Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning

Hvordan påvirkes matematikkundervisningen av antall elever i klassen?

En sammenligning av en liten og stor klasse, med fokus på matematisk innhold, tidsbruk, elevaktivitet og hjelp fra læreren.

—

Kristine Bjerkmo

Studieprogram i Lærerutdanning 5. – 10. trinn

Mai 2015

Sammendrag

Hvordan påvirkes matematikkundervisningen av antall elever i klassen?, er en kvalitativ studie hvor det sees på hvordan antall elever kan påvirke fire faktorer (matematisk fremstilling, tidsbruk og deltakelse og hjelp fra læreren) av matematikkundervisningen i to 5. klassers matematikkundervisning.

Forskningsspørsmål

Problemstilling: *Hvordan påvirkes matematikkundervisningen av antall elever i klassen?*

Fire ulike forskningsspørsmål: 1. Hvordan påvirker antall elever den matematiske fremstillingen i undervisningen? 2. Hvordan påvirker antall elever tidsbruken til læreren? 3. Hvor ofte er elevene aktive? 4. Hvor ofte hjelper læreren elevene?

Teori

Den teoretiske rammen for studiet og datainnsamlingen tar utgangspunkt i Schoenfelds (2014) rammeverk for å teste undervisningens matematiske innhold. Videre brukes Skemps (1989) og Kilpatricks (2001) begreper om matematisk kompetanse til å beskrive undervisningen og den matematiske fremstillingen. Jeg viser også til tidligere forskningsfunn som viser uenighet rundt temaet klassestørrelse.

Metode

For å besvare hvordan antall elever i klassen kan påvirke matematikkundervisningen har jeg brukt casestudie som design, og observasjon og intervju som metoder for datainnsamling. Jeg observerte to ulike 5. klasser og to ulike lærere i seks timer hver, for deretter å intervjuet lærerne for å finne bakgrunn for det jeg observerte.

Resultat

I alle sammenligningene vises det en klar forskjell på det matematiske innholdet og hvor god tid læreren har til å både fremstille matematikken, hjelpe elevene og la elevene diskutere. Resultatene tyder på at flere elever fører til mindre tid per elev som igjen gjør at den instrumentelle fremstillingen blir løsningen, da det tar kortere tid og er enklere.

Forord

Masteroppgaven har vært en lærerik og spennende reise i det kjente og ukjente, hvor jeg har lært utrolig mye. Oppgaven ville ikke sett ut som den gjorde i dag om det ikke hadde vært for noen fantastiske hjelpere på veien. Jeg ønsker å rette en stor takk til lærerne som sa seg villig til å delta i min masteroppgave. Uten dere kunne jeg ikke gjennomført forskningen på en så god måte som dere lot meg gjøre.

Jeg vil også takke veilederen min, Per Øystein Haavold, som har bidratt med nyttige innspill og hatt en god plan for gjennomføringen av masteroppgaven. Kunnskapen din rundt forskningsfeltet og hjelpen din har betydd mye, og har vært til stor nytte for meg.

Til slutt vil jeg også takke min samboer, familie og medstudenter som har vært til god støtte og hjelp i de mange nedturene og oppturene underveis i skrivingen. Dere har gjort masterskrivingen til en spennende opplevelse på tross av all frustrasjon en har opplevd underveis.

Innholdsfortegnelse

1.0 Innledning

Denne masteroppgaven undersøker hvordan antall elever i klassen påvirker matematikkundervisningen, med fokus på matematisk fremstilling, tidsbruk, aktive elever og hvor ofte læreren hjelper elevene. Datainnsamlingen er gjort på to skoler, en 5. klasse med 9 elever og en 5. klasse med 19 elever. I oppgaven definerer jeg klassen på 9 elever som *den lille klassen* eller *læreren i den lille klassen,* og klassen på 19 elever som den *store klassen* eller *læreren i den store klassen*. Jeg håper oppgaven kan gi innblikk i hvordan klassestørrelse kan påvirke undervisningen som igjen spiller inn på elevenes læring. I dette kapitlet beskrives bakgrunn for valg av tema, mine forhåndstanker, forskningsspørsmålene og masteroppgavens oppbygning.

1.1 Bakgrunn

Som elev ved en liten skole på rundt 100 elever fra 1. – 10. trinn har jeg vokst opp med små klasser og få elever per lærer. Læreren hadde god tid til å snakke med hver elev og alle var muntlig aktive i undervisningen. Etter oppstart ved lærerskolen i 2010 har jeg vært i praksis hos flere forskjellige klasser, det har vært klasser med mellom 20 – 30 elever per klasse. I de ulike praksisene opplevde jeg en forskjell på antall elever i klassen knyttet til det matematiske innholdet, elevenes aktivitet og tidsbruken til læreren. Min følelse har vært at lærere i store klasser ofte ikke har tid til å hjelpe hver enkelt elev, de har ikke tid til at alle elevene skal forstå matematikken. På bakgrunn av disse erfaringene var det interessant å sammenligne en stor klasse fra byen med en liten klasse fra bygden for å se om det eksisterer en forskjell. Kanskje kunne forskningen besvare noen av mine spørsmål etter flere års praksis med ulike klassestørrelser: Er det virkelig en forskjell på det matematiske innholdet og tidsbruken til læreren med tanke på elevantall? Opplever jeg en forskjell fordi jeg har vokst opp i en liten klasse? Min forskning kunne vært preget av at jeg har vokst opp i en bygd med små klasser, og at min tidligere oppfatning er at læreren har mer tid til elevene og det matematiske innholdet i en klasse med få elever. Likevel var intensjonen å gjennomføre studie på en måte som kunne gi ny og troverdig informasjon, uten å påvirkes av mine tanker før forskningen.

I St.meld. nr. 30 (2007-2008) har regjeringen som mål at alle elever skal ha lik mulighet til å utnytte sine evner og nå sine mål, og mener utdanningssystemet i grunnskolen må ha høy kvalitet og bidra til å utjevne forskjeller. Det nevnes også at regjeringen midlertidig er bekymret for at kvaliteten i grunnskoleopplæringen ikke er god nok, og henviser til dårlige resultater blant annet innenfor regning. Derfor er det viktig å forske på matematikkundervisningen i store og små klasser for å se om dette er noe som påvirker kvaliteten på opplæringen.

1.2 Formål og forskningsspørsmålet

Formålet med denne masteroppgaven var å undersøke om klassestørrelsen påvirket undervisningen, og da ved å sammenligne en liten og stor klasse. Både matematikkundervisninger og andre undervisninger påvirkes av flere ulike faktorer som for eksempel læreren, elever, lærestoff også videre. En kan med andre ord forske på mange ulike faktorer for å si noe om hva som påvirker undervisningen, men på grunn av begrensede rammer og tid valgte jeg å fokusere på hvordan antall elever kan påvirke undervisningen. Derfor ble min problemstilling:

Hvordan påvirkes matematikkundervisningen av antall elever i klassen?

Undervisningen kan også påvirkes på ulike måter og har dermed ikke kun en faktor som påvirker. Også her har jeg på grunn av tid valgt meg ut noen faktorer som jeg ønsket å undersøke grundig. Derfor har jeg fire forskningsspørsmål knyttet til problemstillingen:

- Hvordan påvirker antall elever den matematiske fremstillingen i undervisningen?
- Hvordan påvirker antall elever tidsbruken til læreren?
- Hvor ofte er elevene aktive?
- Hvor ofte hjelper læreren elevene?

1.4 Masteroppgavens oppbygning

I kapittel to redegjøres teorien som er blitt brukt i studiet. En kan dele teorien i 3 deler, hvor den første delen fokuserer på rammeverket som er brukt til datainnsamlingen, den andre delen fokuserer på teori knyttet til diskusjonsdelen, og den tredje delen er tidligere forskning på feltet om klassestørrelser. I kapittel 3 redegjøres metodene som er brukt for å svare på forskningsspørsmålene. Her presenteres også utvalget, metoder for datainnsamling, hvordan forskningen ble gjennomført og hvordan jeg analyserte datamaterialet. I kapittel 4 presenteres resultatene og funnene knyttet til forskningsspørsmålene. Kapittel 5 gir en diskusjon rundt funnene basert på teori og tidligere forskning fra teoridelen. Oppgaven avsluttes med kapittel 6 hvor jeg kommer med en konklusjon av problemstillingen før jeg avslutter med forslag til videre forskning.

2.0 Teori

I denne delen vil jeg beskrive begreper som blir brukt i teksten og det teoretiske rammeverket som ligger til grunn for observasjonsskjemaet og intervjuguiden som ble brukt til datainnsamling. Samt beskrive teori og tidligere forskning knyttet til sammenligninger mellom små og store klasser. I teorien knytter jeg Skemps (1989) to begreper *instrumentell-* og *relasjonell forståelse* og Kilpatrics (2001) *matematiske kyndighet* opp mot undervisningen. Den instrumentelle og relasjonelle forståelsen (Skemp, 1989) blir brukt for å beskrive hvordan undervisningen oppleves, mens den matematiske kyndigheten (Kilpatrick, 2001) er brukt for å vise til hvilke ulike kompetanser elevene vil utvikle med tanke på hvordan undervisningen er rettet. Alle disse begrepene mener jeg er gode for å kunne beskrive undervisningen og for å si noe om hvordan antall elever i klassen kan påvirke matematikkundervisningen.

2.1 Begreper

2.1.1 Problemløsning

Problemløsning er et begrep som defineres på ulike måter og som gjør litteraturen på området vanskelig å tolke (Schoenfeld, 1993). Polya (2004) ser for eksempel på problemløsning som en praktisk ferdighet og hevder at en slik ferdighet blir ervervet gjennom imitasjon og praksis. Schoenfeld (1993) definerer en oppgave som et matematisk problem dersom studenten er interessert, engasjert og eleven ikke har en lett tilgjengelig og kjent matematisk fremgangsmåte for å løse den. I følge Goldstein og Levin (1987) er problemløsning den mest komplekse av alle intellektuelle funksjoner, og et problem oppstår når en person ikke har en metode for å løse oppgaven. I min oppgave ønsker jeg å benytte meg av Schoenfelds (1993) definisjon da jeg ser på problemløsning som oppgaver hvor elevene ikke har lett tilgjengelige matematiske fremgangsmåte for å løse oppgaven.

2.1.2 Intramatematiske oppgaver

Dersom oppgaver kun refererer til matematiske objekter, symboler eller konstruksjoner kalles det intramatematiske oppgaver, og slike oppgaver gir ingen henvisning til forhold utenfor den matematiske verden (OECD, 2009).

2.2 Teaching for Robust Understanding in Mathematics

Det teoretiske rammeverket som er brukt til utforming av observasjonsskjemaet og intervjuguiden, og som er bakgrunn for resultatene og funnene er *Teaching for Robust Understanding in Mathematics* (Schoenfeld, 2014). Dette er et analytisk rammeverk som brukes for å karakterisere viktige dimensjoner i matematikkundervisningen, og et rammeverk som klassifiserer hvilket nivå undervisningen ligger på med tanke på matematisk innhold. Jeg valgte nettopp dette rammeverket fordi det er det eneste rammeverket som gir klar oppmerksomhet til matematikken, det gir omfattende data og har forholdsvis få kategorier som gjør det forståelig, og som er nyttig for faglig utvikling (Schoenfeld, 2014). Rammeverket har to deler: en generell ramme som gjelder for alle temaer og emner, og en del som gjelder for å løse kontekstuelle algebraiske ordninger. I min studie er den første delen benyttet. Schoenfeld (2014) bruker i denne delen en kategorisering som fokuserer på fem minimalt overlappende dimensjoner, som hver og en fanger et viktig aspekt i matematikkundervisningen. Hver dimensjon har en skår fra 1 – 3 hvor 1 er lavest og 3 er høyest. Rubrikkene innenfor hver dimensjon med farger er eksempler som er direkte hentet fra Schoenfeld (2014).

2.2.1 Dimensjon 1: Matematikken

Schoenfelds (2014) første dimensjon fokuserer på hvorvidt elevene opplever matematikken som et sett isolerte fakta, prosedyrer og begreper som skal innøves og anvendes, eller om matematikken oppleves som ulike prosedyrer og prosesser som alle henger sammen og kan brukes på ulike måter i ulike situasjoner. I denne dimensjonen vektlegger han forståelse, resonnement og begrunnelse som lim for matematiske sammenhenger. Et kjent eksempel på en situasjon i klasserommet hvor elevene oppnår denne dimensjonen er fra Ball & Bass (2003), hvor elevene forstår at hver gang man adderer to oddetall vil svaret bli et partall. I eksemplet fant noen elever ut at når en adderte to oddetall ble svaret alltid partall, men at dette ikke var noe de kunne teste på alle oddetallene da de var uendelig mange. Etter diskusjon i klassen kom en elev med et bevis på hvorfor det var slik, uten å måtte teste det på alle oddetallene. Eleven sa at dersom en adderte tallet syv og ni så hadde tallet syv tre par og en til overs, mens tallet ni hadde fire par og en til overs. De to til overs danner et nytt par, som førte til at det ikke var noen til overs, og dermed ble det et partall. Dette beviset førte til at elevene forsto oddetall på en annen måte, de fikk en forståelse av at oddetall var en haug med partall og en til overs.

The Mathematics	
1	Classroom activities are unfocused or skills-oriented, lacking opportunities to engage in key practices such as reasoning and problem solving.
2	Activities are primarily skills-oriented, with cursory connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and minimal attention to key practices.
3	Classroom activities support meaningful connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and provide opportunities to engage in key practices.

Undervisningen tildeles tre ulike skårer som vises i figuren over. En undervisning vil skåre 1 dersom for eksempel læreren fokuserer på at elevene skal lære seg riktige steg i algoritmen fremfor å forstå og forklare hvorfor en regner på en spesiell måte. Undervisningen vil få skår 2 dersom undervisningen fokuserer noe på sammenhenger mellom ulike prosedyrer og kan knytte dem noe opp mot praksis (Schoenfeld, 2014). For at undervisningen skal få skår 3 må det være sterkt fokus på sammenhengen i matematikken. Elevene skal se sammenheng mellom de ulike prosedyrene, begrepene og kontekstene (Schoenfeld, 2014). Det vil også være viktig å knytte det opp mot virkeligheten og praksisbaserte oppgaver.

2.2.2 Dimensjon 2: Krav til kognitiv tenkning

Dimensjon 2 av Schoenfelds (2014) rammeverk fokuserer på hvordan læreren hjelper elevene. Gir læreren elevene stillas som gjør at elevene kan gripe oppgaven uten å måtte forenkle matematikken, eller gir læreren veiledende hint som forenkler matematikken i oppgaven? Schoenfeld (2014) sier at man som lærer må finne den rette balansen, en må ikke gi for mange hint og ledende svar og på den måten ikke la elevene tenke selv. På den andre siden må elevene ha et stillas som kan hjelpe dem når det blir vanskelig, men hvor de har rom for å finne egne løsningsmetoder (Schoenfeld, 2014). Eksempler på kontraster innenfor denne dimensjonen vises i TIMSS filmer (NCES, 1998) av amerikanske og japanske klasser som arbeider med geometri. Hvor den amerikanske klassen arbeidet slik at læreren spurte et spørsmål, en elev svarte og læreren vurderte svaret. En slik form for interaksjon stiller lite krav til kognitiv tenkning og reduserer læringen til andre elever (Schoenfeld, 2014). I den japanske klassen fikk elevene et problem og ble gitt god tid til å løse den mens læreren støttet opp elevenes tenking før læreren til slutt ba flere elever og grupper om å dele sine ideer og løsningsmetoder. I den japanske klassen fikk elevene dermed mulighet til å tenke og bruke egne løsningsmetoder, samtidig som de fikk høre og lære av andres metoder (Schoenfeld, 2014).

Cognitive Demand	
1	Classroom activities are structured so that students mostly apply memorized procedures and/or work routine exercises.
2	Classroom activities offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" the challenges, removing opportunities for productive struggle.
3	The teacher's hints or scaffolds support students in productive struggle in building understandings and engaging in mathematical practices.

Undervisningen skårer på det laveste nivået dersom læreren gir hint som viser elevene steg for steg hvordan de kommer frem til svaret (Schoenfeld, 2014). Dette vil redusere elevenes kognitive tenkning, og litteraturen viser en tendens hos lærere til å havne på dette nivået når elevene synes noe er vanskelig (Henningsen og Stein, 1997). På skår 2 er oppgavene og materialet i undervisningen mer rettet mot problemløsning hvor elevene skal tenke litt selv, men læreren gir klare retningslinjer for hvordan oppgavene skal løses. Det høyeste skåret i denne dimensjonen fokuserer på elevenes tenkning og problemløsningsoppgaver, hvor elevene skal komme med løsninger og ideer, mens læreren skal være et hjelpende stillas (Schoenfeld, 2014).

2.2.3 Dimensjon 3: Tilgang til det matematiske innholdet

Schoenfelds (2014) dimensjon 3 handler om hvem som gis tilgang og mulighet til å delta i de rike matematiske diskusjonene og oppgavene i klasserommet. Han sier at dersom noen elever blir ekskludert fra matematiske aktiviteter og samtaler blir de fratatt muligheten til å lære. For eksempel viser forskning av American Association of Univeristy Womens (1992) et mønster hvor gutter oftere blir spurt enn jenter, noe som kan frata jenter deltakelsen i de viktige matematiske diskusjonene.

Access to Mathematical Content	
1	There is differential access to or participation in the mathematical content, and no apparent efforts to address this issue.
2	There is uneven access or participation but the teacher makes some efforts to provide mathematical access to a wide range of students.
3	The teacher actively supports and to some degree achieves broad and meaningful mathematical participation; **OR** what appear to be established participation structures result in such engagement.

Skår 1 indikerer at alle elever ikke gis mulighet til å være med i den matematiske diskusjonen i klasserommet, og læreren gjør ikke noe for å få med seg alle (Schoenfeld, 2014). For eksempel kan det være en diskusjon mellom noen elever og læreren som krever høyere matematisk kompetanse enn mange av elevene i klassen har, da vil mange elever bli ekskludert og fratatt sin mulighet til å lære. Dersom undervisningen ligger på skår 2 fokuserer læreren på å få med flest mulig elever, bygger på elevenes svar og læreren spør også elever som ikke rekker opp hånden for å få dem aktive (Schoenfeld, 2014). Det høyeste nivået oppnås dersom undervisningen gir en universell tilgang til matematikken, hvor alle elevene deltar. Her bruker læreren nok tid på å snakke om sammenhenger og forståelse og lager oppgaver som gir alle elevene mulighet til å delta (Schoenfeld, 2014). Dersom alle elevene ikke rekker opp hånden og deltar frivillig spør læreren disse elevene slik at de også deltar. Forskning viser at effektive lærere oppmuntrer alle elever til deltakelse i diskusjoner i klasserommet (Boaler, 2008; Cohen, Manion & Morrison (2007); Schoenfeld, 2002).

2.2.4 Dimensjon 4: Dele ideer og få anerkjennelse

Schoenfelds (2014) dimensjon 4 handler om i hvor stor grad elevene gis mulighet til å dele og generere sine matematiske ideer, og i hvilken grad de blir anerkjent av læreren. Delingen og genereringen kan skje enten i hel klasse eller i små grupper. Læreren bør anerkjenne elevene for sine ideer slik at elevene får følelsen av å mestre (Schoenfeld, 2014). For eksempel kan læreren bruke en elevs idé videre i undervisningen for å løse andre oppgaver. Ved å offentlig anerkjenne elevene for sine egne ideer styrkes deres selvtillit og motivasjon (Lampert, 1990; O´Connor & Michaels, 1996; Wertsch & Toma, 1995).

Agency, Authority, and Identity	
1	The teacher initiates conversations. Students' speech turns are short (one sentence or less), and constrained by what the teacher says or does.
2	Students have a chance to explain some of their thinking, but "the student proposes, the teacher disposes": in class discussions, student ideas are not explored or built upon.
3	Students explain their ideas and reasoning. The teacher may ascribe ownership for students' ideas in exposition, **AND/OR** students respond to and build on each other's ideas.

Undervisning med skår 1 preges av lærerstyrte diskusjoner hvor læreren sier hva og hvordan elevene skal løse oppgavene og elevene får ikke selv dele sine ideer (Schoenfeld, 2014). Et eksempel er at læreren kun er ute etter tallet de har fått som svar fremfor hvordan de kom frem til svaret. På skår 2 rettes fokuset mer over til at elevene også kan forklare hva de har tenkt når de løste oppgaven, men læreren bygger ikke videre på elevenes ideer (Schoenfeld, 2014). Det høyeste skåret indikerer en undervisning som styres av elevenes ideer og tanker fremfor en lærerstyrt diskusjon, men læreren anerkjenner og tar i bruk elevenes ideer videre i undervisningen (Schoenfeld, 2014).

2.2.5 Dimensjon 5: Tilbakemeldinger og vurdering

Schoenfelds (2014) siste dimensjonen fanger opp hvordan læreren gir tilbakemeldinger og vurderinger i undervisningen. Vurderingen bør integreres i undervisningen og bør ha som formål å støtte elevenes læring og formidle nyttig informasjon (NCTM, 1995), fordi det støtter og styrker elevenes individuelle og kollektive resonnement (Webb & Romberg, 1992).

Uses of Assessment	
1	Student reasoning is not actively surfaced or pursued. Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
2	The teacher refers to student thinking, perhaps even to common mistakes, but specific students' ideas are not built on (when potentially valuable) or used to address challenges (when problematic).
3	The teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.

Det laveste nivået innen denne dimensjonen kjennetegnes ved at læreren gir begrensede tilbakemeldinger og oppmuntring (Schoenfeld, 2014). Et eksempel på skår 1 er at læreren korrigerer svarene til elever som svarer feil eller går videre til neste elev for riktig svar, uten å hjelpe eleven å forstå hva som er feil. På skår 2 er læreren noe mer opptatt av elevenes tenkning og ideer, men læreren korrigerer svarene, for eksempel ved å lede elevene til ”riktig” løsningsmetode (Schoenfeld, 2014). På det høyeste nivået er læreren fokusert på elevenes ideer og tenkning, og bygger på deres ideer og tar opp deres misoppfatninger og eventuelle andre misoppfatninger (Schoenfeld, 2014).

2.3 Relasjonell og instrumentell forståelse

Skemp (1976) har to begreper som beskriver hvordan en forstår matematikken, *instrumentell forståelse* og *relasjonell forståelse.* Han sier at den relasjonelle forståelsen handler om at en vet hvorfor, hvordan og hva en skal gjøre for å løse en oppgave, og en ser matematikken som mange ulike deler som henger sammen. Mens han mener den instrumentelle forståelsen handler om å kunne prosedyrer til å løse en oppgave, og ser på matematikken som ulike deler uten å ha forståelse eller se noen sammenhenger.

Schoenfeld (2014) snakker om begreper som forståelse, begrunne og resonnering innenfor det høyeste nivået, mens begreper som prosedyrer og pugging blir brukt om det laveste nivået. Dette er begreper som kan plasseres innenfor Skemps (1976) to begreper, instrumentell- og relasjonell forståelse. Det relasjonelle begrepet omhandler det høyeste skåren i Schoenfelds (2014) rammeverk, hvor en har forståelse for matematikken og vet hva en skal gjøre og hvorfor. Disse bindes sammen ved at begge fokuserer på at matematikken er et sett av ulike regnemåter som henger sammen. På laveste nivå har vi det instrumentelle begrepet hvor en kan anvende matematiske regler og prosedyrer uten å forstå hvorfor de fungerer eller hva deres betydning er (Skemp, 1976). Disse henger sammen ved at begge fokuserer på matematikken som et sett av uavhengige regnemåter. Begrepene kan også brukes for å forklare hvordan undervisningen er fremstilt, om den fokuserer på forståelsen, relasjonell, eller om den fokuserer på prosedyrer, instrumentell. Disse to begrepene blir brukt videre i oppgaven for å beskrive hvordan undervisningene opplevdes.

