UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Hva kan nasjonale prøver fortelle om norske elevers prestasjoner i regning og brøk?

En utforskende studie av nasjonale prøver i regning 2014

—

Renate Brandsegg og Kristina Torbergsen

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn   Mai 2015

LRU – 3903 Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Sammendrag

Denne masterstudien i matematikkdidaktikk forsøker å besvare problemstillingen: Hva kan nasjonale prøver fortelle om norske elevers prestasjoner i regning og brøk? Dette blir knyttet opp mot hvilken innvirkning alder, kjønn og bosted har på norske elevers prestasjoner, samt brøkutvikling over tid. Utvalget har bestått av omtrent 170 000 norske elever på femte, åttende og niende trinn som gjennomførte nasjonale prøver i regning i 2014.

For å besvare problemstillingen er både kvantitativ og kvalitativ metode benyttet. Kvantitativt blir prestasjonene beskrevet gjennom analyser gjennomført i SPSS, mens kvalitativ metode er hovedsakelig benyttet i innholdsanalyse av oppgaver for 8.trinn, og til dels 9.trinn. I oppgaveanalysen er følgende teoretiske rammeverk lagt til grunn for vurdering av oppgavene: Leung og Silver (1997) og Reed (1999) for kompleksitet, OECD (2013) for kontekster og Behr et al. (1983) for brøk. Det viser seg at relativ alderseffekt har lite å si for norske elevers prestasjoner i regning og brøk. Til tross for signifikante forskjeller mellom gutter og jenter i regning, har dette ingen pedagogisk betydning. Å være elev i Nord Norge skiller lite fra resten av landet, men sammenlignet med Oslo viser vi til en liten negativ effekt. For å bli en god regner, må elevene både beherske matematikken, ulike kontekster og kompleksitet i oppgavene. Sammensatte oppgaver i hverdagsmatematikk som krever en kombinasjon av flere regnearter, strever norske elever med. Når brøk skal omtales, anvendes prestasjonene til å nyansere brøkkunnskapen til norske elever. Resultatet i brøk deler seg i to hovedretninger. Elevene gjør det bra i oppgaver med enkle sammenligninger, men sliter når brøken ikke er formulert i tekst, altså ved hjelp av symboler. Nasjonale prøver kan også fortelle at den pedagogiske betydningen er liten av ett år mer med brøkregning.

Forord

Å gjennomføre et masterstudie, har vært som en lang fjelltur uten kart og kompass. Det har ikke vært lett å planlegge tidsaspekt og riktig rute. Da vi trodde vi så toppen, var det fortsatt en lang vei å gå. Det var betryggende å møte på fjellvante folk som kunne lede oss tilbake til stien. For å kunne gjennomføre den strabasiøse turen mot målet ønsker vi å takke flere.

Vi vil takke vår veileder Ove Drageset for et godt og konstruktivt samarbeid. Takk for gode diskusjoner med faglig tyngde og motiverende ord underveis. Takk til Utdanningsdirektoratet ved Hilde Olsen som har vært behjelpelig med utlevering av datasett, samt gjort nødvendige avklaringer om datasettene. En takk rettes også til fremsynte beslutningstakere ved Universitetet i Tromsø som tok initiativet til en femårig lærerutdanning, og ga oss muligheten til å være de første som fullfører integrert master i lærerutdanning i Norge.

Takk til alle medstudenter som har vandret sammen med oss. Særlig takk til Marthe Flovik som har gitt oss språklig assistanse. Takk til alle dere som har heiet på oss frem mot toppen. Deres støtte og oppmuntrende ord på dager i motvind har vært uvurderlig. Turopplevelsen blir alltid best når den kan deles med andre, vi takker hverandre for en fin, slitsom og minnerik tur. Det er godt å nå toppen når man er to!

Renate Brandsegg og Kristina Torbergsen

Tromsø, 15.mai 2015

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

Da vi skulle velge tema for masteroppgaven, var vi opptatt av å ha et prosjekt som vi kunne ta med oss inn i læreryrket. Nasjonale prøver vil være med på å prege skolehverdagen, og vi har skrevet en faglig tilnærming til kvalitetsverktøyet nasjonale prøver. Vårt fokus har vært å si noe om hva nasjonale prøver kan fortelle om elevers prestasjoner innenfor regning og brøk, og har en matematikkdidaktisk tilnærming. Det stilles store krav til dagens lærere. Muligens større i fremtiden. Skal vi kunne utvikle skolen basert på kunnskap, må vi ha tilgang på forskning. Etter vårt syn er det vanskelig å endre klasseromspraksisen uten å ha kunnskap om elever og spesifikt om elevene sine.

1.1 Bakgrunn for problemstilling

Masterprosjektet vårt startet med en nysgjerrighet til et fenomen som ses i idretten, nemlig at unge født tidlig på året oftere var å finne på aldersbestemte landslag. De samme barna som springer på fotballbanen på ettermiddagen, er å finne i klasserommet på dagtid. Dette fikk oss til å undre oss over om det er like tendenser i skolen som i idretten, herunder om januarbarn lykkes oftere enn desemberbarn. Eller er det antall år på skole som avgjør elevenes prestasjoner. Vi har stadig fått høre at jentene har et forsprang på guttene i skolen. Men i matematikk har vi hørt det er annerledes. Det fanget vår oppmerksomhet, fordi vi ønsker å vite om det faktisk er kjønnsforskjeller av betydning i matematikk. Matematikkundervisningen skjer på skoler i hele Norge. Men, stadig debatteres ulikhetene i elevenes prestasjoner ut i fra postnummer. Siden vi ønsker å undervise i Nord-Norge de kommende årene, er vi nysgjerrig på virkningen det har å gjennomføre skolegangen i den nordligste landsdelen.

Vi håper å bli lærere som inspirerer elevene til å ta i bruk matematikken også utenfor klasserommet. I mange situasjoner i løpet av en dag, vil en elev møte utfordringer som krever regneferdigheter. Da må elevene ha øving på situasjoner hvor matematikken er en naturlig del av hverdagen. Regning måles i nasjonale prøver, og resultatene fra prøven kan fortelle noe om norske elevers prestasjoner når matematikken er satt i dagligdagse situasjoner. Matematikken består av mange sammenflettede tema, og brøk er et område vi ofte får høre at norske elever sliter i. Derfor var det naturlig for oss å se nærmere på brøk, særlig fordi vi undret oss om norske elever er dårlig i alle brøkoppgaver. Vi kan ikke bare snakke om at norske elever er dårlig i brøk, vi må vite hvor utfordringene ligger

Faktorer som påvirker læring er uendelige. Noen faktorer kan elevene påvirke selv, mens andre er iboende i eleven som han eller hun i utgangspunktet ikke kan endre. Som lærer er det viktig å kjenne sine elever slik at alle får tatt ut sitt potensiale i skolen. Gjennom vårt femårige studieløp har vi blitt presentert og konfrontert med påstander om påvirkninger på elevenes prestasjoner i matematikk. Påstandene består av faktorer som "alle" vet om norske elever, men som ingen har bekreftet på en overbevisende måte. Vi skal undersøke nærmere kjønn, alder og bosted og deres påvirkning og betydning for elevprestasjoner. Med bakgrunn i dette, anvender vi data fra nasjonale prøver i regning for å undersøke de tre påstandene vi har funnet mest interessant:

- Januarbarn gjør det bedre enn barn født i desember
- Gutter presterer bedre enn jenter
- Elever fra Nord-Norge skiller seg ut i negativ retning i forhold til resten av landet

For å kunne gi svar på påstandene om kjønn, alder, bosted og brøkkunnskapene til norske elever, trengte vi et representativ utvalg som kunne fortelle oss noe om dette. Nasjonale prøver i regning for 5. og 8.trinn inneholder all informasjon for å svare på alle våre undringer. Med bakgrunn i dette skal vi forsøke og besvare følgende problemstilling med to underforskningsspørsmål:

Hva kan nasjonale prøver fortelle om norske elevers prestasjoner i regning og brøk?
- Hvilken betydning har alder, kjønn og bosted?
- Hvilken betydning har ett år mer på skole for elevenes brøkprestasjoner?

Problemstillingen skal besvares gjennom kvantitativ og kvalitativ metode. Vi har hatt en utforskende tilnærming til vårt datamateriale, fordi vi ikke visste hvilke svar våre data ville gi.

Etter hvert ønsket vi å belyse elevprestasjoner med mer enn bare statistiske mål, fordi vi så at nasjonale prøver kan fortelle mye om regning og brøk. Når vi skal presentere hva nasjonale prøver forteller om regning og brøk, har vi anvendt innholdsanalyse av oppgavesettet. Oppgavene er vurdert ut i fra tre teoretiske rammeverk: kontekster, aritmetisk kompleksitet og brøkinnhold. Deretter er oppgavene analysert med kvantitative analyseverktøy. For å si noe om utvikling av norske elevers brøkprestasjoner, er resultater fra 9. trinn benyttet for å belyse progresjon. Med andre ord vil vår oppgave gjenspeile vår interesse for tall og sammenligninger. Problemstillingen kunne vært besvart med å sammenligne ulike gjennomsnittsverdier, men vi har vært opptatt av å gi en pedagogisk betydning til våre funn. Derfor benytter vi flere kvantitative analyseverktøy for å si noe om norske elever.

1.2 Oppbygging av oppgaven

Kapittel 2 danner det teoretiske grunnlaget for vår masterstudie. Her vil det bli presentert bakgrunnsteori for våre tre variabler kjønn, alder og bosted, nasjonale prøver, grunnleggende ferdigheter og det teoretiske rammeverket for oppgaveanalysen.

I kapittel 3 redegjør vi for våre metodiske tilnærminger. Videre vil både utvalg og kvantitative og kvalitative analyseverktøy bli presentert og begrunnet. Kapitlet avsluttes med metodekritikk og en etisk drøfting.

I kapittel 4 presenteres våre resultater og tilhørende drøftinger. Dette kapitlet er bygd opp i tre deler. De to første delene besvarer det første underspørsmålet vårt. I første del har vi en deskriptiv tilnærming til datamaterialet for å belyse de tre bakgrunnsvariablene kjønn, alder og bosted. Den andre delen har en analytisk tilnærming til bakgrunnsvariablene. I den siste delen presenteres oppgaveanalysen og det er først her regning og brøk vil bli tillagt innhold. Dette er den mest omfattende delen, da dette er vektlagt i vår problemstilling.

I kapittel 5 konkluderer vi ut i fra vår problemsstilling ved hjelp av våre funn og drøftinger.

2. Teori

Dette kapitlet omhandler teori som ved hjelp av metoden skal besvare problemstillingen. Kapitlet starter med et prinsipp for opplæringen, og hva som kan påvirke læring. Videre vil bakgrunnsteori for grunnleggende ferdigheter og nasjonale prøver blir belyst, med fokus på regning. Fra og med kapittel 2.6 presenteres teori som danner rammeverk for oppgaveanalysen.

2.1 Tilpasset opplæring

Et av hovedformålene med å gå på skole er å lære, og læreplanens rammeverk definerer de ulike læringsmålene. Elever lærer i ulikt tempo, derfor må lærere tilpasse opplæringen til hver enkelt. Det er et mål at alle skal få utfordringer tilpasset sitt nivå, men også få mulighet til utvikling. For å oppfylle disse forventningene er tilpasset opplæring et gjennomgående prinsipp for hele grunnskoleopplæringen, og opplæringsloven § 1-3 slår fast følgende:

"Opplæringa skal tilpassast evnene og føresetnadene hjå den enkelte eleven, lærlingen og lærekandidaten" (Opplæringslova, 1998)

Loven forplikter lærer og skoleeier til å stå ansvarlige for grunnskoleopplæringen. Med tilpasset opplæring menes at undervisningen skal tilpasses til hver enkelt elevs behov, mestring, bakgrunn og forutsetninger, slik at elevene lærer best og mest mulig. Som lærer er det mange grep som kan iverksettes for å tilpasse undervisningen til enkelteleven, og elevgruppen. Blant annet variasjon i arbeidsmetoder, tempo og vanskelighetsgrad (Utdanningsdirektoratet, 2012a). Utdanningsdirektoratet (2014a) påpeker at arbeid med kompetansemål og gode kunnskaper om elevene i klassen er det som skal til for å drive tilpasset opplæring på lokalt nivå. For at læreren skal kunne tilpasse opplæringen til hver enkelt elev må han kjenne elevene på flere områder. Både sosiale og faglige faktorer kommer til uttrykk i klasserommet, og må være en del av hensynene som tas i undervisningen.

For å kunne drive med tilpasset opplæring må man vite noe om hva som påvirker læringssituasjonen. Hattie (2013) har samlet mer enn 800 metaanalyser av skoleprestasjoner for å si noe om hva som har effekt på læring. Han nevner spesifikt seks faktorer med en rekke underkategorier, som påvirker elevens læring og prestasjoner: Eleven, hjemmet, skolen, læreplaner, lærere og undervisningstilnærminger. Det eleven tar med seg til undervisningen og som spiller inn på læring, kan være påvirket av arv og tidligere erfaring fra barndommen. Eksempelvis viser Hattie (2013) at prematurfødsel og motivasjon spiller inn med middels effekt på elevens læring. I kategorien hjemmets sosioøkonomiske status ligger foreldrenes inntekt, utdanning og yrke, som samlet spiller inn med middels effekt. Middels effekt må forstås som en merkbar betydning for elevens prestasjoner. I tillegg vises det til at faktorer på skolen har større betydning for læring enn faktorer mellom ulike skoler. For eksempel blir lærerens tydelighet og lærer-elev relasjoner sett på som faktorer med stor innvirkning på læring.

Til tross for effektmålene presentert i forrige avsnitt, finnes ikke entydig mønster i hva som påvirker elevprestasjoner. Oslo og Akershus presterer best på nasjonale prøver, og dette forklares ofte med over gjennomsnittlige inntekts- og utdanningsnivå (Grøgaard, 2012). Derfor er det interessant å sammenligne disse faktorene i andre fylker som også scorer godt på nasjonale prøver. I Norge har man igangsatt et forskningsprosjekt, ”Lærande regionar”, for å finne årsaken til at elever fra Sogn og Fjordane presterer godt på nasjonale prøver (Høgskulen i Sogn og Fjordane, 2015). Fire fylker som alle lå under gjennomsnittlig inntekts- og utdanningsnivå, og som samtidig hadde svært like resultater på nasjonale prøver ble sammenlignet. Spørsmålet som kan stilles, er hva som kan forklare de gode resultatene i Sogn og Fjordane? Forskningsgruppen (Høgskulen i Sogn og Fjordane, 2015) har pekt på ulike suksesskriterier som kjennetegner fylket. Et overordnet funn, var skolenes fokus på utviklingsarbeid. Andre faktorer med innvirkning på elevprestasjonene i fylket, var at skolen og læreren hadde en sterk rolle i samfunnet. Fylket hadde god rekruttering av lærere, og det viste seg at lærerne som hadde 30 ekstra studiepoeng i matematikk fikk bedre elevprestasjoner sammenlignet med de uten tilleggsutdanning. Det eksisterte et sterkt foreldreengasjement, hvor foreldre både søkte informasjon om og var i god kontakt med skolen. Med andre ord, er det ikke enkelvariabler som kan forklare elevprestasjonene.

2.2 Bakgrunnsvariabler

I alle våre analyser vil det være tre bakgrunnsvariabler som er gjennomgående for å belyse problemstillingen: kjønn, alder og bosted. Dette er forhold elevene kan gjøre lite med – du er født med et kjønn, alderen din er bestemt av en fødselsdag i et gitt år og et barn har sjelden innvirkning på foresattes valg av bosted.

Kjønn

Et vanlig norsk klasserom består av både gutter og jenter. Gjennom barne- og ungdomstrinnet vil gutter og jenter ha ulik fysiologisk utvikling, hvor jentene ofte er foran guttene i kjønnsmodning (Tetzchner, 2012). Selv om jentene har et fysiologisk forsprang på guttene i puberteten, så varierer kjønnsforskjeller i matematikkprestasjoner mellom jentenes og guttenes favør. I Norge er det ikke et entydig bilde på kjønnsforskjellene i matematikkprestasjoner. For eksempel viser den internasjonale undersøkelsene PISA (Kjærnsli & Olsen, 2013) ingen signifikante kjønnsforskjeller, mens TIMSS viser til en liten kjønnsforskjell på 4.trinn og ingen på 8.trinn (Grønmo, Onstad, Nilsen, Hole, Aslaksen & Borge, 2012). Tidligere resultater i nasjonale prøver i regning viser en signifikant forskjell i guttenes favør (Ravlo, Vinje, Johansen & Åsenhus, 2014). Jentene på sin side gjør det signifikant bedre enn guttene på eksamener i grunnskolen og videregående skole i matematikk (Bjørkeng, 2011). Eksemplene understreker variasjonen i kjønnsforskjellene i matematikk, og det er utfordrende å beskrive et entydig bilde på kjønnsforskjellene i Norge. Nortvedt (2014) påpeker at forskjellene må tolkes med varsomhet, underforstått må man være forsiktig med hvor stor pedagogisk betydning man tillegger de eventuelle ulikhetene.

Alder – relativ alderseffekt

Alle elever i klasserommet er født på en bestemt dato i en av årets tolv måneder. Det vil være spredning i elevenes fødselsdager. Forskjellen i alder innenfor samme aldersgruppe eller år, omtales som den relative aldersforskjellen. Når vi omtaler relativ alderseffekt, er det effekten aldersforskjellen har innad i en aldersgruppe. Dalen og Aune (2013) mener denne forskjellen har betydning i ung alder. For eksempel vil en femteklassing som er født i januar og er ti år ha levd omtrent 10% lengre enn klassekameraten som er født i desember.

Begrepet relativ alderseffekt har sitt utspring fra idrettsverden. Man har sett en klar tendens på ulike aldersbestemte landslag at flere spillere er født i første halvdel av året enn i siste (Dalen & Aune, 2013). Begrepet er også tatt i bruk i utdanningsforskning. Allerede på 60-tallet observerte Jinks (1961) at elever født tidlig på året hadde høyere måloppnåelse enn de som var født sent. Til tross for at det har vært kjennskap til relativ alderseffekt lenge, har McPhillips og Jordan-Black (2009) uttalt at det er mangelfull forskning på sammenhengen mellom relativ alderseffekt og kognitive eller akademiske prestasjoner hos elevene. I norsk sammenheng har Dalen og Aune (2013) gjennomført en studie og undersøkt om det var en relativ alderseffekt ved vurdering i kroppsøving, matematikk og norsk skriftlig hovedmål. Utvalget bestod av tiendeklassinger og studiespesialiserende fra VG2 og VG3 på videregående. Det var tre hovedresultater fra studien. For det første ble det funnet signifikant relativ alderseffekt på alle klassetrinn i kroppsøving. I norsk presterte elever født i første halvår bedre enn de i siste halvår. Et tredje funn var i matematikk, hvor det ikke ble funnet signifikante forskjeller, men det ble observert en prosentvis nedgang i elevenes vurderingsresultat i matematikk fra første til siste kvartal.

Bosted

Norge er et langstrakt land med ulik demografisk sammensetning og det er forskjeller mellom landsdelene. Offentlig statistikk viser at i Nord Norge har 24,7% av alle over 16 år høyere utdanning, mens Oslo på sin side er oppe i 43,9%. Landsgjennomsnittet for øvrig ligger på omtrent 29,2 % (Kommuneprofilen, 2015). Når det gjelder frafall i videregående skole er frafallsproblematikken spesielt stor i Nord-Norge, sammenlignet med både resten av landet og andre landsdeler isolert sett (Byrhagen, Falch & Strøm, 2006). Samtidig er det verdt å bemerke at de nordnorske ungdommene i større grad tar yrkesfag, og fagarbeidere er noe Norge har behov for i framtiden (Troms fylkeskommune, 2014). Troms er det fylket i landet med færrest lærere i grunnskolen som underviser i matematikk uten studiepoeng med 7,2%. For de resterende fylkene i Nord-Norge har Nordland og Finnmark henholdsvis 21,9 og 18,6 % av lærere uten studiepoeng i matematikk. I Oslo er denne prosentandelen 21,3% (Lagerstrøm, Moafi & Revold, 2014).

2.3. Grunnleggende ferdigheter

Kunnskapsløftet ble innført som ny læreplan for norsk skole i 2006. Grunnleggende ferdigheter ble da innført som en ny dimensjon. De fem grunnleggende ferdighetene som skulle implementeres i alle fag er: muntlige ferdigheter, å kunne lese, å kunne uttrykke seg skriftlig, å kunne regne og å bruke digitale ferdigheter (St.meld. nr. 30 (2003–2004)). Grunnleggende ferdigheter er et overordnet prinsipp, samtidig som det er inkludert i fagspesifikke retningslinjer for utvikling av helhetlig fagkompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2012b). For eksempel handler ikke faget kroppsøving bare om å være fysisk sterk. Den grunnleggende ferdigheten *å regne* kommer til uttrykk gjennom for eksempel beregning av lengder, tider og krefter. En grunnleggende forståelse av tall er vesentlig i planlegging i kroppsøvingsfaget (Utdanningsdirektoratet, 2012c). I praksis betyr dette at man bruker regning i for eksempel kartlesing gjennom målestokk, og tid på lengdedistanser. Det er altså ikke bare matematikklæreren som er ansvarlig for elevens regneopplæring, men en forpliktelse alle lærere har.

De grunnleggende ferdighetenes overordnede ide, er å gi elevene de nødvendige forutsetningene for læring og utvikling i skole, arbeid og samfunnsliv. Dette skal skje gjennom en kontinuerlig utvikling gjennom det 13-årige skoleløpet (St.meld. nr. 30 (2003–2004)). Dermed blir grunnleggende ferdigheter nødvendig både for å utvikle elevens fullstendige kompetanse i skolefag, men også for elevens liv utenfor klasserommet. Det er ikke bare i norsk skole ideen om grunnleggende ferdigheter er tilstede. Stortingsmelding nr 30 (2004) omtaler at de grunnleggende ferdighetene tilsvarer det engelske begrepet ”literacy”. Det finnes ingen god norsk oversettelse av literacy. Literacy-begrepet kan ikke direkte oversettes til lesing, men må ses på som en sammensetning mellom lesing, skriving og regning. I grunnleggende ferdigheter er også viktigheten av digitale og muntlige ferdigheter poengtert.

2.4 Regning og matematisk literacy

Regning er en av de grunnleggende ferdighetene som skal integreres i alle fag. Det kanskje mange assosierer med regning, er å gjøre beregninger som en del av matematikken. Regning er definert på følgende måte:

Å kunne regne er å bruke matematikk på en rekke livsområder. Å kunne regne innebærer å resonnere og bruke matematiske begreper, fremgangsmåter, fakta og verktøy for å løse problemer og for å beskrive, forklare og forutse hva som skjer. Det innebærer å gjenkjenne regning i ulike kontekster, stille spørsmål av matematisk karakter, velge holdbare metoder når problemene skal løses, være i stand til å gjennomføre dem og tolke gyldigheten og rekkevidden av resultatene. Videre innebærer det å kunne gå tilbake i prosessen for å gjøre nye valg. Å kunne regne innebærer å kommunisere og argumentere for valg som er foretatt ved å tolke konteksten og arbeide med problemstillingen fram til en ferdig løsning (Utdanningsdirektoratet, 2012b:12).

Meningen med begrepet regning i norsk skole inneholder mer enn bare matematiske utregninger, fordi regning handler om å anvende matematikk på ulike livsområder. Dette kan være å ta stilling til samfunnsspørsmål og hensiktsmessige avgjørelser på ulike områder i eget arbeids- og dagligliv (Utdanningsdirektoratet, 2012b). For å gi en utdypende beskrivelse av regnebegrepet, tilføyes St.meld 30 (2004) forståelse om å regne som å anvende de fire regneartene og forholdstall. Dette for å løse et mangfold av oppgaver og utfordringer i både daglige og faglige situasjoner, i tillegg til å kunne se og tolke mønstre og grafer.

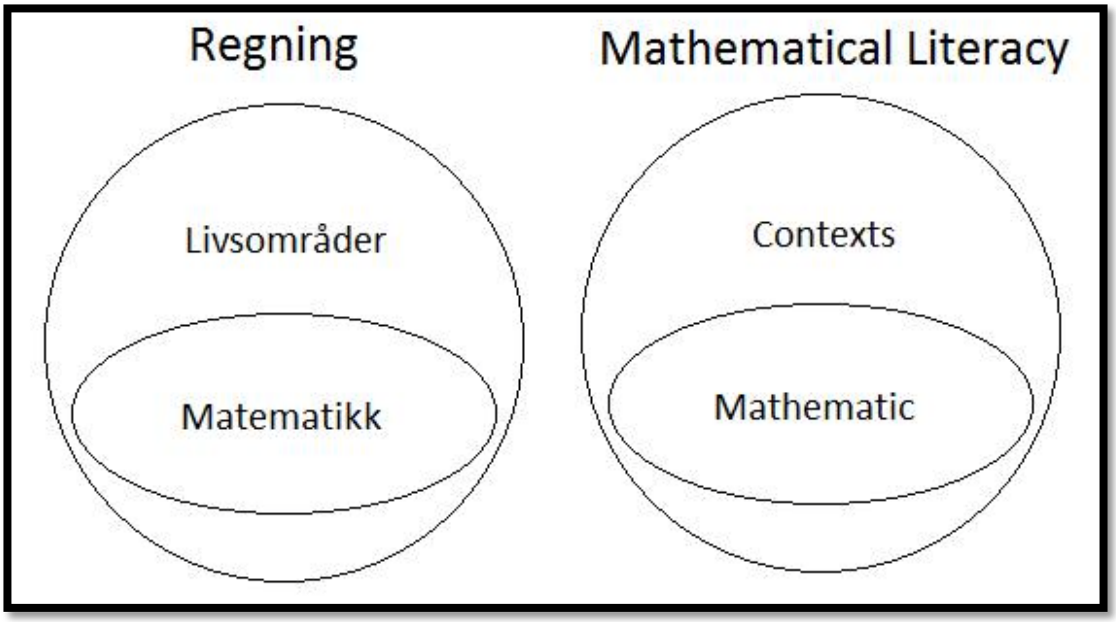
Det er ikke enestående for norsk skole å omtale matematikk som en del av en større helhet. OECD (2013) har i rammeverket til den internasjonale prøven PISA (Program for international Student Assenssment) definert matematisk literacy på følgende måte:

Mathematical literacy is an individual's capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens (OECD, 2013:5.).

Matematisk literacy tillegger det å kunne ”anvende matematikk” stor plass (Kjærnsli & Olsen 2013). OECD (2013) har argumentert for å motivere elevene til å lære matematikk gjennom å se relevans av faget utenfor skolen. I den sammenheng settes oppgavene i fire ulike kontekster som skal gjenspeile situasjoner og utfordringer unge mennesker møter i hverdagen: *personlige* (personal), *yrkesliv* (occupational), *samfunn* (societal) og *vitenskapelig* (science). Med dette menes at matematikken skal brukes i hverdagslivet, og ikke bare for oppgaveløsning.

Det finnes likheter mellom definisjonene på regning og matematisk literacy. For det første skal matematikken anvendes på en rekke livsområder i regning, omtalt som matematiske kontekster i matematisk literacy. For det andre kan innholdet i definisjonen på regning og matematisk literacy sies å være tilnærmet lik. I nasjonale prøver heter det (…) *Å kunne regne innebærer å resonnere og bruke matematiske begreper, fremgangsmåter, fakta og verktøy for å løse problemer og for å beskrive, forklare og forutse hva som skjer* (Utdanningsdirektoratet, 2012b:12). Mens OECD inkluderer matematisk literacy (…) *It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts and tools to describe, explain and predict phenomena (OECD, 2013:5)*. Dersom vi oversetter de engelske verbene til norsk, ser vi likheter: reasoning -resonnere, using -bruke, describe -beskrive og explain and predict - forklare og forutse. Dette forklarer et tilnærmet likt innhold på regning og matematisk literacy. Den tredje likheten, er fokuset begge har på å kunne tolke gyldigheten/føre bevis. En viktig understreking er at nasjonale prøver har mer fokus på den matematiske prosessen i sin definisjon enn OECD.

En ulikhet mellom regning og matematisk literacy, er at OECDs (2013) matematiske literacy er konstruert for 15-åringer, mens regning er et gjennomgående konsept for hele skoleløpet i Norge (St.meld. nr. 30 (2003–2004)). En annen forskjell er at i definisjonen henvender matematisk literacy seg til enkeltindividet (individual’s capacity), mens regningsbegrepet beskrives generelt uten et subjekt. Den neste forskjellen er at nasjonale prøver fremhever kommunikasjon og argumentasjon i sin definisjon, mens i definisjonen til matematisk literacy er dette fraværende. Siste ulikhet er at OECD understreker at elevene må forstå matematikkens rolle i verden, noe som ikke nevnes i nasjonale prøver. Totalt sett har vi beskrevet at regning og matematisk literacy har samme intensjon, men noe ulike formuleringer i beskrivelsene.



Figur2.1. Matematikk som en del av regning og matematisk literacy

I figur 2.1 illustreres det at matematikken er en del av regnebegrepet, akkurat som matematikk er en del av matematisk literacy. For å utfylle begrepene regning og matematisk literacy, må matematikken være satt i en hverdagslivssituasjon- omtalt som livsområder og real world context. Dette ut i fra at elever skal oppdage matematikkens bruksområder utenfor klasserommet og at matematikk brukes på en rekke livsområder.

2.5 Nasjonale prøver

I norsk skole finnes ulike kartleggingsverktøy, eksempelvis kartleggingsprøver, nasjonale prøver og elevundersøkelsen, som en del av et helhetlig kvalitetssystem (Stortingsmelding 20, (2012-2013)). Resultatene til elevene i de ulike kartleggingene må derfor ses i sammenheng for å gi et helhetlig bilde. I Stortingsmelding 20 (2013) fremkommer det at nasjonale prøvers funksjon er å være til nytte for skolene og skoleeier, og skal resultere i å fastsette mål og prioritere tiltak for å utvikle kvaliteten på opplæringen, både nasjonalt og lokalt. Informasjonen som fremkommer fra nasjonale prøver skal også nå elever og foresatte.

Historisk bakgrunn

Nasjonale prøver ble først gjennomført våren 2004 og etter omfattende revideringsarbeid, ble en nytt grunnlag for utarbeiding og gjennomføring av nasjonale vedtatt av regjeringen i 2006. Etter revideringen ble det bestemt at prøvene har som mål å kartlegge i hvilken grad elevenes ferdigheter samsvarer med læreplanens mål for de grunnleggende ferdighetene regning, lesing i norsk og engelsk (Utdanningsdirektoratet, 2010). Prøvene skal ta utgangspunkt i kompetansemål etter 4. og 7.trinn for alle fag, og skal kartlegge de grunnleggende ferdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2014). Siden prøvene gjennomføres på 5. og 8.trinn, vil det gi et bilde på hva elevene kan av grunnleggende ferdigheter underveis og etter endt barneskolen.

Nasjonale prøver gjennomføres hver høst i lesing, regning og i deler av faget engelsk på 5. og 8.trinn. Prøven for 8.trinn gjennomføres også i lesing og regning på 9.trinn. Det er satt av 90 minutter til gjennomføring av prøven. I regning og engelsk gjennomføres de nasjonale prøvene elektronisk (Kunnskapsdepartementet, 2014). Stortingsmelding nr 20 (2013) påpeker at når prøvegjennomføringen er elektronisk, resulterer det i en mer fulltallig resultatregistrering og faren for feilregistrering minimeres. I tillegg skal det redusere tiden lærere og skoler bruker på nasjonale prøver. Å ha resultatdata elektronisk gjør det enklere å måle utvikling over tid.

Kunnskapsdepartementet har gitt Utdanningsdirektoratet i oppdrag å få prøvene gjennomført. Det er Kunnskapsdepartementet som bestemmer formålet med prøvene, mens rammeverket til prøvene blir fastsatt av Kunnskapsdepartementet etter forslag fra Utdanningsdirektoratet. Videre får eksterne instanser ansvaret for å utvikle de ulike nasjonale prøvene, og for regning er det NTNU v/ Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen som har fått oppdraget av Utdanningsdirektoratet (Utdanningsdirektoratet, 2010).

Nasjonale prøver i regning

Nasjonale prøver i regning består av to oppgavetyper: åpne og flervalgsoppgaver (Utdanningsdirektoratet, 2014b). I forkant av gjennomføring av nasjonale prøver har det vært en prøvepilotering på et utvalg elever. Dette for å kvalitetssikre oppgavene, og danne et grunnlag for svaralternativene i flervalgsoppgavene. Noen av oppgavene som går i kategorien åpne oppgaver er interaktive. I de åpne oppgavene skal eleven fylle inn et svar, eller gjennomføre interaktive oppgaver som å stille klokka eller tegne figurer. I flervalgsoppgavene skal elevene velge et av fire svaralternativer, eller sortere tall i riktig rekkefølge. På grunn av tid til gjennomføring og retting skal de åpne oppgavene forekomme i maksimalt 35% av oppgavene (Utdanningsdirektoratet, 2010). Andelen kan likevel variere ut ifra hvilket trinn prøven skal kartlegge.

Prøvene i regning foreligger i fire oppgavesett, hvor oppgavesett 1-3 inneholder de samme oppgavene men i ulik rekkefølge. Oppgavesett 4 består av ankeroppgavene som gis til et utvalg elever på ca. 6%. Ankeroppgavene er ukjent for offentligheten siden de er identiske for hvert år. Resultatene fra ankeroppgavene sammenlignes med resultatene for oppgavene som varierer fra år til år. Slik vil det være mulig å se utviklingen over tid lokalt og nasjonalt, samt sammenligne fra et år til et annet (St.meld. nr. 20 (2012-2013)).

Elevresultatene kommer ut i skalapoeng som er Utdanningsdirektoratets (2014c) egen skala for nasjonale prøver. For nasjonale prøver i regning, har vi observert en spredning i elevenes prestasjoner mellom 19,67 – 79,82 skalapoeng i datasettene. Å ha en egen skala er ønskelig fordi resultatene ikke skal kunne uttrykkes i andre skalaer, som for eksempel karakterer (Utdanningsdirektoratet, 2010). To andre hovedformål ligger til grunn for å benytte skalapoeng. Det første er ønsket om at resultatene skal være lettforståelig og enkelt å følge opp. I tillegg skal man på lokalt nivå kunne sammenligne resultater med det nasjonale nivå. Det nasjonale gjennomsnittet er satt til 50 skalapoeng, med et standardavvik på 10 (Utdanningsdirektoratet, 2014c). Dette betyr at omtrent 68 % av elevene presterer mellom 40-60 skalapoeng. Bak skalapoengene ligger et utregningssystem slik at samme skalapoeng skal vise til lik kompetanse. For å gjøre dette mulig blir oppgavene fra prøven lenket sammen med ankeroppgavene, og det blir dannet en sammenheng mellom prøvene fra et år til et annet. I dette arbeidet benyttes en IRT-modell (Item- response- theory). IRT er en mye brukt metode for å utvikle skalaer fra forskjellige tester og for å kunne beskrive elevferdigheter på forskjellig nivå (Utdanningsdirektoratet, 2014c). Med andre ord skjer en bearbeiding av testgrunnlaget før skalapoengene presenteres for lærere og skoleleder. Siden resultatene i skalapoeng kan sammenlignes fra år til år kan skoleleder se et mønster i egen skole.

Elevens resultater plasserer de i ulike mestringsnivå. For 5. trinn er det tre mestringsnivå, mens 8. trinn har fem mestringsnivå (Utdanningsdirektoratet, 2014c). Fra 2014 ble det faste poenggrenser for hvert mestringsnivå, i motsetning til tidligere hvor en prosentvis andel av elevene havnet i hvert mestringsnivå. For eksempel havnet 10 % med lavest poengscore i mestringsnivå 1 (Utdanningsdirektoratet, 2010). I teorien kan alle elever nå havne i mestringsnivå 5, i motsetning til når normalfordelingsprinsippet lå til grunn. Ulike mestringsnivå krever forskjellig kompetanse hos eleven, hvor det første mestringsnivået krever mindre enn de øvrige.

Innholdsområder i nasjonale prøver regning

Til nå er det tekniske ved prøven i regning beskrevet, og videre skal innholdet i prøvene belyses. Videre i dette kapitlet vil eksemplene og beskrivelsene som anvendes være etter 8.trinn for regning, fordi det er dette oppgavesettet som er bakgrunn for oppgaveanalysen. Prøvene i regning tar utgangspunkt i grunnleggende ferdigheter i alle fag, altså, en prøve som ikke bare tester kompetansemålene i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2014b). Det vil si at prøvene tar utgangspunkt i alle fag der mål for regning er integrert.

Regning som grunnleggende ferdighet i nasjonale prøver er knyttet til tre innholdsområder: tall, måling og statistikk. De tre innholdsområdene for 8.trinn skal danne grunnlaget for oppgaveutformingen (Utdanningsdirektoratet, 2010), og dermed være retningsgivende for de nasjonale prøver i regning. *Tall* handler om hvordan tall opptrer i systemer og mønstre, samt hvordan relasjoner mellom tall opererer. Herunder ligger oppgaver som omhandler beregninger i praktiske sammenhenger, samt å vurdere svarets gyldighet. Innholdsområdet *måling* tar for seg sammenligninger mellom ulike tallstørrelser og mengder. Omgjøring av måleenheter, samt vurdering av resultat og framstillinger av ulik data ligger også innenfor denne kategorien. *Statistikk* handler om å kunne analysere, organisere, presentere og vurdere generelle trekk ved et datamateriale, samt å vurdere data. Grafiske fremstillinger er særlig sentral, hvor det stilles krav til elevene om å presentere data, lese av tabeller, samt kunne gjøre tolkninger av funnene (Utdanningsdirektoratet, 2014b). I de tre innholdsområdene inngår ulike matematiske operasjoner av ulik vanskelighetsgrad og elevenes prestasjoner totalt plasserer de i de ulike mestringsnivåene.

Bruksområde og PAS

Prøveresultatene vil i etterkant av gjennomføringen presenteres i PAS. Dette er en digital rapport læreren får om elevgruppen og klassen hvor både informasjon om prøven, elevresultater og mestringsnivå fremkommer. Dette skal anvendes som en del av lærerens underveisvurdering av elevene (Utdanningsdirektoratet, 2014b). Mye av utviklingsarbeidet må bli ivaretatt av læreren, som har ansvaret for å planlegge, gjennomføre og vurdere opplæringen i dialog med elever og foresatte (St.meld. nr. 20 (2012-2013)). Nasjonale prøver kan altså være en god mulighet for læreren til å bli kjent med både enkelteleven og klassen som helhet, som igjen er nødvendig for å drive tilpasset opplæring på individ- og klassenivå. Siden prøvene gis mellom småtrinn til mellomtrinn og mellomtrinn til ungdomstrinn, kan det bidra til en informasjonsflyt mellom de ulike trinnene.

2.6 Kontekst og kompleksitet i regneoppgaver

2.6.1 Aritmetikk

Aritmetikk kan forstås som vitenskapen om tall, mengder og størrelser. Begrepet inkluderer både rasjonelle beregninger (addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon) så vel som faktorisering og kvadratrot (Carraher & Schliemann, 2012). I regning kan aritmetikk forstås som beregninger med de fire regneartene i ulike regnesituasjoner med forskjellig vanskelighetsgrad. Hele tall er det enkleste for elever å forstå og anvende, da tallæren kan bygge på metoder som er intuitiv og konkret (National Research Council, 2001). Elever utvikler tallforståelse gjennom mange år. I starten av skoleløpet begynner de med de naturlige og hele tallene, for så videre å jobbe med rasjonelle tall, reele og komplekse tall (Carraher & Schliemann, 2012). Altså, gjennom skoleløpet lærer elever nye representasjonsmåter og operasjoner for tall, noe som kan omtales som en aritmetisk utvikling. Når elever behersker aritmetikken innføres ofte algebra gjennom læreplanmål. National Research Council (2001) påpeker at mange elever har vanskeligheter med overgangen fra skolearitmetikken til algebra, da det innføres nye symboler og ligningsløsning.

Nytteverdien av å kunne regne, må ses i et større perspektiv enn kun skoleperspektivet. Allerede før elevene starter på skolen, har de ervervet tall- og aritmetikk-kunnskap gjennom samfunnet de lever i (National Research Council, 2001). Elevenes erfaringer med aritmetikken utenfor skolen, er mer kontekstrik sammenlignet med hva de opplever i klasserommet. Et typisk barn som starter på skolen vet allerede mye om tallet 5. De vet hvordan tallet fem ser ut, hvordan de uttaler fem på eget språk, at de har fem fingre, hvor mange fem mennesker er og hva som menes med å være fem år (Verschaffel, Greer & Corte, 2012). Dette illustrer at barn tidlig har forståelse for tall i ulike situasjoner. Crump (1990) argumenter for at tallkunnskap kombinert med grunnleggende aritmetisk forståelse, gir en ressurs som kan anvendes i alle kulturer. National Research Council (2001) fremhever at elevene vil møte tall og aritmetikk i aktiviteter og dagliglivet. Noe som gir et bilde på hvor anvendbart tall og aritmetikk er. Dette er med på å understreke viktigheten av å utvikle god tall- og aritmetikk forståelse, både på skolen og i dagliglivet, gjerne i en kombinasjon.

