle forstå oppgavene, ble de gitt både på norsk og engelsk. I tillegg hadde vi en iPad med Google Translate tilgjengelig dersom elevene hadde behov for å oversette ord til sitt eget morsmål. Vi inkluderte dette hjelpemidlet fordi vi gjennom observasjon i klasserommet hadde observert at elevene brukte datamaskin og Google Translate til å slå opp ord i tekstoppgaver de ikke forsto.

3.6 Metodiske valg i analyseprosessen - transkribering, koding og dataanalyse

Å transkribere intervjuer er en metode for å strukturere intervjuene fra muntlig til skriftlig form, slik at de blir bedre egnet for analyse (Kvale & Brinkmann, 2009). Transkribering kan være en tidkrevende prosess, og det er derfor utviklet flere transkriberingsprogrammer for å lette arbeidsmengden. Forskere har ofte egne sekretærer som transkriberer for dem. Vi valgte selv å transkribere alle seks intervjuene manuelt, da vi så dette som overkommelig og gunstig. Intervjuene ble transkribert på bokmål da elevenes dialekt ikke var avgjørende for resultatet i undersøkelsen, men om elevene sa ord på engelsk, eller ord som var en blanding av norsk og engelsk, skrev vi det de sa uten å oversette. I våre intervjuer skulle elevene løse oppgaver, og det gikk derfor en del tid til stille tenking. Så selv om intervjuene våre varte fra 17-34 minutter, ble hver transkripsjon kun 2000-4000 ord.

Å utføre intervju var relativt nytt for oss. Gjennom selv å transkribere intervjuene ble vi mer bevisste på egen intervjustil. Dette bidro til at vi i større grad evnet å se kritisk på oss selv som intervjuere. Det ga oss også et klarere bilde av de dataene som ble samlet inn, og hvor elevene eventuelt kunne ha hatt misoppfatninger. Ved å transkribere en intervjusituasjon vi selv har vært deltakende i, kunne vi huske noen av de sosiale og emosjonelle aspektene ved intervjusituasjonen, og dette bidro til at meningsanalysen startet allerede i transkriberingsprosessen (Kvale & Brinkmann, 2009, s. 189).

Ettersom vi var to studenter som skrev sammen, kunne vi dele intervjuene mellom oss. For å få en høyre grad av reliabilitet valgte vi å transkribere pilotintervjuet sammen, slik at vi ble enig om hvordan vi skulle transkribere, og hvilke tegn (se vedlegg 2) vi skulle bruke for å få oversatt fra muntlige til skriftlig språk så korrekt som mulig. Selv om vi transkriberte de resterende intervjuene hver for oss, foregikk dette i samme rom. På den måten hadde vi mulighet til å spørre den andre dersom vi var usikre på valg underveis.

Når intervjuene var transkribert la vi de inn i et tre-kolonne skjema (som vist under i tabell 3). Dette skjemaet var inspirert av Saldana (2009). Transkripsjonen ble lagt inn i første kolonne, den andre- og tredje kolonnen var blanke så vi kunne skrive inn koder og kommentarer. Først kodet vi pilotintervjuet hver for oss, for deretter å samkode. Vi opplevde en stor fordel med å være to, da det i flere tilfeller var en som hadde oversett noe den andre hadde kodet. Derfor valgte vi å kode de resterende intervjuene på samme måte. Under gir vi et eksempel på hvordan vi kodet pilotintervjuet.

Tabell 3

Eksempel på hvordan vi kodet

Intervju	**Koder**	**Kommentar**
Oppgave 1 48:6= S: Det er 8. I: Hvordan vet du at det blir 8? S: Fordi… eh, 6.. Hva heter det? Den der ((Viser en prikk med fingeren på arket)).	Kodebytte -B Tegn for ord - F	Regner fort i hodet

Etter kodingen analyserte vi dataene. Vår analyse kan ikke omtales som enten deduktiv eller induktiv da vi introduserte noen koder underveis. I følge Merriam (2014) vil deduktiv metode si at man har teori som utgangspunkt for analysen, mens man med en induktiv metode ikke bygger på tidligere forskning. Allikevel er prosjektet nærmere en deduktiv tematisk analyse fordi vi har støttet oss på tidligere forskning av elevers divisjonsstrategier, og dette var utgangspunktet for kodene våre. Som nevnt i teoridelen, bygget kodene våre spesielt på forskningen til Anghileri (2001). I tillegg benyttet vi et flerkulturelt perspektiv, derfor hadde vi også koder som viste til språkbytte, avklaring av oppgaver, og om elevene tok i bruk andre algoritmer enn standardalgoritmen vi bruker i Norge. Vi har støttet oss på forskningen til Moschkovich (2007) om code-switching.

3.7 Avklaring av kodene

I dette underkapittelet vil vi utdype hvordan vi har kodet dataene våre. Vi vil først ta for oss kodene innenfor divisjonsstrategier, før vi beveger oss videre til kodene over de flerspråklige aspektene. Målet med kodene har vært å gi oss svar på problemstillingen. For å svare på den har vi hatt stort fokus på koder som kan gi svar til underspørsmålene våre. Ettersom vi ønsket å kartlegge elevenes strategier, hvordan det flerspråklige påvirker deres valg av strategier og hvordan de går frem når de løser oppgavene, valgte vi å lage to kodegrupper. Den første kodegruppen kalte vi *Divisjonsstrategier*. Disse kodene omhandlet hvordan elevene gikk frem når de løste oppgavene, og inkluderte både formelle og uformelle strategier. I tillegg hadde vi koder for om de fikk rett (S) eller galt svar (F).

Kodene tok i stor grad utgangspunkt i de 15 strategiene Anghileri (2001) identifiserte i sitt forskningsprosjekt (se tabell 1). Årsaken til dette er at Anghileri (2001) undersøkte elever som var tilnærmet lik i alder som våre informanter. Vi har valgt ikke å ta med strategien «mental utregning», da vi i motsetning til Anghileri (2001), hadde en kvalitativ studie hvor vi hele tiden hadde mulighet til å spørre elevene om hva de tenkte når de løste. I tillegg har vi brukt multiplikativ strategi som vi har hentet fra Mulligan og Mitchelmore (1997) og har plassert denne på nivå 4 i vår taksonomi over uformelle strategier. Etter hvert som vi analyserte datamaterialet, viste det seg at våre elever i tillegg brukte strategier som ikke passet inn under noen av kodene. Vi utviklet derfor noen egne koder der teorien ikke dekket empirien. Disse er *Bruk av forhold mellom tall* (10), *Ta vekk nuller* (11), *tegning* (12) og *gjetter* (15).

Divisjonsstrategier:

1. Tellestrek eller telle på fingrene (Nivå 1)
2. Gjentatt addisjon av divisor (Nivå 1)
3. Gjentatt subtraksjon av divisor (Nivå 1)
4. Addisjon av små delsummer (Nivå 2)
5. Dele opp dividend i hundrere, tiere og enere (Nivå 3)
6. Halvere dividend eller divisor eller begge deler (Nivå 3)
7. Addisjon av effektive delsummer (Nivå 3)
8. Multiplikative strategier (Nivå 4)
9. Standardalgoritme
10. Bruk av forhold mellom tallene
11. Ta vekk nuller
12. Tegning
13. Ukjent/ uklar strategi
14. Gir opp
15. Gjetter
16. Gal operasjon

Vi har skrevet Nivå 1-4 bak noen av divisjonskodene. Disse viser til taksonomien over uformelle strategier som nevnt i teoridelen. Disse nivåene står ikke bak alle uformelle strategier, ettersom det taksonomiske nivået på en uformell strategi avhenger av hvordan elevene resonnerer og bruker strategiene. Å ta vekk nuller kan være på lavt taksonomisk nivå dersom eleven ikke er bevisst hvorfor hun kan gjøre det, men bare utfører en innlært operasjon. Det kan også være på et høyt nivå, dersom eleven bevisst anser det som en effektiv løsningsstrategi.

Kodemalen inneholdt også en kodegruppe med navn *Det flerspråklige*. De to første kodene, *language switching* (A) og *kodebytte* (B), har vi hentet fra tidligere forskning på flerspråklighet, og er utdypet i teoridelen. Kodene C, D og E utviklet vi selv på bakgrunn av de observasjonene vi hadde gjort i klassen i forkant av datainnsamlingen. I disse timene observerte vi at elevene ofte trengte hjelp for å forstå tekstoppgaver. Derfor laget vi en egen kode for når elevene trengte *avklaring av oppgave* (C), denne inkluderte både avklaring av talloppgaver, matematiske tegn og begrep i tekstoppgaver. Fordi vi ga elevene mulighet til å bruke *Google Translate* (D) under intervjuene valgte vi å kode dersom de benyttet dette hjelpemiddelet. En annen observasjon var at elevene i innføringsklassen brukte andre algoritmer enn de algoritmene som brukes i Norge. Ettersom prosjektet skulle undersøke hvordan elevene løser gitte matematikkoppgaver, var det derfor interessant å kode når elevene benyttet en *algoritme fra hjemlandet* (E). De to siste kodene *tegn for ord* (F) og *mangler et matematisk tegn på norsk* (G) la vi til underveis i datainnsamlingen, ettersom vi så at elevene brukte tegn for å forklare når de manglet ord, og at det var en elev som ikke forsto divisjonstegnet.

Flersspråklige strategier

A. Language switching

B. Kodebytte

C. Avklaring av oppgave/spørsmål

D. Bruk av Google Translate

E. Algoritme fra hjemlandet

F. Tegn for ord

G: Mangler et matematisk tegn på norsk

Da alle intervjuene var transkribert og kodet ble dataene analysert i tre runder med ulikt perspektiv. I første del av analyseprosessen valgte vi å sortere alle intervjuene etter oppgaver. Oppgavene i oppgavesettet innebar ulike aspekter ved divisjon, og krevde ulike matematiske ferdigheter for å løses. Vi anså derfor dette som en fornuftig måte å sortere dataene på i første omgang.

I andre del av analyseprosessen la vi bort de funnene vi hadde fra første analyse, og så på dataene med et nytt og åpent blikk. Denne gangen valgte vi å ha fokus på strategibruk innenfor hver oppgave for seg. Vi så hva som skjedde rett før og rett etter elevene valgte å bruke en strategi. Ut fra denne måten å se på dataene våre valgte vi å dele elevene i to grupper, de som hadde en innlært divisjonsalgoritme fra hjemlandet (gruppe A), og de elevene som ikke hadde lært en formell metode for å løse divisjonsoppgaver (gruppe B).

I tredje del av analyseprosessen flyttet vi fokuset vekk fra det rent matematiske, og over på hvordan elevenes flerspråklighet kom til uttrykk i de ulike oppgavene. Vi hadde fokus på når elevene eventuelt byttet språk, og når de hadde behov for å bruke begreper på morsmålet. Vi så på hvordan elevenes flerspråklighet ble uttrykt ved at de kunne gjøre seg forstått til oss på sitt andrespråk.

3.8 Reliabilitet og validitet

Ifølge Merriam (2014) har all forskning fokus på å produsere valid og reliabel kunnskap på en etisk måte. Å kunne stole på forskningsresultater er svært viktig, men hvordan kan vi sikre at våre forskningsresultater er troverdig? I kvalitativ forskning er ikke begrepene reliabilitet og validitet like vanlig å bruke som i kvantitativ forskning. En snakker heller om dataenes pålitelighet, troverdighet og generalitet. Vi har allikevel valgt å bruke disse begrepene i denne oppgaven, og støtter oss til samme argumentasjon som Merriam (2014) i dette valget. Merriam (2014) argumenterer for at de fleste mennesker har blitt introdusert for forskning fra et kvantitativt ståsted, hvor disse begrepene har hatt lang tradisjon for å brukes. Vi velger derfor å være tro mot disse etablerte forskningsbegrepene i vår oppgave.

Reliabilitet viser tradisjonelt sett til i hvilken grad en studie kan gjentas. Det vil si, hvis studien vår ble gjennomført på nytt av andre, ville den da ha gitt de samme resultatene? Dette er mer naturlig å snakke om i kvantitativ forskning, da menneskelig atferd aldri er statisk. I kvalitativ forskning er fokuset heller på om de resultatene en oppnår er konsistent med de dataene en har samlet inn (Merriam, 2014). «Reliabilitet knytter seg til nøyaktigheten av undersøkelsens data; hvilke data som brukes, den måten de samles inn på, og hvordan de bearbeides.» (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23). Vi tolker dette sitatet dithen at reliabilitet omhandler dataenes pålitelighet. Dermed er det avgjørende at teorien, rammeverket, metoden og analysen vi har valgt svarer til det vi forsøker å finne ut av. I tillegg omhandler reliabilitet i hvilken grad datautvelgelsen er dekkende for det som observeres. For å sikre en høy grad av reliabilitet har vi beskrevet i detalj den teorien og de antakelsene vi bygger vår studie på i teorikapittelet. I metodekapittelet har vi beskrevet hvordan vi utviklet vår studie, på hvilken måte vi gjennomførte datainnsamlingen og hvordan vi kom frem til våre resultater gjennom en analyseprosess.

Et annet viktig begrep er validitet. Det omhandler hvor relevant de dataene som samles inn er. «Data er som sagt ikke selve virkeligheten, men representasjoner av den. Et sentralt spørsmål er da hvor godt, eller relevant, data representerer fenomenet.» (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 24). I følge Shadish, Cook og Campell (2002) skilles det mellom ytre og indre validitet. Indre validitet omhandler i hvilken grad forskningsresultatene er troverdig eller ikke. Det vil si om forskningsresultatene er sammenfallende med den virkeligheten de forsøker å beskrive (Merriam, 2014). Validitet viser altså til gyldighet av slutningene vi har gjort, ikke til metoden. I kvalitativ forskning er det ikke et isolert fenomen en søker å beskrive, men heller å forstå intervjuobjektenes perspektiv (Merriam, 2014).

I denne studien er begrunnelsene av våre valg avgjørende for validiteten. Årsaken er at vi selv har utformet divisjonsoppgavene, og derfor er det nødvendig å argumentere for valgene våre for å vise at vårt instrument tester det vi søker å måle. I teoridelen avklarte vi ulike divisjonsoppgaver, og i metoden forklarte vi hvorfor vi valgte nettopp disse fem oppgavene. De testet alle fem ulike aspekter ved divisjon, noe som dermed kunne fremprovosere ulike løsningsmetoder. I tillegg har vi begrunnet de endringene vi har gjort og hva som krevdes for å løse oppgavene. De ble tilpasset av oss for at det språklige ikke skulle være et hinder, og med tanke på informantenes alder og bakgrunn. Vi mener derfor at oppgavesettet som helhet ble hensiktsmessig utformet for få frem elevenes løsningsstrategier.

Indre validitet kan sikres på ulike måter. Det kan være å sjekke at det man har konkludert med stemmer overens med intervjuobjektets syn på det som skjedde, få tilbakemeldinger fra kollegaer om de er enig i de funnene som presenteres ut ifra dataene, og generelt strebe etter å være tydelig og bevisst på egne antakelser og fordommer (Merriam, 2014). I vårt prosjekt har vi ikke sjekket med intervjuobjektene om de kjenner seg igjen i våre tolkninger av deres resonnement og løsningsstrategier. Årsaken til dette er at noen av elevene er overført til andre ordinære skoleklasser ved andre skoler, og at vi ikke lengre har tilgang til denne klassen. Derimot har vi forsøkt å sikre en indre validitet gjennom bruk av samtlige av de andre metodene. Vi har presentert funnene våre for medelever, forskningsgruppen *Flerspråklighet* *og flerkulturell opplæring* ved UiT, og to veiledere. Således har vi undersøkt om de er enig i de resultatene vi har presentert ut fra de dataene som er samlet inn. Vi gikk inn i prosjektet uten en klar formening om hvilke data vi ville få, og hadde derfor et relativt åpent blikk. Underveis i prosjektet ble vi allikevel bevisste på noen forutantakelser vi hadde. Vi antok at matematiske symboler, regneretning og formelle oppsett var relativt like fra land til land. Vi hadde derfor kun tatt høyde for språklige misoppfatninger og ikke symbolske misoppfatninger.

Validitet kan også sikres gjennom ulike former for triangulering. Innenfor triangulering kan en dele inn i fire ulike kategorier: Datatriangulering, forskertriangulering, metodetriangulering og teoritriangulering (Merriam, 2014). Vi har benyttet oss av forskertriangulering. Det vil si at vi begge har vært til stede under samtlige intervju, hvor den ene har observert intervjusituasjonen, mens den andre har utført intervjuet. I analyseprosessen, har vi kodet og analysert dataene hver for oss, for så å sammenligne arbeidet og se om vi hadde kommet frem til samme resultater. Saldana (2009) argumenterer for at «multiple minds bring multiple ways of analyzing and interpreting the data» (Saldana, 2009. s, 27). Gjennom samarbeid kan kvalitet og validitet i datainnsamling, analysearbeid og oppgaven sikres i større grad enn om man skriver alene.

Ytre validitet eller generaliserbarhet er vanskeligst å sikre i kvalitativ forskning. Dette er fordi en har få informanter og ikke et representativt utvalg. I kvalitativ forskning må en tenke generaliserbarhet på en annen måte enn det som tradisjonelt sett har vært normen. Da kvalitativ forskning går i dybden for å forstå et fenomen, kan en ikke si noe om hva som generelt sett er sant for flertallet. Minoritetsspråklige elever er en heterogen gruppe, og vi kan ikke si noe som gjelder alle. Isteden for å snakke om generaliserbarhet kan vi heller bruke begrep som overførbarhet (Merriam, 2014). Det vil si at den som leser vår oppgave selv avgjør om våre funn kan være gjeldene for deres situasjon. For å gi leserne denne muligheten, er det vår jobb å beskrive studien så grundig som mulig (Merriam, 2014). Selv om resultatene fra vår forskning ikke kan si noe generelt om alle minoritetsspråklige elever i matematikk, bidrar oppgaven med ny innsikt om hvordan elever med minoritetsspråklig bakgrunn løser matematikkoppgaver. Denne innsikten kan danne grunnlaget for videre forskning.