2.3.1 Fordeler ved undervisning med sikt på relasjonell forståelse

Den relasjonelle forståelsen som fokuserer på å se sammenhenger og forstå matematikken fremheves ofte som den ettertraktede måten å lære matematikk på. Skemp (1989) fremhever hvor viktig forståelsen av matematikken er og legger frem fire fordeler med en undervisning fokusert på relasjonell forståelse. Han sier at det for det første er enklere å tilpasse sine tidligere kunnskaper til ny kunnskap og nye oppgaver. For det andre mener han at en husker enklere fordi en forstår hvorfor prosedyrene fungerer, men samtidig kan det ta lengre tid og være vanskeligere å lære det på en relasjonell måte. For eksempel vil det være enklere å lære at side gange side på et rektangel gir arealet i stedet for at elevene skal forstå hvorfor en kan gange to sider og finne arealet. Selv om det er raskere å lære en regel er det også lettere å glemme den dersom man ikke vet hvorfor dem fungerer. For det tredje mener han relasjonell kunnskap er et mål i seg selv, og behovet for tilbakemeldinger og ekstern belønning fra læreren er mindre da relasjonell forståelse er en belønning i seg selv. For det fjerde sier han at det er motiverende for elevene å forstå, og gleden gjør at de har lyst til å forstå nye temaer. Det å forstå matematikken gjør at en på egenhånd søker å utvide ens kognitive skjema.

2.3.2 Fordeler ved undervisning fokusert på instrumentell forståelse

Som vist er det mange gode grunner til å fokusere på en relasjonell forståelse, og det legges vekt på hvor viktig den er, mens den instrumentelle forståelsen ofte kan bli sett på som noe negativt. Dette sees også gjennom rammeverket til Schoenfeld (2014), hvor instrumentell forståelse er plassert på laveste skår. Skemp (1989) derimot ser også positive sider ved undervisning som fokuserer på instrumentell forståelse, og har kommet med 3 fordeler for den type undervisning. For det første sier han at prosedyrer vanligvis er enklere å få til og forstå. Noen ganger klarer en ikke å forstå det på en relasjonell måte, og da kan instrumentelle regler og prosedyrer være enklere (Skemp, 1989). For eksempel at $-4 \times -2 = 8$, altså minus gange minus gir pluss. For det andre poengterer han at en kan finne riktig svar uten å måtte forstå alt. Mestringsfølelse er viktig for elevene, og riktig svar vil kunne øke denne følelsen, som igjen kan være med på å motivere elevene for å lære matematikk (Skemp, 1989). Nettopp dette mener han kan være viktig for elever som sliter med forståelsen, da kan de instrumentelle reglene være til god hjelp for å skape mestringsfølelse hos dem. For det tredje sier han at svaret kommer raskere. En elev med relasjonell forståelse vil finne frem til logiske og egne løsninger, mens en elev med instrumentell forståelse plasserer tallene inn i den algoritmen de har lært (Skemp, 1989).

Lortie (2002) sier at lærere ofte underviser slik de selv ble undervist da de var elever, noe som fører til at en undervisning fokusert på instrumentell forståelse fortsatt dominerer. Mens

Skemp (1989) mener det er flere grunner til at lærere velger å undervise på en slik måte. Den første grunnen er at det tar for lang tid å oppnå den relasjonelle forståelsen. Den andre er at den instrumentelle forståelsen vil være god nok for å mestre oppgaver på eksamen. Den tredje er at andre lærere på skolen underviser instrumentelt, og da kan en som del av skolen undervise instrumentelt.

2.4 Matematisk kyndighet

Kilpatrick (2001) har utformet et begrep kalt mathematical proficiency (matematisk kyndighet) for å beskrive en helhetlig matematisk kompetanse. Han sier den er sammensatt av fem tråder, conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning og productive disposition, som Matematikksenteret (u.å.) har oversatt til begrepsforståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement. For at elevene skal oppnå denne kompetansen må de undervises til å bli matematisk kyndige (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Dette viser at undervisningen påvirker om elevene utvikler denne kyndigheten, og at elevene lærer slik de blir undervist (Hiebert & Grouws, 2007). En instrumentell eller relasjonell fremstilling av matematikken kan derfor påvirke hvordan de ulike kompetansene utvikles, og jeg vil derfor beskrive hver enkelt tråd og knytte den opp mot Skemps (1976) begreper om instrumentell og relasjonell forståelse, før jeg deretter sammenfatter hvilke av de fem kompetansene som utvikles innenfor en undervisning med fokus på instrumentell eller relasjonell forståelse.

2.4.1 Begrepsforståelse (Conceptual understanding)

Den første tråden er begrepsforståelse, som handler om at elevene kan mer enn bare isolerte fakta og prosedyrer, men forstår hvorfor og når de ulike algoritmene fungerer og ser sammenhengen mellom ulike matematiske operasjoner (Kilpatrick et al, 2001). Forståelse henger nært opp mot det Skemp (1976) kaller relasjonell forståelse fordi en i begge tilfeller må forstå hvordan og hvorfor ulike regnemåter fungerer og ser sammenheng mellom ulike temaer i matematikken.

2.4.2 Beregning (Procedural fluency)

Kilpatricks (2001) andre tråd handler om å kunne utføre ulike prosedyrer og strategier ved hjelp av hoderegning, blyant og papir, digitale verktøy eller andre hjelpemidler. Samtidig skal en kunne utføre prosedyrene fleksibelt og med god flyt slik at en kan velge hvilken prosedyre som er mest nyttig i en bestemt oppgave uten å måtte bruke mye tid til å tenke (Kilpatrick et al, 2001). Denne tråden er den av trådene som ligger nærmest det instrumentelle begrepet til Skemp (1976) ved at begge handler om å utføre prosedyrer og forstå neste steg i en algoritme. På den andre siden skal elevene kunne bruke prosedyrene fleksibelt, som ikke er en del av den instrumentelle forståelsen som handler mer om automatisering. Dersom en elev skal bruke prosedyrene fleksibelt må eleven se sammenhenger mellom prosedyrene, og kan derfor også plasseres innenfor Skemps (1976) relasjonelle forståelse.

2.4.3 Anvendelse (Strategic competence)

Kilpatrics (2001) tredje tråd handler om at elevene vet når og hvor de ulike prosedyrene skal anvendes og kunne utvikle løsningsstrategier og velge strategier som er nødvendig og hensiktsmessig for å løse en bestemt oppgave, for deretter kunne tolke resultatet. Denne tråden vil være en del av Skemps (1976) relasjonelle forståelse da elevene er nødt å kunne vurdere, forstå og resonnere over svaret og vite om de ulike strategiene som kan brukes til å løse en oppgave. Anvendelse henger tett sammen med forståelse og beregning ved at elevene benytter matematiske ideer og prosedyrer for å forstå og løse problemer (Kilpatrick et al., 2001).

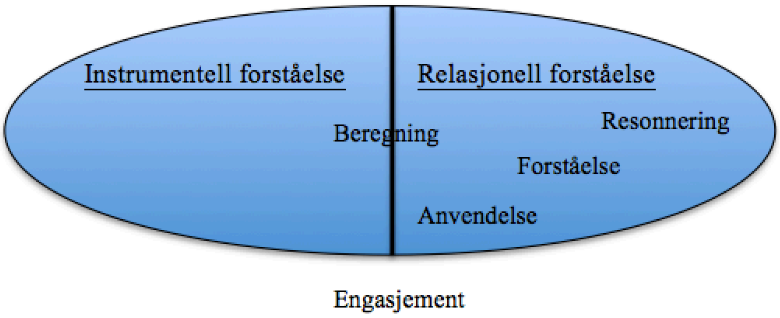
2.4.4 Resonnering (Adaptive reasoning)

Den fjerde tråden er resonnering, og er limet som holder matematikken sammen. Den handler om at elevene skal kunne forklare sammenhengen mellom begreper og situasjoner (Kilpatrick et al, 2001). De skal ved bruk av resonnering kunne velge ut prosedyrer og løsningsmetoder, og kunne forklare og begrunne sine løsninger for andre (Kilpatrick et al, 2001). Denne tråden har nær sammenheng med det Skemp (1979) ser på som den relasjonelle forståelsen, nettopp fordi elevene må både forstå og kunne ulike prosedyrer og se sammenhenger for å resonnere over svarene de har fått. En må også kunne tenke logisk og vite hvorfor prosedyrer og algoritmer fungerer for å forsvare sine valg av løsningsmetoder og svaret den gir (Kilpatrick, 2001). Resonnering henger tett sammen med de andre trådene for når elevene løser problemer kan de utvikle forståelse, utføre de nødvendige prosedyrene, anvende kunnskapen de har og forklare hvordan de resonnerer til andre (Kilpatrick et al, 2001).

2.4.5 Engasjement (Productive disposition)

Kilpatricks (2001) femte og siste tråd handler ikke om hva elevene må kunne, men hvordan elevene oppfatter matematikken. Som matematisk kyndig mener han at en må inneha engasjement for matematikk og se matematikken som viktig og nødvendig. Samtidig omfatter det troen på at det vil lønne seg å arbeide med matematikken, noe som vil være svært viktig for å kunne tilegne seg de fire andre trådene i den matematiske kyndigheten (Kilpatrick, 2001). Slik jeg ser det snakker ikke Skemp (1976) om troen eller det personlige forholdet en har til matematikk gjennom den instrumentelle og relasjonelle forståelsen annet enn at den relasjonelle forståelsen kan gi mer mestringsfølelse enn den instrumentelle forståelsen. Derfor kan ikke denne tråden plasseres under verken instrumentell eller relasjonell forståelse.

2.4.6 Fire ulike forståelser innenfor relasjonell forståelse



Figur 2.4: Kilpatrics (2001) 5 tråder er plassert innenfor Skemp (1976) sine begreper relasjonell og instrumentell forståelse.

Vi har nå sett at Kilpatrics (2001) matematiske kyndighet kan kobles til Skemps begreper instrumentell og relasjonell forståelse. I figur 2.4 ser vi en sammenligning som også viser at Kilpatrick (2001) har delt Skemps (1976) begrep om relasjonell forståelse opp i fire ulike kompetanser. Dette vil si at undervisningens fokus på forståelse vil påvirke hvordan elevene utvikler matematisk kyndighet, noe jeg nå skal gå nærmere inn på.

2.4.7 Utvikling av matematisk kyndighet

Læring og utvikling av elevenes matematiske kompetanse påvirkes av flere ulike faktorer, for eksempel: disiplinært klima, målorientering, skoleledelse, elevsammensetning, skole-hjem samarbeid, læreren, undervisningen også videre (Nordenbo, et al., 2010). Undervisningen spiller en stor rolle for hvordan elevene lærer, og vil derfor kunne påvirke hvilken matematisk kompetanse elevene utvikler (Hattie, 2005). Et klart mønster på tvers av en rekke empiriske studier viser også at elevene tilegner seg en mer relasjonell forståelse dersom undervisningen deltar eksplisitt og gir direkte forklaringer om forbindelser mellom matematisk fakta, prosedyrer og ideer (Gamoran, 2001; Hiebert, 1986; Kilpatrick et al., 2001). Også Boaler (1998) påpeker at undervisning basert på forståelse og undersøkende matematikk utvikler høyere grad av konseptuell forståelse, enn tradisjonelle undervisningsmetoder. Samtidig er det ikke bevis for at det er en enkelt metode som er best for å utvikle elevenes matematiske kyndighet, men dataen støtter at det er en funksjon av flere instruksjoner som kan være en del av mange metoder med fokus på å utvikle forståelse av matematikken (Hiebert & Grouws, 2007).

Stieg Mellin-Olsen (1984), som for øvrig gav Skemp ideen om instrumentell og relasjonell forståelse, problematiserer fokus på instrumentell læring, og eksemplifiserer dette ved å fortelle om undervisningssituasjoner hvor læreren bruker tid på å gjennomgå steg for steg i en løsningsmetode. Han mener at i slike læringssituasjoner søker ikke elevene forståelse for matematikken, men en forståelse for hvert steg i metoden, altså en instrumentell forståelse eller en strukturforståelse som han kaller det. En kan altså si at undervisning av instrumentell læring vil sannsynlig gi elevene instrumentell forståelse.

Som en oppsummering ser en i figur 2.4 at en undervisning rettet mot relasjonell forståelse vil i større grad utvikle matematisk kyndige elever og vil dekke over flere av trådene som skal til for å få en slik kompetanse. Engasjement derimot er en tråd som kan sees på som et ekstra fokus en må ha i undervisningen.

2.5 Klasseromsdiskusjon

Muntlige ferdigheter i matematikk er et krav i læreplanen (Utdannindsdirektoratet, 2013.), og denne ferdigheten innebærer:

Å kunne uttrykke seg muntlig i matematikk innebærer å gjøre seg opp en mening, stille spørsmål, argumentere og forklare en tankegang ved hjelp av matematikk. Det innebærer også å være med i samtaler, kommunisere ideer og drøfte problemer og løsningsstrategier med andre.

Å kunne snakke matematikk og ha matematiske diskusjoner i klasserommet er viktig for å utvikle elevenes matematiske kompetanse (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2009). Derfor er det viktig at hver enkelt elev tar del i matematiske diskusjoner i klasserommet. En kan også se at flere teoretikere nevner kommunikasjon som en del av den matematiske kompetansen, for eksempel Niss (2002) snakker om kommunikasjonskompetansen hvor en skal kunne sette seg inn i og fortolke andres matematiske ideer og tekster, og deretter kunne utrykke seg om det matematiske på ulike måter. Også NCTM (2000) nevner kommunikasjon som en viktig kompetanse, og definerer det som å dele ideer og avklare forståelse hvor elevene lærer å formidle matematiske tanker.

Chapin et al. (2009) presenterer flere grunner til at det er viktig at elevene snakker matematikk i undervisningen, og her er fem av dem. For det første kan det avsløre forståelse og misforståelse. Når elevene snakker har læreren mulighet til å fange opp hva elevene forstår og hva de ikke forstår, som igjen kan være med på å hjelpe læreren å tilpasse undervisningen. En slags formativ vurdering. På den andre siden vil også elevene selv innse hva de har forstått og ikke forstått gjennom å måtte forklare hva de har gjort. For det andre gjør snakk at de husker lengre. Når elevene hører, snakker og diskuterer begreper og prosedyrer er de nødt til å tenke og vurdere det som blir sagt. De ser en oppgave fra flere sider og får mer tid til å behandle de matematiske ideene. Diskusjonen og argumenteringen gjør at elevene forstår det de arbeider med, og dermed vil de huske det lengre. For det tredje lærer elevene seg å resonnere. Elevene må forklare hva de har tenkt og argumentere for hvorfor deres metoder og strategier fungerer. For det fjerde støtter diskusjon elevenes språkutvikling. Gjennom diskusjon vil elevene kunne få en bedre forståelse for hva ulike ord, utrykk og begreper betyr. For det femte er det med på å utvikle sosiale ferdigheter. Dersom elevene blir vant til å snakke i klasserommet vil det lære elevene respekt og vennlighet mot sine medelever. Elevene vil lære å måtte være tålmodige når andre elever forklarer, og de er nødt til å kunne godta at man tenker på ulike måter.

Chapin et al. (2009) mener at å snakke matematikk påvirker elevenes læring på en direkte og indirekte måte. Den direkte påvirkningen skjer når elevene deler ideer, strategier og prosedyrer. Elevene lærer ulike måter å løse oppgaver på, og de diskuterer og argumenterer hvorfor ulike løsningsmetoder og strategier fungerer. De mener også at det skjer en indirekte påvirkning hvor en bygger et sosialt miljø som oppfordrer til læring, som virker motiverende på elevene.

De aller fleste lærere er nok enig i alle disse grunnene for at å snakke matematikk er viktig for elevenes matematiske utvikling. Likevel er det mange lærere som lar vær å skape matematiske diskusjoner i klasserommet. Det er ulike grunner til at lærere unngår diskusjon i klasserommet, men en grunn som ofte går igjen er at lærerne mener at de ikke har tid (Mathsolutions, u.å). Chapin et al (2009) presenterer flere løsninger for dette, hvor en av løsningene er å bruke små grupper eller læringspartnere å diskutere med. Han kommer med mange flere gode løsninger uten at jeg skal gå noe mer inn på det.

2.6 Klassestørrelse og læring

Det er tidligere gjort forskninger på feltet om klassestørrelser, og da med ulike resultater og funn. Glass og Smith (1979) og Robinson (1990) gikk gjennom over 100 studier og konkluderer med at redusert klassestørrelse var assosiert med økt faglig ytelse, mens andre studier ikke finner noen signifikante forskjeller av den overordnede strukturen av leksjoner, undervisningspraksis eller innhold, for eksempel metaanalyser som er gjort av Bohrstedt, Stecher, & Wiley (2000), Wang & Stull (2000), Hattie (2005) og Hanushek (1998). Leuven, Oosterbeek & Rønning (2008) har gjort en forskning på effekten av klassestørrelse i forhold til elevprestasjoner i Norge, og forskningsfunnene viser at klassestørrelse ikke har betydning for elevenes læring og at effekten av reduserte klasser var så liten at den kunne settes lik null. Videre vil jeg gå inn på enkelte forskninger som viser at klassestørrelse har en effekt.

2.6.1 Matematisk innhold i store og små klasser

Finn, Pannozzo & Achilles (2003) viser at lærere endrer sine læringsstrategier når klassestørrelsen reduseres, og gir mer individualisert instruksjon og høyere kvalitet i instruksjonen generelt i undervisningen, samtidig er det flere forskningsresultater som viser at mer individualisering i små klasser ikke er noe en klarer å fange opp ved klasseroms observasjon (Everston & Folger, 1989). Blatchford, Russell & Brow (2009) antyder at mindre klasser gir rom for mer eventyrlysten og fleksibel undervisning, men at det selvfølgelig kan være god undervisning i store klasser, men det vil sannsynligvis være flere begrensninger på hva en kan gjøre. På en annen side viser flere forskninger gjort ved hjelp av observasjoner og intervjuer at lærere i små klasser bruker mer tid på det matematiske innholdet i undervisningen og mindre tid på klasseledelse og disiplin enn i større klasser (Johnston, 1990; Molnar, Smith, & Zahorik, 1999; Maier, Molnar, Percy, Smith, & Zahorik, 1997).

2.6.2 Elevenes aktive deltakelse i undervisningen

Forsyth (1999) sier at når elevene er faglig og sosialt engasjert fører det til økt læring, noe som er fremtredende i mindre klasser. I større klasser forekommer ofte et fenomen kalt *social loafing* (Forsyth, 1999), som går ut på at når enkeltpersoner blir en del av en gruppe har de en tendens til å føle mindre ansvar, og dermed skjule seg i mengden. Forskere har observert at grupper blir mindre effektive når gruppestørrelsen øker fordi hver enkelt elev eller deltaker yter mindre innsats (Latane, Williams, & Harkins, 1979). Dette skjer fordi økt antall medlemmer i en gruppe gjør at presset på hver enkelt deltaker reduseres da ansvaret fordeles på flere (Karau & Williams, 1993). Forsyth (1999) har kommet frem til tre årsaker som sannsynligvis reduserer den individuelle innsatsen, og disse forekommer oftere i større grupper enn i små. Den første er når en person blir mindre merkbar, den andre er når personen mener et bidrag vil ha liten innvirkning på gruppen og den tredje er når personen mener bidraget er mindre sannsynlig til å bli belønnet og vurdert.

I store klasser er det enklere å gjøre seg ”usynlig” i klasserommet enn i små klasser. En observasjon gjort av Kashti, Arieli, & Harel (1984) ble utført i 3 klasser med 29, 25 og 16 elever. Funnene fra observasjonen viste at elevene i de to største klassene hadde en tendens til å gjøre seg anonyme og unngikk å få oppmerksomhet, noe som ikke var tilfelle i den minste klassen. Den viste at i små klasser er det vanskelig å være anonym og vil trolig redusere omfanget av social loafing. Et annet studie peker på at elever i små klasser er mer støttende og samhandler mer positivt med hverandre, noe som gjør elevene mer trygg til å delta i undervisningen (Achilles, 1999).

2.6.3 Samhandling mellom lærer og elev

En undersøkelse gjennomført av STAR i 1993-1994 brukte både observasjon, intervjuer, pretest og posttest for å samle inn data om lærer-elev kontakt (Finn et al., 2003). De brukte flere klasser ved to skoler som hadde gjennomsnitt 23 elever i de store klassene og 14 elever i de små klassene. Denne forskningen viste at det var oftere og mer kontakt mellom enkelt elever og lærer i små klasser. Den viste også at samhandlingen mellom lærer-elev i de små klassene var mer akademiske og mer rettet mot læringsaktivitetene enn i de store klassene. Også Everston og Folger (1989) som observerte ved 13 ulike skoler, med fokus på lærer-elev kontakt, fant ut at i små klasser får elevene oftere hjelp fra læreren. På en annen side viser Finn et al. (2003) at det er ikke bare den matematiske kontakten mellom enkelt elever og lærere som er bedre i små klasser. Han sier at i små klasser har man mer tid og mulighet til å bli kjent med elevene fra andre sider en bare det som handler om skole. Gjennom intervjuer med lærere fra store klasser fikk han ofte svar som: ”Jeg kjenner ikke barna så godt”, noe som tyder på at relasjonen mellom lærer-elev i de store klassene kun handler om det faglige som skjer på skolen.

2.7 Uenighet om klassestørrelse

Som nevnt er det sprikende funn om klassestørrelse og effekten av mindre klasser. Skemp (1989) sier at en av årsakene til at lærere underviser instrumentelt er fordi den instrumentelle forståelsen vil være god nok for å mestre oppgaver som elevene får på eksamen. Dersom dette er tilfellet vil det bety at forskninger gjort på et stort antall elever gjennom kvantitativ datainnsamling, som for eksempel Project STAR hvor de testet 12000 elever i 300 klasserom (Mosteller, 1995) og Bohrstedt et al. (2000) som gjorde sin forskning basert på data fra PISA 2003 kan gi resultater som kun tester hvor flink elevene er gjennom skriftlige oppgaver, men ser ikke på for eksempel deres muntlige ferdigheter eller hvordan undervisningen i disse klassene er. Dette kan være en årsak til at flere forskere ikke finner noen signifikant forskjell i klasser med mange og få elever. Dersom de hadde gått inn for å se på selve undervisningen og elevenes muntlige ferdigheter ville de kanskje sett en forskjell?

På en annen side kan en si at ikke alle forskninger passer å sammenligne med den norske skolen. For eksempel Hatties (2005) forskningsrapport som sier at mindre klasser har liten effekt, kritiseres for å ikke være gjeldende i norsk skole (Eriksen, 2015). For det første sier Eriksen (2015) at forskningene i hovedsak tar utgangspunkt i høyere trinn som videregående, noe som i minimal grad tar med de 15-20% av norske elever i grunnskolen som har lærevansker. For det andre mener han forskningen tar utgangspunkt i land som på ingen måte har en skole for alle, uansett forutsetninger.