2.6.2 Kontekster

Verschaffel, Greer og De Corte (2000) har påpekt at enhver matematisk oppgave kan settes i en kontekst hvor løsningen på oppgaveteksten gjøres med bakgrunn i kontekst og spørsmålstilling. Elevene må ha en plan for hvordan de skal løse oppgaven før beregninger gjennomføres. PISA-undersøkelsen har som formål å teste elevenes evner til å benytte kunnskap og erfaringer i ulike situasjoner (OECD, 2013). Undersøkelsen tar ikke utgangspunkt i hvert lands læreplaner, men rammeverket for fagområdene ligger til grunn for oppgavetypene. Som tidligere nevnt er oppgavene i PISA kategorisert etter kontekst, for å si noe om hvilke situasjoner man kan forvente å møte de spesielle problemstillingene i hverdagslivet. (Kjærnsli & Olsen, 2013). I Rammeverket for PISA 2015 er viktigheten av en kontekstinndeling forklart med bakgrunn i at matematikkproblemer i samfunnet ofte oppstår i ulike kontekster (OECD, 2013). PISA gjennomfører sine prøver med en lik fordeling mellom de fire kontekstene. Bakgrunnen er et ønske om å sammenligne prøveresultatene fra år til år, og at ikke en konteksttype skal dominere over de andre.

Forklaringene av de fire kontekstene er basert på beskrivelsen til OECD (2013). I kategorien *Personlig* havner oppgaver som angår en selv, sin familie og gruppe. Typiske problemstillinger som kjennetegner denne konteksten er matlaging, handling, økonomi, sport og helse. *Yrkeslivkonteksten* omhandler oppgaver som angår arbeidsliv. Herunder ligger ting som kan måles, planlegge og bestille materialer til bygging, lønn/regnskap, kvalitetskontroll, planlegging/inventar og arbeidsrelaterte beslutninger. I konteksten som omhandler *samfunn* treffer vi på problemstillinger på et lokalt, nasjonalt og globalt nivå. Eksempler på dette kan være valgsystemer, offentlig transport, myndigheter, offentlig politikk, demografi, reklame og nasjonal statistikk. I den *vitenskapelige* konteksten havner oppgaver som inneholder problemstillinger man møter på i naturvitenskap og teknologi, vær og klima, økologi, medisin, romforskning, genetikk og måling.

2.6.3 Kompleksitet

Leung og Silver (1997) gjennomførte en test med aritmetisk problemløsningsoppgaver på 63 barneskolelærere. Hensikten var å finne rollen til oppgaveformatet, matematisk kompetanse og kreativ tenking om de nevnte oppgavene, og et av funnene var at testen avdekket kompleksitet i oppgavene. Aritmetisk kompleksitet forstås som *"The mathematical complexity of a posed problem was judged on the basis of single or multi-steps required for its solution" (*Leung & Silver, 1997:11*).* Altså, den matematiske kompleksiteten i oppgaver kan avgjøres på bakgrunn av hvor omfattende utregningene er. For å forklare kompleksiteten i de ulike oppgavene, delte Leung og Silver (1997) oppgavene inn zero-step, one-step og multi-step, oversatt til nullsteg, ettsteg og multistegs oppgaver. En multistegoppgave er mer kompleks enn en ettstegsoppgave, og en ettstegsoppgave er mer kompleks enn nullstegsoppgavene.

Selv om modellen er utviklet med bakgrunn i problemløsningsoppgaver, sier Leung og Silver (1997) ingenting om konteksten i oppgavene i den omtalte modell. For å avgjøre kompleksiteten i tekstoppgaver, har Reed (1999) beskrevet ulike typer tekstoppgaver som bl.a Elementary problems[1] og Multisteps problems. Oversatt til oppgaver som krever en matematisk regneoperasjon og flerstegsoppgaver. Flerstegsoppgaver er en tekstoppgave med kontekst som blir løst ved kombinasjon av flere regneoperasjoner (Reed, 1999). Et eksempel som krever en matematisk regneoperasjon er:

[1] Det ville vært naturlig å omtale Elementary problems som ettstegs oppgaver. Men, for å skille Leung og Silver (1997) one-step fra Reeds (1999) Elementary problems, omtaler vi dette i teorien som oppgaver som krever en matematisk operasjon.

En pose med snacks inneholder 4 vitaminer og veier 228 gram. Hvor mange gram snacks er det i 6 poser? (Reed,1999).

I denne oppgaven må elevene dra ut informasjon av teksten og avgjøre hva som må anvendes for å løse den. Spørsmålet i oppgaven henviser til en regneoperasjon: multiplikasjon, og krever ingen mellomregninger. Et eksempel på en flerstegsoppgave er:

Julie har et budsjett på 1200 dollar til å møblere den nye leiligheten sin. Hun fant et fem-delt stuemøblement på salg til 625 dollar. Hun fant også en dobbeltseng til 350 dollar og et garderobeskap til 195 dollar. Hvor mye penger har Julie igjen til å handle andre ting til leiligheten dersom hun kjøper alt? (Reed, 1999).

Denne oppgaven veksler mellom addisjon og subtraksjon, og ved å kombinere disse to regneartene finner man løsningen på oppgavespørsmålet, dermed er dette en flerstegsoppgave.

2.6.4 Forskning tekstoppgaver

Nordtvedt (2011) presenterer forskning på tekstoppgaver i matematikk med bakgrunn i data fra nasjonale prøver på 8.trinn fra 2007. Den kvantitative delen var basert på resultatene fra 1264 elever, mens den kvalitative delen var basert på oppgavebaserte intervju med 19 elever.

I denne studien er tekstoppgaver definert som et format der eleven med utgangspunkt i opplysninger i tekstoppgaven, må stille opp et regneuttrykk eller løse oppgaven ved hjelp av andre løsningsstrategier (Nordtvedt, 2011). Dette bygger på Reeds (1999) teori om tekstoppgaver. Studien til Nordtvedt (2011) tar blant annet utgangspunkt i kunnskap fra tidligere undersøkelser som har påpekt at tekstoppgaver med ulike steg er ulikt vanskelig. Nøkkelord er også noe elever strever med når de settes i nye situasjoner. Det som konkret ble undersøkt var samvariasjon mellom lese- og regneprestasjoner, sammenligning av ulike elevgrupper og analyse av svarmønstre til de forskjellige elevgruppene. Nordtvedt (2011) fant at sammenhengen mellom lesing og regning var 0,714, mens korrelasjonen mellom lesing og flerstegsoppgaver var 0,631. Korrelasjonsverdien kan leses dithen at er man en god leser er man som regel også god å regne og motsatt. Videre konkluderes det med at mange elever ikke helt vet hvilken strategi de skal velge i tekstoppgaver, samt mange elever leser oppgavetekster overfladisk og er mer opptatt av å regne enn å forstå hva oppgavene handler om. I tillegg mangler mange elever tilstrekkelig forkunnskaper og algoritmeferdigheter. Dette kan eksemplifiseres med en oppgave fra 2007 ut i fra de oppgavebaserte intervjuene:

Tor, Terje og Eva tjente til sammen 31200 kroner på å gå med reklame. Tor skulle ha 3400 kroner mindre enn Terje, og Eva skulle ha 1600 kroner mer enn Terje. Hvor mye fikk hver av dem utbetalt? (Nordtvedt 2013:30)

Denne oppgaven oppleves som krevende for elevene, og Nordtvedt (2013) beskriver at elevene løste oppgaven ulikt. Noen gikk for prøve og feile metoden, mens andre elever tegnet penger som de delte ut til Tor, Terje og Eva. Flere elever forsøkte seg på en forenkling i oppgaven som resulterte i en ny matematisk modell som inneholdt et nytt problem sammenlignet med det som stod i oppgaveteksten. Typisk for elever som gjorde denne type feil, er at alle hadde under middels resultat på regning i nasjonale prøver, men varierende leseferdigheter. Når elevene gjorde forenklinger, var dette ofte et resultat av at nøkkelord som *hver, til sammen og mer enn* ble brukt som operasjonsord. Dette kan forklares ut fra at i en ettstegsoppgave henviser disse ordene til hvilken matematisk operasjon som skal gjennomføres, mens i en flerstegsoppgave henviser det gjerne til relasjonen mellom mengder og personer. Dermed må elevene arbeide med slike nøkkelord og dens ulike betydninger i forskjellige matematiske oppgaver. Et annet interessant funn, var at i flerstegsoppgaver som i eksempelet ovenfor, strevde mange elever med å gjennomføre de nødvendige beregningene med bakgrunn av at de ikke mestret de fire regneartene – noe som er forutsetningen for å kunne løse oppgaver i nasjonale prøver.

2.7. Brøkens kompleksitet

Brøk og desimaltall blir introdusert for norske elever på småtrinnet, mens hovedtyngden av regning med brøk ligger på mellomtrinnet. Omregning mellom de ulike representasjonsformene desimaltall, promille, prosent og brøk blir hovedsakelig presentert gjennom kompetansemål på ungdomstrinnet (Hinna, Rinvold & Gustavsen, 2012). Å forstå brøk blir sett på som vesentlig for den videre forståelsen av matematikk, for eksempel i algebra og sannsynlighetsberegninger (Clarke, Mitchell & Roche 2007). Med andre ord er brøk et sentralt emne i matematikk, og et godt grunnlag i brøkberegningen er vesentlig for en helhetlig forståelse av faget.

2.7.1 Definisjon av brøkbegrepet

Brøkbegrepet brukes på ulike måter, og Lamon (2012) beskriver to måter å omtale brøk på. For det første brukes begrepet om todelte symboler, altså en bestemt måte å skrive $\frac{a}{b}$. Den andre måten å omtale brøk på er om ikke-negative rasjonale tall. Rasjonale tall kan defineres som alle tall som kan uttrykkes som brøken mellom to hele positive og negative tall (Aarnes, 2009). Lamon (2012) påpeker at rasjonale tall og brøk likevel ikke må brukes synonymt. Forfatteren begrunner dette ut fra at ikke alle tall uttrykt som brøk er rasjonale tall, samt at hvert enkelt brøkuttrykk ikke automatisk tilsvarer ulike rasjonale tall. Eksempelvis er det ikke ulike rasjonale tall for de to brøkuttrykkene $\frac{2}{3}$ og $\frac{6}{9}$. Brøk kan være langt mer enn bare de to nevnte måtene å omtale brøk på. Det kan være en størrelse, et tall på tallinja eller det kan representeres som forhold (Hinna, Rinvold & Gustavsen 2012). Forhold kan igjen fremstilles ved hjelp av tekstforklaring, som for eksempel: halvparten av elevene i klassen er jenter.

Brøk er relatert til flere andre temaer i matematikken, for eksempel desimaltall, prosent, forholdstall og algebra (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2014).Vanligvis presenteres temaene prosent, desimaltall og brøk på ulike tidspunkt i opplæringsløpet til elevene. Lamon (2012) argumenterer for at disse ferdighetene bør utvikles parallelt. Første begrunnelse er at brøk, desimaltall og prosent i utgangspunktet er ulike representasjonsformer av det samme tallet. For eksempel er brøkuttrykket $\frac{75}{100}$, lik 0,75, noe som også betyr 75%. Den andre begrunnelsen er at elevene oftere møter på prosent og desimaltall i hverdagen, og dermed vil kunne relatere denne kunnskapen til brøken. For det tredje burde elevene kunne uttrykke seg på alle disse representasjonsformene, og se sammenhengen mellom dem. Alle de ulike definisjonene og representasjonsformene som er lagt til grunn gjør det utfordrende med en entydig definisjon og avgrensning av brøkbegrepet.

2.7.2 Norske elevers brøkkunnskap

Det er få kjente norske studier som tar for seg brøkforståelse hos elevene (Bjerke, Eriksen, Rodal & Ånestad, 2013). Internasjonale undersøker tester ikke elevenes brøkkunnskaper isolert, men man kan si noe om elevers kompetanse i brøk ut fra resultatene derifra. I TIMSS er det særlig i områdene Tall på 4. trinn og Algebra på 8. trinn de norske elevene er svakest (Grønmo et.al, 2012), og brøk er en del av disse kategoriene. PISA-undersøkelsen opererer med seks prestasjonsnivå for matematisk kompetanse. Mestring av brøk og prosent tilskrives ferdigheter på nivå tre (Kjærnsli & Olsen 2013). PISA rapporterer at nesten annenhver norske elev (46%) scorer på ett nivå som indikerer at de har problemer med å løse oppgaver som involverer brøk og prosent. Lærere på ungdomsskolen og videregående skole i Norge rapporterer at elevene sliter med brøkregning (Utdanningsdirektoratet, udat.b) Spesielt har elevene svak forståelse for regneoperasjoner og brøkbegrepet som helhet.

2.7.3 Hvorfor brøk er komplekst

Brøk er tradisjonelt et område i matematikkopplæringen som oppfattes som problematisk (Streetfland, 1991). Det finnes ulike forklaringer på hvorfor elever har utfordringer med brøkbegrepet, og videre vil det presenteres ulike syn. Van de Walle, Bay-Williams, Lovin og Karp (2014) trekker frem at gjennom undervisningen fokuseres det ikke på en bred forståelse av brøk. Det samme påpeker Mack (1993) som sier at gjennom undervisningen innføres algoritmer uten forståelse, noe som gjør at elevene får en mangelfull innsikt. Elevene sliter også med at brøk har mange betydninger som kan omtales på ulike måter (Van de Walle et.al, 2014b), slik som beskrevet i innledningen til dette kapitlet. Elevene har i for stor grad en tendens til å generalisere ut i fra deres tidligere tallkunnskap (Van de Walle et. al, 2014b), noe som kan ses i sammenheng med Lamons (2012) forklaring om elevenes utfordringer med det kognitive spranget fra heltall til brøk. Med andre ord har elevene utfordringer med å reorganisere tallkunnskapen til brøkkunnskap.

2.7.4 Brøkens underkategorier

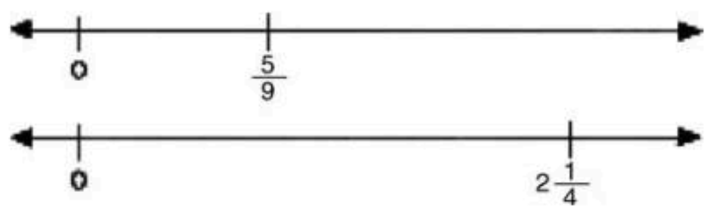
En forklaring på elevers vanskeligheter med brøk er kompleksiteten i brøkbegrepet. Kieren (1976) var den første som argumenterte for en inndeling av brøkbegrepet, for å gi fullstendig mening av brøk som en helhet. Han hadde følgende fire underkategorier som samlet ville forklare brøk på en god måte: *forholdstall* (ratio), *operator* (operator), *kvotient* (quotient), og *tallmåling* (measurement). Behr, Lesh, Post og Silver (1983) videreutviklet Kierens modell med en femte underkategori: del av helhet (part-whole), for en fullstendig brøkforståelse. Disse fem underkategoriene er brukt av flere i ettertid, blant annet Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) og Lamon (2012).

Innenfor *forholdstall* blir brøken sett på som en sammenligning mellom to mengder (Kieren 1976). Et sentralt emne innenfor denne kategorien er sammenligning, og forholdstall skal naturlig fremme begrepet likeverdighet og gi elevene kunnskap om likeverdige brøker (Marshall, 1993; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Oppgaver som elevene møter i forholdstall inneholder ikke nødvendigvis brøkuttrykk i oppgaveteksten, og forholdet representeres ofte med forholdstall, enten i tekst eller symbolformat. Et forhold kan representeres på ulike måter, blant annet: $\frac{a}{b}$, a/b, a:b eller a→b (Lamon 2012). Lamon (2012) eksemplifiserer forholdstall ved følgende oppgave: Forholdstallet mellom jenter og gutter i klassen er 3:4. Hva kan du fortelle om klassen? Oppgaven havner i forholdstallskategorien fordi det er en direkte overføringen mellom kjønnsforholdet i klassen. Uavhengig av klassestørrelse vil forholdet være likt og dette er et av hovedpoengene med forholdstall. Kieren (1976) argumenterer for at arbeid med symboler er vesentlig for å skape en god forståelse for forholdstall. Blant annet kan dette gjøres ved å dele opp tall på ulike måter, altså arbeide med likeverdige brøker. Van de Walle et al. (2014a) påpeker at oppgaver satt i kontekst vil være med å bygge opp forståelsen innenfor forholdstall.

I *operatorkategorien* fungerer brøken $\frac{a}{b}$ som en funksjon av et tall eller objekt (Behr et al.,1993; Marshall,1993). Man kan si at brøken fungerer som en regel på hva som skal gjøres med objektet. Operator kan ses på som en enkel sammensatt funksjon som krever kombinasjon av to multiplikative operasjoner eller som to adskilte operasjoner (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Kieren (1976) omtaler tre sentrale element som inngår i operator. Elevene må forstå proposisjoner, sammensetningen av brøker og reversibilitet. Herunder tolke brøker på forskjellige måter. I denne kategorien blir altså brøken $\frac{a}{b}$ sett på som en enhet, istedenfor et ordnet par som i kvotient. I tillegg skiller den seg ut fra del av helhet og kvotient, fordi operator definerer sammenhengen mellom det du har og det du får. Lamon (2012) beskriver denne fordelingen som forholdet til funksjonen, og *"av"* begrepet er nøkkelbegrepet for denne kategorien. For eksempel kan en valutaoppgave illustrere dette: 1 dollar er verdt 0,825 euro i dag. Dersom jeg gir banken 50 dollar, hvor mange euro får jeg da? (Vi ser bort i fra vekslingsgebyr). Dette er en operatoroppgave fordi vi veksler mellom dollar og euro og vi kan stille spørsmålet *av* 50 dollar hvor mange euro får jeg? Operator handler også om komponering av nye helheter som Lamon (2012) eksemplifiserer gjennom prosentregningsoppgaver. Prosentregning handler ofte om å finne en prosent av en helhet, og svaret representer den nye helheten.

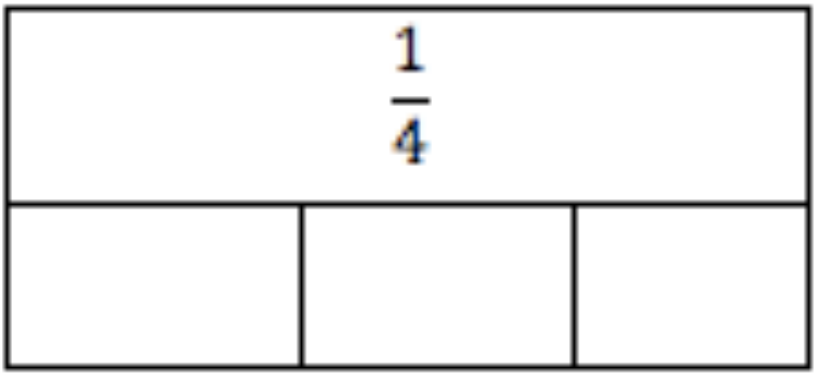
I k*votientkategorien* representerer brøkuttrykket en delingssituasjon, hvor $\frac{a}{b}$ gir en numerisk verdi (Kieren 1976). I utgangspunktet kan enhver brøk bli sett på som en divisjonsstykke. Operator derimot ser på brøken som en helhet og ikke to deler. I denne kategorien er man ute etter den numeriske verdien som brøken gir, og derfor kan telleren være lik, mindre eller større enn nevneren (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). En viktig betydning i kvotient er fordeling, herunder ligger at elevene må mestre inndeling av et eller flere objekt i like deler (Kieren 1976). Lamon (2012) beskriver at elever må beherske følgende to spørsmål for å forstå kvotientkategorien: Hvor mye er en del, og hvor stor del er en del av helheten? Spørsmålene er eksemplifisert ved følgende oppgave: Dersom fem personer deler tre pizza, hvor mye pizza får hver? Hvilken del av en pizza er en del? Svaret er: Hver person får $\frac{3}{5}$ pizza, og av hver pizza tilsvarer dette $\frac{1}{5}$. En slik oppgave havner i kvotient fordi brøkuttrykket har to forståelser: som divisjon- tre pizzaer delt på fem personer, og resultat av divisjonen $\frac{a}{b}$ av en pizza, hvor a står for pizza per b person. Den siste setningen kan også høre til i forholdstallkategorien, og noen ganger er det flytende overganger mellom disse. For å kunne løse en oppgave innenfor kvotient må elevene forstå rollen til dividend og divisor i et brøkuttrykk, samt utvikle en god forståelse av mengde og antall like inndelinger divisjon (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Lamon (2012) argumenterer for at brøk som kvotient ligger forbi barneskolepensum, men at grunnlaget for forståelse av begrepet legges i barneskolen. En forklaring på dette utsagnet kan være det Kieren (1976) skriver om kvotient som grunnlaget for avansert algebra for eksempel ved hjelp av likningsløsning som: $\frac{a}{b}$ = x og ax=b.

I *målingskategorien* blir brøken $\frac{1}{b}$ brukt gjentatte ganger for å måle en avstand (Marshall, 1993). Innenfor denne kategorien er brøkbegrepet assosiert med to nært beslektede betegnelser. For det første et tall, som forteller om kvantitative deler av brøkuttrykket, altså hvor stor brøken er. For det andre forbindes brøken med mengden inndelt i intervaller. Dette gjennom å bestemme avstanden fra et punkt til et annet ved hjelp av en forhåndsgitt lengde. Eksempel: $\frac{1}{4}$ brukes 3 ganger for å finne $\frac{3}{4}$. Denne kategorien har blitt beslektet med tallinje og andre målingsredskaper som linjal og termometer. Sentralt innenfor denne kategorien er å ha forståelse for inndeling av tal. For å kunne utvikle elevens ferdigheter innenfor additive operasjoner med brøk er denne kategorien viktig (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007) for eksempel ved å addere $\frac{1}{2}$ *og* $\frac{1}{2}$ blir det en hel. I følge Lamon (2012), er å akseptere brøk som hele tall og kunne utføre inndelinger av tall sentralt for denne kategorien. Lamon (2012) bruker følgende oppgave for å illustrere viktigheten av å forstå at mellom to tall er det et uendelig antall brøker: Nevn en brøk som er mellom $\frac{1}{8}$ og $\frac{1}{9}$, som er sentralt innenfor måling. En annen oppgave som er fundamental for forståelsen av tallinjen er illustrert i figur 2.2



Figur 2.2. Finn tallet 1 på hver av disse tallinjene (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007)

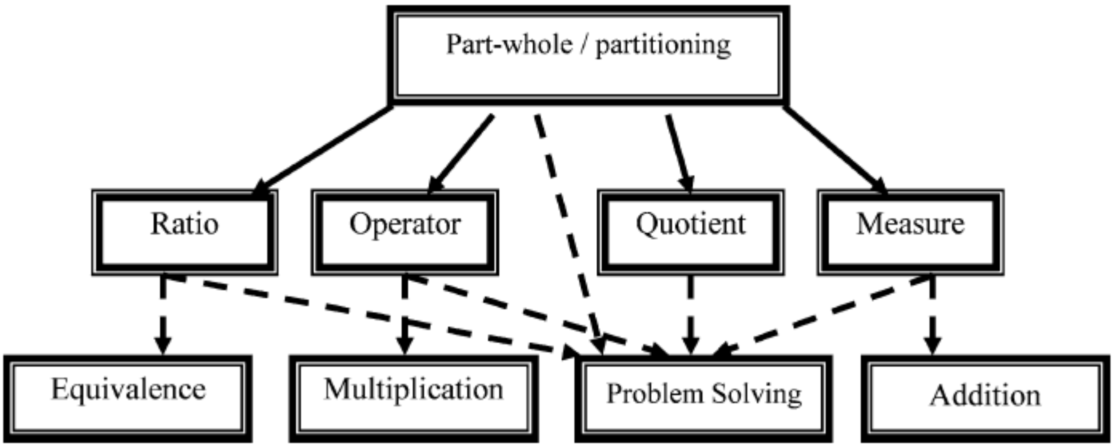
Den femte kategorien *del av helhet* ser på brøkrepresentasjonen $\frac{a}{b}$ som at "a" angir antall like deler som inngår i "b" (Lamon 2012). I denne kategorien vil brøkuttrykket være en sammenligning mellom antall inndelte elementer (del) og helheten, og dermed vil telleren alltid være mindre eller lik nevneren (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Vesentlig for å beherske denne kategorien, er forståelse for at delene som helheten er delt inn i må være av samme størrelse. Eksempel på misoppfatning vises i figur 2.3.



Figur 2.3. Illustrasjonsbilde av misoppfatning i del av helhet

$\frac{1}{4}$ er ikke korrekt, fordi bitene er av ulik størrelse. En annen forståelse som må ligge til grunn er forholdet mellom delen og helheten (Charalambous & Pitta-Pantazi , 2007). Det viser seg at del av en helhet er elevenes første møte med brøk (Behr et.al, 1983), og det mange forbinder med brøk finnes ofte i denne kategorien. Baturo (2004) eksemplifiserer en del av helhet oppgave slik: ∷ representerer $\frac{2}{3}$, du skal tegne helheten. I dette tilfellet blir elevene gitt en del, og skal finne den nye helheten. Forståelsen av brøkuttrykkets betydning må ligge til grunn for å løse denne type oppgave.

Kieren (1976) som i utgangspunktet presenterte de fire underkategoriene først, unnlot å kategorisere del av helhet som en egen kategori. Begrunnelsen hans er at del av helhet ligger overordnet i de øvrige fire kategoriene (Behr et al., 1983). Behr et al (1983) utviklet en modell (figur 2.3) som baserte seg på Kierens (1976) tankegang om del av en helhet som en overordnet kategori, til tross for at de definerte del av en helhet som en femte underkategori.



Figur. 2.4. Brøken fem underkonstrukter (Behr et.al., 1983)

Figur 2.4 viser at del av en helhet ligger som et fundament for den helhetlige brøkforståelsen. Forholdstallskategorien blir sett på som kategorien hvor prosessen med å finne likeverdige brøker skal utvikles. I operator er det de multiplikative operasjonene som skal utvikles, mens målingskategorien er til for å utvikle de additive operasjonene. Samlet skal alle underkategoriene gi en helhetlig brøkforståelse.

2.7.5 Hva kan ulike aspekter av brøk kan fortelle oss?

I dette delkapitlet blir det presentert to studier på elevers brøkforståelse gjennomført av Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) og Bjerke et.al (2013). Samlet sett viser begge studiene at del av en helhet er den kategorien som elevene mestrer i størst grad.

Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) gjennomførte et forskningsprosjekt som blant annet forsøkte å besvare om det er ulikheter i elevers prestasjoner i de fem brøkkategoriene. Testen ble utført på kypriotiske elever på femte og sjette trinn hvor det var konstruert ulike oppgaver innenfor hver kategori. Testen tok utgangspunkt i de kypriotiske læreplanmålene. Noe som er særegent for Kypros sammenlignet med Norge, er en felles lærebok i matematikk som anvendes uavhengig av skolested. På Kypros innføres del av helhet allerede fra 1.trinn, og grovt sett innføres de andre fire kategoriene rundt femte trinn. I testen er det flere oppgaver i del av helhet og måling på grunn av deres underkategorier (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Dette forklares med Behr et.al (1983) teori som sier at del av helhet er fundamentet for å utvikle de andre kategoriene. Del av helhet kan som tidligere nevnt deles inn i ”finne en del” og ”finne helheten” og måling kan deles inn i kvantitative delen av brøkuttrykket og mengden inndelt i intervaller.

TABLE II
Mean scores and standard deviations on each subconstruct of fractions

Subconstructs	$\bar{x}^*$	SD
(1) Part-whole /partitioning	0.75	0.20
(2) Ratio	0.64	0.25
(3) Operator	0.45	0.35
(4) Quotient	0.55	0.29
(5) Measure	0.25	0.33

*Maximum score: 1.

Figur: 2.5. Gjennomsnitt og standardavvik av elevers prestasjoner i underkategori i brøk (Charalambous og Pitta-Pantazi 2007).

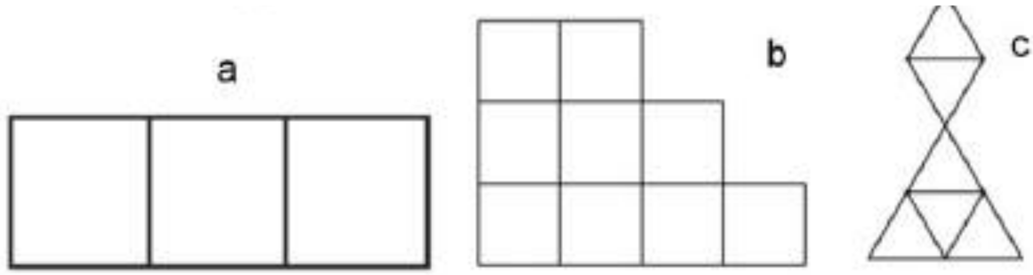
Som det fremgår i figur 2.5 presterer elever best på oppgavene innenfor Part whole (del av helhet) i forhold til ratio, (forholdstall) operator (operator), quotient (kvotient) og measure (tallmåling). Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) forklarer funnet i del av helhet, med at dette konstruktet er det elevene har mest kjennskap til over tid og møter hyppigst i matematikkboken. Dermed må skjevbalansen i resultatet speile forskjellig erfaring i de ulike kategoriene. Innenfor tallmålingskategorien bekreftet Charlamabous og Pitta-Pantazi (2007) tidligere funn om talllinjen. For det første avdekket tallmåling det Lamon (2012) tidligere har sagt om viktigheten av tallforståelsen, nemlig å forstå tettheten av rasjonale tall på tallinjen. Gjennom undervisning må elevene få utforske hvilke tall som befinner mellom 0-1, og mellom to brøker, og ikke kun fokusere på å plassere brøker på tallinjen. Hannulas (2003) tidligere funn om hvor vanskelig det er for elevene å manipulere resultatet sitt med tallinjeoppgaver blir bekreftet gjennom resultatet fra tallmåling. Det er lett å avgjøre om elevene har et rett eller galt svar i en oppgave hvor du skal plassere et brøkuttrykk på tallinjen.

Bjerke et al (2013) gjennomførte en test av norske elevers brøkkompetanse på 6. og 7.trinn. Oppgavene var basert på to undersøkelser fra 70-tallet og 2008, men tilpasset kompetansemålene i K-06 etter 7.trinn. Hensikten med testen var å identifisere misoppfatninger i brøk, samt se på hvilke representasjonsmåter elevene anvendte for å plassere en brøk mellom to gitte brøker (Bjerke et al.,2013). Funnene for undersøkelsen presenteres gjennom tre oppgaver for tre av kategoriene: en tallmålingsoppgave, en fra del av en helhet og operatoroppgave.

Tallmålingsoppgaven var en tallinjeoppgave hvor elevene skulle finne en brøk som lå i mellom to andre brøker; *Skriv en brøk som ligger mellom* $\frac{1}{2}$ *og* $\frac{2}{3}$ (Bjerke et al 2013). Totalt fikk 18% til denne oppgaven. Samtidig hadde mange elever store misoppfatninger med denne oppgaven. Det mest overraskende var at over 15% av elevene avga svar på brøkform med tallverdi 1, herunder det hyppigste svaret var $\frac{2}{2}$. Bjerke et al. (2013) bekreftet gjennom studien tidligere funn om at det hyppigste feilsvaret skulle være $\frac{1}{3}$. Feilsvaret $\frac{1}{3}$ forklares ut i fra to teorier; det ene er at elevene kun forholder seg til den ene brøken og den andre er at elevene tenker teller og nevner isolert. Det siste poenget kan forklares ut i fra elevenes heltallstenking, altså hvor de ikke tar hensyn til forholdet mellom teller og nevner.

Operatoroppgaven omhandler Mari og Per som får ukepenger, hvor Mari bruker $\frac{1}{4}$ av pengene og Per bruker $\frac{1}{2}$ av sine penger. Elevene blir utfordret på å forklare om det er mulig at Mari har brukt mer Per. Det viste seg at 55% av elevene svarer feil på operatoroppgaven. Dette forklarer Bjerke et al. (2013) med at elevene ikke kan benytte arealmodellen i sin enkleste form i oppgaveløsingen.

Del av helhet oppgaven var representert med tre ulike arealfigurer, hvor de to første var kontinuerlige figurer. Oppgaven er brukt av Bjerke et al. (2013) for å belyse at elevene kommer til kort når de støter på oppgaver der det ikke er opplagt at arealmodellen er et verktøy for å løse oppgaven. Oppgaven er ensartet og går ut på å fargelegge halve figuren.



Figur 2. Fargelegg $\frac{1}{2}$ av hver av de tre figurene (Bjerke et al., 2013).

Arealfiguren kunne anvendes ganske uproblematisk på de to første oppgavene. Den første deloppgaven mestret 99% av elevene, den andre 76% av elevene og den siste 59% av elevene. Den siste deloppgaven (c) begrunner Bjerke et al. (2013) med at elevene sliter med, fordi de opplever figuren som en diskret enhet, og ikke som en helhetlig arealmodell. Funnet indikerer at elevene i større grad klarer å løse oppgaver i del av helhet når det er opplagt at de kan anvende arealmodellen.

3.Metode

I dette kapitlet vil vi redegjøre for valg av forskningsdesign, utvalgskriterier og analyseverktøy som skal bidra til å svare på problemstillingen og underforskningsspørsmålene: Hva kan nasjonale prøver fortelle om norske elevers prestasjoner i regning og brøk*?* Hvilken betydning har kjønn, alder og bosted? Hvilken betydning har ett år mer på skole for elevenes brøkprestasjoner? For å kunne besvare disse spørsmålene er det nødvendig med et design som har både kvantitativ og kvalitativ tilnærming. Dette fordi vi undersøker norske elevers prestasjoner i nasjonale prøver, og da må vi ha et datamateriale med kvantitativ tilnærmingen for å kommentere resultatet. I tillegg ønsker vi å undersøke prestasjoner i de to områdene regning og brøk, og da må vi ha et teoretisk rammeverk som legger grunnlaget for den kvalitative tilnærmingen. Gjennom en kombinasjonen av metoder skal forskningsmetodene å utfylle hverandre. Oppgavene for nasjonale prøver i regning for 8. trinn 2014 (Utdanningsdirektoratet, udat.a) ligger som vedlegg 1 sammen med alle analysene gjennomført for hver oppgave.

3.1 Forskningsdesign

I alle studier er det nødvendig med et design som legger grunnlag for metodevalg og innhenting av kunnskap om verden og virkeligheten. Det finnes ulike vitenskapsteoretiske syn på virkelighet og kunnskap (Postholm & Jacobsen, 2011). Vårt studie plasserer seg under positivismen. Dette fordi positivismen ser på metode som en testing av teorier, hvor teoriene med sikkerhet kan bekreftes eller avkreftes. I positivismen står den kvantitative metoden sterkt (Hammersley & Atkinson, 2007). Eksperimentell psykologi er egnet som teoretisk perspektiv, fordi ifølge Cobb (2007) brukes eksperimentell psykologi i matematikkdidaktisk forskning når det søkes årsak-virkning. Når vi undersøker om de uavhengige variablene kjønn, alder og bosted har noe å si for totalprestasjonen i nasjonale prøver, forsøker vi å finne forklaringer på de uavhengige variablenes virkning på den avhengige. Problemstillingen spør om hva nasjonale prøver kan fortelle om elevers prestasjoner i regning og brøk, og da vil det være naturlig å undersøke de underliggende i begrepene regning og brøk for å forklare resultatene. Eksperimentell psykologi danner betingelsen for årsakssammenhengen mellom undervisning og det skapte abstrakte individet (Danziger, 1990). I vårt studie vil undervisning referere til kartleggingsprøven som vil være et mål på gitt undervisning. Med det skapte abstrakte individet menes det statistisk konstruerte individet som er et resultat av innsamlet data (Danziger, 1990). Altså den gjennomsnittlige norske eleven vil være det konstruerte individet.

Resultatene fra nasjonale prøver oppgir en gjennomsnittsscore for alle elever på 5.-, 8.- og 9.trinn. Til tross for at dette baserer seg på data fra elever på de nevnte klassetrinnene, trenger ikke gjennomsnittet å representere en elev i klasserommet. Ved omtale av den statistiske konstruerte gjennomsnittseleven, må man være klar over at denne gjennomsnittseleven nødvendigvis ikke eksisterer. Dermed vil kunnskap om gjennomsnittseleven ikke alltid være en direkte overførbar kunnskap til ethvert klasserom. Porter (1996) argumenterer for at hensikten med sosial inndeling er å studere mennesker i grupper, og dermed se bort i fra deres individualitet. Dette er fordi nytteverdien av undersøkelser ved bruk av eksperimentell psykologi hovedsakelig er myntet på de som ikke er i klasserommet daglig, men de som er beslutningstakere i skoleorganisasjonen (Danziger,1990). Likevel, vil det være nyttig kunnskap for læreren å ha forståelse for klasseromsforskning. Dette er i tråd med hensikten til nasjonale prøver som kvalitetsverktøy hvor kartlegging av klasser og skoler er vel så viktig som enkelteleven (St.mld 20, (2012-2013)). For å kunne kommentere resultatene i nasjonale prøver, er en forutsetning at vi som gjennomfører studien har kjennskap til blant annet prøveutforming, hensikt med prøven og bakgrunnsteori. Vi kan ikke si noe om årsaksforholdet uten å ha noe teori å begrunne og forklare funnene ut i fra. Derfor står teoridelen også sentralt i eksperimentell psykologi (Cobb, 2007) og det teoretiske rammeverket skal underbygge oppgaveanalysen for å svare på problemstillingen vår.

3.2 Utvalg

Utvalget er data fra elevene som gjennomførte nasjonale prøver i regning høsten 2014. Utgangspunkt for vår dataanalyse er alle elever i 5. og 8. klasse som er født i henholdsvis 2004 og 2001. Av alle elever som gikk i 5. og 8. klasse var det 3,9% på 5. trinn og 2,4 % på 8.trinn som hadde fritak for nasjonale prøver (Utdanningsdirektoratet, 2014d; Utdanningsdirektoratet, 2014e). Vårt mål i masterstudien er å kunne si noe om regning, brøk, alder, kjønn og bosted, og data fra nasjonale prøver inkluderer informasjon om alle de nevnte forholdene. Når vi ønsker å si noe om alders-, kjønn-, og bostedspåvirkning i brøk- og regneprestasjoner, vil informasjon i utvalgene kunne si noe om utviklingen i norsk skole fra 5. til 8.trinn. Nasjonale prøver passer som utvalg, fordi gjennom informasjon fra kartleggingsverktøy utviklet for norsk skole, får vi et måleinstrument som tar i utgangspunkt i fastsatte mål som elevene skal ha oppnådd gjennom undervisningen.

Datafilen som vi fikk utlevert fra Utdanningsdirektoratet inneholdt i utgangspunktet resultatet til 57 347 5. klassinger og 57 582 8. klassinger. Det ble fjernet 652 fra 5. trinn og 895 elever fra 8. trinn med bakgrunn i at de enten er født i andre årstall enn 2004 eller 2001, eller hadde fått oppgitt feil dato i utleveringsfilen. Eksempelvis er noen elever registrert med ikke eksisterende fødselsdato som 561204. Elevene er blitt fjernet fra datasettet, fordi det ikke er kjente årsaker til hvorfor enkelte elever går på et annet årstrinn enn fødselsåret tilsier. For å unngå spekulasjoner var det etter vårt syn riktig å utelate disse. I vedlegg 2 redegjøres det for klargjøring av datasettet. Med disse presiseringene vil begrepene 5.trinn være 2004-kullet og 8.trinn være 2001-kullet i nasjonale prøver i regning 2014. Vi har altså tilnærmet hele populasjon for 5. – og 8.trinn i vårt masterstudie. For å kunne trekke gyldige slutninger, er det et poeng å ha et stort nok utvalg slik at ikke tilfeldighetene påvirker resultatene. Med at vi anvender hele populasjonen, slipper vi usikkerheten som oppstår når man generaliserer fra et utvalg til populasjon. Våre data gir resultat som vi med sikkerhet kan si stemmer for hele populasjonen vi undersøker.

Spesielt for del 3 i analysen

I del 3 som kun er oppgaveanalysen, vil hovedsaklig data fra 8.trinn bli anvendt. Dette fordi vi skal undersøke hva norske elever kan om regning og brøk etter endt barneskole. Resultatet etter 7.trinn vil være interessant for oss uavhengig om vi skal jobbe på barne- eller ungdomstrinnet. Det er nødvendig med to presiseringer for utvalget i del 3. For det første så er utvalget for 8.trinn på 53 340, fordi oppgavesett 4 som inneholder ankeroppgavene er fjernet da vi ikke vet innholdet i disse oppgavene. Dermed kan ikke ankeroppgavene inkluderes i oppgaveanalysen. For det andre brukes gjennomsnittlig prosentvis prestasjon, da vi kun har tilgang på om elevene har svart rett eller galt gitt ved 0 eller 1 poeng, og ikke de vektede skalapoengene.

På grunn av at det oppstod interessante resultater i deler av oppgaveanalysen, vil resultater fra nasjonale prøver i regning for 9.trinn anvendes for deler av analysen. Dette utvalget renskes ikke, da vi ikke skal undersøke alderseffekt. Les mer om dette i kapittel 3.7.5.