For å sikre validitet og reliabilitet i kvalitativ forskning, må datainnsamlingen samles inn på en etisk måte. Vi vil komme tilbake til etiske hensyn i slutten av dette kapittelet.

3.9 Metodekritikk

Det er mange hensyn å ta når en intervjuer mennesker fra andre kulturer. Både det verbale og nonverbale kan være utfordrende, i tillegg til de ulike kulturelle faktorene som påvirker relasjonen mellom intervjuer og intervjupersonen (Kvale & Brinkmann, 2009). Vi ønsket i utgangspunktet å inkludere morsmålslærer i prosjektet, men dette viste seg å ikke være praktisk mulig. Elevene hadde kun 1-2 timer morsmålsundervisning i uken, og dette ville føre til at elevene ville miste dyrebar tid med morsmålslærer. I tillegg hadde vi måttet gjennomføre intervjuene over et lengere tidsrom for å samkjøre oss med deres timeplan. Ved å bruke morsmålslærer som tolk ville informantene i større grad fått formidlet hvordan de tenkte. Samtidig ville da tolkens oversettelser være våre data, noe som kunne vært en mulig feilkilde da tolken blir et mellomledd. I tillegg er det i ordinære klasserom sjeldent at morsmålslærer er til stede. Vi mener derfor at våre data vil ha en større grad av overførbarhet til de ganske klasserom, enn om elevene hadde kommunisert via morsmålslærer.

Elevene var vant til å regne matematikk innenfor visse rammer, klasserommets fire vegger. Påvirket det troverdigheten til dataene at konteksten ble endret? Schoenfeld (2007) kaller dette *context effect*, og understreker at den har en betydning. Han argumenterer for at «People will do things in some circumstances that they might do differently (or not at all) in other circumstances.» (Schoenfeld, 2007, s. 87). Derfor er det nødvendig å reflektere over om vi ville fått andre data dersom materialet ble samlet inn i klasserommet. Dette er selvsagt en mulighet, men vi mener fortsatt at elevenes prestasjoner på grupperommet i stor grad viser deres reelle matematiske forståelse og bruk av strategier.

Bruk av videokamera i intervjusituasjonen gir i følge Bjørndal (2009) mulighet til å se observasjonene flere ganger med ulikt fokus. Dette bidrar derfor til å gi et mer korrekt bilde av hva elevene sa og gjorde, som igjen gir dataene en høyere grad av reliabilitet. Vi har vært bevisste på å gjennomføre intervju med god lydkvalitet, og dermed unngå å komme i en situasjon hvor vi ikke hørte hva som ble sagt. Ved å ha opptak av intervjuene har vi mulighet til å se dem flere ganger, slik at vi kan kvalitetssikre oversettelsen fra muntlig til skriftlig form.

Når en transkriberer gjør man ulike valg, og det er ikke alltid mulig å oversette meninger fra én kontekst til en annen, fra muntlig til skriftlig. Et eksempel på dette er tegnsetting. Det har stor betydning for meningen i setninger hvilke tegn man bruker og hvor de plasseres. Allerede når en setter tegn starter en fortolkningsprosess av dataene (Kvale & Brinkmann, 2009). Våre informanter var i startfasen av sin norskopplæring. Dette kan ha medført at toneleiet de brukte ikke nødvendigvis samsvarte med hvordan vi har valgt å tegnsette, men ved å være to studenter som transkriberte kunne vi samsnakke og bli enige underveis når vi var usikre på ordlyd eller hva som ble sagt.

Vi utviklet oppgavene selv, men hentet noe inspirasjon fra forskningslitteraturen. Tidligere har vi begrunnet hvordan vi tilpasset oppgavene, men vi må allikevel stille oss kritiske til flere av de valgene vi har tatt. Vi ser i ettertid at vi kunne valgt annerledes. Det kunne vært spennende å ha med flere oppgaver innenfor hver kategori. Samtidig ville dette ha ført til at intervjuene hadde blitt lengre. Alternativet ville vært å gå mer i dybden på en eller to av oppgavetypene. Det ville trolig gitt oss rikere data når det kommer til elevens strategier innenfor den eller de oppgavene. På en annen side gir variasjon i oppgavene oss mulighet til en bredere kartlegging av elevenes forståelse av divisjon innenfor naturlige tall.

I oppgaven har vi brukt sitater fra transkripsjonene når vi har presentert funn. Vi har også valgt å ta med bilder av hvordan elevene satte opp utregningene sine. I forskningsprosjekter er det opp til forskeren(e) å velge ut hva som skal presenteres og hva som ikke skal med i sluttproduktet (Krumsvik, 2014). Dermed er valget av hva som skal med og ikke fra transkripsjonene viktig for resultatet, men også for hvordan informantene fremstilles. Vi har mange utdrag og eksempler fordi formålet med oppgaven er å vise hvordan en gruppe med minoritetsspråklige elever løser matematikkoppgaver, men innenfor oppgavens rammer er det ikke plass til å vise alle elevenes utregning på hver at de fem oppgavene. Vi har bevisst valgt eksempler som representerer elevenes variasjoner i oppgaveløsningen.

3.10 Etikk

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har utviklet; *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, juss og teknologi*, for å hjelpe forskere og forskersamfunnet til å reflektere over etiske holdninger og mulige normkonflikter. Retningslinjene definerer forskningsetikk som «(…) et mangfoldig sett av verdier, normer, og institusjonelle ordninger som bidrar til å konstituere og regulere vitenskapelig virksomhet.» (NESH, 2006, s 5). Det er forskere og forskerinstitusjoner som har ansvaret for å ivareta forskningsetiske hensyn. Dette prosjektet er vårt første forskningsprosjekt av et slikt omfang. Gjennom hele prosjektet har diskusjonen rundt de etiske og moralske utfordringene vært til stedet.

Det er flere etiske problemstillinger en må ta hensyn til når informantene er under 18 år. Av disse er hvordan opptak og transkripsjon lagres, godkjenning fra foreldre og hva som skjer med datamaterialet når prosjektet er ferdig. For å få godkjent forskningsprosjekt måtte vi søke til Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste (NSD). I søknaden ga vi en grundig beskrivelse av hvordan elevenes anonymitet skulle bevares gjennom hele forskningsprosjektet. I tillegg til dette utarbeidet vi et samtykkeskjema (se vedlegg 3) til foreldrene hvor informasjon om studien ble gitt. Dette skjemaet ble også vedlagt søknaden sammen med intervjuguiden. Søknaden ble godkjent 3. desember 2015, hvor vi fikk denne meldingen fra NSD: «Personvernombudet har vurdert prosjektet, og finner at behandlingen av personopplysninger vil være regulert av § 7-27 i personopplysningsforskriften. Personvernombudet tilrår at prosjektet gjennomføres.» (se vedlegg 4).

Før intervjuene startet avklarte vi for hver enkelt informant hvordan intervjusituasjonen kom til å bli. Vi forklarte videokameraets plassering, hvor lang tid intervjuet kom til å ta, hva intensjonen med studien var og hvordan vi skulle bevare deres anonymitet. I tillegg informerte vi om at de når som helst kunne trekke seg fra studien, og at de ikke var pliktig til å svare på spørsmål de ikke ønsket å svare på. Før vi slo på kameraet spurte vi hver enkelt elev om samtykke til å filme oppgaveløsningen deres. Gjennom prosjektet har opptak og transkripsjoner vært trygt bevart på en ekstern harddisk i et eget låsbart skap på universitetet. I tråd med UiT sine interne rettningslinjer for datasikkerhet har vi ikke lagret direkte personidentifiserbare opplysninger elektronisk. Vi anonymiserte elevene ved å gi dem nye navn, og opprettet en kodenøkkel. I kodenøkkelen sto elevenes reelle navn, og det nye navnet vi benyttet i oppgaven. Denne kodenøkkelen har aldri vært oppbevart elektronisk, men i et låst skap separat fra datamaterialet. Elevene har til en hver tid vært anonymisert også når vi har diskutert resultater i forskningsgruppe eller på fellesveiledninger med andre medstudenter.

Det er flere etiske hensyn som må tas ved bruk av videokamera i datainnsamlingen. Når en benytter seg av videokamera i intervju hvor informantene er under 18 år, må tillatelse fra foresatte innhentes. Det kan være ekstra utfordrende i en innføringsklasse hvor elevene kan ha foresatte som hverken forstår norsk eller engelsk. For å få formidlet informasjon om hva studien innebar på en god måte til foresatte, utformet vi et samtykkeskjema både på norsk og engelsk. Dette samtykkeskjemaet viste og forklarte vi også til elevene og deres morsmålslærer. I tillegg forklarte vi nøye for elevene hva prosjektet innebar, slik at de kunne forklare sine foresatte dersom de ikke forsto informasjonsskrivet.

Det tekniske utstyret vi trengte under datainnsamlingen, som videokamera og lydopptaker, lånte vi av universitetet. Opptakene ble slettet fra kameraet så snart de var overført til harddisk, og vi dobbeltsjekket også dette før vi leverte utstyret tilbake. Gjennom datainnsamlingen valgte vi bevisst å plassere kameraet bak elevene, slik at det kun filmet pulten med oppgavearket og ikke ansiktet til elevene. Denne plasseringen bidro også til å sikre elevenes anonymitet. Gjennom transkriberingsprosessen var vi bevisste på å sette PC i flymodus, slik at den ikke hadde internettilgang. På den måten kunne vi se filmene fra den eksterne harddisken, og være trygg på at elevenes anonymitet forble bevart. Når oppgaven er levert og prosjektet ferdigstilt, vil filmene bli slettet og kodenøkkel makulert. I tillegg vil vi sende et eget skjema til NSD hvor vi melder inn at prosjektet er avsluttet.

I vår oppgave er informantene definert som minoritetsspråklige elever. Dette er grundig begrunnet i teoridelen. I oppgaven har vi vært bevisst på bruk av begreper som «de» og «vi», og har kun benyttet disse for å skille mellom oss som forskere og elevene som informanter. I tillegg har vi bevisst valgt ikke å bruke begreper som «fremmedspråklig», og har kun brukt begrep som «innvandrer» når dette har vært brukt i den forskningslitteraturen vi har referert til. Årsaken til disse valgene er at vi har ikke ønsket å skape avstand, men heller søke å forstå uavhengig av slike faktorer. Vi har fulgt retningslinjene til NESH (2006) rundt hvilke hensyn en må ta når en forsker på utsatte grupper i samfunnet. De påpeker blant annet at selv om deltakerne ikke blir gjenkjent som individ, kan de fortsatt oppleve publiseringen som krenkende, dersom det ble presentert ufordelaktige funn om nasjonaliteten eller den samfunnsgruppen de føler tilhørighet til. Vi har vært svært bevisste på å være tro mot dataene, brukt mye eksempler, slik at det som fremstilles er det som faktisk skjedde, og ikke stereotypiske tolkninger fra vårt ståsted.

I Norge har vi visse formelle oppsett i matematikk, algoritmer, som er standardisert. Det har vært viktig for oss ikke å favorisere den «norske» divisjonsalgoritmen på noen måte, men isteden gå åpent ut med et ønske om å lære mer om hvordan informantene tenker når de løser divisjonsoppgaver, og hvordan algoritmene elevene kan fra før fungerer. Ettersom vi har et kvalitativt forskningsprosjekt har vi ikke vært ute etter å generalisere, men å få innsikt i informantenes løsningsprosesser. Fokuset har derfor vært på hver unike informants svar, og ikke en gruppe som en helhet.

4. Resultat

I dette kapittelet vil resultatene av studien presenteres. For å konkretisere og begrunne funnene vil vi benytte utdrag fra transkripsjonene og bilder av elevenes utregninger. Intensjonen er å gi leseren en nærhet til datamaterialet, slik at det ikke skal være noen tvil om hvorfor vi har tolket dataene slik vi har gjort. Dette gir resultatene en høyere grad av reliabilitet, da leseren selv kan validere og tolke hva elevene gjør og sier. Avslutningsvis vil vi trekke ut overordnede funn i prosjektet, for å svare på forskningsspørsmålet: *Hvordan løser minoritetsspråklige elever divisjonsoppgaver innenfor naturlige tall?* Og underspørsmålene våre: *Hvilke divisjonsstrategier bruker elevene?* Og *hvordan påvirker elevenes flerspråklighet oppgaveløsningen?*

4.1 Funn

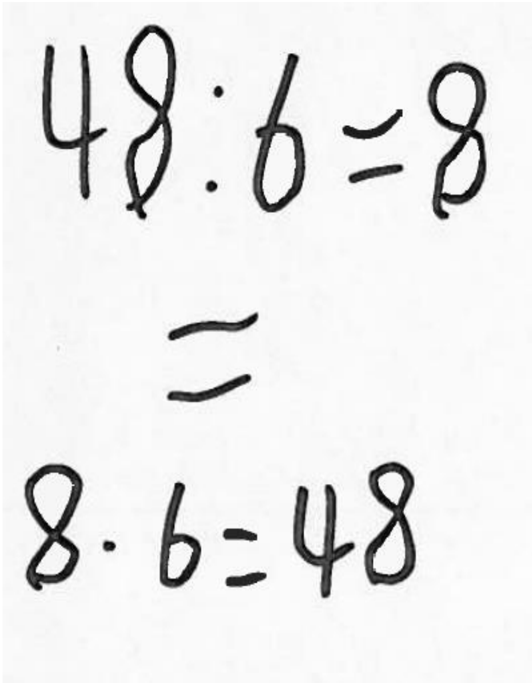
I dette underkapittelet vil vi først forklare hvordan vi har gruppert elevene. Deretter presenteres hvordan elevene responderte på oppgavene. Vi går systematisk frem og presenterer oppgave for oppgave. For hver oppgave vil det først beskrives hva som kreves for å løse den, både språklig og matematisk. Deretter vil vi vise utdrag og eksempler på hvordan elevene løste de ulike oppgavene.

Allerede tidlig i analysen ble det tydelig for oss at det var hensiktsmessig å dele informantene i to grupper på bakgrunn av forkunnskaper i divisjon. De seks elevene ble gruppert i gruppe A og gruppe B. Fire av elevene (Gruppe A) hadde forkunnskaper om hvordan de kunne løse divisjonsoppgaver ved bruk av en divisjonsalgoritme. Alle elevene i denne gruppen var 11 år gamle. De to siste elevene som utgjorde gruppe B, de hadde ikke forkunnskaper om formelle løsningsstrategier. Elevene i denne gruppen var 10 og 12 år gamle.

4.1.1 Oppgave 1

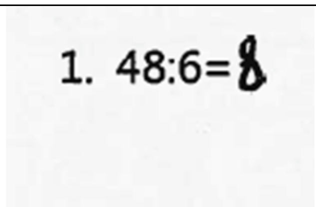
48:6=

Oppgave 1 er en talloppgave med tall fra den lille multiplikasjonstabellen. Denne oppgaven stilte ikke krav forkunnskaper om det norske språket, men elevene måtte ha forståelse for det matematiske symbolet for divisjon som brukes i Norge, og hvilken retning oppgaven skulle leses (fra venstre til høyre). Fem av de seks elevene forsøkte å løse oppgaven, av dem fikk alle riktig svar. En av elevene, Jen, ble etterhvert gitt en enklere oppgave, **20:4 =**. Eksempelet under viser hvordan Oliver i gruppe A løste oppgaven:

I: Can you for example draw it as well? To find a solution? O: Ehh, so here is this ((Skriver oppgaven på nytt og setter «er lik»- tegn)). O: ((Skriver 8 bak «er lik» -tegnet)). I: Hva tenkte du? Visste du det? O: Hmm? I: How did you think when you get that answer? O: Ehh, I have been learning all the ((peker på stykket)) this. I: All the division? O: Yeah. I: Can you solve this task in another way? O: Ehh. .. I am doing it like, I am switching like 8*6. I: So, then you know you had the right answer? O: Yeah. I: Can you for example draw it aswell? To find a solution. O: Ehh, so here is this ((Skriver oppgaven på nytt og setter «er lik»-tegnet under, deretter skriver han 8*6= 48)).	

Figur 4.1

Eksemplet viser at Oliver forsto sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon, og brukte denne kunnskapen for å løse oppgaven. Dette var et kjennetegn for alle elevene i gruppe A, og kom tydelig frem da elevene forklarte hvordan de hadde tenkt. Elevene i gruppe A hadde alle automatisert den lille multiplikasjonstabellen, og løste oppgaven med en multiplikativ strategi, dette plasserte dem på nivå 4 i taksonomien over uformelle strategier. Ingen av elevene i gruppe A brukte divisjonsalgoritmen i løsningsprosessen. Eksempelet under viser hvordan Selena i gruppe A løste oppgave 1, i eksempelet er I og M intervjuere.

S: Det er 8. I: Hvordan vet du at det blir 8? S: Fordi… eh, 6.. Hva heter det? Den der ((Viser en prikk med fingeren på arket)). M: Gange? S: Gange	

I: Mm. S: 8 er 48. I: Ja. S: Så 48 dele med 6 er 8.	

Figur 4.2

Eksemplet viser divisjonsstrategien Selena benyttet, men også hvordan den flerspråklige koden, tegn for ord (F), blir benyttet når eleven mangler det norsk ordet «gange». For elevene i gruppe A kom deres flerspråklighet til syne først når de ble bedt om å forklare hvordan de tenkte når de løste oppgavene. Elevene benyttet de flerspråklige kodene tegn for ord (F) og kodebytte (B). Alle elevene i gruppe A forsto det matematiske symbolet for divisjon som brukes i Norge. Eksempelet under viser et utdrag fra transkripsjonen på hvordan Lee i gruppe B løste oppgave 1:

I: Vet du hva det tegnet her betyr? ((Peker på divisjonstegnet)). L: Det betyr 48 ((tenker)) hva heter det? I: Dele. L: Ja, som dele 6. I: Mm. L: Skal jeg gjøre nå? I: Ja, bare si hvordan du tenker når du løser den. L: Jeg tenker som dele 6.. ((mumler)). L: Jeg tenker sånn, jeg vet ikke hvordan jeg skal forklare det. Sånn, pluss 6, pluss 6, pluss 6, opp og opp, telle hvor mange ganger som er pluss, jeg tenker sånn.