3.0 Metodedelen

I dette kapittelet vil jeg spesifisere valgene som er gjort for å kunne svare på hvordan antall elever i klasserommet påvirker matematikkundervisningen. Her presenteres derfor kunnskapssyn og valg av forskningsdesign, metoder for datainnsamling og hvilke fordeler og ulemper disse medførte. I tillegg vil jeg gi en beskrivelse av konteksten og hvordan innsamlingen av data ble gjennomført.

3.1 Konstruktivistisk læringssyn

En kan si at det er tre overordnede kunnskapssyn over hvordan man ser på læring og utvikling, disse er: det kognitivistiske, det positivistiske og det konstruktivistiske (Postholm & Moen, 2009). I mitt studie undersøker jeg undervisningen og hvordan den påvirkes av antall elever, og bakgrunnen er at jeg mener undervisningen påvirker hvordan elevene lærer. Derfor vil studie kunne plasseres under det konstruktivistiske læringssynet fordi det har en forståelse av at læring og utvikling tar form når individ og miljø møtes, og konstrueres i en gjensidig prosess (Postholm & Moen, 2009).

Det konstruktivistiske læringssynet kan også deles opp i flere underkategorier, hvor mitt studie kan plasseres under kognitiv psykologi. I dette studiet ønsket jeg å finne ut hvordan antall elever i klassen påvirker matematikkundervisningen, og for å kunne svare på dette prøvde jeg å få innsikt i hvordan lærerne tenker og resonnerer over undervisningen. Her så jeg på mentale prosesser som resonnering, persepsjon, kreativitet, beslutningstaking, bruk av språk var også videre (Helstrup, 1996). Dermed kan en si at forskningen bygger på kognitiv psykologi, hvor de indre strukturene i mennesket studeres. Kognitiv psykologi ser på hvordan et bestemt individ tenker og resonnerer, i motsetning til eksperimentell psykologi som ser på effekt av årsak-virkning på et gjennomsnittlig individ (Cobb, 2007). Kognitive teorier er et godt redskap i en forskning som ser på undervisningen, da den kan bidra til utvikling og forbedring av klasseromsundervisning, og gir detaljerte data som kan finjustere undervisningen (Cobb, 2007).

3.2 Metodevalg

Den eksisterende forskningen på klassestørrelse gir blandede resultater, og effekten er ofte liten (Bohrstedt et al.,2000; Mosteller, 1995; Hanushek, 1998). Disse forskningene er gjennomført på et stort utvalg klasser og lærere, for eksempel gjennom PISA resultater og tester på over 12000 elever. Lærere selv opplever at læringsutbyttet og undervisningen er bedre i små klasser (Utdanningsdirektoratet, 2013). På bakgrunn av at flere forskninger med et stort utvalg viser at klassestørrelse har liten betydning (se. feks. Bohrstedt et al., 2000; Wang & Stull, 2000; Hanushek, 1998) og at lærere og jeg selv opplever det motsatte, ønsket jeg å gjennomføre en undersøkelse på få klasser for å kunne se nærmere og dypere på det som skjer i klasserommet i en stor og en liten klasse. For så å sammenligne om antall elever påvirker undervisningen på noen måte. En sammenligning mellom to klasser, en slags casestudie, ville derfor kunne svare på om antall elever påvirker undervisningen og om det eksisterer forskjeller mellom store og små klasser, og om disse forskjellene skyldes klassestørrelsen.

En kvantitativ undersøkelse med spørreskjema kunne undersøkt et bredt spekter med lærere og klasser for å gi et resultat som er generaliserbart (Choen et al., 2007), men kunne også vært årsaken til at en ikke finner noen betydelige forskjeller. Når en samler inn store mengder talldata kan en gå glipp av viktig informasjon som ikke kan tallfestes (Mogstad, u.å.), som også kan være en årsak til at en ikke finner forskjeller. Dersom en derimot går dypere inn i bestemte deler av matematikkundervisningen ville en kanskje finne ulikheter. Gjennom dyp og grundig datainnsamling ønsket jeg å se nærmere på bestemte spekter ved matematikkundervisningen i store og små klasser, og kanskje finne forskjeller som viser at klassestørrelse påvirker undervisningen, noe som ikke vises i helheten av en stor undersøkelse. Nærheten og fleksibiliteten som følger den kvalitative datainnsamlingen kunne gi tilgang til kunnskap som ellers kan være vanskelig å få tak i (Kleven, 2011).

3.2.1 Case studie

Forskningsdesignet for dette studiet er en type casedesign hvor jeg henter inn mye informasjon fra to ulike enheter, de to ulike klassene, og er basert på en kvalitativ og kvantifisert datainnsamling og analyse av datamaterialet. Et casedesign innebærer at man har en detaljert analyse av en enkelt case i en bestemt setting, som i denne sammenhengen er undervisningstimer i matematikk i to ulike klasse (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Bryman (2012) skiller mellom to typer casedesign, forklarende og beskrivende, hvor dette studiet er en forklarende form. Case studiet er forklarende fordi jeg søker en forklaring på hvorfor undervisningen er slik den er og om dette kan skyldes klassestørrelse. Hadde oppgaven derimot vært et beskrivende design hadde man prøvd å beskrive det som skjedde i undervisningene i de to klassene, ikke forklare hvorfor de var ulik (Bryman, 2012). Jeg valgte casestudie fordi det gir en detaljert data fra en hendelse og gir dypere forståelse for hvorfor noe skjer (Christoffersen & Johannessen, 2012), noe som er viktig når en skal finne ut om klassestørrelse er en faktor som gjør at undervisningen blir som den blir.

Denne type case studie kan plasseres innenfor det Bryman (2012) kaller "en typisk case" fordi jeg studerer hverdagslige situasjoner fremfor spesielle situasjoner. Den kan også plasseres i Yins casedesign modell, hvor den kan kalles et enkelt casedesign med flere analyseenheter. Det er et enkelt casedesign fordi informasjonene hentes innenfor et avgrenset system som er skolen, og det er flere analyseenheter fordi informasjonen hentes fra to ulike klasser/skoler (Christoffersen & Johannessen, 2012). Jeg valgte denne type casedesign fordi det gir meg mulighet til å hente inn mye data på ulike måter fra få enheter over lengre tid.

Forskernes Avgrensning	Antall caser som studeres	
	Enkelt casedesign	Flercasedesign
Én analyseenhet	Forskeren får informasjon fra en begrenset enhet (et individ, en institusjon, en gruppe, en hendelse osv) innenfor studiet av et avgrenset system (skole, samfunn og så videre).	Forskeren får informasjon fra en begrenset enhet (et individ, en institusjon, en gruppe, en hendelse osv) innenfor studiet av flere systemer (skole, samfunn og så videre).
Flere analyseenheter	Forskeren får informasjon fra flere enheter (flere individer, institusjoner, hendelser osv.) innenfor studiet av et avgrenset system for eksempel skolen	Forskeren får informasjon fra flere enheter (flere individer, institusjoner, hendelser osv.) innenfor studiet av flere systemer (skoler, samfunn og så videre).

Figur 11.1 Fire designstrategier for casestudier (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 111).

3.3 Datainnsamling

3.3.1 Valg av metode for datainnsamling

Da jeg skulle besvare min problemstilling rundt klassestørrelse ønsket jeg å gå i dybden på hva som skjer inne i klasserommet for å se hvilke spekter ved undervisningen som kunne være påvirket av antall elever i klassen. Jeg ønsket selv å se og høre hva som ble sagt og gjort. For å kunne gjøre en grundig og detaljert undersøkelse valgte jeg å fokusere på to klasser og gjøre en kvalitativ forskning. En kvalitativ tilnærming ga muligheten til å oppleve og se hva som skjedde i klasserommet i en liten og stor klasse, og på denne måten selv oppleve om det var noen spekter ved undervisningen som ble påvirket av klassestørrelsen.

Kvalitativ forskning gir en detaljert forståelse av observerbare og ikke-observerbare fenomener, handlinger og holdninger (Choen et al., 2007). Når en skal hente ut detaljert og kvalitativ data er det flere tilnærminger en kan ta i bruk for å svare på problemstillingen, der man innenfor pedagogikk vanligvis bruker se eller spørre (Kleven, 2001). Det kan også være nyttig å bruke flere ulike tilnærminger for å kunne se flere sider av saken (Kleven, 2011). Ofte hender det at det vi tenker og hvordan det blir ikke alltid stemmer overens, slik er det også for lærere. Slik de tenker at undervisningen bør være og hvordan den blir henger ikke alltid like godt sammen (Lev-Zamir & Leikin, 2012). Dermed ønsket jeg å se det fra to sider, hvordan undervisningen er (se) og hvorfor undervisningen blir slik og hva læreren tenker (spørre). For å svare på hvordan klassestørrelse påvirker matematikkundervisningen var observasjon viktig for å se hvordan undervisningen var og hvilke forskjeller en kunne finne, mens intervjuet kunne brukes til å spørre om det var klassestørrelsen som skapte disse forskjellene. I forskningen ble derfor både observasjon og intervju benyttet for å få tak i mest mulig informasjon fra de to klassene.

Observasjon var den viktigste metoden i forskningen, hvor jeg kunne se den reelle situasjonene i klasserommet og se på tidsbruken til læreren og hvordan det matematiske innholdet var. Observasjonen var kvalitativ ved at den gikk dypt inn i detaljer i to klasser over lengre tid. På en annen side var den kvantifisert ved at kvaliteten på undervisningen fastsattes ved hjelp av nivåer i tall, og det var mange ulike kategorier med flere dimensjoner i undervisningen. Ut fra observasjon satt jeg igjen med kvantifisert data i form av flere tall fra de ulike observasjonene og fra seks ulike timer. Kvantifiseringen ga meg en oversikt over de kvalitative observasjonene. Tallene og statistikken var derimot ikke selvforklarende, og var derfor avhengig av de kvalitative notatene som ble gjort i observasjonsskjemaet. Den andre metoden for datainnsamling var intervju, som var en viktig kilde for å si noe om hvorfor undervisningen var slik. Her ønsket jeg å finne ut om læreren hadde en formening om antall elever påvirket undervisningen, eller om det faktisk ikke spilte en stor rolle.

3.3.2 Utvalg

Utvalget i observasjonen var valgt med stor variasjon, hvor det var to klasser med forskjellige antall elever (Christoffersen & Johannessen, 2012). Det var to 5. klasser, hvor den ene klassen var 19 elever mens den andre var 9 elever. Dette er for øvrig to ulike klassestørrelser som er vanlig selv om de er svært forskjellige, noe som betyr at tiden læreren kan bruke på hver elev vil være det dobbelte i den lille klassen. Denne strategien kunne gi en god sammenligning mellom de to ulike klassene med tanke på hvordan elevantall påvirket undervisningen. I hver klasse var det kun en lærer i klasserommet, dermed var lærertettheten vidt forskjellig i klassene. For å gi en best mulig sammenligning av klassene tok jeg utgangspunkt i samme klassetrinn og samme emnet i matematikken. Emnet var måling. En kan dermed si at emnet ga en styring for hvilke klasser som ble valgt ut da jeg ønsket å begynne observasjon i hver klasse ved oppstart av emnet måling. Til intervjuet ble de to lærerne som var observert brukt som intervjuobjekter. Grunnen til at de ble valgt som intervjuobjekter var nettopp fordi jeg ønsket å se saken fra to sider. Først ble undervisningen observert, deretter skulle lærerne selv få forklare bakgrunnen for hvorfor undervisningen var slik.

3.3.3 Observasjon

I pedagogisk sammenheng handler observasjon om oppmerksom iakttakelse, som betyr at en på en konsentrert måte forsøker å observere noe som er av pedagogisk betydning (Bjørndal, 2012). Observasjon gir en mulighet til å selv oppleve en bestemt situasjon og tolke den (Cohen et al., 2007). Noen ganger kan det være bedre enn å spørre, nettopp fordi det ofte kan være forskjell på det en sier og det en gjør (Lev-Zamir & Leikin, 2012), og da kan observasjon være en kilde til å samle data som sier noe om hvordan det faktisk er (Robson, 2002). En annen fordel Patton (2001) nevner er at en gjennom observasjon har mulighet til å forstå situasjonen og observasjonsdataene som samles inn. Ved observasjon bruker vi alle våre fem sanser til å observerer, og observasjonene vil alltid oppfattes ulikt og påvirkes av den som observerer (Bjørndal, 2012). Dermed kan en si at det finnes ingen objektiv erfaring fordi det en oppfatter er påvirket av deg som observatør (Bateson, 1991).

Hvorfor skal jeg bruke observasjon?

Observasjon som verktøy for datainnsamling var viktig for å få et reelt blikk på hvordan det var i undervisningssituasjonen. På denne måte kunne en se direkte på hva som skjedde i klasserommet med få og mange elever, i stede for å måtte stole på andres forskning (Cohen et al., 2007). En observasjon kan være alt mellom strukturert til ustrukturert, der en strukturert observasjon handler om at du har en plan for hva du ønsker å observere, mens i en ustrukturert observasjon står man mer fritt og starter observasjon uten et fast skjema for hva en skal observere (Cohen et al., 2007).

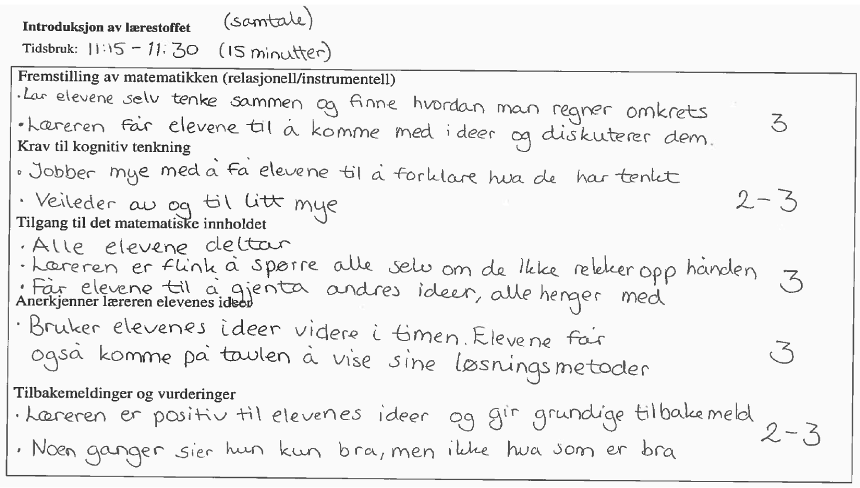
Strukturert observasjon

Fra begynnelsen var det klart hva jeg ønsket å observere, målet var å prøve å kartlegge om undervisningen var forskjellig med tanke på antall elever i klasserommet og hvordan det påvirker undervisningen. Siden det var klart på forhånd hva som var ønskelig å observere var det mest effektivt og presist med en strukturert observasjon (Bjørndal, 2002). Det var også det mest effektive med tanke på tiden som kunnen brukes til datainnsamling (Cohen et al., 2007). Min problemstilling gikk ut på å sammenligne en liten og stor klasse, og strukturert observasjon gjorde det enklere for meg å sammenligne da begge klassene ble observert ut fra samme kriterier. Da kunne funnene fra hver klasse sammenlignes innenfor hver av seksjonene i observasjonsskjemaet. Hadde det vært en ustrukturert observasjon ville jeg kunne observert ulike ting, kanskje til og med svært spennende ting som ble oversett ved bruk av strukturert observasjon (Cohen et al., 2007), men igjen ville det blitt vanskelig å sammenligne de to klassene dersom de ikke ble observert ut fra samme kriterier.

Utforming av observasjonsskjema

Siden observasjonen var strukturert måtte det utformes et observasjonsskjema. Observasjonsskjemaet ble laget for å se etter bestemte situasjoner i klasserommet, hvor jeg i starten valgte ut ulike seksjoner som var interessante å fokusere på, dette var oppstart, introduksjon, samtale med klassen, elevene arbeider/lærer hjelper og til slutt en åpen kategori hvor jeg kunne notere dersom det var noe annet vesentlig som ble observert. Etter å ha valgt kategorier ble det viktig å finne et rammeverk som kunne hjelpe meg å finne ut hva som skulle fokuseres på innenfor de ulike kategoriene. Her valgte jeg å bruke Schoenfelds (2014), som fokuserer på hvordan det matematiske innholdet i undervisningen blir fremstilt. Dette rammeverket ble valgt nettopp fordi det gir klar oppmerksomhet til matematikken, det gir omfattende data og har forholdsvis få kategorier som gjør det forståelig og som er nyttig for faglig utvikling (Schoenfeld, 2014), noe som var overkommelig for meg og kunne brukes til å svare på om det matematiske innholdet var ulikt i en liten og stor klasse.

Resultatene ved bruk av dette rammeverket ga meg tall på hvordan undervisningen var, og dermed tall som lett kunne sammenlignes for å finne ut om det var forskjeller og hvor i undervisningen de lå. Fremstillingen sees innenfor fem ulike dimensjoner (matematikken, kognitiv tenkning, tilgang til matematikken, dele ideer og anerkjennelse og tilbakemelding og vurdering) og tre ulike nivåer (1,2 og 3). I teoridelen beskrives dimensjonene og nivåene med grundige forklaringer og i vedlegg 3 kan man se flere eksempler på de ulike nivåene innenfor dimensjonene. I tillegg til å observere det matematiske innholdet ble det lagt til en faktor innenfor hver kategori som var tidsbruk, slik at jeg i tillegg til å se på det matematiske innholdet kunne finne ut om tidsbruken til de ulike kategoriene i en stor og liten klasse var forskjellige.


Introduksjon av lærestoffet (samtale)

Tidsbruk: 11:15 – 11:30 (15 minutter)

Fremstilling av matematikken (relasjonell/instrumentell)
- Lar elevene selv tenke sammen og finne hvordan man regner omkrets
- Læreren får elevene til å komme med ideer og diskuterer dem. 3

Krav til kognitiv tenkning
- Jobber mye med å få elevene til å forklare hva de har tenkt
- Veileder av og til litt mye 2-3

Tilgang til det matematiske innholdet
- Alle elevene deltar
- Læreren er flink å spørre alle selv om de ikke rekker opp hånden 3
- Får elevene til å gjenta andres ideer, alle henger med

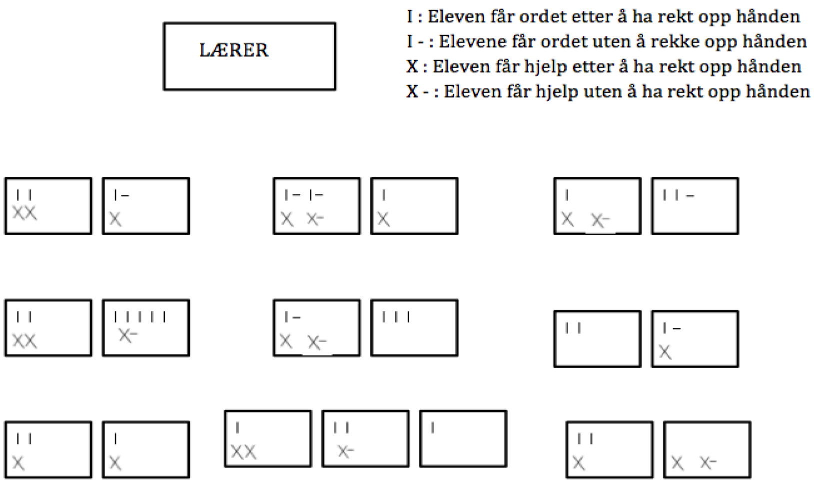
Anerkjenner læreren elevenes ideer
- Bruker elevenes ideer videre i timen. Elevene får også komme på tavlen å vise sine løsningsmetoder 3

Tilbakemeldinger og vurderinger
- Læreren er positiv til elevenes ideer og gir grundige tilbakemeld
- Noen ganger sier hun kun bra, men ikke hva som er bra 2-3

Figur 2.4.2: et eksempel på dimensjonene og nivåene innenfor en seksjon.

Som vist i figur 3.3.2 hadde hver kategori en side i observasjonsskjema, og de fem ulike dimensjonene var satt opp under hver kategori. Under hver dimensjon ble det tatt notater og skrevet kommentarer fra det som ble observert innenfor hver dimensjon. Underveis ble det kartlagt hvilket nivå de ulike dimensjonene hadde, men etter hver undervisning ble nivåsettingen diskutert med en erfaren lærer for å sikre at oppfatningen min var riktig. Som nevnt hadde jeg også en åpen kategori hvor det kunne noteres interessante funn, her noterte jeg ned hvordan typer oppgaver elevene arbeidet med, om det var intramatematiske oppgaver og oppgaver som skulle løses ved bestemte prosedyrer eller problemløsningsoppgaver. For å avgjøre hvilken type oppgaver elevene ble tildelt observerte jeg hvordan de løste oppgavene. Intrmatematiske og prosedyrerettede oppgaver ble ofte løst fort og ble gitt etter introduksjon av en bestemt prosedyre, mens problemløsningsoppgaver viste tydelig at elevene brukte uformelle løsningsstrategier og det var oppgaver som ikke kunne løses ved en lett tilgjengelig løsningsstrategi.

På siste side ble det laget et klassekart hvor den muntlige aktiviteten til elevene og hvor ofte læreren hjalp elevene ble notert. Her var det fire ulike hendelser: I: Elevene får ordet etter å har rekt opp hånden, I-: elevene får ordet uten å ha rekt opp hånden, X: elevene får hjelp etter å ha rekt opp hånden og X-: elevene får hjelp uten å ha rekt opp hånden. Det ga en oversikt over hvor ofte elevene snakket i undervisningen, hvem som deltok og hvor ofte læreren hadde tid til å hjelpe hver enkelt elev. Det ble ikke satt kryss dersom det elevene sa ikke omhandlet matematikken.



Figur 3.3.2.1: Avkryssingsskjema for elevenes aktivitet og hjelp.

Forberedelser og gjennomføring

Før datainnsamlingen ble observasjonsskjemaet testet ut i en 5. klasse for å se at det fungerte som planlagt. Testen gjorde meg mer forberedt på hvordan det var lurt å notere underveis i timen, men det ble også gjort noen små endringer slik at noteringen ble enklere. For eksempel fikk hver enkelt dimensjon større rom i skjemaet for å kunne gjøre gode utfyllende notater underveis.

Datainnsamlingen ble gjennomført i seks timer over to uker i hver klasse. Først observerte jeg to uker i den lille klassen, og gikk deretter til to uker observasjon i den store klassen. Til sammen varte datainnsamlingen i fire uker. For hver time som ble observerte brukte jeg et nytt observasjonsskjema, slik at hver enkelt time ble observert individuelt, for senere kunne trekke noen linjer og et helhetlig bilde av alle undervisningstimene. Under observasjonen satt jeg bakerst i klasserommet for å påvirke elevene og det som skjedde i undervisningen på minst mulig måte. Til datainnsamlingen hadde jeg kun med meg observasjonsskjema og en penn til å notere med, samtidig som det ble brukt lydopptaker på læreren. Disse lydopptakene ble gjennomgått etter hver eneste time for å høre om det var noe viktig som ikke var tatt med. Lyden var også viktig for å høre hva lærerne sa når de snakket med enkelt elever. Etter hver time var det en erfaren lærer som hjalp meg å se på ulike utsagn fra notatene innenfor de ulike kategoriene for å se om vi var enige om nivået som var satt.