3.3 Variablenes målenivå

De ulike variablene vi omtaler i underforskningsspørsmålet vårt, kan kategoriseres i ulike målenivå. I vår dataanalyse er variablene på to målenivå, nominalnivå og intervall/forholdstallsnivå.

Kjennetegn på variabler som havner innenfor kategorien *nominalnivå* er at de er gjensidig utelukkende (Eikemo & Clausen, 2007). Betydningen av dette er at variablene ikke kan havne innenfor to verdier, med andre ord er det ingen tvil om hvilken verdi man tilhører. Kjønn og fylke er variabler på nominalnivå. Man kan ikke tilhøre to verdier, eksempelvis er man gutt eller jente. Kjønnsvariabelen er en dikotom variabel, med kun to verdier (Eikemo & Clausen, 2012). Et annet kjennetegn på variabler på nominalnivå er at en logisk rangering mellom variablene er umulig (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det gir ikke mening å klassifisere Oslo foran Akershus, eller motsatt. Dersom variabelen er på nominalnivå blir data gjerne presentert ved frekvenstabell eller grafisk figur, mens mål for spredning og sentraltendens er umulig.

Variablene som befinner seg innenfor *intervall/ forholdstallsnivt* har lik avstand mellom hver verdi (Christoffersen & Johannessen, 2012). På grunn av lik avstand er det mulig å klassifisere og gjennomføre en logisk rangering mellom verdiene. Det er mulig å si noe om forholdet mellom de ulike verdiene, derav navnet. Av variablene vi har fått utlevert er totalscore og fødselsdato innenfor dette nivået. Christoffersen og Johannessen (2012) skiller ikke mellom intervall- og forholdstallsnivået, mens Eikemo og Clausen (2007) beskriver at den eneste forskjellen mellom de to nivåene er at forholdstallsnivået har et klart nullpunkt. Vi skiller likevel ikke disse nivåene fra hverandre i teksten, på grunn av de komplekse variablene som er i dette nivået som skalapoeng. Elevene kan få alt feil på den nasjonale prøven i regning, men ender likevel ikke opp med 0 skalapoeng (se kap 2.5). Dersom variabelen befinner seg på intervall/ forholdstallsnivå kan dataen grupperes før den fremstilles, i motsetning til nominalnivå. Innenfor dette nivået kan man også snakke om mål for sentraltendens, samt mål for spredning (Christoffersen & Johannessen, 2012).

3.4 Reliabilitet, validitet og kausalitet

Samfunnsvitenskapelig forskningsmetode vier stor plass til validitet og reliabilitet. Samlet fortellere begrepene om kvaliteten på hele prosjektet (Pallant, 2007). Validitet, reliabilitet og kausalitet vil bli presentert i de neste delkapitlene og blir knyttet opp mot vårt prosjekt.

3.4.1 Reliabilitet

Reliabilitet beskriver påliteligheten til dataene, og om de er uten tilfeldige feil (Pallant, 2007). Når et datasetts reliabilitet skal avgjøres, vurderes det etter nøyaktigheten av undersøkelsens data, anvendelse av data, innsamlingsmetode og bearbeidelse av datasettet. Muligheten for retesting er en generell regel for en undersøkelse, slik at resultatet er likt som første test. Spesielt er dette gjeldende i arbeidet med kvantitativ data (Kleven, 2014). For å kunne stole på et resultat, må det være mulig å si noe om resultatet gir et korrekt bilde av situasjonen.

Kleven (2014) beskriver to aspekter ved reliabilitet som er sentralt. Stabilitetsaspektet blir gjerne sett på som retest-metoden. En indikator på stabiliteten, er at det kan gjennomføres samme måling på samme person på forskjellige tidspunker. Når et resultat er helt likt fra en test til en annen, har vi en perfekt reliabel test. Ekvivalensaspektet omhandler spørsmål om hvorvidt ulike måter å undersøke fenomenet gir det samme resultatet. Dersom man kunne ha erstattet noen av oppgavene i nasjonale prøver med andre og fått frem det samme, ville ekvivalensaspektet bli ivaretatt. Reliabilitet er et teoretisk begrep, og er derfor vanskelig å måle direkte, eller si noe om i hvilken grad man oppfyller begrepet fullstendig (Kleven, 2014). Likevel, er det mulig å estimere grad av reliabilitet.

Stabilitetsaspektet kommer til syne i vårt prosjekt gjennom både kvalitativ og kvantitativ tilnærming. For den kvantitative delen vil andre komme frem til samme resultat dersom de anvender samme datasett og analyseverktøy. I den kvalitative delen vil stabilitetsaspektet bli utfordret i større grad enn for de kvantitative data, fordi det forutsetter at andre som gjennomfører oppgaveanalysen har samme oppfattelse av det teoretiske rammeverket som oss. Derfor må vi være nøye på hva vi legger i det kvalitative analyseverktøyet vårt.

Et vanlig mål for reliabilitet i kvantitativ data er Cronbachs alfa, også omtalt som alfaverdi. Eikemo og Clausen (2012) forklarer at Cronbachs alfa er et reliabilitetsmål på den indre konsistensen til en måling av et latent begrep. Med et latent begrep menes et begrep som ikke kan måles direkte. For å kunne teste Cronbachs alfa kombineres ulike variabler gruppert i et konstrukt for å undersøke om variablene korrelerer med hverandre. Brøkoppgavene fra nasjonale prøver på 8.trinn har vi fordelt i konstrukt basert på et teoretisk rammeverk. Alfaverdiene skal brukes i oppgaveanalysen i del 3 for å se om våre konstrukt innenfor brøk faktisk dekker underkategoriene del av helhet, forholdstall, operator, tallmåling og kvotient (Behr et al.,1983).

Dersom oppgavene tester det samme underliggende begrepet, er det nærliggende å tro at de korrelerer med hverandre. Alfaverdien kan varierer mellom 0 og 1, og det vanlige er at verdier over 0,7 blir sett på som en nedre grense for tilfredsstillende intern konsistens (Eikemo & Clausen, 2012). Denne grensen er ikke absolutt, og andre forskere bruker forskjellige grenseverdier. Cohen, Manion og Morrison (2007) bruker følgende verdier:

- Over 0,9: Meget høy
- 0,8 – 0,9: Høy reliabilitet
- 0,7-0,79: Reliabelt
- 0,6 – 0,69: Marginalt reliabelt
- Under 0,60: Uakseptabel lav reliabilitet

Med andre ord er det en glidende overgang rundt den nedre grensen av rapporterbare verdier for Cronbachs alfa. En alfaverdi på 0,7 betyr at 70% av variansen (variasjon) er "sann", mens resten (30%) er "feilvarians", som betyr at noe annet enn det som er felles for variablene inngår (Kjærsli og Olsen 2013). En betrakting er at verdien påvirkes av hvor mange variabler som er testes. Dersom man tester 3-5 variabler er en 0,7 verdi tilfredsstillende, mens man burde komme opp mot 0.9 i alfaverdi med 11-12 variabler (Eikemo og Clausen 2012). Vi har fulgt anbefalingen til Cohen et.al (2007) om en nedregrense på 0,6 som marginal reliabel.

3.4.2 Validitet

Validitet handler om hvorvidt data representerer selve fenomenet i forskningen. Et annet begrep som omhandler det samme er gyldighet (Christoffersen & Johannesen, 2012). For å kunne si at forskningsresultatet er valid må både data og konkusjoner være av høy kvalitet. Dersom en undersøkelse skal være valid, må den teste det man faktisk ønsker å finne ut av. Validiteten for vårt datasett blir ivaretatt gjennom at nasjonale prøver driver sikker innsamling av data, instrumenteringen er gjort av et fagmiljø (Utdanningsdirektoratet, 2010) og analyseverktøyene er av høy troverdighet gjennom bruk av SPSS. Dette er i følge Cohen et.al (2007) kriterier for at kvantitative data kan bli valid. Validitet er ikke et absolutt begrep som man enten har eller ikke i en undersøkelse, men det fungerer som et kvalitetskrav som burde oppfylles mest mulig (Christoffersen & Johannessen 2012). Det finnes altså ingen tydelig skala for validitet, men det handler om å finne bevis for å understøtte studien vår.

I forskning deler man inn validitet i flere underkategorier: Begrepsvaliditet, indre- og ytre validitet vil bli drøftet her. Med begrepsvaliditet definerer Kleven (2014) grad av samsvar mellom begrepet teoretisk og operasjonaliseringen av begrepet. Med andre ord, graden man lykkes i å teoretisk definere et begrep, for så å gjennomføre en måling av nøyaktig dette begrepet. For å vurdere begrepsvaliditeten i vårt datamateriale må vi se på hvorvidt målingen er dekkende. I vår analyse vil vi vurdere begrepsvaliditeten når vi plasserer oppgaver inn i teoretiske rammeverk, fordi vi ønsker å undersøke om konstruktene med oppgavene har det teoretiske innholdet som ligger i begrepene. For eksempel, når vi stiller spørsmålet om hva nasjonale prøver kan fortelle om elevers prestasjoner i brøk, må vi vurdere hva av brøkbegrepet som er dekt i nasjonale prøver ut i fra et valgt rammeverk.

Datasettets ytre validitet forteller om hvilken grad resultatene fra undersøkelsen kan generaliseres til en større populasjon, case eller situasjon (Cohen et al., 2007). Spørsmål omkring hva kan man lære av forskningsresultatet indikerer den ytre validiteten. I kvantitativ forskning benyttes ofte generalisering for å begrunne ytre validitet (Kleven, 2014). Generalisering av vårt datasett er en ikke-eksisterende utfordring, fordi resultatet som fremkommer vil være gyldig for en tilnærmet hel populasjon. Vi har utvalg som er i overkant av 95% av 5.- og 8.klassinger i Norge i 2014, og dermed kan vi uttale oss med stor sikkerhet rundt de kvantitative resultatene. De elevene som er fritatt, har blitt vurdert ut i fra et likt reglement (Utdanningsdirektoratet, 2014e). Det er dermed ikke tilfeldig hvem som har fritak, og de fritatte elevene oppfyller ikke kriteriene for å ta kartleggingsprøven. Som beskrevet under delkapitlet 3.2, utgjør de fritatte en liten prosentandel og er ikke opprinnelig med i datasettet. Dette er potensielt en feilkilde for å generalisere for en hel populasjon, fordi vi vet svært lite om denne elevgruppen annet enn hvilke fritakskriterier som ligger til grunn.

Indre validitet handler om å kunne stole på tolkningen presentert om relasjoner mellom variablene. En gyldig konklusjon på at X påvirker Y innebærer god indre validitet (Kleven, 2014). Den indre validiteten knyttes opp til den faktiske relasjonen mellom variablene i undersøkelsen, og ikke bare om det er en statistisk sammenheng mellom for eksempel prestasjonsscore og fødselsmåned. I analysen av datasettet gjennomfører vi både tester for statistiske sammenhenger mellom variablene og tolker funnene opp mot teori for å kunne forklare funnene.

3.4.3 Kausalitet

En årsaksrelasjon eksisterer dersom en variabel har en viss påvirkning på en annen variabel. En kausalforklaring er en type årsaksforklaring som forklarer en begivenhet Y ved at det angis en tidligere begivenhet X, hvor begivenheten X fører til begivenhet Y. I pedagogikkfaget er det viktig å studere årsaksrelasjoner, fordi mye av pedagogikken handler om undervisning og oppdragelse. Undervisning og oppdragelse drives i hensikt at den skal ha en virkning, og vi er interessert i å finne ut hva som kan føre til bedre læring for elevene (Kleven, 2014). I vårt prosjekt ønsker vi å undersøke hvor mye av prestasjonen til elevene kan forklares ut i fra variablene kjønn, fødselsmåneder og bosted. I tillegg ønsker vi å se på eventuelle forskjeller i prestasjoner mellom fødselsmåneder har noen pedagogisk betydning? Dette vil være viktig for oss siden vi vil kunne si noe om årsaker som kan påvirke regneopplæringen, og om det er noe lærere burde ta hensyn i sin planlegging av undervisningen.

3.5 Kvantitative analyseverktøy

De kvantitative analyseverktøyet skal bidra til å belyse datasettet slik at vi kan besvare problemstillingen vår på en hensiktsmessig måte. I tillegg forsøker vi å ivareta reliabilitet, validitet og kausalitet gjennom flere analysemetoder. I de fleste analysene er statistikkprogrammet Statistical Package for the Social Scienes (heretter: SPSS) anvendt. Dette er et omfattende statistisk datahåndterings- og dataanalyseverktøy for kvantitative data som er anerkjent og mye brukt (Eikemo & Clausen, 2012). For vår del var det naturlig å velge dette programmet, fordi vi hadde kjennskap til det fra tidligere, samt at Norges Arktiske Universitet tilbyr lisens på SPSS. SPSS oppdateres jevnlig (Eikemo & Clausen, 2012), og vi har benyttet versjon 22.0.

Det er særlig to forhold som må oppfylles for at de statistiske analyseverktøyene kan anvendes. For det første fastslå at datasettet er normalfordelt, og for det andre fastslå at alle sammenhengene som undersøkes er signifikant før de anvendes videre. I vårt tilfelle benyttes begrepet signifikans innenfor statistikk, og ikke i den generelle betydningen av ordet signifikans, som er viktig eller betydningsfull. Signifikanttesting forteller oss med hvilken sikkerhet vi kan tilskrive resultatene tilfeldigheten eller ikke (Kleven, 2014). For alle våre analyser anvendes 0,05-nivå, det vil si at med 95% sikkerhet tilskrives ikke resultatet tilfeldighetene. For å stadfeste om det er en signifikant forskjell mellom utvalg og grupper gjennomføres en t-test i SPSS (Johannessen, 2008). I forkant av kvantitative analyser er det fastslått signifikante forskjeller.

3.5.1 Gjennomsnitt og standardavvik

Vi ønsker å beskrive deskriptivt hvordan elevprestasjonene fordeler seg, fordi dette skal si noe om variasjonen i den norske elevmassen omkring et gjennomsnitt. Ved beregning av gjennomsnitt, summeres alle verdiene i datasettet og divideres på antall observerte verdier. Gjennomsnittet blir påvirket av alle verdiene i datasettet (Christoffersen & Johannessen, 2012). I resultatene til nasjonale prøver vil prestasjonen variere mellom elevene. Gjennomsnittsverdien skal brukes for å sammenligne ulike grupper for eksempel gutter og jenter og januarbarn og februarbarn.

Variasjon vil også være viktig å vurdere, fordi uten en variasjon i datasettet ville alle enhetene ha samme verdi, altså gjennomsnittet (Kleven, 2014). Det forventes ikke at alle elever i Norge scorer likt på den nasjonale prøven, og derfor vil både gjennomsnittet og spredningen i elevprestasjoner utfylle hverandre. For å kunne si noe om variasjon i et datasett, er det konstruert spredningsmål som uttrykker variasjonens størrelse. Spredningsmålene benyttes også som hjelpestørrelser for å finne andre statistiske mål for eksempel å regne ut samvariasjon mellom variabler og for å studere gruppeforskjeller (Kleven, 2014). Standardavviket er det spredningsmålet som vil fortelle hvordan elevenes prestasjoner fordeler seg rundt gjennomsnittet.

Standardavviket benyttes som en måleenhet for å sin noe om hvor et enkeltresultat ligger i forhold til gjennomsnittet. Innenfor et område på gjennomsnittet ± 1s, finner vi ca. 68 prosent av deltagerne. Innenfor ± 2s ligger ca. 95 prosent av deltagerne (Johannessen, 2008; Kleven, 2014). I praksis betyr dette at 68 prosent av resultatene til elevene som har deltatt i de nasjonale prøver vil ligge innenfor ett standardavvik fra gjennomsnittet. Johannessen (2008) poengterer at dersom standardavviket er lavt, tyder det på at enhetene er konsentrert rundt gjennomsnittet. Et stort standardavvik viser at enhetene avviker mye fra gjennomsnittet. Avgjørelsen om et standardavviket er stort eller lite må vurderes ut fra gjennomsnittsverdien.

3.5.2 Normalfordeling

Normalfordeling anvendes som et hjelpemiddel både i statistikk og i forbindelse med måling av variabler. For senere statistiske tester på datamaterialet, er normalfordeling en forutsetning for datasettene (Pallant, 2007). For vår del vil det være en naturlig start å avgjøre om datasettet er omtrentlig normalfordelt, for å kunne anvende avanserte statistiske tester. Normalfordelingskurven er en symmetrisk ”klokkeformet” kurve hvor det er fastsatte grenser for hvordan utvalget teoretisk skal fordele seg, og i praksis er resultatfordelingen påvirket av oppgavenes vanskegrad (Kleven, 2014). For å kunne avgjøre om datasettet vårt er normalfordelt, må normaliteten for utvalget bestemmes.

En metode for å avgjøre normaliteten til et utvalg, er å se på skjevhet og kurtose. Skjevhet indikerer symmetrien for utvalget, mens kurtose sier noe hvor mye av dataene som havner i halene (Pallant, 2007; Kleven, 2014). Pallant (2007) påpeker at denne testen er sensitiv for store utvalg, men vil være nyttig for å kunne beskrive utvalget sammen med et histogram. Positive skjevhetsverdier indikerer at resultatene er gruppert mot lavere verdier, og motsatt for negative skjevhetsverdier. Negativ kurtoseverdi for utvalg tyder på at det er færre tilfeller som havner i halene enn i en normalfordeling. For en perfekt normalfordeling må både skjevhet og kurtoseverdiene være 0, men det er ingen klare retningslinjer for når skjevhetheten er uakseptabel. Dersom skjevhetsverdiene for utvalgene er større enn 1 eller mindre enn -1, er de langt fra symmetrisk (Graphpad, udat.).

3.5.3 Korrelasjon

For å undersøke om det er sammenheng med når eleven er født, kjønn eller bosted opp mot prestasjonsscore på nasjonale prøver, vil korrelasjon være et egnet analyseverktøy. I korrelasjonstesting ønsker man å se på i hvilken grad variablene henger sammen. En viktig bemerkning om korrelasjonstesting er at vi ikke kan si noe om den ene variabelen påvirker den andre, fordi vi definerer verken uavhengige eller avhengige variabler. Dermed omtaler man kun grad av samvariasjon (Eikemo & Clausen, 2012).

Korrelasjon er en parametrisk test som måler graden av lineær sammenheng mellom to variabler på intervallnivå (Eikemo & Clausen, 2012). Pearsons korrelasjonskoeffisient (r) blir anvendt for å beskrive samvariasjonen. R-verdiene måler graden av linearitet, og varierer mellom -1 - 0 og 0 - 1, hvor fortegnet forteller om det er en positiv eller negativ korrelasjon. Dersom r = 0, har vi ingen sammenheng (Eikemo & Clausen, 2012). Når en omtaler Pearsons r, skal en være forsiktig med å omtale om det er høye eller lave verdier. Pallant (2007) har følgende referanseverdier:

- r = 0,10-0,29: Svak
- r = 0,30- 0,49: Moderat
- r= 0,50-1.0: Høy

Korrelasjonsverdiene skal også anvendes i vår studie for å omtale samvariasjon mellom brøk og brøkkonstruktene og mellom brøkkonstruktene. Videre så skal r-verdiene kvadreres, fordi vi ønsker å vite hvor mye av variansen i den ene variabelen som kan forklares av den andre (Aarø, 2007). Dette skal være med på å avgjøre om de ulike konstruktene tester forskjellige sider av brøk.

3.5.4 Effektstørrelse

For å kunne si noe om betydningen av eventuelle forskjeller mellom bakgrunnsvariablene er effektstørrelse en måte å sammenligne resultater på. Kjærnsli og Olsen (2013) påpeker at effektstørrelsen kan benyttes for eksempel til å beskrive kjønnsforskjellen, og dermed også den pedagogiske betydningen av forskjellen. Vi stiller spørsmålet omkring hvilken betydning det har at en elevgruppe for eksempel scorer 5 poeng høyere enn en annen elevgruppe på nasjonale prøver. Effektstørrelsen vil fortelle noe om den relative forskjellen mellom to grupper, eller i hvilken grad to variabler er assosiert med hverandre (Pallant, 2007). Cohen´s d er et vanlig effektstørrelsemål. Ved Cohen´s d beregninger ser man på to grupper, hvor den ene blir sett på som testgruppen, og den andre kontrollgruppen. Cohen´s d kalkulerer effektstørrelsen ut fra standardavvik og gjennomsnittsverdi og vi har anvendt en utregningskalkulatorer på internett (Becker, 2000). Cohen ´s d -verdiene vi tar utgangspunkt i, er Hatties (2013) effektstørrelser fordi de er direkte relatert til skolefaglige prestasjoner:

- Under 0,20 standardavvik viser ingen effekt
- 0,20 – 0,39 viser til en liten effekt, men er såpass stor at den er allikevel av betydning.
- 0,40-0,59 indikerer en moderat effekt.
- Over 0,60 viser til en sterk effekt

3.5.5 Multivariat Regresjon

Vi ønsker å si noe om i hvor stor grad våre tre utvalgte variabler kan forklare det totale resultatet, fordi dette vil si noe om hvordan disse tre variablene spiller inn på elevers prestasjoner. For å kunne predikere verdier på den avhengige variabel, må vi utføre regresjon. Dette i motsetning til korrelasjon som bare har uavhengige variabler. Det må være tilstede en avhengig og uavhengig variabel i bivariat regresjon, men ved flere uavhengige variabler i analysen, benyttes en multivariat regresjonsanalyse (Eikemo & Clausen, 2012). I våre tilfeller utføres multivariat regresjonsanalyse, siden vi har tre uavhengige variabler. Vi ønsker altså å predikere verdier på den avhengige variabelen skalapoeng ut fra kjennskap til de uavhengige variablene alder, kjønn og boster (Aarø,2007). Fordelen med å ha flere uavhengige variabler i en regresjonsligning, er å forhindre en sammenblanding av effekten for ulike variablene (Eikemo & Clausen, 2012). Da vil man få ut en lineær sammenheng, som vil fortelle noe om hvor mye prestasjonsscore går opp eller ned for hver måned, kjønn og hvert fylke.

Adjusted R er en verdi som kommer ut av av regresjonsanalysen. Den beskriver hvor mange prosent av variansen i den avhengige variabelen som kan tilskrives de uavhengige variablene. Denne verdien vil ligge mellom 0 og 1, og et høyt tall indikerer på en god forklaringsmodell. Et lavt tall må ses på som at de(n) viktigste forklaringsvariabelen(e) ikke er inkludert i modellen (Eikemo & Clausen, 2012). Oppsummert så vil det for vår del være aktuelt å estimere hvor mye av prestasjonen kan forklares i prosent ut i fra kjønn, alder og bosted.

3.5.6 Oppsummering kvantitative analyseverkøy

Gjennom kapittel 3.5 har vi presentert ulike metoder som skal anvendes i analysen, og for å sikre reliabilitet, validitet og kausalitet. Hensikten med de ulike metodene er at de skal fungere som vårt kvantitative verktøy for å besvare problemstillingen tilfredsstillende. Kombinasjonen med ulike statiske tester skal sørge for å si både noe om samvariasjon, signifikanstesting, effekt, indre konsistens og predikere betydningen av de utvalgte variablene. Siden dette er et studie som skal forsøke å si noe om norske elevers kunnskaper, er det viktig å belyse med ulike statistiske mål og verken over- eller underdrive resultatene.

3.6 Innholdsanalyse

I tillegg til kvantitativ forskningsmetode er også innholdsanalyse nødvendig for å kunne svare på hva nasjonale prøver kan fortelle om norske elevers brøk og regnekompetanse. For det første må vi si noe om hva oppgavene i nasjonale prøver faktisk tester. Andre perspektivet handler om å si noe om hvilken kunnskap norske elever besitter, og hva de mangler. For å kunne besvare dette er innholdsanalyse sentralt. I innholdsanalyse baserer datainnsamlingen seg på dokumenter som utgangspunkt (Grønmo, 2004). Det utvalgte innholdet i dokumentene blir analysert grundig og systematisk slik at det kan brukes som utgangspunkt for videre analyser. Dokumenter må forstås som alle skriftkilder som er relevant for forskeren, og de kan være objekt eller kilder til forskningen. De kan være i mange former som for eksempel brev, lydopptak, forskningsrapporter eller stortingsmeldinger (Christoffersen & Johannessen, 2012). I innholdsanalyse har vi brukt et deduktivt design på innsamlet data. Deduktiv design beskrives som å gå fra ”teori til empiri” (Postholm & Jacobsen, 2011). Vi tar utgangspunkt i teoretiske referanserammer for å få større innsikt i oppgavene i nasjonale prøver, og for å kunne si noe mer spesifikk om norske elevers prestasjoner. Teorier og hypoteser testes ved hjelp av empiriske data. Grønmo (2004) deler innholdsanalysen i to deler: kvalitativ og kvantitativ innholdsanalyse.

I kvalitativt innholdsanalyse tas det sikte på å kategorisere innholdet i et dokument som er relevant for problemstillingen (Grønmo, 2004). En kvalitativ innholdsanalyse er nødvendig for å gå i dybden på innholdet i nasjonale prøver. For å kunne utforske nasjonale prøvers oppgaver, skal teori danne teoretiske rammeverk for kvalitativ oppgaveanalyse. *Kontekster* (OECD,2013) og *aritmetisk kompleksitet* (Leung & Silver, 1997; Reed, 1999) vil være med på å belyse regnebegrepet i nasjonale prøver, mens *brøk* skal analyseres gjennom rammeverket til Behr et al. (1983). Vi foretok en kategorisering av de nevnte teoretiske modellene for å kunne si noe om regnebegrepet som helhet i nasjonale prøver. I tillegg har vi for brøkdelen sett på hvordan begrepsvaliditet kan forbedres med tanke på hva nasjonale prøver måler og ikke måler i forhold til de teoretiske konstruktene.

Kvantitativ innholdsanalyse tar ikke sikte på å utvikle nye kategorier, slik som kvalitativ innholdsanalyse. Derimot blir tekstmaterialet vurdert i forhold til strukturerte kategorier, i så kalte kodeskjema (Grønmo, 2004). I vår analyse kommer den kvantitative innholdsanalysen til syne i opptelling og beregninger av statistiske størrelser innenfor de nevnte kategoriseringen som er gjort i kvalitativ innholdsanalyse. Dette fordi vi ønsker å se både på hvordan oppgavene fordeler seg i de ulike kategoriene, men også hvordan norske elever scorer i de forskjellige kategoriene. Når vi legger oppgaver i konstrukt, vil vi kunne fortelle om tendenser innenfor brøk. Dermed kan kvalitativ og kvantitativ innholdsanalyse utfylle hverandre, og sammen er de nødvendig for å svare på problemstillingen fullstendig.

3.6.1 Gjennomføring av innholdsanalysen

I forkant av hver kategorisering av kontekst, kompleksitet og brøk, lagde vi noen prinsipper for fremgangsmåte. Vi startet alltid med å lese oss opp på relevant teori, og diskuterte tidligere kategoriserte oppgaver presentert i teori. Så utformet vi klare skiller mellom underkategoriene i kontekst, kompleksitet og brøk ut i fra teori og tidligere eksempeloppgaver. Da vi hadde et omforent syn på teorien, var vi klar til å se på oppgavene. Vi tok kontekstene først, deretter kompleksitet og tilslutt brøk.

Vi la de 58 oppgavene på et stort bord, og startet systematisk fra oppgave 1. Hele tiden hadde vi kapitlene 2.6 og 2.7 fra teorien foran oss. Spesielt for kontekstene, var at vi måtte underveis gjøre noen egne tilpasninger til teorien. For eksempel definerte vi skole til å være yrkesliv jf. kap 3.7.2. Da alle oppgavene var kategorisert, samlet vi de i ulike bunker. Deretter tok vi for oss hver bunke, altså underkategoriene for eksempel i kontekstene. Vi så etter fellestrekk og hvorvidt hver enkelt oppgave oppfylte våre retningslinjer. I de tilfellene vi var usikre, gikk vi tilbake til opprinnelig teori og sammenlignet usikker oppgave med eksempeloppgaver. Da vi var enig i alle kategoriseringene, gikk vi videre til kvantitativ analysering og drøftet funnene for hver kategori.

3.6.2 Kontekster

I regnedefinisjonen er det spesifikt nevnt at oppgavene skal være i en kontekst (Utdanningsdirektoratet, 2012b). Nasjonale prøver i regning skal måle regning, slik det er omtalt i kapittel 2.4 og 2.5. For å kunne vurdere hvordan oppgavene i nasjonale prøver svarer på regning gjennom kontekstene, anvendes OECD (2013) rammeverk for innhold og fordeling av kontekster i PISA-undersøkelsen. Dette fordi det er likheter i definisjonene til regning og matematisk literacy, hvor begge spesifikt nevner at hverdagsmatematikk skal være satt i en kontekst.

I PISA-undersøkelsen skal det være lik fordeling av de fire kontekstene personlig, yrkesliv, samfunn og vitenskap (OECD, 2013), og dermed har vi et forhold å sammenligne oppgavene i nasjonale prøver opp mot. De 58 oppgavene i nasjonale prøver i regning for 8.trinn er plassert av oss i kontekster som tar utgangspunkt i OECDs (2013) rammeverk, og under følger våre tolkninger og presiseringer på grenser mellom de ulike kategoriene.

Personligkonteksten omhandler alle oppgaver i nasjonale prøver som direkte påvirker enkeltpersoner og familier i hjemmet. Oppgaveteksten inneholder ofte egennavn slik at elevene kan sette seg inn i situasjonen. Typiske oppgaver fra nasjonale prøver som er plassert til personlig, er oppgaver som relaterer seg til personlig økonomi som å tjene penger, matlaging og fritidsaktiviteter. Lønn er personlig, fordi det påvirker den personlige økonomien og friheten enkeltmennesket/familien har til å disponere inntekten. Matlaging er personlig, fordi man enten disponerer midler fra husholdningen for å handle eller lager mat. Fritid er personlig, siden dette handler om hvordan man disponerer tiden sin når man ikke er på skole eller jobb.

I *yrkeslivskonteksten* er oppgaver i nasjonale prøver som handler om yrke, skole og forening plassert. Skole er plassert i denne konteksten, fordi aktiviteter som er innenfor skoletiden, ses på som elevenes yrkesliv. Forening er yrkesliv, fordi oppgavene går ut på at et lag eller forening tjener penger. Dette er gjort på bakgrunn av at et lag -eller forenings inntekter ikke påvirker den personlig økonomien på en direkte måte.

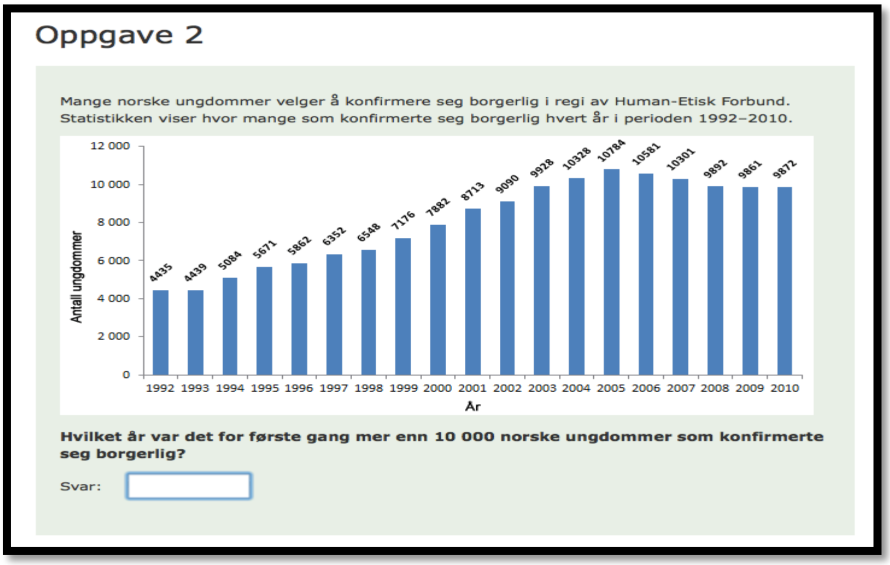
Samfunnkonteksten i nasjonale prøver inneholder offentlig statistikk, offentlig informasjon og bruksanvisninger. Offentlig informasjon er plassert i samfunn, fordi det handler om å lese informasjon av rutetabeller som er allment kjent. Bruksanvisninger er plassert i samfunn, fordi det er informasjon som er ment for et produkt og skal være kjent for alle. Slik informasjon kan ofte søkes opp på internett, og bruksanvisningen kan både være til hjelp i hjemmet og på jobb. Offentlig statistikk er statistikk for et stort utvalg og er tilgjengelig for alle. Dette er gjerne statistikk som hentes fra Statistisk Sentralbyrå.

Oppgaver i nasjonale prøver som er plassert i *vitenskap*, er situasjoner som omhandler klima og beregning av romfigurer. De oppgavene som er kontekstløs og rene matematiske oppgaver, har vi plassert i en nyopprettet kontekst: *intermatematisk*. Dette fordi vi ønsker å synliggjøre de rene matematiske oppgavene som er i nasjonale prøver, og studere disse isolert. Typiske oppgaver som havner i denne kategorien er rene talloppgaver, som ber eleven om å regne ut en oppgave.

3.6.3 Aritmetisk kompleksitet

I forståelsen av regnebegrepet står de fire regneartene sentralt samt å lese av grafer (Utdanningsdirektoratet, 2012b). Den aritmetiske kompleksiteten skal beskrive oppgavene i nasjonale prøver ut i fra hvor mange matematiske beregninger som er nødvendig. Aritmetisk kompleksitet skal bidra til å si noe om elevenes kompetanse på å anvende ulike kombinasjoner med de fire regneartene. For å kunne si noe om kompleksiteten i oppgavene for nasjonale prøver, kombineres Leung og Silvers (1997) aritmetiske kompleksitet modell og Reeds (1999) modell for kompleksitet i tekstoppgaver. Dette fordi nasjonale prøver har en kombinasjon av oppgaver med og uten tekst, og de to omtale modellene utfyller hverandre når man ønsker å avgjøre kompleksitet.

Det er to presiseringer som er nødvendig for vår anvendelse av aritmetisk kompleksitet. For det første har vi lagt til grunn enkleste fremgangsmåte i besvarelse av oppgavene. En del av oppgavene kan løses på flere måter, og elevene kan benytte flere steg enn det vi har lagt til grunn. For eksempel som i oppgave 34 hvor enkleste vei til målet er å benytte arealformelen (algoritme for multiplikasjon), mens andre løsningsmetoder kan være å visualisere utregningen av arealet ved hjelp av en figur for så å gjøre mellomregninger med flere regnearter. For det andre handler ikke nullstegsoppgavene om aritmetisk kompleksitet, da de fire regneartene ikke er direkte nødvendig for å løse oppgavene. Eksempelvis å lese av en graf. De 58 oppgavene for 8.trinn (vedlegg 1) er inndelt etter følgende kriterier:



Figur: 3.1. Nullsteg nasjonale prøver

I vår analyse er nullstegsoppgaver de oppgavene som ikke krever utregning, og svaret kan enten leses rett ut av oppgaveteksten, fra et bilde eller en graf. Slike oppgaver skal i utgangspunktet løses uten beregninger. Et eksempel er en statistikkoppgave hvor elevene skal lese av stolpediagrammet, og det kreves ingen beregninger for å avgi svar som i figur 3.1

Figur: 3.2. Ettsteg nasjonale prøver

For ettstegsoppgavene er Reeds (1999) forståelse lagt til grunn om at det kun kreves en matematisk regneoperasjon for å løse oppgavene. Eksempelvis vil en arealberegning hvor lengde og bredde er oppgitt være en slik oppgave, vist i figur 3.2.

Figur 3.3. Multisteg nasjonale prøver

Oppgaver i nasjonale prøver som kategoriseres som multistegsoppgaver, er alle oppgaver som kan løses med en kombinasjon av de fire regneartene (Reed, 1999). Et slik eksempel kan være å kombinere multiplikasjon, addisjon og subtraksjon for å kunne svare på oppgaveteksten, slik som vist i figur 3.3.

3.6.4 Brøk

Brøk er en del av vår problemstilling og skal belyse forholdstallsiden av regning. For å skille brøkoppgavene i nasjonale prøver i underkonstrukter, legges Behr et. al (1983) teori til grunn for oppgaveanalysen. Vi har valgt dette rammeverket fordi vi ønsker å nyansere og identifiserer norske elevers brøkprestasjoner i nasjonale prøver, samt si noe om brøkinnholdet i oppgavesettet. Med bakgrunn i teori omtalt i kap. 2.7 identifiserte vi 24 oppgaver som ble plassert i del av helhet, operator, forholdstall og tallmåling.

Plasseringen av oppgaver til de ulike brøkkonstruktene, ble gjort med bakgrunn i teori og hadde følgende hovedretningslinjer: *I del av helhet* plasserte vi oppgavene som handlet om å finne en del og finne helhet. *Operatoroppgavene* fordelte seg mellom prosent, valuta, tekstoppgaver og brøkuttrykk hvor man skal finne en funksjon av noe annet. I *forholdstall* ble oppgaver kategorisert som inneholdt forholdstall i enten tekst eller symbol. *Tallmåling* inneholder oppgavene som tar for seg brøkens kvantitative del og gjentatt addisjon med en gitt lengde. For *kvotient* undersøkte vi om nasjonale prøver hadde oppgaver som oppfylte teorien om innholdet i kvotient. Med bakgrunn i ønske om å vurdere begrepsvaliditeten for brøkoppgavene, så faller presiseringer for hvert konstrukt under denne diskusjonen i resultat og drøfting kap.4.4.3-4.4.7.

3.6.5 Utvikling i norske elevers brøkprestasjoner

Brøk er den mest omfattende delen av våre resultater og drøftinger, og gjennom kap. 4.4.2 – 4.4.7 fremkom det interessante forhold ved brøk for 8.trinn. Dette ga oss nye spørsmål omkring hvordan utvikling norske elever har innenfor brøk og dets underkonstrukt med ett år mer skolegang. På bakgrunn av dette, sendte vi en forespørsel til Utdanningsdirektoratet om utlevering av data 13.april 2015 for nasjonale prøver 9.trinn i regning, og som ble utlevert 7.mai 2015. Dette fordi 9.trinn gjennomførte nøyaktig samme nasjonale prøve i regning som 8.trinn på samme tidspunkt høsten 2014. Datasettet for 9 .trinn inneholdt resultatet fra 59320 elever. Ved å beregne effekten for ett år mer på skole i brøk og dens underkonstrukter, kan vi trolig belyse problemstillingen fra en ny side. Resultatet av dette, vil kunne fortelle noe om hva norsk skole klarer å utvikle av elevenes brøkprestasjoner på ett år. For å avgjøre betydningen av forskjellen mellom 8. og 9.trinn, vil vi sammenligne dette med effekten av ett år mer på skole fra 4. til 5.trinn ut fra TIMSS-data (Grønmo et al.,2012). Dermed kan vi utfylle svaret til problemstillingen vår om hva nasjonale prøver kan fortelle i brøk. En viktig bemerkning er at selve innholdsanalysen for brøk vil basere seg på resultater fra 8.trinn, mens 9.trinn kun vil beskrive prosentvis utvikling i gjennomsnitt.

3.7 Metodekritikk

I datasamlingen har vi benyttet både kvalitativ og kvantitativ metode. Det finnes momenter ved begge metodene som kan være med på å svekke resultatenes troverdighet. Til våre analyser har vi kun tilgang på elevenes resultater. Vi kan dermed for eksempel ikke si noe om hva elevene har tenkt, hvilken undervisning som har vært gitt i forkant av prøvegjennomføring eller hvordan i praksis forbedre områder elevene sliter på. I vår studie peker vi kun på prestasjonene til elevene og knytter opp mot tidligere forskningsresultater der det er mulig.

For det kvantitative datamaterialet er store deler av analysen gjennomført ved hjelp av SPSS, som er et kraftig verktøy. Tallmaterialet vil dermed være av høy kvalitet, og troverdig. Dataen vil være etterprøvbart for andre som har tilgang til det samme materialet, noe som er fordelen med kvantitativ metode. Noe som kan være en feilkilde i forhold til resultatene, er tolkninger og drøftinger vi har gjort av de teoretiske rammeverkene.

Oppgaveanalysen som ligger under kvalitativ metode har flere momenter som kan påvirke resultatene. For det første er datainnsamlingen uforutsigbar (Grønmo, 2004). Det er med andre ord vanskelig å planlegge innsamlingen, fordi vi har en utforskende studie. I starten av prosjektet ønsket vi kun å se på fødselsmåned, kjønn og bosteds påvirkning på regneferdighetene, men etter hvert endte vi opp også med brøk. Grønmo (2004) nevner spesielt forskerens perspektiv og innvirkning som problematisk for resultatene. De teoretiske rammeverkene vi har lagt til grunn kan ha en annen mening fra forfatteren enn det vår forståelse i bearbeidelsen av materialet. For vår del måtte vi vurdere det teoretiske bakteppet for å kunne klassifisere oppgavene inn i kontekst, kompleksitet og underkonstrukt i brøk. Det faktum at vi valgte brøk som fokusområde kan føre til at vi har sett forbi andre sentrale matematiske emner som er viktig for regning.