Figur 4.3

I gruppe B var det kun Lee som løste oppgaven. Eksemplet over viser hvordan han løste oppgaven med gjentatt addisjon av divisor, som er en uformell strategi på laveste taksonomiske nivå. Strategien var effektiv ved at han raskt kom frem til riktig svar. Han var den eneste av elevene som hadde en additiv tilnærming til oppgaven. Den andre eleven i gruppe B uttrykte at hun ikke hadde lært å dele enda, og kunne derfor ikke løse oppgaven, til tross for at hun fikk en forenklet versjon. Et utdrag fra intervjuet med Jen er vist under:

J: Huff ((tar seg til hodet)), jeg kan ikke. I: Vet du hva det betyr? Det tegnet? ((Peker på divisjonstegnet)). J: ((Rister på hodet)). I: Det tegnet ((peker på divisjonstegnet)). J: Eh ((tenker)). I: Hvordan tenker du?

J: Mhm.
I: Vet du hva det tegnet betyr? ((Peker på divisjonstegnet)).
J: ((Rister på hodet)). Nei, det er ikke samme tegnet i Thailand.
I: Å ja, dere skriver ikke på den måten? Hvordan skriver dere det tegnet i Thailand da?
J: Sånn her ((viser med fingeren på arket, en vannrett strek med en prikk over og under streken)).
I: Kan du skrive det sånn og prøve å regne?
J: Ehm ((tenker)).
I: Hva er det som er vanskelig?
J: Ja, vanskelig.
I: Det er vanskelig. Skal jeg si hva det betyr? ((Peker på divisjonstegnet)).
J: ((Nikker)).
I: Det betyr 48 delt på 6?
J: ((Nikker)).
I: Forstår du?
J: ((Nikker)). Ja, men den ikke forstå ((Peker på divisjonstegnet)).
I: Det betyr delt på.
J: Jeg vet ikke. ((Rister på hodet)).
I: Vi kan søke det opp ((skriver inn oppgaven i Google Translate og viser oversettelsen)).
J: Eh.
I: Vet du hva det er? ((Viser Ipaden igjen)).
J: Eh, litt.
I: Litt? Forstår du oppgaven da?
J: ((Svakt nikk)).
I: Kan du prøve å tegne det? Hvis du har 48 også skal du dele det på 6?
J: Eh ((tenker)).
I: Du kan bare prøve også se.
J: ((Sukker og ser ned på arket, tenker i over et minutt)).
I: Skal du prøve å tegne?
J: ((Rister på hodet)).
I: Ikke? Skal vi prøve en annen oppgave? ((skriver 20:4 på arket)).
J: ((Ser på oppgaven, sukker)).
I: Er det vanskelig?
J: Ja, det er vanskelig.
I: Hvis du har 20 også skal du dele det på 4.
J: På Thailand det er 4. Klasse, det 10 er 4. klasse, det er 6 år det er i barnehagen, ikke som i Norge.
I: Ja, så du har ikke hatt divisjon før, eller deling?
J: Nei, i Thailand har ikke sånn ((peker på oppgaven)) bare sånn ((tegner et kryss i lufta)).

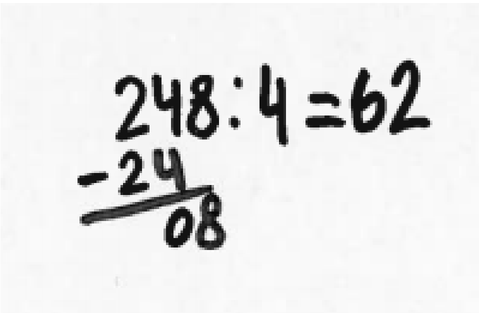
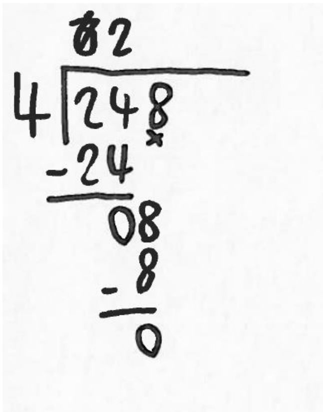
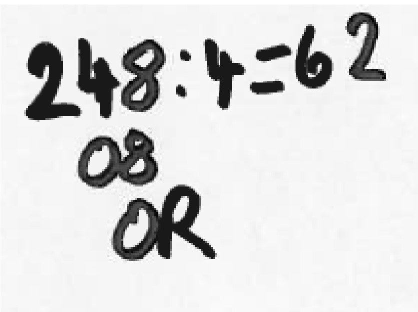
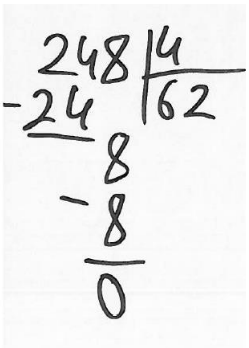
Figur 4.4

I gruppe B kom det flerspråklige aspektet til syne med en gang oppgaven ble gitt, men på ulikt vis. Eksemplet over viser Jen sin reaksjon på oppgaven. Hun trengte avklaring av oppgave (C) og oversettelse på Google Translate (D). I tillegg brukte hun tegn for ord (F) og manglet det matematiske uttrykket for deling på norsk (G). I eksemplet forklarer Jen at divisjonstegnet i hennes hjemland, Thailand, ser annerledes ut enn det tegnet som ble gitt i oppgave 1, og hun viser med tegn hvordan det ser ut. Hun bekreftet at hun ikke hadde lært divisjon enda, og viste også med tegn at hun tidligere hadde lært multiplikasjon (tegnet et kryss i lufta). Den andre eleven i gruppe B, Lee, manglet det norske ordet for «dele», men hadde forståelse for begrepet fra tidligere. Han uttrykte at han hadde løst delingsoppgaver både i Norge og i Thailand før.

4.1.2 Oppgave 2

Det er 248 sjokolader, 4 barn skal dele likt. Hvor mange sjokolader får de hver?

Dette er en oppgave med delingsdivisjon. Elevene må forstå konteksten og hva det vil si «å dele likt» for å kunne løse oppgaven. Denne oppgaven er konsistent. Elevene i både gruppe A og gruppe B fikk rett svar på oppgaven, men en elev i gruppe B, Jen, fikk en forenkling av oppgaven, **200:4=**. Alle elevene i gruppe A startet å løse oppgaven med en divisjonsalgoritme. De satt opp divisjonsalgoritmen på fire ulike måter:

<table>
<tr>
<td>Selena

</td>
<td>Oliver

</td>
</tr>
<tr>
<td>Siam:

</td>
<td>Egor:

</td>
</tr>
</table>

Figur 4.5

Eksemplet over viser de ulike formelle oppsettene elevene i gruppe A brukte for å løse oppgave 2. Disse algoritmene hadde elevene lært før de ankom Norge. Selv om divisjonsalgoritmene er noe forskjellige av utseende, er matematikken og det som kreves av elevene likt. Eksempelet under (Figur 4.6) viser hvordan Egor resonerte når han løste oppgave 2.

E: Det det er veldig lett. Det skal bli sekstito. Ja. I: Hvordan tok du det i hodet? E: Nei nå. Ser du? Tjuefire dele seks det er fire som ja og åtte dele fire det. I: Kan du skrive hvordan du tenker? E: Ja. ((Skriver 248|$\frac{4}{\ }$. På venstre siden skriver han 24-24. Trekker ned 8 tallet og skriver 8-8 og 0 under. På høyresiden står det 4 og en strek og under streken står 62 som er svaret 248|$\frac{4}{62}$)). E: Ja dada.

Figur 4.6

Av eksemplet ser man at Egor svarte riktig med en gang. Når han ble bedt om å gi en forklaring på hvordan han har tenkt, uttrykte han at han brukte en uformell strategi. Egor brukte den uformelle strategien dele opp dividend i hensiktsmessige deler, tiere og enere. Han delte opp dividend i hensiktsmessige deler slik at han kunne regne oppgaven i hodet, og vi har derfor valgt å kategorisere den under taksonomisk nivå 3. Da Egor ble bedt om å skrive hvordan han tenkte, valgte han å vise en formell utregning ved bruk av standardalgoritme fra sitt hjemland (9/E). Figur 4.5 viste også hvordan Oliver satt opp oppgave 2. Eksempelet under er et utdrag fra transkripsjonen fra intervjuet med Oliver, og viser hva han svarte når intervjuer ba ham forklare hvordan han regnet:

I: Can you explain what you do? O: I am doing this… Eh. I dont know in English, but it is. I can´t explain. I: How you think? O: I am doing like, ((sukker)) ehh, ((skriver 7 over 2 taller)) like this ((peker på tallet 248)) shared to four. These to ((peker på de to første tallene i 248)), and then these times this ((peker igjen på de to første tallen i 24, deretter på 4 tallet)). O: It is, oh no I. ((Tenker litt, før har skriver 6 over 7 tallet)). O: Yeah. I: Mm. O: And now this times this it is the same, then there ((trekker i fra 24 fra 24)). O: And it is zero, and this here ((trekker ned 8 tallet)). O: And 8 shared to 4 is 2. ((Skriver 2 bak 6-taller over streken han satte over 248)). O: And 2*4 is 8. ((Skriver 8 under 8, trekker fra)). And 8-8 is zero.

O: And the, eh.. the ((peker på 62)) eh, it is 62, this ((peker på 62)).
I: What is it 62 of?
O: Eh, it is chocolates, each got.

Figur 4.7

I eksemplet uttrykte Oliver at han synets det var vanskelig å forklare hvordan han hadde tenkt. Allikevel klarte han på en god måte å formidle hvordan han stilte opp og regnet ut oppgaven. Det var tydelig at han forsto matematikken, men at det språklige ble en utfordring. Oliver manglet blant annet begrepet for svar, og brukte tegn for ord (F) når han refererte til svaret han hadde fått. Ingen av elevene i gruppe A hadde spørsmål til oppgaven, men i likhet med Oliver kom det flerspråklige aspektet til syne når de måtte forklare hvordan de hadde tenkt.

I gruppe B fikk Jen en forenkling av oppgave 2, men oppgaven var fortsatt i delingsdivisjon med samme kontekst som de andre elevene fikk:

I: Hvis de har 200, hvis de har 200 sjokolader og de er 4 barn, også skal de dele likt, hvor mange får de hver da?
J: Eh, ((begynner å mumle og telle på fingrene)).
I: Kan du fortelle hvordan du tenker?
J: ((Fniser)) nei ((tenker)).
J: 50 kanskje?
I: Hva får de 50 av?
J: Eh, ((teller på fingrene)) 50, 4 barn.
I: 4 barn, de får?
J: 50.
I: Hva får de 50?
J: Eh.
I: Hva sto det i oppgaven? At det var 200?
J: 248.
I: Men de 200. Hva er det det er 200 av?
J: ((Leser oppgaven for seg selv)) 50.
I: Hvordan fant du ut at det var 50?
J: Eh.
I: Hvordan tenkte du?
J: Det er 4 barn, også 50, 100, 150, 200.

Figur 4.8

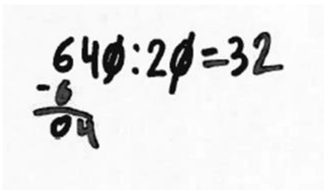
Eksempelet viser hvordan Jen fra gruppe B telte på fingrene (1) og brukte gjentatt addisjon av små delsummer (4) for å løse oppgaven. Hun delte i delsummer på femti. Selv om Jen brukte visuell støtte i fingrene, har vi plassert dette på taksonomisk nivå 2 over uformelle strategier. Dette er fordi vi anser addisjon av små delsummer som hovedstrategien, og fingrene som en støtte. Denne eleven har gått fra å uttrykke at hun ikke kan dele (oppgave 1), til å nå regne divisjonsoppgaver på taksonomiske nivå 2 over uformelle strategier. Eleven har ikke brukt dele-begrepet, og det kan derfor virke som hun ikke er bevisst på at det hun gjør er divisjon. Begge elevene i gruppe B trengte avklaring på hva det vil si å dele likt.

4.1.3 Oppgave 3

Elefanten Jumbo liker peanøtter. Treneren hans har 640 peanøtter. Jumbo får 20 peanøtter hver dag, hvor mange dager varer peanøttene?

Dette er en oppgave med målingsdivisjon. Språklig sett må elevene forstå ord som «elefant», «trener» og «peanøtter» for å kunne løse oppgaven. Oppgaven er konsistent. I tillegg åpner oppgaven for å bruke uformell strategi 11 (ta vekk null), noe som kan være mer effektivt enn bruke en formell løsningsmetode.

Et kjennetegn for elevene i gruppe A var at de, med ett unntak, benyttet strategien ta vekk nuller (11). Elevene så at de kunne stryke null i både dividend og divisor for å gjøre regnestykket enklere. Av de fire var det kun en elev som løste oppgaven med hjelp av divisjonsalgoritmen. Under viser vi et utdrag fra hvordan Selena løste oppgaven:

S: Også det er. ((Stryker ut begge nullene)). I: Hva gjorde du nå? S: Eh, fordi det er lettere å gjøre sånn fordi vi trenger ikke null, så jeg bare ta ut.	

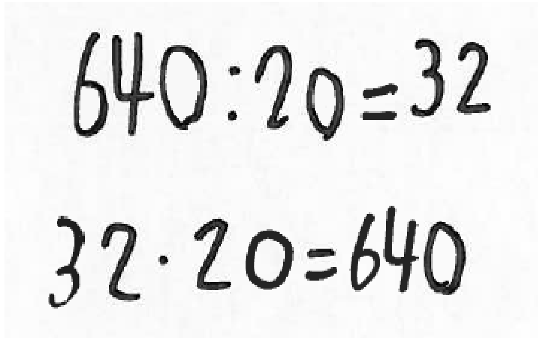
Figur 4.9

Av utdraget kom det ikke frem hvorvidt Selena forstår hvorfor hun kan stryke nullene. En annen elev i gruppe A, Egor, løste oppgaven på denne måten:

I: Hvordan tenkte du? E: Ehm, jeg tar nullen ut ((Streker ut nullene i oppgaveteksten)).= I: Ja E: =første gang. Og etter det er veldig lett fordi ja. Seks det..halv om seks det er tre. Halv om fire det er to. Trettito.	

Figur 4.10

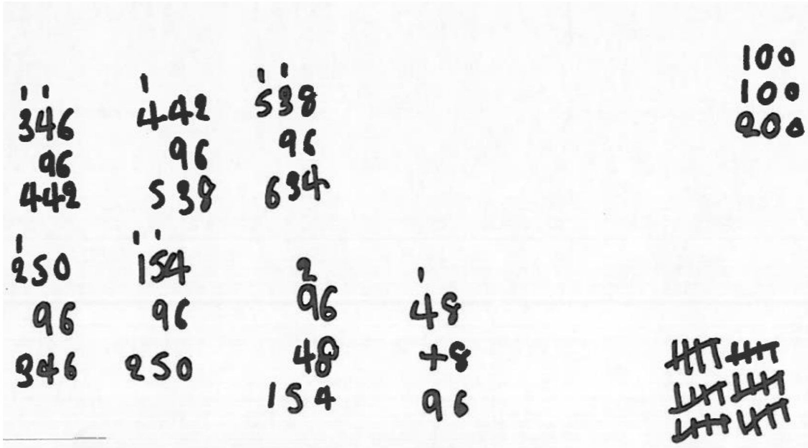
Egors strategi var å stryke nullene og deretter halvere dividend. Vi plasserer denne uformelle strategien på taksonomiske nivå 3, ettersom han bevisst valgte strategi ut fra tallene i oppgaven. Egor var en av elevene som kunne divisjonsalgoritmen, men valgte i denne oppgaven ikke å bruke den. Oliver i gruppe A løste oppgaven på denne måten:

<table>
<tr>
<td>I: Can you explain how you think?
O: Ehh, I am doing same as in the first oppgave, like 640 shared to 20. Eh, and I switch just like 32*20 ((Skriver 32*20 på arket)).
I: So you could see that is was 32? How could you see that?
O: Eh, because eh, eh I think that because it is, I don`t. Ignore the zeros.<br>I: You ignore the zeros?<br>O: Yeah, so I yeah. I don`t, I like hide them and then it is like 64 shared to 2. So I think eh, what two number are like this ((peker på 64)) 64. So it is 32 and when I get 32 it is the same as, it is like, then I do 32 times 20 and it is the same. ((Skriver 640 bak «er lik» –tegnet)).
O: I don`t know if this is right but.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Figur 4.11

Oliver skrev med en gang 640:20=32. Da han ble bedt om å forklare hva han gjorde forklarte han ut fra en multiplikativ strategi (8), ved å bruke at 32*20=640. Han viste forståelse for at multiplikasjon og divisjon er inverse operasjoner, og brukte dette som en strategi for å validere svaret.