3.3.4 Intervju

Intervju er en utveksling av synspunkter mellom to eller flere personer på et tema av felles interesser (Kvale, 1997). Gjennom intervju får en diskutere og høre tolkninger av et bestemt tema eller situasjon fra ulike synspunkter og er et fleksibelt verktøy for å få svar på komplekse og dype hendelser (Cohen et al., 2007). På en annen side skal også intervju tolkes, noe som betyr at det vil kunne påvirkes av hvordan en som intervjuer opplever situasjonen og hvordan en bearbeider materialet (Kvale, 1997).

Hvorfor skal jeg bruke intervju?

Bjørndalen (2012) sier at man gjennom intervju tolker og opplever bakgrunnen for en situasjon. I observasjonen kan en se hvordan undervisningen er, men ikke hvorfor den er slik. Intervjuet var derfor et viktig verktøy for å ta meg bak fasaden og si noe mer om bakgrunn for hvorfor undervisningen var slik (Kleven, 2011). Undervisningen kan påvirkes av ulike faktorer, og intervjue var viktig for å svare på om læreren opplevde klassestørrelsen som en påvirkende faktor. Intervju er en fleksibel metode (Aarø, 2007), som var viktig for å kunne gi svar på om lærerne mente klassestørrelsen spilte en rolle og om det påvirket det matematiske innholdet, tidsbruken, lærerens måte å hjelpe og elevenes aktivitet.

Ulike typer intervju

Intervju omfatter mange ulike varianter, men vi kan dele dem inn i strukturerte og ustrukturerte intervjuer. Det betyr derimot ikke at et intervju er enten strukturert eller ustrukturert, det kan ligge hvor som helst mellom det helt strukturerte og det helt ustrukturerte (Kleven, 2011). Et strukturert intervju er nærmest som en muntlig variasjon av spørreskjemaet, her følger en skjemaet nedover og har på forhånd klart hvordan spørsmålene skal stilles og hvilken rekkefølge (Kvale, 1997). På den andre siden av skalaen finner vi ustrukturert intervju som handler om at intervjueren har klart hva utgangspunktet og meningen med intervjuet er, men spørsmålene blir mer eller mindre formet underveis i intervjuet (Kvale, 1997). Jeg valgte å bruke et semistrukturert intervju, som kan plasseres et sted mellom strukturert og ustrukturert. Her er det en overordnet intervjuguide som utgangspunkt for intervjuet, men en kan velge rekkefølgen på kategorier og spørsmål slik det passer seg i hvert enkelt intervju (Kleven, 2011). Denne type intervju passet best til min datainnsamling da man står mer fritt til spørsmålsstilling og oppfølgingsspørsmål, men samtidig såpass strukturert at det gir svar på de spesifikke tingene jeg var ute etter, og det gjør det mulig å sammenligne de to intervjuene (Christoffersen & Johannessen, 2012). Min rolle i intervjuet var en reisende reporter som betyr at jeg fokuserte på å spørre for å få lærernes svar og påvirke dem i minst mulig grad, i motsetning til en rolle som gruvearbeider der en som intervjuer prøver å greve frem det skjulte gullet og bruker ledende spørsmål o.l for å finne det ønskede svaret (Kvale, 1997).

Utforming av intervju

Før intervjuet ble det utformet en intervjuguide, noe Dalen (2011) mener er nødvendig for alle studier som bruker intervju som metode. Intervjuguiden ble utformet med utgangspunkt i observasjonsskjemaet, dermed bygget også intervjuet på Schoenfelds (2014) rammeverk. Målet var å intervjue læreren om det som var observert i undervisningen og finne bakgrunn for hvorfor undervisningen var slik og hvilke tanker læreren hadde rundt det. De fem ulike dimensjonene som ble brukt i observasjonsskjemaet ble også brukt i intervjuguiden for å kunne direkte sammenligne lærerens meninger med det som var observert i undervisningen og knytte de ulike kategoriene og dimensjonene opp mot hverandre.

Forberedelser og gjennomføring

Intervjuguiden ble også testet ut før datainnsamlingen, da det er viktig å teste utstyret og spørsmålene (Dalen, 2011). Den ble testet på en lærer fra samme klassetrinn for å få det mest mulig likt. Intervjuguiden ble ikke endret noe etter denne testen, men testen hjalp meg med å bli bedre kjent med spørsmålene slik at de kunne tilpasses underveis i forhold til hvordan intervjuet utartet seg.

Intervjuene ble gjort samme dag som siste observasjonstime var gjennomført i hver klasse. Jeg ønsket å gjennomføre intervjuene rett etter observasjonen for da husket læreren godt hvordan undervisningene hadde vært og hva de hadde tenkt. Begge intervjuene ble gjennomført i et stille og rolig møterom med bare meg og læreren til stedet. Utgangspunktet var at læreren skulle snakke mest mulig uten å bli påvirket av meg. Intervjuene ble gjennomført på rundt 25 minutter hver.

Under intervjuet ble det brukt lydopptak for å ta opp det som ble sagt. Et minus ved lydopptak er at det er en dekontekstualisert versjon, hvor de visuelle aspektene ved situasjon blir tatt vekk (Kvale, 1997). Det positive var at jeg hadde mulighet til å konsentrere meg om dynamikken og flyten i intervjuet, men også for å høre intervjuet om igjen (Cohen et al., 2007). Begge intervjuene ble transkribert rett etter gjennomføringen, for da lå det enda mye i hukommelsen til å huske bedre de visuelle aspektene, og hva som ble sagt (Kvale, 1997). I transkriberingen ble det også brukt en erfaren lærer til å høre samme med meg for å se om vi oppfattet enkelte utsagn likt. I ettertid ble transkriberingen av intervjuene sendt til lærerne for å få tilbakemeldinger dersom noe var oppfattet feil eller ukorrekt.

3.4 Analyse

3.4.1 Observasjon

I den første kodingen er det hensiktsmessig å jobbe nært opp til empirien (Tjora, 2012), når en nylig har opplevd noe vil det være enklere å analysere mens en enda husker konteksten og hva som hente. Dermed startet jeg analysen underveis i observasjon, hvor jeg kodet hvilket nivå undervisningen var på innenfor hver seksjon som vist i figur 2.4.2. Det ble også skrevet notater underveis som ble brukt til ekstra koding etter undervisningen. Denne etter-kodingen ble gjort sammen med en erfaren lærer for å få kodingen mest mulig riktig. Hver koding ble gjort med en skala fra 1-3 i nivå, hvor scoren kunne være enten 1, 2 eller 3, mens andre fikk score som var mellom to nivåer, for 2-3 dersom det var mellom 2 og 3. Det ble samtidig skrevet noen stikkord som begrunnet nivåvalget. Beskrivelse av de ulike nivåene innenfor hver dimensjon står godt beskrevet i teoridelen.

Da observasjonen var over og kodingen var gjort begynte jeg å kategorisere de ulike kodingene. Kategoriene som ble brukt var de ulike seksjonene fra observasjonsskjemaet og de fem dimensjonene som var under hver seksjon. Kategoriseringen ble gjort ved å sette opp en tabell hvor alle seksjonene fra observasjonsskjemaet ble plassert i den loddrette siden, og alle dagene som var observert ble plassert på den vannrette siden i tabellen. Deretter ble alle skårene og tidsbruken plassert inn i tabellen slik at alle nivåene innenfor hver dimensjon fra de seks dagene ble plassert vannrett etter hverandre. Denne måten gjorde at jeg kunne se om det var ulike resultater fra de forskjellige dagene, eller om nivåene og tidsbruken var lik gjennom de seks dagene.

	Dag 1	**Dag 2**	**Dag 3**	**Dag 4**	**Dag 5**	**Dag 6**	**Totalt**
Introduksjon	15 min	13 min	12 min	11 min	12 min	11 min	
Fremstilling av matematikken	3	2	2	3	3	2	
Krav til kognitiv tenkning	3	2,3	3	3	2	3	
Tilgang til det matematiske innholdet	3	3	3	2	3	2	
Anerkjenner læreren elevenes ideer?	3	2	3	3	3	2	
Tilbakemeldinger fra læreren?	3	2,3	3	3	2	2,3	
Samtale med klassen	11 min	13 min	14 min	15 min	12 min	13 min	

Figur 3.4.1.1: Analyse av kvantifisert data og tidsbruk fra observasjonen.

Etter å ha sett tallene side om side med hverandre så jeg fort at gjennomsnitt var et tall som kunne beskrive det totale nivået for hver seksjon for hele observasjonen, fordi tallene ikke ga store sprik. Dermed regnet jeg gjennomsnittet for hver seksjon på både den lille og den store klassen, og plasserte gjennomsnittstallene fra begge klassene i en ny tabell for å kunne sammenligne.

	Liten klasse	**Stor klasse**
Introduksjon	12,33 min	10,83 min
Forsøker å få elevene til å forstå	2,75	2
Hvordan hjelper læreren elevene?	2,67	1,25
Hvem deltar?	3	2,4
Anerkjenner læreren elevenes ideer?	3	1,25
Tilbakemeldinger fra læreren?	2,67	1,25
Samtale med klassen	13 min	13, 83 min

Figur 3.4.1.2: Gjennomsnittlig resultat fra alle dimensjonene og tidsbruken i begge klassene.

Den andre delen av observasjonsskjemaet som handlet om elevenes deltakelse og lærerens tid til å hjelpe elevene ble også analysert ved hjelp av en tabell. På den loddrette siden plasserte jeg alle elevene, mens på den vannrette siden plasserte jeg alle dagene. Deretter tok jeg frem kartet fra hver undervisningstime og fylte inn antall ganger hver elev fikk ordet etter å ha rekt opp hånden (I), fikk ordet uten å rekke opp hånden (I -), fikk hjelp etter å ha rekt opp hånden (X) og fikk hjelp uten å ha rekt opp hånden (X -).

	Dag 1	**Dag 2**	**Dag 3**	**Dag 4**	**Dag 5**	**Dag 6**
J1	I – (2) X (2)	Borte	X – (5) X (1)	X - (3) – var kun 1 time	Borte	X – (8)
G1	I – (2) I (4) X (2)	I (2) X (3) X – (5)	I – (2) I (4) X – (3) X (1)	I (5) X – (8)	I – (3) X – (6) X (3)	I – (2) X – (7)
J2	I (11) X – (1)	I (5) X (4) X – (4)	I (5) X (2) X – (2)	I (6) X – (6) X (1)	I (6) X – (3) X (4)	I (3) I – (1) X – (6)
G2	I (9) I – (3) X (2)	I (7) X (4) X – (4)	I (3) X – (5)	I (7) I – (1) X – (7)	I (1) I – (2) X (4) X – (3)	I (2) I – (1) X – (7)
J3	I (7)	I – (2)	I (2)	I (1)	I - (4)	X – (6)

Figur 3.4.1.3: Oppsummering av snakk og hjelp.

Deretter regnet jeg gjennomsnittet for hvor ofte hver elev enten snakket eller fikk hjelp i løpet av en time. For å sammenligne de to klassene satte jeg gjennomsnittstallene inn i en ny tabell. Jeg regnet også gjennomsnittet for total snakk (altså I og I- sammen) og for totalt antall ganger de fikk hjelp (X og X- sammen).

	Liten klasse	**Stor klasse**
Elevene får ordet etter å ha rekt opp hånden (I)	4,2	1,68
Elevene får ordet uten å ha rekt opp hånden (I-)	1,325	0,17
Totalt snakk per elev (I og I-)	**5,525**	**1,86**
Elevene får hjelp		

Figur 3.4.1.4: Gjennomsnittlig snakk og hjelp i begge klassene.

3.4.2 Intervju

For å gjøre analysen enklere ble begge intervjuene transkribert før jeg begynte analysen av dataen. I første del av analysen ble intervjuene analysert ut fra meningskategorisering. Meningskategorisering handler om å kode intervjuet i kategorier i form av koder som +/- eller tall som viser styrke på utsagn (Kvale, 1997). Jeg valgte å bruke + og – for å indikere om læreren ga positive eller negative utsagn om hvordan klassestørrelse spiller inn i undervisningen. +sk og –sk ble brukt for å vise til positive og negative utsagn som handlet om store klassers påvirkning, mens +lk og –lk på små klassers påvirkning. Etter å ha analysert med tanke på positive og negative utsagn ble meningskategoriseringen brukt på nytt for å finne fenomenstyrke (Kvale, 1997). Da tok jeg for meg hvert positive og negative utsagn om liten og stor klasses påvirkning og analyserte graden dem påvirket på en skala mellom 1-3, hvor 1 var liten grad, 2 av og til og 3 stor grad.

3.5 Reliabilitet

Når vi snakker om at en undersøkelse er reliabel innebærer det at vi kan stole på resultatene den har gitt, og hvor nøyaktig de er (Grenness, 2012). Thagaard (2003) knytter reliabilitet opp mot troverdighet, og sikter til om forskningen er gjort på troverdig måte. Det normale kriteriet på reliabilitet som brukes i kvantitativ forskning handler om at resultatene kan reproduseres og gjentas, noe som kan være en utfordring i kvalitative intervju og observasjon. Et erstattende og mer passende ord for reliabilitet i kvalitativ forskning vil være pålitelighet, der det handler om hvorvidt forskningen er konsekvent gjennomført og relativt stabilt over tid på tvers av forskere og metoder (Postholm, 2005).

Kleven (2011) deler inn reliabilitet inn i tre ulike aspekter. Det første er stabilitetsaspektet som handler om stabiliteten i målingen. Flere målinger må foretas av samme person flere ganger men på samme måte. Dersom de ulike målingene viser like resultater vil reliabiliteten være god. Den andre er ekvivalensaspektet som handler om å stille spørsmål på forskjellige måter og hvordan det påvirker resultatet. Den tredje er observatør- eller vurdererreliabilitet som handler om den som observerer eller vurderer dataen. For eksempel vil reliabiliteten svekkes dersom observatøren er veldig subjektiv.

3.6 Validitet

Validitet handler om i hvilken grad en undersøkelse måler det den faktisk var ment til å måle (Grenness, 2012). Validiteten er sannheten av en påstand, ikke måten en måler eller henter ut dataen på, som er relabilitet. Disse to begrepene henger likevel nært sammen: ”Høy reliabilitet er en nødvendig, men ikke tilstrekkelig, forutsetning for god validitet” (Grennes, 2012, s. 106). I kvalitative metoder kan validiteten fremmes gjennom ærlighet, rikhet av data, dybde, graden av triangulering og forskerens objektivitet (Cohen et al., 2007; Creswell & Miller, 2000).

Validitet kan deles i mange ulike former, to av dem er intern- og ekstern validitet (Cohen et al., 2007), også kalt indre og ytre validitet (Lund & Haugen, 2006). Den interne validiteten handler om i hvor stor grad resultatene er gyldige for det utvalget og fenomenet som er blitt undersøkt (Cohen et al., 2007). Ekstern validitet derimot handler om i hvor stor grad resultatene kan overføres til andre utvalg og situasjoner, altså er resultatene generaliserbare (Cohen et al., 2007).

3.7 Reliabilitet og validitet i min forskning

3.7.1 Reliabilitet

I min forskning brukte jeg observasjon over lengre tid og observasjon av det samme fenomenet flere ganger, dette er noe som vil styrke stabilitetsaspektet innenfor reliabiliteten da observasjonene ga like resultater (Kleven, 2011). Dette vil også styrke validiteten ved at det jeg målte ikke var tilfeldig, men var observert over tid og skjedde gjentatte ganger. I observasjonen var min rolle en observerende deltaker hvor jeg påvirket klassen minst mulig, dette gjør det enklere for en annen person å gjøre samme forskning da observatøren ikke skal være en påvirkende faktor (Cohen et al., 2007). Men som observerende deltaker er det likevel en mulighet for å påvirke ved sin tilstedeværelse, det Cohen et al (2007) kaller observer effect. Denne effekten opplevdes som minimal hos elevene, da det så ut til at de glemte at det var noen tilstede etter de fem første minuttene. På en annen side kan det tenkes at tilstedeværelsen kunne endre litt på hvordan læreren var den første timen, men etter hvert ble det bare som en flue på veggen. Denne effekten kan være større under intervjuet. Ledende spørsmål kan også gjøre at man som intervjuer påvirker hva intervjuobjektet sier (Kvale, 1997). Derfor valgte jeg å bruke åpne spørsmål til å begynne med i hver kategori i intervjuguiden, for å påvirke i minst mulig grad hva som ble sagt (Kvale, 1997). Jeg benyttet meg også av member-checking, hvor de transkriberte intervjuene ble sendt tilbake til lærerne slik at de kunne endre dersom noe var oppfattet feil (Cohen et al., 2007; Morse et al, 2002; Creswell & Miller, 2000).

Det strukturerte skjemaet som ble brukt er enkelt for en annen forsker å ta i bruk for å finne samme resultatene i disse klassene, nettopp fordi de er så strukturert og har klare retningslinjer for hva som skal observeres. På en annen side er det jeg som observatør som oppfatter og tolker det læreren sier for så å sette et tall på hvor bra eller dårlig det var. Det er her observatørreliabiliteten kan svekkes, fordi det kun var en observatør, og dermed vurderes det som skjer kun ut fra et syn. For å styrke dette aspektet ved reliabiliteten og nøytralisere tilfeldige feil (Kleven, 2011) tok jeg i bruk en erfaren lærer som hjalp meg å gå gjennom alle dataene og analysere dem.

3.7.2 Validitet

Den interne validiteten i forskningen styrkes gjennom metodisk triangulering, hvor jeg brukte både observasjon og intervju for å samle inn data (Cohen et al., 2007; Creswell & Miller, 2000). Det ga meg muligheten til å se saken fra flere sider og få et innblikk i både tankene og gjennomføringen av undervisningen til læreren. I observasjonen og intervjuet er det brukt skjemaer som er bygd opp på et tidligere skjema fra andre forskere og som er godt utprøvd, og som styrker validiteten. Skjemaet er også veldig strukturert og bygger på tall, og gjør sammenligningene mellom klassene enklere og mer korrekt. Et detaljert observasjonsskjema er også noe Kleven (2011) nevner som et punkt for bedre reliabilitet da en har klare retningslinjer for hva en skal observere etter. Det detaljerte observasjonsskjemaet gjør også at analysen gir en god sammenligning, da jeg observerer etter de samme fenomenene i begge klassene. Validiteten kan på en annen side være svekket ved at det var to ulike lærere og to ulike skoler som ble observert, noe som kan være årsaken til ulikhetene som ble observert. Et pluss her er at den ene læreren underviste både i en stor og liten klasse, og kom derfor med mange eksempler på forskjeller ut fra egne erfaringer.

I denne forskningen eksisterer ikke den eksterne validitet som en finner i kvalitative studier da det kun er forsket på to objekter, og funnene kan ikke generaliseres eller gi allmenn gyldighet. Generalisering innenfor kvalitativ forskning kan på mange områder være irrelevant, da fokuset ligger på å representere det fenomenet som forskes på, ikke å generalisere (Cohen et al., 2007). Likevel kan det tenkes at funnene kan overføres til lignende klasser.

3.8 Metodekritikk

Antall informanter gir et begrenset empirisk utvalg, noe som gjør resultatene mindre generaliserbare (Cohen et al., 2007), likevel mener jeg funnene har en overførings- og nytteverdi for lignende klasser. En annen utfordring er at undervisningen påvirkes av mange ulike faktorer (Nordenbo, et al., 2010), og her er det kun valgt å fokusere på en, altså hvordan antall elever påvirker undervisningen. Observasjonene er også gjort på to ulike skoler, ulike elever og to ulike lærere, noe som i seg selv kan være årsaken til forskjellene. Men her mener jeg at intervjuet har hjulpet meg mye, og vist til at begge lærerne mener det samme om hvordan de ønsker å undervise, og derfor må være noe som fører til at undervisningen ikke er like, og en faktor kan være klassestørrelsen. En annen ting er at jeg ser ikke på elevenes kunnskap, og kan dermed ikke si noe om hvordan forskjellene i kunnskapen er, men kan si noe om hvordan undervisningen kan påvirke deres læring.

3.9 Etisk ansvar og anonymitet

Det etiske ansvaret i studiet er ovenfor skolen og lærerne som ble observert og intervjuet. Det var viktig at lærerne og skolene følte seg fortrolig med både observasjonen og intervjuene. Siden fokuset var rettet mot læreren måtte læreren samtykke at datainnsamlingen var greit, og de hadde til enhver tid rett til å avbryte sin deltakelse. Dersom det ble situasjoner hvor det var vesentlig å ta i bruk konkrete hendelser som angikk elevene ble det viktig å få skriftlig tilbakemelding fra foresatte om at det er greit å bruke i min forskning (Ingierd, 2009). Før datainnsamlingen ordnet jeg samtykke fra skolen og lærerne om at det er greit å bruke dataen som ble samlet inn til min masteroppgave. Både skolen og lærerne ble informert om observasjonen og at målet var å sammenligne en stor og liten klasse. Jeg ønsket ikke å informere noe mer nøyaktig om hva som skulle observeres, fordi det kunne være med på å påvirke lærerens måte å undervise på.

Et annet viktig prinsipp i min forskning er kravet om konfidensialitet. Det innebærer at de som gjøres til gjenstand for forskning har krav på at all informasjonen de deler blir behandlet konfidensielt (Thagaard, 2003). Dermed har jeg i min oppgave forhindret at bruk og formidling av informasjon kan skade informantene. Behandlingen av data var viktig å anonymisere slik at informantens identitet ikke var mulig å spore opp. I arbeidet underveis og etter er både skolene og personene anonymisert på en så god måte at det ikke skal være mulig å gjenkjenne. De viktigste virkemidlene for å sikre anonymitet er å skjule navnene på deltakerne eller andre personlige identifikasjonsmidler som kan spores tilbake til skolen eller lærerne (Frankfort-Nachimias & Nahmias, 1992). I studie har ikke variabler som sivilstand, alder eller kjønn noe betydning, dermed er også dette personopplysninger som anonymiseres og gjør det vanskeligere å gjenkjenne lærerne som ble observert.

4.0 Resultater og funn

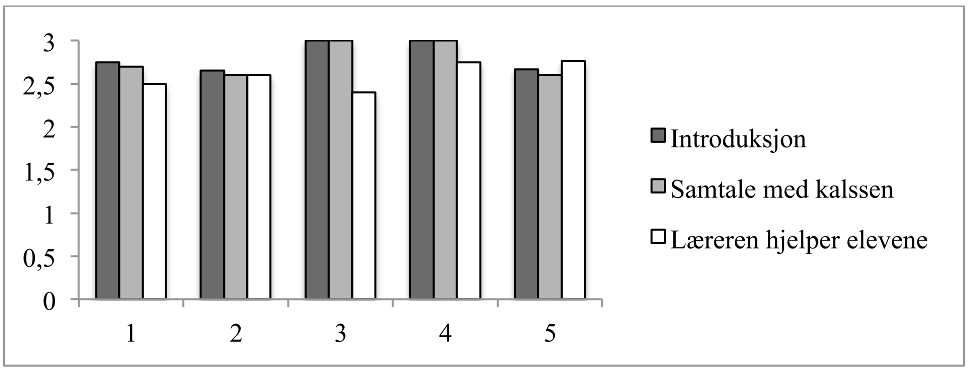
I denne delen legges resultatene og funnene fra forskningen frem. Resultatene er delt i tre ulike deler, som er de tre ulike delene som ble undersøkt i forskningen, 4.1 matematisk innhold, 4.2 aktive elever, læreren hjelper og 4.3 tidsbruk. Informasjonen fra intervjuene vil knyttes inn underveis der det er en viktig kilde for resultatene. Resten av intervjuet vil tas i bruk i diskusjonsdelen for å diskutere resultatene.