En annen feilkilde kan være at vi har tillagt brøk større innhold enn de som har utviklet prøvene, og det er ikke sikkert vår oppfattelse av brøk deles med alle. Et annet poeng med tanke på brøkkategoriseringene, er at brøkoppgavene muligens kunne ha vært i flere konstrukter. Dette ut i fra at det er innimellom glidende overganger mellom de ulike kategoriene, og særlig om man deler synet til Kieren (1976) om at del av helhet ligger overordnet i alle kategoriene.

3.8 Etiske hensyn

Prosessen med å få utlevert datamaterialet fra nasjonale prøver fra Utdanningsdirektoratet startet med en søknad til personvernombudet (NSD). Utdanningsdirektoratet hadde godkjenning fra NSD som krav for å starte behandlingen av søknaden vår. Søknaden til NSD ble sendt inn 18.10.2014 (Vedlegg 3) med prosjektnummer 40243. 11.11.2014 fikk vi tilbakemelding med godkjennelse (Vedlegg 4). Neste steg for å få tilgang til datamaterialet var å sende elektroniksøknad til Utdanningsdirektoratet, sammen med godkjennelsen fra NSD. Etter godkjennelse (Vedlegg 5) og signert taushetserklæring (Vedlegg 6), samt lovnad om å slette personidentifiserbare data innen prosjektets avslutning 01.06.2015, fikk vi utlevert data via veileder 22.01.2015 (Vedlegg 7).

Begrunnelsen for krav om godkjenning fra aktuelt organ er at prosjektet er meldepliktig/ konsesjonspliktig i forhold til personopplysningsloven (Utdanningsdirektoratet, 2015). I følge personopplysningsloven er et prosjekt meldepliktig dersom: 1) prosjektet omfatter behandling av personopplysninger og 2) Opplysningene helt eller delvis lagres elektronisk (Christoffersen & Johannessen, 2012). Personopplysninger defineres som: *Opplysninger og vurderinger som gjør det mulig å identifisere enkeltperson.* (Christoffersen & Johannessen, 2012:43) Hvorvidt vi skal behandle personopplysninger eller ei er en diskusjonssak. I datasettet får vi som kjent oppgitt fødselsdato og fylke, noe som muligens kunne være identifiserbart i forhold til enkeltelever. I resultatene som presenteres vil aldri enkelteleven trekkes fram, og dermed vil vi ikke bryte med taushetsplikten.

Utvalget i undersøkelsen er barn og ungdom. Hovedregelen som er gjeldende når forskningen tar utgangpunkt i umyndige er at foreldre/ foresatte må samtykke på vegne av de under 15 år, for at forskeren skal kunne innhente personopplysninger (NESH, 2006). Dette for å ivareta barn og unges behov og interesser. Utdanningsdirektoratet har utarbeidet et informasjonsskriv til foreldre, med en forklaring på hva resultatene fra Nasjonale Prøver skal brukes til (Utdanningsdirektoratet, 2014f). Fra dataeier Utdanningsdirektoratet har vi fått utdelt data på elevnivå, men kun til bruk i analyse for å kunne si noe om *grupper* av elever, for eksempel elevene fra Nord-Norge. Med andre ord vil aldre enkeltelevens resultat omtales i teksten som følger. Til tross for at vi ikke fysisk innheter samtykke hos hver enkelt elev kan vi respektere deltakerens frihet og selvbestemmelse med begrunnelsen at vi ikke innehar fysisk kontakt med forsøkspersonene (NESH, 2006).

4. Resultat og drøfting

Gjennom resultat og drøfting skal problemstillingen ”Hva kan nasjonale prøver fortelle om norske elevers prestasjoner i regning og brøk, og dens underforskningsspørsmål belyses. Kapitlet er inndelt i tre deler. Første og andre del har hovedsakelig en kvantitativ tilnærming og tar for seg underforskningsspørsmålet hvilken betydning har alder, kjønn og bosted . Her vil analyser for både 5. og 8. trinn bli presentert. I tredje del presenteres resultat og drøfting av innholdsanalysen. Herunder drøftes det hva nasjonale prøver kan fortelle om norske elevers prestasjoner innenfor regning og brøk. I tillegg besvares underforskningsspørsmålet hvilken betydning har ett år mer på skole å si for brøkprestasjonene til elevene?

4.1 Del 1: Deskriptiv statistikk

4.1.1 Fødselsmåned

I tabell 4.1 og 4.2 presenteres frekvens som antall elever født hver måned og prosent angir fordeling av elever for hver fødselsmåned. Gjennomsnittsverdien ($\bar{x}$) gir gjennomsnittlig skalapoeng for hver fødselsmåned. Mestringsnivå er presentert med prosentvis fordeling. Standardavvik forteller om spredningen blant prestasjonene innenfor hver fødselsmåned. For å ha et sammenligningsgrunnlag, er første linje i tabellene hele utvalget.

Tabell 4.1

Fordeling fødselsmåned 2004

Fødselsmåned	Frekvens	%	$\bar{x}$	Mestringsnivå i %			St.avvik
				1	2	3	
Alle	56687	100	50,02	24,5	49,5	25,9	9,86
Januar	4858	8,6	51,46	20,8	47,8	31,4	10,08
Februar	4492	7,9	51,40	20,7	48,2	31,1	10,06
Mars	5070	8,9	51,18	21,3	48,5	30,2	10,06
April	4913	8,7	50,75	22,3	48,4	28,3	10,03
Mai	4913	8,7	50,70	22,4	49,5	28,1	9,89
Juni	4824	8,5	50,04	23,8	50,5	25,7	9,73
Juli	5203	9,2	49,84	24,1	51,1	24,7	9,66
August	4857	8,6	49,69	25,5	49,5	25,0	9,75
September	4735	8,4	48,97	27,1	50,6	22,2	9,62
Oktober	4576	8,1	48,85	27,7	50,5	21,8	9,56
November	4179	7,4	48,82	28,5	49,7	21,8	9,54
Desember	4067	7,2	47,99	31,7	49,0	19,3	9,53

Tabell 4.2

Fordeling fødselsmåned 2001

Fødselsmåned	Frekvens	%	$\bar{x}$	Mestringsnivå %					St.avvik
				1	2	3	4	5	
Alle	56695	100	49,99	10,3	21,8	36,9	20,9	10,2	9,94
Januar	4889	8,6	51,02	8,8	20,1	35,7	23,0	12,3	10,06
Februar	4555	8,0	50,98	9,0	19,6	36,6	23,0	11,8	10,11
Mars	4991	8,8	50,86	8,7	20,4	36,7	22,2	12,0	9,98
April	5094	9,0	50,65	8,5	21,1	37,9	21,3	11,2	9,81
Mai	5038	8,9	50,44	10,3	20,2	36,7	21,5	11,4	10,13
Juni	4954	8,7	50,13	9,9	22,2	36,1	21,2	10,7	9,98
Juli	4914	8,7	49,82	9,8	22,5	38,0	20,6	9,1	9,74
August	4866	8,6	49,84	10,9	21,1	37,7	20,5	9,9	9,85
September	4758	8,4	49,68	10,3	23,4	36,4	20,5	9,4	9,76
Oktober	4545	8,0	49,13	11,3	23,2	38,1	19,5	8,0	9,63
November	4157	7,3	49,01	11,7	23,0	38,3	19,6	7,4	9,59
Desember	3933	6,9	48,59	12,9	24,7	36,2	18,1	8,0	9,83

For tabell 4.1 og 4.2 er det tre forhold som er særlig interessante. For det første varierer gjennomsnittscoren mellom 47,99 og 51,46 skalapoeng for 2004, og 51,02 og 48,59 for 2001. Forskjellen kan forklares ut fra poengvis nedgang for hver måned, med januar på topp og desember på bunn. Elever i januar scorer gjennomsnittlig 3,47 skalapoeng bedre enn elever født i desember for 2004-kullet, mens for 2001-kullet skiller det 2,53 skalapoeng. Med disse tallene kan vi slå fast to ting. For det første eksisterer det en faktisk forskjell i skalapoeng mellom ytterpunktene i et fødselsår. For det andre blir forskjellene mindre jo eldre elevene blir. Det andre å legge merke til i tabell 4.1 og 4.2 gjelder fordeling i mestringsnivåene. Generelt viser tabellen at måneder tidlig på året har størst prosentandel i de høyeste mestringsnivåene, og færrest i de laveste mestringsnivåene. Motsatt gjelder for måneder sent på året, hvor flest andel av elevene havner i de laveste mestringsnivåene, og færrest andel i de høyeste mestringsnivåene.

Noe annet å bemerke i tabell 4.1 og 4.2, er spredning rundt gjennomsnittet gitt ved standardavvik. Utdanningsdirektoratet (2014c) har uttalt at den standardiserte gjennomsnittsverdien er 50 skalapoeng og et standardavvik er 10 skalapoeng. Dette ser ut til å stemme overens med verdier for både 5. og 8. klasse. Det vil si at 95 % av elevene plasserer seg mellom 30 og 70 skalapoeng. Funnene i tabell 4.1 og 4.2 viser at det er en forskjell i skalapoeng mellom ulike måneder for 2001- og 2004- kullene. Betydningen av forskjellene, eller om dette fenomenet opptrer på grunn av tilfeldigheter, skal andre statistiske tester svare på.

4.1.2 Kjønn

Tabell 4.3 og 4.4 viser en oversikt over deskriptiv statistikk for kjønnsfordelingen.

Tabell 4.3

Fordeling kjønn 2004

	Gutter	Jenter
Frekvens:	28 658	28 029
	50,6 %	49,4 %
$\bar{x}$	50, 84	49,19
St.avvik	10,23	9,39
Mestringsnivå 1:	23,2 %	25,8 %
Mestringsnivå 2:	47,3 %	51,8 %
Mestringsnivå 3:	29,5 %	22,3 %

Tabell 4.4

Fordeling kjønn 2001

	Gutter	Jenter
Frekvens	28 551	28 144
	50,4%	49,6%
$\bar{x}$	50,87	49,23
St.avvik	10,13	9,61
Mestringsnivå 1	9,3	10,9
Mestringsnivå 2	20,3	23,2
Mestringsnivå 3	35,9	38,2
Mestringsnivå 4	22,3	19,6
Mestringsnivå 5	12,2	8,1

Resultatene for gutter og jenter som er presentert i tabell 4.3 og 4.4 har særlig to forhold verdt å bemerke. For det første har guttene tilnærmet samme skalapoeng for 2001- og 2004- kullet. Det samme gjelder jentenes prestasjoner, hvor de også scorer tilnærmet likt for begge årstrinn. Den andre bemerkningen er en stabil forskjell mellom gutter og jenter på omtrent 1,65 skalapoeng i begge årskullene. Ulikhetene i gjennomsnittlig skalapoeng kommer til uttrykk i mestringsnivåene. Generelt for begge årstrinn er flest gutter i de høyeste mestringsnivåene, mens flere jenter befinner seg i de laveste mestringsnivåene. Dersom vi sammenligner laveste mestringsnivå med høyeste mestringsnivå for begge klassene, viser det seg at det er en større differanse i prosentpoeng mellom gutter og jenter i høyeste mestringsnivået enn i det laveste. Den stabile forskjellen i gjennomsnittlig skalapoeng forteller lite om kjønnsforskjeller, og om det er noe man faktisk må ta tak i hvert klasserom.

4.1.3 Landsdel

Tabell 4.5 og 4.6 framstiller beskrivende statistikk for vår egen landsdel, Nord-Norge. For å kunne kommentere hvordan nordnorske elever presterer i regning sammenlignes resultatene med både resten av landet, og fylket Oslo. Resten av landet betyr alle andre fylker enn Nordland, Troms og Finnmark. Det er offentlig kjent at elever i Oslo scorte best på nasjonale prøver i 2014 (Utdanningsdirektoratet, 2014e). Vi har lyst til å se på ulikhetene mellom vår landsdel og fylket med høyest prestasjon.

Tabell 4.5

Fordeling landsdeler 2004

	Frekvens	%	$\bar{x}$	Mestringsnivå i %			St.avvik
				1	2	3	
Nord Norge	4943	8,7	47,76	32,1	49,4	18,5	9,33
Resten av landet	51635	91,3	50,17	23,8	49,6	26,7	9,32
Oslo	5681	10,0	53,24	16,6	45,0	38,4	10,50

Tabell 4.6

Fordeling landsdeler 2001

	Frekvens	%	$\bar{x}$	Mestringsnivå i %					St.avvik
				1	2	3	4	5	
Nord-Norge	5198	9,2	48,96	11,1	25,0	37,6	18,3	8,1	9,57
Resten av landet	51 497	90,8	50,17	10,0	21,4	37,0	21,2	10,4	9,93
Oslo	5099	9,0	52,72	8,5	16,5	31,8	25,5	19,6	10,77

Tabell 4.5 og 4.6 viser at den gjennomsnittlige nordnorske eleven har en lavere gjennomsnittscore enn resten av landet, med 2,41 skalapoeng for 2004 og 1,21 skalapoeng for 2001. Når Nord-Norges resultater sammenlignes med elever fra Oslo, er forskjellen i gjennomsnittlig skalapoeng på 5,48 skalapoeng for 2004 og 3,76 for 2001. På 5.trinn er forskjellene størst mellom Oslo og Nord-Norge. Ulikhetene gjenspeiles i mestringsnivåene, hvor Oslo har mer enn dobbelt så stor prosentandel i mestringsnivå 3, og nesten halvparten så stor prosentandel i mestringsnivå 1 som Nord-Norge. En gjennomgående trend er at forskjellen mellom Nord-Norge og både resten av landet og Oslo går ned fra 5.- 8. trinn.

4.1.4 Oppsummering del 1

Gjennom å bruke deskriptiv statistikk viser resultatet en forskjell i prestasjonsscore for elever født tidlig på året sammenlignet med sent. Guttene scorer bedre enn jentene i begge årstrinn og Nord-Norge presterer poengvis svakere enn resten av landet og Oslo. Forskjellene kan oppsummeres i tabell 4.7.

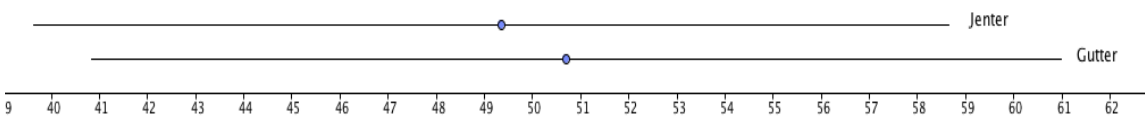
Tabell 4.7

Oppsummering av forskjeller i skalapoeng

	2004	2001
Januar- desember	3,47	2,53
Gutt- jente	1,65	1,64
Resten av landet- Nord-Norge	2,41	1,21
Oslo- Nord-Norge	5,48	3,76

For variablene fødselsmåned og landsdel minker differansen i skalapoeng fra 5. til 8. trinn, mens kjønnsforskjellene holdes stabil. De største forskjellene ser vi mellom Oslo og Nord-Norge og januar til desember. Trenden ser ut til å være at forskjellene utjevnes med elevenes antall år på skole. Dersom tendensen fortsetter, vil det muligens være små forskjeller etter endt grunnskole.

De gjennomsnittlige beregningene sier noe om alle elever i Norge for henholdsvis kjønn, fødselsmåned og landsdel. Det ligger lite usikkerhet i samtlige gjennomsnittsverdier presentert i kapitlet ovenfor, fordi verdiene representerer et faktisk gjennomsnitt for omtrent alle elever på 5. og 8. trinn i Norge. Et slikt gjennomsnitt viser ikke nødvendigvis om det har noen betydning for eleven i klasserommet. Gjennomsnittsverdien i seg selv forteller lite om hva elevene mestrer eller ikke mestrer. Bak et gjennomsnitt skjuler det seg interessante faktaopplysninger, som må ses i lys av standardavviket som forteller hvordan elevmassen sprer seg rundt gjennomsnittsverdien. Dette er eksemplifisert ved figur 4.1 som viser spredningen rundt gjennomsnittet for gutter og jenter prestasjon i nasjonale prøver.



Figur 4.1. ± 1 standardavvik rundt gjennomsnittet til gutter og jenter for 8.trinn

Deskriptiv statistikk gir ikke svar på hva forskjellene mellom kjønn, alder og bosted betyr. For å gi et fullstendig svar på underforskningsspørsmålet vårt er det nødvendig å belyse variablene gjennom statistiske tester som presenteres i del 2.

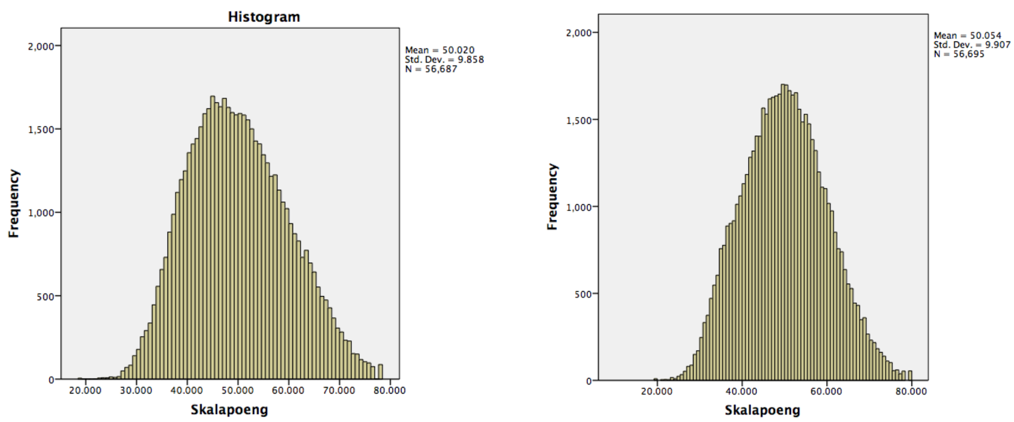
4.2 Del 2: Analytisk statistikk

I del 2 av resultat- og drøftingkapitlet vil den analytiske statistikken fra datasettet bli presentert for å utfylle den deskriptive statistikken fra del 1. De statistiske testene korrelasjon, effekt-, og regresjonsanalyse skal gi et helhetlig svar på rollen kjønn, alder og bosted har i klasserommet. Før man kan benytte statistiske tester må man slå fast at resultatene er normalfordelt.

4.2.1 Normalfordeling

Histogram og skjevhet- og kurtoseverdien vil besvare spørsmål om hvorvidt prestasjonene er normalfordelt.

2004-kullet **2001-kullet**



Figur: 4.2. Framstilling av normalfordeling i histogram for 2004-kullet og 2001-kullet.

For de to undersøkte utvalgene er skjevhetverdien henholdsvis 0,266 for 2004-utvalget og 0,133 2001-utvalget. Kurtoseverdien er -0,427 for 2004-utvalget og -0,360 for 2001-utvalget. Den positive skjevhet-verdien i begge utvalgene indikerer at skalapoengene er gruppert noe mot lavere verdier, og i større grad for 2004-utvalget enn 2001-utvalget. Dersom skjevheten hadde vært større enn 1 eller mindre enn -1, ville det vært en betydelig skjevhet og fordelingen hadde vært langt fra symmetrisk (Graphpad, udat.). I våre tilfeller er verdiene nærmere 0 enn 1, og er dermed ikke langt fra normalfordelt. De negative kurtoseverdiene for begge utvalgene indikerer at det er færre tilfeller som havner i halene enn i en normalfordeling. Dette i større grad for 2004-utvalget enn 2001-utvalget. I begge grafene kan det tyde på at det er flere i høyre hale enn i venstre hale. Dette vil si at skalapoengene er gruppert mot høyere verdier i halene, altså det er flere elever som gjør det bra en dårlig. Ved avlesning av skjevhetsverdiene og ved å studere histogrammet, kan man konkludere med at 2001-utvalget er mer normalfordelt enn 2004-utvalget. Samlet sett forteller verdiene at utvalgene ikke er perfekt normalfordelt (Pallant, 2007). Det å finne en helt perfekt normalfordeling i et utvalg er ikke forventet, da dette er en teoretisk modell som ikke kan overføres fullstendig til virkeligheten. Likevel kan man si at begge utvalget ut ifra verdier og histogram kan ses på som tilnærmet normalfordelt, og dermed oppfyller kravene til videre statistiske tester.

4.2.2: Hva er sammenhengen mellom skalapoeng og de tre variablene?

Tabell 4.8 viser grad av sammenheng mellom variablene fødselsmåned og skalapoeng.

Tabell 4.8

Korrelasjon 2001 og 2004. Verdier under ±0.10 vises som ---

	Pearson´s r	Signifikant
5. trinn	-0.107	0.000
8. trinn	---	0.000

Ved gjennomføring av korrelasjon med skalapoeng og fødselsmåned i SPSS får vi følgende Pearson´s r på 5. Trinn: -0.107, og på 8. Trinn er det ikke eksisterende. Korrelasjon mellom skalapoeng og kjønn, og skalapoeng og fylke viste også ingen sammenheng. Alle verdiene er signifikante på 0.005- nivå og forteller at resultatene ikke er tilfeldig.

Negativ fortegn på Pearson´s r indikerer at for hver måned vi beveger oss bort fra januar, går skalapoengene noe ned (Eikemo & Clausen, 2012). I den deskriptive statistikken i tabell 4.1 og 4.2 viste gjennomsnittscoren en gradvis nedgang for hver måned fra januar til desember, men det ga ingen svar på sammenhengen med prestasjon og fødselsmåned. Vi observerte en gradvis nedgang i skalapoeng fra januar til desember, men sammenhengene betegnes som svak for 5. trinn og ikke tilstede for 8. trinn (Pallant, 2007). Siden korrelasjonstallet for 5.trinn ligger like over nedre grense (-0,10) for meget svak korrelasjon, er dette nærmest å betegne som et ikke-funn. Oppsummert så er det ingen sammenheng å rapportere mellom fødselsmåned og skalapoeng på 5. og 8. trinn, selv om gjennomsnittet viste en forskjell.

4.2.3: Hvor mye kan de tre variablene forklare elevenes regneprestasjon?

Tabell 4.9 predikerer verdier på skalapoeng ut fra kjønn, fødselsmåned og fylkesnummer. I tillegg anslå modellens forklaringskraft, altså hvor mye de tre variablene samlet kan forklare elevenes regneprestasjoner?

Tabell 4.9

Regresjonsanalyse- 2001/2004.: kjønn, fødselsmåned og fylkesnummer.

	Kjønn	Fødselmåned	Fylkesnummer	Adjusted R
5.trinn	-1.65	-0.31	-0,13	2,5%
8.trinn	-1.63	-0.22	-0.10	1,6%

Tabell 4.9 viser at mellom hver måned vil gjennomsnittlig poengsum gå ned med 0,31 poeng for 5.trinn og 0,22 for 8.trinn. For hvert fylkesnummer vil man ha en gjennomsnittlig nedgang i poengsum på 0,13 poeng for 5.trinn og 0.10 poeng for 8.trinn. Kjønnsvariablene skiller seg fra de andre med at det er en dikotom variabel, derfor vil trolig verdien til kjønn se større ut enn for eksempel for fødselsmåned, som har 12 ulike verdier. Et negativt fortegn foran kjønnsverdiene betyr poengforskjell i guttenes favør.

Regresjonsanalysen tar utgangspunkt i en lineær nedgang i skalapoeng mellom hver måned. Dette stemmer ikke nødvendigvis med virkeligheten. Eksempelvis skiller det 0,06 poeng mellom januar og februar, og 0,43 poeng mellom mars og april på 5.trinn. Fylkesnummer poengterer hvor mye poengsummen minsker for hvert fylke i følge nasjonale prøvers fylkesliste (Vedlegg 8). Fylke er i utgangspunktet en variabel på nominalnivå, hvor verdiene ikke kan klassifiseres mot hverandre med mening (Christoffersen & Johannessen 2012). Likevel, siden Nord-Norge har de høyeste fylkesnummer (nummer 18,19 og 20) i datafilen, kan vi anta at de svakeste resultatene i landet ligger i denne landsdelen. Begrunnelsen er at regresjonsmodellen viser en negativ verdi for fylke, fordi poengsummen avtar for hvert fylke etter fylkesnummer 1.

Den mest opplysende verdien som hentes ut av regresjonsanalysen er adjusted r. Verdien forteller at for 5.trinn vil variablene kjønn, fødselsmåned og fylkesnummer tilskrives 2,5% av forklaringen bak totalscoren på prøven, mens for 8.trinn vil de samme variablene forklare 1,6%. Med andre ord kan 97,5% og 98,4 % av elevens totalscore nasjonale prøver i regning forklares ved hjelp av andre faktorer enn kjønn, bosted og fødselsmåned. Det vil si at disse tre variablene i svært liten grad forklarer elevprestasjonen i regning.

4.2.4 Hva er betydningen av forskjellene?

For å avgjøre den pedagogiske betydningen av forskjellene i poengscore mellom ulike grupper, gjennomførte vi effektester. I forkant av effekttesten ble det gjennomført t-test for å fastsette signifikante forskjeller mellom testgruppene. Resultatet viste at forutsetningen for å anvende Cohen´s d er tilstede, fordi det var signifikante forskjeller mellom de gruppene som testes på 0,05-nivå (Pallant 2007). For å belyse alder har vi tatt utgangspunkt i første og siste fødselsmåned for å se betydningen av å være født tidlig eller sent på året. Guttene hadde en poengvis fordel sammenlignet med jentene, på samme måte som januar hadde en poengvis fordel fremfor desember. Derfor ønsket vi å undersøke krysningen av å være januargutt fremfor desemberjente. For belyse landsdelsforskjellene sammenlignes Nord-Norge også her med Oslo og resten av landet. Resultatene følger i tabell 4.10.

Tabell 4.10

Effektstørrelse 2001 og 2004. Verdier under 0,20 er markert som --- i tabellen.

Sammenligning	Cohen´s d 2004	Cohen´s d 2001
Gutt vs. Jente	---	---
Januar vs. Desember	0,35	0,24
Januargutt vs. Desemberjente	0,52	0,42
Resten av landet vs. Nord-Norge	0,26	---
Oslo vs. Nord-Norge	0.55	0.37

Hvilken effekt har det å være gutt fremfor jente?

Poengvis kjønnsforskjell fra del 4.10 viste omtrent 1,65 skalapoeng i guttenes favør for både 2004 og 2001. Derimot viser tabell 4.10 ingen kjønnseffekter, altså er det ingen fordel å være gutt fremfor jente på 5. eller 8. trinn.

N*år starter effekten av å være januarbarn?*

Tabell 4.10 viser kun de største ytterpunktene i fødselsmåned. Det som ikke framkommer av tabellen er når effekten slår inn av å være januarbarn. For 5. trinn går effekten fra å være ikke-eksisterende til å være tilstede først september med cohens´d på 0,25. For 8.trinn oppstår det en liten effekt i favør januarbarn først i november med 0,21. Det er liten effekt mellom første og siste fødselsmåned for begge årskull, og det er verdt å merke seg at verdien har gått ned fra 5.trinn til 8.trinn. Altså, for ytterpunktene av fødselsmånedene ser vi både en poengvis nedgang (tabell 4.1 og 4.2) og liten effekt.

Hvilken effekt har det å være januargutt fremfor desemberjente

For både 2004- og 2001-utvalget er det moderat effekt å være januargutt sammenlignet med desemberjente. Når vi kombinerer to variabler med poengvis forskjell, kommer en moderat effekt tilsyne. Til tross for ingen kjønnseffekt totalt viser dette at kjønnsforskjeller kan være synlig for noen grupper i klasserommet. For begge årskullene er det moderat effekt å være gutt, men i svakere grad for 2001- guttene enn 2004-guttene.

Hvilken effekt har det å være født i resten av landet fremfor Nord Norge?

I tabell 4.5 og 4.6 ble det vist en forskjell i skalapoeng mellom Nord-Norge og resten av landet for begge årstrinn. Fordelen med å gjennomføre nasjonale prøver et annet sted enn i Nord-Norge gir liten effekt for 2004, mens ingen effekt for 2001. Å bo i hovedstaden sammenlignet med Nord-Norge gir moderat effekt for 5.klassingene, mens liten effekt for 8. klassingene. Effektmålene som er lagt til grunn viser at det er fordelaktig å gjennomføre nasjonale prøver fra andre steder i landet enn Nord-Norge. Effektstørrelsen går ned fra 5. til 8. trinn, noe som kan tyde på at også dette fenomenet utjevnes med årene.

De tre bakgrunnsvariablene har vist seg å virke inn på regneprestasjonen på ulikt vis. Hattie (2013) har kommentert at cohens´d verdier på under 0,4 ikke bør prioriteres av læreren i sitt daglige arbeid. Dette sett i lys av at det er mange enkeltfaktorer som virker inn med liten betydning for læring. Lærere bør kjenne til den forsterkede effekten i regning av å både være jente og være født sent på året, men må vurdere om dette er aktuelt for sitt klasserom. På bakgrunn av at den relative alderseffekten for hele oppgavesettet slår senere inn for 8.trinn enn 5.trinn, antar vi at betydningen av å være januargutt foran desemberjente muligens vil forsvinne etter ytterligere år på skole. Det samme gjelder for januarbarn vs. desemberbarn og effekten av å bo andre steder enn i Nord-Norge. Dermed må det være en individuell vurdering av læreren om dette er noe som tillegges oppmerksomhet, siden vårt konstruerte gjennomsnitt ikke nødvendigvis kommer til syne i hvert klasserom.

4.2.5 Drøfting del 1 og del 2

Gjennom den deskriptive fremvisningen av statistikken viser vi til poengvis forskjell innad i de undersøkte gruppene kjønn, fødselsmåned og bosted. Med utgangspunkt i dette, ble det gjort statistiske analyser som har forklart betydningen av poengforskjellen. Utvalget som er benyttet i analysene er stort. Det vi erfarte med et så stort utvalg, var at omtrent alle poengforskjellene ble signifikante på 0,005-nivå. Siden signifikanstesting forteller om resultatene er tilfeldige eller ikke, kan vi ut fra vårt store utvalg fortelle at tilnærmet ingen forskjellene er tilskrevet tilfeldighetene.

Korrelasjonen viser at den relative alderen i liten grad på 5.trinn og i ingen grad på 8.trinn samvarierer med den totale prestasjonen på nasjonale prøver. Et januarbarn på 5.trinn har levd ca. 10 prosent lengre enn et desemberbarn, og korrelasjonstallet for 5.trinn kan muligens ses i lys av dette. Den prosentvise aldersforskjellen vil minske jo eldre elevene blir, og dette kan vi se på 8.trinn hvor korrelasjon ikke er tilstede. Sett i lys av tidligere forskning som ikke kunne finne signifikante forskjeller etter 10.trinn og på videregående skole i matematikk, kan det tyde på at den relative alderen til elevens prestasjoner forsvinner med tiden (Dalen & Aune, 2013). Å være født i januar sammenlignet med andre måneder har ikke alltid en effekt. ”Januareffekten” slår ikke inn før etter åtte måneder på 5.trinn og ti måneder på 8.trinn. I skolen i motsetning til idretten, så ser man ikke den samme betydningen av å være født tidlig på året for å lykkes. Dette kan tolkes som at i barne- og ungdomsalderen er det de fysiologiske faktorene som spiller inn i idretten, mens de kognitive ferdighetene styres ikke i like stor grad av den relative alderen. Man kan dermed ikke trekke direkte paralleller mellom idretten og skolen, fordi det i idretten er det en helt annen kultur for talentdyrkning. I skolen skal det tilrettelegges for alle elevene, mens i idretten slutter barna gjerne om de ikke lykkes. I skolen må man være forsiktig med hvor mye pedagogisk betydning som tillegges relativ alderseffekt.

Fra OECD (Kjærnsli & Olsen, 2013) er det bemerket at det er små sosioøkonomiske forskjeller i Norge, til forskjell fra mange andre land. Likevel er det forskjeller innad i Norge, som kan ha betydning for prestasjoner. Ofte blir Oslos sosioøkonomiske status brukt som årsaksforklaring når elevenes resultater presenteres (Grøgaard, 2012). Hattie (2013) har også lagt vekt på at skoleresultater kan forklares blant annet ut i fra sosioøkonomiske forhold og vist at dette generelt har en moderat effekt. Samtidig har nyere forskning fra Norge påpekt at det ikke nødvendigvis er slik at fylker med lav sosioøkonomisk status leverer gjennomsnittlig lavere resultater. Sogn og Fjordane er eksempelvis et fylke som har like trekk med Nord-Norge med tanke på demografi, utdannelsesnivå i befolkningen og inntekt. Ulikheten er at Sogn og Fjordane presterer langt over gjennomsnittet på de nasjonale prøvene, mens Nord-Norge ligger under gjennomsnittet. Dette er ment å poengtere at det er for enkelt og kun forklare forskjeller i resultatene ut i fra sosioøkonomiske faktorer. Resultatene fra Sogn og Fjordane viser også at lokale kulturelle faktorer kan virke inn, som for eksempel lærerens sterke rolle i et samfunn (Høgskulen i Sogn og Fjordane, 2015).

Å tolke resultatene fra nasjonale prøver sett i lys av bosted må gjøres med varsomhet. Det kan være ulike faktorer som spiller inn på elevers resultater, og en skal kjenne sin kultur og sitt samfunn for å trekke slutninger. Det trenger for eksempelvis ikke være en samfunnsmessig negativ faktor at færre i Nord Norge har høyere utdanning. Vi vet at flere ungdom i Nord Norge velger yrkesfag i den videregående skolen, som igjen skal lede de til å bli fagarbeider – noe samfunnet i fremtiden virkelig vil ha behov for (Troms fylkeskommune, 2014). Det som kan fremstå som en negativ statistikk nasjonalt, kan tolkes som en positiv statistikk lokalt. Kanskje er det slik at den nordnorske befolkningen i større grad har et arbeidsmarked som etterspør en annen type kompetanse enn den akademiske.

I motsetning til alder og bosted, holder den poengvise kjønnsforskjellen seg stabil mellom 2004 og 2001. Dette er interessant, da det er tvetydig om det er kjønnsforskjeller i matematikk (Kjærnsli & Olsen 2013; Grønmo et.al, 2012; Bjørkeng, 2011). Selv om det er en signifikant forskjell mellom gutter og jenter i nasjonale prøver, kan vi ikke påvise at dette har noen betydning. Dermed må man være varsom med å fremheve kjønnsforskjellene, fordi resultatet indikerer at man i den pedagogiske hverdagen ikke nødvendigvis skal ”dyrke” og legge for stor vekt på denne. I regning er det åpenbart andre faktorer enn kjønn som påvirker læring og prestasjoner. Samtidig er det lite som tilsier at det ene kjønnet skal være bedre enn det andre, og dette samsvarer med Hatties (2013) funn om det ikke er kjønnsforskjeller i klasserommet.

Isolert sett har effekten av de ulike variablene en viss pedagogisk betydning. Totalt indikerer modellens forklaringskraft at de tre variablene kjønn, alder og bosted samlet påvirker det totale resultatet i svært liten grad. Likevel, de tre variablene påvirker resultatet noe. Resultatene i del 1 og 2 gir bare et overordnet bilde av en gjennomsnittlig elev født i en gitt måned, på en gitt plass og har et spesifikt kjønn. For å kunne gi en mer praktisk tilnærming for hvordan disse resultatene kan anvendes i klasserommet, vil det være nødvendig å knytte de overordnete resultatene opp mot oppgavene i nasjonale prøver. Først da vil vi helhetlig besvare problemstillingen om hva nasjonale prøver kan fortelle om regning og det spesifikke emnet brøk.

4.3 Del 3: Oppgaveanalyse

Innenfor del tre av resultat og drøfting vil vi ta for oss hvordan nasjonale prøver tester elevenes kompetanse innenfor de ulike inndelingene vi klassifiserte i teoridelen: Innholdsområde, kontekst og kompleksitet. I tillegg vil vi spesifikt se på brøkoppgavene i nasjonale prøver. Denne delen skal særlig besvare problemstillingens del om hva nasjonale prøver kan fortelle om norske elever prestasjoner i regning og brøk, samt underforskningsspørsmålet hvilken betydning har ett år mer på skole for elevenes brøkprestasjoner? En presisering er at vi i utgangspunktet ikke kan dra slutninger på bakgrunn av enkeltoppgaver. Samtidig så er det få oppgaver i enkelte brøkkonstrukt, og da faller det naturlig å drøfte enkeltoppgaver. Når man leser om enkeltoppgaver, må man derfor være varsom med å generalisere for alle slike oppgaver.

For å gjøre teksten mer leservennlig starter vi med en leserguide:

- Utvalg: I denne delen vil kun 8. klasseoppgavesettet bli omtalt. Vi minner om at oppgavesett 4, ankeroppgavene, er fjernet fra dette utvalget, fordi vi ikke har tilgang til innholdet i disse oppgavene. Resultatet fra 9.trinn vil bli brukt for å beskrive utviklingen i elevenes brøkprestasjoner.
- Prosentvis score: Fra nå av omtaler vi ikke lengre elevenes skalapoeng. I utlevert data fra Utdanningsdirektoratet fikk vi kun tilgang til hvorvidt eleven hadde fått til oppgavene eller ikke, gitt ved 0 eller 1 poeng. Vi kan dermed kun snakke om hvor mange prosent av elevene som hadde riktig svar på oppgaven, fordi et skalapoeng tilsvarer ikke et poeng i datasettet vårt. Gjennomsnittet vil fra nå representere prosentvis andel som enten har fått til enkeltoppgaver eller grupperinger av oppgaver.
- Innholdsområder: Dette henviser til tall, måling og statistikk som er nasjonale prøvers inndeling av oppgavene.
- Kontekster: Med kontekstene menes det hvilke kontekster vi har satt oppgavene til, personlig, yrkesliv, samfunn, vitenskap og intermatematisk.
- Kompleksitet: Dette henviser til hvor mange matematiske operasjoner (steg) vi mener som kreves for å løse en oppgave og klassifiseringen er ut i fra nullsteg, ettsteg og multisteg.
- Brøk: Dette henviser til de fem dimensjonene vi har klassifisert brøken til: del av helhet, operator, forholdstall, tallmåling og kvotient. Dette omtales også som konstruktene. I brøkdrøftingen vil innholdsområder, kontekster og kompleksitet bli integrert for å utfylle regnedimensjonen i oppgavene.
- Oppgaver i nasjonale prøver: Alle oppgavene som refereres til i teksten, ligger som kjent i vedlegg 1.

4.3.1 Hva tester nasjonale prøver i regning?

For å kunne belyse regning i nasjonale prøvers oppgavesett må vi i tillegg til å si noe om elevenes ferdigheter gjennom å belyse innholdet i nasjonale prøver. Det er gjort med bakgrunn i rammeverkene: Innholdsområder, kontekst og kompleksitet. Tabell 4.11, 4.12 og

4.13 viser en oversikt over gjennomsnittlig mestring og antall oppgaver i hver kategori. Overordnet mestrer norske elever 51% av alle oppgavene, og dette ligger til grunn for sammenligninger med resultat innenfor hvert rammeverk.

4.3.2 Innholdsområder i regneoppgaver

Tabell 4.11 viser fordeling innenfor de tre gitte innholdsområdene statistikk, målinger og tall, samt mestringsprosenten. Denne klassifiseringen er gjort av de som har utviklet prøven (Utdanningsdirektoratet, 2010).

Tabell 4.11

Innholdsområder i nasjonale prøver 8.trinn

	Underkategori	Antall	$\bar{x}$
	Statistikk	11	56%
Innholdsområde	Målinger	27	48%
	Tall	20	53%

Statistikk får flest elever til, noe som betyr at norske elever kan vurdere generelle trekk ved et datamateriale, samt å vurdere data i over halvparten av oppgavene. Det norske elever behersker innenfor statistikk er oppgaver hvor de bare må lese av en tabell eller graf ut fra et gitt spørsmål. Tre av oppgavene i statistikk drar ned gjennomsnittet betraktelig med en prosent på mellom 24 og 28. Det som kjennetegner de vanskeligste oppgavene er at elevene må lese av tabell eller graf, gjøre beregninger og tolke svarets gyldighet. Med andre ord, elevene er dårligere på å gjøre beregninger som krever ulike kombinasjoner. På grunn av få oppgaver er det naturlig at begrepsvaliditeten må styrkes i statistikk for å dekke hele innholdsområdet. Et eksempel som kan styrke begrepsvaliditeten er å tilføye oppgaver som tar for seg andre sider av sentralmål enn gjennomsnitt, for eksempel median og typetall. Dette også fordi det er kompetansemål etter 7.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Elevenes tallkunnskap havner like over gjennomsnittet for hele oppgavesettet. Generelt ser vi at de to oppgavene elevene sliter med innenfor tall handler om forhold mellom ulike representasjonsformer av brøk. For eksempel mestrer de i liten grad omgjøring mellom brøk og desimaltall. Oppgaver innenfor tall som elevene ser ut til å få til, er enkle oppgaver med de fire regneartene, for eksempel oppgave 1 hvor de skal finne differansen mellom to skihopp.