Ingen av elevene i gruppe A trengte avklaring av oppgaven. En elev brukte «multi» for multiplisere, og en annen sier «halv om 4» og «halv om 6», isteden for halvparten av fire og seks. I eksempelet med Oliver ser man at han kommuniserte på engelsk, men at han brukte det norske ordet oppgave midt i en engelsk setning som er et eksempel på et kodebytte (B). Elevene i gruppe B forsto ut ifra konteksten at dette var en divisjonsoppgave. Begge elevene begynte å notere tall i hånda isteden for på arket. Under vises utregningen og transkripsjonen til Lee i gruppe B:



Figur 4.12

I: Du starta med det?
L: Jeg startet med 2*12 det blir 24, også 24+24 blir 48.
I: Mm, men hvorfor hadde du 2*12?
L: Fordi hver dag dem har 20.
I: Og 12?
L: Mm.
L: ((Tenker)). Det blir jo feil.
I: Ble det feil? Men hvor er 12 fra?
L: Fra 2=
I: Du sa dem fikk.
L: =eh 22, nei 24, 24, to ganger 20, eh to ganger 12 blir 24 også.
I: Mm, jeg bare skjønner ikke hvorfor 12, hvorfor ganger du med 12, når du tok 2 ganger 12?
L: 2 det er nesten samme som 20.
I: Mm det er det,=
L: Mm.
I: = og 12 er?
L: 12.
I: Så prøvde du å komme opp til 640.
L: ((Nikker)).
I: Det var nesten.
L: ((Tenker)).
I: Kan du prøve å løse den på en annen måte kanskje?
L: Jeg skjønte det.
I: Hva skjønte du?
L: Jeg skjønte sånn, 20, 20 ganger 5 er 100.
I: Mhm.
L: 5 dager =
I: Ja.
L: =han får 100 peanøtter. ((Skriver 100 under 100, legger sammen)).

L: Sånn også 5, 10, også ((regner på fingrene)) 10 ganger 2-200.
L: ((Tenker)). 400 det blir 20, det blir=.
I: Og dem har 6…[640]
L: = 20 dager.
I: 20 dager.
L: Ja, 400.
I: Mhm.
L: 30 dager dem får 60, 60 dager.
[Kommentar: trolig usikker på hvordan man sier 600 og blader det med 60.]
I: 600.
L: Ja, 600 ((tenker)).
L: 6.. 60..Nei. Tretti.. to , ja 32.
I: 32?
L: Ja.
I: Hvorfor blir det 32 dager? Hvordan fant du ut?
L: Jeg fant det ut sånn, enhundre det blir 500, eh 5 dager, jeg bare pluss, pluss, pluss, kom opp, kom opp, det blir 62.

Figur 4.13

Lee startet med en strategi som inkluderte tellestreker (1) og addisjon av små delsummer (4). Han adderte etterhvert mer effektive delsummer (7). Denne strategien førte ikke frem til riktig svar, ettersom han blandet tallene 12 og 20. Dette var trolig en språklig misforståelse. Intervjuer prøvde å forstå hvorfor han brukte tallet 12 isteden for 20. Etterhvert forsto han Lee at han hadde gjort feil, og løste da oppgaven med en blanding av multiplikativ strategi (8) og addisjon av effektive delsummer (7). Han sa at 20*5=100, og brukte dette videre til å lage delsummer som førte han til svaret. Elevens uformelle strategier økte i taksonomisk nivå gjennom oppgaven. Han startet med tellestreker og addisjon av små delsummer som vi plasserer på nivå 2. Etterhvert effektiviserte eleven strategien sin og brukte uformelle strategier på nivå 3, som er nest høyeste taksonomiske nivå. Selv om Lee også benyttet multiplikative strategier, anser vi gjentatt addisjon av effektive delsummer som den dominerende strategien. Vi har derfor plassert han på nivå 3, og ikke nivå 4 i taksonomien. Eksempelet under viser hvordan den andre eleven i gruppe B, Jen løste oppgave 3:

J: Hva er det? ((peker på ordet «treneren»)).
M: Coach.
J: Eh.
M: Han som trener Jumbo så han skal gå i sirkus manesjen for eksempel.
J: ((Pause)).

M: Vi kan søkte det opp. ((Strekker seg etter iPaden for å søke opp ordet i Google Translate)).
M: Hans lærer da.
J: ((Mumler)) 20 ((begynner å telle på fingrene)).
I: Hvordan tenker du?
J: ((Flirer og fortsetter å telle på fingrene)).
J: Eh ((noterer tall i hånda mens hun teller på fingrene)).
J: 32 dager.
I: 32 dager? hvordan fant du ut det? Hvordan tenkte du når du skulle finne ut hvor mange dager?
J: ((Viser frem hånda)).
I: Du telte?
J: Ja.
M: Kan du vise hånda de? Bare hold den sånn ((intervjuer legger frem hånda på bordet)).
M: Ja.
J: ((Viser håndflaten, der står tallene 10, 15, 20, 25, 30 under hverandre, så skriver hun 32 nederst)).
M: Så hvordan telte du? Når du skulle telle?
J: 20, 40, 80, 100.
[Kommentar: har regnet rett i hodet men da regnet hun på Thai, her glemmer hun 60 men det er trolig på grunn av språket og ikke matematikkforståelsen].
M: Ja, teller du på thailansk?
J: Ja.
M: Så det er derfor du teller stille?
J: Ja, 120.
[Kommentar: telt antall peanøtter på fingrene og summert opp delsummer i håndflaten].

Figur 4.14

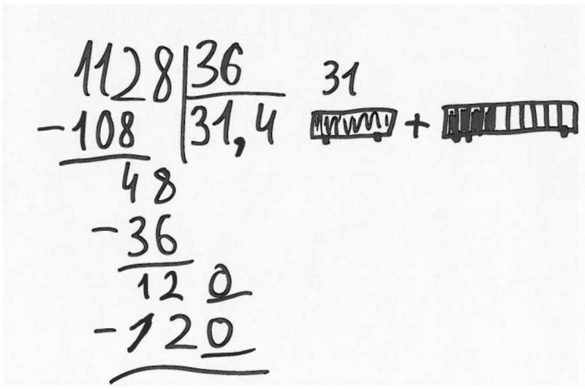
Eksempelet viser at Jen manglet ord for trener på norsk. Intervjuer forsøkte å si ordet på engelsk, forklare det med kontekst og foreslo å søke det opp i Google Translate. Mens intervjuer skrev ordet på iPaden sa hun i forbifarten at lærer kan være et synonym for trener. Da forsto Jen hva ordet trener betydde. Etter å ha fått dette begrepet på plass var hun i stand til å løse oppgaven. Jen startet med strategien å telle på fingrene (1). Hun regnet på morsmålet sitt, noe hun også bekreftet overfor intervjuer. Jen benyttet addisjon av små delsummer (4) som strategi, da hun telte 10-15-20-25-30 og fikk rett svar. Vi plasserer henne derfor på nivå 2 i taksonomien over uformelle strategier.

4.1.4 Oppgave 4

Dette er en problemløsningsoppgave. I løpet av intervjurunden utarbeidet vi tre varianter av oppgave 4. Oppgave 4a var vanskeligst og 4c enklest. Oppgave 4b ga ikke interessante resultater, og vi har derfor valgt å se bort fra den i analysedelen. Alle variasjonene av oppgave 4 besto av dividend og divisor som i utgangspunktet ikke ga et naturlig tall til svar. For å løse oppgavene måtte elevene reflektere rundt problemsituasjonene, og sette problemene i en virkelighetskontekst. Dersom de mestret dette ville de se at svaret måtte bli et naturlig tall. Alle variasjonene av oppgave 4 var ikke-konsistente.

Oppgave 4 A: En skolebuss har plass til 36 barn. Hvis 1128 barn skal ta buss til skolen, hvor mange busser trenger man?

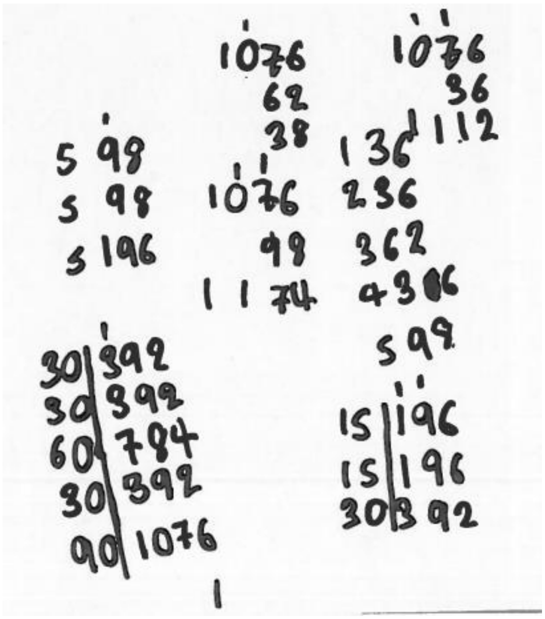
Samtlige elever i gruppe A fikk presentert denne oppgaven, og forsøkte å løse den ved hjelp av divisjonsalgoritmen. Selena og Oliver gjorde begge regnefeil da de skulle multiplisere/addere 36 tre ganger for å komme til 112. Begge virket usikre på divisjon med store tall. Siam multipliserte isteden for å dividere hver gang han ble presentert for en målingsdivisjonsoppgave (se figur 4.17). Selena og Oliver brukte begge tegn for ord (F) når de forklarte hvordan de tenkte og hvordan de forsøkte å løse oppgaven. Egor var den eneste av elevene som klarte å løse denne oppgaven. Eksemplet under illustrerer utregningen hans og hvordan han satt svaret inn i kontekst:

E: Eh:: Hvor mange busser trenger man. Man trenger trettien og ikke full eh, fullt buss. Sånn at.. vet du? Sånn ja hvis, hvis her ja, trettien buss. Buss. Full buss. Vet du? ((Tegner en buss)). I: Mm. E: Full buss. Så det er ingen plass der ((Farger hele bussen med tusjen)). E: Og fire det er nesten halv. Sånn ja hvis, ja. Og… vi kan dele bussen. Jeg skal bare vise okei? I: Ja fint. E: ((Bak den fargelagte bussen skriver han pluss og tegner en buss til.)). E: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. ((Deler bussen i 10 like store deler.)). E: Ja sånn, en, to tre, fire. Fire. Ja. ((Han farger fire av de ti delene.)). E: Fem, seks, sju, åtte, ni, ti. Ja. ((Han teller de resterende delene som han ikke har fargelagt)). E: Så da.	

I: Så da.. hvor mange busser trenger du? E: Trettien full buss og en bare med ja. I: Så hvis jeg skal bestille. Hvor mange busser trenger vi? Hvor mange trenger vi da? E: Trettito, men eh. Den siste skal ikke bli full så.	

Figur 4.15

Egor løste oppgaven med bruk av standardalgoritme (9/E). Vi har kategorisert løsningsmetoden som formell strategi fordi han først brukte den formelle divisjonsalgoritmen for å komme til svaret. Egor tegnet og forklarte på eget initiativ og viste dermed at han forsto konteksten oppgaven var gitt i. I gruppe B var det bare Lee som fikk oppgave 4A. Eksemplet under viser hvordan han forsøkte å løse oppgaven:

L: ((Begynner å skrive på arket, legger sammen 36 og 36, regner ut og får 62)). *[Kommentar: Første regnefeil 36+36=72 ikke 62. Setter ett-tall foran det øverste tallet og et to-tall foran det nederste for å holde rede på hvor mange tall han legger sammen, men skriver et tre-tall foran svaret, det blir feil ettersom det er summen av to.]*. I: Hvordan tenker du? L: Jeg tenker sånn pluss igjen, pluss 36, pluss 36 blir 62. Jeg skal prøve til 100 ((Fortsetter å legge sammen 62 og 36, får 98. Skriver 5 foran som at han har lagt sammen 36 fem ganger, men han har bare lagt sammen 36 tre ganger)). L: ((Tar 98 pluss 98, får 196, skriver 5 foran hvert av tallene han legger sammen og foran svaret, som at han har lagt sammen 36, 15 ganger.)). [*Kommentar: Effektiviserer strategien*]. L: ((Skriver 15 lenger ned på arket og 196 bak, gjentar det samme under, når han summerer 196 pluss 196 får han 392, denne gangen summerer han også antallet ganger han har lagt sammen og får 30)). L: ((Skriver 30 og så en loddrett strek, bak	

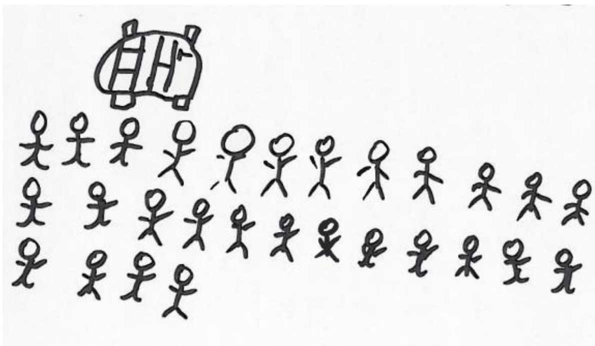
streken skriver han 392, gjentar det sammen under og summerer, får 60 på den ene siden av streken og 784)). I: Hvorfor har du skrevet 60 foran der? L: 60 bussen, der er barn så ((peker på 784)). I: Mhm. L: ((Fortsetter under og legger til 392 en gang til, får 1076, skriver 90 foran streken.)). L: ((Skriver 1076, legger til 96, får 1174)). [Kommentar: 1174 er høyere en 1128.]. L: ((Skriver 1074, legger til 62, ser har han må veksle og får 38 bakerst, svaret vil da blir 1138.)). L: Blir for mye. I: Blir for mye? L: Ja ((Skriver 1074 og legger til 36, får 1112)). I: Hva tenker du? L: Det blir for lite. I: Mhm. L: 1076+36 blir 1112 ((tenker)). L: Det må være, trenge 3 busser, 93 busser, en buss den skal ikke helt fullt. I: En buss blir ikke helt full? L: Mhm. I: Mhm. L: 93. I: 93. [*Kommentar: I følge utregningen hans var 90 busser 1074, han så at om han la til 62 som i følge tidligere feilføring var 3 busser. Dette ble før høyt tall. Da han prøvde med 36, så han at det ble for lavt. Dermed gikk han tilbake til 1074+62, som ble 1136 og sa det måtte bli 93 busser. Han viste god forståelse for kontekst, men regnefeil gjorde at han fikk helt feil svar.]*.	

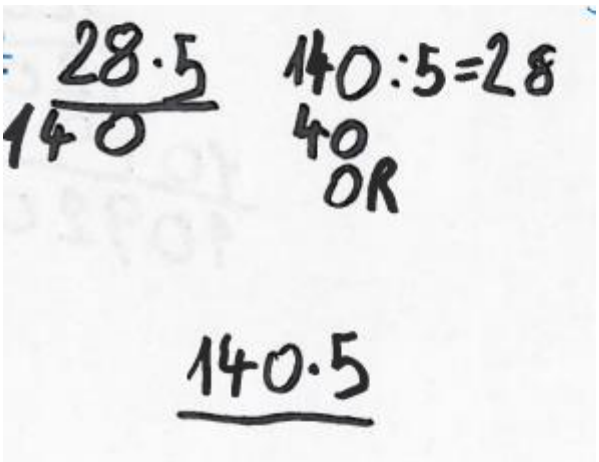
Figur 4.16

Lee forsto oppgaven, og forsøkte å løse den ved å bruke den uformelle strategien gjentatt addisjon av divisor. Han effektiviserte strategien etterhvert, og telte opp hvor mange ganger han la sammen. Strategien var god, men med så store tall får Lee regnefeil underveis og svaret blir derfor galt. Til tross for disse regnefeilene forsto han konteksten og rundet opp svaret for at alle elevene skulle få plass i en buss. Ut ifra Lees strategivalg og resoneringsevne antar vi at strategien hans ville medført større suksess dersom han hadde fått oppgave 4b og 4c.

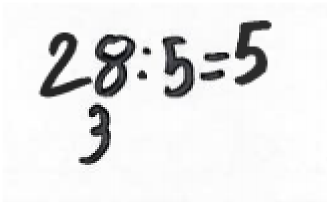
Oppgave 4c: En bil har plass til 5 personer. Hvis 28 personer skal på tur, hvor mange biler trenger man?

Oppgave 4c ble bare gitt til to elever, Siam i gruppe A og Jen i gruppe B. Eksemplet under viser hvordan Siam løste oppgaven:

<table>
<tr>
<td>
I: Kan du tegne hvordan en bil ser ut?
S: Ja. ((Tegner en bil)).
I: Ja.
I: Hvor mange er det plass til inni der?
S: Fem.
I: Fem ja.
S: ((Tegner 5 rektangler inni bilen [plasser]. Tre bak og to foran)).
I: Ja. Og hvor mange mennesker er det?
S: Hmm. Fem?
I: Ja fem i en bil.
S: Nei, tjueåtte.
I: Tjueåtte.. Så da har du fem. [I den ene bilen som er tegnet.]Kan du tegne sånn at det blir tjueåtte?
S: Ja.
S: ((Tegner 28 mennesker under den ene bilen han alt har tegnet)).
I: Hvor mange har du tegnet der?
S: Tjueåtte.
I: Hvor mange biler må vi ha for å få plass til dem?
S: Ehm.
I: Hvis det er plass til fem i en bil ((Peker på bilen han alt har tegnet)).
S: Hmm ((tenker i 40 sekunder)).
S: Hmm. Seks?
I: Seks biler. Men her hadde du svart 140? ((Peker der han har skrevet 28*5)).
S: ((Skriver 28:5=)).
I: Hva tenker du?
S: Tjueåtte til fem.
I: Hvorfor blir det dele?
S: Fordi ehm, tjueåtte mennesker skal med bilen.
I: Mm.
S: Og i en bil er fem plass.
</td>
<td>




</td>
</tr>
</table>

I: Ja. S: ((Skriver 5 etter 28:5=. Skriver 3 under 8-tallet i 28)). S: Det er fem biler. I: Er det fem biler? S: Ja. I: Da er det plass til alle? S: Mhm. Ja.	