4.1 Matematisk innhold

I denne delen ønsker jeg å presentere resultater og figurer som viser forskjellene mellom klassene i form av nivåer innenfor hver dimensjon i de ulike kategoriene. Tallene bygger på Schoenfelds (2014) rammeverk og jeg kan kort nevne de fem dimensjonene fra teoridelen slik at det blir enklere å huske. Dimensjon 1: forståelsen av matematikken, dimensjon 2: krav til kognitiv tenkning, dimensjon 3: tilgang til matematisk innhold, dimensjon 4: dele ideer og få anerkjennelse og dimensjon 5: tilbakemeldinger og vurdering. Dersom en ønsker en mer utdypende forklaring kan en gå tilbake til teorikapitlet å finne det.

4.1.1 Matematisk fremstilling

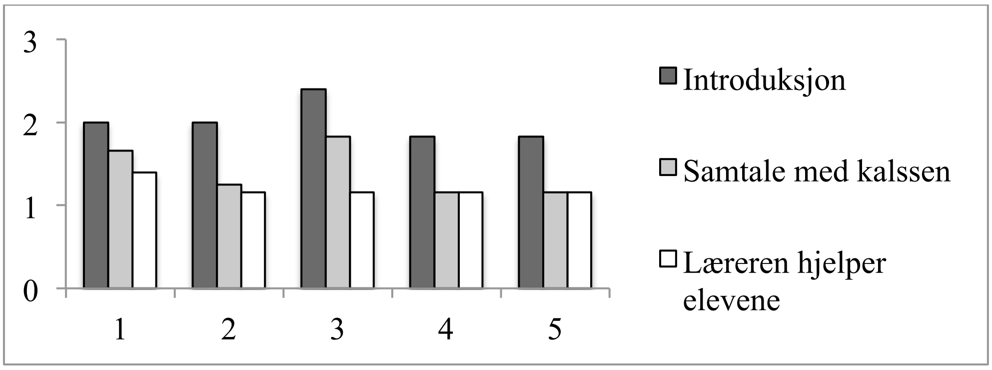
I den lille klassen la læreren opp til at elevene skulle arbeide mye med forståelse og egne løsningsstrategier. Elevene kom ofte med ulike ideer til hvordan en oppgave kunne løses, og sammen fant de effektive løsningsstrategier. Det gjennomsnittlige nivået og notatene fra analysen av observasjonsskjemaene viser at læreren i den lille klassen hadde en god matematisk fremstilling gjennom alle deler av undervisningen.



Figur 4.1.1: Oversikt over det gjennomsnittlige nivået av de ulike dimensjonene innenfor hver kategori i den lille klassen.

Et eksempel som viser en god matematisk fremstilling er fra introduksjonen av måling. Elevene skulle lære seg ulike måleenheter. Fokuset var rettet mot at elevene skulle forstå de ulike måleenhetene, ikke bare hva de heter. Læreren ba alle elevene komme frem til tavlen for å se på de ulike måleenhetene. Deretter ga læreren elevene i oppgave å finne en del på kroppen sin som tilsvarte en centimeter, så en desimeter osv. Elevene fant ut at en centimeter tilsvarte bredden på fingeren og en desimeter var bredden på håndflaten. Da elevene skulle omgjøre mellom måleenhetene var dette noe de fikk god bruk for. Jeg observerte at flere elever brukte fingeren for å se om det for eksempel var ti fingrer det skulle være i en meter, eller om det var ti håndflater. Dette er et eksempel på en god matematisk fremstilling som tildeles nivå 3 fordi det er knyttet til forståelse av ulike måleenheter, samtidig som det er et fokus på å forstå sammenhenger mellom forskjellige måleenheter (Schoenfeld, 2014).

I den store klassen var den matematiske fremstillingen noe varierende sett utfra de ulike kategoriene i observasjonsskjemaet, og de skåret jevnt over mye dårligere enn den lille klassen. Dersom en sammenligner resultatene fra den store klassen med seg selv innenfor hver kategori, ser man en klar nivåforskjell mellom kategoriene introduksjon, samtale med klassen og læreren hjelper elevene. Introduksjonsdelen skårer høyest innenfor hver dimensjon, som vist i figur 4.1.1.2. En ser også at nivået på det matematiske innholdet blir lavere i kategorien samtale med klassen, og den er lavest når læreren hjelper elevene. Dette sier oss at den matematiske fremstillingen er på et lavere nivå når kategoriene går mer over til at elevene skal jobbe fremfor at læreren styrer ordet i klasserommet.



Figur 4.1.1.2: Oversikt over det gjennomsnittlige nivået av de ulike dimensjonene innenfor hver kategori i den store klassen. X-aksen indikerer de ulike dimensjonene.

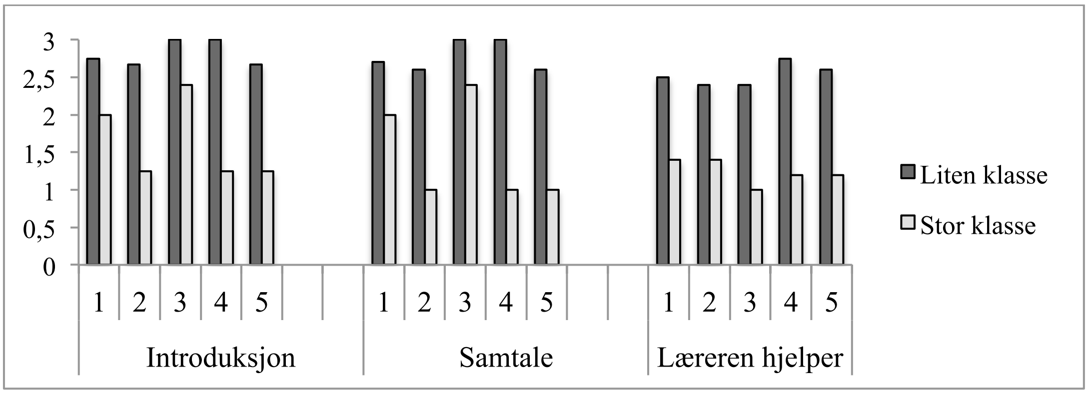
Et eksempel fra den store klassen som gjør at de skårer betydelig lavere enn den lille klassen er da elevene skulle arbeide med å gjøre om mellom måleenhetene. Læreren introduserte elevene for et skjema de kunne bruke for å gjøre om, hvor de bare la til en null frem til den måleenheten de skulle gjøre om til (se figur 4.1.1.1). Denne fremstillingen fikk nivå 1 fordi den handlet ikke om at elevene skulle forstå verken sammenheng mellom måleenhetene eller hvor stor de ulike måleenhetene er, men heller lære seg en prosedyre.

Oppgave: Gjør om alle måleenhetene til millimeter.

Meter	Desimeter	Centimeter	Millimeter
	5	0	0
2	0	0	0
		8	0

Figur 4.1.1.1: Eksempel på omgjøringsskjema som elevene i den store klassen ble introdusert for. Tallene som er uthevet er tallene de skulle gjøre om, mens alle nullene er de som er lagt til for å få det i millimeter.

Figur 4.1.1.3 viser en sammenligning mellom de to klassene, og en kan se en betydelig forskjell i den matematiske fremstillingen, hvor den lille klassen i gjennomsnitt skårer høyere innenfor alle kategoriene og alle dimensjonene.



Figur 4.1.1.3: Sammenligning av den gjennomsnittlige matematiske fremstillingen innenfor alle dimensjonene i de ulike kategoriene.

I intervjuet ble begge lærerne spurt om hva det betyr å være god i matematikk og hvordan de ønsket at elevene skulle lære matematikk. Dette svarte lærerne på spørsmålet:

Lærer i stor klasse: *Fokuset i mattetimene hos oss er at de skal kunne snakke matematikk og forklare matematikk, og diskutere slik at de faktisk skjønner det. Vi har og jobbet mye med at vi ikke er ute etter svaret, men prosessen først og fremst. Og dersom de har en prøve og de får feil svar så betyr ikke det at de har helt feil, for prosessen kan være riktig og de kan ha skjønt hva de skulle gjøre. Så fokuset går på forståelse, resonnering og ulike løsningsmetoder.*

Lærer i liten klasse: *Først tenker jeg at forståelsen må ligge på plass. Ferdigheter til å kunne beregne/finne ut av ting. De må kunne anvende matematikk. De må kunne resonnere over svarene og det de finner ut. De må kunne bruke erfaringene sine og evaluere det de holder på med. Men alt henger sammen! For å kunne være god i matematikk må du kunne forstå, anvende og bruke.*

I disse to utsagnene kan en se at begge legger vekt på en relasjonell forståelse hvor elevene blant annet skal kunne resonnere, forstå og bruke ulike løsningsmetoder. Som observatør opplevde jeg en stor forskjell på hvordan de to lærerne underviste, på tross av at begge lærerne mente de fokuserte på det samme i undervisningen. Den ene av de to lærerne underviste i både en stor og liten klasse, og mente det var en tydelig forskjell på hvordan det ble undervist i den store og den lille klassen. I intervjuet ble det sagt:

"*I den lille klassen har jeg mer tid til å arbeide med forståelsen av matematikken. Jeg har mulighet til å snakke lengre med hver enkelt elev, og kan dermed gå grundigere og dypere inn i matematikken. I en stor klasse strekker ikke tiden til, og det blir dermed raske og mer veiledende og prosedyrerettet hjelp til elevene som rekker opp hånden. Det er mange ganger jeg ikke rekker å være innom alle elevene".*

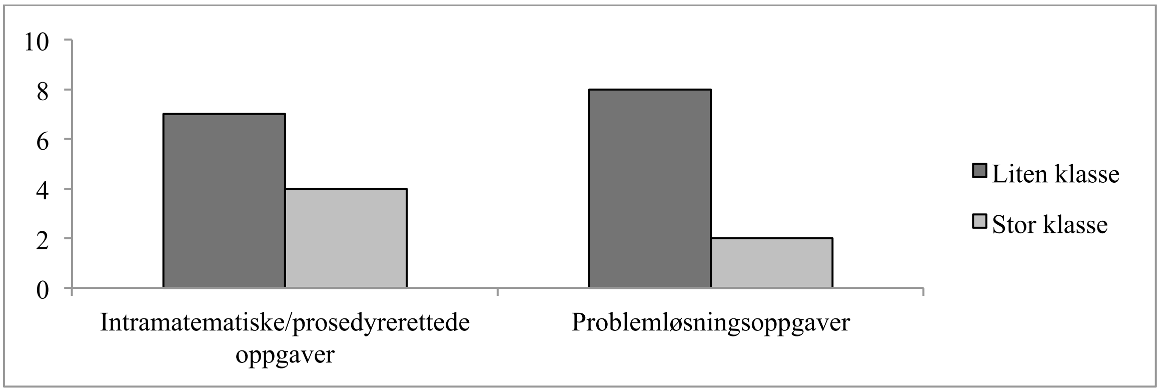
Dette utsagnet kan vise at antall elever påvirker undervisningen, nettopp fordi denne læreren har et syn på hvordan elevene bør kunne matematikk, som er relasjonelt, men mener at klassestørrelsen er en faktor som fører til at det matematiske innholdet likevel blir mer instrumentelt rettet.

4.1.2 Varierte oppgaver

Gjennom den åpne kategorien i observasjonsskjemaet ble det notert ned hvilke typer oppgaver klassene arbeidet med i undervisningene. Dette var noe som jeg så på som interessant fra første observasjon i den lille klassen, og som ikke var med i observasjonsskjemaet i utgangspunktet, men som jeg så på som en viktig del av hvordan undervisningen kunne bli påvirket av antall elever. I den lille klassen var det problemløsningsoppgaver som dominerte elevarbeidet i undervisningen, men de arbeidet også noe med intramatematiske oppgaver som fokuserte på bruk av bestemte prosedyrer. Selv om det var mye problemløsning arbeidet den lille klassen på begge måter i stort sett alle timene, det var nettopp dette som fikk meg til å ha lyst å notere ned hvilke type oppgaver de arbeidet med. De skiftet mellom problemløsning og prosedyreoppgaver flere ganger i løpet av en time.

En time hadde de for eksempel først en problemløsningsoppgave hvor de arbeidet med emnet måling. Elevene ble delt i to grupper med 4 elever i hver gruppe. Hver gruppe fikk utdelt 4 ulike lapper. Hver elev fikk en lapp som de skulle lese høyt for gruppen, uten at de andre i gruppen skulle se lappen. Etter å ha lest lappene skulle elevene samarbeide for å finne ut hvilken figur det var, og tegne opp hvor lang sidene var, hvilke vinkler, omkrets og arealet den hadde. Etter denne problemløsningsoppgaven gikk de rett over på samtale om det de hadde arbeidet med, for så å avslutte timen med noen prosedyrerettede oppgaver som handlet om å finne areal og omkrets av ulike figurer. Jeg observerte at skiftning mellom ulike oppgavetyper og måter å arbeide på gikk veldig fort i den lille klassen, og det var ingen problem å gjøre ulike aktiviteter i løpet av en undervisningstime. Dette kunne sees gjennom tidskategorien som ble brukt i observasjonsskjema for å notere ned hva tiden gikk til, og den lille klassen brukte mindre enn 2 minutter mellom en arbeidsmåte til en annen.

I den store klassen arbeidet de mye med intramatematiske oppgaver som var prosedyrerettet. Under observasjonen var det to av undervisningstimene de arbeidet med problemløsning, og da brukte de hele timen til det. Et eksempel var at elevene i løpet av en hel undervisningstime skulle gå rundt på skolen å måle omkrets av gjenstander. For eksempel skulle de finne to ulike gjenstander med lik omkrets, noe som gjorde at elevene måtte forstå at omkretsen av en figur kan være lik selv om de ser ulike ut. Det som hente i denne situasjonen var at alle elevene løp rundt på skolen med målebånd og begynte å måle lengden av gjenstander, i stede for omkretsen. Da de skulle finne en gjenstand med omkrets på fem meter begynte alle elevene å lete etter veldig store gjenstander, da de kan ha tenkte at det var lengden som skulle være fem meter. Det virket som om læreren rett og slett ikke hadde tid til å rekke over alle elevene, noe som førte til at mange elever ikke fikk en klarhet i hvordan de skulle måle før undervisningen var over. Jeg opplevde problemløsningsoppgavene som gode oppgaver som kunne gi matematisk forståelse, fordi elevene slev kunne oppleve at for eksempel to ulike figurer kan ha lik omkrets, og at fem meter i omkrets behøvde ikke være en veldig lang figur, men kunne være for eksempel et kvadrat med sider på 1,25 meter. Selv om oppgavene var gode ble det rett og slett for lite veiledning fra læreren til at elevene fikk ordentlig tak på hva oppgavene var. Dette ble observert ved at jeg fulgte med på hva læreren gjorde, samtidig som jeg hadde kontroll på hvem læreren hjalp. Det viste seg at læreren ikke rakk å være innom halvparten av elevene i løpet av timen, som igjen førte til at elevene løste oppgavene slik de trodde var riktig, men som var feil. Dette eksemplet viser at læreren prøver å bruke problemløsningsstrategier og arbeide med forståelsen, men at det ikke var tid til å hjelpe alle elevene, noe som kan være en årsak til at de oftere fokuserer på instramatematiske oppgaver hvor elevene kun trenger å regne ved en algoritme, noe som er mye enklere (Skemp, 1976)

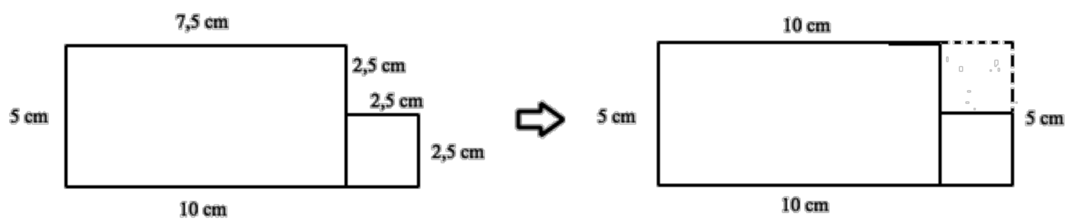


Figur 4.1.2 viser antall ganger klassene arbeidet med problemløsning og intramatematisk/prosedyrerettede oppgaver i løpet av de 6 dagene jeg observerte.

Når en sammenligner tallene og notatene fra den åpne kategorien i observasjonsskjemaet ser en tydelig at den lille klassen oftere byttet mellom arbeidsmetodene, mens den lille klassen enten arbeidet med intramatematiske og prosedyrerettede oppgaver eller problemløsningsoppgaver. Den lille klassen skiftet mellom flere arbeidsmetoder i løpet av en time, mens i den store klassen arbeidet de enten med problemløsningsoppgaver eller intramatematiske oppgaver som var prosedyrerettet. Fra observasjonen opplevde jeg at det var enklere å kombinere ulike arbeidsmetoder gjennom en undervisningstime i den lille klassen i forhold til den store klassen. Også dette ble påpekt i intervjuet av læreren i den lille klassen: *"I den lille klassen er det enkelt å skifte mellom ulike arbeidsmetoder. Det er lite uro og styr før vi kommer i gang, noe jeg opplever er vanskeligere i den store klassen".*

4.1.3 Tilbakemeldinger og anerkjennelse

I tallene fra observasjonen er anerkjennelse og tilbakemeldinger to av dimensjonene som stikker seg ut og som jeg så på som interessante knyttet til påvirkning av antall elever i klassen. Tallene viser at begge lærerne var flinke til å inkludere og få elevene til å delta i klasseroms diskusjonen, og begge hadde god oversikt over hvem som hadde snakket og hvem som ikke hadde det. Det som derimot viser stor forskjell er hvordan læreren anerkjenner og gir tilbakemeldinger på elevenes svar. Disse to dimensjonene skårer lavest innenfor alle kategoriene i den store klassen, samtidig som den lille klassen viser høyt nivå innenfor dimensjonene. Fra observasjonen opplevde jeg at læreren i den lille klassen brukte mer tid til å anerkjenne og gi gode tilbakemeldinger når elevene kom med ulike løsningsmetoder. Et eksempel er at læreren i den lille klassen ofte brukte elevenes ideer videre i undervisningen, eller i andre eksempler. For å gi et konkret eksempel så fikk elevene i oppgave å regne omkretsen av en figur som var et rektangel + et kvadrat som hadde halvparten av høyden til rektanglet festet på siden. De fleste elevene regnet ut omkretsen ved å plusse alle sidene, mens en elev regnet det ut ved å se på figuren som et rektangel, for dersom han brettet ut de to sidene ble det et rektangel, se figur 4.1.3. Læreren tok opp dette løsningsforslaget i klassen uten og si noe om det var riktig eller galt. Elevene skulle tenke litt selv før de skulle dele sine tanker om løsningsforslaget. Deretter gav læreren elevene en lignende oppgave hvor alle skulle prøve ut den metoden.



Figur 4.1.3: en elevs løsningsforslag ved regning av omkrets.

Eksempler på gode tilbakemeldinger og anerkjennelse fra læreren i den lille klassen var for eksempel:

- *"Ok. Kan du forklare oss hva du tenkte når du løste oppgaven?"*
- *"Spennende! Kan du komme frem på tavlen å vise klassen hvordan du løste denne oppgaven?"*

I den store klassen spurte læreren også hva elevene hadde tenkt, men det var ikke like ofte og like grundig som i den lille klassen. Tilbakemeldingene og anerkjennelsen gikk ofte i ord som: "bra", "lurt tenkt", "ikke helt riktig" også videre. Likevel var begge lærerne flink til å ikke kun spørre hva de hadde tenkt når de løste oppgaven feil, men minst like ofte når de hadde regnet riktig. I intervjuet sa begge lærerne at de fokuserte på å gi gode tilbakemeldinger og anerkjenne elevenes ideer, selv observerte jeg store forskjeller mellom klassene.

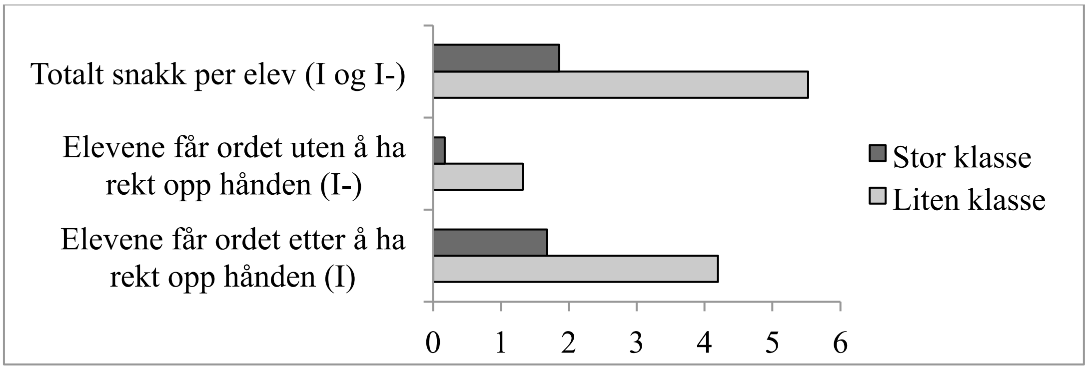
4.2 Aktive elever og læreren hjelper

Etter å ha sett på funn og resultater innenfor del 1 av observasjonsskjemaet som handlet om matematisk fremstilling skal jeg nå ta for meg del 2 av observasjonsskjemaet som handlet om hvor ofte elevene var aktive og hvor ofte læreren hjalp hver enkelt elev basert på kryss-skjemaet i observasjonsskjemaet.

4.2.1 Muntlig aktive elever

I skjemaet som ble brukt for å kartlegge hvor ofte elevene var aktive var det en klar forskjell mellom den lille og store klassen. I den lille klassen var elevene aktiv hele tiden, og det var vanskelig for elevene å falle av, da læreren oppdaget dette rimelig fort. En kunne også se at det var en jevn fordeling over hvor ofte hver enkelt elev var aktiv, og at læreren hadde full kontroll over hvem som hadde sagt noe. Dette fant jeg ut ved å analysere hvilken måte elevene fikk ordet. En ser at de elevene som ikke rakk opp hånden for å få ordet, ble spurt av læreren uten at de hadde rekt opp hånden. På denne måten ble den muntlige aktiviteten hos elevene jevnt fordelt over alle elevene.

I den store klassen ser man også en jevn fordeling over den muntlige aktiviteten hos elevene, også her var læreren flink til å spørre elever selv om de ikke rekte opp hånden, og på den måten fikk med seg de fleste elevene i klasseroms-diskusjonen. Det som i midlertid så ut til å være vanskeligere for læreren i den store klassen, var å holde kontroll på at alle elevene hang med. Dette kunne jeg se ved at enkelte elever satt å hvisket til hverandre, noen styrte med andre ting som viskelær, tegneblyanter osv. Det var mange elever, og dermed kan det ha vært vanskeligere for læreren å oppfatte dersom noen falt av.



Figur 4.2.1: gjennomsnittlig sammenligning på hvor ofte hver elev tok ordet i løpet av en time.