Måling er det innholdsområdet norske elever behersker dårligst av de tre. Spesielt har vi observert at elevene har vansker med omgjøring mellom enkelte måleenheter. For eksempel hg- gram (oppg. 50) og kubikkcentimeter til milliliter (oppg 26). Derimot behersker elevene i større grad omgjøring mellom liter og desiliter (oppg 41). Oppgavesettets fire vanskeligste oppgaver ligger i måling. To av oppgavene er kompliserte målestokkoppgaver, og de to øvrige stiller krav til areal og volumformel. Dette er matematiske områder som norske elever trenger mer trening i.

4.3.3 Kontekster i regneoppgaver

Tabell 4.12 viser fordeling av de fem kontekstene som vi har kategorisert jf. teorikapittel 2.6.2 og metodekapittel 3.7.1. Det presenteres også en gjennomsnittlig andel av mestring innenfor hver kontekst.

Tabell 4.12

Kontekster nasjonale prøver 8.trinn

	Underkategori	Antall	$\bar{x}$
Kontekst	Personlig	28	50%
	Yrkesliv	8	53%
	Samfunn	11	57%
	Vitenskap	4	47%
	Inter-matematisk	7	51%

Tabell 4.12 viser at elevene mestrer kontekstene i ulik grad. Samfunn er den beste av kontekstene, mens vitenskapskonteksten er den dårligste. Ut ifra innholdet i oppgavene i samfunnskonteksten, ser vi at norske 8. klassinger evner å trekke informasjon ut av offentlig statistikk. Dette leder videre til den dårligste kategorien vitenskap. Det faktum at elevene gjør det dårligst i denne konteksten bør man være oppmerksom på, fordi dette kan være grunnlaget for en framtidig engasjement i realfag. Forståelsen av menneskets påvirkning på natur og teknologi er verdifullt for å kunne delta i den offentlige debatten omkring framtidens utfordringer. Et eksempel kan være klimadebatten. Dette er gjerne en kunnskapsbasert debatt hvor man må ta stilling til både teorien bak klimapåvirkning, men også hvordan situasjonen er i dag ofte gjennom statistikk.

De øvrige tre kontekstene personlig, yrkesliv og intermatematisk skiller seg ikke nevneverdig fra gjennomsnittsverdien på 51%. Her er det konstruert oppgaver som er både lette og vanskelige for elevene, og det finnes ikke entydige mønster på hva norske elever behersker ut ifra kontekstvurderingen. For eksempel finnes det matlagingsoppgaver innenfor personlig som både er krevende og mindre krevende for elevene.

Som vist i tabell 4.12, fordeler kontekstene til oppgavene i nasjonale prøver seg skjevt. Dette til forskjell fra PISA-oppgavene som har en målsetning om en jevn fordeling av de ulike kontekstene. Dersom vi legger OECDs (2013) syn til grunn om kontekster i oppgaver, så dekker nasjonale prøver regningsbegrepet annerledes enn matematisk literacy. Nasjonale prøver skal dekke situasjoner fra hverdagslivet, men har ikke uttalt en spesiell vekting av hverdagssituasjoner. De kontekstene elevene blir presentert for i oppgaver, kan være med å skape deres inntrykk av hva som er sentralt å kunne innenfor hverdagsmatematikken. Vi påpeker at nasjonale prøver har en ujevn kontekstfordeling, og dette kan være med på å danne et bilde hos lærere og elever på hva som er viktig i hverdagsmatematikken. Inntrykket vil igjen kunne påvirke elevens holdninger om hvorfor matematikk er viktig. Med et stort fokus på personlige kontekster, får elevene i liten grad synliggjort viktigheten av matematikk for å kunne ta del i samfunnet gjennom å være borger. Man bør være bevisst på hva dette gjør med elevenes motivasjon til faget, fordi OECD (2013) mener kontekstene kan bidra til motivasjon.

Det finnes ikke entydig svar på hvordan kontekstfordelingen burde være. For å få en større bredde i oppgavesettet, er det et potensiale i å variere kontekstene. Kontekstene vil være et verktøy for å integrere alle fag inn i regning. For eksempel treffer man på problemstillinger fra naturfag og kunst og håndverk i den vitenskapelige konteksten, kroppsøving og mat og helse i den personlige og samfunnsfag og religion i samfunnskonteksten. Oppgavene representerer de ulike skolefagene, men som en tilleggsdimensjon savner vi at noen oppgaver speiler nyhetsbilde som elevene blir presentert for hver dag. For eksempel var det mange begivenheter som kunne vært integrert i 2014. Det var 200 år siden vi fikk vår egen grunnlov, 70 år siden evakueringer under 2. verdenskrig og store idrettsarrangementer som vinter OL og fotball-VM ble arrangert. Dette er gjerne tema som blir diskutert rundt kjøkkenbordet i norske hjem, og kan dermed være med på å utvide elevens forståelse av viktigheten til matematikken i verden i dag.

Noe som er diskuterbart for nasjonale prøver i regning, er om oppgavesettet virkelig gjenspeiler en norsk ungdoms hverdag. Gjennom en skjev fordeling av kontekster, hvor personlig har kraftig dominans, er det ikke sikkert det helhetlige regnebegrepet blir kartlagt. Det kan være gode grunner til at det er valgt en såpass ujevn fordeling av kontekster. Her kommer en forskjell mellom regning og matematisk literacy til syne, hvor OECD (2013) har en sterkere formening i sitt rammeverk om kontekstens betydning. Etter vårt syn ville det være hensiktsmessig å vurdere OECD (2013) argumenter for en jevnere fordeling av kontekster, fordi det er et poeng at hverdagsmatematikken skal dekke en rekke livsområder (Utdanningsdirektoratet, 2012b).

4.3.4 Aritmetisk kompleksitet i regneoppgaver

Tabell 4.13 viser fordeling av kompleksiteten i oppgavene klassifisert av oss basert på teorien til Leung og Silver (1997) og Reed (1999) jf. teorikapittel 2.6.3 og metodekapittel 3.7.1. Kompleksiteten beskrives ved hjelp av antall oppgaver innenfor hvert steg og elevenes gjennomsnitt.

Tabell 4.13

Kompleksitet i oppgaver nasjonale prøver 8.trinn

	Underkategori	Antall	$\bar{x}$
	Nullsteg	8	59%
Steg	Ettsteg	30	55%
	Multisteg	20	42%

Ut fra resultatene i tabell 4.13 viser det seg at norske elever behersker de ulike underkategoriene av kompleksitet forskjellig. Variasjonen i prestasjon mellom stegene er større enn det vi til nå har sett innenfor innholdsområder og kontekst. Nullsteg får norske elever til i størst grad. Dette betyr at elevene behersker matematiske oppgaver uten beregning med de fire regneartene. Naturlig nok handler flere av disse oppgavene om å avlese en graf, som er typisk i statistikkoppgaver. Det som trekker snittet ned er de to brøkoppgavene (oppg. 12 og 15) med henholdsvis 31% og 36 % mestring. Dette viser at det finnes nullstegsoppgaver som elevene strever med, til tross for et relativt høyt gjennomsnitt totalt i kategorien. Ettstegsoppgavene havner også over gjennomsnittsverdien til hele oppgavesettet. En gjennomgående trend for oppgavetyper som elevene scorer dårlig på innenfor ettsteg, er oppgaver som krever å kombinere informasjon fra bilde med oppgaveteksten. Eksempel på en ettstegsoppgave vises i figur 4.2.

Figur: 4.2. Eksempel på krevende ettstegsoppgave i nasjonale prøver

Til tross for at man kun må gjennomføre enkel addisjon for å komme fram til riktig svar, er det kun 35% som får til oppgaven. Elevene må både lese teksten nøye, og trekke informasjon ut av bildet. Nordtvedt (2013) poengterer at en mulig årsak til at elevenes feilsvar på tekstoppgaver, er at de er mer opptatt av å gjøre beregninger enn å forstå hva de regner ut. Det kan tyde på at i oppgave 40 har ikke elevene klart å kombinere informasjonen fra tekst og bilde for å kunne gjøre innkjøp av nettverkskabel.

Generelt er multisteg den kompleksiteten elevene mestrer i minst grad. Differansen på ni prosentpoeng mellom gjennomsnitt totalt og gjennomsnitt på multisteg, forteller at dette er oppgaver elevene strever med i oppgavesettet som helhet. Multistegsoppgaver stiller krav om kombinerte ferdigheter innenfor de fire regnearter. I tillegg må man kunne trekke ut relevant informasjon av tekst, og eventuelt bilde. Muligens kan våre funn stemme overens med Nordtvedts (2013) funn om at multistegsoppgaver er utfordrende for norske elever. Elever som er gode lesere gjør det bedre på multistegsoppgaver enn de som er svake lesere. For å bli bedre multistegsløsere må man altså jobbe med den grunnleggende ferdigheten lesing i regnesituasjoner.

Med en klar overvekt av ettstegsoppgaver observerer vi en ujevn fordeling mellom de tre stegkategoriene i nasjonale prøver. Underkategorien nullsteg har færrest oppgaver, mens ettsteg har flest. Det er viktig at elevene velger holdbare metoder når oppgavene i nasjonale prøver løses, og kompleksiteten forteller antall matematiske operasjoner elevene må gjennomføre i oppgaveløsningen. En effektiv elev velger den mest sofistikerte metoden å løse oppgavene på, noe som igjen vil avgjøre hvor mange steg som kreves. Antall steg forteller nødvendigvis ikke om en oppgave er lett eller vanskelig for elevene, men samtidig viser gjennomsnittet for de ulike stegkonstruktene at flere steg jo vanskeligere blir det for elevene. Multistegoppgavene representerer ofte sammensatte problemstillinger elevene møter i hverdagen, og når kun $\frac{4}{10}$ elever mestrer disse oppgavene sier det oss noe om at norske elever ikke har nødvendige ferdigheter for å løse slike oppgaver.

Vi kan ikke konkludere med at en av kompleksitetene burde prioriteres høyere enn de andre. Slik vi ser det er alle viktig for en helhetlig matematisk forståelse. Kontekst og kompleksitet utfyller regnebegrepet, da matematikken møtets i en situasjon og det er situasjonsbestemt hvor utfordrende oppgaven er. Ulike matematiske kompleksiteter og kontekster kommer til uttrykk på forskjellig vis i hverdagslivet, og dette eksemplifiseres ved noen daglige situasjoner i ”Ola Nordmanns” liv.

Ola Nordmann starter dagen med å sjekke dagens vær på yr.no, for å legge et grunnlag for dagens klesvalg. På yr.no møter han tabeller med forventet vær for de nærmeste timene og dagene. Her stilles det krav om at han skal kunne lese av en tabell uten å gjennomføre beregninger, altså nullsteg. Ola setter seg så ned for å planlegge dagens middag. Han beregner 200 gram kjøttdeig til hver person, og skal lage middag til fire. For å kunne konkludere med hvor mye kjøttdeig han må handle inn må han benytte ettstegs-beregning: 200g · 4. Ola går deretter på butikken, og handler inn det han behøver til middagen. Når han har alle matvarene i kurven gjennomfører han en rask overslagsberegning for å sjekke at han har med seg nok penger. Han legger sammen cirka pris på alle matvarene, før han trekker de fra summen med penger han har med seg. Altså, en situasjon som krever kompetanse i multisteg. Dette viser viktigheten av å beherske ulike kompleksiteter i hverdagen.

4.3.5 Nøkkelfunn regning

Gjennom innholdsanalysen har våre resultater belyst oppgavesettet for 8.trinn 2014 i regning fra ulike vinkler. Denne informasjonen forteller samlet hvorfor regning er et omfattende begrep som må tillegges mange dimensjoner. Hver oppgave i nasjonale prøver har vi sammensatt med et innholdsområde: tall, måling eller statistikk, en kontekst: personlig, yrkesliv, samfunn, vitenskapelig eller intermatematisk og en kompleksitet: nullsteg, ettsteg og multisteg. Samlet forteller resultatet i regning at norske elever har varierende prestasjoner innenfor innholdsområdene tall, måling og statistikk. Innholdsområdene definerer det faktiske matematiske fokuset til nasjonale prøver, mens kontekstene sier noe om i hvilke situasjoner elevenemøter på matematikken i hverdagen . Aritmetisk kompleksitet gir et bilde på omfanget med aritmetiske operasjoner.

Følgende tre funn er verdt å bemerke:

- Elevene trenger med trening på å arbeide med omgjøring av enheter. Både isolert, men også i mer sammensatte oppgaver som for eksempel i målestokk.
- Kontekstene har en sentral rolle for å gjenspeile regning i alle fag, og derfor burde oppgavene ha en jevnere kontekstfordeling. Da vil elevene få et mer nyansert bilde hva som ligger i hverdagslivsmatematikken.
- Det er en markant forskjell i gjennomsnitt mellom nullsteg- og multistegsoppgaver i elevenes prestasjon. Dette tyder på at norske elever trenger mer trening i å løse sammensatte oppgaver med ulike regnearter, og forstå hvordan de fire regneartene henger sammen.

4.4 Brøk i nasjonale prøver på 8.trinn

Norske elever skal gjennom barnetrinnet ha fått kunnskap om brøk, fordi det er forankret i kompetansemål for alle år på barnetrinnet (Utdanningsdirektoratet, 2013). Med vår problemstilling ønsker vi å si noe om norske elevers brøkkompetanse i nasjonale prøver etter barnetrinnet. Med bakgrunn i brøkmodellen til Behr et. al (1983) har vi identifisert 24 av 58 oppgaver i nasjonale prøver for 8.trinn 2014 til å omhandle brøk. Dette utgjør omtrent 40% av det totale oppgavesettet, noe som tyder på at brøk har en sentral plass i nasjonale prøvers tolkning av regnebegrepet. Av de 24 oppgavene er det kun seks oppgaver som inneholder brøkuttrykk i oppgaveteksten eller som svar, og dette bekrefter at brøkbegrepet er mangfoldig. For å gi en utfyllende beskrivelse av hva nasjonale prøver forteller om brøk, supplerer vi med å vurdere begrepsvaliditeten. Dette må til for å belyse hva del av helhet, operator, forholdstall, tallmåling og kvotient må inneholde for å fullstendig dekke det teoretiske innholdet for enkeltkonstruktene. Før vi går videre med brøk, er det viktig for oss å presisere følgende: Hensikten med nasjonale prøver er ikke å måle brøk isolert, men det ligger mye verdifull informasjon i oppgavesettet om brøk.

Tabell 4.14 viser informasjon om hele brøkkonstruktet, sammenlignet med hele oppgavesettet.

Tabell 4.14

Sammenligning alle oppgaver og brøk

	Alle oppgaver	Brøk
Antall oppgaver	58	24
Alfaverdi	0,89	0,88
$\bar{x}$	51%	51%
Min-maks	16,2%- 84,2 %	16,2-78,0 %

I tabell 4.14 er det viktig å legge merke til tre ting. For det første er alfaverdien på brøk nokså likt hele oppgavesettet. De identifiserte brøkoppgavene har en reliabilitet på 0,88 som er en høy reliabilitet (Cohen et al., 2007), noe som også er anbefalt når mer enn 11 oppgaver måles (Eikemo & Clausen, 2014). Alfaverdien betyr altså at det er 88% sann varians og 12% tilfeldigheter. Ut i fra dette kan vi ikke si at oppgavene måler brøkbegrepet på en god måte, men at de tester samme underliggende begrepet. Det samme kan vi si om regning, fordi når alfaverdien er 0,89, kan vi regne med at hele oppgavesettet tester det samme latente begrepet. For det andre viser tabellen at norske elever gjennomsnittlig gjør det like bra på brøkoppgavene som det totale oppgavesettet. Den gjennomsnittlige eleven får til 51% av brøkoppgavene, men samtidig er avstanden stor mellom oppgavene elevene prosentvis får til. Variasjon ligger mellom 16,2% og 78%, noe som tyder på at oppgavesettet har lette og vanskelige oppgaver for elevene. Det sier derimot ingenting om hva de mestrer eller ikke, og siden spredningen er stor rundt gjennomsnittet er det nødvendig å utforske brøkbegrepet ytterligere. Den siste tingen å bemerke, er at den vanskeligste oppgaven i nasjonale prøver ligger i brøk.

4.4.1 Kjønn, alder og bosted i brøk

I underforskningsspørsmålet vårt ønsker vi å se på variablene kjønn, alder og bosted. For hele oppgavesettet har vi avklart at de tre variablene ikke skal tillegges så mye oppmerksomhet av læreren. Hele oppgavesettet representerer regning, men nå er det brøk som et spesifikt matematisk område som skal undersøkes. For å kunne svare på problemstillingen fullstendig må vi også se om disse påvirker brøkprestasjoner.

Tabell 4.15

Effektmål (cohens´s d) og adjusted r i alle oppgaver og brøk

	Alle oppgaver	Brøk
Gutt vs. Jente	---	0.22
Januar vs. desember	0.24	0.22
Januargutt vs. desemberjente	0.42	0.43
Resten av landet vs. Nord-Norge	---	---
Oslo vs. Nord-Norge	0.37	0.35
Adjusted R.	1,6%	1,9%

Tabell 4.15 viser effektmål for brøk og hele oppgavesettet. Det er tre spesielle ting å bemerke om brøk sammenlignet med hele oppgavesettet. For det første eksisterer det en kjønnseffekt på 0,22 i guttenes favør i brøk. Det andre er at det fortsatt er en moderat effekt å være januargutt versus desemberjente. Den siste bemerkningen til tabell 4.15, er at de tre variablene kjønn, alder og bosted kan forklare den totale prestasjonen med 1,9 %, altså tilnærmet likt for brøk som hele oppgavesettet.

Resultatene i tabell 4.15 for brøk skiller seg lite fra det som er rapportert for hele oppgavesettet. Men, for første gang ses en liten fordel med å være gutt i regning innenfor brøk. Kjønnseffekten er like over nedre grense, og den pedagogiske betydningen av dette er diskutabel. Vi har tidligere slått fast at det er signifikante forskjeller mellom gutter og jenter. Den pedagogiske betydningen er ikke der for hele oppgavesettet, men i liten grad innenfor brøk. Skal vi tillegge dette stor oppmerksomhet, kommer det i samme kategori som Hatties (2013) funn om liten effekt ved for eksempel sykdom, trening og avslapning. Dette er påvirkninger få nevner når elevresultater presenteres, og etter vårt syn er det noe kunstig og alltid dra frem kjønnsforskjeller i matematikk. Likevel, lærere bør kjenne til den lille betydningen av å være gutt i brøk, men det er nødvendigvis ikke noe som skal vies stor oppmerksomhet i undervisningen. Effekten av å være januargutt versus desemberjente er moderat i brøk, men samme diskusjon som for hele oppgavesettet er gjeldende her jf. kapittel 4.2.4.

På bakgrunn av den lave betydningen de tre bakgrunnsvariablene har i brøk, velger vi å avslutte diskusjonen om deres betydning i klasserommet. I brøk vil det være mer interessant å se på hva nasjonale prøver kan fortelle om norske elevers ferdigheter i brøk. Når lærere skal tilrettelegge brøkundervisningen, er det ikke nødvendig å tillegge alder, kjønn og bosted spesiell betydning.

4.4.2 Det helhetlige brøkbegrepet

De 24 oppgavene som ble identifisert til å være brøkoppgaver ut i fra Behr et al. (1983) har vi plassert i del av helhet, operator, forholdstall og tallmåling (Vedlegg 1). I tabell 4.16 presenteres alfaverdiene for konstruktene, deres gjennomsnitt og spredning prosentvis innenfor hvert konstrukt.

Tabell 4.16

Underkonstrukt i brøk

	Brøk	Del av helhet	Operator	Forholds -tall	Tallmåling	Kvotient
Antall oppgaver	24	6	8	6	4	0
Alfaverdi	0,88	0,73	0,70	0,60	0,49	---
$\bar{x}$ i %	51	57	58	42	41	---
Min- Maks i %	16- 78	47- 70	46- 75	16- 79	31- 55	--- ---

Av de 24 oppgavene vi har klassifisert til å omhandle brøk, viser tabell 4.16 en ujevn fordeling mellom underkonstruktene. Reliabiliteten er gyldig i tre av konstruktene: del av helhet, operator og forholdstall. Disse konstruktene har god nok alfaverdi til å konkludere med at de teoretiske kategoriseringene måler de faktiske begrepene. Gjennomsnittet varierer mellom de ulike konstruktene hvor elevene presterer dårligst i tallmåling og best i operator. Spredningen i prosentvis mestring på oppgavene varierer, men minst i del av helhet og mest i forholdstall. Tallene kan fortelle oss noe om vanskelighetsgraden til oppgavene i hver underkategori. Det ble ikke identifisert noen oppgaver i kvotient.

Samvariasjon

For å avgjøre om de presenterte brøkkonstruktene i tabell 4.16 har en samvariasjon, vil korrelasjonskoeffisientene beskrive grad av sammenheng i tabell 4.17.

Tabell 4.17

Korrelasjon mellom brøk og brøkkonstruktene og mellom brøkkonstruktene

	Alle brøkoppgaver	Del av helhet	Operator	Tallmåling	Forholdstall
Alle brøkoppgaver	1	0,88	0,90	0,78	0,83
Del av helhet	0,88	1	0,71	0,60	0,64
Operator	0,90	0,71	1	0,60	0,64
Tallmåling	0,78	0,60	0,60	1	0,57
Forholdstall	0,83	0,64	0,64	0,57	1

I tabell 4.17 er det presentert korrelasjonsverdier mellom brøk og brøkkonstruktene, samt mellom de ulike konstruktene. Verdiene er gitt ved pearson´s r (Pallant, 2007). Denne tabellen har to sider å legge merke til, hvor skillet er markert i tabellen med svak strek. Først omtales alle korrelasjonsverdiene mellom brøkoppgavene og hvert konstrukt. Pearson´s r varierer mellom 0,78 og 0,9, og som Pallant (2007) omtaler som en høy korrelasjon. Dette betyr at alle brøkkonstruktene er nært knyttet opp mot alle brøkoppgavene og motsatt. Det andre tabell 4.17 presenterer, er at det er svakere korrelasjonsverdier på tvers av konstruktene, men fortsatt er den over grensen definert til høy (Pallant,2007). Sammenhengen er altså tydelig, men svakere innad i konstruktene enn det var mellom konstrukt og alle brøkoppgavene. Med svakere korrelasjonstall mellom konstruktene, antyder r-verdiene at vi måler ulike sider av brøk i hvert konstrukt. Som for regresjon, er det mulig å beregne en kvadrert r-verdi som vil fortelle for eksempel hvor mye av variasjon i operator som kan bli forklart i tallmåling (Aarø, 2007). Svaret er at 36% av variasjon i operator skyldes variasjon i tallmåling. Det vil si at 64% av variasjon i operator ikke har sammenheng med tallmåling. Dette vil fungere motsatt også, fordi i korrelasjon finnes det ikke uavhengige og avhengige variabler, og det snakkes ikke om årsak-virkning (Eikemo & Clausen, 2012). Bakenforliggende faktorer som ikke kan redegjøres for, er muligens forklaringen på variasjon. Samlet forteller resultatene at vi trolig har klart å utforme konstrukt som tester ulike sider av brøkbegrepet.

Videre vil vi presentere drøfting for konstruktene del av helhet, operator, forholdstall og tallmåling knyttet opp mot problemstillingen. Som nevnt i teorien har Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) gjennom sin studie presentert gjennomsnittsresultater for de samme konstruktene som vi skal omtale. Vi kan selvfølgelig ikke direkte sammenligne våre resultatene med Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) siden det ikke er samme oppgaver som er lagt til grunn i testene. Men, vi har noen resultater å sammenligne våre funn med.

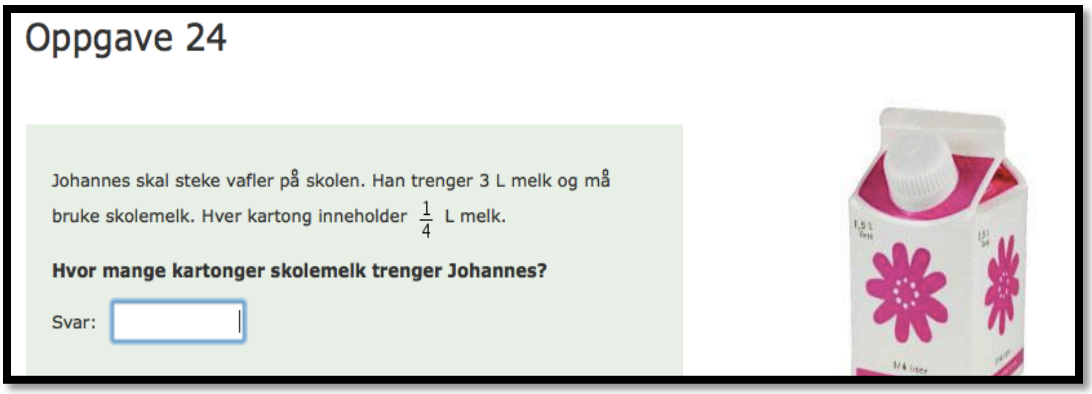
4.4.3 Del av helhet

I oppgavesettet ble seks oppgaver identifisert til del av helhet med en alfaverdi på 0,73 som gir et reliabelt resultat. Gjennomsnittlig behersker norske elever 57,2 % av konstruktet og elevene presterer over gjennomsnittet i del av helhet sammenlignet med alle brøkoppgavene totalt. Sammenlignet med Charalambous og Pitta-Pantazis (2007) funn, gjør norske elever det dårligere i del av helhet enn kypriotiske (75%). Oppgavene i konstruktet fordeler seg med en prestasjon fra 46,6 – 70%. Elevenes prosentvise løsningsgrad på oppgavene har minst variasjon av de tre gyldige konstruktene. Muligens mestrer elevene del av helhet i større grad enn det helhetlige brøkbegrepet, fordi del av helhet blir introdusert tidlig for elevene og øves mye på (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Lamon, 2012; Bjerke et. al, 2013). I tillegg kan det tyde på at lærere fokuserer på del av helhet oppgaver i undervisningen, og det er ikke unormalt å prestere godt på det man øver mye på.

Hva kjennetegner del av helhet konstruktet i nasjonale prøver?

Oppgavene i del av helhet fordeler seg jevnt mellom å "finne en del" og "finne helheten", og elevene gjør det signifikant bedre i å finne en del enn å finne helheten. Innenfor å "finne en del" kan to av tre oppgaver sies å være svært lik, men uttrykt forskjellig. I oppgave 7 (figur 4.3) og 24 (figur 4.4) er man ute etter hvor mange flasker eller kartonger man trenger for å fordele en mengde.

Figur 4.3. Oppgave 7 i nasjonale prøver - Finne en del



Figur 4.4. Oppgave 24 i nasjonale prøver - Finne en del

Oppgaveteksten er formulert på ulikt vis, hvor oppgave 7 handler om å finne en del ved hjelp av tekst, mens i oppgave 24 ved hjelp av et brøkuttrykk. Dette er med på å undersøke om elevene har forståelse for ulike representasjonsmåter innenfor del av helhet. Elevene gjorde det prosentvis bedre i oppgaven uten brøkuttrykk. Dette kan minst ha to forklaringer. For det første, en halv liter er antageligvis et mer kjent mål enn $\frac{1}{4}$ liter. Det andre forklaringen, er at i oppgave 7 får du informasjon i spørsmålet om hva man skal ta med i beregningen, mens i oppgave 24 må elevene trekke all informasjon ut av oppgaveteksten.

Innenfor å "finne helheten", har to av oppgavene (32 og 43) en fjerdedel som referanseverdi uttrykt i oppgavetekst. $\frac{1}{4}$ er av erfaring en av de første brøkene som introduseres til elevene (Utdanningsdirektoratet, udat.b), og antageligvis er elevene godt kjent med $\frac{1}{4}$-dels begrepet. Når vi videre omtaler referanseverdi i brøker, er det de to vanlige $\frac{1}{2}$ (en halv) og $\frac{1}{4}$ (en kvart) verdiene vi referer til.

Det er to talloppgaver og fire målingsoppgaver som er kategorisert til del av helhet. Målingsoppgavene hører hjemme i personligkonteksten, mens talloppgavene er i henholdsvis yrkesliv og intermatematiske. Alle oppgavene er på ettstegsnivå, noe som betyr at elevene kun må gjennomføre en matematisk operasjon. Dette konstruktet gjenspeiler gjennom variasjon i gjennomsnittet at det er mulig å skape en type komplekse oppgaver med ulik vanskelighetsnivå for elevene. Samtidig har del av helhet et gjennomsnitt som ligger noe over den gjennomsnittlige ettstegs oppgaven. Dette indikerer at konstruktoppgavene er av de lette ettstegsoppgavene. Sett i sammenheng med kompleksiteten i oppgavene, vil å "finne en del" være noen av de oppgavene som er enklest å løse for elevene av ettstegsoppgavene.

Tiltak for å styrke begrepsvaliditeten i del av helhet

For å kunne måle del av helhet mer variert, foreslår vi fem konkrete tiltak for å styrke begrepsvaliditeten. For det første kan oppgavene utformes med andre brøkuttrykk enn $\frac{1}{4}$, for å utfordre elevenes repertoar innenfor konstruktet. For det andre burde det vært flere oppgaver med likeverdige brøker, fordi kun en oppgave indirekte utfordrer elevene på denne sentrale kompetansen. Dette er viktig fordi forståelsen av likeverdige brøker er sentralt for den helhetlige brøkkompetansen (Lamon, 2012), og dette konstruktet skal bidra til å utvikle denne forståelsen. Det tredje tiltaket er en jevnere kontekstfordeling, slik at ingen elever favoriseres i oppgaveløsningen og for å belyse regnebegrepet fra flere hverdagssituasjoner. For det fjerde kan oppgavene utformes mer variert, slik at de ikke blir så lik som eksemplifisert gjennom oppgave 7 og 24. Det siste som kunne styrket begrepsvaliditeten, er å variere kompleksiteten i oppgavene. Noe som kunne vært med på å variere vanskelighetsgraden og muligens belyse nye sider ved et konstrukt vi allerede vet elevene behersker.

4.4.4 Operator

Av alle brøkoppgavene, er åtte identifisert til operator. Konstruktet har en alfaverdi på 0,70 som betyr at det er reliabelt. Oppgavene fordeler seg med mestringsgrad mellom 46,3% – 75,2%, med et gjennomsnittpå 58% for hele konstruktet. Norske elever får i størst grad til operatorkonstruktet. Dette i motsetning til Charmalambous og Pitta-Pantazis (2007) funn hvor elever i gjennomsnitt fikk til 45% av operatorkonstruktet som var tredje best av de fem konstruktene.

Hva kjennetegner operatorkonstruktet i nasjonale prøver?

De åtte oppgavene fordeler seg mellom tre prosentoppgaver, en valutaoppgave, en oppgave med brøkuttrykk og tre tekstoppgaver. Konstruktet inneholder altså ulike representasjonsmåter for brøk gjennom sammensatte brøkuttrykk. Dette er noe Kieren (1976) sier er vesentlig for å løse operatoroppgaver. Elevene får videre utfordret proporsjonalitetskunnskapen gjennom å utvide en oppskrift i oppgave 3 og halvere i en oppskrift i oppgave 6. Kieren (1976) nevner også reversibilitet som vesentlig for elevenes forståelse, og dette illustrerer oppgave 44 som er en valutaoppgave. Den er reversibel fordi du kan gå frem og tilbake mellom norske kroner og pund, og det er et konstant forhold mellom enhetene.

Å gjøre beregninger ved hjelp av multiplikasjon dominerer operatorkonstruktet. I syv av åtte oppgaver er enkleste vei til svaret gjennom bruk av multiplikasjon. Tre av oppgavene representer prosent gjennom brøk, og her blir elevene både utfordret på å finne en prosentandel og finne en del når prosenten er gitt. Norske elever mestrer i over halvparten av tilfellene multiplikasjon med brøk, noe som kan tyde på at de har utviklet en del av de nødvendige multiplikative ferdighetene.

Den åttende oppgaven er en bakesituasjon hvor man skal finne halvparten av $\frac{1}{2}$. Dette er i teorien en oppgave som kan løses gjennom å gå via multiplikasjon, men vi har lagt til grunn at elevene har en innlært forståelse av at halvparten av en halv er en fjerdedel. Det er en ettstegsoppgave hvor det ikke kreves omgjøring mellom måleenheter, og halvering er skrevet med bokstaver istedenfor med et brøkuttrykk. Denne oppgaven viser samme tendens som i del av helhet, om at oppgaver hvor forholdet er uttrykt i tekst, mestrer elevene. I del av helhet så vi at når oppgavespørsmålet inkluderte et brøkuttrykk istedenfor for eksempel halvere/doble, fikk elevene det i mindre grad til. Begreper som å dele, gi halvparten til noen, få dobbelt så mye, er gjerne uttrykk elever har kjennskap til. National Research Council (2001) beskriver dette som den kunnskapen elevene bærer med seg inn fra livet utenfor klasserommet.

Det er fire målingsoppgaver, tre talloppgaver og en statistikkoppgave som er plassert i operator. Yrkesliv og personlig er de eneste kontekstene som opptrer i operator hvor matlagingsoppgaver og økonomi brukes som referansepunkt. Alle oppgavene bruker navn i oppgaveformuleringen, noe som kan gjøre det lettere for elevene å relatere seg til hverdagssituasjonene. Kompleksiteten i oppgavene fordeler seg med like mange i ettsteg og multisteg. Det mangler nullsteg i konstruktet, men samtidig var det ikke forventet å finne slike oppgaver. Dette fordi operator handler ofte om å komponere nye helheter (Lamon, 2012), og da må det gjerne gjennomføres beregninger for å komme fram til et svar. Til tross for at operator kun består av ett- og multisteg oppgaver, er det dette delkonstruktet innenfor brøk flest norske elever behersker. Dette forteller oss at ettsteg og multistegsoppgavene som havner her, ikke er av den mest utfordrende. Eller så kan det være at norske elever arbeider mye med dette begrepet, og derfor får de det til.

Tiltak for å styrke begrepsvaliditeten i operator

For å måle operatorbegrepet bredere, ville tre tiltak kunne styrke begrepsvaliditeten. For det første kunne noen av oppgavene inneholdt vanskeligere brøkuttrykk presentert gjennom prosenter og tekst. Elevene møter å halvere eller å legge til halvparten, mens prosentene er i hele tiere. Ved å variere verdiene ville man muligens utfordret elevene bredere. For det andre kunne konstruktet inneholdt flere valutaoppgaver og variert hvilken ukjente del som skulle finnes. Det siste som ville styrket begrepsvaliditeten ville vært å ha intermatematiske oppgaver som for eksempel rene multiplikasjonsoppgaver i brøk. Dette er en del av kompetansemålene etter 7.trinn i matematikk, og ville vært med på å belyse operatorbegrepet (Utdanningsdirektoratet, 2013).

4.4.5 Forholdstall

Totalt seks oppgaver er identifisert til forholdstall og konstruktet har en marginal reliabilitet på 0,6. Forholdstall er et konstrukt med stor spredning i oppgavene fra 16,2% til 78.8% og totalt får norske elever konstruktuet til i 42% av tilfellene. Dette er i motsetning til Charalambous og Pitta-Pantazis (2007) funn, hvor elevene fikk i 64% av tilfellene til forholdstallskonstruktet. En observasjon er at de brøkoppgavene færrest og flest får til er plassert i forholdstall. Nasjonale prøver visste ut i fra piloteringen at målestokkoppgavene var vanskelig for elevene (Utdanningsdirektoratet, 2014b), og disse to oppgavene forklarer en del av det lave snittet for konstruktet.

Hva kjennetegner forholdstallkonstruktet i nasjonale prøver?

Fellestrekket for alle oppgavene i forholdstallskonstruktet, er som navnet indikerer en eller annen form for forholdstall. Forholdstallet er oppgitt ved ulike representasjonsformer: to av oppgavene er de rene målestokkoppgaver, gitt ved forhold på denne måten: 1:2000, tre av oppgavene er forholdet gitt i tekstformat, mens den siste oppgaven er pengefordelingen vist ved hjelp av et sektordiagram. Forholdstallsoppgavene i nasjonale prøver er nødvendigvis ikke oppgaver man vanligvis forbinder med brøk, fordi brøkens ulike representasjonsmåter ligger skjult for elevene gjennom forholdstallet i oppgavene.

Forholdstallskonstruktet viste seg å være utfordrende for norske elever. Det er et klart skille i konstruktet på lette og vanskelige oppgaver. Derfor er det naturlig å dele oppgavene i to grupper. I den første grupperinger er de tre oppgavene som færrest elever behersker og elevene får i gjennomsnitt disse oppgavene til med 16.2 %, 16.6 % og 28.6%. For å få riktig svar på disse oppgavene må elevene mestre målestokkbegrepet, samt omgjøringer mellom enhetene: centimeter til kilometer, samt liter-desiliter. Det er altså to utfordrende målestokkoppgaver (oppg. 36 og oppg.58) hvor forholdene er representert i symbolformat og krever en viss forkunnskap og forståelse av elevene. Den lave mestringsgraden i målestokkoppgavene kan tyde på at slike oppgaver som krever omgjøringer mellom enheter er noe norske elever sliter med.

Oppgaven som 28% av elevene har fått til er en sammensatt statistikkoppgave (oppg 42), hvor relevant informasjon må hentes og sorteres ut både fra tekst og sektordiagram.

Figur 4.5. Oppgave 42 i nasjonale prøver

Fordelingen er gitt ut fra en enkel deling av sektordiagramet, i $\frac{1}{2}$ og to $\frac{1}{4}$–deler. Dette er i motsetning til de to forutgående konstrukt hvor elever gjør det godt i oppgaver med halv og kvart som referanseverdi. Oppgave 42 viser at å kombinere omfattende tekst og diagram er utfordrende for elevene å løse. Forholdstallet blir presentert gjennom sektordiagram, noe som muligens er en uvanlig måte for elevene å møte brøkoppgaver på. Årsaken til at denne oppgaven oppleves vanskelig for elevene, kan være i tråd med Nortvedts (2013) forklaring om at elever har vanskelig for å velge riktig strategi i løsning av tekstoppgaver. Hun påpeker også at elevene ofte leser oppgaveteksten overfladisk, og er mer opptatt av å gjøre beregninger enn å gjøre riktige beregninger. Vi vet ikke hva elevene har tenkt og svart i oppgave 42. Likevel så kan Nordtvedts (2013) funn være med å belyse hvorfor elever sliter med slike oppgaver da hun omtaler lignende flerstegsoppgaver. Oppgave 42 forteller også noe om at det er mulig å utforme vanskelige oppgaver med kjente referansebrøker, og elever kan få utfordringer når tekstoppgaven stiller flere krav om å velge løsningsstrategi.

I den andre grupperingen havner de lette forholdstallsoppgavene, hvor elevene får disse til i henholdsvis 50.5%, 63.8% og 78.8% av tilfellene. Det som kjennetegner oppgavene som over halvparten av elevene får til, er at forholdet representeres i tekst. Dette er en oppgaver som kan løses ved hjelp av intuitive løsningsstrategier, fordi det er fordelinger som kan relateres til dagliglivet med tid og penger. De to oppgavene som flest elever får til, er to forholdsvis like oppgaver hvor elevene må gjøre en sammenligning mellom fordelinger blant ulike personer.

Oppgavene i forholdstallskonstruktet inneholder tre målings-, to tall- og en statistikkoppgave. Det er komplekse oppgaver, da fem av seks oppgaver er plassert til multisteg. Dette konstruktet illustrer at det er mulig å konstruere både lette og vanskelige multistegoppgaver. Altså, en multistegsoppgave i brøk trenger ikke å være synonymt med en vanskelig oppgave for elevene. Tendensen ser ut til å være at det er heller den informasjonen som gis i oppgaveteksten som avgjør vanskelighetsgraden for elevene. Herunder hvilke tolkninger elevene må gjøre for å dra ut relevant informasjon for så å anvende den på ny måte. Personlighetskonteksten dominerer i forholdstallskonstruktet med fem av seks oppgaver, og den siste er fra samfunn. Grunnen til at mange av oppgavene i forholdstall har en personlig kontekst, er at man gjerne sammenligner hvem som tjener mest penger eller omgjøring av oppskrifter. Van de Walle et al. (2014b) har påpekt at i forholdstall er det viktig å ha oppgaver med kontekst elevene kan relatere seg til. Derfor har dette konstruktet et stort potensiale til å utfordre elevene på andre områder i hverdagslivet hvor de treffer på brøk som forholdstall.

Tiltak for å styrke begrepsvaliditeten i forholdstall

For å kunne måle forholdstallbegrepet i større grad, er det tre dimensjoner som kan forbedres. Første endring kan være å ha oppgaver som tar utgangspunkt i sammenligning mellom to brøkuttrykk i en hverdagssituasjon, fordi elever må erfare at forholdstall kan opptre gjennom symbolbruk. For det andre ha enklere målestokkoppgaver som ikke krever at elevene behersker omgjøring mellom enheter. Med oppgavene fra 2014 kan vi ikke avgjøre om det er målestokk elevene sliter med, omgjøring mellom enheter eller kombinasjon av disse. Det siste poenget er å anvende flere kontekster, fordi det er en ensidig bruk av personligkonteksten, og det er et stort potensiale til å utforme oppgaver med varierte hverdagslivssituasjoner.