Figur 4.17

Siam multipliserte istedenfor å dividere i de tidligere oppgavene med målingsdivisjon (oppgave 3, og 4a), og gjør det samme i denne oppgaven. Intervjuer oppmuntret Siam flere ganger til å forsøke å tegne problemet. Til slutt forsøkte han å tegne. Han tegnet en bil med fem rektangler inni, deretter tegnet han 28 mennesker. Dette vitnet om at han hadde forstått hva oppgaven spurte etter, selv om han regnet feil. Ved bruk av tegningen som et hjelpemiddel, så Siam at det var behov for seks biler for at alle menneskene skulle få være med på tur. Tegning (12) er en uformell strategi, Siam telte opp ett og ett menneske som vitnet om at han var på laveste nivå i taksonomien over uformelle strategier. Intervjuer påpekte forskjellen mellom dette svaret og 140 som Siam tidligere hadde funnet ved multiplikasjon. Siam forsto da at divisjon var riktig operasjon for å løse oppgaven, og skrev så 28:5 på arket. Han begynte å regne, og satt 5 bak likhetstegnet og 3 under 28. Etter å ha sett på svaret sitt, svarte han fem biler. Dette er et spennende funn da det er tydelig at eleven stoler mer på algoritmen enn på den uformelle strategien, tegning. Neste eksempel viser hvordan Jen fra gruppe B løste oppgave 4C:

J: 5 ((begynner å telle på fingrene)). I: Kan du tegne, skrive hvordan du tenker? J: 6. I: 6 biler? Hvorfor svarer du det? Hvorfor tror du det er 6? J: Teller til 5. I: Teller til 5 og da? J: 30 ((Forsetter å telle på fingrene)). J: 6 ((Skriver 6 på arket)).

Figur 4.18

Jen startet å løse oppgaven med en uformell strategi, telle på fingrene (1), på laveste taksonomiske nivå, og fant ved hjelp av denne at det var behov for seks biler. Jen viste at hun effektiviserte tellestrategien sin ved å telle 5 og 5. Ettersom hun effektiviserte strategien har vi plassert henne på nivå 2 i taksonomien over uformelle strategier.

4.1.5 Oppgave 5

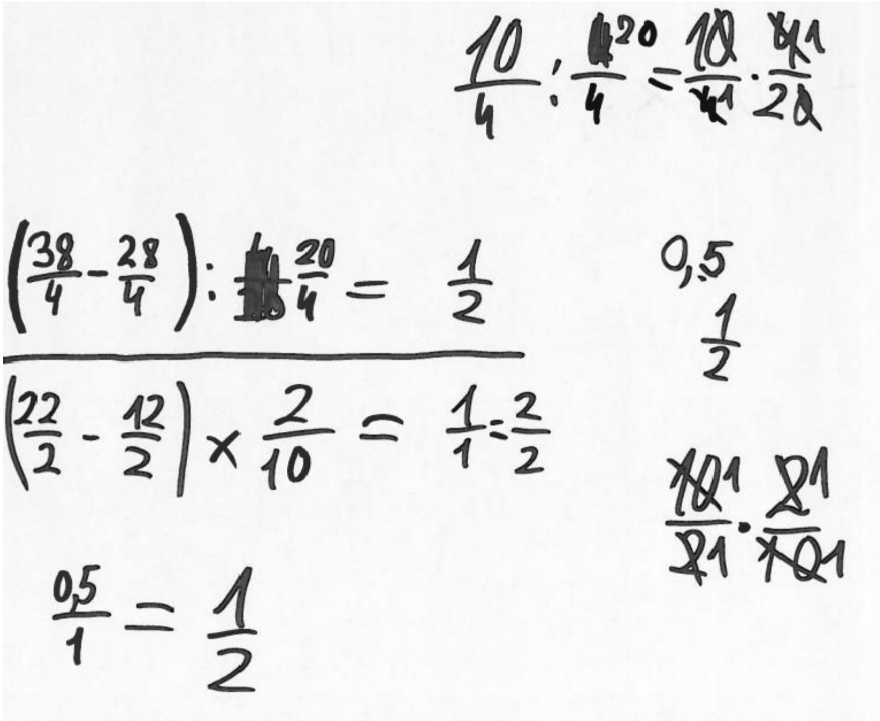
Kan du skrive ned det vanskeligste divisjonsproblemet du kan gi til noen i klassen?

I denne oppgaven skal elevene selv generere et divisjonsproblem, såkalt problem posing. Kun fem av elevene forsøkte seg på oppgaven, alle elevene i gruppe A og Lee i gruppe B. Jen uttrykte at hun ikke forsto og at det var vanskelig. Under er et eksempel på hvordan Siam løste oppgaven. Hans måte å resonnere og tenke på var lik Selena og Olivers.

S: ((Skriver 549:9=)).
I: Hvordan tenker du?
S: Jeg tenke femhundreførtini dele ni.
I: Ja. Hvorfor valgte du 549?
S: Fordi ehm. Femtifour dele ni er ehm.. sseks. Og ni deler ni er en ((Peker på oppgaven mens han snakker)).

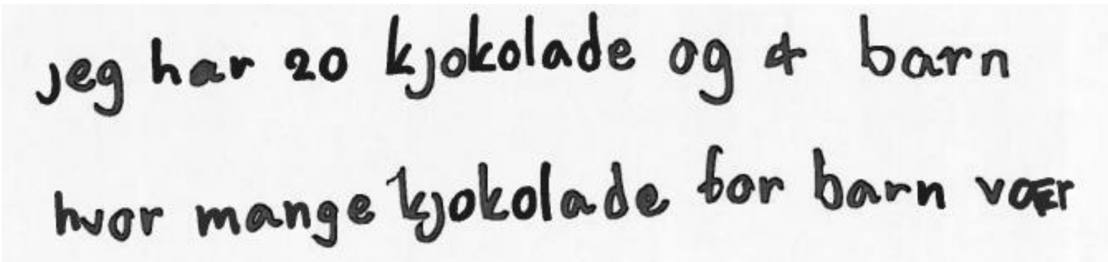
Figur 4.19

Eksemplet over viser at Siam bruker kodebytte (B) når han forklarer hvordan han har tenkt. Han sier da «femtifour» som er en blanding av norsk og engelsk. Alle elevene i gruppe A lagde talloppgaver og brukte forhold mellom tall som strategi for å utvikle en egen oppgave, men på ulikt vis. Tre av elevene i denne gruppen (Selena, Oliver og Siam) valgte å lage oppgaver som tok for seg divisjon innenfor naturlige tall. De valgte alle en tresifret dividend og en ensifret divisor. De var tydelig bevisste på valgene de tok, og valgte alle tall som ga et naturlig tall til svar. Egor leste oppgaveteksten både på norsk og engelsk. Han var en av de tre elevene i gruppe A (Selena, Oliver og Egor) som ba om avklaring av oppgaven. Egor brukte en strategi som skilte seg fra de andre i gruppa A, selv om også hans strategi involverte forhold mellom tall. Under presenteres oppgaven han laget:



Figur 4.20

Egor valgte først hva svaret på oppgaven skulle bli, deretter valgte han dividend og divisor som ga dette svaret. Hans oppgave inkluderte tall utenfor heltallsområdet; brøk og parentesregning. Egors oppgave var kreativ og på et høyt matematisk nivå. Vi vil utdype dette i drøftingen. Lee i gruppe B var den eneste av elevene som valgte å lage en oppgave med kontekst:



Figur 4.21

Lee valgte å lage en oppgave med delingsdivisjon som ligner litt på oppgave 2. Jen, den andre eleven i gruppe B, løste ikke denne oppgaven. Hun ba først om avklaring av oppgave, og måtte oversette ordet «vanskeligste» på Google Translate. Deretter uttrykte hun at hun ikke ville prøve.

4.2 Overordnede funn

4.2.1 Oppgavene

Elevene i gruppe A hadde hverken språklige eller symbolske utfordringer når de fikk en talloppgave. Derimot ble det språklige en utfordring da elevene skulle forklare hvordan de hadde tenkt når de løste oppgave 1. De gjorde seg allikevel godt forstått ved å bruke tegn for ord (F) og kodebytte (B) i sine forklaringer. Den finske eleven, Oliver, forklarte primært på engelsk. For elevene i gruppe B var det språklige utfordrende allerede fra starten av. Disse elevene hadde ikke lært formelle divisjonsstrategier tidligere. I tillegg kom begge elevene fra Thailand hvor det matematiske symbolet for divisjon er ulikt det vi bruker i Norge. Dette var vi ikke oppmerksomme på i utviklingen av oppgavesettet, og hadde derfor ikke tilpasset oppgave 1 symbolsk for disse elevene. Av alle elevene som forsøkte seg på oppgave 1 (5 av 6 elever) fikk samtlige riktig svar. Strategiene elevene valgte, multiplikativ strategi og gjentatt addisjon, ga rett svar. Multiplikativ strategi var den mest effektive og tidsbesparende.

På den andre oppgaven fikk samtlige elever riktig svar med den strategien de hadde valgt. Denne oppgaven var den første tekstoppgaven i oppgavesettet. Selv om divisjonsstykket var gitt i kontekst og med høyere tall enn den foregående oppgaven, trengte ingen av elevene i gruppe A avklaring, hverken språklig eller matematisk. Alle elevene i gruppe A startet med å sette opp standardalgoritme. En av elevene, Egor, trengte allikevel ikke å benytte seg av denne, da han med utgangspunkt i tallene heller fant en uformell strategi mest hensiktsmessig. Han uttrykte at oppgaven var veldig lett og svarte raskt. På spørsmål om hvordan han tenkte når han løste forklarte han: «Tjuefire dele seks det er fire som ja og åtte dele fire det...». I gruppe B trengte begge elevene avklaring på hva det vil si å «dele likt». Etter denne avklaringen løste de oppgaven med uformelle strategier. Jen fikk en forenkling av oppgaven som i utgangspunktet var på et høyere matematisk nivå enn 20:4 som hun fikk i oppgave 1. Hun viste en god forståelse for matematikken når hun fikk oppgaven i kontekst, og løste den uten problemer. Det kan dermed se ut til at talloppgaver var mer utfordrende for Jen.

Oppgave tre var den første oppgaven med målingsdivisjon. De fleste elevene i gruppe A valgte å stryke null før de brukte algoritmen og halvere det gjenværende tallet, men en elev, Siam, forstod ikke at dette var en delingsoppgave og multipliserte derfor tallene med hverandre. I gruppe B begynte begge elevene å notere i hånda. Da Lee forsto at han hadde blandet tallene 12 og 20, løste han oppgaven med gjentatt addisjon av effektive delsummer. Jen brukte tilsvarende strategi, i tillegg telte hun på fingrene. I taksonomien over uformelle strategier var de begge på nivå 2. Ingen av de seks elevene spurte om avklaring av denne oppgaven.

Oppgave 4a og 4c var begge problemløsningsoppgaver i målingsdivisjon. Oppgaveteksten var ikke konsistent, og hadde en virkelighetsnær kontekst. Den mest utfordrende oppgaven, 4a, var det kun én av elevene, Egor, som klarte å løse. Han løste oppgaven med standardalgoritme og viste god forståelse for oppgavens kontekst. To av de andre elevene i gruppe A forsøkte også å løse oppgaven ved bruk av divisjonsalgoritmen, men regnefeil gjorde at de til slutt ikke kom videre. Den siste eleven i denne gruppen, Siam, multipliserte tallene isteden for å dividere. I gruppe B forsøkte Lee å løse oppgaven med gjentatt addisjon, han effektiviserte strategien sin etterhvert som han regnet. Han satte svaret tilbake i konteksten og rundet opp antallet busser og viste dermed en god forståelse av oppgavens kontekst. På grunn av flere regnefeil underveis ble Lees svar allikevel galt. Siam og Jen fikk oppgave 4c. Etter å ha blitt oppfordret til å tegne kom de begge frem til riktig svar. Siam tegnet og svarte i utgangspunktet korrekt, 6 biler, men etter å ha forstått at oppgaven var i divisjon og ikke multiplikasjon, forsøkte han å løse oppgaven ved bruk av divisjonsalgoritmen. Han var usikker på hvor han skulle gjøre av kommatallet, og endte opp med kun 5-tallet bak «er-lik»-tegnet og 3-tallet under. Siam ga fem biler som endelig svar, selv om han ut fra tegningen sin hadde sett at det ble seks. Dette svaret kan tyde på at Siam manglet forståelse for oppgavens kontekst, eller valgte å ikke ta hensyn til den. Jen løste oppgave 4c og fikk rett svar med sin uformelle tellestrategi. Ingen av elevene, hverken i gruppe A eller B, trengte språklig avklaring på oppgave 4a og 4c. Dette vitner om at oppgaveteksten var klar og tydelig, uten vanskelige fremmedord.

Oppgave fem gikk ut på at elevene skulle lage en oppgave til de andre elevene i klassen. Alle elevene i gruppe A laget en talloppgave. De brukte forholdet mellom tall og laget oppgaver på ulikt nivå som speilet deres forståelse av divisjon. Egor laget en meget avansert oppgave som vist i figur 4.20, han uttrykte at han syntes det var veldig gøy å få lov til å lage en oppgave på denne måten. I gruppe B løste kun Lee oppgaven, da Jen uttrykte at det var for vanskelig. Lee var den eneste av elevene som laget en tekstoppgave.

4.2.2 Divisjonsstrategiene

Tabellen under viser den dominerende strategien elevene brukte for å løse hver enkelt oppgave. Oppgave 5 er utelatt, da den ikke var innenfor naturlige tall.

Tabell 4

Taksonomisk fremstilling av informantenes uformelle strategier

	Gruppe A				Gruppe B	
	Selena	Oliver	Siam	Egor	Jen	Lee
Oppg. 1	Nivå 4	Nivå 4	Nivå 4	Nivå 4		Nivå 1
Oppg. 2	Algoritme	Algoritme	Algoritme	Nivå 3	Nivå 2	Nivå 2
Oppg. 3	Algoritme	Nivå 4	X	Nivå 3	Nivå 2	Nivå 2
Oppg. 4a	Algoritme (F)	Algoritme (F)	X	Algoritme	-	Nivå 3
Oppg. 4c	-	-	Algoritme	-	Nivå 2	-

Blank rute: ikke prøvd.

- : fikk ikke denne oppgaven.

X : Misforstått oppgave.

(F) : Feil svar, kom ikke lenger.

Av tabellen ser vi at oppgavetypene og tallenes kompleksitet påvirker elevenes valg av løsningsstrategier. På tross av at de fire elevene i gruppe A kunne algoritmen, benyttet de den ikke konsekvent. De valgte å bruke uformelle strategier når de fant det mest hensiktsmessig. Et eksempel på dette var oppgave 1, hvor alle elevene benyttet en uformell strategi. Oppgave 3 var den av tekstoppgavene hvor flest av elevene i gruppe A valgte en uformell strategi. Av tabellen kan vi se at Jen var på nivå 2 i taksonomien over uformelle strategier når hun fikk oppgaver i kontekst, dette til tross for at hun uttrykte at hun ikke kunne dele i oppgave 1. Alle elevene i gruppe A brukte sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon for å «sjekke» svarene sine.

4.2.3 Endring i adferd

Hos noen av elevene så det ut til at oppgavetype påvirket deres adferd. Oppgavene var av ulik karakter, til tross for at alle oppgavene var i divisjon.

Den ene eleven i gruppe A, Siam, viste god forståelse for divisjon i oppgave 1 og oppgave 2. Han viste både kjennskap til, og kunne bruke, den lille multiplikasjonstabellen og standardalgoritme som verktøy i sin oppgaveløsning. Da han kom til oppgave 3 og 4, endret derimot elevens adferd seg. Disse oppgavene var i motsetning til det resterende oppgavesettet, målingsdivisjonsoppgaver. I møte med målingsdivisjon valgte Siam notorisk multiplikasjon som regneart. Han viste god forståelse for formelle oppsett, også i multiplikasjon. Denne eleven viste ikke evne til å validere svarene sine opp mot konteksten de var gitt i.

En oppgave som førte til at flere av elevene endret sin løsningsstrategi var oppgave 3. Av de som tidligere hadde vist at de kunne algoritmen benyttet som tidligere nevnt tre elever seg av «stryke null» -strategien. Det kan vitne om en god matematisk forståelse da de tar høyde for oppgavens tall og gjør med denne strategien oppgaven enklere å løse.

Elevene i gruppe B endret adferd når oppgavene ble gitt i kontekst. Tabell 4 viser at elevene på talloppgaven (oppgave 1) enten ikke løste oppgaven eller var på taksonomisk nivå 1. Da oppgavene ble gitt i kontekst økte elevenes strategier i taksonomisk nivå. For elevene i A gruppen endret også adferden seg mellom oppgaver med og uten kontekst. Hos disse elevene brukte flertallet formelle strategier når tallene i oppgavene økte i størrelse. Ettersom vi kun hadde med én talloppgave med relativt lave tall, kan vi ikke slå fast at strategiene ville vært på samme nivå dersom vi hadde inkludert talloppgaver med høyere tall i oppgavesettet

4.2.4 Det flerspåklige aspektet

Til tross for tilpassingene vi gjorde da vi utformet oppgavene (utvikle universelle kontekster, gi oppgavene på norsk og engelsk, la elevene få tilgang til Google Translate), ser vi at det språklige fortsatt er en utfordring. En kan si at dette er et trivielt funn, men på en annen side viser det til hvor utfordrende det er å tilrettelegge matematikkoppgaver på en slik måte at språklige utfordringer ikke blir et hinder i oppgaveløsningen.

Flere av elevene uttrykte at det var vanskelig å forklare hvordan de tenkte. Flertallet av elevene uttrykte også at de regnet i hodet på morsmålet sitt for så å oversette til norsk eller engelsk til når de snakket oss. Fire av de seks elevene brukte tegn for ord når de kommuniserte med oss. Vi observerte at særlig to av elevene, en fra gruppe A og en fra gruppe B, i større grad enn de andre uttrykte at det var vanskelig å forklare hvordan de hadde tenkt. En av disse var Oliver, han var innom tre forskjellige språk mens han løste oppgavene. Han regnet i hodet på finsk, leste oppgaven på engelsk og snakket til oss på engelsk og litt norsk. Intervjuer kommuniserte med han på norsk, men byttet til engelsk ved behov. Samtlige elever manglet det matematiske begrepet på norsk for enten «deling», «gange» eller begge deler. Ingen av elevene hadde kjennskap til begrepet «divisjon», men det kom tydelig frem at alle hadde en forståelse for det. Dette indikerer at de kunne begrepene på sine morsmål.