I figur 4.2.1 vises forskjellen på antall ganger hver elev i gjennomsnitt fikk ordet i løpet av en time. Den viser også hvor ofte elevene ble spurt av lærer og hvor ofte eleven selv rakk opp hånden for å svare. Sammenligner vi de to klassenes muntlige aktivitet kan man se en stor forskjell på både hvor ofte elevene snakker, og hvor ofte læreren spurte elevene som ikke rakk opp hånden. Selv om elevene i den lille klassen oftere tok til ordet og at læreren spurte dem oftere, var jeg overrasket over hvor dyktig læreren i den store klassen var til å holde kontroll på hvem som hadde snakket, og ut fra det få en jevn fordeling på hvor ofte hver elev fikk ordet.

4.2.2 Læreren hjelper

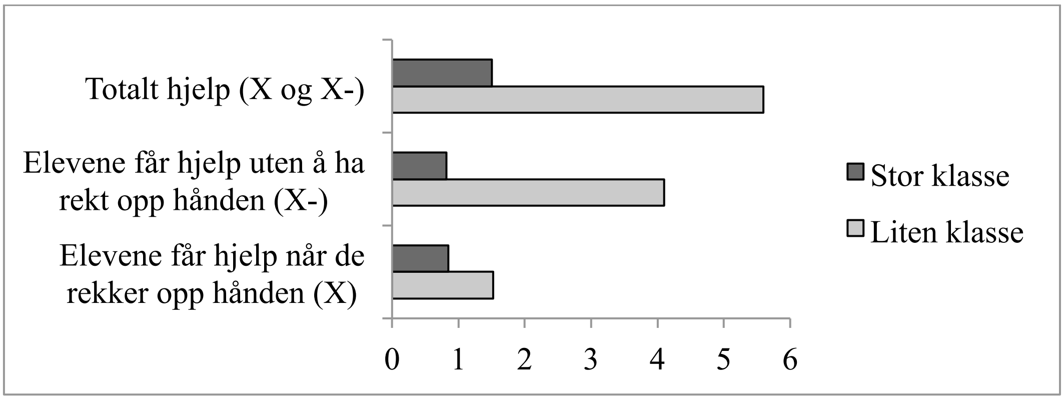
I kryss-skjemaet fra observasjonen fant jeg også en klar forskjell på hvor ofte læreren rakk å hjelpe hver elev i løpet av en time. I den lille klassen var læreren innom hver enkelt elev flere ganger i løpet av en time, og hadde god oversikt over hvem som hadde fått hjelp og hvem som ikke hadde fått. Læreren var flink til å gå innom også de elevene som ikke rakk opp hånden. Gjennom lydopptakene kunne jeg høre at læreren i den lille klassen ga elevene utfordringer, for så å komme tilbake senere å kontrollere at eleven fikk til. Hjelpen fra læreren gikk ofte ut på at læreren snakket med eleven om oppgaven og de tallene oppgaven innebar, ut fra dette klarte elevene som regel å løse oppgavene uten noen videre veiledning. Samtalen mellom lærer og elev var også rettet mot at elevene skulle forstå når de regnet. Et eksempel var når læreren hjalp en elev med å forstå at større omkrets gir ikke alltid større areal. En elev skulle regne arealet og omkretsen på to figurer som var tegnet inn, og svaret ble at arealet var størst i den figuren som hadde kortest omkrets. Eleven mente dette var feil. Læreren gav dermed eleven et strikk som kunne gjøres til mange ulike figurer på et geobrett. Her kunne eleven selv lage ulike figurer og se at lik omkrets kunne gi ulikt areal, og at større omkrets betydde ikke alltid større areal.

I den store klassen var ikke læreren like ofte innom hver enkelt elev, men ut fra observasjonen kunne jeg se at det ikke var så mange elever som ba om hjelp. Læreren gikk mer rundt i klasserommet å passet på at alle elevene arbeidet. Ut fra lydopptaket kunne jeg høre at de gangene læreren hjalp elevene var fokuset på først å lese oppgaven på en annen måte, for deretter å gi dem neste steg i prosedyren for å regne ut svaret. Eksempler på slike ”hint” hvor læreren veiledet for mye var da en elev regnet areal av en trekant og hadde glemt å dele på to etter å ha multiplisert bredde med høyde:

L: *Hvor mange trekanter får du i en firkant?*

E: *To.*

L: *Riktig. Hvor mye må man dele på for å finne arealet av en trekant når du har regnet arealet av en firkant?*



Figur 4.2.2: gjennomsnittlig sammenligning av hvor ofte læreren hjalp hver elev i løpet av en time.

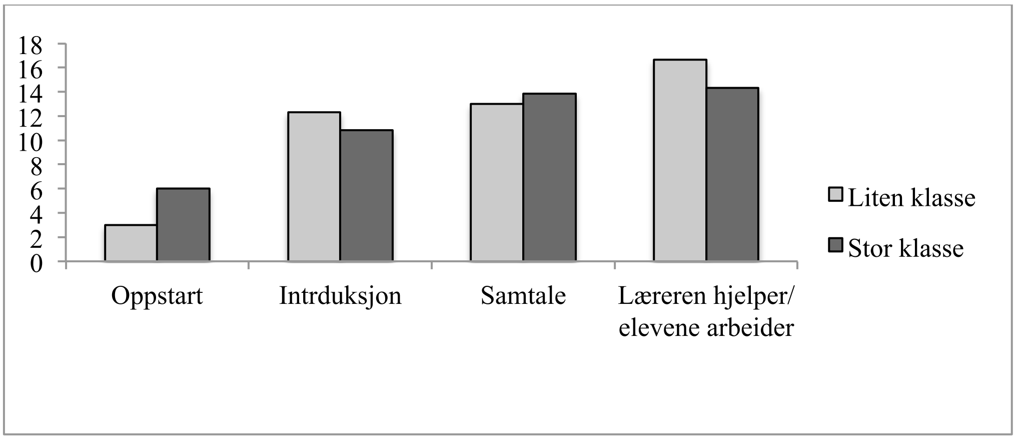
Dersom vi sammenligner hvor ofte og hvordan læreren hjalp elevene viser tallene at læreren var oftere innom hver enkelt elev i den lille klassen og der var også det matematiske innholdet på det læreren sa av høyere nivå. Den lille klassen gikk dypere inn i forståelsen mens den store klassen fokuserte mer på prosedyrer. Også dette presiserte læreren fra den lille klassen som også underviste i en stor klasse i intervjuet:

"Jeg merker stor forskjell i måten jeg hjelper elevene på i de to klassene. I den lille klassen har jeg mer tid og har mulighet til å diskutere med dem og få dem til å forstå. I den store klassen kan jeg kanskje bli litt for ledende fordi jeg har liten tid".

Læreren i den store klassen mente også at tiden ikke alltid strakk til, og at typer elever i klassen kunne gjøre at det i store klasser kunne være dårlig med tid. På den andre siden opplevde jeg elevene i den store klassen som mer selvstendige enn i den lille klassen. De hadde ikke behov for hjelp til en hver tid, og de hadde heller ikke behov for at læreren måtte bekrefte at det de hadde gjort var riktig. I tillegg observerte jeg tidlig at elevene i den store klassen var mye raskere til å løse oppgaver da de brukte algoritmer.

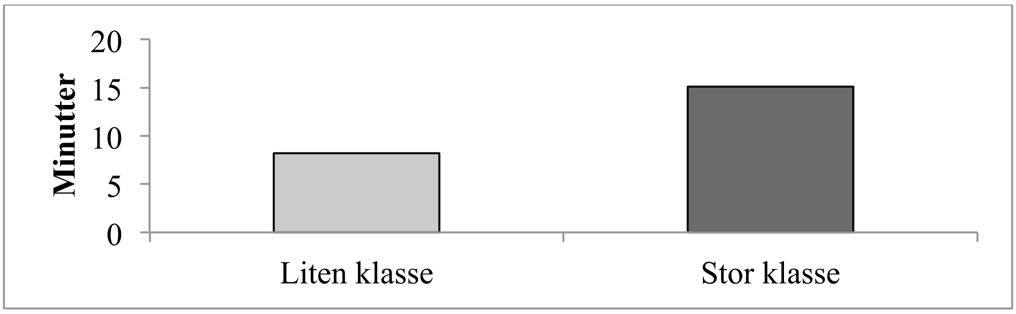
4.3 Tidsbruk

En tredje del av observasjonsskjemaet var tidsbruken. Her fant jeg ikke noen tendenser på hvordan tidsbruken ble fordelt på kategoriene ut fra antall elever i klassen.



Figur 4.3: Antall minutter i gjennomsnitt brukt på hver kategori.

Det eneste jeg kunne notere underveis som viste seg å være forskjellig var tid i timen som ble brukt på annet enn matematikk. Som vist i figur 4.3.1 kan en se at den store klassen brukte mer tid til annet enn matematikk i løpet av en undervisningstime. Dette var tid som ble brukt før de kom i gang med matematikken, beskjeder og spørsmål som angikk andre fag eller situasjoner enn matematikken.



Figur 4.3.1 viser en oversikt over gjennomsnittlig tid som ble brukt til andre ting enn matematikk i løpet av en undervisningstime.

Gjennom intervjuet med lærerne kom det også tydelig frem at de begge mente at fordeling av tiden ikke var noe som var påvirket av antall elever, men heller av hvordan dem som lærer mente det var hensiktsmessig og legge opp undervisningen på. For eksempel sa en lærer:

”*Tidsbruken varierer mer mellom de ulike temaene. Jeg tror jeg legger opp undervisningen likt uansett om det er en stor eller liten klasse. Det som kanskje er forskjellig er tiden som blir brukt til andre ting”.*

Den andre læreren mente også at tidsbruk ble påvirket av andre faktorer:

”*Tidsbruken blir fordelt ulikt mellom klasser, men dette påvirkes mer av meg som lærer og hvordan jeg ønsker å legge opp timen. Men jeg tror det går mer tid i større klasser til ikke matematiske ting, slik som å snakke om hva som har hent i helgen.”*

5.0 Diskusjonsdel

For å forsøke å svare på problemstillingen min ”Hvordan påvirkes matematikkundervisningen av antall elever i klassen?” og forskningsspørsmålene mine, vil jeg i dette kapitlet diskutere funnene mine fra både observasjonene og intervjuene. Diskusjonen deles inn i tre ulike deler, på lik måte som i resultatdelen. Hver del vil diskuteres i lys av teori, tidligere empiri og ved bruk av lærerens meninger fra intervjuene. I første del ønsker jeg å diskutere det matematiske innholdet knyttet til undervisning rettet mot instrumentell og relasjonell forståelse. I andre del ser jeg på elevenes aktivitet i undervisningen og lærerens mulighet til å hjelpe elevene. I tredje del ser jeg kort på tidsbruken til læreren.

5.1 Hvordan påvirkes det matematiske innholdet?

Som det kom frem i resultatdelen var det stor forskjell på det matematiske innholdet i undervisningene hos den lille og den store klassen. Forskjellen gjenspeilte seg blant annet gjennom den matematiske fremstillingen til læreren, valg av oppgaver og tilbakemeldinger fra læreren.

5.1.1 Matematisk fremstilling

Den lille klassen hadde en matematisk fremstilling som var rettet mot den relasjonelle forståelsen, mens den store klassen hadde en mer instrumentell fremstilling av matematikken. Som en kunne se i figur 4.1.1.3 fra resultatdelen var dette noe som gikk igjen innenfor alle dimensjonene. På den andre siden, gjennom intervjuet, hadde begge lærerne en veldig klar og veldig lik oppfatning av hvordan de mente elevene skulle lære matematikk. Stikkordene her var: forståelse, ulike svar, varierte oppgave, virkelighetsnært også videre. Begge hadde altså en relasjonell tanke rundt hvordan undervisningen skulle være. Men hvorfor observerte jeg at praksisen var ulik?

Ser en for eksempel på samtalene i de to klassene, hvor elevene i den lille klassen alltid måtte resonnere og forklare svarene de hadde fått, mens i den store klassen holdt det med å bare gi det riktige svaret. Det som i midlertid var en gjennomganger i klassene var at begge lærerne arbeidet mye med å få med flest mulig elever aktiv i samtalene. Ser man på resultatene viser de at læreren i den store klassen er flink til å få med mange elever, og gjennom intervjuet ble det påpekt at fokuset var på at alle skulle delta muntlig. Nettopp dette tror jeg er en av årsakene til at innholdet i den matematiske samtalen blir forskjellig. I den lille klassen har man mulighet til å få med alle, samtidig som de kan bruke godt tid på å forklare og dele svarene sine, som er en kilde til å oppfatte elevenes forståelse og misforståelse (Chapin et al., 2009). I en stor klasse derimot hadde en ikke mulighet til at alle kunne gi utfyllende svar, og en måtte da velge mellom å få med flest mulig elever som ga korte svar, eller færre elever med lengre svar. Det siste alternativet er det jeg oppfatter som skjer i den store klassen og som skaper forskjeller i blant annet klassesamtalen. Når alle elevene skulle gi svar førte det til at det de svarte og det læreren spurte etter ofte dreide seg om hvilket svar de fikk på oppgaven, ikke hvordan de kom frem til det. På bakgrunn av dette opplever jeg at klassestørrelsen spiller en rolle for hvordan læreren velger å bruke tiden på diskusjon, enten velge å få alle med, eller så velges få elever med utdypende svar.

Introduksjonen av lærestoffet i de to klassene opplevdes også som forskjellig, hvor læreren i den lille klassen fokuserte på at elevene selv skulle finne frem til egne løsningsmetoder, mens læreren i den store klassen kom med gode prosedyrer for enkelt å kunne løse oppgaver. I figur 4.1.1.3 kan en også se at måten læreren introduserte lærestoffet på var mer instrumentelt rettet og på et lavere nivå i den store klassen. Skemp (1989) sier at en relasjonell forståelse av matematikken kan ta lengre tid å lære, noe som gjør at læreren i den store klassen kanskje ikke ville hatt tid da det krever mer hjelp og veiledning. En undervisning rettet mot instrumentell forståelse vil kanskje i store klasser være enklere og ta kortere tid før alle elevene får til å løse oppgavene. Dersom en underviser mot en instrumentell forståelse er det også enklere og tar mindre tid å hjelpe elevene dersom de ikke forstår, for da kan en bare forklare videre hvordan stegene i prosedyren fungerer fremfor å få dem til å forstå. Dette er også noe Skemp (1989) nevner som en av fordelene ved å undervise med sikt på instrumentell forståelse. I intervjuet ble dette også dratt frem av den ene læreren som underviste i både en liten og stor klasse, der læreren mente undervisningen ble mer fokusert på en instrumentell forståelse i den store klassen fordi det var enklere å få alle til å klare å løse oppgavene. Skemp (1989) sier også at undervisning som tar sikte på instrumentell forståelse har en fordel ved at elevene får svarene raskere, og dette vistes godt under observasjonen når elevene i den store klassen arbeidet med omgjøring mellom måleenhetene ved hjelp av et skjema. Her kan en også se at klassestørrelsen kan se ut til å ha en innvirkning på hvordan læreren velger å fremstille matematikken med tanke på hvor god tid en har til at elevene skal klare å løse oppgavene og lærerens tid til å hjelpe. Flere elever kan gjøre matematikken mer rettet mot instrumentell forståelse da det tar kortere tid å lære.

Figur 4.1.1.2 viser at den matematiske fremstillingen i den store klassen varierte mye mellom kategoriene, hvor det matematiske innholdet fikk lavere nivå når læreren ikke var den som skulle forklare. Dette tror jeg er fordi når læreren introduserte matematikken var det gjennomtenkt hvordan det var ønskelig å legge det frem, men når de skulle ha samtale i klassen ble lærere mer opptatt av at alle skulle delta, og dermed ble det matematiske innholdet i svarene tatt bort, og fokuset ble å gi riktig svar.

Min samlede vurdering av den innsamlede dataen fra både intervjuene og observasjonene er at klassestørrelsen gjør den matematiske fremstillingen ulik, hvor flere elever fører til en mer instrumentell undervisning fordi det er enklere, tar mindre tid og man rekker over å la alle elevene svare og ha tid til å hjelpe dem. Dette er også noe som er funnet i tidligere forskning (Finn et al., 2003) og som Mathsolutions (u.å.) sier er et svar de ofte har fått fra lærere når de snakker om å undervise mot en relasjonell forståelse. Skemp (1976) sier at å jobbe med begreper og forståelse kan ta for lang tid, som igjen kan gå på bekostning av andre temaer. Det at undervisningen blir mer instrumentell når det blir flere elever er også et funn som er gjort i en lignende masteroppgave av Eilertsen (2013). Kilpatrick et al., (2001) påpeker at dersom elevene skal oppnå matematisk kyndighet gjennom de fem trådene må de undervises til det. I den lille klassen med en undervisning rettet mot relasjonell forståelse med fokus på undersøkende matematikk og forståelse for prosedyrer vil være et bedre utgangspunkt for å kunne utvikle den matematiske kyndigheten, enn i den store klassen som fokuserer på en mer instrumentell fremstilling. Dermed kan man igjen si at antall elever i klassen kan påvirke hvordan matematikken fremstilles og hvordan elevene utvikler sin matematiske kyndighet. Her kan en trekke inn det som ble sagt i teoridelen om at flere studier (Bohrstedt et al, 2000; Mosteller, 1995) tester gjennom oppgaver, og vil dermed kanskje ikke oppdage forskjellen i fremstillingen av matematikken i undervisningen og elevenes muntlige ferdigheter.

5.1.2 Varierte oppgaver

Figur 4.1.2 viser hvor ofte elevene arbeidet med problemløsningsoppgaver og intramatematiske/prosedyrerettede oppgaver i løpet av min observasjonsperiode. Her kan man se at den lille klassen har betydelig større andel av problemløsningsoppgaver enn den store klassen. Den lille klassen varierte også mellom flere ulike typer oppgaver og kontekster i løpet av en time, mens den store klassen hadde enten problemløsning eller lærebok undervisning som fokuserte på intramatematiske og prosedyrerettede oppgaver. I den lille klassen ble oppgavene knyttet til virkelighetsnære kontekster, samtidig som de arbeidet med intramatematiske oppgaver. Når en knytter oppgavene til kontekster som elevene opplever som virkelighetsnære, vil dette kunne gi dem engasjement fordi de lettere kan forstå nødvendigheten ved matematikken (Skemp, 1989). Jeg tror bakgrunnen for at den lille klassen bruker flere ulike måter å arbeide på i løpet av en time kommer av at det er enkelt for læreren å skifte mellom ulike arbeidsmåter uten at det skaper noen problemer. Mindre klasser gir mer rom for eventyrlysten og fleksibel undervisning (Blatchford et al., 2009), noe jeg også opplevde ved at det var enklere å få ni elever til å bytte over til noe annet eller gjøre utradisjonelle oppgaver, enn 19 elever. Store klasser kan bruke forskjellige læringsmetoder, men jeg opplever at det er flere begrensninger på grunn av antall elever i klassen.

På en annen side skal også læreren ha kontroll over elevene, og skal kunne ha en oversikt over hva elevene får til og hva de ikke får til. Her kan jeg vise til eksemplet fra resultatdelen hvor elevene i den store klassen skulle ut å måle gjenstander på skolen. Elevene ble spredt, og læreren hadde ingen kontroll over hva som ble gjort og om alle elevene hadde forstått. Det at den store klassen arbeidet med intramatematike og prosedyrerettede oppgaver på sine faste plasser i klasserommet fire av seks timer som ble observert tror jeg ikke er noen tilfeldighet. Når elevene sitter på sine faste plasser og arbeider med slike oppgaver er det enklere å holde kontroll, mindre uro og læreren har enklere tilgang til å hjelpe elevene og mer tid til hver elev da det er enklere å hjelpe elevene når de har et instrumentelt fokus hvor det handler om å vise dem neste steg i prosedyren (Skemp, 1989). De to gangene den store klassen arbeidet med problemløsning brukte de hele undervisningen til det, som tyder på at problemløsningsoppgaver er noe læreren ser på som noe som tar lang tid, og ikke noe en kan bruke som en del av timen. Når elevene arbeider med kun en arbeidsmetode i samme kontekst kan det føre til at kunnskapen blir instrumentell ved at elevene kun kan anvende den i en bestemt kontekst (Hiebert & Lefevre, 1986). Den lille klassen løste samme type oppgaver i flere forskjellige kontekster i løpet av undervisningen, noe som gjør kunnskapen lettere anvendbar i andre kontekster og de utvikler anvendelses tråden til Kilpatrick (2001). Valg av arbeidsmetoder og oppgavetyper opplevde jeg også som en del av undervisningen som ble påvirket av antall elever i klassen, hvor færre elever gav mer variasjon og gjorde det enklere å variere.

5.1.3 Tilbakemeldinger og anerkjennelse

Resultatene viser at begge lærerne var flinke på å få elevene til å gi svar, mens måten de anerkjente og ga tilbakemeldinger var svært forskjellige. Læreren i den lille klassen brukte mer tid og ga mer utfyllende tilbakemeldinger og anerkjennelse til elevene. I den lille klassen hadde de også mer tid til å ta opp elevenes ulike ideer, og læreren kunne dermed gi klare tilbakemeldinger på det elevene hadde tenkt. Siden det var få elever kunne også læreren bruke elevenes ideer på tavlen slik at elevene fikk anerkjennelse for sine ideer, for eksempel ved at læreren brukte deres ideer videre i undervisningen. I den store klassen delte ikke alltid elevene like utfyllende svar på hva de hadde tenkt og hvordan de kom frem til svaret. Dette gjorde at læreren ikke kunne gi noen spesifikke tilbakemeldinger eller anerkjennelse fordi enten var svaret riktig eller galt, da læreren ikke viste hva elevene hadde tenkt. Læreren i den store klassen var derimot flink til å bruke svarene til elevene for å få resten av klassen til å tenke over om det var riktig. Dette ble gjort ved at læreren spurte klassen om de mente svaret var riktig eller galt. Selv om eleven ikke forklarte hva han hadde tenkt var de andre nødt til å tenke over hva som var svaret og prøve å selv regne ut om det var riktig. Læreren i den store klassen var opptatt av at flest mulig elever skulle få gi et svar, og tenkte kanskje at anerkjennelse og tilbakemeldinger tok for mye tid, selv om det absolutt ikke trengte å ta mye tid.

5.2 Aktive elever

Krysskjemaet over hvor aktive elevene var viste en tydelig forskjell i de to ulike klassene. I den lille klassen snakket hver enkelt elev betydelig oftere enn i den store klassen. Likevel var læreren i den store klassen flink til å fordele slik at flest mulig fikk snakket i løpet av en time, og hadde god kontroll over hvem som hadde snakket og hvem som ikke hadde. Tiden som ble brukt til en matematisk samtale i klassene var ganske lik, derfor sier det seg selv at hvor ofte hver elev får snakke vil bli mindre i en større klasse. I en klasse med ni elever er det da naturlig at hver elev oftere kommer til ordet og har mulighet til å gi lengre forklaringer enn i en klasse på 19 elever. Som nevnt i den matematiske fremstillingen var det elevene sa i den lille klassen mer rettet mot en relasjonell forståelse enn i den store. Det tror jeg er fordi læreren fokuserte på å la alle dele litt fremfor at noen delte mye, og som Chapin et al. (2009) sier er det viktig at alle elevene har mulighet til å delta.