4.4.6 Tallmåling

Oppgavene innenfor tallmåling oppfyller ikke kravet om reliabilitet, da verdien for konstruktet med fire oppgaver er 0.49 som er under gyldig grense. Derfor kan vi ikke konkludere med at tallmålingskonstruktet tester det samme latente begrepet. For å få et reliabelt konstrukt, måtte det ha vært et større volum av oppgaver med flere dimensjoner. Dermed kan ikke vi drøfte konstruktet som helhet, men kun kommentere enkeltoppgaver.

Det er plassert to intermatematiske oppgaver i dette konstruktet som er interessant å diskutere. Tallmåling var det eneste konstruktet som inneholdt intermatematiske oppgaver, og dette er de eneste oppgavene som måler den kvantitative delen av brøkuttrykket. Altså, oppgaver som ikke er pakket inn i en hverdagslivssituasjon, men hvor elevene skal forstå brøkens faktiske størrelse. De to intermatematiske oppgavene går ut på å kunne representere brøker på ulik vis. I den ene oppgaven (oppg.12) skal elevene skrive brøken ut i fra merke på tallinjen mellom null og en. Å plassere brøker på tallinjen har vist seg å være vanskelig for elever å mestre gjennom flere studier (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Lamon, 2012; Bjerke et al.,2013). Det faktumet at omtrent $\frac{1}{3}$ får denne oppgaven til, kan bekrefte tidligere funn om at elever sliter med å plassere brøker mellom to tall. I den andre oppgaven (oppg.15) skal elevene gjøre om et brøkuttrykk til et desimaltall. Dette viser seg også å være utfordrende for elevene da kun 36% av elevene får riktig svar.

Tiltak for å styrke begrepsvaliditeten

Det som er vesentlig for å kunne belyse tallmåling i det hele tatt, er et større oppgavevolum. Konstruktene må ta for seg tre områder for å utfylle begrepet tallmåling. For det første må det utformes flere oppgaver som utfordrer elevene på at mellom to tall ligger det uendelig mange brøker. Det burde være oppgaver som også utfordrer elevene på at mellom to brøker finnes det uendelig mange tall. For det andre variere representasjonsformer for brøk, for eksempel gjennom brøkuttrykk og prosent. For det tredje ha oppgaver som utfordrer elevenes additive kunnskaper, fordi dette legger grunnlaget for å skape forståelse for multiplikasjon av brøker. Kompetansemålene etter 7.trinn i matematikk har addisjon og subtraksjon av brøker som spesifikt mål etter endt barneskole (Utdanningsdirektoratet, 2013).

4.4.7 Kvotient

Det ble ikke identifisert noen oppgaver til kvotient, og dermed ingen konstrukt å drøfte. Hvorfor kvotient ikke er tilstede i nasjonale prøver, kan forklares ut fra to forhold. For det første er i utgangspunktet innholdet i kategorien utenfor læreplanmål på barnetrinnet (Lamon, 2012). Nasjonale prøver utfordrer aritmetikk- og forholdstallsferdighetene til elevene, og å løse kvotientoppgaver gjennom regning krever ofte i følge Kieren (1976) algebrakunnskap. Potensielt kunne yngre elever blitt utfordret på å løse kvotientoppgaver gjennom intuitive strategier og ved hjelp av tegninger. Men, da vil ikke elevene ha en fullstendig kvotientkompetanse som Lamon (2012) begrunner ut i fra at meningen med kvotient er å løsrive seg fra uformelle strategier. Samtidig har Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) bevist at det er mulig å lage et kvotientkonstrukt tilpasset 5. og 6.trinn, og som elevene mestret i 55% av tilfellene. Nedenfor følger eksempler på oppgaver som er anvendt av Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) i kartlegging av elever i kvotient på barnetrinnet:

a) *Tre pizza skal fordeles likt på fire barn. Hvor mye pizza vil hvert barn få?*
b) *Tre pizza skal fordeles mellom venner. Hver av dem får 3/5 pizza, hvor mange venner skal dele pizza?*

For å kunne løse disse to oppgavene, må elevene ha en god forståelse av brøk. Det handler om å ha forståelse for fordeling når det er mer enn en enhet som skal fordeles, altså mestre inndelingen av et eller flere objekter i like deler (Kieren, 1976). Elevene kan tegne i oppgaveløsningen, men en mer sofistikert og effektiv løsningsstrategi er å anvende algoritmer med forståelse. For å kunne velge riktig løsningsmetode må elevene ha en grunnleggende forståelse av de andre konstruktene, noe som viser at kvotient krever sammensatte ferdigheter.

For det andre så er prøveformatet til nasjonale prøver digitalt, noe som gjør det utfordrende å la elevene få vist sin intuitive forståelse av kvotient. Det vil både kreve en digital løsning som legger til rette for at elevene kan tegne, men vil også kreve ressurser for retting. Fordelen med å ha med kvotientoppgaver, er å se om elevene klarer å kombinere kunnskapen de har om brøk. Selv om de ikke kan løse kvotientoppgavene på en sofistikert måte, vil svarene kunne gi informasjon om hvordan elever resonnerer seg frem til svaret med uformelle strategier.

4.5 Utvikling i norske elevers brøkprestasjoner

Innledningsvis i denne masteren, beskrev vi vår interesse for hva alder innad i ett år har å si for elevprestasjoner, altså den relative alderseffekten. Det viste seg å ha liten innvirkning på regneprestasjoner. Selv om det er ulik alder i et klasserom, har elevene innad i et årskull gått like lenge på skole. Dette førte oss tilbake til inspirasjon for masterstudien vår. Er det antall år på skole som betyr noe? Nasjonale prøver for 8.trinn i regning er også gjennomført på 9.trinn. Dette åpnet for å sjekke betydningen av ett år ekstra på skole i matematikk, fordi resultatene er sammenlignbar.

Tabell 4.18

Betydningen av ett år mer på skole for elevenes brøkprestasjoner. Sammenligning mellom 8. og 9. trinn

	8.trinn	9.trinn	Differanse	Effekt
Alle oppg.	51,0 %	58,7 %	7,7 %	0,33
Hele brøk	51,0%	58,5 %	7,5%	0.31
Del av helhet	57,2%	64,4 %	7,2 %	0,23
Operator	58,0 %	66,0 %	8 %	0,29
Forholdstall	42,4 %	49,2 %	6,8 %	0,26
Tallmåling	40,7%	48,8 %	8,1%	0,26

Tabell 4.18 viser en prosentvis fremgang i regning fra 8. til 9.trinn på 7,7 prosentpoeng. Prosentforskjellen gir en liten effekt å gå ett år mer på skole for regneprestasjonene for elevene. For å kunne si noe betydningen av utvikling, fant vi frem til data fra TIMSS som både var gjennomført på 4. og 5.trinn i Norge 2011 i matematikk (Grønmo et al.,2012). Med data fra TIMSS, viste det seg at ett år mer på skole ga moderat effekt (Vedlegg 9). Dette tyder på at den pedagogiske betydningen av ett år mer med matematikkundervisning, avtar med årene. Hvorfor dette er tilfellet, er utenfor denne oppgavens intensjon å besvare.

Videre viser tabell 4.18 små forskjeller i utvikling mellom de ulike brøkkonstruktene og det er en jevn fremgang for alle. Betydningen av ett år mer på skole for brøkprestasjonene er liten som det også var for regning. Med første øyekast, er det ingen områder 9.trinn gjør det markant bedre på enn for 8.trinn. Dette kan forstås som at elevene ikke lærer mer eller mindre av delområdene innenfor brøk på ett år. En annen forklaring ksn være at lærere underviser jevnt i det helhetlige brøkbegrepet og elevene dermed får en lik progresjon i brøk.

Med den jevne fremgangen i brøk og dens konstrukt, vil det være naturlig å undersøke om det er noen oppgaver som skiller seg ut mellom årstrinnene. Generelt så er det også en gjennomsnittlig fremgang i enkeltoppgaver (vedlegg 10). Det er særlig en oppgave som skiller seg ut, nemlig oppgave 15 som har størst forbedring fra 8 til 9.trinn med 17 prosentpoeng. Oppgaven handler om å finne et tall som er det samme som $\frac{2}{5}$, hvor rett svar er 0,4. Fremgangen kan selvfølgelig skyldes tilfeldigheter, fordi det kan være enkeltfaktorer som gjør at elevene får til oppgave 15. Eksempelvis at det er nettopp $\frac{2}{5}$ som er anvendt, og for alt vi vet, kan dette være en kjent brøk for elevene lært gjennom 8.trinn. I en annen oppgave (oppg.12) der elevene skal skrive brøken ut i fra en pil på tallinjen, er fremgangen under halvparten av det gjennomsnittlige (3,6 prosentpoeng). For å kunne si noe mer om elevenes kvantitative mestring av brøk, måtte begrepsvaliditeten vært styrket gjennom flere like oppgaver jf. drøfting i kap. 4.4.6. En annen mulighet er å ta dette med seg videre i klasserommet, fordi da kunne vi ha undersøkt elevenes kvantitative forståelse av brøken.

4.6 Nøkkelfunn brøk

For å oppsummere hva norske elever kan og trenger mer av innenfor brøk, vil vi gi et lite sammendrag av våre nøkkelfunn. Det er ingen ny informasjon som presenteres, men siden brøkkapitlet har mye innhold, ønsker vi å fremheve de viktigste funnene. Vi vil ikke gjenta argumentasjonen for hvorfor funnene et blitt slik de er.

- Generelt:
  - Norske elever gjør det bedre i del av helhet og operator enn forholdstall.
  - Oppgaver innenfor tallmåling viser seg å være vanskelig for norske elever.
  - Kvotient er utelatt fra nasjonale prøver og er dermed overlatt til læreren i

klasserommet.

- Norske elever er god på:
  - Oppgaver innenfor del av helhet som omhandler å finne en del.
  - Tekstoppgaver med enkle sammenligninger.
  - Prosentoppgaver med prosenter i hele tiere.
  - Når brøkoppgavene er satt i en hverdagssituasjon uten at brøkuttrykket er representert med symboler, men med ord for eksempel halvere.
- Norske elever må øve mer på:
  - Å se sammenhenger mellom brøker og forstå innholdet i likeverdige brøker.
  - Å skjønne verdien av ulike representasjoner av brøkuttrykket og sammenhengen mellom disse, altså den kvantitative delen av brøkuttrykket.
  - Målestokkoppgaver med og uten omgjøringer av måleenheter.
  - Å kombinere informasjon fra bilde og tekst og trekke ut relevante opplysninger for å gjøre beregninger.
- Betydningen av brøkprestasjoner med ett år mer på skole:
  - Det er en jevn fremgang i alle brøkkonstruktene som samsvarer med fremgangen i oppgavesettet totalt.
  - Det har liten betydning å gå ett år mer på skole for elevenes brøkprestasjoner.

Oppsummert så kartlegger nasjonale prøver store deler av brøk, men med en mer variert kontekst, kompleksitet gjennom flere nullstegsoppgaver og ved å styrke begrepsvaliditeten gjennom de ulike konstruktene, ville vi potensielt kunne sagt mer om norske elevers brøkferdigheter.

5. Konklusjon

Som fremtidige lærere, har vi med stor interesse ønsket å erverve oss kunnskap om norske elever som kan ha en praktisk nytte når vi skal ut i arbeidslivet. Vi vet ikke hva som er morgendagens utfordringer, men vi kan ta tak i dagens. Derfor er det viktig at vi har kjennskap til nasjonale prøver som kvalitetsverktøy. Gjennom denne masterstudien er følgende og underforskningsspørsmål besvart:

Hva kan nasjonale prøver fortelle om norske elevers prestasjoner i regning og brøk?

- Hvilken betydning har alder, kjønn og bosted?
- Hvilken betydning har ett år mer på skole for elevenes brøkprestasjoner?

Gjennom vår studie har det vist seg at det er mer relevant å diskutere hva den generelle norske eleven kan og ikke, framfor å ta utgangspunkt i enkeltvariabler for hvordan man kan endre klasseromspraksisen. Vi har vist at kjønn, alder og bosted betyr svært lite for elevenes regneresultater. Derfor skal man være forsiktig med hvor mye man tillegger dette som lærer for å tilpasse opplæringen. Etter vårt syn er det viktigere å tilpasse undervisningen til enkeltelevens behov, fremfor å lete etter forskjeller mellom enkeltgrupper.

Resultatene fra nasjonale prøver i regning sammen med oppgavesettet fra 8.trinn kan fortelle mye norske elevers ferdigheter i regning og brøk. Det er kontekstene som definerer innholdet i hverdagsmatematikken, og det er slik fagene kommer til uttrykk i regning. Vi har funnet en ujevn kontekstfordeling. Dette kan påvirke elevenes prestasjoner gjennom at noen elever kan profitere på for mange eller få oppgaver i en gitt kontekst. Norske elever behersker oppgaver satt i samfunnskonteksten best og er dårligst i vitenskap. Den aritmetiske kompleksitet viser at oppgaver som krever en kombinasjon av flere regnearter, representerer ofte sammensatte problemstillinger elevene møter i hverdagen. Norske elever gjør det merkbart svakere på sammensatte oppgaver, siden $\frac{4}{10}$ elever mestrer slike oppgaver i nasjonale prøver. Dette i motsetning til oppgaver som ikke krever beregninger, som elevene nesten får til i $\frac{6}{10}$ tilfeller. For å bli en god regner, må elevene både beherske matematikken, ulike kontekster og kompleksitet i oppgavene.

Når man skal omtale regning så handler det ikke kun om de fire regneartene. 40% av oppgavene i nasjonale prøver er viet til brøk, noe som poengterer hvor viktig brøk er for den helhetlige regnekompetansen. Derfor vil det å vite noe om norske elevers kompetanse i brøk også si noe om norske elevers regnekompetanse. Norske elever får til halvparten av brøkoppgavene, og dette er det samme som i regning. Gjennom våre resultater for de fire konstrukt: del av helhet, operator, forholdstall og tallmåling har vi vist at det er nyanser i brøkprestasjoner. Studien vår bekrefter tidligere funn fra Charalambous og Pitta-Pantazi (2007) om at elever behersker del av helhet i stor grad. Del av helhet og operator mestrer elevene i tilnærmet 60% av tilfellene, mens forholdstall i tilnærmet 40% av tilfellene. I de identifiserte tallmålingsoppgavene har elevene generelt en lav mestring, men siden konstruktet ikke er gyldig kan vi ikke si at norske elever gjør det generelt dårlig i tallmåling.

Norske elever får til tekstoppgaver i brøk med enkle sammenligninger, hvor hvem får mest og minst er typiske oppgavespørsmål. Elevene behersker også brøkoppgaver satt i en hverdagssituasjon uten at brøkuttrykket er representert med symboler. Resultatet forteller oss at norske elever trenger mer erfaring med forholdstall og tallmålingsoppgaver. Det kan altså tyde på at norske elever sliter med oppgaver hvor brøken ikke er formulert i tekst, men ved hjelp av symboler. Trolig trenger elevene mer kompetanse på hva faktisk et brøkuttrykk betyr. Nasjonale prøver dekker ikke kvotient, og det er dermed overlatt til læreren i klasserommet å kartlegge elevens ferdigheter innenfor det konstruktet. Nasjonale prøver kan fortelle at den pedagogiske betydningen er liten av ett år mer med brøkregning. Dette kan tyde på at det jobbes jevnt med alle konstrukt i undervisningen i norsk skole.

Vi har ikke funnet et verktøy i vår masterstudie om hvordan utvikle elevenes brøkkompetanse, vi har bare pekt på områder som elevene får til i mer eller mindre grad. Dette er en start, nå gjelder det for oss å overføre kunnskapen til klasserommet.

Veien videre:

Hvis vi løfter blikket litt og ser fremover, har vi avslutningsvis noen tanker om videreføring av vårt prosjekt. Vi har nyansert norske elevers prestasjoner innad i brøk, fordi det forelå lite forskning på feltet i Norge. Det ville vært interessant å ta utgangspunkt i våre funn for undersøkelser i klasserommet og herunder undersøke elevenes resonnement i brøk. En annen vei å gå, er å observere brøkundervisningen i norske klasserom for å gi et bedre svar på den jevne fremgangen fra 8. til 9.trinn. Vi har kun påpekt noen dimensjoner for å bli en god regner, og brøk er bare et matematisk område. For å gi et bredere bilde av norske elevers kompetanse i regning, burde det gjøres flere detaljerte studier på andre områder i matematikken som for eksempel algebra, geometri og statistikk.

Referanser

Aarnes, J. F. (2009). Rasjonale tall. I *Store norske leksikon*. Hentet 23.03.2015 fra: https://snl.no/rasjonale_tall

Aarø, L. E. (2007). *Fra spørreskjemakonstruksjon til multivariat analyse av data: En innføring i survey- metoden.* 2. Utgave.

Bjørkeng, B. (2011). Jenter og realfag i videregående opplæring. Rap 3/2011. Hentet 02.03.2015 fra: http://www.ssb.no/a/publikasjoner/pdf/rapp_201103/rapp_201103.pdf

Baturo, A. R. (2004). Empowering Andrea to help year 5 students construct fraction understanding. *Proceedings of the 28th PME Conference, Vol 2*. (s 95-102) Bergen University College, Bergen. Hentet 01.04.2015 fra: http://eprints.qut.edu.au/3271/1/3271.pdf

Becker, L. A. (2000). *Effect Size Calculators.* Hentet 01.03.2015 fra http://www.uccs.edu/~lbecker/.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number Concepts. In Lesh, R & Landau, M (eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes.* New York: Academic Press. (s 99-125), Hentet 26.03.2015 fra: http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_1.html

Bjerke, A. H., Eriksen, E., Rodal, C. & Ånestad, G. (2013). Når brøk ikke er et tall-eksempler på misoppfatning knyttet til brøk som tallstørrelse. I: Pareliussen, L., Moen, B.B., Reinertsen A., Solhaug, T: *Fou i praksis 2012 conference proceedings*, (s 28-36). Akademika forlag, Trondheim,

Byrhagen, K. N., Falch, T., & Strøm, B. (2006) *Frafall i videregående opplæring: Betydningen av grunnskolekarakter, studieretninger og fylke*. (08/06). Hentet 01.03.2015 fra: http://www.sof.ntnu.no/SOF_R08_06.pdf

Carraher, D. W., & Schliemann, A. (2007) Early algebra and algebraic reasoning. *I second handbook of research on mathematics teaching and learning.* Lester F.K., (ed). Charlotte,N.C., Information Age: (s. 669-705).

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing a theoretical model to study students understandingo of fractions. *I Educational studies in Mathematics* 64:. (s. 293-316). Springer Netherlands. Hentet 25.03.2015 fra: http://link.springer.com/article/10.1007/s10649-006-9036-2#page-1

Christoffersen, L., Johannessen, A (2012) *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo. Abstrakt forlag.

Clarke, D,. M., Roche, A. & Mitchell, A.(2007). Year six fraction Understanding: A part of the Whole Story. I *Mathematics Essential research Essential practice.* Watson, J & Beswick, K. (red)

Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work- Coping with mulitple theoretical perspectives. *I second handbook of research on mathematics teaching and learning.* I Lester F.K., (red) (s. 3- 38). Charlotte,N.C., Information Age

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007) *Research Methods in Education*. Sixth edition. New York: Routledge

Crump, T. (1990). *The anthropology of numbers*. Cambridge, England: Cambridge University Press

Dalen, T & Aune, T. K. (2013). Relativ alderseffekt ved karaktersetting i skolen. I: Pareliussen, I.,Moen, B.B., Reinertsen A., Solhaug, T.: *FoU i praksis 2012 conference proceeding*s (s. 62-68). Trondheim: Akademika forlag

Danziger, K (1990). Constructing the subject. New York: Cambrigde University Press. Hentet fra: Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work- Coping with mulitple theoretical perspectives. *I second handbook of research on mathematics teaching and learning.* I Lester F.K., (red) (s 3- 38). Charlotte,N.C., Information Age

Eikemo, T, A., Clausen, T, H. (2012) *Kvantitativ analyse med SPSS- en praktisk innføring i kvantitative analyseteknikker*. 2. Utgave. Trondheim. Tapir akademisk forlag

GraphPad (udat). Interpreting results: Skewness and kurtosis. Hentet 14.03.2015 fra: http://www.graphpad.com/guides/prism/6/statistics/index.htm?stat_skewness_and_kurtosis.htm

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapeilige metoder.* Bergen: Fagbokforlaget. Vigmostad & Bjørke AS.

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., & Borge, I,. C. (2012) *Framgang, men langt frem. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011.* Oslo: Akademika forlag

Grøgaard, J, B. (2012). *Hva kjennetegner barneskoler som oppnår høy skåre på nasjonale prøver? Delrapport 5 fra prosjektet "ressurser og resultater i grunnopplæringen*". Hentet 15.04.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/Rapporter/2013/Delrapport%205%20NIFU%2012122012.pdf?epslanguage=no

Hammersley, M. & Atkinson, P. (2007). *Ethnography: principles in practice.* London: Routledge.

Hannula, M. S. (2003). Locating fraction on a number line. I Pateman, N. A., Dougherty, B. J., & Zilliox, J. (eds). *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of the PME and PMENA, Vol 3, CRDG.* (s 17-24) College of Education, University of Hawaii.

Hattie, J. (2013). *Synlig læring. Et sammendrag av mer enn 800 metaanalyser av skoleprestasjoner*. Oversatt av Ingvill Christina Goveia. Oslo: Cappelen Damm akademisk

Hinna, K. R. C., Rinvold, R. A., & Gustavsen, T. S. (2012). *QED 1-7- Matematikk for grunnskolelærerutdanningen.* Høyskoleforlaget. Kristiansand

Høgskulen i Sogn og Fjordane. (2015). *Lærande regionar.* Hentet fra: https://www.hisf.no/lærande-regionar (Lastet ned 10.04.2015)

Jinks, P. C. (1961). *An investigation into the effect of date of birth on subsequent school performance.* Educational Research,

Johannessen, A. (2008) *Introduksjon til SPSS- versjon 17*. 4. Utgave. Oslo. Abstrakt forlag

Kieren, T. E. (1976). On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. I Lesh, R (red). *Number and Measurement* (s. 108-151). Columbus: OH: Eric/ SMEAC Hentet 29.03.2015 fra: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED120027.pdf#page=108

Kleven, T, A. (red) (2014) *Innføring i pedagogisk forskningsmetode- en hjelp til kristisk tolkning og vurdering*. 2. Utgave. Fagbokforlaget.

Kommuneprofilen. (2015). *Statistikk og nøkkeltall om befolkningens utdanningsnivå i Kommune og region- basert på statistikk fra SSB.* Hentet 04.04.2014 fra: http://www.kommuneprofilen.no/Profil/utdanning/DinRegion/utd_nivaa_region.aspx

Kunnskapsdepartementet. 2014. Nasjonale prøver og kartleggingsprøver. Hentet 03.02.2015 fra: https://www.regjeringen.no/nb/tema/utdanning/grunnopplaring/artikler/nasjonale-prover-og-kartleggingsprover/id574343/

Kjærnsli, M. & Olsen, R., V. (2013). *Fortsatt en vei å gå- Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012.* Oslo: Uiversitetsforlaget.

Lagerstrøm, B., Moafi, H., & Revold, M, K. (2014). *Kompetanseprofil i grunnskolen-hovedresultater 2013/2014*. (Rapportnummer 30). Hentet 02.03.2015 fra: https://www.ssb.no/utdanning/artikler-og-publikasjoner/_attachment/197751?_ts=148a1618d30

Lamon, S. J. (2012). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.

Leung, S. S., & Silver, E., A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teaches. I Sullivan, P. (red) *Mathematics Education Research Journal*. Springer.

Mack, N. K. (1993). Learning Fractions with understanding. The case of informal knowledge. In Carpender, T. P, Fennema, E., & Romberg, T. A (Eds). *Rational numbers: An integration of research* (s 85-106). Hillsdale, Nj: Erlbaum

McPhillips, M., & Jordan-Black, J. A. (2009). *The effect of month of birth on the attainments of primary and secondary school pupils*. British Journal of Educational Psychology (s.

419-438).

Marshall, S. P. (1993). Assessment of rational number understanding: A schema-based approach. In: Carpenter, T.P., Fennema, E., Romberg, T.A. (Red). *Rational Numbers: An Integration of Research*. (s 261-288) Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.

National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell. B. (Red). Mathematics Learning Study committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press

NESH. (2006*). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet 01.03.2015 fra: https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi-2006.pdf

Nordtvedt, G. A. (2011*). Coping strategies applied to comprehend multistep arithmetic word problems by students with above-average numeracy skills and below-average reading skills*. Hentet 12.04.2015 fra: http://ac.els-cdn.com/S0732312311000290/1-s2.0-S0732312311000290-main.pdf?_tid=a6d2d0e4-f4e1-11e4-9e07-00000aacb360&acdnat=1431021253_c445759bd6309f72f31fad272cc65344

Nordtvedt, G.A. (2013). Leseforståelse og matematikk. Hentet 12.04.2015 fra: https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/Bedre%20Skole/BS_1_2013/BS_1-13_web_Nortvedt.pdf

Nortvedt, G.A. (2014). *Norsk matematikkråds forhåndskunnskapstest 2013. Oslo: Norsk matematikkråd.* Hentet 02.04.2015 fra: http://matematikkradet.no/rapport2013/NMRRapport2013.pdf

OECD (2013). *Draft PISA 2015 Mathematics Framework*. OECD publishing. Hentet 26.04.2015 fra: http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf

Opplæringslova. (1998). Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (opplæringslova). Hentet 14.01.2014 fra: https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61/KAPITTEL_1

Pallant, J. (2007). *SPSS Survival manual- a step by step guide to data analysis using SPSS version 15*. 3. utgave. Berkshire. Open University Press

Porter, T. M. (1996). Trust in numbers: The prusuit of objectity in science and public life. Princeton, NJ: Princeton University Press. Hentet i: Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work- Coping with mulitple theoretical perspectives. *I second handbook of research on mathematics teaching and learning.* I Lester F.K., (Red) (s 3- 38). Charlotte,N.C., Information Age

Postholm, M. B & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: innføring i vitenskapelige metode for lærerstudenter.* Kristiansand: Høyskoleforlaget

Ravlo, G., Vinje, B., Johansen, O. H., & Åsenhus, R. (2014). Rapport nasjonale prøver i regning 8. og 9. Trinn 2013. Hentet 15.04.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/Rapporter/2014/Analyse-NP-regning-8-9-trinn.pdf

Reed, S. K. (1999). *Word problems. Research and curriculum reform*. Mahwah, NJ: Erlbaum

St.meld nr 30 (2003-2004). (2004). *Kultur for læring.* Oslo: Utdannings- og forskningsdepartementet

St.meld nr 20 (2012-2013) (2013). *På rett vei- kvalitet og mangfold i fellesskolen. Oslo*: Det kongelige kunnskapsdepartementet

Streetfland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A paradigm of Developmental Research*. Dordreicht: Kluwer Academic Publisher.

Tetchner, S. V. (2012). *Utviklingspsykolog*i. (2. Utg) Oslo: Gyldendal Akademisk

Troms fylkeskommune. (2014). Tilstandsrapport for videregående opplæring i 2013. Hentet 01.03.2015 fra: https://www.tromsfylke.no/Portals/0/Vedlegg/Utdanning/Dokumenter/Tilstandsrapport%202013.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2010). *Rammeverk for nasjonale prøver*. Hentet 02.04.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/Nasjonale_prover/2010/5/Rammeverk_NP_22122010.pdf?epslanguage=no.

Utdanningsdirektoratet (2012a). *Prinsipper for opplæringen- læreplanverket for kunnskapsløftet.* Hentet 14.03.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/larerplaner/Fastsatte_lareplaner_for_Kunnskapsloeftet/prinsipper_lk06.pdf?epslanguage=no

Utdanningsdirektoratet. (2012b). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Hentet 20.03.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/larerplaner/lareplangrupper/RAMMEVERK_grf_2012.pdf?epslanguage=no

Utdanningsdirektoratet. (2012c). *Læreplan i kroppsøving*. Hentet: 02.05.2015 fra: http://www.udir.no/kl06/KRO1-03/Hele/

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet 24.04.2015 fra: http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Komplett_visning/

Utdanningsdirektoratet (2014a). *Veiledning i lokalt arbeid med læreplaner*. Hentet 14.03.2015 fra: http://www.udir.no/Udir/PrintPageAsPdfService.ashx?pid=68955&epslanguage=no

Utdanningsdirektoratet. (2014b). *Veiledning til lærere- regning 8. og 9. trinn*. Hentet 07.04.2015 fra: http://www.udir.no/PageFiles/84379/Regning-BM-8-9-trinn2014.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2014c). *Veiledning til skoleeier og skoleledere med retningslinjer for gjennomføring.* Hentet 05.03.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/Nasjonale_prover/2013/SKOLEEIERVEILEDNING_2014_BM-rev-12-09-2014.pdf?epslanguage=no

Utdanningsdirektoratet. (2014d). *Analyse av nasjonale prøver i lesing, regning og engelsk på barnetrinnet 2014*. Hentet 15.02.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/Nasjonale_prover/2014/Analyse%20NP%20barnetrinnet%202014.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2014e). *Analyse av nasjonale prøver i lesing, regning og engelsk på ungdomstrinnet 2014.* Hentet 25.02.2015 fra: http://www.udir.no/Upload/Nasjonale_prover/2014/Analyse%20NP%20ungdomstrinnet%202014.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2014f). *Informasjon om nasjonale prøver 2014- Til foreldre med barn på 5., 8. og 9. Trinn*. Hentet 20.02.2015 fra: http://www.udir.no/PageFiles/82639/Foreldrebrosjyre-Nasjonaleprover-2014-bm-nn.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2015). *Dispensasjon- utlevering av taushetsbelagte opplysninger til bruk i forskning.* Hentet 02.02.2015 fra: http://www.udir.no/Regelverk/Dispensasjon/Artikler-dispensasjon/Dispensasjon-utlevering-av-taushetsbelagte-opplysninger-til-bruk-i-forskning/

Utdanningsdirektoratet. (udat.a). Oppgavesett nasjonale prøver i regning 8.trinn 2014. Hentet 24.01.2015 fra: https://pgsc.udir.no/kursweb/content?contentItemId=38810654&marketplaceId=624075&languageId=1

Utdanningsdirektoratet. (udat.b). Detaljert eksempel om den første innføring av brøkbegrepet. Hentet 02.04.2015 fra: http://www.udir.no/pagefiles/veiledninger/matematikk/undervisningsopplegg/2/broek_uo.pdf

Verschaffel, L., Greer, B., & Corte, E. D (2007). Whole number concepts and operations *I* Lester F.K. (red). *second handbook of research on mathematics teaching and learning.* (s. 557-628*)* Charlotte,N.C., Information Age

Van de Walle, J. A., Karp, K, S & Bay-Williams, J. (2014a). *Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally.* Harlow: Pearson Education

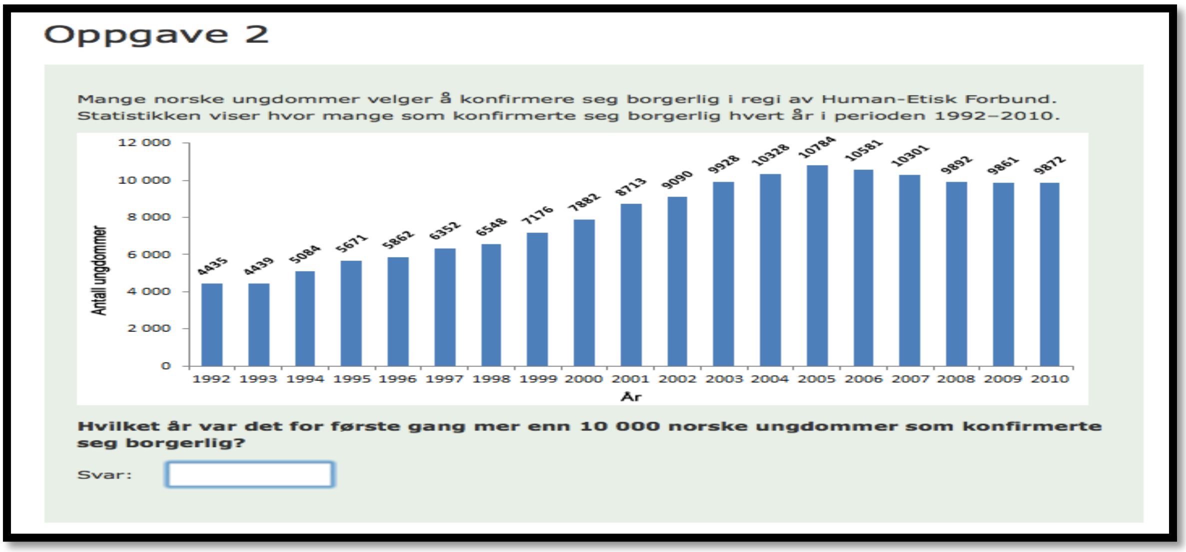
Van de Walle, J.A., Bay-Williams, J.M., Lovin, L.H., & Karp, K.S., (2014b). *Teaching Student- Centered Mathematics. Developmentally Appropriate Instruction for grades 6-8.* Second Edition. Pearson Education

Liste over vedlegg

Vedlegg 1: Innholdsanalyse nasjonale prøver 2014, 8.trinn

1: Innholdsområde (tall, målinger, statistikk)
2: Kontekst (Personlig, yrkesliv, samfunn, intermatematisk, vitenskap)
3: Steg (Null, ett eller multisteg)
4: Oppgavens mestring i prosent
5: Eventuelt underkonstrukt i brøk

Oppgave 1:
1: Tall
2: Samfunn: offentlig statistikk
3: Ettsteg
4: 69,5 %



Oppgave 2:

1: Statistikk
2: Samfunn: offentlig statistikk
3: nullsteg
4: 84,2 %

Oppgave 3

Boller (20 stk.)

100 g smør
575 g hvetemel
90 g sukker
0,5 ts bakepulver
0,5 ts salt
1 pakke gjær
3,5 dL melk

Jostein skal bake 30 boller. Han har en oppskrift på 20 boller.

Hvor mange gram sukker trenger Jostein?

- 100 g
- 120 g
- 135 g
- 180 g

Oppgave 3:

1: Målinger
2: Personlig- matlaging
3: Multisteg
4: 63,5%
5: Brøk: operator

Oppgave 4

Hvilket tall skal stå i ruta?

$7 + 8 = \boxed{} + 9$

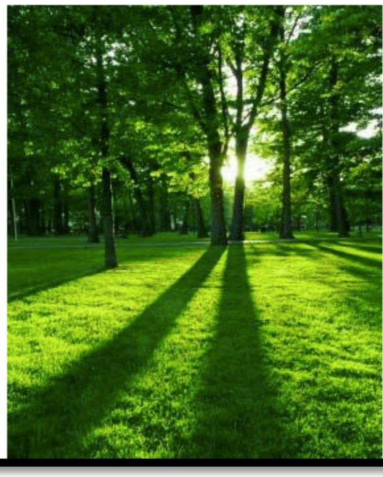
Oppgave 4:
1: Tall
2: Intermatematisk
3: Multisteg
4: 64,6 %

Oppgave 5

Mats, Didrik og Elias fikk 1200 kr for å klippe plenen i en park. De skal fordele pengene ut fra hvor lang tid hver av dem brukte på arbeidet. Mats brukte 3 t, Didrik brukte 3 t, og Elias brukte 2 t.

Hvor mye skal Elias få?

- ○ 200 kr
- ○ 300 kr
- ○ 400 kr
- ○ 600 kr



Oppgave 5:
1: Tall
2: Personlig: økonomi
3: Multisteg
4: 63,8 %
5: Brøk: forholdstall

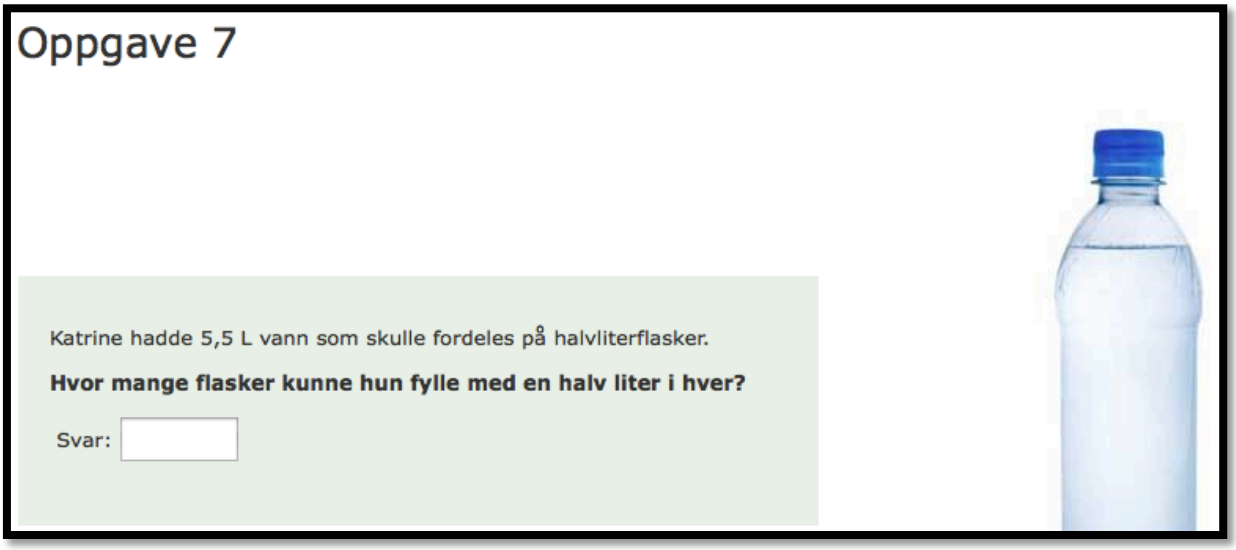
Oppgave 6

Pernille skal bake muffins. I oppskriften står det at hun skal bruke $\frac{1}{2}$ dL melk. Pernille vil halvere oppskriften.

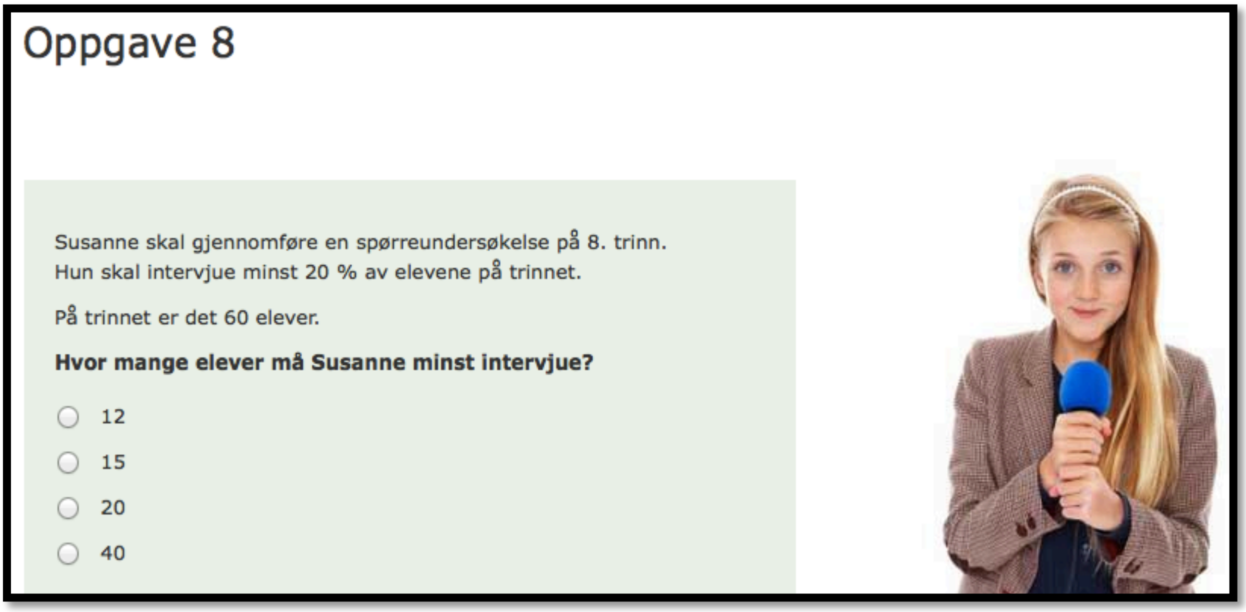
Hvor mange desiliter melk skal hun bruke?