Jen fra gruppe B måtte ha avklaring av den første talloppgaven, men klarte fortsatt ikke å løse den. Intervjuer spurte om hun har hatt divisjon før. Da svarte hun: «Nei, i Thailand har ikke sånn ((peker på oppgaven)) bare sånn ((tegner et kryss i lufta))». Det kom tydelig frem at hun ikke hadde lært divisjon enda og at de bruker et annet matematisk symbol for divisjon i hennes hjemland. Allikevel klarte hun å løse oppgave 2, 3, og 4c. Dette tydet på at hun er avhengig av kontekst for å løse oppgaver som tester ukjente aspekter av matematikken, som divisjon.

5. Drøfting

I dette kapittelet vil vi diskutere funnene og se dem i lys av eksisterende forskning på feltet. Kapittelet er strukturert ved først å ta for seg enkeltelever i gruppe A, og diskutere trekk som var interessante ved dem. Videre vil vi diskutere trekk som er felles og ulikt for hele gruppe A. Gruppe B presenteres på tilsvarende måte. Kapittelet avsluttes med en mer generell drøfting, hvor vi ser på alle de seks elevene under ett.

5. 1 Gruppe A

Oliver hadde bare vært elev i innføringsklassen i tre uker da vårt prosjekt startet. Han kunne dermed lite norsk. Når Oliver forklarte løsningsmetodene og strategiene sine for oss, benyttet han *language switching* ved at han hovedsakelig forklarte på engelsk, og *kodebytte* ved å bruke noen ord fra norsk. Han uttrykte at det var vanskelig å forklare hvordan han hadde tenkt når han løse oppgavene. Vi støtter oss til Rønneberg og Rønneberg (2001) for å forklare hvorfor Oliver fant dette vanskelig, da han i oppgaveløsningen regnet oppgavene i hodet på morsmålet, finsk. De matematiske begrepene og erfaringene hans var forankret i morsmålet, og han brukte derfor lang tid på å forklare det han gjorde, selv om den matematiske forståelsen hans var tilstrekkelig for å løse de fleste oppgavene. I følge Lunde (2001) tar det elever i gjennomsnitt 5-7 år for å komme opp på et kognitivt og skolemessig nivå på et nytt språk. Det er derfor ikke et overraskende funn at særlig denne eleven brukte lang tid på å oversette tankene sine til oss.

En annen elev i gruppe A, Siam, misforsto alle oppgavene med målingsdivisjon, både oppgave 3 som var konsistent og variantene av oppgave 4 som var ikke-konsistente. I utgangspunktet undret vi oss over om dette kunne forklares med at Siam er fra et arabisk land, og derfor har et morsmål med en annen leseretning. Men ettersom han hadde gått flere år på skole i Østerrike, som har samme leseretning som Norge, mener vi dette blir en for snever forklaring. Studier fra flere forskere, blant annet Correra et al. (1998) og Fischbein et al. (1985), viser at barn finner delingsdivisjonsoppgaver enklere enn målingsdivisjon, fordi delingsdivisjon relateres til elevenes allerede konstruerte skjema om rettferdig deling, som de fleste barn utvikler i tidlig alder gjennom ulike sosiale settinger. Målingsdivisjon har derimot færre unge barn erfaring med, og det viser seg at elevene ikke konstruerer kunnskap om dette feltet annet enn gjennom formell instruksjon (Fischbein et al., 1985). Siams strategi i møte med målingsdivisjonsoppgaver sammenfaller med den løsningsmetoden Schoenfeld (1992) trekker frem at elever ofte bruker i møte med problemløsningsoppgaver: Elevene kaster et raskt blikk på oppgaven, for så å velge en løsningsstrategi som de følger notorisk, uansett om de oppnår progresjon eller ikke.

I oppgave 4c viste Siams utregning at han stolte mer på svaret standardalgoritmen ga enn på den uformelle strategien tegning (12). Med tegningen fant han at det måtte seks biler til for å frakte de 28 menneskene. Gjennom denne løsningsstrategien forsto Siam at oppgaven var i divisjon og ikke multiplikasjon. Om han ville kontrollere svaret sitt eller bare prøve med algoritmen er usikkert, men han satt opp divisjonsalgoritmen og fikk fem og tre i rest til svar. Eleven ble usikker på hvor han skulle plassere 3-tallet, og endte med å svare at det var behov for fem biler. Dette sammenfaller med funnene til Carpenter et al. (1983), som viste at hele 18 % av elevene i deres undersøkelse rundet svaret ned da de fikk et desimaltall til svar. Dette kan vise til at Siam forsto at en kun kan ha et helt antall biler. Samtidig kan det vise til at han ikke har regnet oppgaver med desimaltall før, og ikke visste hvordan han skulle uttrykke dette i svaret sitt. Siam validerte ikke svaret opp mot konteksten. I teoridelen viste vi til Thompson (1999), som argumenterer for at det ikke bare er positive sider ved å kunne standardalgoritme. En av baksidene er at algoritmene kan føre til en såkalt kognitiv passivitet fordi den på mange måter overtar valget for hvordan en skal utføre kalkulasjonen. Dette kan være en mulig årsak til at Siam endret svaret.

Egor viste derimot ingen tegn til kognitiv passivitet i sine valg av løsningsstrategier. Han valgte konsekvent uformelle strategier på et høyt taksonomisk nivå når han anså det som mer hensiktsmessige strategier enn den formelle algoritmen. I tillegg til selv å sjekke at svarene samsvarte med konteksten, var han opptatt av å forklare oss hvordan han resonerte. Dette viste han ved å tegne og forklare, og ved å spørre intervjuer «vet du?», for å sjekke at intervjuer var med på tankeprosessen. Selv om Egor manglet noen begreper på norsk, gjorde han seg tydelig forstått gjennom å bruke tegn for ord (F). Ut fra Utdanningsdirektoratets (2012a) definisjon av hva det vil si å kunne regne har Egor svært gode regneferdigheter. Han resonnerer godt, velger holdbare metoder, tolker gyldigheten av svarene og argumenterer for de valgene han har tatt. Egor er dermed et bevis på en minoritetsspråklig elev som absolutt burde score høyt på tester som måler hans regneferdigheter, så fremst den språklige konteksten på oppgavene er tilpasset hans språklige nivå.

I problem posing oppgaven utviklet Egor en svært kreativ og kompleks oppgave til å være 11 år gammel (se Figur 4.20). Dette finner vi støtte til i Ellingtons (1986) forskning, hun argumenterte for at oppgavene elevene utviklet reflekterte hva de anså som et vanskelig matematikkproblem. Egors oppgave er langt over de utfordrende oppgavene en finner i matematikkbøker for 6. trinn i norsk grunnskole. I følge Ellingtons (1986) forskning ville Egor kunne identifiseres som en begavet elev i matematikk. Da hans oppgave krevde et høyere nivå av regneferdigheter og involverte flere regneoperasjoner enn de andre informantenes oppgaver. I tillegg involverte oppgaven hans mer komplekse tallsystemer, som både brøk og desimaltall. Han planla i stor grad oppgaven sin ved å bestemme seg først for hva svaret skulle bli, og deretter lage et komplekst regnestykke som ga akkurat dette svaret. Han forklarte godt og viste stor forståelse for det han gjorde. I tillegg ga Egor uttrykk for at han fant det svært interessant og spennende å lage en egen oppgave, noe som sammenfaller med Krutetskii (1976) som i sin studie så at begavede elever ga uttrykk for at de likte å lage egne oppgaver.

Fellestrekkene for elevene i gruppe A, var at samtlige var 11 år gamle, hadde gått på skole i et europeisk land (Serbia, Finland, Østeriket og Hviterussland), og at de alle hadde lært formelle strategier for å løse divisjonsoppgaver før de kom til Norge. Disse algoritmene bygget på de samme matematiske konseptene, men var noe ulike av utseende (se figur 4.5). Dette støttes av Löwing & Kilborn (2013) som er referert i teoridelen. Av de ulike variantene av divisjonsalgoritmen som ble presentert i teoridelen, var det bare to våre informanter benyttet seg av. Både Selena, Siam og Egor brukte en italiensk oppstilling. Selv om de alle brukte dette oppsettet, var de noe ulike av utseende. Selena og Siams oppsett lignet mest på den varianten av italiensk oppstilling som vi har i Norge, nemlig en variant hvor kvotienten er plassert til høyre. Oliver var den eneste av elevene som brukte «trappen», som er den divisjonsalgoritmen som er vanlig i Finland.

Selv om elevenes bruk av ulike divisjonsalgoritmer er spennende, kan dette også by på utfordringer i møte med det norske skolesystemet på flere måter. For det første kan elevene komme til å møte på lærere som i likhet med oss (før vi startet dette prosjektet), ikke er bevisste på at det finnes ulike algoritmer i ulike land. For det andre vil de minoritetsspråklige elevene som lærer den divisjonsalgoritmen som brukes i Norge antakelig ha foreldre som har lært en annen algoritme i sitt hjemland. Bradal (2010) skriver at man i Norge på 1980-tallet forsøkte å innføre amerikanske algoritmer i divisjon og multiplikasjon, da disse skulle være enklere å regne med. Forsøket ble avsluttet ettersom resultatene viste at foreldrene ikke klarte å hjelpe barna sine når algoritmene elevene lærte på skolen divergerte fra deres. I følge Verschaffel et al. (2007) er divisjonsalgoritmen så kompleks, at det er vanskelig å forstå de matematiske konseptene som ligger bak. Thompson (1999) hevder at divisjonsalgoritmen nærmest krever kognitiv passivitet, for at man ikke skal bli forvirret av oppsettet. Det kan derfor være utfordrende for foreldre å forstå oppsettet til andre algoritmer enn den de selv har lært, og det kan derfor bli ekstra vanskelig for disse foreldrene å hjelpe barna sine med lekser.

Et annet kjennetegn ved elevene i gruppe A, var at alle i en eller flere oppgaver sjekket svaret på divisjonsoppgaven med bruk av multiplikasjon (Se eksempler på dette i figur 4.1 og 4.2). Dette underbygges i teorien av blant annet Mulligan og Mitchelmore (1997). De fant i sin studie eksempler på elever som brukte multiplikative strategier som en støtte for å sjekke svaret i divisjonsoppgaver. Dette viser at elevene kan mer enn bare en formell divisjonsstrategi, og ikke er kognitivt passive. Elevene har en bevissthet rundt multiplikasjon og divisjon som inverse regneoperasjoner. I vår studie brukte elevene denne metoden ved flere anledninger, særlig etter at intervjuer hadde spurt om de kunne regne oppgaven på en annen måte, eller på spørsmål om de kunne forklare hvordan de hadde tenkt.

5.2 Gruppe B

Jen fra gruppe B uttrykte allerede i oppgave 1 at hun ikke hadde lært divisjon, og slo dermed fast at hun ikke kunne løse talloppgaven. Oppgavene som ble gitt i kontekst løste hun allikevel uten problemer til tross for at hun ikke kunne formelle strategier, hun brukte da intuitive og dermed uformelle strategier. Jen uttrykte aldri at hun forsto at det hun gjorde i oppgaveløsningen var divisjon, og brukte aldri begreper som «å dele». Hun brukte isteden begreper for addisjon og multiplikasjon når hun løste oppgavene og forklarte hva hun hadde gjort. Dette stemmer overens med hva Ginsburg (1977) sier om at barn assimilerer vanskelige regneoperasjoner inn i et enklere skjema.

Jens adferd i oppgaveløsningen sammenfaller med annen forskning på feltet. Forskere som Kouba (1989), Mulligan og Mitchelmore (1997) og Nunes og Bryant (1996) viser alle til resultater som indikerer at selv før elever har blitt introdusert for divisjon i skolen, er de i stand til å løse divisjonsoppgaver ved bruk av uformelle strategier. Jens løsningsstrategier sammenfaller altså med tidligere forskning på feltet, og er dermed ikke er et unikt funn. Vi syns allikevel dette er verdt å trekke frem da det motbeviser påstandene som ble presentert i innledningen om at talloppgaver kan være lettere å løse enn tekstoppgaver for minoritetsspråklige elever. Ut ifra hvordan Jen løste oppgavene kan vi si at tekstoppgaver kan være et gunstig verktøy for å undersøke elevenes løsningsstrategier og kunnskap innenfor et felt.

Den andre eleven i gruppe B, Lee, blandet tallene 12 og 20 i oppgave 3. Intervjuer hadde problemer med å forstå hvorfor Lee regnet med tallet 12 isteden for tallet 20. I Figur 4.13 spør intervjuer hvorfor han brukte tallet 12. Da svarte han «2 det er nesten samme som 20». Löwing og Kilborn (2013) påpeker at oppbyggingen av tallrekken er noe annerledes på thai enn på norsk. Dermed er det trolig ikke tilfeldig at Lee blandet nettopp disse to tallene, da man på thai sier tallet tolv på denne måten: ti to.

I intervjuet kom det frem at Lee hadde god forståelse av tekstoppgaver. Når matematikkoppgavene ble gitt i kontekst, prøvde han seg på oppgaver med store tall, selv om han ikke kunne formelle divisjonsstrategier. Bruk av uformelle strategier førte til at utregningen tok lang tid. Dette virket imidlertid ikke avskrekkende på Lee, som brukte gjentatt addisjon som løsningsstrategi. Han effektiviserte strategien etterhvert, men i oppgave 4a (se Figur 4.16) gjorde han både regnefeil og feil i opptelling av antallet busser han la sammen. Til tross for at svaret ble galt viste Lee god forståelse for konteksten ved å runde opp når svaret ikke stemte overens med antallet elever som skulle fraktes med buss. Lee fortale innledningsvis i intervjuet at han hadde lært divisjon i Thailand. Vi finner det derfor interessant at han til tross for dette ikke viste tegn til å ha lært formelle oppsett enda. Dette kan indikere at matematikkundervisningen i Thailand vektlegger andre aspekter av divisjon før de lærer elevene formelle oppsett. I didaktiske refleksjoner vil vi komme tilbake til viktigheten av at lærere anerkjenner den kunnskapen elevene allerede innehar og bygger videre på denne.

Felles for gruppe B er at begge elevene brukte gjentatt addisjon på ulikt taksonomisk nivå i oppgaveløsningen. I sin studie fant Mulligan og Mitchelmore (1997) at gjentatt addisjon var den mest brukte uformelle strategien når informantene deres fikk utdelt tekstoppgaver med divisjon. Både lærere og forskere diskuterer når elever bør introduseres for algoritmer. Som referert i teoridelen argumenterer Anghileri (2001) for at formelle skriftlige metoder først bør innføres etter at elevene har blitt selvsikre på egne uformelle metoder. Hennes resultater indikerte at for tidlig innføring av standardalgoritme kan ha negativ effekt på utviklingen av elevenes matematiske tenkning. Målet med algoritmer er i følge Verschaffel et al. (2007) å redusere kompliserte regnestykker til en serie enklere regnestykker. Når tallene i en oppgave blir høye kan uformelle strategier føre til feilkalkuleringer slik det gjorde for Lee i oppgave 4a.

Under intervjuene ble vi overrasket over at elevene i gruppe B noterte i hånden i stedet for på arket. Ettersom de begge var fra Thailand kan det tyde på at dette er noe de var vant til å gjøre i sitt hjemland. Det kan føre til misforståelser dersom en lærer ikke er klar over dette. Når utregningen blir gjort i hånden kan det være vanskelig å forstå hvordan elevene har tenkt for å komme frem til svaret på en oppgave. Dette kan føre til at elevene scorer dårligere enn nødvendig på matematikkprøver. For elever som er vant til å bruke hånda som notatark kan det derfor være nyttig om læreren informerer om det skal skrives på arket og hvorfor dette er ønskelig.

5.3 Generelt

I oppgave 5 var det et klart skille mellom hvordan elevene i gruppe A og eleven i gruppe B valgte å løse den. Oppgaveteksten spesifiserte ikke om elevene skulle lage en tall- eller tekstoppgave, og de sto derfor fritt til å velge selv. I teoridelen viste vi til Silver (1994) som argumenterte for at problem posing reflekterer elevenes matematiske kunnskap og erfaringer. Ellington (1986) poengterte at elevene utelukkende trekker på egen erfaring og kunnskap når de genererer problemer. Dette kan være en forklaring på at elevene i gruppe A og B laget ulike oppgaver. Alle elevene i gruppe A valgte å lage en talloppgave, noe som kan ha sammenheng med at elevene som kunne algoritmen så for seg en talloppgave når de ble bedt om å lage en divisjonsoppgave. Lee fra gruppe B laget derimot en tekstoppgave innenfor naturlige tall. For Lee som ikke kunne algoritmen og som var vant til et annet matematisk symbol for dele, enn det som ble gitt i oppgavesettet, var det trolig mest naturlig å lage en tekstoppgave.

Av strategiene i kodemalen var strategi 3, gjentatt subtraksjon av divisor, den eneste strategien som ikke ble benyttet. Mulligan og Mitchelmore (1997) identifiserte denne strategien som en mer primitiv strategi enn gjentatt addisjon, og vi hadde derfor plassert den på nivå 1 i taksonomien over uformelle strategier. I denne studien var Lee den eneste eleven som brukte en strategi på nivå 1, da han i oppgave 1 brukte gjentatt addisjon av divisor. At ingen brukte gjentatt subtraksjon er likevel et funn vi ønsker å trekke frem, da dette er blitt identifisert som en intuitiv modell for målingsdivisjon av blant annet Fischbein et al. (1985).