Selv om jeg opplever at det elevene i den store klassen delte i plenum var rene svar eller prosedyrerettede svar, så var elevene aktiv på en annen måte i den store klassen. Som nevnt og som læreren i den store klassen sa gjennom intervjuet, så tar det tid dersom alle elevene skal dele sine svar. I den store klassen brukte de derfor læringspartner, noe jeg opplever som en løsning for at elevene skal kunne få diskutert uten at det tar for mye tid (Chapin et al., 2009). Læreren i den store klassen fortalte i intervjuet at læringspartnerne var satt sammen av en sterk og en svak elev for å kunne løfte opp de svake elevene. Elevene fikk ofte spørsmål som de skulle diskutere før de deretter skulle dele sine svar. Selv om svarene i plenum var instrumentelle og beregningsrettede svar, kunne jeg observere noen gode diskusjoner mellom elevene før de kom frem til svaret. Som Chapin et al. (2009) nevner er det mange viktige grunner til at elevene skal snakke matematikk, og både han og jeg mener læringspartner er en god idé til å la alle elevene diskutere og forklare matematikken i store klasser, hvor tiden ikke strekker til for at alle elevene skal få dele ideer og løsningsmetoder i plenum. Flere elever i klassen så ut til å påvirke kvaliteten på det elevene ble gitt mulighet til å dele i plenum, mens læringspartner virket som en løsning for at elevene skulle få diskutere.

Selv om læreren i begge klassene var flinke til å få alle eleven til å delta kunne jeg observere at det i den store klassen var enklere for elever å falle bort eller anonymisere seg. Det skal sies at det ikke opplevdes som et stort problem, men i den lille klassen var dette noe jeg ikke kunne se i det hele tatt. Det at noen elever falt bort eller anonymiserte seg var rett og slett enklere i en stor klasse, nettopp fordi læreren hadde mange å holde styr på og hadde ikke mulighet til å følge med alle samtidig. En kan også bruke social loafing som en mulig forklaring for dette, nettopp fordi det er en større gruppe, og dermed vil hvert individ kunne føle mindre ansvar for å måtte delta (Kashti et al., 1984). Det at elevene satt sammen som læringspartner kan også gjøre at en prøver å skjule seg bak den andre og ikke føler ansvar for å måtte svare, mens i den lille klassen satt dem alene og var kun ni stykker og det ble da veldig vanskelig å skjule seg bak noen.

5.3 Læreren hjelper elevene

Læreren var oftere innom å hjalp hver enkelt elev i den lille klassen enn den store. Samtidig som det virket som elevene i den store klassen ikke trengte så mye hjelp. Grunnen til at elevene i den lille klassen trengte oftere hjelp tror jeg kommer av at de fokuserte mye på forståelse og lærte matematikken gjennom forståelsen før de fikk bruke algoritmer, noe som er vanskeligere og tar lengre tid enn å lære det gjennom en instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Den store klassen derimot øvde inn prosedyrer og var flink til å bruke algoritmer og fant fort frem til svarene. Som Skemp (1989) sier er det enklere å lære instrumentell forståelse, og derfor tror jeg elevene i den store klassen trengte mindre hjelp enn i den lille klassen. I den lille klassen gikk læreren rundt å diskuterte med hver enkelt elev om hva de tenkte, for senere å gå tilbake å følge opp utfordringer de hadde gitt eller bare sjekke om elevene fikk til. Dersom den store klassen skulle fokusert på en relasjonell forståelse tror jeg elevene ville trengt mer hjelp fra læreren, noe som igjen kunne gjort at læreren ikke rakk over alle elevene. Læreren som underviste i liten og stor klasse sa i intervjuet: *I den store klassen føler jeg ikke at jeg rekker å hjelpe alle elevene når jeg fokuserer for mye på forståelsen. Det er timer hvor jeg faktisk ikke får vært innom hver enkelt elev, og da har jeg heller ikke kontroll på om de har fått noe ut av undervisning.* Derfor tror jeg en instrumentell matematisk fremstilling også gjør at læreren rekker over elevene, for når læreren hjelper elevene så handler det om å lære dem stegene i en prosedyre, noe som tar mye mindre tid enn å samtale om forståelsen, sammenhengene og forklaringene.

Dersom en ser tilbake til tidligere forskning viser det at samtalen mellom lærer og elevene oftere forekommer i små klasser, og at samtalen er mer akademisk og mer rettet mot læringsaktivitetene (Finn et al., 2003). Selv om læreren i den store klassen hjalp elevene sjeldnere og ofte bare viste veien videre til neste steg i prosedyren, var læreren flink til å bruke læringspartneren for å skape en diskusjon. Også her mener jeg at læringspartner er til hjelp for lærere i store klasser, fordi elevene har mulighet til å hente hjelp i sin partner før de spør læreren.

På en annen side opplevde jeg at elevene i den store klassen var betydelig mer selvstendige enn i den lille klassen. De var opplært til at de ikke kunne spørre etter hjelp hele tiden sa læreren, og de var nødt til å prøve selv før de spurte etter hjelp, slik at læreren fikk tid til alle elevene. Selvstendighet var noe som ble tatt opp i intervjuet av begge lærerne, hvor læreren i den lille klassen mente at hennes elever var mindre selvstendige og var avhengig av å få en bekreftelse på om det de hadde gjort var riktig, mens læreren i den store klassen mente sine elever var selvstendig fordi de ikke alltid kunne få hjelp med en gang siden de var så mange elever. Læreren i den lille klassen påpekte også at som lærer i små klasser måtte man arbeide med å ikke henge over elevene hele tiden, men la dem prøve å arbeide selvstendig og gruble litt før dem fikk hjelp. Også her ser en at antall elever påvirker hvordan undervisningen er og hvordan læreren hjelper elevene, hvor flere elever gjør at hjelpen blir mer instrumentell og prosedyrerettet.

Siden læreren i den lille klassen hadde mer tid til hver enkelt elev tenker jeg at det vil være en fordel for både svake og sterke elever å gå i små klasser da læreren har mulighet til å gi mer støtte eller gi mer utfordrende oppgaver og følge opp enkeltelever. Det er gjort funn som sier at små klasser utjevner forskjeller, hvor svake elever presterer bedre på nasjonale prøver dersom de går i små klasser (Trøndelag Forskning og Utvikling, 2013). Begge lærerne sa også i intervjuet at hvilke type elever en hadde i klassen hadde betydning for hvor god tid de hadde til alle elevene både i forhold til matematikken og til å snakke om andre ting. Finn et al (2003) sier at det ikke kun er den matematiske samtalen mellom elevene som er bedre i små klasser, men at man har mer tid til å bli kjent med elevene, og at lærere i store klasser ofte sier at de ikke kjenner elevene godt nok. Dette er også en forestilling jeg hadde før min forskning, men som ikke stemte i den store klassen jeg observerte.

5.4 Tidsbruk

Hvordan læreren fordelte tiden sin utfra de ulike kategoriene i observasjonsskjema ga ikke noen store forskjeller mellom klassene. Det som skilte seg ut var at den store klassen brukte mer tid til ikke matematisk innhold. Dette er en faktor som begge lærerne trodde var tilfelle i større klasser på grunn av elevantallet. Under observasjonen var det tydelig at flere elever ga flere spørsmål og ønske om å fortelle enn i små klasser. For eksempel når de på mandag skulle snakke om hva de hadde gjort i helgen. Det sier seg selv at det tar mer tid når 19 elever skal fortelle hver sin historie enn når ni stykker skal gjøre det. Johnston (1990) og Molnar et al. (1999) sier at det blir brukt mer tid til ikke matematiske ting og nevner uro og disiplin som en av grunnene. I den store klassen var det noe mer støy og små prat, men jeg opplever ikke at dette er noe som tar mye tid, det er heller det at det var mange elever som ønsket å si litt hver, og hadde ulike spørsmål som handlet om andre ting enn matematikken. Denne kategorien var den eneste som jeg ikke opplevde ble betydelig påvirket av antall elever i klassen, men som heller kunne påvirkes av andre faktorer.

6.0 Avslutning

I dette studiet ønsker jeg å oppsummere med at antall elever i klassen påvirker tiden til hvordan matematikken fremstilles. Tiden er den røde tråden som går igjen i alle sammenligninger, og spiller en viktig rolle for hvordan matematikken fremstilles i flere deler av undervisningen, som for eksempel i introduksjonen, matematiske samtalen og når læreren hjelper. I mindre klasser har en på grunn av tid til hver elev større mulighet til å gå grundig og dypt inn i matematikken slik at undervisningen kan fokusere på en relasjonell forståelse (Skemp, 1989) og en matematisk kyndighet (Kilpatrick, 2001). Med mer tid ligger mulighetene til rette for gode og fyldige diskusjoner hvor alle elevene kan delta og komme med ideer og løsningsmetoder. Lærerne vil åpenbart ha mer tid til hver elev i en liten klasse, noe som spesielt vil være en fordel for svake elever (Trøndelag Forskning og Utvikling, 2013). Større klasser gir mindre tid til hjelp per elev fra læreren og tid til deltakelse, som igjen fører til en undervisning som er mer rettet mot en instrumentell forståelse. Oppgaven min er begrenset til å se på undervisningen, ikke på hvordan kunnskap elevene har. Dermed kan jeg ikke si noe om denne forskjellen. Men undervisningen i den lille klassen fremmer etter mitt syn i større grad relasjonell forståelse og matematisk kyndighet enn i den store klassen som hadde en undervisning rettet mot instrumentell forståelse (Hiebert & Lefevre, 1986; Skemp, 1976).

6.1 Videre forskning

Studiet mitt viser at det i den store klassen ble undervist mer instrumentelt, og en av grunnene til dette var tiden til hver enkelt elev. Her kan en stille spørsmålet om det er mulig å undervise like relasjonelt i store klasser som i små? Jeg tror det er en mulighet, men som Skemp (1989) sier så vil det kanskje gå på bekostning av andre emner. Selv tror jeg også at dette vil gjøre at læreren ikke rekker å hjelpe alle elevene, og det må bli brukt mer tid til diskusjon og introduksjon, som betyr mindre tid til oppgaver. Videre kunne det vært spennende å testet det matematiske innholdet i flere klasser, og prøvd å undervise med relasjonelt fokus i store klasser for å se utfallet.

Ser en tilbake til spørsmålet som ble stilt i slutten av teoridelen hvor store undersøkelser ikke går i dybden på hvordan elevene kan matematikken, vil det være interessant å videre gjøre en kvalitativ forskning på elevenes forståelse av matematikken i store og små klasser. For deretter sammenligne for å se om det er forskjell på den relasjonelle forståelsen, da tester og eksamener har stort fokus på den instrumentelle forståelsen.

7.0 Referanseliste

Achilles, C. (1999). *Let's Put Kids First, Finally: Getting Class Size Right.* Thousand Oaks: Corwin.

American Association of Univeristy Womens. (1992). *How schools shortchange girls.* Wahington DC: AAUW.

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. I J. Kilpatrick, *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (ss. 27-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Bateson, G. (1991). *Ånd og Natur.* København: Rosinante/Munksgaard.

Bjørndal, C. R. (2012). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning.* Oslo: Gyldendal akademisk.

Blatchford, P., Russell, A., & Brow, P. (2009). Teaching in Large and Small Classes. I L. J. Saha, & A. G. Dworkin, *International Handbook of Research on Teachers and Teaching* (Vol. 21, ss. 779-790). New York: Springer Science + Business Media.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experience and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education , 29* (1), 41-62.

Boaler, J. (2008). Promoting 'relational equity' and high mathematics achievement through an innovative mixed ability approach. *British Educational Research Journal , 34* (2), 167-194.

Bohrnstedt, G. W., Stecher, B., & Wiley, E. (2000). The California class size reduction evaluation: Lessons learned. I M. C. Wang, *How small classes help teachers do their best* (ss. 201-225). Philadelphia: Temple University Center for Research in Human Development and Education.

Bryman, A. (2012). *Social Research Methods.* Oxford: Oxford University Press.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn.* Sausalito, CA: Math Solutions.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work - coping with multiple theoretical perspectives. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 3-107). United States of America: Information Age Publishing.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education.* New York: Routledge.

Creswell, J. V., Miller, D. L. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice*, 39:3, 124-130. Hentet Mai 11, 2015 fra: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s15430421tip3903_2

Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode .* Oslo: Universitetsforlaget.

Eilertsen, B. (2013). *Hva påvirker undervisningene til matematikklærerne?* Hentet April 15, 2015 fra http://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/148799/1/Eilertsen_2013.pdf

Eriksen, E. (2015, 7. mai). *Mange elever har svært lite utbytte av* *fellesundervisningen.* Hentet Mai 8, 2015 fra http://nordnorskdebatt.no/article/mange-elever-har-svaert-lite

Everston, C. M., & Folger, J. (1989). *Small classes, large classes: What do teachers do dofferently?* . Paper, San Francisco, CA.

Finn, J. D., Pannozzo , G. M., & Achilles , C. M. (2003). The “Why’s” of Class Size: Student Behavior in Small Classes. I F. C. Worrell, & D. D. Dixson, *Review of Educatinal Research* (Vol. 73, ss. 321-368). American Educational Research Association.

Forsyth, D. R. (1999). *Group Dynamics* (Third Edition. utg.). Belmont, CA: Wadsworth Publishing Company.

Frankfort-Nachimias, C., & Nahmias, D. (1992). *Reasearch Methods in the Social Sciences.* London: Worth Publishers.

Gamoran, A. (2001). Beyond curriculum wars: Contetn and understanding in mathematics. I T. Loveless, *The great curriculum debate: How should we teach reading and math?* (ss. 134-162). Whashington DC: Brookings Institution Press .

Glass, G. V., & Smith, M. L. (1979). Meta-Analysis of Research on Class Size and Achievement. *Educational Evaluation and Policy Analysis* , 2-16.

Goldstein, F. C., & Levin, H. S. (1987). Disorders of reasoning and problem-solving ability. I M. Meier, A. Benton, & L. Diller, *Neuropsychological rehabilitation* (ss. 327-354). New York: Churchill Livingstone.

Grenness, T. (2012). *Hvordan kan du vite om noe er sant?* Trondheim: Cappelen Damm Akademisk.

Hanushek, E. A. (1998). *The Evidence on Class Size.* Hentet April 24, 2015 fra Hanushek Stanford: http://hanushek.stanford.edu/sites/default/files/publications/Hanushek%201998%20HouseTestimony%20Class%20Size.pdf

Hattie, J. (2005). The paradox of reducing class size and improving learning outcomes. *International Journal of Educational Research , 43*, 387–425.

Helstrup, T. (1996). *Oversikt over ulike retninger innen læring og læringsforskning, med vekt på kognitiv psykologi.* Oslo: Cappelen Akademisk forlag.

Henningsen, M., & Stein, M. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education , 28* (5), 524-549.

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students Learning. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 371-404). USA: Information Age Publiching Inc.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. I J. Hiebert, *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (ss. 1-27). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Ingierd, H. (2009, Mars). *Humaniora, samfunnsfag, juss og teologi*. Hentet

Mai 15, 2014 fra etikkom.no: https://www.etikkom.no/FBIB/Introduksjon/Innforing-i-forskningsetikk/Humaniora-samfunnsfag-juss-og-teologi/#krav

Johnston, J. M. (1990). *What Are Teachers' Perceptions of Teaching in Different Classroom Contexts?* Hentet April 24, 2015 fra Eric - Institute og Education Sciences: http://eric.ed.gov/?id=ED320867

Karau, S. J., & Williams, K. D. (1993). Social loafing: A meta-analytic review and theoretical intergration. *Journal of Personality and Social Psykology* , 681-706.

Kasthi, Y., Arieli, M., & Harel, Y. (1984). Classroom seating as a definition of situation: Observations in an elementary school in one development town. *Urban Education,* 19, 161-181.

Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics , 47*, 101-116.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Kleven, T. A. (2011). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode - En hjelp til kritisk tolkning og vurdering.* Oslo: Unipub.

Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Ad Notam Gyldendal AS.

Lampert, M. (1990). Connecting inventions with conventions. I L. P. Steffe, & T. Wood, *Transforming Children's Mathematics Education: International Perspectives* (ss. 253-265). Hillsdale, New Jersey: Erlabum.

Latane, B., Williams, K., & Harkins, S. (1979). Many hands make light the work: The causes and consequences of social loafing. *Journal of Personality and Social Psycology* , 823-832.

Leuven, E., Oosterbeek, H., & Rønning, M. (2008, April). *Quasi-experimental estimates of the effect of class size on achievement in Norway.* Hentet April 28, 2015 fra Econstor: https://www.econstor.eu/dspace/bitstream/10419/35211/1/566049678.pdf

Lev-Zamir, H., & Leikin, R. (2012). Saying versus doing: teachers' conceptions of creativity in elementary mathematics teaching. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education* , 295-308.

Lortie, D. C. (2002). *Schoolteacher. A Sociological Study.* Chicago: University of Chicago Press.

Lund, T., & Haugen, R. (2006). *Forskningsprosessen.* Oslo: Unipub forlag.

Maier, P., Molnar, A., Percy, S., Smith, P., & Zahorik, J. (1997, Desember 1). *First Year Results of the Student Achievement Guarantee in Education Program.* Hentet April 26, 2015 fra National Education Policy Center: http://nepc.colorado.edu/publication/first-year-results-student-achievement-guarantee-education-program

Matematikksenteret. (u.å.). *De fem grunnleggende ferdigheter*. Hentet April 11, 2015 fra Matematikksenteret: http://www.matematikksenteret.no/content/1676/De-fem-grunnleggende-ferdigheter

Matematikksenteret. (u.å.). *Hva betyr det å være god i matematikk?* Hentet April

18, 2015 fra Matematikksenteret: http://matematikksenteret.no/content/4526/Hva-betyr-det-a-vare-god-i-matematikk

Mathematics, N. C. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: An Overview.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet. En undervisningslære.* Oslo: NKI-forlaget.

Mogstad, L. M. (u.å.). *Kvantitative og kvalitative metoder.* Hentet April 29, 2015 fra NDLA: http://ndla.no/nb/node/93376

Molnar, A., Smith, P., & Zahorik, J. (1999). *1998-99 evaluation results of the Student Achievement Guarantee in Education (SAGE) program.* Milwaukee: University of Wisconsin, School of Education.

Morse, J. M., Barrett, M., Mayan, M., Olson, K. & Spiers, J. (2002). Verification Strategies for Establishing Reliability and Validity in Qualitative Research. *International Journal of Qualitative Methods 1*.

Mosteller, F. (1995). *The Tennessee study of class size in the early school grades*. Hentet Mai 2, 2015 fra http://futureofchildren.org/futureofchildren/publications/docs/05_02_08.pdf

National Center for Educational Statistics, (1998): Video examples from the TIMSS Videotape Classroom Study, NCES 98-092. Washington, DC: U.S. Dept. Of Education, Office of Educational Research and Improvement.

National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Assessment standards for teaching mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics

Niss, M. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* . Roskilde: Undervisningsministeriet.

Nordenbo, S. E., Holm, A., Elstad, E., Scheerens, J., Larsen, M. S., Uljens, M., et al. (2010, Juni). *Input, Process, and Learning in primary and lower secondary schools.* Hentet Apri 17, 2015 fra Utdanningsdirektoratet: http://www.udir.no/Upload/Forskning/2010/5/faktorer_laring_clearinghouse.pdf?epslanguage=no

O'Connor, M. C., & Michaels, S. (1996). Shifting participant frameworks: Orchestrating thinking practices in group discussion. I D. Hicks, *Discourse, learning and schooling* (ss. 63-103). New York: Cambridge University Press.

OECD. (2009). *PISA 2009 Assessment Framework Key competencies in reading, mathematics and science.* Hentet April 27, 2015 fra OECD: http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/44455820.pdf

Patton, M. Q. (2001). *Qualitative Research & Evaluation Methods* (Vol. 3). London: SAGE Publications.

Polya, G. (2004). *How to solve it: Anew aspect of mathematical method.* Princeton:

Princeton university press.
Postholm, M. B. (2005). *Kvalitativ metode - En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier.* Oslo: Universitetsforlaget.
Postholm, M. B., & Moen, T. (2009). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen : metodebok for lærere, studenter og forskere.* Oslo: Universitetsforlaget.
Robinson, G. E. (1990). *Synthesis og research on effects of class size.* Hentet April 14, 2015 fra ASCD: Learn, Teach, Lead: http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el_199004_robinson.pdf
Robson, C. (2002). *Real World Research* (second edition. utg.). Oxford: Blackwell.
Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. I A. H. Schoenfeld, *Mathematical Thinking and problem solving* (ss. 287-304). Hillsdale: Lawrence erlbaum associates.
Schoenfeld, A. H. (1993). *Teaching mathematical thinking and problem solving.* Oslo: Norges forksningsråd.
Schoenfeld, A. (2002). Making mathematics work for all children: Issues of standards, testing, and equity. I A. Schoenfeld, *Educational Researcher* (Vol. 31, ss. 13-25).
Schoenfeld, A. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teacher in creating them? I A. Schoenfeld, *Educational Researcher* (Vol. 43, ss. 404-412).
Skemp, R. R. (1989). *Mathematics in the Primary School.* Routledge.
Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. I *Mathematics Teaching in the Middle School* (ss. 88-95). London: National Council of Teachers of Mathematics.
St.meld. nr. 31. (2007-2008). (2008). *Kvalitet i skolen.* Hentet fra: https://www.regjeringen.no/nb/dokumenter/stmeld-nr-31-2007-2008-/id516853/?docId=STM200720080031000DDDEPIS&q=&navchap=1&ch=1
Thagaard, T. (2003). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode.* Bergen: Fagbokforlaget.
Tjora, A. (2012). *Kvalitative forsknngsmetoder i praksis.* Oslo: Gyldendal Akademisk.
Trøndelag Forskning og Utvikling. (2013, Mai 6). *Små klasser utjevner forskjeller.* Hentet April 27, 2015 fra Forskning.no: http://forskning.no/barn-og-ungdom-skole-og-utdanning/2013/04/sma-klasser-utjevner-forskjeller
Utdannindsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet April 11, 2015 fra Udir: http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter/
Utdanningsdirektoratet. (2013). *Sprikende funn i forskning på lærertetthet*. Hentet Januar 21, 2015 fra Udir.no: http://www.udir.no/Upload/Forskning/2013/ForskningViser0213_web.pdf?epslanguage=no
Wang, M. C., & Stull, J. (2000). School characteristics and classroom practice:

Smaller versus larger classes. I M. C. Wang, *How small classes help teachers do their best* (ss. 175-198). Philadelphia: Temple Univeristy Center for Research in Human Development and Education.

Webb, N., & Romberg, T. A. (1992). Implications of the NCTM Standards for Mathematics Assessment. I T. A. Romberg, *Mathematics Assessment and Evaluation: Imperatives for Mathematics Educators* (ss. 37-60). Albany: State University of New York Press.

Wertsch, J. V., & Toma, C. (1995). Discourse and learning in the classroom: A sociocultural approach. I L. P. Steffe, & J. Gale, *Constructivism in Education* (ss. 159-174). Hillsdale, New Jeresy: Lawrence Erlbaum.