- ○ $\frac{1}{4}$ dL
- ○ $\frac{1}{2}$ dL
- ○ $\frac{2}{4}$ dL
- ○ $\frac{1}{1}$ dL

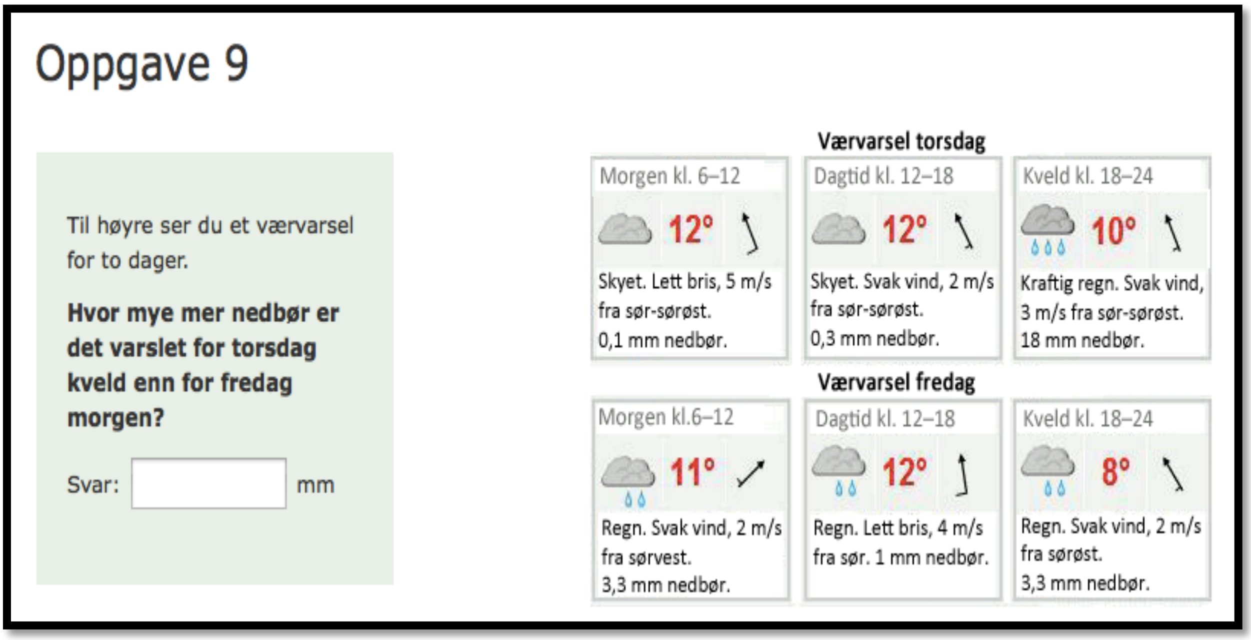
Oppgave 6:
1: Tall
2: Personlig: matlaging
3: Ettsteg
4: 75,2%
5: Brøk: operator



Oppgave 7:
1: Målinger
2: Personlig: matlaging
3: Ettsteg
4: 70,0%
5: Brøk: del av helhet

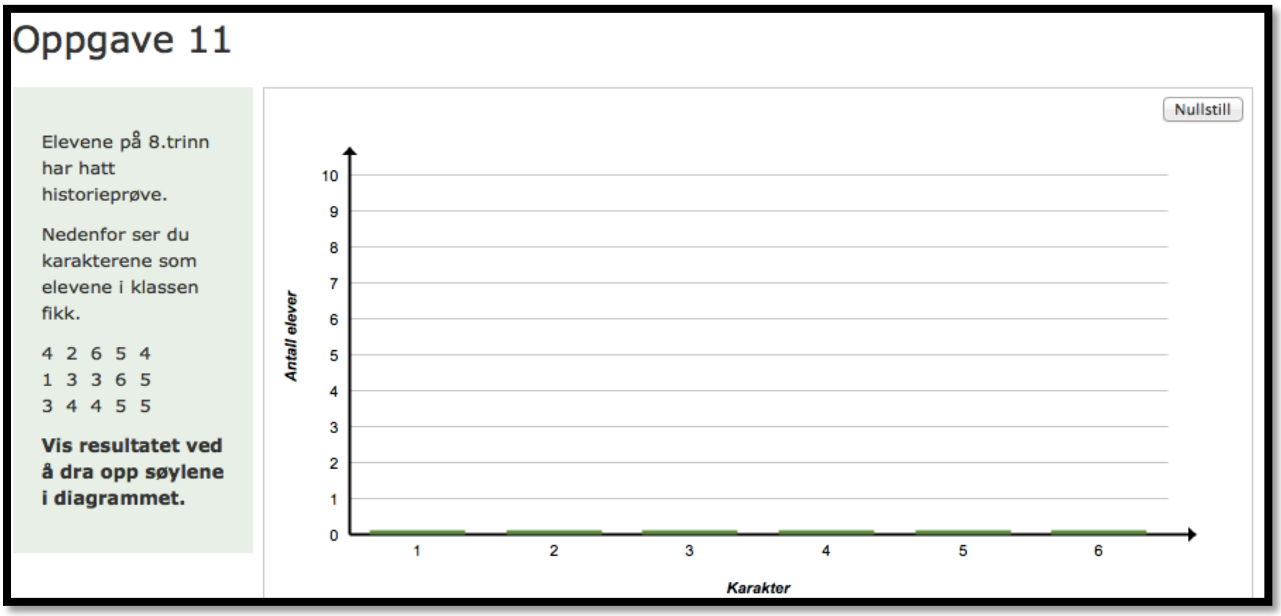


Oppgave 8:
1: Tall
2:Yrkesliv- Skole
3: Ettsteg
4: 56,3 %
5: Brøk: operator

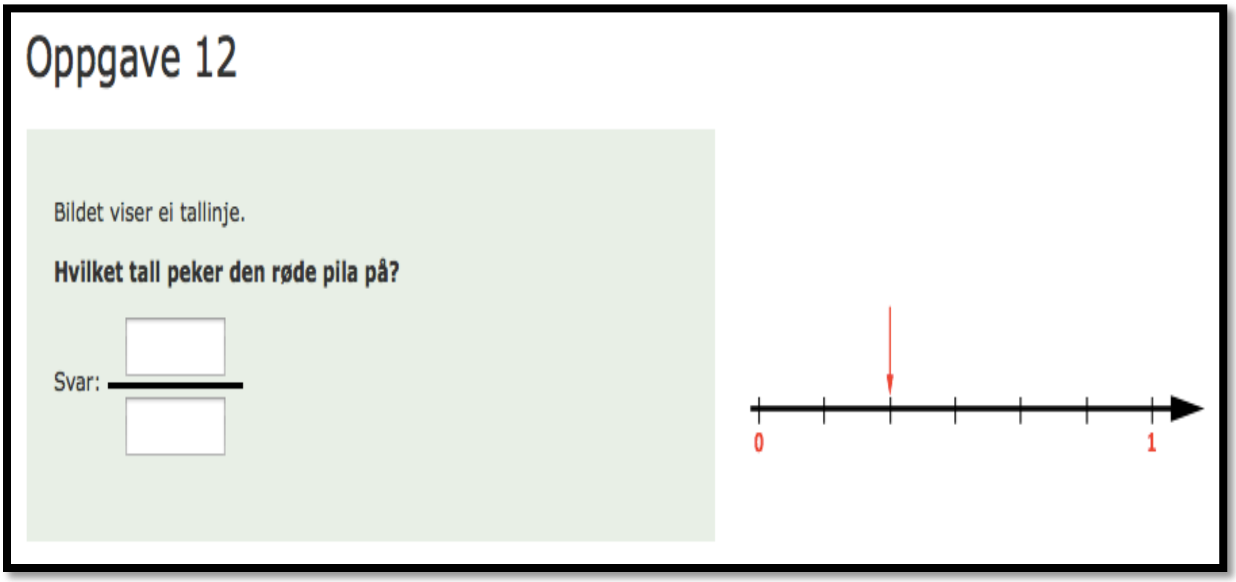


Oppgave 9:
1: Statistikk
2: Vitenskapelig- klima
3: Ettsteg
4: 57,9 %

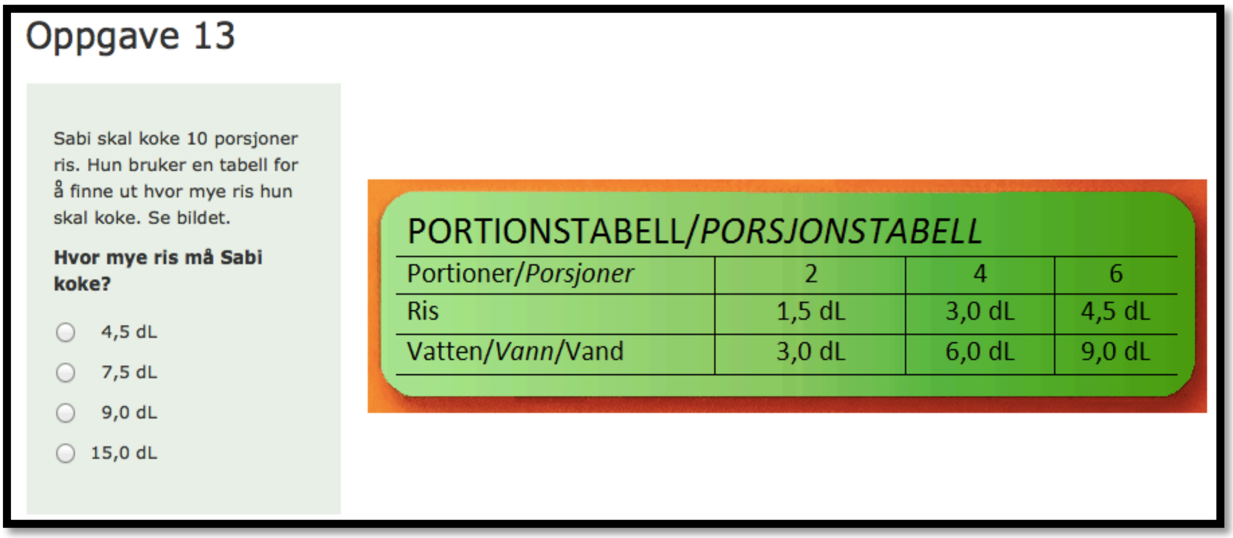
Oppgave 10:
1: Statistikk
2: Personlig: fritid
3: Multisteg
4:56,4%
5: Brøk: operator



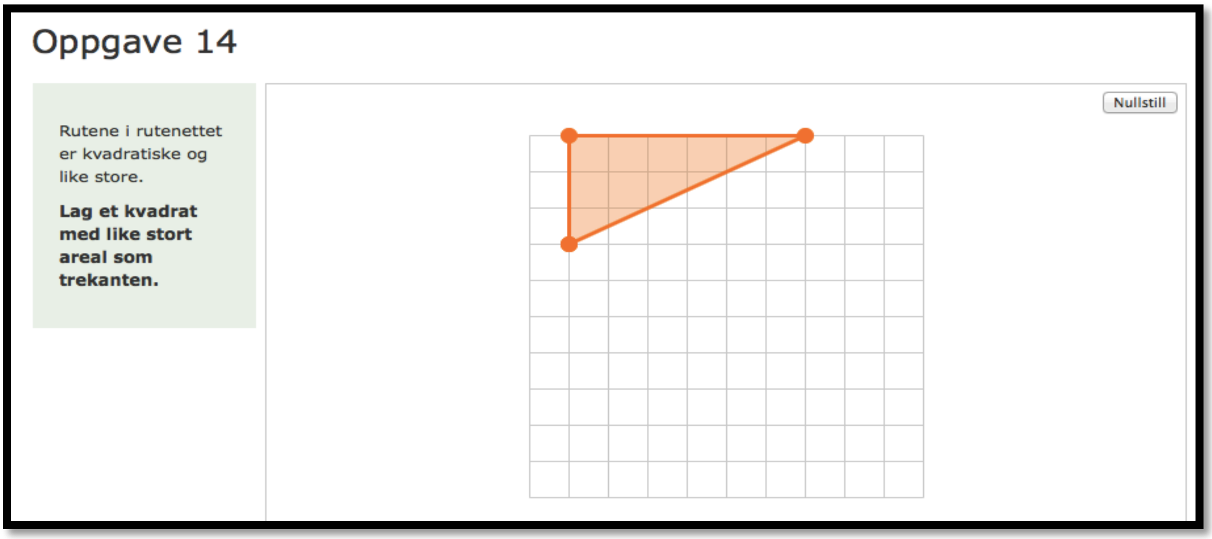
Oppgave 11:
1: Statistikk
2: Yrkesliv: skole
3: Ettsteg
4: 67,2 %



Oppgave 12:
1: Tall
2: Intermatematisk
3: nullsteg
4: 31,0 %
5: Brøk: tallmåling



Oppgave 13:
1: Statistikk
2: Personlig: matlaging
3: Ettsteg
4: 76,6 %



Oppgave 14:
1: Måling
2: Intermatematisk
3: Multisteg
4: 50,9 %

Oppgave 15

Studer brøken $\frac{2}{5}$.

Hvilken påstand er riktig om brøken?

- ◯ Den har samme verdi som 2,5.
- ◯ Den har samme verdi som 0,4.
- ◯ Den har samme verdi som 0,25.
- ◯ Den har samme verdi som $\frac{4}{7}$.

Oppgave 15:
1: Tall
2: Intermatematisk
3: Nullsteg
4: 36,4 %
5: Brøk: Tallmåling

Oppgave 16

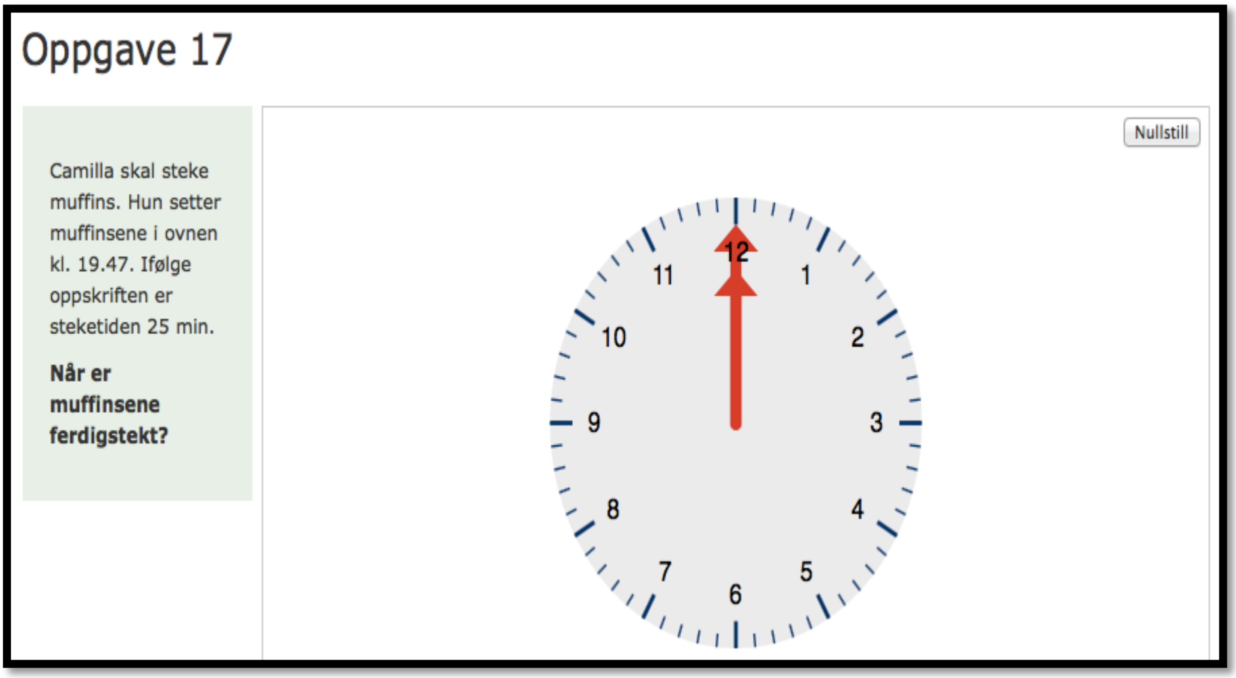
Massen til bowlingkuler måles i pund.
Thea spiller med en kule som er 8 pund.

1 pund = 0,454 kg

Hvor stor masse har kula, målt i kilogram?

Svar: ______ kg

Oppgave 16:
1: Målinger
2: Vitenskap: romfigurer
3: Ettsteg
4: 63,1 %



Oppgave 17
1: Målinger
2: Personlig- matlaging
3: Ettsteg

4: 46,8 %

Oppgave 18:
1: Tall
2: Yrkesliv: Forening
3: Multisteg
4: 48,2 %

Oppgave 19

Jon har fått penger i konfirmasjonsgave. Han legger pengene i bunker:

9 stk. 1000-kronesedler
7 stk. 500-kronesedler
16 stk. 100-kronesedler
36 stk. 50-kronesedler

Han skal kjøpe mopeden på bildet.

Hvor mange kroner vil han ha igjen etter å ha kjøpt mopeden?

Svar: ______ kr

Oppgave 19:
1: Tall
2: Personlig: økonomi
3: Multisteg
4: 49,2 %

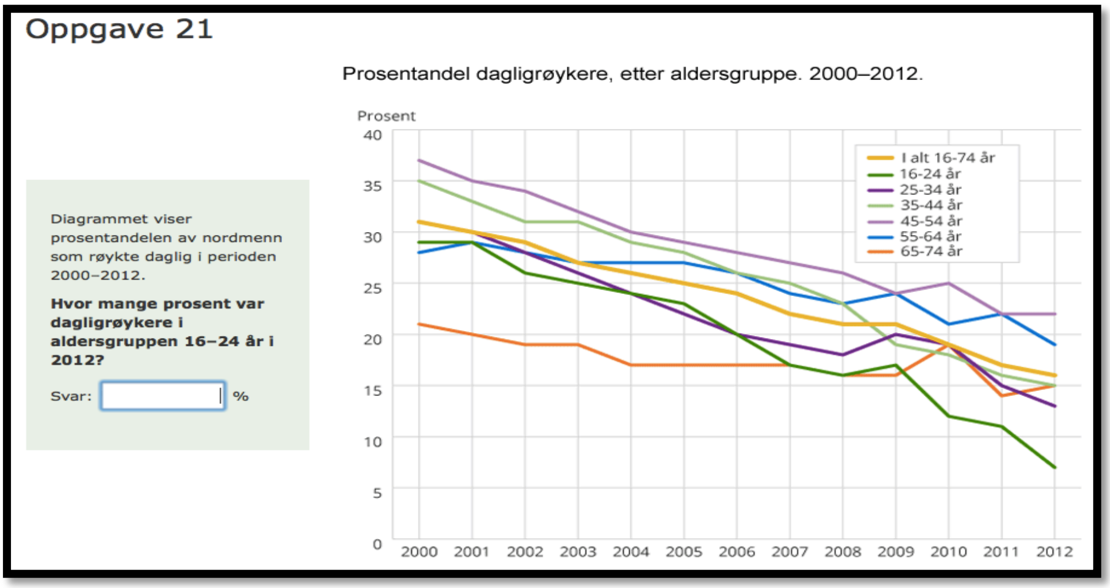
Oppgave 20

Linea og Maia deler en vaskejobb i et kontorlokale med fem like store rom. Maia vasker to av rommene og bruker 30 min. Linea skal vaske resten av rommene, og regner med å vaske i samme tempo som Maia.

Hvor mange minutter vil Linea bruke?

- 45 min
- 75 min
- 90 min
- 150 min

Oppgave 20:
1: Måling
2: Personlig: fritid
3: Multisteg
4: 78,8 %
5: Brøk: forholdstall



Oppgave 21:
1: Statistikk
2: Samfunn: offentlig statistikk
3: Nullsteg
4: 67,1 %

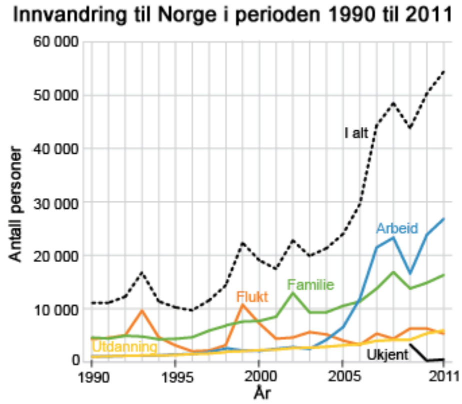
Oppgave 22:
1: Måling
2: Personlig- fritid
3: Multisteg
4: 40,1 %

Oppgave 23

Diagrammet viser blant annet at i 1990 var det ca. 11 000 personer som innvandret til Norge. Vi ser at ca. 1000 av dem innvandret på grunn av utdanning.

Omtrent hvor mange personer innvandret til Norge på grunn av familie i 2002?

- 10 000
- 12 500
- 15 000
- 22 500



Oppgave 23:
1: Statistikk: offentlig statistikk
2: Samfunn
3: Nullsteg

4: 73,6 %

Oppgave 24

Johannes skal steke vafler på skolen. Han trenger 3 L melk og må bruke skolemelk. Hver kartong inneholder $\frac{1}{4}$ L melk.

Hvor mange kartonger skolemelk trenger Johannes?

Svar:

Oppgave 24:
1: Tall
2: Yrkesliv: skole
3: Ettstteg

4: 63,2 %
5: Brøk: del av helhet

Oppgave 25

Olga kjøper 0,9 kg gulost og betaler 63 kr.

Hvor mye koster 1 kg gulost?

Svar: ______ kr

Oppgave 25:
1: Tall
2: Personlig: økonomi
3: Multisteg

4: 53,7 %

Oppgave 26

Tuva hadde glemt matboksen ute. Det hadde regnet, og hun ville vite hvor mye vann som var kommet i matboksen.

Matboksen er 10 cm lang og 10 cm bred, og vannet stod 3 cm opp i den.

1 cm^3 = 1 mL

Hvor mange milliliter regnvann er det i matboksen?

Svar: ______ mL

Oppgave 26
1: Måling
2: Vitenskap: romfigurer
3: Ettsteg

4: 24,1 %

Oppgave 27:
1: Tall
2: Personlig: økonomi
3: Multisteg
4: 49,4 %
5: Brøk: operator

Oppgave 28:
1: Måling
2: Personlig: matlaging
3: Ettsteg
4: 54,7 %
5: Brøk: tallmåling

Oppgave 29

Darius, Truls og Thea skal ha kinobursdag sammen.
Det koster 150 kr for hver person. Totalt er det 15 personer som skal være med på bursdagen. De tre bursdagsbarna skal dele utgiftene likt.

Hvor mye må Thea betale?

Svar: ______ kr

Oppgave 29:
1: Tall
2: Personlig: økonomi
3: Mulitisteg
4: 46,3 %

5: Brøk: operator

Oppgave 30

Da Lars gikk til skolen, var temperaturen -1,5 °C.
Da Lars kom hjem, var temperaturen 6,5 °C.

Hvor mange grader hadde temperaturen endret seg?

- ○ 5,0 °C
- ○ 7,0 °C
- ○ 7,5 °C
- ○ 8,0 °C

Oppgave 30:
1: Måling
2: Vitenskap: klima
3: Ettsteg
4: 41,8 %

Oppgave 31

Kirsten og noen venninner skal se en Harry Potter-film.
Filmen varer i 128 min. De begynner å se filmen kl. 20.15.

Når kan jentene forvente at filmen er slutt?

Svar: kl. ____ . ____

Oppgave 31:
1: Måling
2: Samfunn: offentlig info
3: Ettsteg

4: 63,0 %

Oppgave 32

Faren til Marthe parkerte bilen sin og kjøpte denne parkeringsbilletten.
På billetten ser vi at han har betalt for å parkere
fra kl. 14.35 til kl. 14.50.

Faren til Hilde ønsker å parkere bilen sin på samme sted fra kl. 15.00
til kl. 16.00.

Hvor mange kroner må faren til Hilde betale?

Svar: ____ kr

Oppgave 32:
1: Måling
2: Personlig økonomi
3: Ettsteg
4: 46,6 %
5: Brøk: del av helhet

Oppgave 33

En elevbedrift lager skoleaviser. Bedriften fikk trykt opp 125 aviser som skulle selges. Elevene selger avisene til 30 kr per stykk. Etter salget hadde de 8 aviser igjen.

Hvor mange kroner fikk elevbedriften inn på avissalget?

Svar: ______ kr

Oppgave 33:
1: Tall
2: Yrkesliv: skole
3: Multisteg
4: 45,7 %

Oppgave 34

En gruppe elever har fått i oppdrag å tapetsere en vegg på skolen. De skal bruke et ensfarget tapet.

Veggen er 7,2 m bred og 2,8 m høy.

Hvor mange kvadratmeter tapet trenger elevene?

- 10,00 m^2
- 15,60 m^2
- 20,16 m^2
- 201,60 m^2

Oppgave 34:
1: Måling
2: Yrkesliv: skole
3: Ettsteg
4: 42,1 %

Oppgave 35

Tabellen viser et utsnitt av en togtabell.

Eldar skal reise med tog nr. 2383 fra Hamar til Tynset.

Hvor lang tid bruker tog nr. 2383 fra Hamar til Tynset?

- ○ 1 t og 46 min
- ○ 2 t og 41 min
- ○ 2 t og 46 min
- ○ 3 t og 8 min

25 Oslo S/Hamar–Røros–Trondheim S
Mandag-fredag

Tog nr	411	305	2381	309	2383	313	2385/ 415	321	2387/ 419	325	2389
09.12.2012-08.06.2013		KS	R	KS	R	KS	R b	KS	RS	KS	R
Oslo S		0634		0834		1034		1434		1634	
Lillestrøm		0645		0845		1045		1445		1645	
Gardermoen		0659		0859		1059		1459		1659	
Eidsvoll		0709		0909		1109		1509		1709	
Hamar		0753		0953		1153		1553		1753	
Hamar			0810		1011		1210		1607		1811
Ilseng			0816x		1017x		1216x		1613x		1817x
Løten			0822x		1024x		1223x		1620x		1823x
Elverum			0833		1036		1235		1633		1834
Rudstad			|		|		|		1644x		|
Rena			0855		1059		1257		1656		1859
Steinvik			0903x		1107x		1305x		1704x		1907x
Opphus			0910x		1114x		1312x		1711x		1914x
Evenstad			0918x		1122x		1320x		1719x		1922x
Stai			0927x		1131x		1329x		1728x		1931x
Koppang			0937		1141		1339		1739		1941
Atna			0956		1159x		1357		1758		1959x
Hanestad			1006x		1209x		1407x		1808x		2009x
Bellingmo			1021c		1224c		1422c		1823c		2024c
Alvdal			1033		1236		1434		1835		2036
Auma			1041x		1244x		1442x		1843x		2044x
Tynset			1051		1257		1452		1853		2054
Tolga			1105		1311		1506		1907		2108
Os			1118		1324		1519		1920		2121
Røros			1129		1335		1530		1931		2132

Oppgave 35:
1: Statistikk
2: Samfunn: offentlig info
3: Ettsteg

4: 52,5 %

Oppgave 36

Amir og Tobias skal lage en modell av Skarnsundbrua i kunst og håndverk. Brua er i virkeligheten 1 km lang. Modellen skal være i målestokk 1 : 2000.

Hvor lang skal modellen være, målt i centimeter?

Svar: ______ cm

Oppgave 36:
1: Måling
2: Samfunn: offentlig info
3: Multisteg

4: 16,6 %
5: Brøk: forholdstall

Oppgave 37

Guri jobber i en hobbybutikk. Hun skal lage en salgsplakat for porselensperler. Perlene kostet tidligere 50 kr, men koster nå 10 kr.

Porselensperler blå/hvit
10,00 kr ~~(50,00 kr)~~

På plakaten skal hun skrive hvor mange prosent prisen på porselensperlene er satt ned.

Hvor mange prosent er prisen satt ned?

- ○ 40 %
- ○ 70 %
- ○ 75 %
- ○ 80 %

Oppgave 37:
1: Tall
2: Yrkesliv: yrke
3: Ettsteg
4: 58,5 %
5: Brøk: operator

Oppgave 38

Johan bor i Lakselv. Han planlegger en biltur der reiseruta skal være: Lakselv–Alta–Narvik–Kautokeino–Lakselv.

Tabellen viser avstandene mellom disse stedene.

Avstands-tabell	Kautokeino	Alta	Narvik
Lakselv	202 km	171 km	630 km
Narvik	501 km	459 km	
Alta	131 km		

Hvor langt skal Johan kjøre, ifølge tabellen?

Svar: ______ km

Oppgave 38:
1: Statistikk
2: Samfunn: offentlig info
3: Ettsteg
4: 24,3 %

Oppgave 39

Fyll inn tall i ruta, slik at multiplikasjonsstykket blir riktig.

1,52 · ☐ = 1520

Oppgave 39:
1: Tall
2: Intermatematisk
3: Multiplikasjon
4: 53,2 %

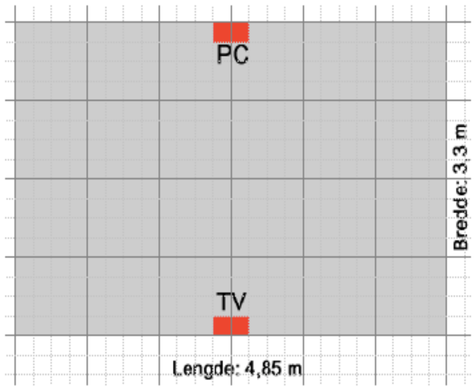
Oppgave 40

Kasper planlegger å sette opp en ekstra nettverkskontakt ved TV-en på rommet sitt. Han må da legge en nettverkskabel langs veggen fra PC-en til der TV-en står.

Butikken selger internettkabler bare i hele meter.

Hvor lang internettkabel må han minst kjøpe?

- 4 m
- 5 m
- 8 m
- 9 m



Oppgave 40:
1: Måling
2: Personlig: økonomi
3: Ettsteg
4: 34,7 %

Oppgave 41

Magnus skal koke risengrynsgrøt. Han skal bruke 1,4 L melk.

Han vil bruke et desilitermål for å måle opp riktig mengde melk.

Hvor mange desiliter melk trenger han?

Svar: ______ dL

Oppgave 41:
1: Måling
2: Personlig: matlaging
3: Ettsteg
4: 67,2 %

Oppgave 42

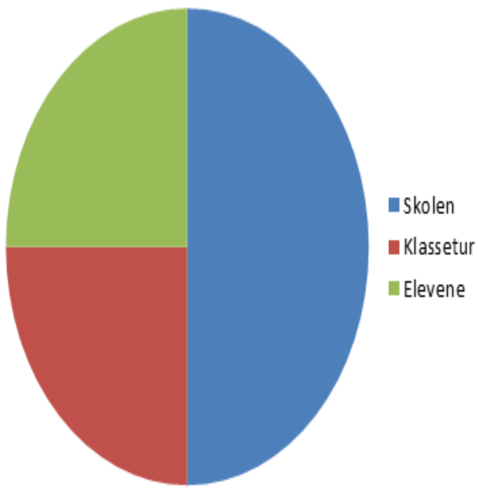
Elevbedriften "En hjelpende hånd" består av seks elever. De har tjent til sammen 16 800 kr på å hjelpe andre.

Noe av pengene skal elevene selv beholde, noe skal gå til klassetur og resten skal skolen ha. Skolens penger skal gå til oppstart av nye elevbedrifter neste år.

Pengene skal fordeles slik som diagrammet til høyre viser.

Hvor mange kroner får hver av de seks elevene i elevbedriften beholde?

Svar: ______ kr



Oppgave 42:
1: Statistikk
2: Personlig: Økonomi
3: Multisteg
4: 28,6 %
5: Brøk: forholdstall

Oppgave 43

Tina har som mål å løpe 1 mil på tredemølle.
Hun løper med konstant fart. Etter 18 min har hun løpt 2,5 km.

Hvor mange minutter vil hun bruke på å løpe 1 mil?

Svar: ______ min

Oppgave 43:
1: Måling
2: Personlig: fritid
3: Ettsteg
4: 53,2 %
5: Brøk: del av helhet

Oppgave 44

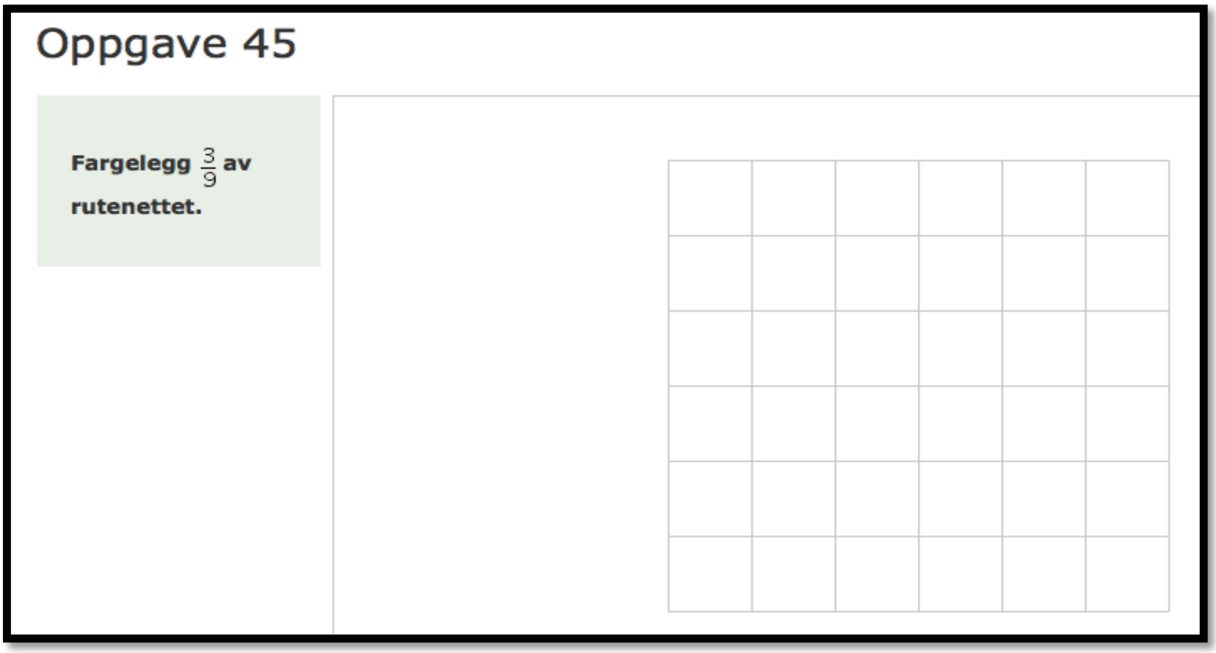
Stian bestilte et dataspill fra en utenlandsk nettbutikk.
Spillet kostet 15 britiske pund (£).

1 £ kostet 8,90 norske kroner (NOK) da han kjøpte spillet.

Hvor mange norske kroner kostet spillet?

- 120,00 NOK
- 123,50 NOK
- 133,50 NOK
- 135,00 NOK

Oppgave 44:
1: Måling
2: Personlig: økonomi
3: Ettsteg
4: 58,4 %
5: Brøk: operator



Oppgave 45:
1: Tall
2: intermatematisk
3: Ettsteg

4: 60,7 %
5: Brøk: del av helhet

Oppgave 46:
1: Måling
2: intermatematisk
3: Nullsteg
4: 58,2 %

Oppgave 47

Lise skal ha selskap. Hun skal servere kalkun til 13 personer.

Lise beregner 500 g kalkun per person.

Hvor mange kilogram kalkun må Lise minst kjøpe?

- 6,5 kg
- 65,0 kg
- 650,0 kg
- 6500,0 kg

Oppgave 47:

1: Måling
2: Personlig: matlaging
3: Ettsteg
4: 49,7 %
5: Brøk: del av helhet

Oppgave 48

Familien til Einar skal kjøre båt til hytta. På bensintanken er det 50 L bensin. De bruker 30 min fra kaia til hytta, og går ut fra at båten bruker 0,5 L per min.

Hvor mye bensin kan de forvente at det er igjen på tanken når de kommer til hytta?

- 15 L
- 25 L
- 35 L
- 45 L

Oppgave 48:
1: Tall
2: Personlig:; fritid
3: Multisteg
4: 36,6 %

Oppgave 49

Fagerheim skolekorps skal ha et 17. mai-arrangement. De skal kjøpe inn 1000 papptallerkener til kiosksalget. Tallerkenene selges i pakker. Hver pakke inneholder 65 tallerkener.

Hvor mange pakker må korpset minst kjøpe?

- 15
- 16
- 17
- 20

Oppgave 49:
1: Tall
2: Yrkesliv: forening
3: Ettsteg

4: 42,3 %

Oppgave 50

Henrik skal handle mat for faren sin og har fått med seg en handleliste.

To liter melk
Salami
Egg
Ca. 200 g italiensk salat
Brød
Løk
Appelsin
Epler

Når Henrik skal bestille italiensk salat, får han spørsmål om hvor mange hektogram han skal ha.

Hva skal Henrik svare?

- 2 hg
- 20 hg
- 200 hg
- 2000 hg

Oppgave 50:
1; Måling
2: Personlig: matlaging
3:Ettsteg

4: 33,7 %

Oppgave 51

Kristian drikker et glass melk til frokost.

Omtrent hvor mye melk er det i et glass?

- 2 L
- 2 dL
- 2 cL
- 2 mL

Oppgave 51:
1: Måling
2: Samfunn: offentlig info
3: Nullsteg
4: 81,0 %

Oppgave 52

Nora har funnet en oppskrift på 24 cupcakes i en engelsk kokebok. Der står det at hun skal bruke 2,5 kopper hvetemel.

Ifølge oppskriften er en kopp med hvetemel omtrent 150 g.

Hvor mange gram hvetemel skal Nora bruke, ifølge oppskriften?

- 300 g
- 350 g
- 375 g
- 450 g

Oppgave 52:
1: Tall
2: Personlig: matlaging
3: Ettsteg
4: 50,5 %
5: Brøk: forholdstall

Oppgave 53

Astrid lager brød i en brødbakemaskin. Hun må programmere når maskinen skal starte. Å bake et brød tar 2,7 t.

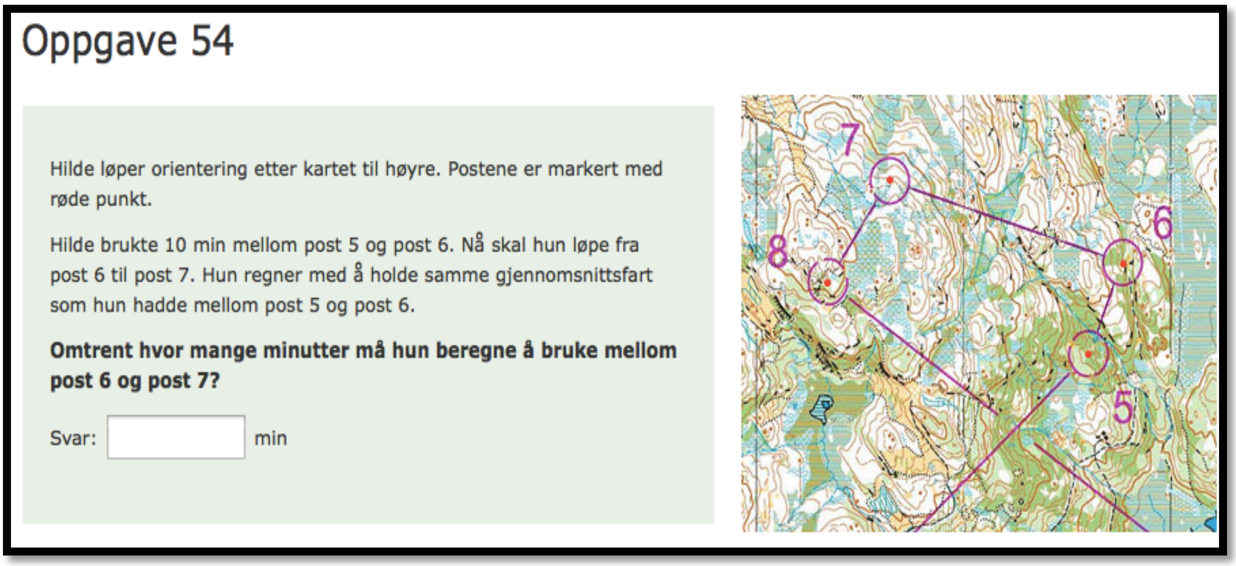
Astrid ønsker at brødet skal være ferdig kl. 07.00.

Når må maskinen starte for at brødet skal være ferdig til kl. 07.00?

- kl. 04.18
- kl. 04.30
- kl. 04.53
- kl. 05.53

Oppgave 53:
1: Måling
2: Samfunn: bruksanvisning
3: Multisteg

4; 26,0 %



Oppgave 54

Hilde løper orientering etter kartet til høyre. Postene er markert med røde punkt.

Hilde brukte 10 min mellom post 5 og post 6. Nå skal hun løpe fra post 6 til post 7. Hun regner med å holde samme gjennomsnittsfart som hun hadde mellom post 5 og post 6.

Omtrent hvor mange minutter må hun beregne å bruke mellom post 6 og post 7?

Svar: ______ min

Oppgave 54:
1: Måling
2: Personlig: fritid
3: Ettsteg
4: 40,7 %
5: Brøk: tallmåling

Oppgave 55

Aida har abonnementet "Fastpris Medium". Hun ser på mobiltelefonen sin at hun har benyttet seg av 428 MB i august måned. Dermed har hun oversteget det som er inkludert i abonnementet.

Hvor mye ekstra må Aida betale for databruk i august?