Etter å ha analysert datamaterialet vil vi påstå at flesteparten av elevene som deltok i studien var tålmodige problemløsere. Særlig de fire guttene viste en imponerende utholdenhet, og de ga seg ikke selv om oppgavene hadde høye tall eller første forsøk ikke førte frem til en løsning. Et fellestrekk for alle elevene var at de hadde utfordringer med å formidle hvordan de hadde tenkt når de løste oppgavene. Dette er ikke overraskende da flere av elevene kun har bodd i Norge i en kortere periode og norskferdighetene var deretter.

I metodekapittelet ble Piagets teori om hvordan barn tilegner seg ny kunnskap presentert. Gjennom resultatdelen fant vi flere tilfeller hvor elevene tolket nye situasjoner med den kunnskapen de allerede hadde. Eksempler på dette var Lee og Jen som støttet seg på andre regnearter for å løse divisjon. Vi har også nevnt at Siam fra gruppe A multipliserte når oppgavene gikk fra å være delingsdivisjon til målingsdivisjon. Dette støtter Ginsburg (1977) sitt syn om at barn er konservative ved at de holder fast ved det de kan fra før, og forsøker å tilpasse nye erfaringer til det gamle.

Det var også tydelig at flere av elevene manglet matematiske begreper på norsk. Vi merket oss at samtlige i utgangspunktet manglet norske ord for enten dele, gange eller begge deler. De hadde allikevel en grunnleggende forståelse for begrepene. Det var overraskende at samtlige av elevene etter å ha hørt intervjuer si begrepene på norsk, tok etter og brukte det selv i sine forklaringer. Vi observerte at dette ikke betydde at elevene hadde implementert begrepet, da de i en senere oppgave igjen så ut til å ha glemt eller manglet det samme begrepet. Disse funnene stemmer overens med Moschkovich (1996) modell (se Figur 2.4). Den illustrerer hvordan flerspråklige elever må veksle mellom morsmål og andrespråk, og mellom hverdagsspråk og matematisk språk.

I teoridelen presenterte vi begrepene *language switching* og *kodebytte*. Disse omhandler ulike former for språkblanding. *Language switching* definerte vi som bruk av to eller flere språk når en person løser en oppgave for seg selv. Dette så vi hos de fleste elevene. Noen mumlet tydelig på et annet språk enn norsk når de løste oppgaver, mens andre ble helt stille. Flere bekreftet også at de regnet i hodet på morsmålet. Elevene brukte også *kodebytte* når de snakket med oss. Dette kom til syne når de skulle forklare hvordan de hadde tenkt og manglet et ord, de brukte da ord fra et annet språk, ofte engelsk. I tillegg så vi at elevene i mange sammenhenger benyttet *tegn for ord* når de skulle forklare, ved at de pekte på et symbol på arket eller tegnet i lufta med fingeren.

Når vi har sett gjennom videoklippene i ettertid har vi bemerket oss at elevene som regel ikke svarte på spørsmålene som ble stilt mens de regnet en oppgave. Vi spurte ofte spørsmål som «hvordan tenker du?». Etter å ha analysert dataene ser vi en mulig årsak til hvorfor elevene ikke alltid svarer: de er midt inni en tankeprosess på et annet språk. Dermed kan spørsmålene fra intervjuer på norsk bli et forstyrrende element for elevene. I følge Lunde (2001) er det naturlig for flerspråklige elever å løse matematikk på morsmålet frem til de mestrer et annet språk på et høyere nivå, språkskifte blir derfor en del av løsningsstrategien til elevene. Dette underbygges av blant annet Clarkson (2007) som i sin studie fant resultater som indikerte at elevene brukte morsmålet når de løste matematikkoppgaver.

6. Didaktiske refleksjoner

Gjennom arbeidet med denne masteroppgaven har vi fått ny innsikt i hvordan seks minoritetsspråklige elever løser matematikkoppgaver i divisjon innenfor naturlige tall. Selv om resultatene ikke er generaliserbare, sitter vi allikevel igjen med kunnskap som er verdifull for oss som kommende lærere. Vi vil trekke frem noen av de erfaringene vi har gjort oss, spesielt de vi tror kan være nyttige også for andre lærere som underviser minoritetsspråklige elever.

6.1 Hva har vi lært?

Det er utfordrende å lage gode oppgaver! Vi brukte mye tid på utvelgelsesprosessen, vi forenklet tekstoppgavene selv og var bevisste på ikke å forenkle matematikken. Det var et mål at kontekstene skulle være forståelige for alle. Samtlige oppgaver ble gitt på både norsk og engelsk. I tillegg ga vi elevene mulighet til å oversette ord i Google Translate. Elevene klarte i stor grad å løse oppgavene uten hjelp, men flere var allikevel avhengig av avklaring av begreper og symboler.

Prosjektet har vært med på å endre vår oppfatning av matematikkfaget. Noen eksempler på dette er at matematiske symboler og algoritmer ikke er universelle. Tallsystem og måten man sier tall på kan også være svært forskjellige. Samtidig er det aspekter ved det matematiske språket som er relativt universelle. Dette begrunner vi med observasjonene vi gjorde oss i innføringsklassen i de fem matematikktimene vi observerte. Da bemerket vi oss at flertallet av elevene senket skuldrene når matematikktimen startet. Læreren fortalte at matematikk ble som et slags friminutt for elevene der de kunne bruke kunnskap de hadde fra før, og dermed ikke være like avhengig av lærerens hjelp som i flere andre fag.

En annen erfaring vi gjorde oss var at minoritetsspråklige elever ofte bruker litt ekstra tid på å regne, ettersom de må oversette mellom morsmål og norsk. Derfor er det viktig å være tålmodig, og la elevene få tid til å oversette tankene sine til et annet språk. I teoridelen refererte vi til forskningen til Rønneberg og Rønneberg (2001). De poengterer at mange lærere undervurderer minoritetsspråklige elever fordi de mangler begreper og erfaringer på undervisningsspråket. Dette kan unngås med kartlegging av disse elevenes matematiske ferdigheter. I følge Utdanningsdirektoratets *Veileder - Innføringstilbud til nyankomne minoritetsspråklige*, bør eldre elever kartlegges i både norsk og andre skolefaglige ferdigheter. Gjennom de erfaringene vi har gjort oss i dette prosjektet vil vi oppfordre til også å kartlegge elever på de lavere trinnene, disse elevene sitter også inne med mye kunnskap det kan være gunstig for læreren å bli bevisst på.

Så fremst kartleggingsverktøyet er tilpasset elevgruppen, vil en kartlegging av minoritetsspråklige elever i matematikk kunne gi lærere et bedre utgangspunkt og større muligheter for å tilpasse undervisningen til den enkelte elev. Som nevnt i teoridelen har Nasjonalt senter for flerkulturell opplæring (NAFO) utviklet et kartleggingsverktøy for minoritetsspråklige elever i flere fag, blant annet i matematikk. De understreker at kartleggingen bør foregår på et språk eleven behersker godt, fortrinnsvis morsmålet. Elevene i innføringsklassen omtalt i denne oppgaven ble ikke kartlagt i andre fag enn norsk og morsmål. Vi undrer oss over hvordan læreren da kan tilpasse matematikkopplæringen til den enkelte elev på en tilfredsstillende måte. Forhåpentligvis kan våre funn bidra til en økt bevissthet rundt utfordringer minoritetsspråklige elever kan møte i matematikkundervisningen, og hvilke faktorer som kan spille inn på deres løsningsstrategier både innen divisjon og i andre regnearter.

I følge NOU-rapporten, *Mangfold og mestring – Flerspråklige barn, unge og voksne i opplæringssystemet* (NOU 2010:7), skal innføringsklasser være et sted som gir elevene trygghet og motivasjon for videre læring. De skriver at for å oppnå dette må hver enkelt elev få oppleve at de får bruke de ressursene de har. Når elevene opplever anerkjennelse for den kunnskapen de allerede sitter inne med bidrar det til læring og en opplevelse av mestring i faget. Innen fagfeltet kognitiv læringsteori argumenteres det for at læring oppstår når det nye som erfares ikke direkte passer med tidligere lært kunnskap. Det skjer dermed en omstrukturering slik at det gamle og det nye passer sammen, og denne omstruktureringen er læring. Dette perspektivet på læring finner vi svært nyttig for det forskningsprosjektet vi har gjennomført, og det har hjulpet oss å se viktigheten av en grundig kartlegging av elevenes forkunnskaper i matematikk, slik at lærerne vet hva elevene kan fra før og kan videreutvikle dette i prosessen til ny lærdom.

Som lærer i en klasse, enten en innføringsklasse eller en vanlig klasse, er det som sagt viktig å kjenne til elevenes bakgrunn. Kartlegging av elevenes ferdigheter er også viktig for å kunne gi utfordringer både språklig og matematisk, men det er ikke tilstrekkelig å bare kartlegge elevene. Löwing & Kilborn (2013) påpeker at mange innvandrerelever kommer fra kulturer der synet på skole og matematikk er annerledes enn i Norge, og der tallenes navn og regneoperasjonene ser annerledes ut. Det er derfor viktig at lærere er bevisst på disse forskjellene. Vi mener det er avgjørende at en lærer leser seg opp på hvordan tallsystemet er i elevens hjemland, hvilke algoritmer de bruker, og hvordan matematikkundervisningen er organisert.

I analysen kom det frem at spesielt én av elevene, Egor, var opptatt av å vise frem divisjonsalgoritmen han hadde lært i hjemlandet. I Intervjuet viste det seg at han hadde en imponerende oversikt over forskjellene i organiseringen av matematikkundervisningen i Norge sammenlignet med hans hjemland. Det kan tyde på at denne eleven både er stolt over det han har lært i sitt hjemland og kanskje ikke har fått muligheten til å bruke eller få anerkjennelse for den kunnskapen han sitter inne med. Det kan være mange årsaker til dette, spesielt i en innføringsklasse der mandatet er norskopplæring.

Shimizu og Williams (2013) poengterer viktigheten av at lærerne kjenner til kunnskapen elevene allerede innehar og bygger videre på denne, fremfor å hige etter internasjonale standarder. De viser til forskning som argumenterer for at undervisningsmetoder som er konsistente med historiske og kulturelle praksiser for den som lærer, kan være det beste for å utvikle elevenes matematiske resultater. Dette støtter det generelle argumentet at den konteksten elevene lærer i er viktig for deres læringsutbytte. En kan derfor spørre seg om det er mulig å optimalisere læringsmiljøet og matematikkundervisningen i en innføringsklasse hvor det kan være et tosifret antall nasjonaliteter. Denne oppgaven alene gir ikke et fullstendig svar på dette spørsmålet, men den bidrar til å belyse noen faktorer lærere med fordel bør være bevisste på når de underviser i klasser med flere nasjonaliteter.

Utvalget som står bak rapporten *Mangfold og mestring* (NOU 2010:7) uttalte at de så det nødvendig med en holdningsendring både i opplæringssystemet og samfunnet generelt. Denne holdningsendringen går på å se flerspråklighet som en ressurs og en verdi for Norges muligheter til å lykkes på det globale arbeidsmarkedet. I et arbeidsmarked som blir mer og mer høyteknologisk og globalisert, er både gode matematikkunnskaper og flerspråklighet en ressurs. Norge er et kunnskapssamfunn og trenger mennesker som evner å tenke kritisk og kreativt, og ser ulike løsninger på et problem. Lærerne skal tilpasse undervisningen for alle elever, også de flerspråklige. Vi håper vår forskning kan bidra til å styrke kunnskapen om og bevisstheten rundt dette temaet slik at den norske skolen blir en stimulerende og god læringsarena for alle elever.

6.2 Avslutningsvis

Dette masterprosjektet i matematikkdidaktikk har vært en lang reise. Vi startet med en idé og et ønske om dypere innsikt og forståelse om hvordan minoritetsspråklige elever løser divisjonsoppgaver innenfor naturlige tall. Fra denne idéen utviklet prosjektet seg gjennom konkretisering av hva vi ønsket å undersøke nærmere, og utforming av en konkret plan for datainnsamling. Underveis har vi tatt flere valg som har påvirket datamaterialet. Selv om det tidlig ble klart for oss at vi ønsket et elevperspektiv, måtte vi velge hvilke elever som skulle delta i prosjektet, samt hvilken metode som ville gi oss den innsikten i søkte. Problemstillingen var i stor grad veiledende for valget av oppgavebasert intervju. Filmkamera ga oss mulighet til å se igjennom filmene gjentatte ganger. Gjennom analyseprosessen kom mange spennende funn til overflaten. I drøftingsdelen diskuterte vi disse resultatene opp mot tidligere forskning. I didaktiske refleksjoner påpekte vi viktigheten av at lærere tilrettelegger undervisningen, slik at alle elever får anerkjennelse for den kunnskapen de sitter inne med, uavhengig av hvilken nasjonalitet eller skolebakgrunn de har. De forskningsetiske spørsmålene har gjennom hele prosessen vært avgjørende for valgene vi har tatt.

6.3 Videre forskning

Mer forskning på feltet er viktig for å gi lærere og politikere bedre innsikt i hvordan man kan tilrettelegge matematikkundervisning for minoritetsspråklige elever, og hvordan innføringstilbudene fungerer. Masteroppgaven er basert på et relativt lite forskningsprosjekt. Vi har gjort oss flere tanker om hva vi ville ha undersøkt nærmere om vi fikk mulighet ved en senere anledning. Vi undersøkte divisjon, men det hadde vært spennende å gjøre tilsvarende undersøkelse i de tre andre regneartene, samt andre aspekter ved matematikk. Hvis vi hadde hatt mulighet til å gjennomføre et større forskningsprosjekt, ville vi ha inkludert flere informanter i ulike aldersgrupper og fra flere nasjoner. Det ville også ha vært interessant å samarbeide med lingvister og forskere med en fot innenfor både språkvitenskapen og matematikken, slik at vi kunne sett nærmere på hvordan matematikk kan være en arena for å lære norsk.

7.Litteraturliste

Aarsæther, F. (2008). Flerspråklighet og flerspråklig praksis. I M. E. Nergård, & I. Tonne (Red.), *Språkdidaktikk for norsklærere - Mangfold av språk og tekster i undervisning* (s.110-126). Oslo: Universitetsforlaget.

Ambrose, R., Baek, J.-M., & Carpenter, T. P. (2003). Children's invention of multidigit multiplication and division algorithms. I A. J. Baroody, & A. Dowker, *The development of arithmetic concepts and skills* (s. 305-336). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Annenberg Learner (2014) The Universal Language. *Math in daily life. How do numbers affect everyday decisions?* Hentet 01.mai.2015, fra http://www.learner.org/interactives/dailymath/language.html

Anghileri, J. (2001). Development of Division Strategies for Year 5 Pupils in Ten English Schools. *British Educational Research Journal, Vol. 27*(1), s. 85-103.

Austin, J. L., & Howson, A. G. (1979). Language and mathematical education. *Educational Studies in Mathematics 10*(2), s. 161-197.

Bjørndal, C. R. (2009). *Det vurderende øyet. Observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Bloomfield, L. (1933). *Language*. New York. Holt

Bokmålsordboka. Hentet 20. april 2015, fra http://www.nobordbok.uio.no/perl/ordbok.cgi?OPP=l%C3%B8se&bokmaal=+&ordbok=bokmaal

Bradal, R. (2010, September 28). *Regnemetodens plass i grunnopplæringen.* Hentet 14.april.2015 fra, http://ronaldmatte.blogspot.no/2010/09/regnemetodenes-plass-i-grunnopplringen.html

Caelli, K., Ray, L., & Mill, J. (2003). 'Clear as mud': Toward greater clarity in generic qualitative research. *International Journal of Qualitative Methods, 2*(2). s. 1-13

Carpenter, P. T., Lindquist, M. M., Matthews, W., & Silver, E. A. (1983). Results of the Third NAEP Mathematics Assessment: Secondary School. *The Mathematics Teacher, Vol. 76*(9), s. 652-659.

Chapin, S. H., & Johnson, A. (2006). *Math Matters: Understanding the Math You Teach, Grades K-8* (2nd Edition). Sausalito, USA: Math Solutions Publications.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo:Abstrakt forlag.

Clarkson, P. C. (2007). *Australian Vietnamese Students Learning Mathematics: High AbilityBilinguals and Their Use of Their Languages.* Educational Studies in Mathematics, *Vol 64*(2), s. 191-215.

Correra, J., Nunes, T., & Bryant, P. (1998). Young Children's Understanding of Division: The Relationship Between Division Terms in a Noncomputational Task. *Journal of Educational Psychology Vol. 90*(2), s. 321-329.

Cummins, J. (1991). Independence of first- and second-language proficiency in bilingual children. I: E. Bialystok (ed.), *Language Processing in Bilingual Children* s. 77-89. Cambridge: University Press.

Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode.* Oslo: Universitetsforlaget.

Diebold, Jr. A. R. (1961) *Incipient Bilingualism* Language. Journal of the Linguistic Society of America, Vol.37(1), s. 97-112 .

Dysthe, O. (2001). Sosiokulturelle teoriperspektiv på kunnskap og læring. I O. Dyste (Red.) *Dialog, samspel og læring* (s. 33-72). Oslo: Abstrakt forlag.

Ekspertgruppa for realfagene. (2014). *REALFAG. Relevante - Engasjerende - Attraktive - Lærerike*. Hentet 15. desember 2014, fra https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/rapporter/rapport_fra_ekspertgruppa_for_realfagene.pdf

Ellerton, N. F. (1986). Children's Made-Up Mathematics Problems: A New Perspective on Talented Mathematicians. *Educational Studies in Mathematics, Vol. 17*(3), *Mathematically Able Students*, s. 261-271.