8.0 Vedlegg

Vedlegg 1: Observasjonsskjema

Observasjonsskjema

Klasse:

Dato:

Observasjon nummer:

Antall minutter:

Antall elever:

Oppstart

Tidsbruk:

Elevene bruker tid på å komme i gang

Læreren gir beskjeder

Introduksjon av lærestoffet

Tidsbruk:

Fremstilling av matematikken (relasjonell/instrumentell)

Krav til kognitiv tenkning

Tilgang til det matematiske innholdet

Anerkjenner læreren elevenes ideer

Tilbakemeldinger og vurderinger

Samtale med klassen

Tidsbruk:

Fremstilling av matematikken (relasjonell/instrumentell)
Krav til kognitiv tenkning
Tilgang til det matematiske innholdet
Anerkjenner læreren elevenes ideer
Tilbakemeldinger og vurderinger

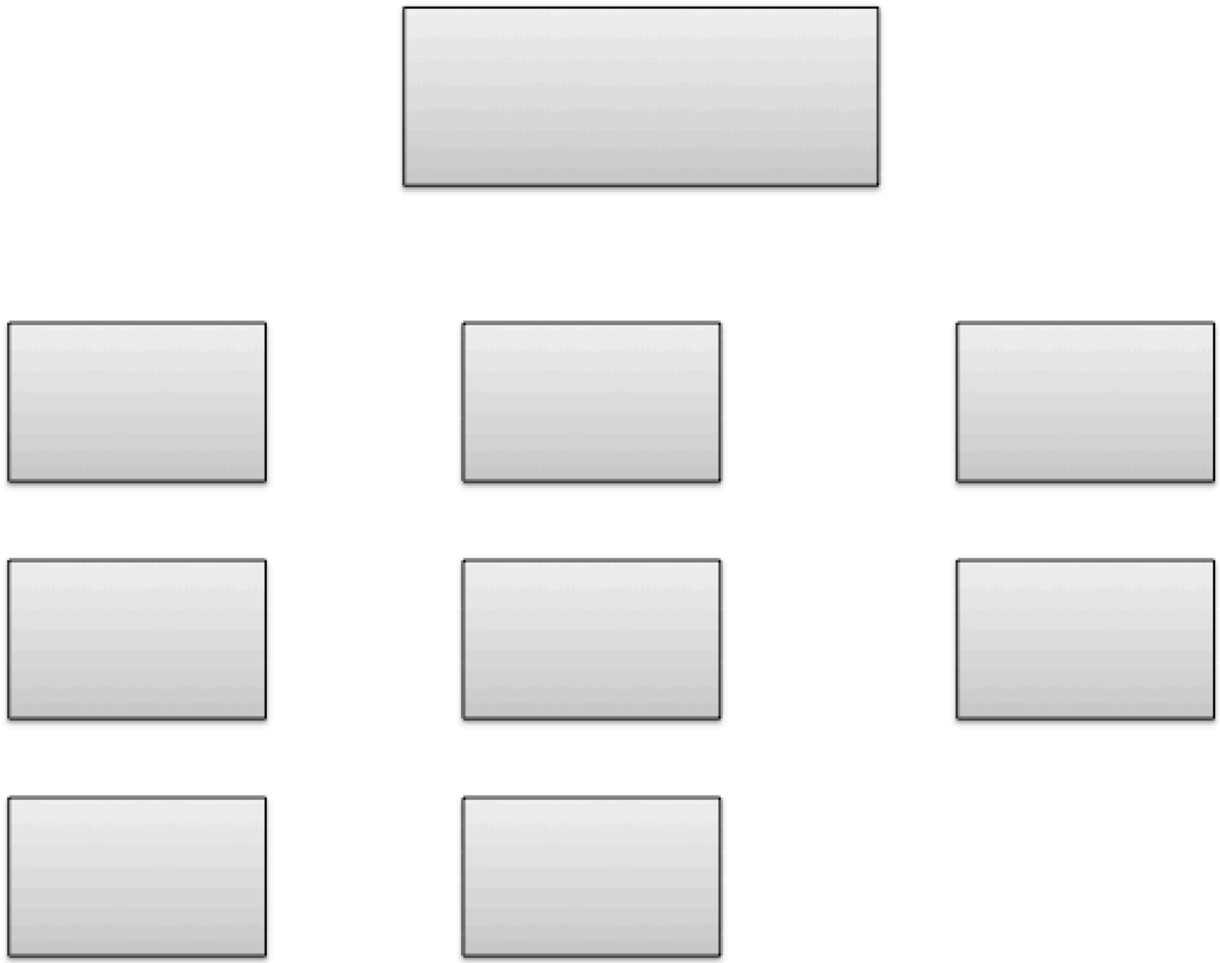
Læreren går rundt å hjelper elevene/ elevene arbeider med oppgaver

Tidsbruk:

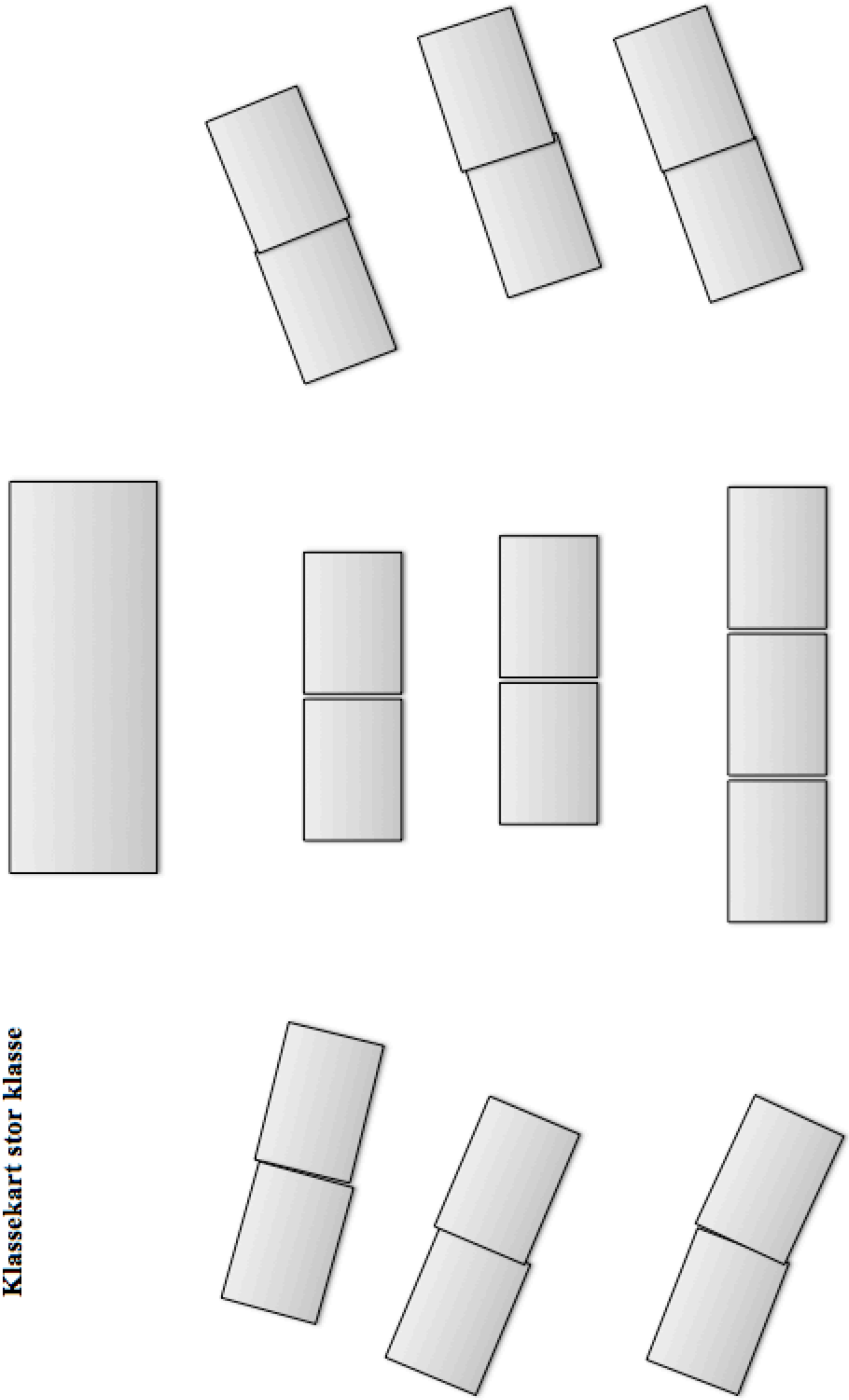
Fremstilling av matematikken (relasjonell/instrumentell) Krav til kognitiv tenkning Tilgang til det matematiske innholdet Anerkjenner læreren elevenes ideer Tilbakemeldinger og vurderinger

Andre observasjoner

Klassekart liten klasse



Klassekart stor klasse



Vedlegg 2: Intervjuguiden

Intervjuguide

Dette intervjuet er ment til å prøve å avklare hvorfor lærerne underviser på den måten de gjør, hvorfor de bruker tiden slik de gjør og for å finne ut hvilke "nivåer" de mener de legger undervisningen på i forhold til de fem dimensjonene. De stikkordene som er plassert i parenteser var ment som eksempler jeg kunne gi dersom læreren ikke forsto hva jeg spurte etter.

Hva vil det si å være god i matematikk?

Dimensjon1

Hvordan underviser du for at elevene skal bli god i matematikk? (Forstå? Algoritmer?)

- Hvorfor underviser du på en slik måte? (klassestørrelse? Egne erfaringer? Egen kunnskap?)
- Tror du det ville vært det samme i en klasse med mange/få elever?

Dimensjon 2

Hvordan ser du på din rolle som lærer i undervisningen? (veileder? Instruktør?)

- Hvordan hjelper du elevene dine undervisningen?
  - Hvorfor hjelper du dem på den måte? (gir hint? Sier hva de har gjort feil? Gir dem neste steg? Jobber med at elevene skal få til selv? Støttende stillas?)
  - Har du tid til å hjelpe alle elevene? (hvor stor del?)
  - Er det enkelte elever som tar opp mye av tiden eller er det bare for mange elever?
  - Tror du det ville vært det samme i en klasse med mange/få elever?

Dimensjon 3

Hvilke elever deltar i kalsseromsdiskusjonen?

- Hvilke elever spør du, og hva gjør du for å få med elevene?
- Hva med de som ikke deltar?
- Jobber dere med å få med alle elevene i samtalen?
- Tror du det ville vært det samme i en klasse med mange/få elever?

Dimensjon 4

Hvilke oppgaver jobber dere med i matematikkundervisningen? (oppgaver med flere løsningsmetoder?)

- Hvordan typer oppgaver gjennomgår dere i plenum? (flere løsninger?, vanskelige oppgaver, oppgaver med rene tallsvar?)
- Kommer elevene med egne løsningsmetoder i timen, eller jobber de kun med en enkelt som du som lærer viser dem?
- Tror du det ville vært det samme i en klasse med mange/få elever?

Dimensjon 5

Hvordan gir du tilbakemeldinger til elevene dine? (avslår, lytter og går videre eller lytter og bruker de ideene dersom de er verdifulle)

- Synes du elevenes ideer er nyttige?
- I hvor stor grad bygger du på elevenes ideer i undervisningen?
- Tror du det ville vært det samme i en klasse med mange/få elever?

Andre spørsmål:

- Tror du det er betydelig forskjell i forhold til tidsbruk og matematisk innhold i en klasse med mange elever kontra en klasse med flere elever?
  - Hvorfor tror du det?
  - Hva tror du er forskjell i forhold til tidsbruk?
  - Hva tror du er forskjell i forhold til det matematiske innholdet?
  - Har du selv erfaringer med dette?

Vedlegg 3: Teatching for robust understanding in mathematics

Skårings rubrikk (Schoenfeld, 2014)

TRU Math: Teaching for Robust Understanding in Mathematics[1]

Scoring Rubric

Release Version Alpha | REVISED July 31, 2014

This document provides the summary scoring rubric for the TRU Math (Teaching for Robust Understanding of Mathematics) classroom analysis scheme. TRU Math addresses five general dimensions of mathematics classroom activity, and one dimension that is algebra-specific. Each of these six dimensions is coded separately during whole class discussions, small group work, student presentations, and individual student work.

1. The Mathematics	2. Cognitive Demand	3. Access to Mathematical Content	4. Agency, Authority, and Identity	5. Uses of Assessment
The extent to which the mathematics discussed in the observed lesson is focused and coherent, and to which connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) are addressed and explained	*The extent to which classroom interactions create and maintain an environment of productive intellectual challenge that is conducive to students' mathematical development*	*The extent to which classroom activity structures invite and support the active engagement of all of the students in the classroom with the core mathematics being addressed by the class*	*The extent to which students have opportunities to conjecture, explain, make mathematical arguments, and build on one another's ideas, in ways that contribute to students' development of agency, authority, and their identities as doers of mathematics*	*The extent to which the teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings*

Content Elaboration for Contextual Algebraic Tasks: - The extent to which students are supported in dealing with complex modeling and applications problems, which typically call for understanding complex problem contexts (most frequently described in text), identifying relevant variables and the relationships between them, representing those variables and relationships symbolically, operating on the symbols, and interpreting the results.

This document is a research tool; it is not intended for use in teacher evaluations. Detailed instructions regarding the use of this scoring rubric are provided in *The TRU Math Scoring Guide.* Information regarding the genesis, rationale, and applications of the TRU Math scheme can be found in the document *An Introduction to Teaching for Robust Understanding in Mathematics (TRU Math)*. Both documents, along with this scoring rubric and TRU Math coding sheets, are available at <http://ats.berkeley.edu/tools.html>.

[1] This work is a product of The Algebra Teaching Study (NSF Grant DRL-0909815 to PIs Alan Schoenfeld, U.C. Berkeley, and NSF Grant DRL-0909851 to Robert Floden, Michigan State University), and of The Mathematics Assessment Project (Bill and Melinda Gates Foundation Grant OPP53342 to PIs Alan Schoenfeld, U. C Berkeley, and Hugh Burkhardt and Malcolm Swan, The University of Nottingham). Suggested Citation:

Schoenfeld, A. H., Floden, R. E., & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). *The TRU Math Scoring Rubric*. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University. Retrieved from http://ats.berkeley.edu/tools.html.

Summary Rubric

	The Mathematics	Cognitive Demand	Access to Mathematical Content	Agency, Authority, and Identity	Uses of Assessment
	How accurate, coherent, and well justified is the mathematical content?	*To what extent are students supported in grappling with and making sense of mathematical concepts?*	*To what extent does the teacher support access to the content of the lesson for all students?*	*To what extent are students the source of ideas and discussion of them? How are student contributions framed?*	*To what extent is students' mathematical thinking surfaced; to what extent does instruction build on student ideas when potentially valuable or address misunderstandings when they arise?*
1	Classroom activities are unfocused or skills-oriented, lacking opportunities for engagement with key grade level content (as specified in the Common Core Standards)	Classroom activities are structured so that students mostly apply memorized procedures and/or work routine exercises.	There is differential access to or participation in the mathematical content, and no apparent efforts to address this issue.	The teacher initiates conversations. Students' speech turns are short (one sentence or less), and constrained by what the teacher says or does.	Student reasoning is not actively surfaced or pursued. Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
2	Activities are at grade level but are primarily skills-oriented, with few opportunities for making connections (e.g., between procedures and concepts) or for mathematical coherence (see glossary).	Classroom activities offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" the challenges, removing opportunities for productive struggle.	There is uneven access or participation but the teacher makes some efforts to provide mathematical access to a wide range of students.	Students have a chance to explain some of their thinking, but the teacher is the primary driver of conversations and arbiter of correctness. In class discussions, student ideas are not explored or built upon.	The teacher refers to student thinking, perhaps even to common mistakes, but specific students' ideas are not built on (when potentially valuable) or used to address challenges (when problematic).
3	Classroom activities support meaningful connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and provide opportunities for building a coherent view of mathematics.	The teacher's hints or scaffolds support students in productive struggle in building understandings and engaging in mathematical practices.	The teacher actively supports and to some degree achieves broad and meaningful mathematical participation; **OR** what appear to be established participation structures result in such engagement.	Students explain their ideas and reasoning. The teacher may ascribe ownership for students' ideas in exposition, **AND/OR** students respond to and build on each other's ideas.	The teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.

Whole Class Activities: **L**aunch, Teacher **E**xposition, Whole Class **D**iscussion

On the score sheet, Circle one of ***L / E / D*** *if the episode is primarily of that type. If a* ***L****aunch is primarily logistical, some dimensions may be labeled N/A.*

	The Mathematics	Cognitive Demand	Access to Mathematical Content	Agency, Authority, and Identity	Uses of Assessment
	How accurate, coherent, and well justified is the mathematical content?	*To what extent are students supported in grappling with and making sense of mathematical concepts?*	*To what extent does the teacher support access to the content of the lesson for all students?*	*To what extent are students the source of ideas and discussion of them? How are student contributions framed?*	*To what extent is students' mathematical thinking surfaced; to what extent does instruction build on student ideas when potentially valuable or address misunderstandings when they arise?*
1	Classroom activities are unfocused or skills-oriented, lacking opportunities for engagement with key grade level content (as specified in the Common Core Standards)	Classroom activities are structured so that students mostly apply memorized procedures and/or work routine exercises.	There is differential access to or participation in the mathematical content, and no apparent effort to address this issue.	The teacher initiates conversations. Students' speech turns are short (one sentence or less), and constrained by what the teacher says or does.	Student reasoning is not actively surfaced or pursued. Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
2	Activities are at grade level but are primarily skills-oriented, with few opportunities for making connections (e.g., between procedures and concepts) or for mathematical coherence (see glossary).	Classroom activities offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" the challenges, removing opportunities for productive struggle.	There is uneven access or participation, but the teacher makes some efforts to provide mathematical access to a wide range of students.	Students have a chance to explain some of their thinking, but the teacher is the primary driver of conversations and arbiter of correctness. In class discussions, student ideas are not explored or built upon.	The teacher refers to student thinking, perhaps even to common mistakes, but specific students' ideas are not built on (when potentially valuable) or used to address challenges (when problematic).
3	Classroom activities support meaningful connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) and provide opportunities for building a coherent view of mathematics.	The teacher's hints or scaffolds support students in productive struggle in building understandings and engaging in mathematical practices.	The teacher actively supports and to some degree achieves broad and meaningful mathematical participation; **OR** what appear to be established participation structures result in such engagement.	Students explain their ideas and reasoning. The teacher may ascribe ownership for students' ideas in exposition, **AND/OR** students respond to and build on each other's ideas.	The teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.

Student Presentations

*Some episodes are in essence a conversation between teacher and student presenter(s); some conversations that involves the whole class. Scoring in the rubrics corresponds to the presence of these two different participation structures: **C** for a teacher-presenter conversation, and **W** for **w**hole-class involvement.*

	The Mathematics	Cognitive Demand	Access to Mathematical Content	Agency, Authority, and Identity	Uses of Assessment
	How accurate, coherent, and well justified is the mathematical content?	*To what extent are students supported in grappling with and making sense of mathematical concepts?*	*To what extent does the teacher support presenters or class in engaging with the mathematics?*	*To what extent are students the source of presented ideas and response to presented ideas?*	*To what extent is students' mathematical thinking surfaced and serve as grounds for conversation?*
1	Presentation is aimed at "answer getting" without addressing underlying reasoning.	Presentation and classroom discussion focus on straightforward or familiar facts and procedures.	**(C):** Presenter(s) need support/encouragement but do not receive it; **OR** **(W):** A significant number of students appear disengaged.	Presenter role is structured by teacher/text and student is narrowly constrained in response to teacher questions.	Student reasoning is not surfaced or pursued. Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
2	The mathematics presented is largely procedural; presenter(s) are not expected to explain their ideas or supported in doing so.	Presentation offers possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interactions tend to "scaffold away" these possibilities, resulting in a focus on straightforward or familiar facts and procedures.	**(C):** Teacher encourages presenters but does not provide effective scaffolding; **OR (W):** The presentation evolves into whole class activity. There is uneven participation and the teacher does not provide structured support for many students to participate in meaningful ways.	Presenters have the opportunity to demonstrate individual proficiency, without being tightly constrained by text or teacher. **BUT,** the discussions do not build on students' ideas. (*To qualify as an *idea*, what is referred to must extend beyond the tasks, diagrams, etc., that students were given.)	In presentation and discussion the teacher refers to student thinking, perhaps even to common mistakes, but specific student ideas are not built on (when potentially valuable) or used to address challenges (when problematic).
3	The mathematics presented is relatively clear and correct, **AND** either includes justifications or explanations **OR** the teacher encourages students to focus on central mathematical ideas and explaining and justifying them.	The teacher's hints or scaffolds support presenters and/or class in "productive struggle" in building understandings and engaging in mathematical practices.	**(C):** Teacher supports presenters (if needed) in engaging, **OR (W):** The presentation evolves into whole class activity in which the teacher actively supports broad participation and/or what appear to be established participation structures result in such participation.	Student presentations result in further discussion of relevant mathematics, **OR** students make meaningful reference to other students'/groups' ideas in their presentations. (*To qualify as an idea, what is referred to must extend beyond the tasks, diagrams, etc., that students were given.)	In presentation and discussion the teacher solicits student thinking and responds to student ideas by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.

Individual Work

Student seat work is coded as N/A unless the teacher is actively circulating through the classroom and consulting with students on an ongoing basis. Note that with a stationary camera it is impossible to see individual student work. Hence, unless there is evidence from the conversation, one cannot discern student errors.

	The Mathematics	Cognitive Demand	Access to Mathematical Content	Agency, Authority, and Identity	Uses of Assessment
	How accurate, coherent, and well justified is the mathematical content?	*To what extent are students supported in grappling with and making sense of mathematical concepts?*	*To what extent is there equitable access to meaningful participation for all students?*	*To what extent are students the source of presented ideas; do students respond to presented ideas?*	*To what degree does the teacher monitor and help students refine their thinking as he or she circulates through the class?*
	May be N/A if there are insufficient data; or…	May be N/A if there are insufficient data; or…	May be N/A if there are insufficient data; or…	May be N/A if there are insufficient data; or…	May be N/A if there are insufficient data; or…
1	Materials are aimed at "answer getting" without addressing underlying reasoning.	Materials demand no more than applying familiar procedures or memorized facts.	A significant number of students appear disengaged and there are no overt mechanisms to support engagement.	Teacher shows or tells students how to do the mathematics, possibly correcting student work. Student ideas are not elicited or built upon.	Teacher actions are limited to corrective feedback or encouragement.
2	Materials for student work provide some affordances for coherent mathematics, but teacher support is minimal and does not exploit them.	Materials offer possibilities of conceptual richness or problem solving challenge, but teaching interventions tend to "scaffold away" the challenges.	Students appear to be working, but there are no clear mechanisms for students who want or need support or attention to receive it.	One-on-one interactions give students the opportunities to talk about their ideas and/or provide access to varied ways to engage in the mathematics.	Individual interactions provide opportunities for students to discuss their thinking, and teacher responses address such thinking explicitly (not simply correcting student work).
3	The teacher's interventions with individual students support a coherent and connected view of the mathematics.	The teacher's hints or scaffolds support students in "productive struggle" in building understandings and engaging in mathematical practices.	Teacher's and/or surrogates' attention is clearly and widely available for those students who want it, resulting in access to the mathematics.	A score of 3 is not coded *unless* the student has ample opportunity and agency to develop his/her idea interacting with the teacher, **OR** the teacher takes the student idea up for class discussion right after individual work ends.	The teacher solicits student thinking and subsequent discussions respond to those ideas, by building on productive beginnings or addressing emerging misunderstandings.