Svar: ______ kr

Abonnement	Månedspris	Min. pris	Start	SMS	MMS	Data
Fastpris Small	119,-	0,49	0,89	0,49	1,99	5,- /MB
Inkludert		100		50		75 MB
Fastpris Medium	199,-	0,49	0,89	0,49	1,99	5,-/MB
Inkludert		400		400		400 MB
Fastpris Medium+	279,-	0,49	0,89	0,49	1,99	5,- /MB
Inkludert		400		400		800 MB
Fastpris Large	349,-	0,49	0,89	0,49	1,99	5,- /MB
Inkludert		1200		1200		1000 MB
Fastpris Large+	399,-	0,49	0,89	0,49	1,99	5,- /MB
Inkludert		1200		1200		1600 MB
Fastpris X-Large	589,-	0,49	0,89	0,49	1,99	0,-
Inkludert		3000		3600		Fri bruk

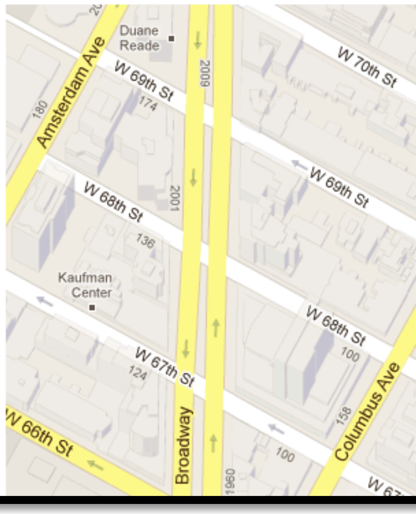
Oppgave 55:
1: Statistkk
2: Personlig: økonomi
3: Multisteg
4: 24,8 %

Oppgave 56

På bildet ser du et utsnitt av et kart over Manhattan.

Hvilken gate går parallelt med Columbus Ave?

- Broadway
- Amsterdam Ave
- W 67th St
- W 66th St



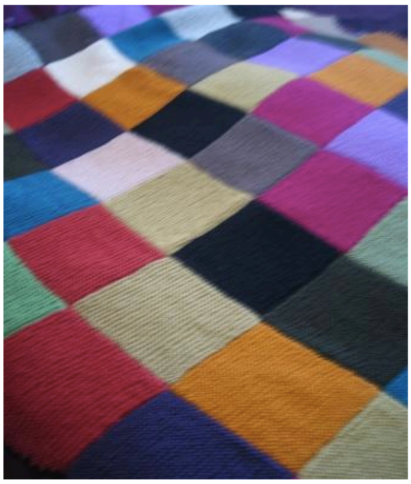
Oppgave 56:
1: Måling
2: Samfunn: offentlig info
3: Nullsteg
4: 64,6 %

Oppgave 57

Malin skal strikke et lappeteppe.
Hver lapp skal være kvadratisk med sidelengde 15 cm.
Teppet skal være 1,5 m langt og 1,8 m bredt.

Hvor mange lapper må Malin strikke?

- 10
- 22
- 100
- 120



Oppgave 57:
1: Måling
2: Personlig: fritid
3: Multisteg
4: 20,0 %

Oppgave 58

Bendik skal hjelpe faren sin med å male en vegg. Før de kan male må de vaske veggen med husvask.

Husvask skal fortynnes med vann i forholdet 1 : 20 (1 del husvask + 20 deler vann).

Bendik fyller 5 L vann i ei bøtte.

Hvor mange desiliter husvask skal han blande med vannet?

Svar: ______ dL

Oppgave 58:
1: Måling
2: Personlig: vedlikehold
3: Multisteg
4: 16,2 %
5: Brøk: forholdtall

Vedlegg 2: Klargjøring av datasettet

Etter søknad til Utdanningsdirektoratet , ble følgende variabler utlevert i datafilen: fødselsdag, fylke, kjønn, score på enkeltoppgaver og skalapoeng. Datasettet ble utlevert fra Utdanningsdirektoratet 21.januar 2015 i Excel-format med alle elever som gjennomførte prøver på 5.- og 8.trinn. Vi fikk også tilgang på 9.trinn 8.mai 2015. På et tidlig tidspunkt avgjorde vi å anvende analyseprogrammet SPSS. Bakgrunnen for valget var tilgjengelighet til programmet gjennom universitetet i Tromsø, samt det ble brukt i introduksjonsemnet til metode våren 2014.

Det første som måtte gjøres, var å konvertere Excel-filen til SPSS-fil. Videre brukte vi noe tid på å bli kjent med datasettet, slik at vi hadde noen ideer for hvilke omkodinger vi ønsket å gjennomføre og hvilke som var nødvendig. Siden det ble gjort en konvertering av datamaterialet, var det noe av rådataen som ikke var tilgjengelig. Dermed måtte det gjennomføres data-omkodinger av enkelte variabler slik at de ga mening rent teknisk. Blant annet måtte samtlige fødselsdatoer kodes om til enklere intervallnivå/forholdstallsnivå, herunder ble også fødselsdato kodet til fødselsmåned. Dette fordi vi ønsket en hensiktsmessig måte å fremstille resultatene våre. På denne måten fikk vi også ryddet ut alle som ikke var født i henholdsvis 2001 eller 2004.

Gjennom analysearbeidet har det også vært nødvendig å gjøre omkodinger av andre variabler. Disse omkodingene av datafilen gjennomføres av ulike årsaker, men i våre tilfeller handler det om å tillegge en variabel nye verdier gjennom å slå sammen verdier for eksempel gjennomsnittlig poengscore på en utvalgt gruppe av oppgaver, deler en variabel opp i flere variabler for eksempel kjønn, samt lager nye variabler med utgangspunkt i flere for eksempel kontekster og matematiske kategorier. For oppgavesettet til 8.- og 9.trinn måtte oppgavevariablene i de forskjellige datasettene omkodes. I den utleverte datafilen var kun rekkefølgen riktig i oppgavesett 1, mens for oppgavesett 2 og 3 var oppgavene gitt i ulik rekkefølge. F.eks For oppgavesett 2 tilsvarer oppgave 3 oppgave 1 og i oppgavesett 3 tilsvarer oppgave 6 oppgave 1 i oppgavesett 1.

Omkoding oppgavenummer nasjonale prøver

De tre oppgavesettene har ulik rekkefølge på de ti første og ti siste oppgavene, og det var disse som måtte omkodes. Dette ble gjort ved at filen ble splittet i tre, og hvor vi kodet om variablene i sett to og tre. Deretter slo vi sammen filene igjen. Under følger hvilken oppgaver i oppgavesett to og tre som tilsvarer rekkefølgen i oppgavesett en:

Oppgave 1-10

Sett 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sett 2	3	1	2	10	7	4	9	5	6	8
Sett 3	6	8	7	9	2	3	1	4	10	5

Oppgave 49-58

Sett 1	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
Sett 2	55	53	49	54	51	52	57	50	58	56
Sett 3	52	58	55	50	51	53	54	49	56	57

Vedlegg 3: Meldeskjema NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

NSD

MELDESKJEMA

Meldeskjema (versjon 1.4) for forsknings- og studentprosjekt som medfører meldeplikt eller konsesjonsplikt
(jf. personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter).

1. Prosjekttittel		
Tittel	Hvilken måte påvirker elevenes fødselsmåned prestasjoner i matematikk?	
2. Behandlingsansvarlig institusjon		
Institusjon	UIT Norges arktiske universitet	Velg den institusjonen du er tilknyttet. Alle nivå må oppgis. Ved studentprosjekt er det studentens tilknytning som er avgjørende. Dersom institusjonen ikke finnes på listen, vennligst ta kontakt med personvernombudet.
Avdeling/Fakultet	Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning	
Institutt	Institutt for lærerutdanning og pedagogikk	
3. Daglig ansvarlig (forsker, veileder, stipendiat)		
Fornavn	Ove Gunnar	Før opp navnet på den som har det daglige ansvaret for prosjektet. Veileder er vanligvis daglig ansvarlig ved studentprosjekt. Veileder og student må være tilknyttet samme institusjon. Dersom studenten har ekstern veileder, kan biveileder eller faganswarlig ved studiestedet stå som daglig ansvarlig. Arbeidssted må være tilknyttet behandlingsansvarlig institusjon, f.eks. underavdeling, institutt etc. NB! Det er viktig at du oppgir en e-postadresse som brukes aktivt. Vennligst gi oss beskjed dersom den endres.
Etternavn	Drageset	
Akademisk grad	Doktorgrad	
Stilling	Studieleder 5.-10. trinn Universitetet i Tromsø	
Arbeidssted	Universitetet i Tromsø	
Adresse (arb.sted)	Mellomveien 110	
Postnr/sted (arb.sted)	9006 Tromsø	
Telefon/mobil (arb.sted)	77660274 /	
E-post	ove.drageset@uit.no	
4. Student (master, bachelor)		
Studentprosjekt	Ja ● Nei ○	NB! Det er viktig at du oppgir en e-postadresse som brukes aktivt. Vennligst gi oss beskjed dersom den endres.
Fornavn	Renate / Kristina	
Etternavn	Brandsegg/ Torbergsen	
Akademisk grad	Høyere grad	
Privatadresse	Brandseggveien/ St.haugen 11	
Postnr/sted (privatadresse)	9360 Bardu/ 9180 Skjervøy	
Telefon/mobil	90952264 / 48149203	
E-post	renatebrandsegg@hotmail.no	
5. Formålet med prosjektet		
Formål	Problemstillingen vi ønsker å belyse er: På hvilken måte påvirker elevenes fødselsmåned prestasjoner i matematikk? Vi ønsker å sjekke problemstillingen opp mot kjønn, geografi, sosiokulturelle faktorer og andre tilgjengelige bakgrunnsdata. For å kunne svare på forskningsspørsmålet er vi avhengige av data innehentete fra Nasjonale prøver og internasjonale undersøkelser, som Pisa og Timss. Vi er i en søknadsprosess for å få tilgang til dataen, og er avhengig av godkjennelse fra NSD for å kunne gå videre i søknadsprosessen. Grunnen til at vi ønsker å gjennomføre prosjektet er å finne ut om alder påvirker presetasjoner, og om dette er et hensyn læreren burde ta i sitt planleggingsarbeid.	Redegjør kort for prosjektets formål, problemstilling, forskningsspørsmål e.l. Maks 750 tegn.

Side 1

6. Prosjektomfang		
Velg omfang	• Enkel institusjon ○ Nasjonalt samarbeidsprosjekt ○ Internasjonalt samarbeidsprosjekt	Med samarbeidsprosjekt menes prosjekt som gjennomføres av flere institusjoner samtidig, som har samme formål og hvor personopplysninger utveksles.
Oppgi øvrige institusjoner		
Oppgi hvordan samarbeidet foregår		
7. Utvalgsbeskrivelse		
Utvalget	Elever i 5. og 8. trinn på nasjonalt nivå, samt muligens 9. trinn.	Med utvalg menes dem som deltar i undersøkelsen eller dem det innhentes opplysninger om. F.eks. et representativt utvalg av befolkningen, skoleelever med lese- og skrivevansker, pasienter, innsatte.
Rekruttering og trekking	Utvalget er alle som har gjennomført nevnte tester (Nasjonale prøver, pisa og timss)	Beskriv hvordan utvalget trekkes eller rekrutteres og oppgi hvem som foretar den. Et utvalg kan trekkes fra registre som f.eks. Folkeregisteret, SSB-registre, pasientregistre, eller det kan rekrutteres gjennom f.eks. en bedrift, skole, idrettsmiljø, eget nettverk.
Førstegangskontakt	Vi har kontaktet Utdanningsdirektoratet ved Are Tågvold Flaten, for innhenting av data. Vi må søke via følgende skjema:	Beskriv hvordan førstegangskontakten opprettes og oppgi hvem som foretar den. Les mer om dette på våre temasider.
Alder på utvalget	■ Barn (0-15 år) □ Ungdom (16-17 år) □ Voksne (over 18 år)	
Antall personer som inngår i utvalget	Alle som gjennomfører nasjonale prøver, omkring 180 000. Samt internasjonale undersøkelser i Norge. http://www.udir.no/Regelverk/Dispensasjon/Artikler-dispensasjon/Dispensasjon-utlevering-av-taushetsbelagte-opplysninger-til-bruk-i-forskning/	
Inkluderes det myndige personer med redusert eller manglende samtykkekompetanse?	Ja ○ Nei •	Begrunn hvorfor det er nødvendig å inkludere myndige personer med redusert eller manglende samtykkekompetanse. Les mer om Pasienter, brukere og personer med redusert eller manglende samtykkekompetanse
Hvis ja, begrunn		
8. Metode for innsamling av personopplysninger		
Kryss av for hvilke datainnsamlingsmetoder og datakilder som vil benyttes	□ Spørreskjema □ Personlig intervju □ Gruppeintervju □ Observasjon □ Psykologiske/pedagogiske tester □ Medisinske undersøkelser/tester □ Journaldata □ Registerdata ■ Annen innsamlingsmetode	Personopplysninger kan innhentes direkte fra den registrerte f.eks. gjennom spørreskjema, intervju, tester, og/eller ulike journaler (f.eks. elevmapper, NAV, PPT, sykehus) og/eller registre (f.eks. Statistisk sentralbyrå, sentrale helseregistre).
Annen innsamlingsmetode, oppgi hvilken	Korrelasjon i SPSS mellom prestasjonsscore, fødselsdato (eller måned) samt bakgrunnsinfo.	
Kommentar		
9. Datamaterialets innhold		
Redegjør for hvilke opplysninger som samles inn	Elevenes fødselsdato (eller måned), kjønn og den bakgrunnsinformasjonen som vi får tilgang til uten direkte personindentifiserende opplysninger.	Spørreskjema, intervju-/temaguide, observasjonsbeskrivelse m.m. sendes inn sammen med meldeskjemaet. NB! Vedleggene lastes opp til sist i meldeskjema, se punkt 16 Vedlegg.

Side 2

Samles det inn direkte personidentifiserende opplysninger?	Ja ○ Nei ●	Dersom det krysses av for ja her, se nærmere under punkt 11 Informasjonssikkerhet. Les mer om hva personopplysninger er NB! Selv om opplysningene er anonymiserte i oppgave/rapport, må det krysses av dersom direkte og/eller indirekte personidentifiserende opplysninger innhentes/registreres i forbindelse med prosjektet.
Hvis ja, hvilke?	□ 11-sifret fødselsnummer □ Navn, fødselsdato, adresse, e-postadresse og/eller telefonnummer	
Spesifiser hvilke		
Samles det inn indirekte personidentifiserende opplysninger?	Ja ○ Nei ●	En person vil være indirekte identifiserbar dersom det er mulig å identifisere vedkommende gjennom bakgrunnsopplysninger som for eksempel bostedskommune eller arbeidsplass/skole kombinert med opplysninger som alder, kjønn, yrke, diagnose, etc. Kryss også av dersom ip-adresse registreres.
Hvis ja, hvilke?		
Samles det inn sensitive personopplysninger?	Ja ○ Nei ●	
Hvis ja, hvilke?	□ Rasemessig eller etnisk bakgrunn, eller politisk, filosofisk eller religiøs oppfatning □ At en person har vært mistenkt, siktet, tiltalt eller dømt for en straffbar handling □ Helseforhold □ Seksuelle forhold □ Medlemskap i fagforeninger	
Samles det inn opplysninger om tredjeperson?	Ja ○ Nei ●	Med opplysninger om tredjeperson menes opplysninger som kan spores tilbake til personer som ikke inngår i utvalget. Eksempler på tredjeperson er kollega, elev, klient, familiemedlem.
Hvis ja, hvem er tredjeperson og hvilke opplysninger registreres?		
Hvordan informeres tredjeperson om behandlingen?	□ Skriftlig □ Muntlig □ Informeres ikke	
Informeres ikke, begrunn		
10. Informasjon og samtykke		
Oppgi hvordan utvalget informeres	□ Skriftlig □ Muntlig ■ Informeres ikke	Vennligst send inn informasjonsskrivet eller mal for muntlig informasjon sammen med meldeskjema. NB! Vedlegg lastes opp til sist i meldeskjemaet, se punkt 16 Vedlegg. Dersom utvalget ikke skal informeres om behandlingen av personopplysninger må det begrunnes. Last ned vår veiledende mal til informasjonsskriv
Begrunn	Når elevene gjennomfører nasjonale og internasjonale undersøkelser samtykker de til at resultatene kan brukes i forskning.	
Oppgi hvordan samtykke fra utvalget innhentes	□ Skriftlig □ Muntlig ■ Innhentes ikke	Dersom det innhentes skriftlig samtykke anbefales det at samtykkeerklæringen utformes som en svarslipp eller på eget ark. Dersom det ikke skal innhentes samtykke, må det begrunnes.
Innhentes ikke, begrunn	Når elevene gjennomfører nasjonale og internasjonale undersøkelser samtykker de til at resultatene kan brukes i forskning.	
11. Informasjonssikkerhet		
Direkte personidentifiserende opplysninger erstattes med et referansenummer som viser til en atskilt navneliste (koblingsnøkkel)	Ja ○ Nei ●	Har du krysset av for ja under punkt 9 Datamaterialets innhold må det merkes av for hvordan direkte personidentifiserende opplysninger registreres.

Hvordan oppbevares navnelisten/ koblingsnøkkelen og hvem har tilgang til den?		NB! Som hovedregel bør ikke direkte personidentifiserende opplysninger registreres.
Direkte personidentifiserende opplysninger oppbevares sammen med det øvrige materialet	Ja ○ Nei ●	
Hvorfor oppbevares direkte personidentifiserende opplysninger sammen med det øvrige datamaterialet?		
Oppbevares direkte personidentifiserbare opplysninger på andre måter?	Ja ○ Nei ●	
Spesifiser		
Hvordan registreres og oppbevares datamaterialet?	□ Fysisk isolert datamaskin tilhørende virksomheten □ Datamaskin i nettverkssystem tilhørende virksomheten □ Datamaskin i nettverkssystem tilknyttet Internett tilhørende virksomheten □ Fysisk isolert privat datamaskin □ Privat datamaskin tilknyttet Internett □ Videoopptak/fotografi □ Lydopptak □ Notater/papir ■ Annen registreringsmetode	Merk av for hvilke hjelpemidler som benyttes for registrering og analyse av opplysninger. Sett flere kryss dersom opplysningene registreres på flere måter.
Annen registreringsmetode beskriv	På serveren til Universitetet i Tromsø	
Behandles lyd-/videoopptak og/eller fotografi ved hjelp av datamaskinbasert utstyr?	Ja ○ Nei ●	Kryss av for ja dersom opptak eller foto behandles som lyd-/bildefil. Les mer om behandling av lyd og bilde.
Hvordan er datamaterialet beskyttet mot at uvedkommende får innsyn?	Universitetets server med personlig brukernavn og passord. Ingen andre har tilgang til dataen, bortsett fra Veileder (Over Drageset) og oss (Renate Brandsegg og Kristina Torbergsen)	Er f.eks. datamaskintilgangen beskyttet med brukernavn og passord, står datamaskinen i et låsbart rom, og hvordan sikres bærbare enheter, utskrifter og opptak?
Dersom det benyttes mobile lagringsenheter (bærbar datamaskin, minnepenn, minnekort, cd, ekstern harddisk, mobiltelefon), oppgi hvilke		NB! Mobile lagringsenheter bør ha mulighet for kryptering.
Vil medarbeidere ha tilgang til datamaterialet på lik linje med daglig ansvarlig/student?	Ja ○ Nei ●	
Hvis ja, hvem?		
Overføres personopplysninger ved hjelp av e-post/Internett?	Ja ○ Nei ●	F.eks. ved bruk av elektronisk spørreskjema, overføring av data til samarbeidspartner/databehandler mm.
Hvis ja, hvilke?		
Vil personopplysninger bli utlevert til andre enn prosjektgruppen?	Ja ○ Nei ●	
Hvis ja, til hvem?		
Samles opplysningene inn/behandles av en databehandler?	Ja ○ Nei ●	Dersom det benyttes eksterne til helt eller delvis å behandle personopplysninger, f.eks. Questback, Synovate MMI, Norfakta eller transkriberingsassistent eller tolk, er dette å betrakte som en databehandler. Slike oppdrag må kontraktsreguleres Les mer om databehandleravtaler her
Hvis ja, hvilken?		

Side 4

12. Vurdering/godkjenning fra andre instanser		
Søkes det om dispensasjon fra taushetsplikten for å få tilgang til data?	Ja ○ Nei ●	For å få tilgang til taushetsbelagte opplysninger fra f.eks. NAV, PPT, sykehus, må det søkes om dispensasjon fra taushetsplikten. Dispensasjon søkes vanligvis fra aktuelt departement. Dispensasjon fra taushetsplikten for helseopplysninger skal for alle typer forskning søkes Regional komité for medisinsk og helsefaglig forskningsetikk
Kommentar		
Søkes det godkjenning fra andre instanser?	Ja ● Nei ○	F.eks. søke registereier om tilgang til data, en ledelse om tilgang til forskning i virksomhet, skole, etc.
Hvis ja, hvilke?	Utdanningsdirektoratets database fra nasjonale prøver. Data fra Pisa og TIMSS ligger tilgjengelig for alle.	

13. Prosjektperiode		
Prosjektperiode	Prosjektstart:09.10.2014 Prosjektslutt:01.06.2015	Prosjektstart Vennligst oppgi tidspunktet for når førstegangskontakten med utvalget opprettes og/eller datainnsamlingen starter. Prosjektslutt Vennligst oppgi tidspunktet for når datamaterialet enten skal anonymiseres/slettes, eller arkiveres i påvente av oppfølgingsstudier eller annet. Prosjektet anses vanligvis som avsluttet når de oppgitte analyser er ferdigstilt og resultatene publisert, eller oppgave/avhandling er innlevert og sensurert.
Hva skal skje med datamaterialet ved prosjektslutt?	■ Datamaterialet anonymiseres □ Datamaterialet oppbevares med personidentifikasjon	Med anonymisering menes at datamaterialet bearbeides slik at det ikke lenger er mulig å føre opplysningene tilbake til enkeltpersoner.NB! Merk at dette omfatter både oppgave/publikasjon og rådata. Les mer om anonymisering
Hvordan skal datamaterialet anonymiseres?	Dataen slettes ved prosjektslutt.	Hovedregelen for videre oppbevaring av data med personidentifikasjon er samtykke fra den registrerte. Årsaker til oppbevaring kan være planlagte oppfølgningsstudier, undervisningsformål eller annet. Datamaterialet kan oppbevares ved egen institusjon, offentlig arkiv eller annet. Les om arkivering hos NSD
Hvorfor skal datamaterialet oppbevares med personidentifikasjon?		
Hvor skal datamaterialet oppbevares, og hvor lenge?		

14. Finansiering		
Hvordan finansieres prosjektet?		

15. Tilleggsopplysninger		
Tilleggsopplysninger		

16. Vedlegg		
Antall vedlegg	1	

Vedlegg 4: Godkjennelse fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Ove Gunnar Drageset
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk UiT Norges arktiske universitet

9006 TROMSØ

Vår dato: 10.11.2014 Vår ref: 40243 / 3 / IB Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 09.10.2014. All nødvendig informasjon om prosjektet forelå i sin helhet 05.11.2014. Meldingen gjelder prosjektet:

40243	*Hvilken måte påvirker elevenes fødselsmåned prestasjoner i matematikk?*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Ove Gunnar Drageset*
Student	*Renate Brandsegg*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.06.2015, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Inga Brautaset

Kontaktperson: Inga Brautaset tlf: 55 58 26 35
Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Renate Brandsegg renatebrandsegg@hotmail.no

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / District Offices
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 40243

Prosjektet gjennomføres av veileder og to studenter. Det er en ren registerstudie der utvalget ikke kontaktes.

Fra Pisa og Timss skal det kun innhentes anonyme opplysninger. Dvs. opplysninger som ikke på noen måte kan spores tilbake til enkeltpersoner, verken direkte, indirekte eller via kode og koblingsnøkkel.

Fra Nasjonale prøver innhentes følgende opplysninger om elever som har gjennomført prøvene (totalt ca. 180 000):
- fødselsdato
- kjønn
- fylke
- resultat for de tre siste årene innen fagområdet regning

Personvernombudet tar høyde for at datamaterialet fra Nasjonale Prøver kan inneholde personopplysninger. Vi vurderer at opplysningene kan behandles med hjemmel i personopplysningsloven § 8 d) og at prosjektleder kan unntas fra informasjonsplikt iht. personopplysningsloven § 20 b). Behandlingen av opplysningene er nødvendig for forskningsformålet og innebærer forholdsvis liten personvernulempe. Det registreres noen få opplysninger som ikke er sensitive.

Opplysningene skal lagres slik at de ikke kommer på avveie, og i tråd med UiT sine interne rutiner for datasikkerhet. I følge meldeskjema skal datasettet lagres på Universitetets server, passordbeskyttet, slik at det kun er tilgjengelig for veileder og de to studentene.

Det skal søkes om tilgang til data (og dispensasjon fra taushetsplikt om nødvendig) fra Utdanningsdirektoratet.

Forventet prosjektslutt er 01.06.2015. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- opplysningene skal heller ikke inneholde kode/løpenummer som viser tilbake til koblingsnøkkel.

Vedlegg 5: Godkjennelse fra Utdanningsdirektoratet

Utdanningsdirektoratet

Saksbehandler: Hilde Olsen

Vår dato:	Vår referanse:
08.01.2015	2014/6164
Deres dato:	Deres referanse:
18.11.2014	

UiT Norges arktiske universitet
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk
Mellomveien 110
9006 Tromsø
Att. Ove Drageset

Svar på søknad om dispensasjon fra taushetsplikt, forskningsprosjektet «Elevers prestasjoner i regning ut i fra fødselsdato»

Vi viser til søknad fra UiT Norges arktiske universitet, datert 18.11.2014, om dispensasjon fra taushetsplikt i forbindelse med utlevering av data til forskningsprosjektet «Elevers prestasjoner i regning ut i fra fødselsdato».

Vedtak og vilkår
Utdanningsdirektoratet har på bakgrunn av dette fattet følgende vedtak:

Utdanningsdirektoratet kan utlevere de omsøkte opplysningene til UiT Norges arktiske universitet. Av hensyn til de registrertes personvern og for å sikre at utlevering av data ikke medfører uforholdsmessig ulempe for andre interesser, er det knyttet følgende vilkår til utleveringen:

- Det taushetsbelagte materialet kan kun benyttes til forskning i samsvar med det oppgitte formålet i prosjektsøknaden.
- Taushetsbelagt materiale kan kun gjøres tilgjengelig for Ove Drageset, Renate Brandsegg og Kristina Torbergsen og kan ikke utleveres til andre. Ved bytte av personer underveis i prosjektet skal prosjektleder kontakte Utdanningsdirektoratet.
- Personer som får tilgang til taushetsbelagt materiale må underskrive taushetserklæring dersom dette ikke er gjort tidligere.
- Eventuelle rapporter og publikasjoner må utgis i en slik form at enkeltpersoner ikke kan identifiseres, verken direkte eller indirekte.
- Opplysningene skal behandles i tråd med personopplysningslovens bestemmelser for behandling av personopplysninger og virksomhetens (eventuelle) konsesjon fra Datatilsynet og/eller godkjenning fra personvernombudet.
- Dokumentasjon om informasjonssikringstiltak og internkontroll som følger av personopplysningsloven §§ 13 og 14 skal på forespørsel utleveres til Utdanningsdirektoratet.
- Personidentifiserbare data slettes eller anonymiseres straks det ikke er behov for dem og senest ved prosjektets avslutning den 01.06.2015.

Utdanningsdirektoratet har lagt følgende fakta og vurderinger til grunn for vedtaket:

Nærmere om prosjektet
Prosjektet gjennomføres av veileder og to masterstudenter. Det er en ren registerstudie der utvalget ikke kontaktes.

Postadresse: Postboks 9359 Grønland, 0135 OSLO
Besøksadresser: Schweigaards gate 15 B, Oslo; Britveien 4, Molde; Parkgata 36, Hamar
Telefon: +47 23 30 12 00
Telefaks: +47 23 30 12 99
E-post: post@utdanningsdirektoratet.no
Internett: www.utdanningsdirektoratet.no
Org.nr.: NO 970 018 131
Bankgiro: 7694 05 10879
IBAN: NO8876940510879
BIC/SWIFT DNBANOKK

Prosjektet skal undersøke hvordan elevenes fødselsmåned påvirker prestasjoner i matematikk/regning. Videre skal man i prosjektet undersøke om det er forskjeller i hvordan fødselsmåned påvirker resultater i matematikk/regning på lavt og høyt trinn, og om det er forskjeller mellom kjønn og mellom fylker.

Opplysningene skal lagres slik at de ikke kommer på avveie, og i tråd med UiTs interne rutiner for datasikkerhet. Datasettet skal lagres på Universitetets server på et passordbeskyttet område, slik at det kun er tilgjengelig for veileder og de to masterstudentene.

Prosjektet er meldt inn og godkjent av personvernombudet hos NSD.

Data som ønskes utlevert
Data fra nasjonale prøver i regning for 5. og 8. trinn i 2014. Følgende opplysninger ønskes om alle som har gjennomført prøven – i underkant av 120 000 elever:

- fødselsdato
- kjønn
- fylke
- resultat i form av skalapoeng
- skår på enkeltoppgaver for de elevene som har gjennomført oppgavesett 1, 2 eller 3

Følgende personer skal ha tilgang til dataene: Ove Drageset (veileder), Renate Brandsegg og Kristina Torbergsen (masterstudenter).

Utdanningsdirektoratets vurdering
Etter forvaltningslovens § 13 d, 1. ledd kan fagdepartementet, når det finnes rimelig og ikke medfører uforholdsmessig ulempe for andre interesser, bestemme at opplysninger kan utleveres til bruk for forskning og at dette skal skje uten hinder av organets taushetsplikt. Det kan knyttes vilkår til vedtaket. Med hjemmel i forskrift til forvaltningsloven § 8 første ledd er dispensasjonsmyndigheten i denne saken delegert til Utdanningsdirektoratet.

Utdanningsdirektoratet finner at det på bakgrunn av informasjon gitt i søknaden er rimelig å gi ut opplysninger til bruk i forskningsprosjektet.

Vi vurderer det slik at utlevering av data ikke medfører uforholdsmessig ulempe for andre interesser. Prosjektet skal gjennomføres med avidentifiserte data og opplysningene skal lagres slik at de ikke kommer på avveie.

Selv om det kan være mulig indirekte å identifisere enkeltpersoner i datamaterialet, vurderer Utdanningsdirektoratet det slik at prosjektet medfører liten ulempe for de personene det gjelder. For å sikre at ulempen blir så liten som mulig, er det også satt vilkår om at publikasjoner/rapporter og lignende må utgis i en slik form at ikke enkeltpersoner kan gjenkjennes.

Klagerett og videre saksgang
Vedtaket kan påklages i henhold til forvaltningslovens bestemmelser om klage på enkeltvedtak. Klagefristen er tre uker fra dette brevet mottas. Klageinstansen er Kunnskapsdepartementet, men en eventuell klage skal rettes til Utdanningsdirektoratet.

Vedlagt følger utleveringsavtale, taushetserklæring og erklæring om sletting. Vi ber om at et eksemplar av utleveringsavtalene og taushetserklæringen fylles ut og returneres til Utdanningsdirektoratet så raskt som mulig. De omsøkte opplysningene vil deretter bli

..

Utdanningsdirektoratet

utlevert fra Utdanningsdirektoratet. Erklæring om sletting/anonymisering returneres når dette er gjort, og senest ved prosjektets avslutning

Vennlig hilsen

Kjetil Digre
avdelingsdirektør

Hilde Olsen
seniorrådgiver

Vedlegg:
Utleveringsavtale
Taushetserklæring
Erklæring om sletting

Dokumentet er elektronisk godkjent

Vedlegg 6: Taushetserklæring

Utdanningsdirektoratet

Taushetserklæring – saksnummer 2014/6164

Jeg forstår:

- at jeg i arbeidet med data som omfatter resultater fra nasjonale prøver i regning, vil kunne få kjennskap til taushetsbelagte opplysninger som ikke må bli kjent for uvedkommende
- at forvaltningslovens 13 e om forskeres taushetsplikt gjelder for de opplysninger jeg får utlevert etter utleveringsavtalen

Jeg forplikter meg til:

- å vise aktsomhet i behandlingen av alle opplysninger og arbeide i samsvar med gjeldende rett og eventuelle vilkår fastsatt av Utdanningsdirektoratet
- ikke å gi opplysninger videre til noen personer i eller utenfor UiT Norges arktiske universitet og som er nevnt i punkt 6 i utleveringsavtalen

Jeg er klar over:

- at brudd på taushetsplikten og misbruk av informasjon jeg får kunnskap om, for meg selv eller andre, kan medføre straffeansvar
- at taushetsplikten også gjelder etter at mitt arbeid tilknyttet utenfor UiT Norges arktiske universitet er avsluttet

Jeg er gjort kjent med og har forstått:

- **forvaltningsloven § 13 e om forskeres taushetsplikt:**

Enhver som utfører tjeneste eller arbeid i forbindelse med en forskingsoppgave som et forvaltningsorgan har støttet, godkjent eller gitt opplysninger undergitt taushetsplikt til, plikter å hindre at andre får adgang eller kjennskap til:

1. *opplysninger undergitt taushetsplikt som forskeren får fra et forvaltningsorgan,*
2. *opplysninger som i forbindelse med forskningsarbeidet er mottatt fra private under taushetsløfte, og*
3. *opplysninger som gjelder personer som står i et avhengighetsforhold til den instans (skole, sykehus, anstalt, bedrift, offentlig myndighet m.m.) som har formidlet deres kontakt med forskeren.*

Opplysningene kan bare brukes slik det er nødvendig for forskingsarbeidet og i samsvar med de vilkår som måtte være fastsatt etter § 13 d annet ledd. Skal resultater av forskingsarbeidet publiseres eller brukes på annen måte, gjelder § 13 a nr. 1 og 2 tilsvarende.

Brudd på taushetsplikten eller på vilkår etter § 13 d annet ledd, straffes etter straffelovens § 121. Departementet eller vedkommende forvaltningsorgan skal gjøre forskeren og hans medarbeidere kjent med taushetsplikten og straffebestemmelsen, jfr. også § 13 c første ledd.

- **straffeloven § 121**

Den som forsettlig eller grovt uaktsomt krenker taushetsplikt som i henhold til lovbestemmelse eller gyldig instruks følger av hans tjeneste eller arbeid for statlig eller kommunalt organ, straffes med bøter eller med fengsel inntil 6 måneder.

Begår han taushetsbrudd i den hensikt å tilvende seg eller andre en uberettiget vinning eller utnytter han i slik hensikt på annen måte opplysninger som er belagt med taushetsplikt, kan fengsel inntil 3 år anvendes. Det samme gjelder når det foreligger andre særdeles skjerpende omstendigheter.

Denne bestemmelse rammer også taushetsbrudd m.m. etter at vedkommende har avsluttet tjenesten eller arbeidet.

Denne taushetserklæring skal underskrives av de personer i virksomheten som er navngitt i pkt 6 i "Avtale om utlevering av taushetsbelagte opplysninger til bruk i forskning" og som skal ha tilgang til opplysningene. Taushetserklæringen er undertegnet i to eksemplarer, hvorav underskriver og Utdanningsdirektoratet beholder hver sitt eksemplar.

For Ove Drageset:

sted/dato: 15/1

OVE DRAGESET
Navn med blokkbokstaver

Ove Drageset
Underskrift

For Renate Brandsegg:

sted/dato: Tromsø 15/1-15

RENATE BRANDSEGG
Navn med blokkbokstaver

Renate Brandsegg
Underskrift

For Kristina Torbergsen:

sted/dato: Tromsø 15/1-15

KRISTINA TORBERGSEN
Navn med blokkbokstaver

Kristina Torbergsen
Underskrift

Vedlegg 7: Utleveringsavtale

Utdanningsdirektoratet

Utleveringsavtale

Avtale om utlevering av taushetsbelagte opplysninger til bruk i forskning mellom
Utdanningsdirektoratet og UiT Norges arktiske universitet
(senere kalt virksomheten)

---

1. Grunnlag
Virksomhetens søknad av 18.11.14 om utlevering av taushetsbelagte opplysninger til forskningsprosjektet «Elevers prestasjoner i regning ut i fra fødselsdato».

2. Hjemmel
Forvaltningsloven § 13 d og Utdanningsdirektoratets vedtak av 08.01.15, saksnummer 2014/6164.

3. Vedtak og vilkår
Utdanningsdirektoratet kan utlevere de omsøkte opplysningene til UiT Norges arktiske universitet. Av hensyn til de registrertes personvern og for å sikre at utlevering av data ikke medfører uforholdsmessig ulempe for andre interesser, er det knyttet følgende vilkår til utleveringen:

- Det taushetsbelagte materialet kan kun benyttes til forskning i samsvar med det oppgitte formålet i prosjektsøknaden.
- Taushetsbelagt materiale kan kun gjøres tilgjengelig for Ove Drageset, Renate Brandsegg og Kristina Torbergsen og kan ikke utleveres til andre. Ved bytte av personer underveis i prosjektet skal prosjektleder kontakte Utdanningsdirektoratet.
- Personer som får tilgang til taushetsbelagt materiale må underskrive taushetserklæring dersom dette ikke er gjort tidligere.
- Eventuelle rapporter og publikasjoner må utgis i en slik form at enkeltpersoner ikke kan identifiseres, verken direkte eller indirekte.
- Opplysningene skal behandles i tråd med personopplysningslovens bestemmelser for behandling av personopplysninger og virksomhetens (eventuelle) konsesjon fra Datatilsynet og/eller godkjenning fra personvernombudet.
- Dokumentasjon om informasjonssikringstiltak og internkontroll som følger av personopplysningsloven §§ 13 og 14 skal på forespørsel utleveres til Utdanningsdirektoratet.
- Personidentifiserbare data slettes eller anonymiseres straks det ikke er behov for dem og senest ved prosjektets avslutning 01.06.2015.

4. Ansvar
Utdanningsdirektoratet er ikke ansvarlig for konklusjoner som trekkes av virksomheten eller andre brukere på grunnlag av de leverte opplysninger.

5. Sletting
Virksomheten forplikter seg til å slette alle mottatte taushetsbelagte opplysninger når det ikke lengre er behov for opplysningene og senest innen fastsatt dato. Hvis slik dato ikke er fastsatt skal opplysningene slettes når prosjektperioden er avsluttet. Sletting skal bekreftes av prosjektleder Ove Drageset på vedlagte skjema.

6. Autorisasjon
Følgende personer i virksomheten skal ha tilgang til opplysningene:

1. Ove Drageset (veileder)
2. Renate Brandsegg (masterstudent)
3. Kristina Torbergsen (masterstudent)

Ved endring av personer som skal ha tilgang til opplysningene, skal Utdanningsdirektoratet varsles skriftlig før tilgang gis.

7. Undertegning
Denne avtalen er utferdiget i to eksemplarer hvorav hver av partene beholder hvert sitt.

Oslo, den 08.01.2015

For Utdanningsdirektoratet:

For virksomheten:

Ove Drageset

Vedlegg 8: Fylkesnummer

Fylkesnummer i til fylkene i SPSS-filen

Fylke	Fylkesnummer
Østfold	1
Akershus	2
Oslo	3
Hedmark	4
Oppland	5
Buskerud	6
Vestfold	7
Telemark	8
Aust Agder	9
Vest Agder	10
Rogaland	11
Hordaland	12
---	13
Sogn og Fjordane	14
Møre og Romsdal	15
Sør- Trøndelag	16
Nord-Trøndelag	17
Nordland	18
Troms	19
Finnmark	20
Svalbard	21
Utland	30

Vedlegg 9: Beregning av effekt mellom 8. og 9.trinn

	TIMSS*		Nasjonale prøver**	
	4.trinn	5.trinn	8.trinn	9.trinn
Poeng	495	549	50,07	53,45
Standardavvik	100	100	9,91	10,33
Effekt	0,54		0,34	

*Verdiene fra TIMSS er hentet fra Grønmo et al. (2012:15)

**Verdiene er hentet fra våre beregninger.

Vedlegg 9: Utvikling brøk 8. til 9. trinn

Tabell 1

Del av helhet

	Oppg7	Oppg 24	Oppg 32	Oppg 43	Oppg 45	Oppg 47
9. trinn	76,8	71,3	54,0	59,5	66,5	58,5
8. trinn	70,0	63,2	46,6	53,2	60,7	49,7
Differanse	6,8	8,1	7,4	6,3	5,8	8,8

Tabell 2

Operator

	Oppg 3	Oppg 6	Oppg 8	Oppg 10	Oppg 27	Oppg 29	Oppg 37	Oppg 44
9.trinn	69,6	82,4	67,1	66,0	56,5	54,1	66,0	66,4
8.trinn	63,5	75,2	56,3	56,4	49,4	46,3	58,5	58.4
Differanse	6,1	7,2	10,8	9,6	7,1	7,8	7,5	8,0

Tabell 3

Forholdstall

	Oppg 5	Oppg 20	Oppg 36	Oppg 42	Oppg 52	Oppg 58
9. trinn	70,8	82,7	22,5	37,3	59,5	22,2
8. trinn	63,8	78,8	16,6	28,6	50,5	16,2
Differanse	7,0	3,6	5,9	8,7	9,0	6,0

Tabell 4

Tallmåling

	Oppg 12	Oppg 15	Oppg 28	Oppg 54
9. trinn	35,3	53,5	61,7	44,5
8. trinn	31,0	36,4	54,7	40,7
Differanse	4,3	17,1	7,0	3,8