Empson, S. B., & Levi, L. (2011). *Extending Children's Mathematics. Fractions AND Decimals. Innovations in Cognitively Guided Instruction.* Portsmouth, NH: Heinemann

Engen, T. O., & Kulbrandstad, L. A. (2004). *Tospråklighet, minoritetsspråk og minoritetsundervinsing.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 16*(1), s. 3-17.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: D. Reidel.

Ginsburg, H. (1977) *Children´s arithmetic: How they learn it and how you teach it.* Austin: Little Educational Publishing.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 276-295). New York: Macmillan.

Grosjean, F. (1992). Another view of Bilingualism. I R. J. Harris, *Cognitive Processing Bilinguals* (s. 51-62). Amsterdam: Elsevier Science Publishers B. V.

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H. & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMMS 2011*. Oslo: Akademika

Hadland, K. K. (2008). *Hvordan er emnet divisjon i læreverk i matematikk i 8. klasse tilpasset lesesvake?* Stavanger: Universitetet i Stavanger.

Hadland, K. K. (2010). Å lese - en utfordring? *Tangenten, 4*, s. 30-34.

Hart, K. M. (1981). Problem solving for children talented in mathematics. I D. Blane, *The Essentials of Mathematics Education* (s. 440-443). Melbourne: Mathematical Association of Victoria.

Heesch, E., J. (2000) *Språklige minoritetselever og realfag: komparative analyser av resultatene i matematikk og naturfag til språklige minoritetselever og barn av majoritetsbefolkningen i Norge, Sverige, Danmark, Nederland og Spania*. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo, 2000.

Hvenekilde, A. (1988). *Matte på et språk vi forstår.* Oslo: Cappelen Forlag.

Imsen, G. (2005). *Elevenes verden. Innføring i pedagogisk psykologi.* Oslo: Universitetsforlaget.

Imsen, G. (2009). *Lærerens verden. Innføring i generell didaktikk.* Oslo: Universitetsforlaget

Kouba, V. L. (1989). Children's Solution Strategies for Equivalent Set Multiplication and Division Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 20*(2), s. 147-158.

Krumsvik, R. J. (2014). *Forskningsdesign og kvalitativ metode. Ei innføring.* Bergen: Fagbokforlaget.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* (translated by Teller, J.; edited by Kilpatrick, J. and Wirszup, I.) Chicago: The University of Chicago Press.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* . Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and moodeling. I F. K. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 763-804). Charlotte, NC: Information Age Pub.

Li Wei. (2000). *The Bilingualism Reader*. London/ New York: Routledge.

Lunde, O. (2001). *Lære matte på to språk - matematikkvansker hos elever fra språklige minoriteter*. Spesialpedagogikk, temanummer om matematikkvansker, hentet 14. januar 2015, fra http://www.fag.hiof.no/lu/fag/ped/skut/spesped1/fagstoff/matematikk/matte_to_sprak.pdf

Löwing , M., & Kilborn, W. (2013). *Kulturmøter i matematikkundervisningen, matematikk på 41 ulike språk.* Lund, Sverige: Studentlitteratur AB.

Maher, A. C. & Sigley, R. (2014) Task-Based Interviews in Mathematics Education. I S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht: Springer Netherlands.

Meld. St. 6 (2012-13). (2012). *En helhetlig intergreringspolitikk.* Oslo: Barne-, likestillings- og inkluderingsdepartementet. Hentet 10. februar 2015 fra https://www.regjeringen.no/nb/dokumenter/meld-st-6-20122013/id705945/

Merriam, S. B. (2014). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation: A Guide to Design and Implementation.* San Francisco: Jossey-Bass.

Moschkovich, J. (2007). Using Two Languages When Learning Mathematics. I *Educational Studies in Mathematics*, *64*(2), s. 121-144.

Moschkovich, J. (1996). Learning Math in Two Languages. I *Proceedings of the Twentieth Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *vol. 4*, s. 27–35. Spain: Universitat de Valencia. Hentet 21. april 2015, fra http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED453073.pdf

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division. I *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 28*(3), s. 309 - 330.

Månsson, A. (2014). *Grunnbok i matematikk for grunnskolelærerutdanningen.* Trondheim: Cappelen Damm Akademisk.

NAFO. (Nasjonalt senter for flerkulturell opplæring) *Kartlegging.* Hentet 10. Mars 2015 fra http://nafo.hioa.no/grunnskole/kartleggingsverktoy/

NESH. (2006) *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* Hentet 1.mai 2015, fra https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-ogteologi-2006.pdf

NOU 2010:7. (2010). *Mangfold og mestring Flerspråklige barn, unge og voksne opplæringssystemet.* Hentet 8. april 2015, fra https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/hoeringsdok/2010/201003005/nou2010_7.pdf.

Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics.* Oxford: Blackwell

OECD (2004). *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003.* Hentet 2. mai 2015, fra http://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33917867.pdf

Olsen, R. V. (2013). Et likeverdig skoletilbud. I M. Kjærnsli, & R. V. Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå: Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 277-292). Oslo: Universitetsforlaget.

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa.* Kirke-, utdannings- og forskingsdepartementet. Hentet 2. Mai 2015 fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Ostad, S. (1998). Developmental differences for solving simple arithmetic word problems and number fact problems: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *Mathematical Cognition, 4*, s. 1-19.

Pólya, G. (1990). *How to Solve it?* 3. utgave. London: Penguin

Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning (2 vol).* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Postholm, M., & Moen, T. (2009). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen. En metodebok for lærere, studenter og forskere.* Oslo: Universitetsforlaget.

Rønneberg, I., & Rønneberg, L. (2001). *Minioritetselever och matematikutbildning.* Hentet 03. april 2015 fra, http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2 Fwtpub %2 Fws %2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FBlob%2Fpdf834.pdf%3Fk%3D834

Saldana, J. (2009). *The coding manual for qualitative researchers.* Los Angeles, CA: SAGE.

Schoenfeld, A. H. (2007). Method. I F. K. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 69-106). Charlotte, NC: Information Age Pub.

Schoenfeld, A. H. (1995). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* New York: Macmillan.

Shadish, W. R., Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized causal interference.* Boston: Houghton Mifflin.

Shimizu, Y., & Williams, G. (2013). Studying learners in Intercultural Contexts. I M. K. Clements, *Third international handbook of mathematics education* (s. 145-167). New York: Springer.

Siegler, R. S. & Jenkins. E. (1989). *How children discover new strategies.* Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics, Vol 14*(1), s. 19-28.

Thompson, I. (1999). Written methods of calculation. I I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (s. 169-183). Buckingham. UK: Open Univeresity Press.

Torres, L. (1997). *Puerto Rican Dicourse: A Sosiolinguistic Study of a New York Suburb.* Mahwah: NJ:LEA.

Treffers, A., & Buys, K. (2008). Grade 2 (and 3) - Calculation up to 100. I M. v. Heuvel-Panhuizen (Red)., *Children learn mathematics: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculations with whole numbers in primary school* (s. 61-81). Rotterdam: Sense Publishers.

Van de Walle, J. A., & Lovin, L. H. (2006). *Teaching student-centered mathematics. Grades 5-8. Volume 3.* United States of America: Pearson Education, Inc.

Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Word problems. A vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school. I T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (s. 69-97). Hove, U.K: Psychology Press.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole Number Concepts and Operations. I F. K. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a* *project of the National Council of Teachers of Mathematics* (s. 557-628). Charlotte, NC: Information Age Pub.

Utdanningsdirektoratet (2012a). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Hentet 01.05.2015, fra http://www.udir.no/Upload/larerplaner/lareplangrupper/RAMMEVERK_grf_2012.pdf?epslanguage=no

Utdanningsdirektoratet. (2012b). *Veileder. Innføringstilbud til nyankomne minoritetsspråklige elever.* Oslo.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Kartlegging av innføringstilbud til elever som kommer til Norge i ungdomsskolealder og som har får års skolegang før ankomst.* Oslo: Rambøll management.

Utdanningsdirektoratet. (2014). *Eksempeloppgåver og tidlegare oppgåver rekning.* Hentet 03.mai.2015, fra http://www.udir.no/Vurdering/Nasjonale-prover/Regning/Oppgaver_rekning/

Zantella, A. C. (1981). Tà bien, You coud answer me en cualuier idioma: Puerto Rican code switching in bilingual classrooms. I R. Duran, *Latino Language and Communicative Behavior* (s. 109-130). Norwood: NJ: Abelex Publishing Corporatio

Vedlegg 1. Intervjuguide

Vi har vært assistenter i matematikktimene fem ganger uten å samle noe data. Dette har vært avklart med rektor og matematikklærer, og har vært en arena for å skape relasjon med de aktuelle elevene. Dette fordi vi tror at dersom de kjenner oss/føler seg trygg er det større sannsynlig at de føler det er en ok situasjon å sitte å tenke høyt mens de regner når datainnsamlingen skal skje.

1. Uformell prat (2 min)

Snakke litt løst og fast mens vi går fra klasserom til grupperom.
Si at vi ønsker å skrive en oppgave om hvordan elever tenker mens de løser noen matematikkoppgaver.

2. Informasjon (5-10 min)

- <u>Si litt om temaet for samtalen:</u>

- Vi vil først stille noen spørsmål om din bakgrunn og om matematikkundervisning. Du står helt fritt til å svare på spørsmålene.

- <u>Forklar hva intervjuet skal brukes til og forklar taushetsplikt og anonymitet. Opplyse om hvilke konsekvenser det medfører å delta i intervjuet:</u>

Datamaterialet vil bli behandlet konfidensielt. Datamaterialet vil bli brukt for å svare på en problemstilling i en masteroppgave. Det vil ikke innvirke deres hverdag på noen måte. Opplyse om at datamaterialet vil bli anonymisert og at kodenøkkel vil bli oppbevart adskilt fra resten av datamaterialet i et låsbart skap. I tillegg vil alt materialet som direkte eller indirekte kan identifisere personene bli slettet/makulert innen 3. juni.
Opplyse om at informanten står fritt til å avslutte intervjuet når som helst.
Opplyse om hvor lang tid intervjuet vil ta (ca 30 min).

Vi vil først stille noen spørsmål som du står fritt til å svare på. Disse spørsmålene vil vi bruke for å lage en oversikt og se etter sammenhenger. Etter spørsmålene er stilt vil vi gi deg 2-4 matematikkoppgaver som vi ønsker du skal løse mens du tenker høyt. Du har penn og papir foran deg som du kan bruke om du ønsker det. Målet med oppgaven er at vi får høre hvordan du tenker mens du løser den.

Vi har taushetsplikt, det vil si at ingen andre enn oss og vår veileder vil kunne se hva du har svart. Når vi skal skrive oppgaven vår vil du bli anonymisert, det vil si at vi ikke vil bruke navnet ditt, eller skrive på en måte som gjør at noen kan gjenkjenne deg.

- Informer om ev. opptak, sørg for samtykke til ev. opptak:

- Det vil bli gjort videoopptak av arket mens du regner, og vi vil også ta opp lyd mens du snakker. Også dette er det bare vi og vår veileder som vil ha tilgang til. Ingen andre enn oss kommer til å se videoene. Når oppgaven vår er ferdig skrevet vil både videoene og annet materialet bli slettet.
Er det greit for deg at vi filmer?

- Spør om noe er uklart og om eleven har noen spørsmål
- Start opptak

3. Selve intervjuet/datainnsamlingen

- Hvor gammel er du?
- Hvilket land har du bodd lengst i?
- Har du gått på skole før? Hvor? Hvor lenge?
- Hvor gammel var du da du begynte på skolen?
- Hvordan var matematikkundervisningen i hjemlandet ditt?
- Hvordan syns du matematikkundervisningen er i Norge?
- Be elevene tenke høyt mens de løser 5 utvalgte matematikkoppgaver.

Hvis eleven sier/gjør dette	**Intervjuers reaksjon**
Vet ikke hvordan jeg skal løse denne oppgaven	Avklare at oppgaven er forstått (se under), deretter oppfordre eleven til å prøve å løse oppgaven. Si at det er mulig å finne løsning uten å kunne sette opp et delestykke. «Hva er vanskelig?»
Forstår ikke oppgaveteksten	Forklarer oppgaven på både norsk og engelsk, eventuelt lar eleven bruke google translate på ipad til å oversette oppgaven til sitt morsmål
Er dette riktig ?	Henvise til det vi sa før vi startet intervjuet; Vi er ikke ute etter at de skal svare riktig eller galt, men vil at de skal fortelle hvordan de tenker når de løser.

	«Hvorfor mener du dette er riktig?» Få dem til å begrunne selv.
Har dette noe med tegning å gjøre? Kan jeg tegne?	Du kan prøve å se om det hjelper deg på veien.
Jeg har ikke lært deling/Jeg kan ikke dette	Prøv så godt og langt du kan. Når det stopper opp, forklar hvorfor det stopper opp. Kan du løse det på andre måter? Ligner dette på noe du har sett før?
kommer ikke lenger	Forklar hvorfor det stopper opp. Kan du løse det på andre måter? Ligner dette på noe du har sett før? Kan du illustrere/tegne? Kan du gjette?
Kun kommer med et svar på oppgaven.	Kan du fortelle hvordan du har tenkt?

Etter oppgavene:

- Hvordan likte du disse oppgavene?
- Gikk det greit å løse dem?
- Har du løst denne type oppgaver før? Hjemlandet/Norge

4. Avslutning

- Da er vi ferdig, er det noe du ønsker å si før vi går?

Vedlegg 2. Tegn brukt i transkribering

Tegnbruk:

[ ] To klammer ble benyttet for å sette inn et ord for å gi setningen mening. For eksempel kunne elevene si den når de mente timen. Da kunne vi skrive …den [timen], for å gi transkripsjonen mening til leserne.

=   Likhetstegn på slutten av en linje og på begynnelsen av neste linje indikerer at det er sammenheng mellom de to linjene, og ikke «hull» i utsagnet.

(.) Parantes med et punktum viser at det er et lite «hull» mellom det som blir sagt.

(...) Parentes med flere punktum viser til en lengre tenkepause.

::   Kolon uttrykker forlengelse av lyden de står direkte foran. Jo flere kolon jo lengre blir lyden

holdt. For eksempel «Eh::».

()   Tom parentes indikerer at vi ikke hører hva som blir sagt.

(()) Dobbel parentes beskriver hva elevene gjør snarere enn det som blir sagt.

Vedlegg 3. Infoskriv

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Matematikk i et flerspråklig klasserom»

Bakgrunn og formål

Vi er to masterstudenter i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Tromsø. Våren 2015 skal vi skrive masteroppgave i matematikkdidaktikk der tema vil være flerspråklige elevers matematiske kompetanse. Formålet med studien er å kartlegge elevenes matematiske kompetanse innenfor noen utvalgte oppgaver i matematikk, og elevenes holdninger til matematikkfaget. Foreløpig problemstilling: *Hvordan løser 4-8 elever i en innføringsklasse utvalgte matematikkoppgaver?*

Hva innebærer deltakelse i studien?

Vi vil ta ut en og en elev fra klassen og be dem løse utvalgte matematikkoppgaver. Mens de løser oppgavene vil vi be dem fortelle hvordan de tenker. Vi ønsker å benytte oss av videokamera, men vi vil ikke filme eleven, men filme arket, slik at vi kan se hvordan de går fram når de løser oppgavene. Vi vil ha morsmålslærer til stedet, så langt det lar seg gjøre, som bistand dersom elevene ikke forstår hva det spørres etter. Vi ønsker ikke å avdekke elevenes språklige utfordringer, men deres faktiske matematiske kompetanse.

I tillegg vil vi benytte semistrukturert intervju, for å avdekke elevenes holdninger til matematikkfaget. Varighet på studien vil være ca. 40 minutter pr elev.

Spørsmålene til elevene vil omhandle deres holdninger til faget og matematikkopplæringen i hjemlandet. Intervjuene vil bli tatt opp med videokamera/ evt båndopptaker dersom lyden ikke er god nok. Dette vil vi teste ut på forhånd. I tillegg vil vi innhente informasjon om elevenes alder, nivå i matematikk og nasjonalitet fra kontaktlærer.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. De som har tilgang til personopplysninger er masterstudentene Ingrid Wikeland Lotternes og Marte Skrivervik, samt veileder Per

Øystein Haavold. Personopplysninger/opptak lagres konfidensialitet. Navn lagres på koblingsnøkkel adskilt fra øvrige data i et låsbart skap.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 3.06.15. Da vil koblingsnøkkel bli makulert, all data som direkte eller indirekte kan identifisere personer slettet, inkludert videoopptakene.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg slettes. Dersom du ikke ønsker at diss barn skal delta vil det ikke påvirke barnets undervisningstilbud eller forholdet til skolen.

Foreldre kan på forespørsel få se intervjuguiden.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med masterstudentene Ingrid W. Lotternes tlf:98860565 , Marte Skrivervik tlf:93034060, eller prosjektleder som kan nås på telefonnummer 776 45587.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og tillater at mitt barn deltar i studien

----

(Signert av foresatte, dato)

☐ ***Jeg samtykker til at mitt barn kan delta i intervju om matematikkferdigheter og holdninger***

☐ ***Jeg samtykker til at opplysninger om mitt barn kan innhentes fra klasselærer***

Vedlegg 4. Godkjenning fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Per Øystein Haavold
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk UiT Norges arktiske universitet

9006 TROMSØ

Vår dato: 03.12.2014	Vår ref: 40509 / 3 / IB	Deres dato:	Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 29.10.2014. Meldingen gjelder prosjektet:

40509	*Matematikk i et flerkulturelt klasserom*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Per Øystein Haavold*
Student	*Marte Skrivervik*

Personvernombudet har vurdert prosjektet, og finner at behandlingen av personopplysninger vil være regulert av § 7-27 i personopplysningsforskriften. Personvernombudet tilrår at prosjektet gjennomføres.

Personvernombudets tilråding forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 03.06.2015, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Inga Brautaset

Kontaktperson: Inga Brautaset tlf: 55 58 26 35
Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Marte Skrivervik marte.skrivervik@hotmail.com

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.